

**Ondřej Draganov: Finitely generated clones**

Práce se zabývá studiem klonů na konečných množinách vzhledem k vlastnosti konečné generovanosti. Pojem klonu hraje důležitou roli v univerzální algebře již od 40. let minulého století, kdy E. Post klasifikoval klony booleovských funkcí (které jsou všechny konečně generované). Studium konečné generovanosti klonů nebylo dosud věnováno mnoho úsilí, ačkoliv v poslední době tento pojem nabývá na důležitosti, mimo jiné v souvislosti s některými výpočetními otázkami.

První kapitola obsahuje přehledný úvod do problematiky a stručné představení základních pojmů a technik z teorie klonů.

V kapitole druhé autor popisuje několik konstrukcí generujících množin operací, což dává zcela nové třídy konečně generovaných klonů. Tyto konstrukce jsou založené zejména na širokém zobecnění konkrétních příkladů z článku L. Haddada “Intersections of finitely generated clones”. Zbytek kapitoly je věnován klonům definovaným tzv. blokovačem krychlových termů (‘cube-term blocker’) v článku P. Markoviče, M. Marótiho a R. McKenzieho “Finitely related clones and algebras with cube terms”. Tyto klony, objevené v souvislosti se zobecněním algoritmické myšlenky Gaussovy eliminace, nelze definovat pomocí konečně mnoha invariantních relací, a v idempotentním případě jsou dokonce maximální vzhledem k této vlastnosti. V práci je ukázáno, že naopak jsou generované konečnou množinou operací.

Ve třetí kapitole se setkáváme s konstrukcemi klonů, které konečně generované nejsou. Tyto konstrukce jsou založené na autorově objevu invariantních relací, které omezují esenciální aritu operací (viz Tvzení 16 a diskuze pod ním), a dalších modifikacích této myšlenky. Opět jde o velmi netriviální zobecnění předchozích konstrukcí a nové třídy takových klonů.

Čtvrtá kapitola dále prohlubuje poznatky o klonech s omezenou esenciální aritou. Tato nejrozsáhlejší a snad nejzajímavější kapitola dává jistý vhled do chování esenciální arity při skládání operací. Autorovi se podařilo najít konkrétní popis maximálních klonů esenciálně nejvýše binárních operací. Hlavním výsledkem této kapitoly je Věta 29, která říká, že každá binární operace, ze které nelze vygenerovat operace vyšší esenciální arity, je obsažena v některém z těchto klonů. Tento výsledek, který je sám o sobě zajímavým příspěvkem do teorie klonů, je dále částečně zobecněn pro vyšší arity.

V závěru autor navrhuje několik směrů, kterými by se mohl ubírat další výzkum v této oblasti.

Originální matematické výsledky obsažené v práci jsou nepochybně publikovatelné v kvalitním vědeckém časopise, a matematické vyjadřování je na vyspělé úrovni. Diplomant si dobře poradil s technickou náročností důkazů a výsledkem je velmi čtivé zpracování tohoto formálně obtížného tématu. Lze také vyzdvihnout velký rozsah práce a dobrou jazykovou úroveň se zanedbatelným množstvím chyb.

Předložená práce Ondřeje Draganova bezesporu splňuje všechny požadavky kladené na diplomovou práci, a proto ji **doporučuji k obhajobě**.

V Praze dne 7. června 2018

Jakub Bulín