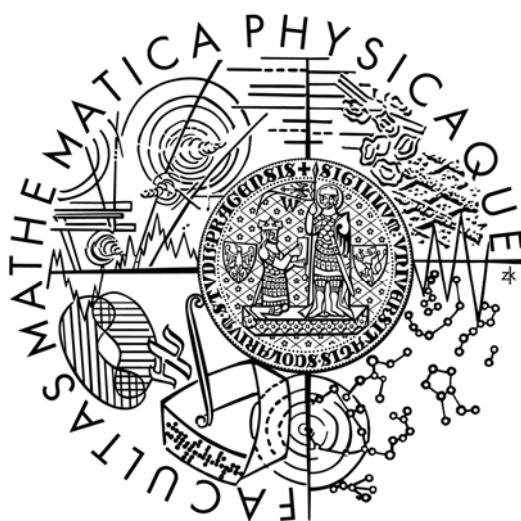


Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta

DIPLOMOVÁ PRÁCE



Ondřej Matuščík

Dluhopisy zajištěné aktivy (ABS)

Katedra Pravděpodobnosti a matematické statistiky

Vedoucí diplomové práce:	Mgr. Milan Bartoš
Studijní program:	Matematika
Studijní obor:	Finanční a pojistná matematika

Rád bych tímto poděkoval vedoucímu mé diplomové práce Mgr. Milanu Bartošovi za obětavý přístup ke konzultacím, poskytování cenných rad a připomínek k mé práci, jakož i za poskytnutá data.

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce.

V Praze dne 18. dubna 2007

Ondřej Matušík

Obsah

ÚVOD	5
1. ABS a trh	6
1.1. Definice ABS	6
1.2. Vývoj ABS trhu	8
1.3. Hlavní sektory trhu ABS	8
1.3.1. Hypoteční úvěrové listy	8
1.3.2. Pohledávky za kreditními kartami	9
1.3.3. Půjčky na automobily	10
1.3.4. CDO struktury	10
1.3.5. Ostatní	10
1.4. Velikost trhu	11
2. Struktura a princip ABS	12
2.1. Struktura ABS	12
2.2. SPV a princip sekuritizace – tranše, role v sekuritizaci	14
2.3. Role SPV v sekuritizaci	15
2.3.1. Proč se vyplatí sekuritizovat	16
2.3.2. Výsledky financování v případě nepoužití sekuritizace	17
2.3.3. Výsledky financování v případě sekuritizace	18
2.4. Cash Flow – toky financí v sekuritizaci	20
2.4.1. Princip vodopádu – Waterfall principle	21
2.5. O/C a I/C testy	22
2.5.1. O/C test	22
2.5.2. I/C test	23
2.6. BET metodologie	23
3. Oceňování cenných papírů krytých aktivy	26
3.1. Metoda oceňování založená na principu CashFlow	26
3.2. Metody výpočtu Cash Flow	28
3.2.1. Sekuritizace produkčního podniku	29
3.2.2. Sekuritizace cenných papírů a dluhů	34
4. Trendy a přínosy ABS	41
5. Numerické ilustrace výše uvedených postupů	43
5.1. Sekuritizace výnosů jaderné elektrárny	43
5.1.1. Základní ekonomický model fungování jaderné elektrárny	43
5.1.2. Vývoj cen uranu	45
5.1.3. Vývoj ceny elektřiny	46
5.1.4. Ohodnocení cenných papírů krytých výnosy jaderné elektrárny	47
Závěr:	50
Zdroje:	51
Přílohy:	52

Název práce: Dluhopisy zajištěné aktivy (ABS)

Autor: Ondřej Matušík

Katedra: Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky

Vedoucí diplomové práce: Mgr. Milan Bartoš

E-mail vedoucího: mbartos@csas.cz

Abstrakt: Diplomová práce se zabývá cennými papíry krytými aktivy (Asset backed securities, ABS). Podrobně popisuje jejich strukturu a jejich procesní zpracování, které se nazývá sekuritizace. Dále obsahuje pojednání o speciálních společnostech (SPV), které jsou pro cenné papíry kryté aktivy klíčové. Práce rozebírá faktory, které z velké části ovlivňují proces sekuritizace, a ukazuje, za jakých podmínek se vyplatí emitovat cenné papíry kryté aktivy. Podrobně je zpracován model sekuritizace výrobního podniku, kde jsou budoucí výnosy a náklady modelovány pomocí náhodných veličin. V další části popisuje sekuritizaci cenných papírů. Detailně se zabývá jejich ratingem a pravděpodobnosti defaultu. Pozornost je věnována i modelu sekuritizace homogenního souboru aktiv. V praktické části je práce zaměřena na model financování výstavby jaderné elektrárny pomocí cenných papírů krytých aktivy. Podrobně rozebírá náklady a výnosy jaderné elektrárny. Tyto veličiny jsou pomocí náhodných veličin simulovány pro odhad budoucích cash flow jaderné elektrárny. Výsledky pomáhají rozhodovat při koupi cenných papírů krytých výnosy z provozu jaderné elektrárny.

Klíčová slova: cenné papíry kryté aktivy, ABS, SPV, sekuritizace.

Title: Mortgage Bonds

Author: Ondrej Matustik

Department: Department of Probability and Mathematical Statistics

Supervisor: Mgr. Milan Bartos

Supervisor's e-mail address: mbartos@csas.cz

Abstract: The diploma thesis deals with the asset backed securities (ABS). It describes in the detail their structure and securitization process. It offers a short introduction into the special vehicles settled for securitization (SPV – special purpose vehicles), which plays a key role in the process of securitization. In the next section it is focused on the factors, which have an influence on the process of securitization, and shows the conditions under which is profitable to emit asset backed securities. Closer attention is also paid to the deep description of the production company securitization process. The costs and revenues are constructed via random variables. Next part applies to the other assets suitable for securitization – collaterals. There is closer look into their structure, rating and default probabilities. Theoretical sections are completed with short view to securitization of the pool of homogenous assets. The practical part in detail shows the financing of the nuclear power plant via the ABS backed by power plant profits. At the beginning there is a description of the costs and revenues of power plant and part continues with simulation of these values in the future. Based on the result of the simulation, thesis brings the decision whether buy or not the ABS in this case.

Keywords: asset backed securities, ABS, SPV, securitization.

ÚVOD

Finanční trhy doznaly v posledních letech mnoho změn. Stále častěji se objevují inovativní finanční instrumenty. Jedním z nových typů cenných papírů na trhu jsou i cenné papíry kryté aktivy.

A právě cennými papíry krytými aktivy se práce zabývá. Nejdříve se zaměřuje na jejich obecný popis. Věnuje se jejich definici, jejich historii a krátce taky jejich rozčlenění podle druhu podkladového aktiva. Samozřejmě není opomenuta ani informace o velikosti trhu.

V druhé kapitole jsou popsány důležité prvky, které určují podobu cenných papírů krytých aktivy. Nejdříve jsou rozebrány možné podoby jejich emitování a uspořádání. Následuje oddíl věnovaný společnostem, které cenné papíry kryté aktivy vydávají a spravují. V poslední části druhé kapitoly je práce zaměřena na specifické způsoby výplaty těchto cenných papírů.

Diplomová práce pokračuje oddílem, který ukazuje možnosti oceňování aktiv určených k sekuritizaci. Podrobně rozebírá situaci pro dvě nejvíce používaná aktiva – výnosy z provozování výrobního podniku a dluhopisy.

Celá práce je zakončena praktickým oddílem, v kterém je s využitím znalostí z předchozích kapitol popsán proces ocenění cenných papírů krytých aktivy. A to v konkrétním případě, kdy aktivem jsou výnosy z provozu jaderné elektrárny. Diplomová práce končí výsledky tohoto ocenění a určením, které cenné papíry se vyplatí koupit a které nikoliv.

1. ABS a trh

Na peněžní a kapitálové trhy jsou neustále kladeny nové požadavky a nároky ze stran ekonomických subjektů operujících na těchto trzích. Investoři řeší otázky, kam v současné době investovat s přiměřeným rizikem. Některé společnosti, jako jsou například pojišťovny, jsou navíc ve svém investičním rozhodování omezeny regulatorními nařízeními. Mohou investovat svěřené prostředky jenom do určitého okruhu aktiv.

V jiné situaci jsou společnosti poskytující úvěry. Při současném trendu zadlužování podniků a domácností tyto instituce potřebují mít k dispozici dostatek finančních prostředků k financování pohledávek.

Pro řešení výše popsaných problémů vznikly nové typy cenných papírů. Jedním z nich jsou i cenné papíry kryté aktivy – ABS¹, které jsou založeny na procesu sekuritizace. Podstatou tohoto procesu je shromáždění podkladových aktiv (jako jsou například půjčky) do větších celků a jejich následný převod do společnosti založené speciálně jen pro účel správy těchto aktiv – SPV². Taková společnost následně vydá cenné papíry, jejichž výnosy jsou odvozeny z cash flow podkladových aktiv.

Struktura ABS není homogenní. Cenné papíry jsou rozděleny do tranší s různým ratingem. Systém tranší je možné z velké míry nastavit dle individuálních požadavků investorů na výnos a riziko. Díky tomu osloví cenné papíry kryté aktivy velmi široké spektrum investorů.

1.1. Definice ABS

Sekuritizace je metoda přenosu rizika a výnosů mezi účastníky kapitálového trhu. Ve většině případů sekuritizace je riziko přeneseno pomocí prodeje finančních instrumentů, jejichž cash flow je v plné míře závislé na výkonnosti aktiv z podkladového portfolia sekuritizace.

Tyto finanční instrumenty se nazývají “Asset Backed Securities” (ABS, cenné papíry kryté aktivy), nebo často alternativně “Asset Backed Commercial Papier” (ABCP).

Existuje několik definic sekuritizace:

Sekuritizace dle Basel 2:

„Transakce nebo schéma transakcí, na jejímž základě je úvěrové riziko spojené s jedním nebo větším počtem úvěrových expozic převedeno do jednotlivých tranší a finanční

¹ Z anglického asset backed securities

² Z anglického special purpose vehicle

toky této transakce závisejí na kvalitě podkladových expozic, kde podřízenost tranší určuje rozložení ztrát během života transakcí.“

Alternativní definice pochází z materiálů americké Security Exchange Commission:

Sekuritizace dle SEC (Konečná verze ze dne 18.1.2005,[6]):

„Termín „asset-backed security“, znamená cenný papír, který je krytý diskrétní skupinou finančních aktiv. ABS sekuritizace je finanční technika, ve které finanční aktiva, v mnoha případech samostatně málo likvidní, jsou sdruženy ve skupinu³. A následně jsou přeměněny ve finanční nástroj, který může být nabízen a prodáván na kapitálových trzích.

Jako základ sekuritizační struktury je brána entita, většinou finanční instituce, běžně známá jako sponzor nebo původce. Původce obstará soubor aktiv, která generují cash flow. Poté původce prodá finanční aktivum speciálně založené společnosti. Ta následně vydá cenné papíry „kryté“ nebo podporované právě těmito finančními aktivy. Tyto cenné papíry se nazývají cenné papíry kryté aktivy.

Splátky cenných papírů krytých aktivy závisí primárně na cash flow generovaném aktivy v podkladovém poolu.“

Sekuritizace přináší řadu výhod, díky kterým je v současné době tato metoda velmi oblíbená. Uvedme alespoň některé z nich:

- Transformace nelikvidních, málo rizikových a objemově malých finančních aktiv do likvidního a obchodovatelného tržního instrumentu.
- Původní majitel aktiv může díky sekuritizaci získat dodatečné finanční prostředky, které může znovu použít pro financování dalších aktiv a vydávání dalších ABS. Sekuritizace zde funguje tedy jako určitý specifický typ multiplikátoru.
- Sekuritizace je díky své standardizovanosti velmi frekventovaným a levným způsobem získání kapitálu v porovnání s ostatními možnostmi finančních institucí.
- Dále umožňuje vydavateli diverzifikovat finanční zdroje v porovnání s klasickým financováním pomocí půjček a vlastního kapitálu.
- A v neposlední řadě pomáhá vyčistit rozvahu od aktiv, což může pomoci ke zlepšení různých finančních ukazatelů využití kapitálu a u bank tak snížit požadavky na kapitálovou přiměřenost. Což nabývá na aktuálnosti nyní, v době zavádění standardu kapitálové přiměřenosti Basel 2.

³ Tato skupina se často v literatuře označuje jako pool

1.2. Vývoj ABS trhu

První významné sekuritizační transakce na americkém trhu datují kolem roku 1970. Evropský trh je mnohem mladší. Vznik trhu se datuje kolem roku 1990⁴. Tento fakt se projevuje i v porovnání objemů transakcí.

Úspěšný rozvoj objemu trhu cenných papírů krytých aktivy v posledních letech je podmíněn zejména následujícími faktory:

- Novými metodami pro analýzu rizik,
- Vývojem informačních technologií,
- Rostoucí mírou znalosti investorů.

Sekuritizace je často velmi komplexní a nákladný proces, který je charakterizován:

- Dokumentační a právní komplexitou,
- Řadou stran s různými rolemi,
- Vysokými počátečními a průběžnými náklady,
- Intenzivními due-diligence aktivitami různých stran,

Z těchto důvodů jsou k sekuritizaci potřebné velká podkladová portfolia aktiv, tak aby se samotná sekuritizace vyplatila a všechny výhody z ní plynoucí nepadly za obětí administrativním nákladům.

1.3. Hlavní sektory trhu ABS

1.3.1. Hypoteční úvěrové listy

Nejčastějším případem ABS jsou takzvané hypoteční úvěrové listy (anglicky se nazývají Mortgage Backed Securities, zkráceně MBS)⁵.

Hypoteční úvěrové listy jsou typem ABS s tím, že podkladovým aktivem jsou hypoteční úvěry. Dále již procházejí standardním procesem sekuritizace, tak jak je vysvětlen v následujících kapitolách.

Tyto listy jsou podobné dluhopisům, a jejich trh je již nyní tak významný, že se často oddělují od celého trhu ABS a uvádějí se samostatně. Pro srovnání uvádíme velikost trhu MBS ve Spojených státech amerických za posledních několik let, jak uvádí americká The Bond Market Association [11]:

⁴ Vyjma speciální typ cenných papírů – Pfandbriefe, existujících od roku 1900, o kterých je blíže pojednáno v kapitole 1.4.1

⁵ Rozdílnou strukturou jsou hypoteční zástavní listy, emitované v České republice. V České republice jsou hypoteční zástavní listy vydávány především bankami a není u nich rozlišena úroková struktura dle seniority kupujícího.

- 2005: USD 967 miliard
- 2004: USD 1,019 miliard
- 2003: USD 2,131 miliard
- 2002: USD 1,444 miliard
- 2001: USD 1,093 miliard

Hypoteční zástavní listy se nejčastěji obchodují na území Spojených států amerických, ale existuje i jejich evropská obdoba. Jako nejstarší výskyt podoby těchto cenných papírů v Evropě se uvádí výskyt Pfandbriefe. Tyto byly poprvé uvedené na trh v Německu v roce 1900 bankou Fankfurter Hypo. Rozdílem oproti standardním MBS je to, že v případě standardních MBS po sekuritizaci mizí tyto aktiva z rozvahy průvodce, v případě Pfandbriefe jsou tyto hypotéky stále přítomny v aktivech a navíc jsou v rozvaze přítomny i vydané dluhopisy.

Standardní schéma sekuritizace MBS bylo ve Spojených státech amerických rozšířeno o mezičlánek mezi bankou, která aktiva prodává. Do tohoto řetězce se včlenila vládní agentura, jako je například Freddie Mac nebo Fannie Mae, která za poplatek ochraňuje kupce dluhopisů od defaultu podkladového aktiva a působí téměř jako pojišťovna.

Existuje několik různých typů MBS, které lze dělit do skupin:

- **Pass-through MBS** – základní typ MBS, který splňuje představy o sekuritizaci, kdy se aktiva (v našem případě soubor hypoték) převedou do SPV a sekuritizují jako celek, bez oddělení části splátky úroku a části splátky jistiny.
- **Stripped MBS** – Každou hypotéku jde rozdělit na dvě části – na část, ze které se splácí jistina a na část, ze které se splácí úrok. Na tomto principu jsou založeny tyto cenné papíry, kdy jedna je vydána na část z jistiny – Principal-only MBS (PO) a druhá závisící jenom na úroku – Interest-only (IO).

Jelikož jsou MBS velmi významnou částí cenných papírů, tak se jimi budeme zabývat i v oceňovací části.

1.3.2. Pohledávky za kreditními kartami

Cenné papíry kryté pohledávkami za kreditními kartami byly poprvé uvedeny na trh kolem roku 1987. Majitelé kreditních karet si můžou půjčit prostředky na princip revolvingu až do výše přiřazeného kreditního limitu. Majitelé pak platí jistinu a úrok dle potřeby. Avšak v souladu s požadovanými minimálními splátkami.

ABS krytá příjmy z kreditních karet jsou poté spláceny příjmy z poolu karet s podobnou amortizační a rizikovou strukturou.

1.3.3. Půjčky na automobily

Druhým největším sektorem trhu ABS celosvětově jsou cenné papíry vzniklé z půjček na osobní automobily. Společnosti financující nákup automobilů na dluh používají soubor těchto dluhů jako základ poolu pro sekuritizaci. Automobilové ABS můžeme klasifikovat do třech kategorií – primární, neprimární a podřízené. Primární ABS jsou zajištěny půjčkami vydanými pro zákazníky s dobrou kreditní historií a bez záznamů v registrech neplatičů. Ostatní dvě struktury jsou stupňovány dle kreditních schopností majitelů úvěrů.

1.3.4. CDO struktury

CDO (Collateral debt obligation) je speciální typ cenného papíru krytého aktivy. Aktivem se v tomto případě stávají instrumenty typu korporátních dluhopisů, bankovních půjček, ale mohou jimi být i kreditní deriváty nebo dokonce i jiné ABS. Tyto dluhy jsou zpravidla sdruženy do velkých portfolií a následně rozděleny do tranší a sekuritizovány. Výhodou CDO je, že lze poměrně přesně udělit rating každému dluhu, který přísluší do SPV. Dále lze udělit rating jednotlivým tranším a spočítat průměrnou dobu do defaultu a návratnosti jednotlivých aktiv v případě defaultu. Právě pro svoji dobře ekonomicky vyjádřitelnou strukturu jsou CDO jedním z nejoblíbenějších produktů na trhu cenným papírů krytými aktivy. Bylo vyvinuto mnoho metod, jak struktury CDO oceňovat.

Další možností při odprodeji dluhů je používat syntetickou sekuritizaci. Ta je velmi oblíbená především mezi evropskými bankami. Jedná se o použití kreditního derivátu k transferu kreditního rizika aktiva z rozvahy do struktury CDO, ale bez prodeje nebo transferu aktiva samotného. Tato struktura se pak nazývá *syntetické CDO*. Je velmi populární především v Evropě, a i v České Republice, protože zdejší zákony kapitálových trhů příliš sekuritizaci nepodporují. Toto syntetické CDO například v minulosti provedla Reiffeisen Bank a.s.

1.3.5. Ostatní

Existuje mnoho dalších typů aktiv, která lze sekuritizovat, ve světě cenných papírů krytých aktivy však nehrají tak významnou roli. Oblíbenými aktivy k sekuritizaci jsou studentské půjčky, leasingové smlouvy na zařízení, leasingové smlouvy na letadla, příjmy z provozu výrobního podniku, obchodního centra a další. Je dokonce možné sekuritizovat i výnosy z prodeje svého nového hudebního počínu, tak jak to udělal David Bowie, nebo budoucí výnosy z takového podniku jako je Formule 1, sekuritizované společností Formula One Lmt. v roce 1999.

1.4. Velikost trhu

Trh s cennými papíry krytými aktivy vykazuje meziročně vysoké nárůsty. Tyto jsou způsobeny hlavně rostoucí atraktivitou tohoto typu cenných papírů pro finanční instituce, ale i růstem celosvětového zadlužení obyvatel.

Velikost trhu s cennými papíry krytými aktivy nejlépe dokládá níže uvedená tabulka (Tab1, upravena dle [10], Celosvětově):

Rok	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Total	731,5	900,8	1071,80	1281,20	1543,20	1693,70	1827,80	1955,20	2130,40
Automobile	86,9	114,1	133,1	187,9	221,7	234,5	232,1	219,7	202,4
Share of Total	0,119	0,127	0,124	0,147	0,144	0,138	0,127	0,112	0,095
Credit Card	236,7	257,9	306,3	361,9	397,9	401,9	390,7	356,7	339,9
Share of Total	0,324	0,286	0,286	0,282	0,258	0,237	0,214	0,182	0,16
Home Equity	124,2	141,9	151,5	185,1	286,5	346	454	551,1	581,2
Share of Total	0,17	0,158	0,141	0,145	0,186	0,204	0,248	0,282	0,273
Manufactured Housing	25	33,8	36,9	42,7	44,5	44,3	42,2	34,5	28,8
Share of Total	0,034	0,038	0,034	0,033	0,029	0,026	0,023	0,018	0,014
Student Loan	25	36,4	41,1	60,2	74,4	99,2	115,2	153,2	183,6
Share of Total	0,034	0,04	0,038	0,047	0,048	0,059	0,063	0,078	0,086
Equipment Leases	41,4	51,4	58,8	70,2	68,3	70,1	70,7	61,8	53,1
Share of Total	0,057	0,057	0,055	0,055	0,044	0,041	0,039	0,032	0,025
CBO/CDO	47,6	84,6	124,5	167,1	234,5	250,9	264,9	289,5	299,4
Share of Total	0,065	0,094	0,116	0,13	0,152	0,148	0,145	0,148	0,141
Other	144,7	180,7	219,6	206,1	215,4	246,8	258	288,7	442
Share of Total	0,198	0,201	0,205	0,161	0,14	0,146	0,141	0,148	0,207

(Tab. 1)

Čísla jsou uvedeny v miliardách dolarů. Evidentní je nárůst objemu financí získaných pomocí sekuritizace. Z velikostí sekuritizovaných aktiv vyplývá, že cenné papíry kryté aktivy jsou mezi investory velmi oblíbené.

2. Struktura a princip ABS

Jak bylo vyloženo v první kapitole, tak možností, jak vybrat aktiva, je hned několik a tím se samozřejmě liší i postup oceňování. Proto se v této kapitole nejdříve zaměříme na strukturu těchto cenných papírů a princip celého procesu sekuritizace. Následně budeme mít připraveny všechny informace pro modely oceňování těchto cenných papírů.

2.1. Struktura ABS

ABS má mnoho podob a rozšíření, často individuálně definovaných na základě podkladového aktiva a jeho kvality. Důležité pro určení struktury ABS jsou následující vlastnosti:

Podřízenost

Struktura cenných papírů krytých aktivy je zpravidla rozdělena do několika tranší podle stupně rizika. Čím je tranše méně rizikovější, tím je v celé struktuře označena za seniornější. Nejvíce seniorní tranše (zpravidla „A“) slouží ostatní podřízené tranše („B“, „C“, atd.) jako určitá ochranná vrstva. V případě realizace ztráty aktiva z podkladového portfolia je tato ztráta nejdříve absorbována podřízenými tranšemi a seniornější tranše zůstávají ztrátami netknuty. Ovšem jenom do okamžiku, když velikost ztráty přesáhne velikost podřízených tranší. Seniorní tranše jsou typicky hodnoceny velmi vysokým ratingem. Ten často dosahuje i hodnoty AAA, zatímco méně seniorní samozřejmě dostávají příslušný nižší rating. Nejnižší tranše se často označuje jako tranše podřízená, případně equity. Tato tranše často ani nedostane žádný rating.

Struktura tranší může vypadat například tak, jak ukazuje tabulka níže (Tab. 2):

Třída	Podtřída	Úrok	Rating
A	A1A	Fixní	AAA
	A1B	Fixní	AAA
	A2	Variabilní	AA+
B	B1	Fixní	Aa
	B2	Variabilní	Aa
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
E	E	Variabilní	-

(Tab. 2)

Amortizace

Na rozdíl od korporátních dluhopisů se většina ABS amortizuje postupně. Amortizace se skládá z plánovaných a neplánovaných splátek jistiny. Plánované splátky se vyskytují zejména u spotřebitelských úvěrů a v menší míře taky u hypoték. Nejistota předčasných splátek je důležitá ve vztahu k hodnotě ABS. U většiny ABS jsou předčasné splátky povoleny. Investorům to však může přinést potíže, neboť nebudou schopni investovat předčasně splacenou částku za stejně výhodných podmínek. Proto je důležité sledovat míru pravděpodobnosti předčasného placení ABS.

Z tohoto důvodu existuje varianta struktury ABS, která poskytuje možnost větší predikce splátek a umožňuje dokonce, aby bylo ABS určitou dobu nespláceno. V tomto schématu se po určité době platí jenom úroky z jistiny a jistina samotná se nesplácí. Po skončení tohoto období se začne v pravidelných časových intervalech splácet jistina, většinou jednou ročně. Omezí se tak případy, kdy je jistina splacena v brzkých termínech po vydání ABS a zvýší se tak zájem investorů.

Další variantou je možnost, že splátka anuity proběhne najednou. Tato splátka by měla proběhnout v době maturity. Investoři přesto raději volí variantu se splátkou bez pevného data, které je však vždy později, než maturita. Odměnou za neurčitost data splacení je zpravidla vyšší výnos.

V souvislosti s rozdělením tranše dle seniority často dochází k sekvenčním výplatám jistiny. Nejdříve jsou uspokojeny v plné míře nejvíce seniorní tranše, tudíž ke splacení seniorní tranše může dojít například už v prvním roce, a až následně jsou spláceny tranše další.

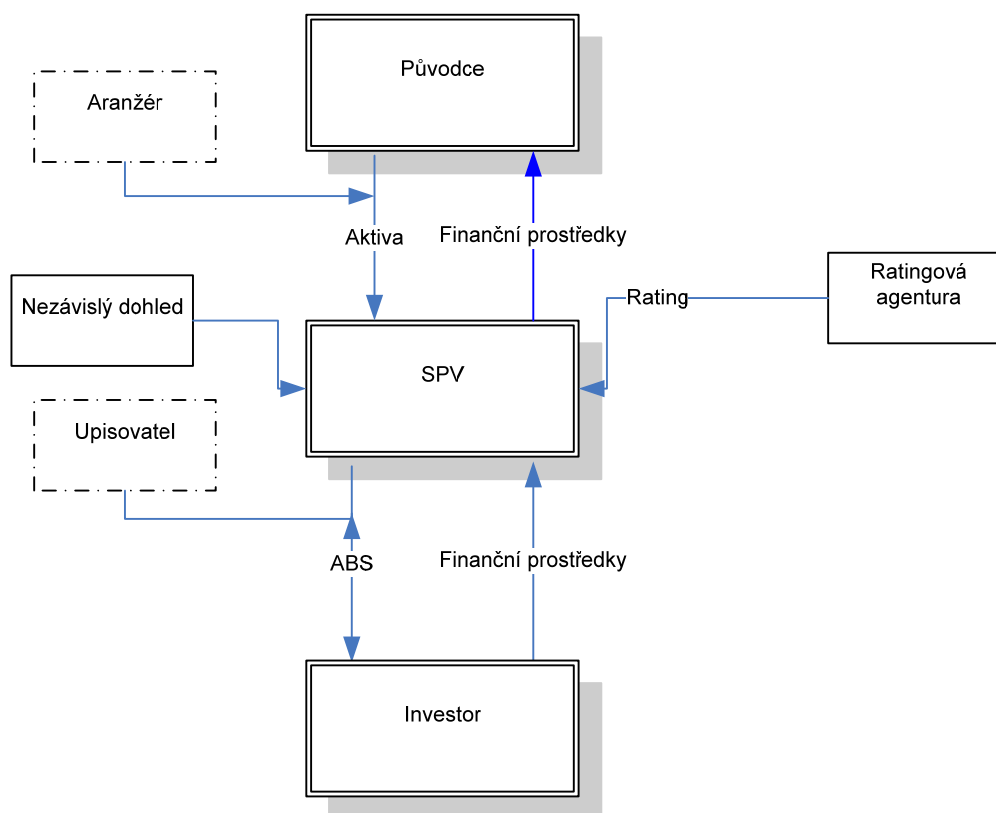
Další možností, jak splácet jistinu je metoda Pro Rata. V případě, že dochází k předčasnému splacení určitého aktiva v poolu, tak se tato suma rozdělí v podílech, v jakých jsou vydány cenné papíry dle seniority tranší.

Kupon

ABS můžou být vydány s fixním nebo plovoucím kuponem. Cenné papíry kryté aktivy s fixním kuponem určují výši tohoto kuponu v době vydání cenného papíru, podobně jako korporátní dluhopisy. Plovoucí kupon bývá často navázán na referenční sazbu, jako například na LIBOR, a ještě je navýšen o prémii za postoupené riziko.

2.2. SPV a princip sekuritizace – tranše, role v sekuritizaci

V sekuritizaci vystupuje několik rolí, jejichž vzájemný význam a provázanost objasňují následující řádky a obrázek:



Sekuritizace se účastní mnoho stran, ale ne každá sekuritizace musí obsahovat všechny strany, jejichž výčet je uveden níže.

Původce – strana, která vlastní půjčky nebo jiná aktiva připravená k sekuritizaci.

Servicer (Obsluhující) – strana, která obsluhuje dané půjčky či aktiva, často je identická s Původcem nebo se případně jedná o společnost založenou původcem. Synonymně se používá označení Manažer portfolia.

Sponzor – má v sekuritizaci podobnou roli jako původce, sdružuje více původců dohromady a připravuje tak větší sekuritizační balík aktiv. Často ani vůbec žádná aktiva nevlastní.

Aranžér – poradce, který strukturuje portfolio. Vyjednává a radí při stanovování podmínek transakce. Je jím obvykle investiční banka nebo investiční oddělení velké bankovní skupiny.

Special Purpose Vehicle (SPV) – právní vlastník portfolia aktiv prodaných Původcem. Speciálně utvořená společnost (často s minimálním základním kapitálem) určená

speciálně pro svoji roli v jedné sekuritizaci. SPV je vydavatel cenných papírů krytých aktivy, které jsou většinou veřejně obchodovatelné.

Ratingová agentura – strana poskytující rating pro ABS na základě podkladových aktiv, bez kterého by nebylo ve většině případů možné dané ABS prodávat.

Investoři – kupci ABS, často velcí institucionální investoři jako banky, pojišťovací společnosti, fondy finančních trhů a podobně.

Dohled – nezávislá společnost, která dohlíží na regulérnost sekuritizace ve prospěch držitelů emitovaných tranší.

Facilitators (Facilitátoři) – Ostatní účastníci procesu sekuritizace v něm zaujímají rozličné role, jako například daňový a právní poradci, auditoři, tvůrci trhu ABS a obchodníci.

Swapová protistrana – v případě potřeby převádí fixní platby na plovoucí a naopak.

Poskytovatel likvidity – v okamžiku časového nesouladu finančních toků mezi aktivy a pasivy dodává za poplatek potřebnou likviditu do předem stanovené výše.

Upisovatel – zprostředkovává prodej emitovaných tranší cenných papírů.

2.3. Role SPV v sekuritizaci

SPV je právnická osoba vytvořená obchodní společností (sponzorem či původcem) pomocí právnického úkonu. Následně probíhá transfer aktiv do této společnosti za specifickým účelem nebo sérií těchto účelů.

Ve světě může SPV nabývat různých právních podob, u nás by se jednalo nejčastěji o společnost s ručením omezeným, ve světě se nejčastěji jedná o tzv. „Trust Company“.⁶

SPV se vyznačuje velmi často následujícími charakteristikami:

- Minimální základní kapitál,
- Nemá vlastní zaměstnance a management,
- Administrativa spočívá pouze v redistribuci finančních prostředků, nejsou prováděny žádné jiné kroky,
- Aktiva držaná SPV jsou obsluhována třetí stranou,
- Jsou strukturovány tak, že prakticky u nich nemůže nastat bankrot.

Jeden z argumentů, proč jsou SPV užívány je, že původci můžou profitovat z nižších nákladů na kapitál. Svoje dluhy můžou odprodat právě přes SPV a tudíž si zvýšit svůj rating.

⁶ Společnost spravující majetek druhých a fungující jako obchodní banka

SPV jsou většinou strukturovány tak, aby byly daňově neutrální. Těto daňové neutrality se dosahuje díky tomu, že jsou zakládány v daňových rájích, jako jsou například Kajmanské ostrovy.

2.3.1. Proč se vyplatí sekuritizovat

Zkusme vytvořit jednoduchý model rozhodování firmy mezi projekty, zda se vyplatí sekuritizovat nebo nikoliv.

Nechť má firma na výběr dva projekty ve stejnou dobu. Nechť e_i značí velikost úsilí k provedení projektu i . Toto nám poslouží jako hodnota pro porovnání přínosu sekuritizace.

Každý z projektů necht' potřebuje 1 € investice. Necht' firma má sumu $E < 2$ € pro financování těchto dvou projektů. Jestliže je $E < 2$, tak si musí firma půjčit $D = 2 - E$ a slíbit splatit F na konci období. Dluh je naštěstí daňově zvýhodněn, takže firma potřebuje jenom $(1 - t) * F$ na konci období, kde t je relevantní míra daňového zvýhodnění. Předpokládejme pro zjednodušení, že úroková míra v ekonomice je 0.

Firma oceňuje jednotlivou kvalitu projektů pomocí veličiny úsilí vynaloženého na jeho zdárné dokončení, které je značena e , která nabývá dvou hodnot $\{e_H, e_L\}$, kde $e_H > e_L$. Takový projekt přinese výnos y^H s pravděpodobností e a y^L s pravděpodobností $(1-e)$, kde $y^H > y^L$. Dále víme, že realizace projektů jsou na sobě vzájemně nezávislé. Poté máme 4 možné stavy na konci období $\{y^H, y^H\}$, $\{y^H, y^L\}$, $\{y^L, y^H\}$ a $\{y^L, y^L\}$. Víme, že jednotlivé úsilí lze ocenit pomocí funkce $h(e)$. Toto úsilí můžeme interpretovat jako ostatní zdroje potřebné k provedení projektu.

Nechť projekty splňují následující předpoklady:

- A1.** $2(e_H y^H + (1 - e_H) y^L) - h(e_H) > D$, tudíž projekty mají kladnou současnou hodnotu, pokud pro ně volíme vysoké úsilí e_H .
- A2.** $2(e_L y^H + (1 - e_L) y^L) - h(e_L) < D$, tudíž projekt má negativní současnou hodnotu, když volíme úsilí e_L .
- A3.** $2y^L - h(e) < F$, pro libovolné e , neboli default je jistý, pokud každý projekt vynese y^L . (stav $\{y^L, y^L\}$)
- A4.** $2y^H - h(e) > y^H + y^L - h(e) > F$, tudíž default nenastane v ostatních případech.

Předpoklad **A1**. zajišťuje, že investoři budou investovat, pokud si budou jisti, že firma vyvine velké úsilí k uskutečnění projektu.

Společnosti dále čelí nákladům na bankrot, které jsou úměrné velikosti obratu společnosti, tudíž větší firmy mají větší náklady na bankrot. Tyto náklady jsou poté ve skutečnosti zaplacený dlužníky. Označme je c a počítejme je na jednotku výstupu.

Předpokládejme, že náklady na bankrot budou v intervalu (0,1). Pokud by měly být náklady na bankrot větší než 1, tak k bankrotu nedojde z důvodu předluženosti firmy.

2.3.2. Výsledky financování v případě nepoužití sekuritizace

Jako první se zaměříme na situaci, kdy se společnost rozhodne obstarat si prostředky bez sekuritizace. V tomto případě hledá společnost F a e z hodnot $\{e_H, e_L\}$ tak, aby maximalizovala očekávanou užitnou hodnotu projektů:

$$\text{Max: } V = e^2(2y^H - h(e) - (1-t)F) + 2e(1-e)(y^H + y^L - h(e) - (1-t)F)$$

$$\text{Za podmínek: (i) } E(F) \geq D$$

$$\text{(ii) } V(e=e_H; e_0=e_H) \geq V(e=e_L; e_0=e_H), \text{ kde } e_0 \text{ značí počáteční úsilí vyvinuté na realizaci projektu.}$$

Z prvního omezení plyne, že očekávaná výplata pro majitele dluhu musí být minimálně velikost půjčené částky, jinak tento dluh nikdo financovat nebude. Podmínku (i) můžeme přepsat pomocí předpokladu, že investoři dostanou pouze očištěnou sumu po odpočtu vynaloženého úsilí a ceně bankrotu následovně:

$$(e^2 + 2e(1-e))F + (1-e)^2(2y^L(1-c) - h(e)) \geq D$$

Předpokládejme, že investoři znají počáteční úsilí podniku na realizaci projektu $e=e_0$. Poté je nejmenší možná částka, kterou jsou investoři ochotni akceptovat jako splátku:

$$F_0 = \frac{D - (1-e_0)^2(2y^L(1-c) - h(e_0))}{e_0(2-e_0)}$$

Doplníme – li tuto podmínku do optimalizačního problému, dostáváme omezení na výběr e :

$$\max V = 2ey^H + 2e(1-e)y^L - e(2-e)h(e) - (1-t)e(2-e)F_0$$

$$\text{S omezením: } V(e=e_H; e_0=e_H) \geq V(e=e_L; e_0=e_H)$$

Omezení požaduje, aby volba úsilí firmy, do kterého projektu investovat byla totožná s očekáváním investorů o tomto úsilí. Předpokládejme, že toto očekávání je konzistentní, tudíž $e = e_0 = e_H$. Potom pro hodnotu společnosti V_H máme:

$$V_H = 2e_H y^H + 2e_H(1-e_H)y^L - e_H(2-e_H)h(e_H) - (1-t)(D - (1-e_H)^2(2y^L(1-c) - h(e_H)))$$

Lemma 1:

Jestliže $2y^H(e_H - e_L) + 2y^L(e_H(1 - e_H) - e_L(1 - e_L)) - h(e_H)e_H(2 - e_H) + h(e_L)e_L(2 - e_L) - (1 - t)(D - (1 - e_H)^2(2y^L(1 - c) - h(e_H)))(1 - (e_L(2 - e_L)/e_H(2 - e_H))) > 0$, tak pak v optimu investoři věří, že $e_0=e_H$ a firma volí $e=e_H$. Hodnota firmy je pak dána hodnotou V_H .

Důkaz:

Omezující podmínka optimalizační úlohy je splněna, pokud platí nerovnost z Lemma 1. Tudíž optimalizační úloha má řešení.

Zbývá dokázat, že rovnost pro F odvozená za předpokladů A3 a A4 je konzistentní. Výraz pro F :

$$F = \frac{D - (1 - e_H)^2 (2y^L (1 - c) - h(e_H))}{e_H (2 - e_H)}$$

Dosaďme do podmínky A3, zjednodušíme a dostáváme:

$2y^L (1 - c(1 - e_H)^2) - h(e_H) < D$, což odpovídá A3 a je konzistentní s nerovností v Lemmatu.

Obdobnou substitucí provedeme do výrazu A4 a po zjednodušení dostáváme:

$(e_H - 1)^2 y^L (1 - 2c) - h(e_H) > D$.

Q.E.D.

2.3.3. Výsledky financování v případě sekuritizace

Nyní předpokládejme, že podnik založil SPV k financování jednoho projektu a druhý bude případně financovat z vlastních zdrojů. SPV nemá žádné náklady na bankrot, ale nemá ani žádné daňové zvýhodnění jako má úvěr. Firma nejdříve vybere, který projekt bude financovat přímo a který bude sekuritizovat. Následně se rozhodne, jaké úsilí věnuje konkrétnímu projektu.

Na rozvahové financování projektu si podnik půjčí $0,5D$ se slibem vrátit F^B na konci období. Na mimo rozvahové (SPV) financování si podnik taky půjčí $0,5D$ a slibuje vrátit F^S na konci období. Podnik má následně v bilanci dvě aktiva, vlastní projekt a majetkový nárok na SPV, tj. například pokud se vyplatí z SPV investorům částka F^S a v SPV ještě určitý podíl zbývá (např. F^O), tak nárok na konci periody je v velikosti $\max(F^O - F^S, 0)$.

Analogicky k případům bez sekuritizace definujeme podmínky bankrotu:

A3a. $2y^L - h(e) < F^B + F^S$ pro e z hodnot $\{e_H, e_L\}$, neboli default obou aktivit nastane pouze v případě $\{y^L, y^L\}$.

A4a. $2y^H - h(e) > y^H + y^L - h(e) > F^B + F^S$ pro e z hodnot $\{e_H, e_L\}$, neboli v jiných stavech default nenastane.

Předpoklad A4a. tvrdí, že tyto dva projekty budou generovat dostatečné výplaty k zabránění bankrotu, ovšem záleží i na tom, který projekt bude zařazen pod SPV. Předpokládejme, že ve dvojici $\{y^2, y^3\}$ bude první projekt realizován pomocí úvěru a druhý projekt realizován pomocí SPV.

Dále předpokládejme:

A5. $(1 - e_H)2y^L(1 - c) < 0,5D$, neboli očekávaný výnos pro podnik v případě, že oba projekty skončí ve stavu $\{y^L, y^L\}$ nebude dostatečný, aby podnik uspokojil banku a byl schopný zaplatit $0,5D$ a tudíž krachuje.

Problémem podniku je tedy vybrat F^B , F^S a e z hodnot $\{e_H, e_L\}$, tak, aby:

$$\text{Max } V_S = e^2(2y^H - h(e) - (1-t)F^B - F^S) + e(1-e)(y^L + y^H - h(e) - (1-t)F^B - F^S) + e(1-e)(y^H - h(e) - (1-t)FB)$$

Za podmíněk: (i) $E[F^B] \geq 0,5D$

(ii) $E[F^S] \geq 0,5D$

(iii) $VS(e=e_H; e_0=e_H) \geq VS(e=e_L; e_0=e_H)$

Řešení tohoto problému je analogické jako řešení problému bez sekuritizace v Lemmal. Zaměřme se na hodnotu V_S jako výslednou hodnotu podniku po sekuritizaci:

Věta 1 (Výhodnost sekuritizace):

Pokud $(1 - e_H)2y^Lc - t(0,5D - (1-e_H)2y^L(1-c)) > 0$, pak je pro podnik optimální použít SPV jako zdroj financování pro jeden projekt.

Důkaz:

Podmínka vznikne upravením výrazu $V_S - V_H > 0$.

Q.E.D.

Faktory, které zásadně ovlivňují sekuritizaci jsou daně t , náklady na bankrot c a riziko měřené veličinou $(1-e_H)^2$, například pravděpodobnost bankrotu. Na základě těchto ukazatelů můžeme vyslovit lemma o závislosti těchto ukazatelů a výhodnosti sekuritizace:

Lemma 2:

Profitabilita financování pomocí cenných papírů krytých aktivy se zvyšuje s rostoucími náklady na bankrot c , klesající úrokovou mírou t a rostoucí rizikovosti projektu $(1-e_H)^2$.

Důkaz:

Derivace $V_S - V_H$ podle c , t a $(1-e_H)^2$ jsou:

$$A5 \Rightarrow \frac{\partial(V^S - V^H)}{\partial t} = -[0,5D - (1 - e_H)^2 y^L (1 - c)] < 0.$$

$$\frac{\partial(V^S - V^H)}{\partial c} = (1 - e_H)^2 y^L (1 - t) > 0.$$

$$\frac{\partial(V^S - V^H)}{\partial(1 - e_H)^2} = (1 - t)cy^L + ty^L > 0$$

Q.E.D.

Lemma 2 identifikuje hlavní ukazatele hodnoty SPV pro rozhodnutí, které projekty jsou vhodné na realizaci pomocí SPV a které se dají naopak snáze realizovat pomocí jiných forem financování.

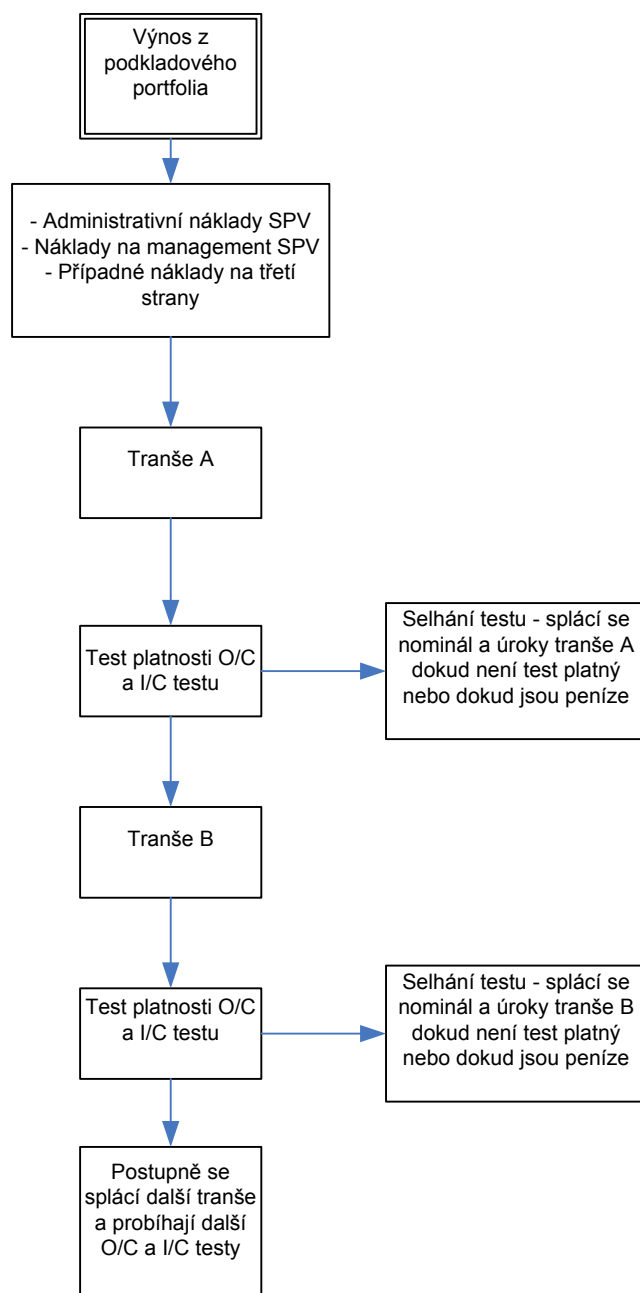
2.4. Cash Flow – toky financí v sekuritizaci

Hlavní oblastí, která každého investora bezpochyby zajímá, je jeho potencionální zisk. V případě sekuritizace není tak úplně jednoduché rozhodnout, jaký výnos ze sekuritizace může investor dosáhnout. Velmi záleží na tom, jaký typ seniority tranše si investor pořídí. Poté může počítat s vyšším či nižším výnosem svého cenného papíru za cenu vyššího či nižšího rizika.

Princip vyplácení tranše je založen na rozdělení tranší dle jejich seniority. Čím je tranše nadřazenější (seniornější), tím spíše by měla být upřednostněna její výplata před tranšemi podřazenějšími (juniorními). Základním a nejčastěji používaným principem je princip vodopádu (Waterfall principle). Tento princip lze ve specifických případech doplnit ještě postupem založeným na skóre rozmanitosti – BET.

2.4.1. Princip vodopádu – Waterfall principle

Princip vodopádu je založen na postupném uspokojování nároků tranší od nejvíce seniorní po equity tranši. Tento postup je naznačen níže na obrázku (Obr. 1):



(Obr. 1)

Po uspokojení požadavků SPV se tedy postupně vyplácí dlužné částky jednotlivým tranším dle seniority na základě O/C a I/C testů. Jestliže jsou O/C a I/C testy splněny a ještě stále zbývá nerozdělených kapitál, tak tento se připíše na účet nejvíce juniorní tranši. Tato tranše tedy nese největší riziko, ale pokud všechny testy dopadnou výborně, může přinést velmi zajímavé zhodnocení vložených finančních prostředků.

2.5. O/C a I/C testy

Tyto testy patří mezi základní testy v procesu sekuritizace. Rozhodují o výplatách příjmů z jednotlivých tranší konkrétním cenným papírům podle seniority.

2.5.1. O/C test

Zkratka pochází z anglického overcollateralization nebo často synonymně P/V test⁷. Vychází ze současné tržní hodnoty podkladového aktiva. Úkolem je ochránit investici dle seniority tranší v případě nedostatku kapitálu pro výplatu tranší. Pokud hodnota O/C testu neustále v čase klesá, signalizuje tento pokles negativní změnu ve kvalitě podkladového portfolia. Tento pokles nastává hlavně, pokud s rostoucím časem rostou defaulty v portfoliu podkladových aktiv. Další podstatnou vlastností O/C testu je, že jeho hodnota klesá s tím, jak jsou tranše méně seniorní.

Hodnotu tohoto testu pro tranši j lze vyjádřit vzorcem:

$$r_{OC,j} = \frac{P_{PF}}{\sum_{i=1}^j P_i}$$

Kde

- P_{PF} je aktuální nominální velikost podkladového portfolia (bez zdefaultovaných aktiv).
- p_i je aktuální velikost i -té tranše (přitom platí, že čím je vyšší i , tím se jedná o méně seniorní tranši).

Hodnota $r_{oc,j}$ tohoto testu se porovnává s takzvanou bariérou $t_{oc,j}$ a pokud je větší nebo rovna, tak se považuje tento test za splněný. Bariéra $t_{oc,j}$ je předem domluvená minimální hodnota testu, se kterou jsou seznámeny všechny strany účastníci se sekuritizace. Je zřejmé, že ke splnění závazku bude hodnota bariéry ≥ 1 , nižší hodnota bariéry dokáže uspokojit výplatu majitelů cenných papírů krytých aktivy jenom částečně.

Změny v průběhu času v hodnotách O/C testu pro jednotlivé tranše můžeme taky považovat za změny výsledků v substituci podkladových aktiv v portfoliu. Například, když z portfolia prodáme aktivum za 90 procent jeho tržní hodnoty a nové aktivum do portfolia nakoupíme za 100 procent tržní hodnoty, celková hodnota O/C testu poklesne. Naopak, pokud vyměníme z portfolia aktivum za cenu blízkou tržní hodnotě za aktivum podhodnocené, tak hodnota O/C testu vzroste. Tento princip substituce u sekuritizace je taky znám jako „par

⁷ Z anglického Pair Value Test

building trade“. Nebezpečí těchto obchodů z pokladovými aktivy spočívá v tom, že umožňuje správcům sekuritizace ovlivňovat hodnotu O/C testu a tím i rozhodovat o velikosti vyplaceného kapitálu na jednotlivé tranše. Proto je vždy nutné situace výměny jednotlivých aktiv v portfoliu patřičně smluvně ošetřit.

2.5.2. I/C test

Zkratka pochází z anglického interest coverage test. Tento test je opět mírou, která umožňuje ochránit výnos z tranší dle jejich seniority. Pokud selže I/C test, tak výnos plyne do dané tranše z nároků méně seniorních tranší po dobu, dokud není tato tranše uspokojena.

Hodnota I/C testu se dá pro j-tou tranši vyjádřit následujícím vztahem:

$$r_{ic,j} = \frac{i_{PF}}{\sum_{i=1}^j I_i}$$

Kde veličina:

- i_{PF} je součtem kuponů podkladového aktiva za poslední úrokové období.
- I_j je kupon splatný ve prospěch j-té tranše za poslední úrokové období.

Hodnota I/C testu se opět porovná s hodnotou bariéry pro příslušný test a určí se, zda je test splněn nebo ne. Bariéra pro tento test má optimálně hodnotu ≥ 1 . Pokud je ve smlouvě domluvena hodnota nižší, tak může dojít k neúplnému uspokojení pohledávek.

2.6. BET metodologie

Kromě oblíbeného principu vodopádu popsaného výše existují i další specializované postupy, jak rozdělovat finanční toky plynoucí do SPV. Jedním z nich je například algoritmus BET, který popisuje v článku Garcia [4]. Tento postup byl vynalezen ve společnosti Moody's a je založen na principu skóre rozmanitosti (Dále jen DS – Diversity score). Základní myšlenkou tohoto algoritmu je nalézt k portfoliu heterogenních vzájemně korelovaných aktiv portfolio homogenních nezávislých se stejnými pravděpodobnostmi defaultu. Jakmile máme pomocí skóre rozmanitosti toto portfolio nalezeno, můžeme pak mnohem snáze počítat hodnoty portfolia na nezávislých aktivech a aproximovat jimi hodnoty na aktivech závislých. Celý proces výpočtu skóre rozmanitosti probíhá v šesti krocích.

Krok 1 – Prvním krokem pro výpočet rozdělení cash flow je výpočet DS pro portfolio. Čím nižší je diverzifikace portfolia, například v případě vysoké koncentrace aktiv v portfoliu z jednoho odvětví ekonomiky, tím nižší by mělo být DS . Diverzifikace je měřena ve dvou úrovních:

- První úroveň je úroveň vlastníka aktiva. Zde se určí poměr velikosti aktiva vlastníka a průměrné velikosti všech aktiv v portfoliu. Výsledky se znormují na hodnoty z intervalu [0,1]. Tento výsledek nám dává ekvivalentní jednotkové skóre (*EJS*) na vlastníka.
- Druhou úroveň je agregace na průmyslové odvětví aktiv. Nejdříve se sečtou všechny *EJS* hodnoty vlastníků aktiv v určitém průmyslovém odvětví (Agregované *EJS*, *AEJS*) a poté se ještě případně nelineárně znormují⁸ do hranic předem definovaného intervalu pro získané *DS* jednotlivých průmyslových odvětví, například [1,100]. Po případném znormování se jednoduše sečtou *DS(i)* pro všechna průmyslová odvětví a získá se skóre rozmanitosti *DS*.

Krok 2 - Následujícím krokem je odhad cash flow z každého možného složení homogenních cenných papírů krytých aktivy. K tomuto odhadu je dobré využít následujících zjednodušujících předpokladů pro:

1. Jistinu plynoucí z portfolia. Pro všechny homogenní cenné papíry kryté aktivy se předpokládá shodná doba maturity, která je odvozena z průměrné vážené doby života (*VDZ*) všech aktiv v portfoliu.
2. Úrok placený z aktiv. Pro všechny homogenní ABS se předpokládá, že mají stejný kupon, rovný váženému průměrnému kuponu (*VPK*) všech kuponů v portfoliu.
3. Recovery rate⁹ (*VPR*) pro případ defaultu. Standardní přístup v algoritmu užívá předdefinovanou recovery rate, ale může se například generovat z β -rozdělení.

Předpokládejme, že *NT* je celkový hypotetický objem portfolia. Velikost hypotetického objemu v případě *j* defaultů je dána vzorcem:

$$D_j = (NT/DS) * j$$

A ztrátu na *D_j* lze vyjádřit jako:

$$Ztráta_j = DJ * (1 - VPR)$$

4. Rozdělení ztráty v čase. Standardní přístup předpokládá šest vzorů:

i. 501010101010

ii. 105010101010

⁸ Nelinearita značí, že pokud budeme porovnávat poměr $AEJS(i)/AEJS(j)$ k $DS(i)/DS(j)$ pro odvětví *i* a *j*, tak se tyto dva poměry nebudou rovnat.

⁹ Neboli míra návratnosti aktiva v případě defaultu. Udává velikost prostředků, které se v případě defaultu podaří z aktiva získat na jednotku nominální hodnoty aktiva.

- iii. 101050101010
- iv. 101010501010
- v. 101010105010
- vi. 101010101050

Každý scénář je konstruován na dobu 6 let, kde 50 značí, že 50% z celkové ztráty se odehraje v tomto roce a zbylá ztráta bude rovnoměrně distribuována v ostatních letech.

Krok 3 - Ve třetím kroku se výplaty v celém portfoliu s předpoklady uvedenými výše nasimulují pomocí Principu vodopádu a vypočítá se, kolik peněz dostane jednotlivý majitel tranše a jak velká je současná hodnota jejich ztrát dle různých scénářů v druhém kroku.

Krok 4 – Algoritmus pokračuje použitím hodnot *VPR* a *VDZ* k odhadu pravděpodobnosti defaultu *j*-tého aktiva z portfolia. S touto pravděpodobností můžeme spočítat pravděpodobnosti každého cash flow vygenerovaných ve scénářích v druhém kroku .

Krok 5 - Pátý krok spočívá ve spojení výsledků různých scénářů defaultu ze třetího kroku a pravděpodobností pro každý z těchto scénářů spočítaných ve čtvrtém kroku . Toto spojení vede k určení rozložení ztráty a průměrné ztráty pro každý scénář.

Krok 6 - V šestém kroku dochází k očekávanému porovnání ztráty získané v pátém kroku s „cílovými“ ztrátami a rozhodnutí, zda má tranše daný rating zaslouženě nebo ne. S tím pak souvisí i rozhodnutí, zda danou tranši zakoupit a nebo, zda se raději rozhlédnout po investici jinde.

3. Oceňování cenných papírů krytých aktivy

Existuje několik desítek metod, jak oceňovat cenné papíry emitované na základě krytí aktivy. Cílem této kapitoly je popsat základní metody, které se dají použít při oceňování cenných papírů krytých aktivy.

3.1. Metoda oceňování založená na principu CashFlow

Tento oddíl volně vychází z publikace Stone [9, kapitola 3], kde je postup uveden na praktickém případě pro MBS, avšak my je zde rozšíříme různé typy aktiv, které splňují předpoklady tohoto modelu. Dále tento model vylepšíme zavedením úročení do modelu a zavedením dalších parametrů, jako je například pravděpodobnost defaultu. Model rozhodně není vyspělý a má mnoho omezujících předpokladů, je zde uveden především pro svoji univerzálnost a v podstatě neomezené použití pro jakékoliv případné podkladové aktivum. Model je tedy základem pro další pochopení následujících modelů, které jsou jenom jeho složitější nadstavbou.

Mějme soubor homogenních aktiv¹⁰, u kterého předpokládáme stejnou míru výnosnosti r po celou dobu trvání existence cenného papíru krytého aktivy. Necht' dlužníci platí v pravidelných časových intervalech stejnou částku sestávající se ze splátky jistiny a úroku – označme tuto částku P .

Poplatek za správu portfolia označme s , který je stanoven jako poměrná částka ze zbývajících nezaplacených částek za každý časový interval, vzhledem k počátku časového intervalu. Necht' má každý z dlužníků možnost zaplatit svůj dluh předčasně, označme PS jako míru předčasného splacení dluhu v daném časovém období. Tato míra označuje, kolik dlužníků se rozhodne v daném období zaplatit celý svůj dluh a jejich dluhy se již pak nebudou v poolu objevovat.

Nesmíme dále zapomenout na možnost defaultu dlužníka, označme PD jako pravděpodobnost defaultu jednotlivého dlužníka v daném časovém období. Dále označme m_0 jako počet aktiv v poolu v roce nula a H_0 jako hodnotu jednoho aktiva v roce 0. Pro model dále vyloučíme situaci, že by se v jednom roce rozhodl dlužník nejdříve svůj dluh celý uhradit a následně by byl defaultní nebo naopak. Pro hodnotu souboru podkladových aktiv (tu označme $Pool_t$ jako hodnotu v čase t) na počátku sekuritizace bude platit vzorec:

¹⁰ V případě velkého aktiva, jako je například jaderná elektrárna, nebo nákupní středisko či kancelářské komplexy bude v poolu takové aktivum často o samotě, v případě hypotečních úvěrů, úvěrů z kreditních karet nebo půjček domácnostem se často sdružují stovky jednotlivých případů do jednoho balíku aktiv.

$$Pool_0 = m_0 * H_0$$

V průběhu prvního období mohou nastat tyto situace:

- Část aktiv z poolu bude předčasně splacena, tato část se v průběhu prvního období vypočítá jako $PS * m_0$.
- Část aktiv z poolu bude defaultních, a hodnota ztráty tak bude $PD * m_0$.

Poté můžeme určit hodnotu poolu pro další rok:

$$Pool_1 = m_0 * (1-PS) * (1-PD) * H_1$$

A následně i obecnou hodnotu poolu v roce t :

$$Pool_t = \max(m_0 * (1-PS)^t * (1-PD)^t * H_t, 0)$$

Kromě hodnoty daného poolu nás samozřejmě hlavně zajímá, jaké bude cash flow pro majitele cenných papírů krytých aktivy z tohoto poolu. Nejdříve uveďme úplně jednoduchou podmínku, kterou musí splňovat výnosová míra, aby měl pool smysl:

Výnosová míra cenných papírů emitovaných z poolu aktiv $\leq (r-s)$, kde r je výnosová míra pokladových aktiv a s je servisní poplatek za správu aktiv.

Nyní se již věnujme tokům, které plynou pro majitele cenných papírů krytých aktivy z poolu. Označme tyto toky jako CF_t . Tyto toky jsou pravidelné toky periodicky se opakující každé určité období, ovšem nemají stejnou výši. Pak máme pro konec prvního období vzorec:

$$CF_1 = m_0 * (1-PD) * P + PS * m_0 * (1-PD) * H_1 + m_0 * (1-PD) * H_0 * r - s * Pool_0$$

Pro konec druhého období pak bude platit vzorec:

$$CF_2 = m_0 * (1-PD)^2 * (1-PS)^1 * P + PS * m_0 * (1-PD)^2 * (1-PS) * H_2 + m_0 * (1-PD)^2 * (1-PS) * H_1 * r - s * Pool_1$$

Pomocí analogie mezi prvním a druhým obdobím určíme hodnotu obecné výplaty na konci období t , za předpokladu, že ještě nenastalo splacení nebo default všech aktiv. Dále je nutno vzít v úvahu, že tato hodnota je vyšší než nula, pokud by byla nižší než nula, tak by to svědčilo o zániku poolu aktiv. Hodnota v čase t je tedy:

$$CF_t = m_0 * (1-PD)^t * (1-PS)^t * P + PS * m_0 * (1-PD)^t * (1-PS)^{t-1} * H_t + m_0 * (1-PD)^t * (1-PS)^{t-1} * H_{t-1} * r - s * Pool_t$$

Vypočetli jsme tedy dva základní ukazatele, které každý investor investující do cenných papírů zajištěných aktivy bude mít. Jednak máme informace o hodnotě všech aktiv v daném portfoliu a to i s ohledem na jejich časový vývoj a dále pak máme informace o příjmech, které může majitel dluhopisu předpokládat.

Informace o nominální hodnotě všech podkladových aktiv v čase t ($Pool_t$) a především pak hodnota $Pool_0$, nám slouží k tomu, abychom správně odhadli velikost celého portfolia a byli schopni upsat cenné papíry v patřičných tranších příslušného objemu. Informace o

pravděpodobnosti defaultu je primární informací o portfoliu, která nám pomáhá při stanovení a rozdělení tranší podle stupně seniority. Zároveň je vodítkem investorů, kteří mohou spočítat svůj pravděpodobný výnos podle toho, kterou část tranše se rozhodnou zakoupit.

Druhou důležitou veličinou výše modelovanou je Cash Flow. Na základě metody vnitřního výnosového procenta může investor velmi snadno vypočítat, zda se mu na základě jím zvolených parametrů vyplatí investovat do tohoto typu cenného papíru či nikoliv. Základem této metody, jakož i následujících metod, je v odhadu parametrů. Můžeme jenom modelovat vývoj celého portfolia sekuritizovaných aktiv s ohledem na zvolené parametry, ale nikdo neví, jaká parametry jsou ty nejvhodnější. Investor vycházející z vlastní dlouhodobé zkušenosti může volit parametry naprosto odlišné od parametrů původce sekuritizace. Tak může investor na sekuritizaci například nákupem junior tranší velmi vydělat.

Jak je ale z příkladu patrné, je potřeba splnění mnoha různých podmínek, aby se tento model dal aplikovat. Především podmínky na homogennost portfolia jsou v praxi téměř nesplnitelné, až na několik výskytů portfolií, které lze pokládat za homogenní, například portfolia tisíců dluhů z kreditních karet s téměř shodnými vlastnostmi.

Tento na první pohled docela jednoduchý model je názorným příkladem oceňování struktury ABS. Jeho omezením například mohou být totožné pravděpodobnosti předčasného splácení a defaultu pro všechny aktiva v souboru. Výhodou naopak zůstává jednoduchá struktura modelu.

3.2. Metody výpočtu Cash Flow

Jak vidíme z předchozího textu, jednou z hlavních priorit pro určení ceny cenného papíru je Cash Flow, která na daný cenný papír plyne. Bylo již zmíněno výše, že existuje nespočetně mnoho různých podkladových aktiv, které mohou být sekuritizovány. V této práci se proto zaměříme na dvě hlavní oblasti sekuritizace

- Sekuritizace produkčního podniku
- Sekuritizace cenných papírů

V oblasti sekuritizace cenných papírů budeme zkoumat jejich kvalitu a míru návratnosti v případě defaultu. V oblasti produkčního podniku se pokusíme popsat tento podnik pomocí modelování cen vstupů, provozních nákladů a cen výstupů.

3.2.1. Sekuritizace produkčního podniku

Uveďme si příklad sekuritizace produkčního podniku. Je to jeden z možných a využívaných způsobů financování a získávání prostředků na výstavby nových produkčních závodů či rekonstrukce závodů stávajících.

Ačkoliv se v následujících řádcích mnohokrát vyskytuje označení produkční podnik, tak se nemusí vždy jednat o produkční podnik. Pod cenou vstupů můžeme rozumět cenu surového železa vstupujícího do procesu následného zpracování stejně tak jako cenu energií potřebných k provozu nákupního střediska. Je proto snahou budovat model na velmi obecné úrovni.

Produkční podnik vnímáme jako entitu, která ke své činnosti potřebuje vstupy, tyto vstupy s různými náklady zpracovává a tvoří výstupy. Díky své činnosti tvoří tato entita zisk nebo ztrátu. A právě zisky z provozu entity lze úspěšně sekuritizovat.

Zabývejme se proto nyní modelováním cen vstupů a výstupů. Tyto ceny bereme jako časovou řadu. Časovou řadu je možné modelovat několika způsoby, jejichž postižení není cílem této práce. Jenom pro orientace uveďme následující možnosti:

- Lineární modely časové řady
- Box – Jenkinsova metodologie
- Modely ARIMA
- Spektrální analýza časových řad
- A mnohé další...

Nejvhodnější se ukazuje modelování časové řady pomocí náhodné procházky a případně pokročilých modelů jako jsou například ARIMA modely. Jelikož je většinou pro simulace důležitá předpověď vývoje dat dlouho do budoucnosti, tak je vždy potřeba pečlivě zvážit výběr modelu.

3.2.1.1. Spojitý proces

Aplikujme model náhodné procházky na ceny vstupů potřebných k fungování entity, stejně tak jako na cenu výstupů z podniku vycházející. Chceme, aby se s procesem dobře počítalo a současně aby dobře vystihoval danou situaci. Proto požadujeme:

- Proces, se kterým budeme modelovat ceny komodit, může měnit svoji hodnotu libovolně v čase,
- Hodnota tohoto procesu může být libovolná nezáporná,
- Hodnota se mění spojitě.

K simulaci tohoto procesu použijeme model Brownova pohyb, který má svůj původ ve fyzikálních modelech popisujících trajektorie náhodně se pohybujících částic plynu. Tento model je upravený tak, aby byl použitelný pro simulaci trajektorie vývoje cen komodit. Publikací, které se zabývají modelováním cen pomocí náhodné procházky, je celá řada, uveďme například publikace Profesora Cipry [2] nebo Glasserman [5].

Máme-li za cíl přiblížit model realitě, tak nutně musíme vycházet z již existujících dat. Například pro modelování cen komodit si můžeme vzít jejich spotové ceny v měsíčních intervalech. Z pozorování víme, že jednotlivé ceny komodit jsou na finančních trzích často velmi silně korelované, s rozptylem kolísajícím v závislosti na čase. Používají se proto různé transformace, které jsou navrženy například v publikaci Profesora Cipry [2]. Nejčastěji se vyšetřují různé změny pro původní řady cen $\{z_t\}$ a to:

- $y_{ta} = z_t - z_{t-1}$
- $y_{tb} = (z_t/z_{t-1}) - 1$
- $y_t = \log z_t - \log z_{t-1}$

Budeme využívat myšlenku Profesora Cipry. Ten v publikaci [2] uvádí, že z důvodu preference spojitě míry zisku přes delší časové období, která je v případě $\{y_t\}$ jednoduchou funkcí (součet těchto měr zisku přes kratší časové období) je výhodné používat právě transformaci (y_t).

Pokud použijeme poslední uvedenou transformaci, tak cenu z_t určíme jako:

$$z_t = z_{t-1} \exp(y_t)$$

3.2.1.2. Brownův pohyb

Standardním jednodimenzionálním Brownovým pohybem na intervalu $[0, T]$ rozumíme stochastický proces $\{W(t), 0 \leq t \leq T\}$ s následujícími vlastnostmi:

1. $W(0) = 0$;
2. přiřazení $t \rightarrow W(t)$ je s pravděpodobností 1 spojitá funkce na $[0, T]$;
3. přírůstky $\{W(t_1) - W(t_0), W(t_2) - W(t_1), \dots, W(t_k) - W(t_{k-1})\}$ jsou nezávislé pro libovolné k a doby $0 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_k \leq T$;
4. $W(t) - W(s) \sim N(0, t-s)$ pro libovolné $0 \leq s < t \leq T$;

Důsledek bodu 1 a 4 je, že $W(t) \sim N(0, t)$ pro $0 < t \leq T$.

Pro konstantní μ a $\sigma > 0$ nazýváme proces $X(t)$ Brownovým procesem se směrem μ a difúzním koeficientem σ^2 (zkratkou $X \sim BP(\mu, \sigma^2)$), pokud

$$\frac{X(t) - \mu t}{\sigma}$$

je standardním Brownovým procesem. Můžeme tedy konstruovat X ze standardního Brownova procesu W jako:

$$X(t) = \mu t + \sigma W(t).$$

Z čehož plyne, že $X(t) \sim N(\mu t, \sigma^2 t)$. Navíc, X řeší stochastickou diferenciální rovnici (SDR): $dX(t) = \mu(t)dt + \sigma(t)dW(t)$.

Předpoklad, že $X(0) = 0$ je přirozená normalizace, ale můžeme konstruovat Brownův pohyb s parametrem μ a σ^2 a počáteční hodnotou a tak, že jednoduše připočteme tuto hodnotu ke všem ostatním hodnotám procesu $X(t)$.

3.2.1.3. Generování náhodných veličin s normálním rozdělením

Před tím, než pojednáme o konstrukci náhodné procházky, je potřeba udělat několik přípravných kroků. Jedním z nich je pojednat o generování náhodných veličin z normálního rozdělení, neboť normálně oddělené veličiny jsou základem mnoha finančních simulací.

Základní vlastnosti normálního rozdělení s nulovou střední hodnotou a jednotkovým rozptylem, označovaným jako $N(0,1)$ jsou:

- Hustota: $\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, -\infty < x < \infty$
- Kumulovaná distribuční funkce: $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int e^{-\frac{u^2}{2}} du$

Jestli $X \sim N(0,1)$, potom $\mu + \sigma Z \sim N(\mu, \sigma^2)$. Když tedy máme metodu pro generování standardního normálního rozdělení, můžeme generovat vzorky X_1, X_2, \dots, X_k z $N(\mu, \sigma^2)$ pomocí vzorce $X_i = \mu + \sigma Z_i$. Je tedy dostačující pojednat o generování $N(0,1)$.

Box – Mullerova metoda

Asi nejjednodušší, ale ne nejrychlejší metodou je Box – Mullerova metoda. Jejich algoritmus generuje $N(0,1)$ pomocí dvou složek a a b , které mají rovnoměrné rozložení na intervalu $[0,1]$ – tyto hodnoty se dají vygenerovat například generátorem náhodných čísel. Pak když položíme $c = \sqrt{-2 \log a} \cos(2\pi b)$, tak bude platit, že $c \sim N(0,1)$.

3.2.1.4. Konstrukce náhodné procházky

Důvodů, pro konstrukci náhodné procházky jako modelu vývoje ceny komodit může být několik. Uveďme například názor Profesora Cipry [2, strana 150]: „Výše již byla zmíněna tzv. hypotéza náhodné procházky (random walk hypothesis), která neustále zůstává jednou

z klíčových otázek analýzy finančních časových řad. Tato hypotéza tvrdí, že zaznamenávané míry zisku y_t nebo y_t' se mění náhodným nepředvídatelným způsobem. Důsledkem této hypotézy je to, že nemá smysl pokoušet se zlepšit předpověď založenou na dnešních cenách pomocí informace obsažené v minulých cenách (alespoň pokud používáme lineární předpovědní modely).“

Profesor Cipra dále uvádí [2,151]: „Testování hypotézy náhodné procházky bylo provedeno pro téměř všechny světové finanční trhy. Obecný závěr lze formulovat zhruba v tomto smyslu, že ceny akcií na velkých světových akciových trzích tuto hypotézu podporují, zatímco ceny komodit v termínových obchodech (futures) a ceny akcií na menších akciových trzích od ní vykazují menší odchylky.“

Vidíme tedy, že pro simulování cen akcií na velkých světových trzích, ale třeba i spotových cen komodit se může hypotéza náhodné procházky dobře aplikovat. Důležitou vlastností bezesporu je, že pomocí této hypotézy můžeme modelovat vývoj ceny akcie či komodity na dlouhou dobu do budoucnosti. Proto se budeme konstrukcí náhodné procházky zabývat.

V odstavci s definicí Brownova pohybu jsme se zabývali hlavně hodnotami $W(t)$ a $X(t)$ definovanými ve fixních bodech $0 < t_1 < t_2 < t_3 < \dots < t_n$. Protože Brownův pohyb má nezávisle normálně rozdělené přírůstky, simulace $W(t_i)$ nebo $X(t_i)$ je poměrně přímočará. Necht' Z_1, \dots, Z_n jsou nezávislé normálně rozdělené veličiny, generované například Box-Mullerovou metodou. Pro standardní Brownův pohyb položíme $t_0 = 0$ a $W(0) = 0$. Hodnoty pak můžeme generovat jako:

$$W(t_{i+1}) = W(t_i) + \sqrt{t_{i+1} - t_i} Z_{i+1}, i = 0, \dots, n-1$$

Máme-li pak v datech pozorovanou určitý směr μ , tak můžeme náhodnou procházku generovat například jako:

$$X(t_{i+1}) = X(t_i) + \mu(t_{i+1} - t_i) + \sqrt{t_{i+1} - t_i} Z_{i+1}$$

Pro složitější modely, kde koeficienty normálního rozdělení závisí na čase t od počátku, můžeme upravit výše uvedený vzorec jako:

$$X(t_{i+1}) = X(t_i) + \int_{t_i}^{t_{i+1}} \mu(s) ds + \sqrt{\int_{t_i}^{t_{i+1}} u du} Z_{i+1}$$

Výše uvedené modely nám následovně poslouží k simulaci hodnot procesu vývoje spotových cen komodit v různých časech t_i .

3.2.1.5. Geometrická náhodná procházka

Nechť $X(t)$ označuje Brownův pohyb se směrem $\mu \geq 0$ a rozptylovým parametrem σ^2 . Stochastický proces definovaný jako:

$$Y(t) = e^{X(t)}$$

se nazývá Geometrický Brownův pohyb. Je zřejmé, že hodnoty $Y(t)$ jsou nezáporné a taky $X(t) = \ln Y(t)$, což je Brownův pohyb a můžeme tedy odvodit, že $\ln Y(t) - \ln Y(0)$ je normálně distribuovaná náhodná veličina se střední hodnotou μt a rozptylem $\sigma^2 t$. Z funkce hustoty veličiny $X(t)$ odvodíme hustotu rozložení $Y(t)/Y(0)$ jako:

$$f_y(y, t) = \frac{1}{y\sqrt{2\pi\sigma^2 t}} \exp\left(-\frac{(\ln y - \mu t)^2}{2\sigma^2 t}\right)$$

Střední hodnota $Y(t)$ za podmínky $Y(0) = y_0$ je:

$$\begin{aligned} E[Y(t)|Y(0) = y_0] &= y_0 \int_0^\infty y f_y(y, t) dy = y_0 \int_{-\infty}^\infty \frac{e^x}{\sqrt{2\pi\sigma^2 t}} \exp\left(-\frac{(x - \mu t)^2}{2\sigma^2 t}\right) dx \quad |x = \ln y \\ &= y_0 \int_{-\infty}^\infty \frac{e^x}{\sqrt{2\pi\sigma^2 t}} \exp\left(-\frac{[x - (\mu t + \sigma^2 t)]^2 - 2\mu\sigma^2 t^2 - \sigma^4 t^2}{2\sigma^2 t}\right) dx = y_0 \exp\left(\mu t + \frac{\sigma^2 t}{2}\right) \end{aligned}$$

A podobně rozptyl $Y(t)$ za podmínky $Y(0) = y_0$ se dá vyjádřit jako:

$$\begin{aligned} \text{var}(Y(t)|Y(0) = y_0) &= y_0^2 \int_0^\infty y^2 f_y(y, t) dy - \left[y_0 \exp\left(\mu t + \frac{\sigma^2 t}{2}\right) \right]^2 \\ &= y_0^2 \left(\int_{-\infty}^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 t}} \exp\left(-\frac{[x - (\mu t + 2\sigma^2 t)]^2 - 4\mu\sigma^2 t^2 - 4\sigma^4 t^2}{2\sigma^2 t}\right) dx - \left(\exp\left(\mu t + \frac{\sigma^2 t}{2}\right)\right)^2 \right) \\ &= y_0^2 \exp(2\mu t + \sigma^2 t) (\exp(\sigma^2 t) - 1) \end{aligned}$$

A dále platí pro každé $t_1 < t_2 < \dots < t_n$, že podíly $Y(t_2)/Y(t_1), \dots, Y(t_n)/Y(t_{n-1})$ jsou nezávislé náhodné veličiny.

3.2.1.6. Simulace forwardové křivky pro komodity

Zejména pro některé komodity je častým jevem, že se obchodují s mnoha termíny dodání. Takzvané spotové obchody znamenají, že komodita bude dodána v co nejbližším možném termínu po vypořádání obchodu. Forwardové obchody naopak znamenají, že se uzavře obchod s přesně danou cenou a termínem dodání komodity v budoucnosti. Zavedme proto pro spotovou cenu komodity v současnosti označení $S(0)$ a pro forwardovou cenu komodity v čase T označení $F(0, T)$. Cena $F(0, T)$ značí hodnotu, která bude zaplácena v čase T

za kontrakt zobchodovaný v současnosti. Předpokládejme, že obě ceny jsou nám v době rozhodování známe.

Pokud bychom brali do úvahy jenom čistě rizikově neutrální míru, tak bude určitě platit rovnost $F(0, T) = E[S(T)]$ a tato rovnice nám určuje cenu $S(T)$ jako¹¹:

$$S(T) = F(0, T) \exp\left(-\frac{1}{2}\sigma^2 T + \sigma W(T)\right).$$

Máme-li v jednom okamžiku k dispozici více forwardových hodnot $F(0, t_1), \dots, F(0, t_n)$ tak můžeme použít podrobnější vzorec:

$$S(t_{i+1}) = S(t_i) \frac{F(0, t_{i+1})}{F(0, t_i)} \exp\left(-\frac{1}{2}\sigma^2 (t_{i+1} - t_i) + \sigma \sqrt{t_{i+1} - t_i} Z_{i+1}\right)$$

Tyto modely pro forwardové obchody s komoditami však velmi často selhávají a to vinou specifčnosti komodit. Často máme na trhu sezónní komodity (jako například zemědělskou produkci), pro kterou nelze tyto modely téměř vůbec použít, protože jejich produkce je nerovnoměrně rozdělena v čase. Dalším specifikem komodit je skutečnost, že zatímco u cenných papírů můžeme počítat například s dividendami, u komodit se s dividendami rozhodně počítat nedá. Naopak se u komodit často uvádí takzvaná *záporná dividenda*, což je cena, kterou je nutno zaplatit za skladování dané komodity. Samozřejmě, že tato dividenda se u cenných papírů nevyskytne, protože náklady na skladování cenných papírů můžeme považovat za nulové.

3.2.2. Sekuritizace cenných papírů a dluhů

Pokud tvoří podkladové portfolio aktiva jako cenné papíry a dluhy, tak se často používají odlišné metody oceňování. U podkladového portfolio lze určit rating a pravděpodobnosti defaultu, čehož se v oceňování cenných papírů krytých aktivy často využívá.

3.2.2.1. Ratingy a matematické metody udělování

Jedním ze základních parametrů, ovlivňujících kvalitu podkladových aktiv je rating, který je jim udělen. Pro udělení ratingového stupně jsou nejčastěji rozhodující 4 vlivy:

- Rizikovost aktiva
- Struktura plateb
- Legální a daňové podmínky
- Důvěryhodnost zúčastněných stran

¹¹ Předpokládáme, že $W(t_i)$ generujeme z log-normálního rozdělení (μ, σ^2)

Vidíme, že rating není jednoznačně deterministickou záležitostí, ale rozhodují o něm i jiné vlastnosti žadatele, dokonce takové, které není s to sám ovlivnit – legální a daňové podmínky. Proto se nebudeme zabývat procesem udělování ratingu. Ve většině procesů sekuritizace stejně platí, že rating je udělen externí ratingovou agenturou a jedině, co nás může v případě oceňování dluhopisů zajímat, je pravděpodobnost přechodu mezi jednotlivými ratingovými stupni. Těchto stupňů může několik, nejčastěji kolem 7 až 8 plus jeden defaultní. Změny v ratingu mohou mít okamžitý efekt na držení portfolia. Finanční strategie společností často určují, jak kvalitní cenné papíry mohou držet. A například při poklesu ratingu musí společnosti toto finanční aktivum odprodat. Taky v souvislosti s přístupem měření rizikového kapitálu Basel 2 nabývá otázka změn ratingu pro každou banku na významu, neboť čím nižší rating, tím větší vlastní kapitál na krytí rizik potřebuje. Mimo jiné z těchto důvodů je model změn ratingu jedním z nutných modelů pro credit-risk management a proto se jím budeme taky zabývat.

3.2.2.2. Průměrné frekvence přechodu – tranzitivní matice

Většina ratingových agentur uveřejňuje historická data o frekvencích přechodu za daný časový úsek v podobě tabulky jednoletých pravděpodobností přechodu. Například agentura Moody's uvedla tuto tabulku, kterou převzal Duffie [3, strana 87] (Tab. 4):

Počáteční rating	Rating na konci období (procenta)							
	Aaa	Aa	A	Baa	Ba	B	Caa-C	Default
Aaa	89,14	9,78	1,05	0,00	0,03	0,00	0,00	0,00
Aa	1,14	89,13	9,26	0,32	0,11	0,01	0,00	0,03
A	0,06	2,97	90,28	5,81	0,69	0,17	0,01	0,01
Baa	0,06	0,36	7,01	85,53	5,82	0,97	0,08	0,17
Ba	0,03	0,07	0,59	5,96	82,41	8,92	0,58	1,44
B	0,01	0,04	0,22	0,61	6,43	82,44	3,29	6,96
Caa-C	0,00	0,00	0,00	0,95	2,85	6,16	62,36	27,68
D	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	100

(Tab. 4)

Z tabulky je jasně vidět, že například pokud bylo aktivum na počátku období ohodnoceno ratingem Aaa, tak s pravděpodobností 0,8914 bude tímto ratingem ohodnoceno i na konci období, naopak jistě malou pravděpodobností se stane, že by toto aktivum bylo ohroženo defaultem. V případě, že má aktivum na počátku daného období rating Caa až C, tak je skoro jisté, že v průběhu roku nedosáhne ratingu Aaa a s pravděpodobností 0,2768 přijde toto aktivum do defaultu. Default je zároveň absorpční prvek, neboli pokud jednou default nastane, tak už se nikdy nedostane aktivum do jiného stupně ratingu a jedině, co nás v tomto

případě může zajímat je hodnota, která může z aktiva v případě defaultu plynout. Její odhad získáme, pokud vynásobíme recovery rate nominální hodnotou aktiva.

Je běžnou praxí považovat tuto tabulku jako matici pravděpodobností přechodu, označme ji například A s prvky a_{ij} , kde tento prvek značí pravděpodobnost přechodu v matici, když je rating aktiva na počátku období i na rating aktiva na konci období j . Tento předpoklad vyžaduje, aby pravděpodobnosti přechodu byly v čase konstantní a navíc aby jediným determinantem kreditního rizika aktiva byl jeho současný rating, jak uvádí Duffie [3, strana 87]. Dále předpokládejme, že ke změně ratingů dochází v diskrétních časových intervalech. Tento předpoklad se většinou daří plnit, protože ratingové agentury většinou přezkoumávají udělený rating periodicky, nejsou-li nějakou jinou okolností donuceny tento rating měnit jinak. Díky těmto předpokladům můžeme uvažovat o ratingu aktiva jako o Markovově řetězci. Pokud bude počet dat narůstat a budeme mít data za stále více roků, tak se limitně dopracujeme k matici přechodu mezi ratingy A .

Předpoklad o Markovském řetězci je základem modelu Credit Metrics, jak uvádí například Benková [1]. Markovské předpoklady pak velmi zjednodušují výpočty pravděpodobností přechodů mezi jednotlivými stavy v průběhu více časových období. Chceme-li například vědět, jaká bude hodnota pravděpodobnosti přechodu a_{ij} za n let, pak použijeme n -tou mocninu matice A .

Dalším faktorem, který je úzce spjat s ratingem je hospodářský cyklus. Závislost ratingu na hospodářském cyklu byla již několikrát ověřena a například agentura Moody's ji nazývá U/D ratio (Up/Down ratio).

Mějme tedy rating jako Markovský řetězec. Markovskou matici přechodu nyní rozšířme o intensity přechodu, tak abychom byli schopni určit pravděpodobnosti přechodu mezi jednotlivými stupni ratingu v libovolný okamžik a nejenom v určitých diskrétních časových intervalech. Mějme matici přechodu s K nedefaultními stupni (v našem případě 7) a jedním stupněm defaultním. Tento defaultní stupeň je zároveň absorpční prvek. Pro libovolný stupeň mějme intenzitu $L_{ij}(t)$, což je intenzita, která nám pro stupeň i udává změnu tohoto stupně na stupeň j v daném čase t . Pro změnu stupně na default tak tuto intenzitu můžeme vyjádřit jako $L_{i,K+1}(t)$ a jelikož je default absorpční, tak musí platit $L_{K+1,i}(t)=0$ pro všechna $i < K+1$. Matici intenzit tedy označme jako L .

Díky této matici intenzit můžeme jednoduše vyjádřit pravděpodobnost, že rating, který byl v čase t ve stavu i bude v tomto stavu i v čase s takovém, že $s > t$ jako $e^{(s-t)L_{ii}}$. Výpočet matice L je spíše technická záležitost mimo rozsah probíraného tématu, podrobně je popsán

například v publikaci, Schonbucher [7, kapitoly 8.2 a 8.3]. Pro ukázkou převezmeme výsledek z práce Duffie [3, strana 95], který je zobrazen v tabulce níže (Tab. 4):

Matice intenzit přechodu						
Rating	Ax	BBB	BB	B	CCC	D
Ax	-0,086	0,069	0,0011	0,005	0	0,001
BBB	0,077	-0,171	0,07	0,017	0,002	0,005
BB	0,012	0,081	-0,252	0,118	0,014	0,027
B	0,005	0,007	0,057	-0,192	0,048	0,075
CCC	0,014	0,014	0,025	0,093	-0,432	0,286
D	0	0	0	0	0	0

(Tab. 4)

Bohužel autor zde neuvádí pro porovnání zdrojovou matici ratingů, pouze komentář, že všechny ratingy hodnoty A až Aaa jsou sdruženy pod rating Ax.

Jestliže už máme vypočtenou matici intenzit přechodu, jsme schopni spočítat pravděpodobnost $P_{ij}(t,s)$, která udává pravděpodobnost, že aktivum mající rating i v čase t bude mít rating j v čase s , kde pro čas s platí $s < t$. Pro tuto pravděpodobnost bude platit výše uvedený vzorec a ten je:

$$P_{ij}(t,s) = e^{(s-t)L_{ij}}$$

Když máme pravděpodobnosti přechodu (změny ratingu) pro všechny ratingové stupně a v čase (t,s) , můžeme pak snadno vypočítat hodnotu tabulky pravděpodobností přechodu mezi jednotlivými stupni jako

$$A(t,s) = e^{L(s-t)}$$

Kde exponenciála matice je definována jako:

$$e^A = I + A + \frac{A^2}{2!} + \frac{A^3}{3!} + \dots$$

Význam ratingu je tedy dvojitý:

- Pomáhají nám určit kvalitu portfolia a možnost jeho budoucího vývoje
- Podle nich lze spočítat výplaty z portfolia v budoucnosti

Pojďme se nyní zaměřit na bod první.

Víme, že čím je portfolio v poolu pro sekuritizaci kvalitnější, tím je méně pravděpodobné, že dojde k defaultu. V případě, pokud už k defaultu opravdu dojde, tak můžeme předpokládat dle empirických zkušeností, že recovery rate bude vyšší než u aktiv, které měly v minulosti rating velmi nízký. Dalším důležitým faktorem, který vyplývá z matice přechodu, je, že je téměř nemožné pro aktiva s dobrým stupněm ratingu dostat se do defaultu. To je velmi podstatné pro investory, kteří vyhledávají příležitost k investování třeba i s menší, ale téměř zaručenou mírou výnosnosti a minimalizovanou pravděpodobností defaultu.

Můžeme říci, že rating jednotlivých aktiv ve struktuře poolu je dobrým vodítkem pro rozhodování investorů, zda dluhopisy z dané sekuritizace koupit a nebo nikoliv.

Druhým bodem významnosti ratingu je možnost spočítat výplatu plynoucí z daného dluhopisu někdy v budoucím čase t . Předpokládejme nejprve jednoduchou situaci dluhopisu s nulovým kuponem a výplatou v době maturity, s úročením v diskretních časových intervalech (tyto časové intervaly necht' jsou ekvidistatně vzdáleny) a necht' $R(k)$ je funkce, která dluhopisu v daném intervalu jednoznačně přiřadí ratingový stupeň 1,2 až K , kde stupeň K znamená default. Cena tohoto dluhopisu – P – bude tedy funkcí času t a ratingové funkce R , neboli:

$$P = P(t, T, R(k)),$$

kde T je datum maturity dluhopisu a t je čas, pro který chceme určit cenu dluhopisu. Nejčastěji se jedná o jeden z časů diskretních časových intervalů, ve kterých se může změnit rating. Pro názornost toho příkladu dále předpokládejme, že platí $P(T, T) = (1, 1, \dots, 1, 0)$, neboli v době maturity dluhopisu dostane majitel hodnotu 1 v případě, že nedojde k defaultu, nebo dostane hodnotu 0 v případě, že default nastane. Později si ukážeme, jak lze tento předpoklad rozšířit. Nyní již můžeme vyjádřit hodnotu tohoto cenného papíru v čase 0 diskontováním hodnoty z času T a pravděpodobnosti, že se aktivum, které kryje dluhopis, dostane do defaultu. Máme:

$$\begin{aligned} P_{R(T)}(0, T) &= E\left(\frac{P_{R(T)}(T, T)}{(1+r)^T} \middle| R(0)\right) = \frac{P_{R(T)}(T, T)}{(1+r)^T} * \sum_{k=1}^{K-1} q_{R(0)k}(0, T) = \\ &= \frac{P_{R(T)}(T, T)}{(1+r)^T} * (1 - q_{R(0)K}(0, T)) \end{aligned}$$

Kde $q_{R(0)k}(0, T)$ je pravděpodobnost z matice přechodu, že aktivum, které kryje cenný papír, mělo na počátku období rating $R(0)$ a v čase T je v defaultu. Vidíme, že vzorec není nijak těžké upravit na výpočet hodnoty v jakémkoliv časovém okamžiku, ve kterém se může měnit rating a to tedy v časových okamžicích $(0, 1, 2, 3, \dots, T-2, T-1, T)$.

Díky zavedení matice intenzit přechodu dokonce můžeme dosáhnout toho, že budeme schopni spočítat hodnotu dluhopisu v libovolném okamžiku t patřícím do intervalu $(0, T)$. Další rozšíření, které můžeme použít, je pro větší přesnost výpočtu použít spojené úročení, pak vzorec přejde do tvaru:

$$P_{R(T)}(0, T) = e^{-\int_0^T r(s) ds} P_{R(T)}(T, T) * (1 - q_{R(0)K}(0, T))$$

Tento vzorec může být opět použit pro libovolný časový okamžik z intervalu $(0, T)$.

Problémem je, že výplaty často nebudou v tak jednoduchém tvaru, jako jsou zatím prezentovány v modelu. Obecně můžeme říci, že s klesajícím ratingem (ve smyslu kvality) by měla růst výplata i kupon z dluhopisu. Společnost, která toto aktivum vlastní, nucena vydat větší prostředky na pořízení financí z důvodů většího rizika defaultu, které jí hrozí. S klesajícím ratingem ale taky roste pravděpodobnost toho, že společnost nebude schopna dostát svým závazkům a přejde do stavu defaultu, kdy se klientům navrátí jenom část investovaných prostředků. Pokud by byla hodnota $P(T,T) = (x_1, x_2, \dots, x_K)$, kde x_1 je hodnota dluhopisu s nulovým kuponem v době výplaty v případě, kdy by aktivum bylo ohodnoceno nejvyšším ratingovým stupněm, tak bude platit:

$$x_1 \leq x_2 \leq x_3 \dots \leq x_K - 1$$

Tato nerovnost je dle výše popsaného principu zřejmá, neboť nižší rating nese vyšší riziko a toto riziko musí být vyváжено vyšším výnosem, aby se investoři o dané aktivum zajímali. Velikost hodnoty x_K je velikost zbytku, který by byl na daný dluhopis vyplacen v případě defaultu, tj. výsledek dle recovery rate. Pro hodnotu dluhopisu pro případného investora bude následně platit:

$$P(0,T) = \frac{x_1 * p_{m,1}(t) + x_2 * p_{m,2}(t) + \dots + x_K * p_{m,K}(t)}{(1+i)^T},$$

Kde $p_{m,s}(t)$ je pravděpodobnost defaultu v situaci, pokud má aktivum (dluhopis) rating m v čase t . Čas t se v našem případě rovná počátku (emisi) dluhopisu a dosazujeme tedy za něj hodnotu 0 . Hodnota s znamená rating v čase T . Tato hodnota se spočítá tak, že se vezme matice pravděpodobností přechodu A a umocní se na příslušný počet časových intervalů, v našem případě tedy A^T . Připomínáme, že T je diskrétní časový interval. Úroková míra i je vnitřní výnosová míra investora, pomocí ní investor může spočítat cenu tohoto dluhopisu a porovnat v daný okamžik s cenovou nabídkou na trhu.

Opět můžeme danou situaci rozšířit několika způsoby. Změnou mocnitele u matice A jednoduše dostaneme pravděpodobnosti přechodu v jiných časových okamžicích, než je počátek (emise) dluhopisu. Další změna může být využitím matice intenzit přechodu napočítat matici pravděpodobností přechodu v libovolném časovém okamžiku z intervalu $(0,T)$ a spočítat si hodnotu dluhopisu v tomto okamžiku. Zavedením spojitého úročení můžeme dostat vzorec:

$$P(t,T) = \left(\int_t^T e^{-i(s)ds} \right) * (p_{m,1}(t) * x_1 + p_{m,2}(t) * x_2 + \dots + p_{m,K}(t) * x_K),$$

Kde t je libovolný časový okamžik z intervalu $(0, T)$ a hodnoty x_a a $p_{m,s}(t)$ jsou popsány výše, $i(s)$ necht' je intenzita úročení, se kterou daný investor počítá.

3.2.2.3. Recovery rate

Modelování míry návratnosti z aktiva v případě defaultu nám pomáhá k určení objemu finančních prostředků, které nám v případě defaultu zůstává.

K modelování se používá mnoho přístupů, z nichž většina využívá β -rozdělení.

Recovery rate i v čase defaultu t je pak spočitatelná z hustoty:

$$f(y_{ti}) = \frac{1}{B(\alpha, \beta)} y_{ti}^{\alpha-1} (1-y_{ti})^{\beta-1}$$

K odhadu parametrů α a β se používá nejčastěji tabulek ratingových agentur, podobných jako uvádí například Standard and Poor's [8] (Tab. 5):

Year	Default frequency	Number of observations	Mean Recovery	Standard Deviation
1981	0,14%	1	12	-
1982	1,18%	12	39,64	14,27
1983	0,75%	5	48,24	20,35
1984	0,90%	11	48,88	16,59
1985	1,10%	14	48,17	21,28
1986	1,71%	26	35,19	18,16
1987	0,94%	19	52,89	27,05
1988	1,42%	35	37,19	20,33
1989	1,67%	41	43,55	28,29
1990	2,71%	81	25,49	21,8
1991	3,26%	94	40,37	26,27
1992	1,37%	37	51,5	24,02
1993	0,55%	21	37,58	19,61
1994	0,61%	16	43,77	24,88
1995	1,01%	24	43,76	24,69
1996	0,49%	18	43,59	23,79
1997	0,62%	23	54,95	23,76
1998	1,31%	32	46,55	24,52
1999	2,15%	94	30,29	19,92
2000	2,36%	112	28,03	23,81
2001	3,78%	137	24,71	18,05
2002	3,60%	100	29,78	16,69
2003	1,92%	58	39,24	23,48
2004	0,73%	35	50,59	24,13
2005	0,55%	32	58,71	23,41

(Tab. 5)

Odhad parametru α na základě dat je 1,4474 a parametru β 2,9288.

4. Trendy a přínosy ABS

Přínosy pro původce

Sekuritizace zlepšuje výsledek ukazatele ROC (Return on capital) díky přesunu rozvahových položek (aktiv) mimo bilanci. V závislosti na použité struktuře cenného papíru může taky snížit náklady na půjčky, tudíž uvolnit další kapitál pro expanzi. Umožňuje tím tak porazit konkurenci, která tento způsob financování nepoužívá. Příprava sekuritizace je poměrně složitý a nákladný proces, a proto je sekuritizace určena především jako zdroj dlouhodobého financování.

V porovnání s financováním pomocí bankovního úvěru je sekuritizace mnohem náročnější na správu procesu. Její nevýhodou jsou i vyšší počáteční náklady. Výhodou jsou však často nižší náklady na získaný kapitál, který je mnohdy lépe dostupný, než klasický bankovní úvěr.

Přínosy pro investory

Pro investory existuje většinou několik důvodů, proč nakoupit cenné papíry kryté aktivy. Díky rozdílným podkladovým aktivům jim ABS přináší možnost diverzifikovat portfolio. Trh s ABS je schopný nabídnout investorům tranši přesně dle jejich rizikových strategií. V posledních letech se investoři zaměřující se primárně na dluhopisy ratingu AAA potýkají s mírným nedostatkem těchto dluhopisů. Velké korporace jsou předlužené a není pro ně snadné dosáhnout vysokého ratingu. A právě cenné papíry kryté aktivy tuto mezeru na trhu zacelují. Navíc při stejném ratingu přinášejí investorům vyšší výnos oproti tradičnímu dluhopisu. ABS v minulosti prokázaly větší cenovou stabilitu a nižší volatilitu než většina jiných možností pro investování. A participace širokého počtu investorů a aktivních obchodníků poskytuje trhu s cennými papíry krytými aktivy velmi dobrou likviditu.

Překážky sekuritizace

- Efektivní analýza sekuritizace potřebuje dlouhou časovou sérii dat o frekvencích defaultu a recovery rate. Optimální případ nastává, jsou-li data dostupná přímo pro konkrétní homogenní pool sekuritizovaných aktiv. Nedostatek dat není úplnou překážkou sekuritizace, ale většinou vede k méně výhodným cenám tranši pro investory a menšímu zájmu o cenné papíry kryté aktivy.
- Počáteční náklady na sekuritizaci jsou poměrně vysoké stejně tak jako průběžné náklady na chod SPV. Tyto náklady určují velkou měrou výhodnost sekuritizace, a proto se často uchyluje ke spojování více původců dohromady tak, aby se maximalizovala velikost poolu.

- Celý proces sekuritizace je velmi složitý i po právní stránce. A právě absence patřičných zákonů je jednou z největších překážek pro rozvoj sekuritizace v České republice.

5. Numerické ilustrace výše uvedených postupů

5.1. Sekuritizace výnosů jaderné elektrárny

Předchozí část práce byla přípravou pro zvolený numerický příklad. V tomto příkladu si za objekt pro sekuritizaci vybereme jadernou elektrárnu. Tuto elektrárnu použijeme jako podkladové aktivum pro sekuritizaci. Vydáme tedy cenné papíry, které budou kryty právě výnosem z provozu jaderné elektrárny. Budeme modelovat cenu vstupů, její provozní náklady, cenu výstupů. Pomocí simulace těchto veličin určíme pravidelný roční výnos. Ten následně použijeme ke splácení cenných papírů, které jsou tímto aktivem kryty.

Základem pro simulaci veličin budou reálná data pozorovaná v minulosti. Z nich odhadneme neznámé parametry a následně budeme simulovat pravděpodobný vývoj těchto veličin do budoucnosti pomocí výše vyložených postupů.

Data pro propočty nákladů jaderné elektrárny byla získána převážně z publikace [12].

Pro výpočty je důležité si určit maximální kapacitu jaderné elektrárny L . Počítejme se současnou velikostí Temelína, tudíž $L = 2\,000$ MWe. Pak je roční využitelná kapacita elektrárny:

$$Q = (L * U * 8\,760) / 10^3 \text{ (GWh/rok)},$$

kde U je uvažovaná utilizace (počítejme s hodnotou 85 %). Pak nám vychází roční výroba naší elektrárny $14\,892$ GWh.

5.1.1. Základní ekonomický model fungování jaderné elektrárny

Základem fungování jaderné elektrárny je štěpení jaderného paliva a pomocí tohoto štěpení výroba elektrické energie.

5.1.1.1. Náklady jaderné elektrárny

Z hlediska nákladů je pro jadernou elektrárnu nejdůležitější konstrukční cena a cena vstupů. Konstrukční cena dosahuje řádek desítek miliard korun a je často předmětem velmi rozsáhlých propočtů. Studie [12] uvádí, že 150 miliard korun stačí na výstavbu jaderné elektrárny našich parametrů. Dalším nákladem je cena provozní. Provozní cenu se kalkuluje z ceny vstupů a ceny samotného provozu jaderné elektrárny.

Ze vstupních cen je nejdůležitější cena paliva – uranu. Tento je použit při výrobě elektriny, přičemž platí, že za současné technologické úrovně jsme schopni z jedné tuny obohaceného uranu získat 1080 GWh energie. Ročně tedy budeme potřebovat přibližně 13,8

tuny obohaceného uranu na provoz jaderné elektrárny, neboli asi 122,7 tuny uranu neobohaceného. Neobohacený uran je dostupných na světových trzích, prodává se po librách, kdy jedna libra je 453,59237 gramů. Cena v únoru 2007 za jednu libru uranu byla přibližně 55,75 USD. Kdybychom chtěli celé množství uranu pro roční spotřebu nakoupit najednou, znamenalo by to v současnosti náklad 15 080 776 USD.

Cenu uranu budeme modelovat pomocí náhodné procházky z tržních dat. Cena uranu se může zdát vzhledem k jeho výhřevnosti s porovnáním s ostatními surovinami velmi nízká. Základním problémem ale je, že se nedá vytěžený uran přímo přeměnit na jadernou energii, ale musí se konvertovat, obohatit a připravit na zpracování. Celkové roční náklady na úpravu uranu jsou pro elektrárnu naší velikosti asi 14 176 050 EUR. Ceny těchto úprav jsou dlouhodobě stabilní a my je proto budeme považovat za stabilní i nadále, upravíme je jenom o náš odhad vývoje inflace v roční výši 5 procent. Hodnota této veličiny vychází z cílové inflace Evropské centrální banky. Je navýšena především z důvodu specifčnosti odvětví jaderné energetiky, kde autoři studie [12] odhadují především nadprůměrný nárůst platů zaměstnanců.

Dalšími vstupy jsou ostatní fixní a variabilní náklady. Tyto náklady se počítají do výrobních nákladů a pro naše elektrárnu použijeme výrobní náklady z Temelína, které jsou na úrovni 2,50 EURO cent/KWh. Na jednu GWh je tedy potřeba 25 000 EUR. Naše roční provozní náklady tedy budou $25\,000 * 14\,892 = 372\,300\,000$ EUR. Tyto náklady ponechejme v průběhu let stabilní a upravujeme je pouze o určitou pravidelnou roční částku inflace ve výši 5 procent podobně jako náklady na zpracování uranu. Důvodem je především dlouhodobost běhu jaderné elektrárny a předpoklad poměrně stabilních nákladů na provoz v průběhu celého jejího životního cyklu.

5.1.1.2. Výnosy jaderné elektrárny

Jaderná elektrárna má dva hlavní zdroje výnosu. Jedná se o dodávky vyrobené elektřiny a pak o odpadní teplo, které lze prodávat pro účely vytápění. Hlavním výnosem a důvodem, proč se jaderné elektrárny budují, je elektrická energie.

Budeme analyzovat ceny elektrické energie a tyto se pokusíme simulovat do budoucnosti tak, abychom mohli spočítat výnosy jaderné elektrárny.

Jelikož používáme model náhodné procházky, který se hodí především na ceny elektřiny k okamžitému dodání, budeme simulovat vývoj právě těchto cen. Tyto okamžité dodávky jsou uzavírány na různé objemy kontraktů, základní cenovou jednotkou je EUR/GWh.

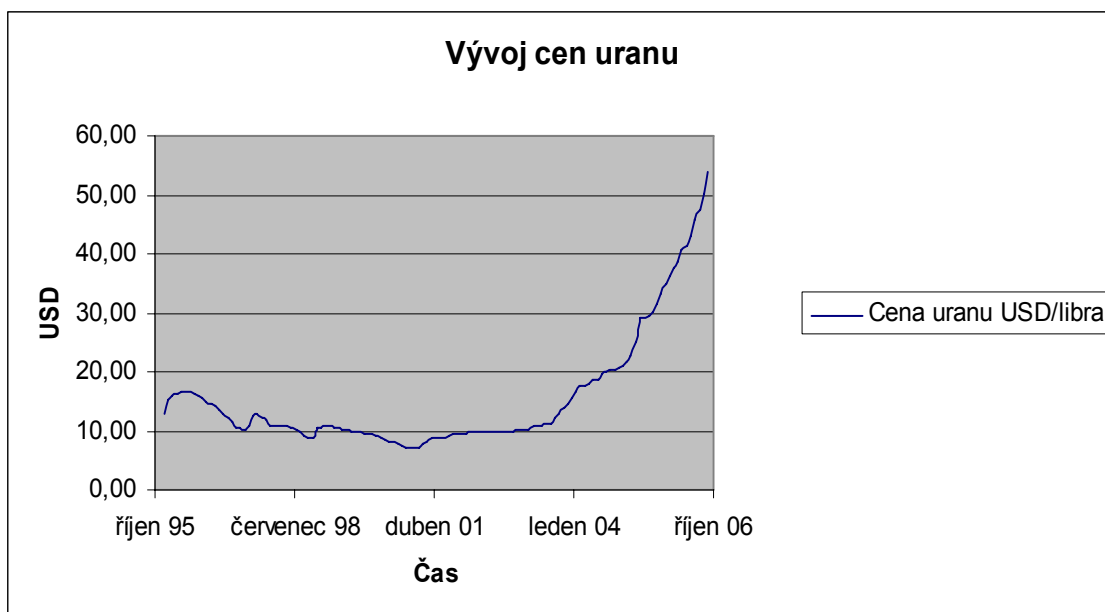
Naše elektrárna je schopna vyrobit 14 892 GWh elektrické energie, předpokládejme, že ji všechnu budeme chtít prodat pomocí kontraktů typu okamžitého dodání právě na Frankfurtské burze.

5.1.2. Vývoj cen uranu

Uran je základní surovinou pro jadernou elektrárnu. Z dostupných dat o cenách uranu, které jsou zobrazené na Grafu 1, ke konci měsíců za dobu 11,5 roku provedme následující transformaci:

$$y_t = \log z_t - \log z_{t-1}$$

Kde y_t je výsledek transformace pro čas t , z_t je cena Uranu v čase t a z_{t-1} je cena Uranu v čase $t-1$.



(Graf 1)

Pro modelování vývoje ceny uranu výše popsány postupy je důležité ověřit vlastnosti této transformace. Proto budeme ověřovat následující hypotézu:

H_0 : Y_t (které nabývá hodnot y_t) má přibližně rozdělení $N(\mu, \sigma^2)$

H_1 : Y_t nemá rozdělení $N(\mu, \sigma^2)$

Kde hodnoty μ a σ^2 určíme z vlastností dané transformace cen uranu. Pro analýzu dat použijeme program STATGRAPHICS Centurion XV.

Při analýze dat jsme zjistili, že jejich hodnoty se pohybují v rozmezí od -0,0896122 do 0,182322. Střední hodnota ve vzorku dat je 0,0115123 (μ) a rozptyl daného vzorku nabývá hodnoty jako 0,0020318 (σ^2).

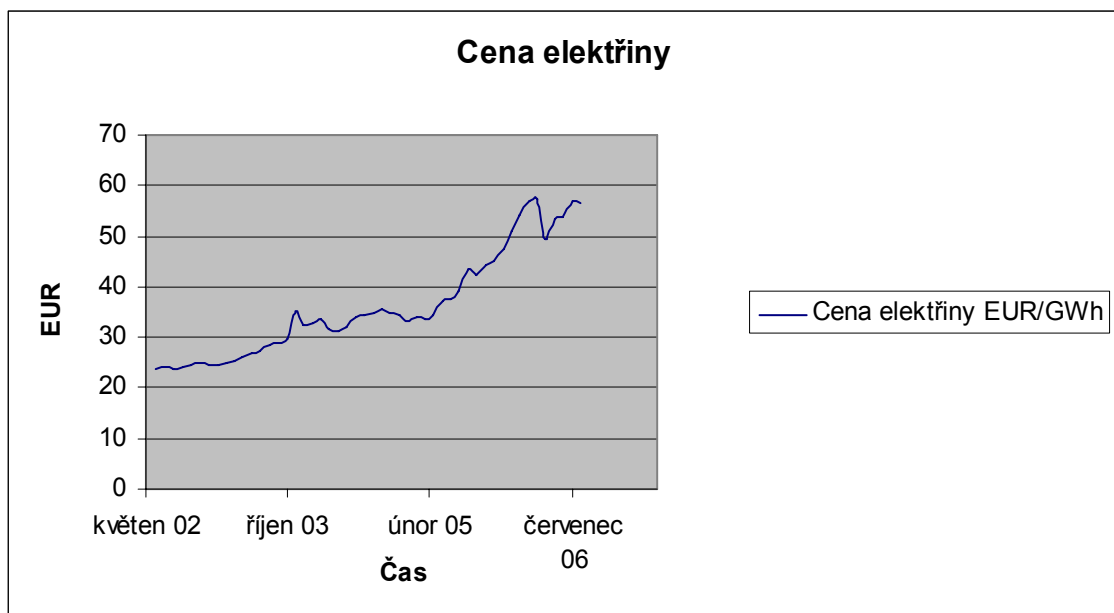
Pro ověření této hypotézy použijeme χ^2 test, který je vhodný pro zodpovězení naší základní otázky, zda můžeme předpokládat normalitu rozložení Y_t . Hodnota statistiky pro daný vzorek dat nám vychází 33,6379. P-hodnota pro vzorek dat je 0,0915025, tudíž na hladině významnosti 5 % nezamítáme hypotézu H_0 , že Y_t má přibližně $N(\mu, \sigma^2)$ rozdělení.

5.1.3. Vývoj ceny elektřiny

Elektřina je hlavním zdrojem výnosu jaderné elektrárny. Z dat o cenách elektrické energie na burze za posledních přibližně 5 let, které jsou zobrazeny v Grafu 2, zjistíme jejich rozdělení a jeho parametry. Pak budeme pomocí tohoto rozdělení simulovat přibližný vývoj cen elektřiny do budoucna. Provedme následující transformaci:

$$y_t = \log z_t - \log z_{t-1}$$

Kde y_t je výsledek transformace pro čas t , z_t je cena elektřiny v čase t a z_{t-1} je cena v čase $t-1$.



(Graf 2)

Pro modelování vývoje ceny elektřiny výše popsanými postupy je důležité ověřit vlastnosti výše popsané transformace. Proto budeme ověřovat následující hypotézu:

H_0 : Y_t (která nabývá hodnot y_t) má přibližně rozdělení $N(\mu, \sigma^2)$

H_1 : Y_t nemá rozdělení $N(\mu, \sigma^2)$

Pro analýzu dat byl opět použit statistický program STATGRAPHICS Centurion. Ve sledovaném vzorku byla střední hodnota (μ) rovna 0,0178271 a rozptyl 0,0021991 (σ^2).

Pro ověření této hypotézy použijeme χ^2 test. Hodnota statistiky pro daný vzorek dat vychází 23,3673 a P-hodnota 0,0766457. Nezamítáme tedy hypotézu H_0 o rozložení Y_i na hladině významnosti 5 %.

5.1.4. Ohodnocení cenných papírů krytých výnosy jaderné elektrárny

Společnost produkující elektrickou energii se rozhodla postavit novou jadernou elektrárnu. Protože jde o velmi nákladnou akci, hledá společnost možnosti jak ji financovat. Nabízí se klasické postupy financování, jako je například syndikovaný bankovní úvěr. Společnost by ale ráda elektrárnu financovala tak, aby minimalizovala riziko zabavení majetku v případě neschopnosti splácet úroky z jistiny, ale zároveň byla tato možnost financování dostatečně přitažlivá pro investory.

Rozhodla se proto vydat cenné papíry kryté aktivy v celkové velikosti 5 miliard EUR. Tyto cenné papíry vydala se splatností 25 let. Jako krytí použije veškeré výnosy z provozu jaderné elektrárny. Jelikož se chce energetická společnost vlastníci elektrárnu zajistit alespoň nějaký výnos, nakoupí equity tranši. Tímto nákupem dává signál investorům, že sama věří v úspěch tranše.

Pro správu aktiva bylo tedy založeno speciální SPV a tranše byla vydána s následujícími parametry¹² (Tab. 6):

Tranše	Velikost	O/C rate	I/C rate	Kupon p.a.
Super senior tranše	2,0 mld EUR	1,3	1,3	5,00%
Senior tranše	1,3 mld EUR	1,2	1,2	6,50%
Junior tranše	1,0 mld EUR	1	1	8,50%
Equity tranše	0,7 mld	0,7	-	???

(Tab. 6)

Emitent cenných papírů krytých výnosy z jaderné elektrárny se rozhodl splácet každý rok 1/25 velikosti jistiny a k tomu platit i příslušný úrok ze zbylé nesplacené části jistiny.

Splátka za cenné papíry kryté aktivy po uplynutí prvního roku bude v optimálním případě vypadat následovně (Tab. 7):

Tranše	Velikost	Velikost splátky	Velikost úroků
Super senior tranše	2,0 mld. EUR	80 mil EUR	100 mil EUR
Senior tranše	1,3 mld. EUR	52 mil EUR	84,5 mil. EUR
Junior tranše	1,0 mld. EUR	40 mil EUR	84 mil EUR
Equity tranše	0,7 mld. EUR	28 mil EUR	??

(Tab. 7)

¹² Parametry pro velikost tranše, O/C rate a I/C rate byly voleny dle vzoru podobných reálných transakcí

V případě, že v daném roce dojde k neschopnosti splácet jistinu nebo úrok, tak celá ztráta připadá na investory – dlužný úrok se navíc nepřevádí do dalších období. Ztráta se rozpočítá dle O/C a I/C testů, tudíž seniornější tranše mají větší pravděpodobnost výplaty. Společnost v takovém případě ztrátu realizuje pouze, pokud vlastní část nějaké tranše (nejčastěji equity). Jestliže jsou naopak v daném roce finanční toky vyšší než částka potřebná k naplnění výplat všech členů, tak zbytek této částky připadá jako výnos majitelům equity tranše. Nesou vyšší riziko, ale zároveň můžou dosáhnout vyššího zisku.

Jelikož se uran obchoduje v USD a elektřina prodává v EURECH, rozhodla se SPV zajistit proti změnám kurzu. Za částku 2,5 % z ročního přísunu peněz do SPV je kurz zajištěn na současné úrovni. Náklady na provoz SPV jsou rozpočítány do každého roku a činní 1 % z celkového příjmu SPV v daném roce.

Úkolem pro potenciální investory je rozhodnout, zda je tranše přitažlivá a zda opravdu přinese zadané výnosy.

Rozhodování bude probíhat na základě výpočtu možných výnosů z provozů jaderné elektrárny.

1. Nasimulujeme vývoj cen uranu a elektřiny na 25 let dopředu. U ostatních parametrů budeme předpokládat pomalou změnu v čase. Na základě těchto údajů máme k dispozici pravděpodobný vývoj výnosů jaderné elektrárny v následujících 25 letech. Cena uranu a elektřiny bude odpovídat situaci na trhu.
2. Pomocí výnosů v každém roce určíme hodnotu O/C a I/C testů. Dostaneme vodítko, zda budou jednotlivé tranše průběžně placeny řádně a včas. Taky dostaneme výsledek výnosu equity tranše.
3. Na základě simulace vývoje tranší určíme, která tranše je pro nás vhodná ke koupi a o kterou se naopak nebudeme zajímat.

Celá simulace vývoje ekonomických výsledků jaderné elektrárny byla provedena v programu Mathematica. Simulace byla opakována 10 000x pro určení střední hodnoty diskontovaných finančních toků. Výsledky simulace můžeme shrnout do následující tabulky (Tab. 8):

Tranše	Vnitřní výnosové procento investorů (v %)	Diskontovaná střední hodnota finančních toků (v mld. EUR)
Super senior tranše	5	2,53
Senior tranše	6,50	1,66

Tranše	Vnitřní výnosové procento investorů (v %]	Diskontovaná střední hodnota finančních toků (v mld. EUR)
Junior tranše	8,50	1,20
Equity tranše	20	1,51

(Tab. 8)

Z porovnání hodnoty tranše určené v současnosti k prodeji a diskontované střední hodnoty finančních toků vyplývá, že k nákupu lze doporučit Super senior tranši a Equity tranši. Super senior tranši z důvodu, že výnos je téměř zaručen. U Equity tranše vychází velmi zajímavý výnos v případě fungování elektrárny dle modelu. Tento výnos je tak velký, že poskytuje dostatečnou záruku výtěžku i v případě větších problémů v provozu, než předpokládá model. Zbylé dvě tranše doporučit nelze, neboť jejich současná diskontovaná střední hodnota dle modelu je téměř na samé hranici rizika.

Jako alternativní model pro oceňování můžeme využít simulaci pomocí náhodné procházky. Použijme opět stejná data a model vývoje ceny:

$$X_t = \mu + X_{t-1} + \varepsilon$$

Kde konstantu μ určíme pomocí programu Statgraphics Centurion XV, konkrétně pro elektřinu nám vychází její hodnota 0,320703 a pro uran 0,673463. ε je náhodná chyba, kterou budeme generovat z $N(0,1)$.

Ostatní parametry vývoje nákladů jaderné elektrárny ponecháme na stejné úrovni. Celá simulace byla opakována 10 000x. Výsledky pro investory shrnuje níže uvedená tabulka (Tab 9.)

Tranše	Vnitřní výnosové procento investorů (v %]	Diskontovaná střední hodnota finančních toků (v mld. EUR)
Super senior tranše	5	2,53
Senior tranše	6,50	1,66
Junior tranše	8,50	1,15
Equity tranše	20	0,02

(Tab. 9)

Můžeme vidět, že výsledky výnosů pro první dvě tranše jsou naprosto shodné. Toto ukazuje na velkou jistotu splacení tranše. Naopak v porovnání s minulou simulací úplně rozdílných výsledků dosáhla equity tranše. V tomto případě ji vůbec nelze doporučit ke koupi, neboť její pořízení znamená téměř jistě velkou ztrátu. Rozdíl mezi výnosem equity tranše je způsoben rozdílným přístupem k simulaci vývoje ceny elektřiny a uranu.

Závěr:

V diplomové práci byla dopodrobna prozkoumána struktura cenných papírů krytých aktivy. První kapitola se zaměřila na jejich obecný popis, nejčastěji sekuritizovaná aktiva a objem sekuritizace na světových trzích.

Následovala kapitola popisující strukturu cenných papírů krytých aktivy a jejich specifický způsob výplaty.

Matematických metodám, jak spočítat výnosy z cenných papírů krytých aktivy se věnovala třetí kapitola. Je v ní rozebráno, jak je možné spočítat výnosy v případě sekuritizace produkčního podniku nebo sekuritizace dluhů.

Praktickým závěrem práce je výpočet ohodnocení cenného papíru krytého výnosem z jaderné elektrárny. Z ohodnocení plyne, že investice do cenného papíru tohoto typu může být výnosná.

Zdroje:

- [1] Benková Markéta, Použití Markovských a semimarkovských procesů v modelování rizik, Prezentace: Seminář z aktuárských věd, 24.3.2006
- [2] Cipra Tomáš, Finanční matematika v praxi, HZ Praha, 1993.
- [3] Duffie Darell, Singleton, Kenneth J., Credit Risk – Pricing, Measurement, and Management, Princeton University Press, 2003
- [4] Garcia J., Dewyspelaere T., Langendries R., Leonard L. and Van Gestel T., On Rating Cash Flow CDO's using BET technique, Dexia Bank, 2004
- [5] Glasserman Paul, Monte Carlo Methods in Financial Engineering, Springer-Verlag New York, Inc., New York 2004
- [6] Securities and exchange commissions, <http://www.sec.gov/rules/final/33-8518.htm> (4.3.2007)
- [7] Schonbucher, Phillip J., Credit Derivatives Pricing Models – Models, Pricing and Implementation, Wiley 2003.
- [8] Standard & Poor's, 2006. Quarterly Default Update and Rating Transitions. New York.
- [9] Stone, Charles Austin, Zissu Anne : The Securitization Markets Handbook : Structures and Dynamics of Mortgage- and Asset-Backed-Securities, Bloomberg, 2005
- [10] The Bond Market Association, <http://www.bondmarkets.com/story.asp?id=84>, (3.3.2007)
- [11] The Bond Market Association, <http://www.bondmarkets.com/story.asp?id=297> (3.3.2007)
- [12] Todreas Neil E. and col., The Future of Nuclear Power, An Interdisciplinary MIT Study, Massachusetts Institute of Technology, 2003

Přílohy:

Nedílnou součástí diplomové práce jsou přílohy na přiloženém CD. Jedná se o:

- Program v Matematicce pro oceňování tranší v případě sekuritizace výnosů jaderné elektrárny
- Soubory formátu .xls obsahují podklady nutné pro běh programu a obsahující zároveň data o vývoji cenách elektřiny a uranu, které se práci využívají.