

Posudek na diplomovou práci

## **Lattices and Codes**

od Pavla Rytíře

Předložená práce se zabývá několika tématy souvisejícími s prostory cyklů binárních matroidů. V první části, kapitolách 2 – 5, autor definuje a objasňuje základní pojmy (matroid, prostor cyklů, uchová dekompozice, celočíselná mřížka) a prezentuje několik tvrzení souvisejících s mřížkami generovanými prostory cyklů binárních matroidů. Nakonec ukazuje vlastní výsledek o mřížkách se „cycle basis property“ a pomocí něho jednoduše dokazuje známé tvrzení, že každá mřížka generovaná incidenčními vektory cyklů grafu má bázi sestávající pouze z těchto incidenčních vektorů.

Ve zbývajících kapitolách (kapitoly 6 – 10) autor definuje trojúhelníkové konfigurace, jejich matroidy a zkoumá jejich vlastnosti, zejména s ohledem na prostory cyklů a jimi generované mřížky. V poslední kapitole je prezentován nejlepší výsledek celé práce – je zde dokázáno, že pro každý binární matroid  $M$  existuje trojúhelníková konfigurace jejíž matroid má  $M$  jako minor; důkaz tohoto výsledku je překvapivě jednoduchý. Z matematického hlediska se jedná o práci v níž autor prokázal schopnost pracovat samostatně na zadaném tématu, nastudoval několik odborných článků s dříve známými výsledky a prezentuje i výsledky vlastní.

Bohužel, přístup ke zpracování této diplomové práce nelze hodnotit kladně. Ačkoli práce obsahuje i zajímavé nové výsledky, je pro čtenáře obtížné je nalézt, což může vést po prvním přečtení k nedocení autorova přínosu ke studované problematice. Práce je napsána v angličtině, ale je patrné, že autor nemá zkušenosti s psaním odborných anglických textů. Má-li autor ambice publikovat výsledky práce v časopisech, bude nutné prezentaci výrazně zlepšit.

V definicích a značení se objevuje řada nepřesností a dokonce se ve dvou důkazech (Lemma 3.1 a Proposition 7.2) vyskytnou chyby, obě tvrzení jsou ale platná. Nepřehledné je také použití obrázků geometrických reprezentací trojúhelníkových konfigurací k zavádění konkrétních konfigurací. Autor v použité literatuře uvádí pouze 5 odkazů, žádný ale na knihu zabývající se algebraickou topologií a simplicialními komplexy, i když po obsahové stránce s nimi práce úzce souvisí. Prostudováním odpovídající literatury by bylo možné předejít řadě nepřesností.

**I přes uvedené nedostatky doporučuji uznat předloženou práci jako diplomovou.**

### **Obecné připomínky:**

- Úvod je pojat jako převedení obsahu do vět (devět z deseti odstavců úvodu začíná slovy „In Section...“), orientaci v následujícím textu by spíše pomohlo zasazení studovaných problémů do širšího kontextu a upozornění čtenáře na autorovy původní výsledky prezentované v diplomové práci.
- Pojmy jsou zaváděny průběžně v textu místo použití definic.
- Některé pojmy jsou používány bez definic a vysvětlení zápisu – např. incidenční vektory, mřížka s úplnou dimenzí, spojení vektorových podprostorů, váhový polynom trojúhelníkové konfigurace.
- Ačkoli jsou tvrzení (obrázky apod.) číslované, autor se na ně odvolává bez uvedení konkrétního čísla.
- Hypotéza odpovídá v matematické angličtině slovu „Conjecture“.
- Definice trojúhelníkové konfigurace na straně 18 je shodná s definicí abstraktního simplicialního komplexu dimenze 2, definice její geometrické reprezentace už nikoli.

Tak jak je geometrické reprezentace definována, povoluje některé patologické možnosti, které se u simplicialních komplexů zakazují (zejména průnik dvou různých simplexů ve vnitřních bodech).

- Strana 20, Remark 6.1 (a jinde): každý abstraktní simplicialní komplex má geometrickou realizaci!
- Trojúhelníkové konfigurace jsou zavedeny jako abstraktní množinová struktura, při důkazech jsou ale používány hlavně jejich geometrické reprezentace, což vede k mnoha nejasnostem, protože z obrázků není vždy patrná struktura konfigurace – např. „tunel“ z obrázku 8.2 nebo zavedení konfigurace  $D_4$  je matoucí.

### Konkrétní připomínky:

- Strana 5, důkaz Lemmatu 3.1: symetrická diference dvou různých kružnic nemusí být kružnice.
- Strana 12, druhý odstavec za Proposition 5.2: co je  $T'$ ?
- Strana 12, znění Proposition 5.4: na konci (před poslední tečkou) je navíc složená závorka.
- Strana 12, poslední odstavec: tvrzení, že cykly jsou lineárně nezávislé je matoucí, pravděpodobně se má jednat o jejich incidenční vektory.
- Strana 13, znění Theorem 5.4, předposlední řádek: „circuits property“ má být „lattice of circuits property“.
- Strana 17, znění Theorem 5.6: místo  $P(M^*)$  má být  $P(N^*)$ .
- Strana 24: definice  $D'_{1e}$  a  $D'_{2e}$  je totožná, dvojice  $\{t_1, t_2\}$  je neuspořádaná.
- Strana 26, důkaz Proposition 7.2: místo ekvivalence dvakrát dokázána zpětná implikace!
- Strana 30, Proposition 8.1: důkaz je nepřehledný a konstrukce trojúhelníkové konfigurace nejasná, přitom lze tvrzení snadno dokázat v zesílené podobě (například pro podgraf se stejnou množinou vrcholů nebo indukovaný podgraf).
- Strana 38, první odstavec: vztah mezi prvky matroidu a odpovídajícími prvky trojúhelníkové konfigurace je sice přirozený, ale bylo by vhodné ho formulovat.
- Strana 39, důkaz Proposition 10.1: není řečeno, co je stupeň cyklu.

V Praze, 4. května 2007