Tomáš Zadražil: **Ruleta a herní systémy**

Posudek oponenta diplomové práce

Předložená práce je věnována ruletě, její historii a především tzv. herním systémům, tj. strategiím, které hráči používají při opakovaném sázení. Výhodnost těchto systémů (střední hodnota zisku) je zkoumána pomocí teorie Markovových řetězců.

Téma práce pokládám za zajímavé. Jednotlivé herní systémy jsou sice popsány na mnoha internetových stránkách určených hráčům rulety, avšak většinou bez podrobnějšího matematického rozboru. Studentům matematiky mohou příklady posloužit jako ilustrace k teorii náhodných procesů.

Po odborné stránce je práce na velmi dobré úrovni. Autor musel nastudovat řadu pojmů a výsledků, které nejsou součástí základního kurzu pravděpodobnosti na učitelském studiu. V kapitole 4 téměř chybí odkazy na literaturu, proto předpokládám, že ji autor vypracoval z velké části samostatně – prosím, aby se k tomu během obhajoby vyjádřil.

S výjimkou některých pasáží, které jsou psány poněkud kostrbatou češtinou (např. překlad úryvku z [9] hned na str. 3–4), je text sepsán poměrně kultivovaně. Je pěkně vysázen v TEXu a doplněn vhodnými ilustracemi. Počet překlepů a gramatických chyb je vzhledem k rozsahu práce přiměřený (např. $x \leq X$ místo $X \leq x$ ve vzorci (3.6) na str. 31; na pozici 0, $n+1$ místo na pozici 0, n na str. 41; n místo k na str. 48, řádek 6 zdola).

Za hlavní nedostatek práce pokládám její didaktické zpracování. V první řadě není zcela jasné, jakým čtenářům je text primárně určen. V zadání práce se píše, že „důraz … bude kladen na čitelnost a srozumitelnost textu tak, aby byl z větší části čitelný i pro nadané žáky středních škol“. Jsem přesvědčen, že tento cíl se nepodařilo naplnit – za středoškolsky srozumitelné pokládám pouze kapitoly 1 a 2, které neobsahují žádnou matematiku. Na druhou stranu pochybuji, zda téma vůbec lze zpracovat na středoškolské úrovni. Jak jsem již uvedl výše, práce by spíše mohla být zajímavá pro vysokoškoláky se zájmem o teorii pravděpodobnosti. Přesto mám dojem, že ani pro ně nebude text dostatečně čtivý a srozumitelný.

Uvedu několik konkrétních kritických připomínek:

- V celé práci je chybně uváděn název “d'Alambert” místo správného “d'Alembert” (podle Jeana le Rond d'Alemberta (1717–1783)). Většina herních systémů v sekci 2.5 je popsána velmi stručně. Postrádal jsem vysvětlení, proč se tyto systémy používají a v čem je jeden systém výhodnější než druhý. Např. u d'Alemberta a Fibonacciho by se hodilo zmínit, že se jedná o méně agresívní varianty Martingale v tom smyslu, že sázky nerostou tak rychle. U Martingale ruší výhra všechny předchozí prohry, u Fibonacciho pouze předchozí dvě prohry. Naopak Great Martingale je agresívnější verze Martingale s vyššími výhrami a rychleji rostoucími sázkami. Možná taková pozorování připadají autorovi triviální, ale já jako čtenář bych je ocenil.

- V sekci 3.2 autor připomíná řadu pojmů – pravděpodobnost, nezávislé jevy, náhodná veličina, apod. To pokládám za nadbytečné – čtenář, který tyto pojmy dosud nezná, stejně nemá šanci pochopit další výklad. Autor zavádí některé pojmy zbytečně obecně, což vede k nesrozumitelnosti. Typickým příkladem je „definice“ náhodné veličiny v sekci 3.4. Autor se zde snaží vyhnout pojmu měřitelná funkce a píše „ke každé podmnožině oboru hodnot existuje smysluplný vzor tvořený sjednocením elementárních jevů, a tedy náhodný jev, … jemuž umíme přiřadit pravděpodobnost.“ Čtenář, který definici náhodné veličiny zná, ihned zpozoruje, že to není správně (nemělo by se hovořit o všech podmnožinách oboru hodnot, ale pouze o intervalech). Naopak pro čtenáře, který správnou definici nezná, je text zcela nesrozumitelný. Hned poté přitom autor přiznává, že bude potřebovat pouze diskrétní náhodné veličiny; ty lze přitom definovat elementárněji. Vágnost definice náhodné veličiny se projevuje i v dalším textu, např. na s. 32, ř. 3–4, cituji: „Lze se snadno přesvědčit, že vzorem libovolné podmnožiny H_Z je jasně vymezená podmnožina Ω, a tedy sjednocení některých z jevů A, B, C.“ Zde se není o čem přesvědčovat: Pokud je Z definována na Ω, pak vzorem libovolné množiny jistě je „jasně vymezená“ podmnožina Ω. (Co je to „nejasně vymezená“ podmnožina?)

- Pojem střední hodnota je zaveden pouze pro veličiny nabývající konečně mnoha hodnot, přestože v textu se později objevují i veličiny se spočetným oborem hodnot (např. na straně 49).

- Je Bayesova formula ze str. 29 použita někde v kapitole 4? Pokud ano, kde? Pokud ne, proč ji autor zmiňuje? Příklad na straně 30 mi připadá umělý, zadání je obtížně srozumitelné. Není jasné, zda paní Červenková hraje desetkrát (tomu nasvědčuje zadání) nebo jednou (tomu nasvědčuje výpočet) s tím, že čísla v zadání jsou vlastně pravděpodobnosti sázek. V řešení nerozumím tomu, co značí $P(B)$.

- Definice náhodného procesu a Markovova řetězce na str. 38–39 jsou správné, ale dost formální. Čtenář, který se s nimi dosud nesetkal, bude patrně ztracen. Situace by se vyjasnila zařazením jednoduchého konkrétního příkladu, např. diskrétní náhodné procházky po přímce, s podrobným vysvětlením, jaký bude v tomto případě význam (Ω, A, P), S, X_k.
- Na str. 33 autor píše, že střední hodnota binomického rozdělení s parametry n, p je np a dodává „Korektnost této úvahy je zcela konzistentní s vlastnostmi střední hodnoty, dohledatelnými v kapitole 6 zdroje [22].“ Proč jednoduše nenapíše, že to plyne z linearity střední hodnoty?
- Na str. 44 autor píše „matice $E-R$ je nutně regulární, neboť R nedisponuje žádnou 1 na hlavní diagonále“. Jak z toho plyne invertibilita matice? Jaké tvrzení z lineární algebry se zde využívá?
- Str. 49: Poznámka pod čarou mi připadá zavádějící. V teorii mocninných řad se 0^0 standardně interpretuje jako 1, součet řady v nule je tedy 1.
- Str. 50: Na konci posledního řádku chybí < 0.
- Str. 54-55: Struktura Markovova řetězce není dostatečně okomentována. Mělo by být zdůrazněno, že modelujeme část hry do dosažení n proher v řadě. Pro čtenáře to je trochu matoucí, neboť jde o jiný úsek hry než „kolo“ zavedené na s. 53. Dále není dostatečně srozumitelně vysvětleno značení stavů. (Do stavu x se dostaneme tehdy, pokud zisk v předchozím spinu byl x.) Na obr. 4.7 chybí některé hrany/šipky, např. ze stavu $+2J$ do $-1J$ (tato připomínka se vztahuje i k obr. 4.12). Postrádám vysvětlení, z čeho přesně plynou vztahy (4.1) a (4.2) – využívá se nějaká vlastnost střední hodnoty? Je zavádějící, že symbol $E(Z_n)$ má ve (4.2) jiný význam než ve (4.1).
- Str. 58, 3. řádek zdola: Věta „Abychom se tak v případě prohry vykoupili, potřebovali bychom předtím vyhrát alespoň $2n - 1 = 63$ krát.“ je matoucí, neboť bezprostředně nenavazuje na předchozí větu. (Číslo 63 nijak nesouvisí s číslem 109,9.)
- Str. 58, předposlední řádek: Co je s?
- Str. 60, bod 1: Nerozumím větě „K neomezenému Martingalu můžeme z omezeného přejít limitním přechodem $n \to \infty$.“ Lze tímto způsobem odvodit nějaké vlastnosti neomezeného Martingalu z vlastností omezeného Martingalu? Pokud ne, tak se jedná bezcennou informaci.
- U řady obrázků v kapitole 4 jsou popisky typu „Standardní průběh systému X“ – v jakém smyslu jsou uvedené průběhy standardní?
- Str. 61: Úvod sekce 4.2 je velmi obtížně srozumitelný. Postrádal jsem vysvětlení, kde se vzaly číselné údaje v bodech 1–4. Přestože autor píše, že „Budeme uvažovat zmiňovanou »potenciálně nejvýnosnější« variantu“, nebylo mi zpočátku jasné, kterou variantu má na mysli. Zmatek je částečně způsoben i tím, že čísla na straně 61 jsou oproti číslům na straně 25 vydělena deseti.
- Str. 69: Nerozumím popisu obrázku 4.16 a významu modrých přerušovaných čar – o jaké „zpětné rozhodování“ se zde jedná?
- Příloha I: Obrázky jsou pěkné, ale nevím, zda jednotlivé simulace mají nějakou vypovídací hodnotu.

Shrnutí: Přestože autor odvedl velký kus práce, domnívám se, že výsledný text mohl být stručnější a pečlivěji zpracovaný. Doporučuji uznat práci jako diplomovou a navrhuji hodnocení *velmi dobře.*

V Praze dne 2. 6. 2017

doc. RNDr. Antonín Slavík, Ph.D.
Katedra didaktiky matematiky MFF UK