

**POSUDEK OPONENTA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE**

Autor práce	<i>Miroslava Lacinová</i>
Název práce	<i>Významné body v trojúhelníku</i>
Autor posudku	<i>Mgr. Michal Zamboj</i>

**Cíle (stanovení, splnění, reflexe splnění)**

Cílem práce je studium významných bodů v trojúhelníku a jejich vlastností. Autorka se v první polovině práce věnuje základním bodům a pak uvádí body a vlastnosti trojúhelníku, které jsou zařaditelné do rozšiřujícího studia středoškolské geometrie, anebo se objevují v matematické olympiádě. Autorka se snaží „*podat ucelený text o části geometrie trojúhelníku, kterou jsou její významné body.*” Tento cíl je zřejmě nereálný v rozsahu bakalářské práce (encyklopedie středů v trojúhelníku dnes eviduje 14163 bodů) a sama autorka závěrem hodnotí, že práce by mohla být rozšířená o další body, a uvádí příklady. Vybrané případy a vlastnosti jsou na druhou stranu volené dostatečně v mezích zadané literatury.

**Obsahové části (úplnost, relevance, řazení)**

Práce pozůstává ze 14 kapitol. První kapitola se věnuje definicím a základním vlastnostem trojúhelníku a snaží se poskytnout obecný přehled. Autorka podává důkazy ke všem tvrzením, což je sice chvalitebné, na druhou stranu to ale značně zvětšuje rozsah práce. Základní vlastnosti, zejména ty, které jsou obsahem středoškolského výkladu v první kapitole, stačilo vyjmenovat. Nedostatek vidím v tom, že chybí některé planimetrické věty, které jsou hojně užívané v konstrukcích u obtížnějších bodů - např. vlastnosti tětiového čtyřúhelníku (většina vět od Kapitoly 5), mocnost bodu ke kružnici (str. 59, Věta 23), vlastnosti stejnolehlosti, osové a středové souměrnosti (obecně v celém textu), vlastnosti deltoиду (str. 86. Věta 36). Druhá kapitola „Střed strany” mohla být zařazena k obecným informacím.

Dalších 12 kapitol se věnuje jednotlivým geometrickým bodům. Jejich řazení odpovídá postupně vyšší náročnosti důkazů a je vhodně zvoleno. Není mi jasné, jakým způsobem autorka rozlišuje Větu a Tvrzení. Častokrát se, podle mého názoru, jedná o vlastnosti stejných kvalit, bez dalšího použití v textu (viz např. str. 25, Tvrzení 4 a str. 26 Věta 11).

V Kapitole 7 jsou uvedeny dvě definice osy úhlu (str. 54, Definice 11 a str. 55, Definice 12). Autorka se snaží v úvodu kapitoly o definicích diskutovat, není však zcela zřejmé, která definice je v konečném důsledku použita. Nakonec v textu zavádí pojmy vnitřní a vnější osa úhlu, které používá ve zbytku práce.

**Odborná část (matematika/didaktika: náročnost, správnost, výstavba, konzistence apod.)**

Celkově se v práci nachází 36 Vět a 21 Tvrzení, které jsou dokázány. Autorka se věnuje i náročnějším větám na úrovni kurzu Syntetická geometrie III. Obecně je možné pozorovat, že těžší věty autorka dokazuje bez problémů, zatímco u vět elementárních se objevují četné nedostatky. Konkrétně u důkazů:

str 10, Věta 1 – není důkaz, jen ověření konstrukcí;  
důkazy jenom pro konkrétní případ/y, nevyřešení všech možností, resp. selhání nějakého kroku pro jiný případ – str. 12, Věta 5 (jen pro ostroúhlý trojúhelník), str. 16, Věta 6 (obecně neplatí rozklad obsahů trojúhelníků), str. 18, Věta 7 (3. případ neplatí pro tupý úhel ve vrcholu  $C$ , chybí celkové dotažení důkazu), str. 31, Tvrzení 6 (platí jen pro  $b < a$ ), str. 49, Věta 18 (platí jen pro  $P$  na oblouku mezi  $AB$ )

důkazy s argumentem – „z obrázku je zřejmé” str. 21, Věta 8, str. 26, Věta 11, str. 55,  
Věta 21

použití nezadefinovaných prvků - str. 25, Tvrzení 4 (body  $X, Y$ ), str. 59, Věta 23 (body  $X, Z$ )  
str. 38, Věta 14 (4. řádek důkazu - není zřejmé, že  $|\angle OB_0A_0| = |\angle OCA_0| = ?\beta$ , to se ukáže až  
na konci důkazu)

str. 39, Tvrzení 9 (V prvním odstavci má být uvažován úhel nad třetivou  $C'B$ .)

str. 83, Věta 34 (důkaz předpokládá existenci, která se dokazuje)

Obecně se u chybných důkazů autorka příliš opírá o přiložený obrázek, svádí ji to k sugesci, že daný obrázek vystihuje všechny případy, anebo zapomíná zadefinovat některé prvky v textu. V mnoha případech, ne však vždy, by stačilo zmínit, že se jedná o daný případ a pro další (vyjmenované) možnosti se bude postupovat analogicky. Četným chybám v první kapitole se dalo předejít pouhým shrnutím vlastností. Důkazy v těžších partiích jsou vedeny srozumitelně.

Definice jsou zpravidla precizní, až na definici výšky str. 27, Definice 8, které vyhovuje nekonečná množina úseček. Musím podotknout, že definice se opírá o jinak kvalitní zdroj, ve kterém je formulace nejasná. Menší nepřesnosti jsou na str. 30, Věta 12 (1. věta důkazu, osa se zobrazí na úsečku), str. 67, Věta 27 (úsečka je rovná ose strany). Nepřesné je označení „vedlejší” úhel na str. 9, 3. ř. zdola a str. 12, Tvrzení 3, 1. ř.. V geometrii trojúhelníku se používá pojem vnější „úhel”.

V Tvrzení 3 se taky dokazuje věta o vnějším úhlu. Na str. 34, Definice 9 a 10, do definice by mělo být vloženo, že je to množina v rovině  $\rho$ , která se použije v symbolickém zápisu. Výstavba definic a vět/ tvrzení je celkově konzistentní a v správném uspořádání.

### **Přínos (originalita, použitelnost apod.)**

Práce dobře shrnuje speciální body v trojúhelníku a jejich vlastnosti, které jsou dostupné z vysokoškolských učebnic syntetické geometrie a používají se v matematické olympiádě, nebo jsou dokazatelné elementárními prostředky středoškolské geometrie. Po odstranění nedostatků v důkazech je práce vhodným zdrojem pro kurz Syntetická geometrie III. Tudiž i jako rozšiřující učivo gymnaziální geometrie a příprava na matematickou olympiádu.

### **Formální náležitosti (gramatika, styl, typografie, grafické části, odkazy a citace, úprava)**

Práce je vysázená v LaTeXu a celkově je psána čtivě ve velmi dobrém stylu. Vzhledem k rozsahu jsem našel menší počet překlepů, či drobných chyb:

str. 10, poslední ř. v důkazu Věty 1, „tvou”, má být „dvou”

str. 12, 2. odst., Eukleidovy věty, dále v textu Euklidovy

str. 14, střed důkazu Věty 5, „potřebuje“, má být „potřebujeme“

str. 14, 5. ř. zdola, před závorkou je tečka navíc

str. 20, „v 1. kapitole”, má být „ve 2. kapitole”

str. 22, 1. věta důkazu Věta 9, „jednotlivý”, má být „jednotlivých”

str. 89, 1. ř. „o to”, má být „a to”

Několik dalších drobností je v matematické části:

str. 10, 2. ř., důkaz Věty 1,  $c = |AB|$

str. 11, 2. ř., důkaz Tvrzení 2,  $D, E$  takové, že  $D \neq E \neq C$

str. 44, poslední věta, body  $A_I$  a  $C_I$

str. 64, 3. ř. důkazu Tvrzení 16, kolmá na osu  $o_\beta$

Někdy je použita oblouková, jindy stupňová míra úhlu - viz např. str. 60 a 61. Úhly jsou někdy značené se znakem úhlu a třemi odpovídajícími body, jindy bez znaku úhlu, viz např. str. 76.

Práce obsahuje velké množství obrázků, které jsou přehledné a hezky zpracované. Pozice jednotlivých objektů v konstrukcích jsou voleny vhodně. U obrázků 6.13, 7.7, 11.2, 13.3 chybí reference v textu. Popisky obrázků str. 32, Obrázek 4.5 odkazuje nesprávně na Tvrzení 4, str. 41 Obrázek 5.11, odkazuje nesprávně na Tvrzení 14. Dále str. 19, Obrázek 1.9, 2. případ je obráceně

označení úhlů alfa a beta. U některých obrázků chybí prvky použité v textu např. str. 68, Obrázek 9.3 kružnice se středem  $R$  a poloměrem  $RB$ .

V odkazu na Eukleidovy základy chybí autor překladu. Články z Wikipedie nejsou citovány správně.

### **Zdroje (reprezentativnost, relevance, použití)**

Zdroje odpovídají obsahu i rozsahu práce. Je použita i zahraniční literatura. Citace z Wikipedie by bylo vhodnější nahradit citacemi z jiných zdrojů – např. stránka [cut-the-knot.org](http://cut-the-knot.org) je psána precizněji a obsahuje ověřené důkazy a jejich variace včetně interaktivních appletů.

### **Další poznámky**

Autorka věnuje poměrně rozsáhlou část práce geometrickým důkazům. Tento přístup je náročný a je nutno jej ocenit. Ovšem dopouští se při tom chyb. Většina z nich je však lehce odstranitelná, stačí zvýšit preciznost. Další rozšíření práce je možné, nicméně bych zvážil směr, kterým se ubírat. Místo popisování dalších bodů, bych doporučoval spíše věnovat se aplikacím speciálních bodů v řešených příkladech, či problémech.

**Vyjádření ke shodám v systému Theses:** Nalezený 1 podobný dokument, míra shody je méně než 5%.

**Hodnocení:** Práce **splňuje** podmínky kladené na závěrečnou práci. Práci **doporučuji** k obhajobě.

### **Otázky k obhajobě**

1. Prosím o zdůvodnění rozdílů mezi Tvrzením a Větou v práci.
2. Prosím o vyjádření z jakého důvodu byly do kapitoly 7 zařazené 2 definice osy úhlu.
3. Podle jakých kritérií byly voleny „významné“ body v trojúhelníku.

Datum a podpis autora posudku: 01.09.2017