Název práce: Ideály kompaktních množin a borelovské funkce
Autor: Václav Vlasák
Katedra: Katedra matematické analýzy
Vedoucí diplomové práce: Doc. RNDr. Miroslav Zelený, Ph.D.
e-mail vedoucího: zeleny@karlin.mff.cuni.cz

Abstrakt: Nechť X, Y jsou polské prostory a $f : X \to Y$ je funkce. Označme $C(f)$ systém všech kompaktních množin $K \subset X$ takových, že $f_{|_K}$ je spojitá. Podobně definujeme $\widetilde{C}(f)$ jako systém všech kompaktních množin $K \subset X$ takových, že $f_{|_K}$ je spojitá a K má právě jeden hromadný bod. Zkoumáme souvislost mezi deskriptivními vlastnostmi $C(f)$ nebo $\widetilde{C}(f)$ (vzhledem k Vietorisově topologii na prostoru $\mathcal{K}(X)$) a komplexitou funkce f. Ukážeme, že jestliže $C(f)$ je analytická, pak f je borelovská, což rozšiřuje výsledky Francise Jordana ([J1], [J2]). Dále ukážeme, že $\widetilde{C}(f)$ je borelovská právě tehdy, když f je borelovská. Zabýváme se také otázkou, jaké třídy M funkcí mají tu vlastnost, že je-li funkce $f \in M$ a $C(f) = C(g)$, pak i funkce $g \in M$. Například ukážeme, že je-li funkce f Baireovy třídy α a $C(f) = C(g)$, pak i funkce g je Baireovy třídy α.
Klíčová slova: Baireovy třídy funkcí, ideály kompaktních množin, deskriptivní teorie množin, borelovské funkce.

Title: Ideals of compact sets and Borel functions
Author: Václav Vlasák
Department: Department of Mathematical Analysis
Supervisor: Doc. RNDr. Miroslav Zelený, Ph.D.
Supervisor's e-mail address: zeleny@karlin.mff.cuni.cz

Abstract: Let X, Y be Polish spaces and $f : X \to Y$ be a function. Denote $C(f)$ the system of all compact sets $K \subset X$ such that $f_{|_K}$ is continuous. Similarly we define $\widetilde{C}(f)$ as the system of all compact sets $K \subset X$ such that $f_{|_K}$ is continuous and K has exactly one limit point. We study connections between descriptive properties of $C(f)$ or $\widetilde{C}(f)$ (with respect to the Vietoris topology on $\mathcal{K}(X)$) and complexity of f. We show that if $C(f)$ is analytic then f is Borel. This extends results of Francis Jordan ([J1], [J2]). Further we show that $\widetilde{C}(f)$ is Borel if and only if f is Borel. We also solve the problem, which classes M of functions have the property that if a function $f \in M$ and $C(f) = C(g)$ then $g \in M$. For example, we show that if a function f is of Baire class α and $C(f) = C(g)$ then the function g is of Baire class α.
Keywords: Baire classes of functions, ideals of compact sets, Descriptive set theory, Borel functions.