

Posudek vedoucího na bakalářskou práci
Metoda Lagrangeových multiplikátorů ve variačním počtu

Autor práce: Vojtěch Borák

Vedoucí práce: Robert Černý

Cílem bakalářské práce je prezentovat autorův nápad (vymyšlený během cvičení k předmětu MAF052 v roce 2016) na klasifikaci extrémál získaných metodou Lagrangeových multiplikátorů ve variačním počtu. Zmíněný nápad spočívá ve velmi přirozeném zeslabení druhé části konečnědimenzionální verze věty o Lagrangeových multiplikátorech takovým způsobem, že získaný výsledek je možné snadno přetahnout do variačního počtu. Uvedený výsledek pak sice dává klasifikaci extrémál jen za příznivých okolností (typicky má-li multiplikátor vhodné znaménko), nicméně je v uvedené situaci jediným použitelným nástrojem, který je dostupný pro studenty prvního ročníku. Zároveň je nanejvýš potěšující, že uvedená metoda se dá aplikovat i v klasických úlohách variačního počtu, konkrétně umožňuje rozhodnout o typu získaného extrému ve slavném problému princezny Dido.

Jakkoliv bývá zvykem vyzdvihovat v bakalářských pracech potřebu nastudovat látku nad rámec běžně probíraného učiva, zde je na místě poznamenat, že vyjimečnost autora počíná spočívat právě v tom, že nemusel nastudovávat žádnou hlubší látku, ale naopak dokázal přijít s originálním fungujícím nápadem v oblasti, která je snadno dostupná i ostatním studentům.

Práce je přehledná a dobře se v ní orientuje. Student pracoval velmi samostatně. Práce je po grafické stránce na velmi slušné úrovni. Po jazykové stránce lze práci vytknout přílišnou snahu o květnatou řeč, která je mnohdy na úkor přesnosti a občas působí dojmem, že autor došel až na hranici svých vyjadřovacích schopností (velmi nevhodné je vydávání autora nápadu za "hypotézu").

Další slabinou je značná neodladěnost práce spočívající ve velkém množství překlepů (už třeba v anglickém textu na straně (iii) lze několikrát najít nesprávné "calculus of variation"), nedostatku podrobností v řešeních příkladů (třeba v závěru příkladu 3.2.2 je nejspíše použito kritérium konvexity funkcionálu uvedené před Větou 2.3.7; toto kritérium však není citováno a uvedení pouze formule pro f_{zz} čtenáře směřuje spíše na Větu 2.3.5, která zde dává příliš slabý výsledek) a následujících závažných chybách:

- Znění klíčové Věty 2.1.1 je špatně. Množina M má být správně zavedena předpisem

$$M := \{x \in E_r : g_1(x) = g_2(x) = \dots = g_s(x) = 0\}.$$

- Redukce dimenze zmíněná uprostřed strany 9 nevede na jednu proměnnou, ale na $r - s$ proměnných.
- V Příkladu 3.2.1 autor nalezne stacionární body, mezi nimi nalezne dvojici bodů, jimž funkcionál přiřazuje nejmenší hodnotu, následně ověří, že v

těchto bodech jsou lokální minima. Z toho usuzuje, že ve zmíněných bodech jsou globální minima. Tato úvaha je chybná.

- V Příkladu 3.2.3 autor zjistí, že stacionární body zkoumaného funkcionálu splňují rovnici

$$y'' = -\frac{g}{l} \sin y.$$

Tuto rovnici dosadí do funkcionálu (tedy jej změní na všech funkcích, které zmíněnou rovnici nesplňují) a pak klasifikuje extrémy pomocí chování nového nepůvodního funkcionálu.

Celkově práce působí dojmem, že by si před odevzdáním zasloužila přinejmenším ještě měsíc důkladných kontrol a odlaďování.

Práci doporučuji uznat jako bakalářskou.

V Praze dne 22.5.2018

Robert Černý