

Posudek oponenta diplomové práce

Název práce: Discontinuous Galerkin method for the solution of boundary-value problems in non-smooth domains

Autor: Ondřej Bartoš

Práce se zabývá řešením Laplaceovy úlohy v omezené oblasti s Lipschitzovskou hranicí, na které je předepsána nelineární Newtonova okrajová podmínka. V první kapitole je diskutována otázka existence slabého řešení a jeho regularita na polygonální oblasti. Dále je tato úloha diskretizována pomocí metody konečných prvků a nespojitě Galerkinovy metody a je provedena numerická analýza apriorních odhadů chyby. Uvažuje se též vliv numerické integrace. Na závěr jsou uvedeny dva numerické experimenty, které potvrzují teoretické výsledky, zejména pak řady konvergence v závislosti na regularitě řešení a nenulovosti řešení na hranici výpočetní oblasti.

Celou práci hodnotím velmi vysoko. Jednak je třeba ocenit obsahovou část, neboť práce pokrývá celý “proces” řešení parciálních diferenciálních rovnic: autor se zabývá otázkami řešitelnosti a regularity slabého řešení, pak odhady chyby přibližného řešení až po numerické experimenty. Stejně tak se uvažuje vliv numerické kvadratury, který bývá v řadě prací opomíjen. Dosažené výsledky jsou z mého pohledu nové a rozhodně netriviální. Autor užívá nástroje funkcionální analýzy, teorie PDR a vlastnosti Sobolevských prostorů. Práce je napsána dobrou angličtinou, pěkně se čte a obsahuje minimum chyb či překlepů.

K práci mám jen několik doplňujících otázek:

- Díky podmínce (2.8) (řešení je na části hranice odražené od nuly) lze dokázat odhad chyby bez vlivu nelinearity okrajové podmínky. Bylo numericky studováno, jak moc a na jak velké části hranice toto “odražení” musí být?
- Hlavní výsledek kapitoly 3 je, že pokud použijeme kvadraturu pro hraniční integrály s alespoň $r + 1$ integračními uzly (kde r je polynomiální stupeň aproximace), tak odvozený řád konvergence je stejný jako v případě “přesné” integrace. Jak se výsledek změní, pokud bychom použili kvadraturu např. s r uzly?
- V kapitole 4 se uvažuje nespojitá Galerkinova metoda pro konformní triangulace. Lze výsledky snadno rozšířit i pro sítě s visícími uzly?
- Z výsledků Kapitoly 5 plyne, že experimentální řady konvergence v L^2 -normě jsou obvykle lepší než-li teoretické výsledky. Je zde nějaká naděje na optimální teoretický výsledek?

Navrhuji uznat tuto práci jako diplomovou.

24. srpna 2017

Prof. RNDr. Vít Dolejší, Ph.D., DSc.