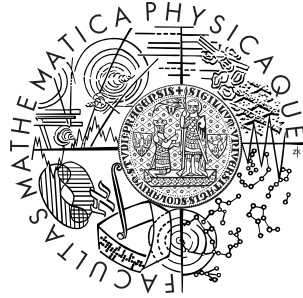


Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta

DISERTAČNÍ PRÁCE



Miloslav Zejda

Analýza světelných křivek zákrytových dvojhvězd

Astronomický ústav

Školitel: doc. RNDr. Marek Wolf, CSc.

Děkuji svému školiteli doc. RNDr. Marku Wolfovi, CSc., vedoucímu pracoviště doc. RNDr. Zdeňku Mikuláškoví, CSc., kolegům prof. RNDr. Petru Harmancovi, DrSc., RNDr. Petru Hadravovi, DrSc., Dr. Davidu Mkrťichianovi za podporu a cenné rady a připomínky, RNDr. Petru Svobodovi za přesná fotometrická pozorování a dalším přátelům a kolegům za ostatní provedená pozorování, rady a připomínky. Současně děkuji své rodině za pochopení a podporu během celého studia.

Prohlašuji, že jsem svou dizertační práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce a jejím zveřejňováním.

Název práce: Analýza světelných křivek zákrytových dvojhvězd

Autor: Miloslav Zejda

Katedra (ústav): Astronomický ústav MFF UK

Školitel: doc. RNDr. Marek Wolf, CSc., e-mail: wolf@cesnet.cz

Abstrakt: Analýza světelných křivek zákrytových dvojhvězd spolu s rozbořením křivky radiálních rychlostí umožňuje najít základní parametry dvojhvězdy i detailní vlastnosti jejích složek. K tomu dnes slouží řada programů. První část předkládané práce obsahuje komentovaný, kritický přehled používaných metod a programů na řešení světelných křivek, a to i těch historických. V druhé části práce se demonstrovuje využití rozličných moderních programů pro studium zákrytových dvojhvězd. Jako testovací hvězda byla zvolena TW Dra, kde byla k dispozici jedna z nejdelsích pozorovacích řad. Prvním krokem při studiu je stanovení světelných elementů, zejména určení periody a případně jejich změn. Na základě detailního rozboru 561 hodnot O–C od roku 1858 do současnosti byly popsány změny periody, které mají po roce 1942 podobu tlumených oscilací. V nich pak byly objeveny projevy třetího tělesa s oběžnou dobou 6.5 roku. Toto těleso ale ke svítivosti soustavy prakticky nepřispívá a není detekovatelné fotometricky. Výsledky analýzy O–C diagramu, odeslané k publikaci, zahrnují i matematický popis vývoje periody a stanovení střední periody $P = 2.80683211$ d pro období vlastních pozorování. Během let 2001–2007 bylo získáno přibližně 50 000 fotometrických měření v *UBVRI* a 46 spektrogramů oblasti $H\alpha$. Fotometrie potvrdila výskyt drobných oscilací na světelné křivce s primární periodou 0.05 dne a proměnnou amplitudou do 0.01 mag, zejména v oboru *B*. Světelná křivka v různých filtrech vykazuje zřetelné deformace zejména v okolí obou minim jasnosti. Ze spektroskopických pozorování byly ručním měřením (SPEFO), pomocí kroskorelace a disentanglingu (KOREL) získány křivky radiálních rychlostí pro obě hlavní složky. Nejpřesnější byly výsledky z KORELu. Pomocí sítě modelů bylo určeno globální minimum v prostoru řešení a následně určen poměr hmotností složek dvojhvězdy $q = 0.405$. Ze spekter hvězdy ADS9706B (vizuálního průvodce TW Dra) byl určen její spektrální typ G0V. Následné určení vzdálenosti navíc podporuje tvrzení, že se jedná o fyzickou složku systému, celkově by tedy šlo o čtyřhvězdu v konfiguraci $((1+1)+1)+1$. V poslední části práce byla nejprve řešena všechna dostupná starší fotometrická měření pomocí FOTELu, a data z roku 1952 i programem PHOEBE. Tato měření byla v minulosti analyzována 5 metodami. Byly porovnány publikované výsledky spolu s novými z FOTELu a PHOEBE a diskutovány rozdíly v přístupu k řešení, odchylky a chyby parametrů. Vlastní pozorování byla zpracována nejprve ve FOTELu. Při řešení bylo nutné uvažovat třetí světlo, které je zřejmě způsobeno přítomností mezihvězdné látky ve dvojhvězdě v podobě plynného proudu nebo akrečního disku. Řešení ve PHOEBE bylo už jen s nenulovým třetím světlem. Nejdůležitější výsledné parametry simultánního řešení světelných křivek v 5 barvách včetně křivek radiálních rychlostí jsou: $a=12.01 R_{\odot}$, $r_1=0.211$, $r_2=0.303$, $M_1=2.11 M_{\odot}$, $M_2=0.85 M_{\odot}$, $i=87.13^{\circ}$, $T_1=8180$ K, $T_2=4407$ K. Zjištěné rozdíly některých parametrů sice překračují chyby určení těchto parametrů, nicméně jednak vycházejí z mírně odlišných definicí samotných parametrů a jednak zřejmě neodráží skutečnou nejistotu jejich určení. Řešení z FOTELu je proto možné považovat za kvalitativně srovnatelné.

Klíčová slova: zákrytová dvojhvězda – světelná křivka – model – O–C diagram

Title: Analysis of eclipsing binary light curves

Author: Miloslav Zejda

Department: Astronomical Institute of Charles University

Supervisor: doc. RNDr. Marek Wolf, CSc., e-mail: wolf@cesnet.cz

Abstract: Analysis of eclipsing binary light and radial velocity curves allows finding basic parameters of a binary as well as the detail characteristics of its components. Many codes are available to achieve this goal. First part of this thesis consists of commented overview of methods and programmes used for light curve solutions so far. In second part there is a demonstration of usage of modern programmes for eclipsing binary study. TW Dra, with one of the longest observational data set available, was chosen as a test star. Precious knowledge of light ephemerides is an essential precondition for this research. Using 561 minima timings from 1858 up to now, the period changes were described. Subtracting significant changes of O–C values since 1942 (in form of dumped oscillations), third body with period 6.5 years was discovered in the system. However, contribution of this star to the total light of TW Dra is too low to be photometrically detectable. Results of O–C diagram analysis, submitted for publication, contain mathematical description of period development and determination of present mean period $P = 2.80683211$ d. Nearly 50 000 of new, mostly our own, photometric observations in *UBVRI* colours, and 46 spectroscopic observations of H α region were accomplished within 2001-2007. Presence of small oscillations on the *B* light curve, with primary period 0.05 day and variable amplitude lower than 0.01 mag, was confirmed by photometric measurements. Light curves show evident distortions, especially around both brightness minima. Using SPEFO, cross-correlation function and disentangling (KOREL) radial velocity curves of both components were obtained from our spectroscopic observations. The most accurate are KOREL results. The global minimum in all solutions space was found by nets of models and the final mass ratio was determined $q = 0.405$. On the base of spectra, the spectral type G0V of ADS 9706B (visual companion of TW Dra) was found. Distance determination for this star supports a prediction, that it is also a physical member of the system, thus in summary there is quadruple system $((1+1)+1)+1$. In the last part of the thesis all available photometric data were solved by FOTEL code and for data from year 1952 PHOEBE programme was applied as well. The latter measurements were analysed using 5 methods in the past. Published results were compared with new ones, analysed by FOTEL and PHOEBE, respectively. Differences in solutions approaches, parameter values and its errors are discussed. Our observations were processed in FOTEL first. It showed third light present in the system, probably as a result of circumstellar material in form of a gas stream or an accretion disc. PHOEBE solutions were made assuming non-zero third light only. The most important resulting parameters based on simultaneous solution of 5 light curves in *UBVRI* bands and both radial velocity curves are: $a=12.01 R_{\odot}$, $r_1=0.211$, $r_2=0.303$, $M_1=2.11 M_{\odot}$, $M_2=0.85 M_{\odot}$, $i=87.13^{\circ}$, $T_1=8180$ K, $T_2=4407$ K. Differences found in several parameters slightly exceed their error boxes, nevertheless the parameters are based on a bit different definitions and the errors themselves evidently do not reflect the real uncertainties of their determinations. Thus, the FOTEL solution is qualitatively the same as from PHOEBE.

Keywords: eclipsing binary – light curve – model – O–C diagram

Obsah

| | |
|--|-----------|
| Část I | 9 |
| 1 Úvod | 9 |
| 1.1 Rozdělení dvojhvězd | 10 |
| 1.2 Význam výzkumu zákrytových dvojhvězd | 12 |
| 2 Řešení světelných křivek | 13 |
| 2.1 Úvod | 13 |
| 2.2 Klasické metody využívající syntetických světelných křivek | 15 |
| 2.2.1 Russellova metoda | 15 |
| 2.2.2 Russellova-Merrillova metoda | 18 |
| 2.2.3 EBOP (Eclipsing Binary Orbit Program) | 19 |
| 2.2.4 Woodův model a program WINK | 22 |
| 2.3 Fyzikální modely | 22 |
| 2.3.1 Binnedijkův model | 22 |
| 2.3.2 Rucinského model – WUMAn | 23 |
| 2.3.3 Hillův model – LIGHT2 | 23 |
| 2.3.4 BINSYN | 24 |
| 2.3.5 Čerepaščukův model aneb ”ruská škola” | 26 |
| 2.3.6 Djuraševićův program | 27 |
| 2.3.7 Binary Maker | 28 |
| 2.3.8 FOTometrické ELeMenty – FOTEL | 30 |
| 2.3.9 Nightfall | 31 |
| 2.3.10 Wilsonův-Devinneyho model – WD | 32 |
| 2.3.11 BinaRoche | 34 |
| 2.4 Jiné přístupy | 35 |
| 2.4.1 Kopalova metoda (Frequency Domain Method) | 35 |
| 2.4.2 Yamasakiho model | 38 |
| 2.4.3 Buddingův model – SEBM | 38 |
| 2.4.4 ILOT | 39 |
| 2.4.5 Mochnacki – GENSYN | 39 |
| 2.4.6 Collier-Mochnacki-Hendry – GDDSYN | 39 |
| 2.5 Automatická řešení v přehlídkových projektech | 39 |
| 2.5.1 EBAS – automat s jádrem EBOP | 39 |
| 2.5.2 DEBiL a MECI | 40 |
| 2.5.3 PHOEBE (Physics of Eclipsing BinariEs) | 41 |
| Část II | 45 |
| 3 Volba a představení cílového objektu | 45 |
| 3.1 Výběr testovací hvězdy | 45 |
| 3.2 TW Draconis – historie výzkumu | 46 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 4 | Dlouhodobé změny O-C | 54 |
| 4.1 | Dosavadní poznatky | 54 |
| 4.2 | O-C diagram dnes | 56 |
| 4.2.1 | Interval 1858–1942 | 57 |
| 4.2.2 | Interval 1942–2007 | 60 |
| 4.3 | Příčiny změn O–C | 63 |
| 4.3.1 | Přenos hmoty | 63 |
| 4.3.2 | Vliv magnetického pole | 64 |
| 4.3.3 | Třetí těleso - LITE | 65 |
| 5 | Fotometrie | 67 |
| 5.1 | Fotoelektrická fotometrie | 67 |
| 5.2 | CCD fotometrie | 67 |
| 5.3 | Světelná křivka TW Dra | 69 |
| 5.4 | Fotometrická kampaň TW Dra 2001-2007 | 70 |
| 5.4.1 | Fotoelektrická měření – Hvar | 71 |
| 5.4.2 | Fotoelektrická měření – Suhora | 73 |
| 5.4.3 | CCD měření | 73 |
| 5.5 | Současná světelná křivka TW Dra | 76 |
| 5.5.1 | Globální pohled | 76 |
| 5.5.2 | Detailní pohled | 77 |
| 5.5.2.1 | Pulsace | 78 |
| 5.5.2.2 | Nepravidelnosti na světelné křivce | 80 |
| 5.5.2.3 | Hloubka minim | 81 |
| 6 | Spektroskopie | 84 |
| 6.1 | Spektrograf | 84 |
| 6.2 | Spektroskopická pozorování TW Dra | 85 |
| 6.3 | Určení poměru hmotností složek q | 86 |
| 6.3.1 | SPEFO | 86 |
| 6.3.2 | Zverkova metoda – užití CCF | 90 |
| 6.3.3 | KOREL | 95 |
| 6.4 | Řešení křivky radiálních rychlostí ve FOTELu | 104 |
| 6.5 | ADS 9706B | 105 |
| 7 | Analýza světelné křivky | 112 |
| 7.1 | FOTEL | 112 |
| 7.2 | PHOEBE | 117 |
| 8 | Závěr | 126 |
| | Literatura | 132 |
| | Příloha | 142 |

Část I

1 Úvod

Lidé mnohokrát vzhlíželi k obloze s obavami či úžasem. V dávných dobách to mohly být obavy, že úkazy na obloze jsou zejména předzvěstí, že se stane něco špatného, zlého. Dnes jsou to obavy snad jen ze špatného počasí. Nicméně úžas nad tím úchvatným divadlem, které se před námi odehrává zůstává. Nestačí ale jen žasnout, člověk se snaží těm věcem "přijít na kloub", zjistit, jak vlastně věci ve vesmíru fungují a jakými zákonitostmi se řídí.

Sféra hvězd byla dlouhou dobu nedotknutelná. Postupem času se ukázalo, že je možné a nutné hvězdy zkoumat a získávat o nich řadu informací. Podle různých pramenů si už i někteří starověcí učenci povšimli, že se některé hvězdy na obloze mění. Čas od času se zjevila dokonce nova nebo supernova, ale mnohdy byla považována za úkaz atmosférický, který se přece v žádném případě nemůže dotýkat neměnné nebeské sféry! I když byl posléze tomuto úkazu přiznán hvězdný statut označením – hvězdahost, žádný pokus o vysvětlení původu úkazu se stejně nekonal. Přesto můžeme říci, že právě pozorování proměnných hvězd je bránou do světa hvězd. Počátkem (novodobé) historie stelární astronomie se stalo první doložené pozorování periodicky proměnné hvězdy v srpnu roku 1596. Právě tehdy si David Fabricius do svého deníku poznamenal, že se hvězda označovaná dnes Mira (o) Ceti mění. V průběhu následujících desetiletí se jí věnovalo několik učenců. Roku 1667 dokonce Ismael Bouillau určil periodu změn Miry. O dva roky později si G. Montanari povšimnul změn jasnosti Algolu. Jenže uběhlo ještě dalších více než sto let. Proměnnost Algola znovu objevil 12. 11. 1782 J. Goodricke. Tentokrát již po roce publikoval Goodricke periodu změn jasnosti Algolu a zejména správné vysvětlení příčiny pozorovaných změn jasnosti. Objevil vlastně zákrytové dvojhvězdy. I jeho práce však na dlouhá léta upadla v zapomnění. O století později E. Pickering (1881) oprášil zákrytovou teorii a pro soustavu Algola spočítal také velikost a dráhu "temného zakrývajícího satelitu". To byly první kroky k poznání, že samotářská hvězda jako například naše Slunce nemůže poskytnout tolik informací jako dvojice hvězd, obíhající kolem společného těžiště. Dvojhvězdy představují opravdu zcela unikátní zdroj informací. Podle různých studií (například Abt, 1983) se ve dvojhvězdných párech vyskytuje nejméně polovina hvězd, takže i složky dvojhvězd představují i velmi významnou část hvězdné populace ve vesmíru. Jejich studiem můžeme zjistit přímo hmotnosti hvězd, i poloměry a svítivosti složek.

Z hlediska vývojových scénářů pro hvězdy můžeme studovat, jak se stejně staré hvězdy vyvíjejí rozdílným tempem podle své hmotnosti v případě oddělených soustav a také v jaký vliv na další vývoj hvězd mají efekty těsného soužití – jevy typické pro těsné dvojhvězdy jako přetoky hmoty, okolohvězdná látka či společná atmosféra. Blízká přítomnost souputníka také mění fyzikální parametry hvězdy. Složky těsné dvojhvězdy jsou slapově deformované, vzájemně se nahřívají, ale může docházet i ke změně vnitřní struktury. Pohyb složek po excentrické trajektorii, případně přítomnost dalšího tělesa v soustavě jen přidává nejen zajímavosti, ale též možnost studovat stabilitu takových soustav, projevy proměnného slapového působení nebo vliv elektromagnetických sil a podobně. Navíc "členství" ve dvojhvězdách není vyhrazeno jen pro "obyčejné" hvězdy – ve dvojhvězdných systémech je možné najít prakticky jakékoli hvězdné objekty – od hnědých trpaslíků až po (super)novy, rentgenovské zdroje nebo černé díry. Řada tech-

nik odvozených při výzkumu dvojhvězd se dnes také používá například při výzkumu exoplanet. V posledních letech se dvojhvězdy používají jako indikátory pro určování vzdáleností ve vesmíru, protože absolutní hvězdná velikost složek se dá snadno určit z jejich svítivosti. Metoda je použitelná jak v naší Galaxii (Munari et al., 2004), tak i na extragalaktických škálách (Giménez et al., 1995; Ribas et al., 2004; Guinan et al., 2004).

Celkově je tedy možné říci, že dvojhvězdy jsou vynikající ukázkou toho, jak může fyzika hvězd a hvězdných soustav výrazně přispívat k pochopení a poznávání procesů v celém vesmíru.

Cílem práce je popis, zhodnocení a porovnání nejvíce rozšířených metod analýzy světelných křivek zákrytových dvojhvězd a výpočet fotometrických elementů zvoleného systému, v našem případě TW Dra. Pro studium bylo třeba získat nová přesná pozorování v alespoň dvou barvách a také křivku radiálních rychlostí. Výsledky (i průběžné) pak samozřejmě prezentovat v odborném tisku a na mezinárodních konferencích.

1.1 Rozdělení dvojhvězd

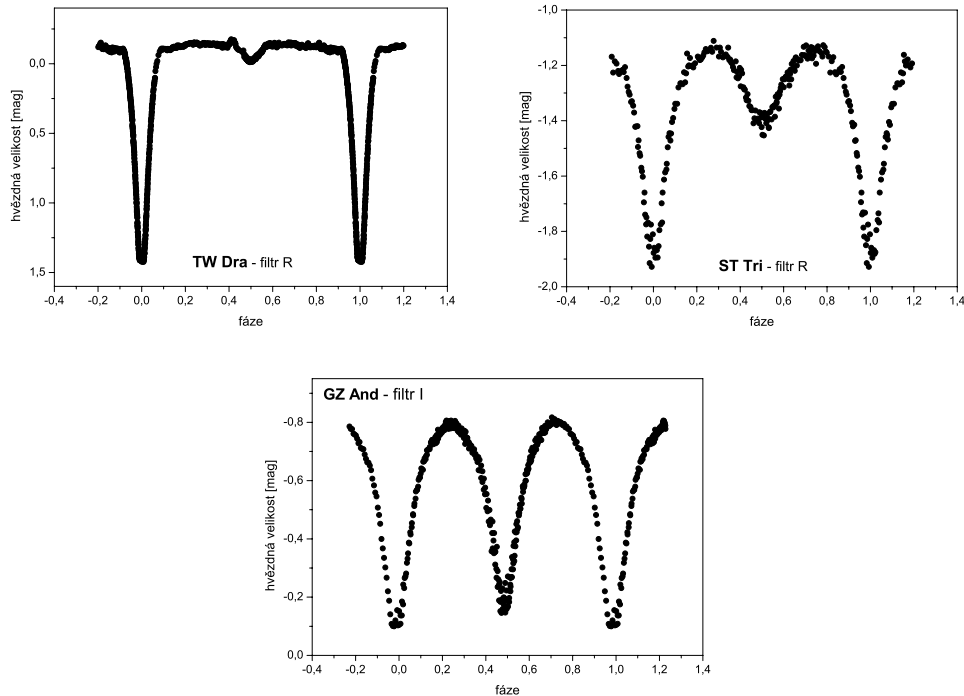
Dvojhvězdy představují rozsáhlou a velmi různorodou skupinu objektů. Vždyť jen například v základním parametru dvojhvězd – době oběhu složek kolem společného těžiště, je obrovský rozsah hodnot od 321 s pro pulsar RX J0806.3+1527 (Israel et al., 2002) až po zhruba 32 000 let (Harmanec & Mayer, 2007). Těto rozmanitosti odpovídá i množství způsobů dělení dvojhvězd do skupin a tříd podle různých kritérií.

Jen u malého počtu dvojhvězd můžeme pozorovat obě složky. Takovým velmi širokým hvězdným pářím, které se navíc nacházejí zpravidla v nevelkých vzdálenostech od nás říkáme vizuální dvojhvězdy. Dolní hranicí, kdy ještě složky dvojhvězdy rozlišíme v dalekohledu jsou přibližně $0.2''$. Dnes se ale mez rozlišení výrazně zmenšila díky skvrnkové interferometrii. V lednu 2007 se podařilo astronomům z CHARA rozlišit exoplanetu u mateřské hvězdy HD 189733 ve vzdálenosti pouhých $0.00038''$ (Baines et al., 2007). Dvojhvězdy s úhlovou vzdáleností složek menší než $1''$ se také někdy označují jako interferometrické. Pro vizuálně nerozlišené dvojhvězdy se však častěji setkáme s označením spektroskopické. O jejich dvojhvězdnosti se většinou dozvíme prostřednictvím spektra. V důsledku orbitálního pohybu u nich totiž dochází k pravidelným změnám radiálních rychlostí. V ideálním případě jsou ve spektru dvojhvězdy vidět čáry obou složek. Takové páry označujeme SB2. Nicméně pokud je jedna složka dvojhvězdy například výrazně jasnější, uvidíme ve spektru jen čáry jedné složky, kterou cloumá neviditelný průvodce. Takové dvojhvězdy pak označujeme SB1.

Zvláštní skupinu mezi dvojhvězdami tvoří zákrytové dvojhvězdy. Rovina jejich oběžné trajektorie je totiž v prostoru orientována tak, že Země leží blízko této roviny. To znamená, že se nám složky dvojhvězdy při vzájemné pohybu zakrývají. Pozorujeme pak změny celkového světla soustavy. Podle nich klasifikujeme tři typy zákrytových proměnných hvězd:

1. hvězdy typu Algol

- (a) na světelné křivce jsou zpravidla jasně ohraničené zákryty,



Obrázek 1.1: Světelné křivky zákrytových proměnných hvězd z vlastních CCD pozorování. a) Algolida - hvězda TW Dra. b) Hvězda typu β Lyrae - ST Tri. c) Hvězda typu W UMa - GZ And.

- (b) mezi zákryty bývá světelná křivka plochá, deformace složek se prakticky neprojevuje,
- (c) mezi primárním a sekundárním minimem jsou velké rozdíly v hloubce;

2. hvězdy typu β Lyrae

- (a) mezi zřejmými zákryty jsou na světelné křivce povlnné změny jasnosti v důsledku slapové deformace složek,
- (b) velké rozdíly v hloubce minim indikují, že složky mají výrazně odlišnou povrchovou teplotu;

3. hvězdy typu W UMa

- (a) světelné křivky se mění plynule,
- (b) primární a sekundární minima jsou přibližně stejně hluboká,
- (c) slapové deformace tvaru složek jsou zjevné.

Důkladný rozbor světelné křivky zákrytové dvojhvězdy může přinést velké množství informací o hvězdách v soustavě a nejde jen o geometrické vlastnosti – rozměry a vzdálenosti. Uplatňují se zde poznatky z nebeské mechaniky, termodynamiky, fyziky záření, hydrodynamiky a jiných oblastí fyziky. Studium zákrytových dvojhvězd tak přináší zřejmě největší množství informací o hvězdách a zákrytové dvojhvězdy samotné předsta-

vují ohromnou laboratoř, kde je možné testovat naše představy o vývoji a parametrech hvězd.

Doposud jsme rozdělovali dvojhvězdy podle pozorovaných projevů dvojhvězdnosti. Dalším možností je roztrždit je do morfologických tříd z hlediska Rocheovské geometrie, respektive dle vztahu složek ke kritické ekvipotenciále, tzv. Rocheově mezi. Takové třídění zavedl Kopal (1955):

1. oddělené systémy (*detached*) – ani jedna ze složek nevyplňuje Rocheovu mez,
2. polodotykové (*semidetached*) – jen jedna ze složek vyplňuje Rocheovu mez,
3. kontaktní (*contact*) – obě složky vyplňují nebo spíše přesahují Rocheovu mez, proto se dnes spíše používá anglický termín *overcontact*, což bychom mohli překládat právě jako ”přesahující”.

Wilson (1979) tuto klasifikaci doplnil o soustavy s dvojitým kontaktem (*double contact*), kdy obě složky dvojhvězdy právě přesně vyplňují Rocheovy laloky, ale nedotýkají se navzájem. Navíc alespoň jedna složka rotuje větší rychlostí než je rychlost synchronní rotace.

Mezi morfologickou klasifikací a rozdělením podle světelných křivek je jistá souvislost. Světelné křivky algolid jsou výsledkem zákrytů v oddělených nebo poloodělených soustavách, zatímco křivky typu W UMa vznikají při zákrytech v kontaktních nebo přesahujících soustavách. Podobnou souvislost ale nenajdeme u hvězd typu β Lyrae. Jejich světelné křivky mohou vznikat v podstatě ve všech výše uvedených typech dvojhvězdných systémů.

1.2 Význam výzkumu zákrytových dvojhvězd

Využitím všech dostupných moderních metod pro studium dvojhvězd můžeme určovat parametry složek dvojhvězdných systémů v řadě případů v relativně vysokou přesností, s chybou menší než 1 %, což je i limit přesnosti pro testování vývojových modelů (Andersen, 1991). Dochází-li k zákrytům složek dvojhvězdy, lze ze světelné křivky určit především sklon rovinu oběhu vůči směru k pozorovateli, tzv. inklinaci i a dále relativní rozměry složek r_1 , r_2 a relativní svítivosti (zářivé výkony) složek vzhledem k celkové svítivosti soustavy. Změny polohy sekundárního minima na světelné křivce vypovídají o excentricitě oběžné trajektorie. Z poměru hloubek minim lze usuzovat na poměr povrchových teplot složek. Poměry mezi jasnostmi v minimu a mimo zákryt v různých oborech spektra vypovídají o hodnotách mezihvězdné extinkce. Při rozboru přesných fotometrických pozorování pak lze odhalit i projevy efektů druhého řádu jako koeficienty okrajových ztemnění složek, tedy rozložení jasu na discích hvězd, efekty odrazu, přítomnost skvrn na povrchu složek a podobně.

Pro určení absolutních parametrů je však zapotřebí připojit k fotometrickým měřením i rozbor spekter. S pomocí křivky radiálních rychlostí je možné odvodit lineární vzdálenost složek a tak i absolutní rozměry složek. Dalším zásadním výsledkem je určení hmotností složek dvojhvězdy, protože dvojhvězdy nám poskytují jedinečnou možnost, jak tuto zcela základní charakteristiku hvězd určovat. Fotometrická i spektroskopická pozorování navíc přinášejí i informaci o efektivních teplotách složek. Následně tak lze

jednoduchou aplikací Stefanova zákona stanovit i zářivé výkony hvězd a jejich absolutní bolometrické hvězdné velikosti. Z nich a z pozorovaných hvězdných velikostí je pak možné odvodit i vzdálenost soustavy. Je důležité si uvědomit, že takto určené vzdálenosti jsou velmi přesné a zejména nezávislé na jiných technikách a slouží tak jako opora pro jiné metody určení vzdáleností i pro škálu efektivních teplot všech hvězd. Od konce minulého století se podobný přístup aplikuje i pro měření extragalaktických vzdáleností (Giménez et al., 1995; Hilditch, 1996 aj.). Základní parametry hvězd zjištěné pro složky dvojhvězd umožňují přímé testy modelů struktury hvězd různé hmotnosti vyskytující se na hlavní posloupnosti stejně jako testy modelů vývoje takových hvězd ve všech jejich stádiích. Naše informace o vývojových procesech a jednotlivých aktivních stádiích výrazně obohacují také nové techniky zpracování spekter jako mapování zákrytů, Dopplerovská tomografie či rozmotávání (*disentangling*) spekter. Všechna zjištěná data ale přispívají i k ověření našich představ o specifikách ve vývoji dvojhvězd samotných.

Konečně studium dvojhvězdných soustav, jejichž členy jsou novy, trpasličí novy, rentgenové zdroje, polary, supernovy, neutronové hvězdy, černé díry slouží kromě již výše zmíněných možností k získávání informací i o těchto, řekněme extrémních, objektech světa hvězd. Získaná data lze využít také k ověřování našich znalostí o základních fyzikálních zákonech, testování platnosti obecné teorie relativity a podobně.

Celkově lze tedy říci, že studium dvojhvězd se astronomům rozhodně vyplácí. Ve dvojhvězdách jsme získali jedinečný zdroj unikátních informací o hvězdách a také laboratoř, kde můžeme otestovat teorie určené pro hvězdný svět i vesmír jako celek.

2 Řešení světelných křivek

2.1 Úvod

Dnešní měření hvězdných velikostí jsou podstatně přesnější než odhady či měření prováděná na konci 19. století. A tak i světelné křivky zákrytových dvojhvězd jsou přesnější, je možné na nich odhalit i řadu jemných změn a tak rozhodně nevystačíme s Pickeringovým modelem temného kulového průvodce. Ze světelné křivky je možné vyčíst mnoho parametrů popisujících zákrytovou soustavu jako celek i charakteristiky jednotlivých složek soustavy. Přehled parametrů dvojhvězdy a jejích složek je uveden v tabulce 2.1.

Světelnou křivku dvojhvězdy zpravidla chápeme jako závislost naměřených hvězdných velikostí na čase, resp. fázi. Částečnou ztrátu světla soustavy během zákrytů ale lze také vyjádřit pomocí vhodných parametrů y_j a času t jako tzv. fotometrickou fázi $\alpha = \alpha(t, y_j)$. Do tohoto vyjádření lze transformovat každý napozorovaný bod na světelné křivce. Dostaneme tak soustavu rovnic pro parametry y_j . Zpravidla jde o mnohem více rovnic než kolik je řešených parametrů. Souběžné řešení této soustavy rovnic pro y_j se označuje jako přímé řešení určení parametrů zákrytové dvojhvězdy a jejích složek. Samozřejmě existuje mnoho způsobů, jak tuto soustavu řešit. V zásadě jde ale vždy o to, najít podle určitých kritérií křivku, která by co nejlépe vyhovovala pozorované světelné křivce a nezáleží na tom, zda jde o řešení analytické či numerické. Důležité ale

Tabulka 2.1: Parametry zákrytové dvojhvězdy a jejích složek

| Označení | Jednotky | Název – význam |
|--------------------------------|---------------|---|
| Světelná křivka | | |
| M_0 | | okamžik základního minima jasnosti |
| P | d | perioda světelných změn |
| m_0 | mag | hvězdná velikost v maximu (mimo zákryt) |
| m_1 | mag | hvězdná velikost ve středu primárního minima |
| m_2 | mag | hvězdná velikost ve středu sekundárního minima |
| A_1 | mag | hloubka primárního minima |
| A_2 | mag | hloubka sekundárního minima |
| D | h | délka zákrytu |
| d | h | délka fáze konstantní jasnosti v minimu (délka tzv. zastávky v minimu) |
| Dvojhvězdná soustava | | |
| T_0 | (JD) | okamžik průchodu periastrum |
| P | d | orbitální perioda |
| a | 1 | lineární vzdálenost složek |
| e | 1 | excentricita |
| ω | ° | délka periastra |
| i | ° | inklinace, sklon oběžné roviny k zornému paprsku |
| γ | km/s | rychlost těžiště systému |
| q | | poměr hmotností složek |
| M_1, M_2 | kg, M_\odot | hmotnost primární, sekundární složky |
| $f(m)$ | | funkce hmotnosti |
| R_1, R_2 | m, R_\odot | absolutní poloměr primární, sekundární složky |
| r_1, r_2 | 1 | relativní poloměr primární, sekundární složky |
| l_1, l_2 | 1 | relativní svítivosti složek |
| l_3 | 1 | třetí světlo |
| L_1, L_2 | L_\odot | absolutní svítivosti složek |
| x_1, x_2 | | koeficient okrajového ztemnění složek |
| y_1, y_2 | | 2. koeficient okrajového ztemnění složek |
| $k_{\lambda,1}, k_{\lambda,2}$ | | albedo primární, sekundární složky |
| ϵ_1, ϵ_2 | | elipticita složek |
| g_1, g_2 | | gravitační ztemnění |
| T_1, T_2 | K | teploty složek |

je, že přímé metody umožňují přímé určení chyb jednotlivých parametrů a nevyžadují předběžné úpravy pozorování jako tvorbu normálních bodů, vyhlazování a podobně (Cesevič ve Zverev et al., 1947; Kopal, 1959). V minulosti nebyl tento postup příliš oblíben pro vysoké nároky na výpočetní kapacitu. I při poměrně jednoduchém modelu vedl totiž ke zdoluhavým a náročným výpočtům. Naproti tomu nepřímá metoda vedla relativně rychle k cíli. Její princip spočívá v tom, že si vyjádříme fotometrickou fázi podle nově zavedených funkcí, které nemusí mít přímý fyzikální význam. Pro dané fáze pak nalezneme příslušné hodnoty nových funkcí a z nich pak zpětně dostaneme hledané parametry dvojhvězdného systému.

2.2 Klasické metody využívající syntetických světelných křivek

2.2.1 Russellova metoda

Russell popsal princip své metody ve dvou statích (Russell, 1912a, b). Kompletní popis světelné křivky je dle něj možný užitím nejméně 13 parametrů ($a, e, w, i, P, t_0, r_1, r_2, L_1, L_2$, + alespoň tří dalších popisujících elongaci, okrajové ztemnění a efekt odrazu). Nicméně jeho model je zjednodušený a zpočátku uvažuje pouze sférické hvězdy bez okrajového ztemnění, které se pohybují se po kruhové dráze. Chtěl ze světelné křivky zjistit "jen" relativní rozměry a svítivosti složek a inklinací úhel. Další podmínkou je nenulový parametr d , tedy přítomnost fáze konstantní jasnosti v minimu. Navíc bylo nutné na počátku křivku rektifikovat, tedy odstranit možné efekty asféricnosti složek a efekt odrazu. To však samo o sobě snižovalo výslednou přesnost získaných parametrů.

I když se nejvíce setkáváme se světelnou křivkou jako závislostí hvězdné velikosti (vyjádřené v magnitudách) na čase, pro výpočet parametrů soustavy je vhodné světelnou křivku vyjádřit prostřednictvím svítivosti složek soustavy a ztráty svítivosti soustavy během zákrytu. Svítivost soustavy mimo zákryt daná součtem svítivosti složek nechť je rovna jedné $L_1 + L_2 = 1$. Pak ztráta svítivosti soustavy při zákrytu je

$$L^* = 1 - L, \quad (2.1)$$

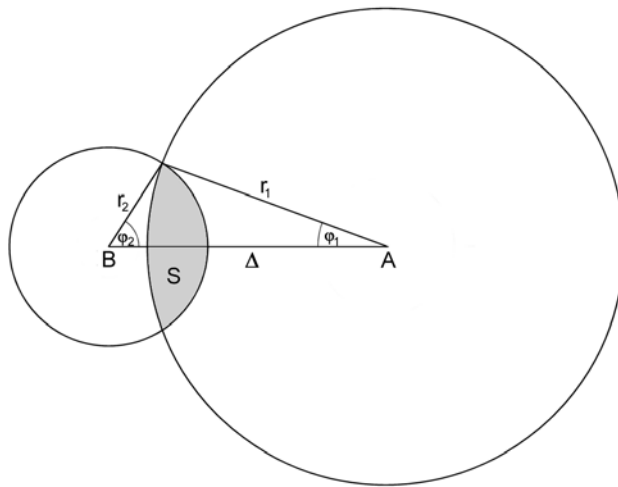
kde L je svítivost soustavy v libovolné fázi zatmění. Ztrátu svítivosti soustavy během zatmění je možné vyjádřit pomocí tzv. fotometrické fáze

$$\alpha = \frac{L^*}{L_{\max}^*} = \frac{1 - L}{L_{\max}^*}, \quad (2.2)$$

kde L_{\max}^* je ztráta svítivosti soustavy v okamžiku vnitřního dotyku disků hvězd. V případě úplného zatmění (menší složka je zakrývána větší) je pak

$$\alpha = \frac{L^*}{L_2} = \frac{1 - L}{1 - L_1}, \quad (2.3)$$

Z geometrie situace (viz obrázek 2.1) vyplývá, že fotometrickou fázi lze vyjádřit také jako



Obrázek 2.1: Schematický náčrt zatmění

$$\alpha = \frac{SI_2(\vartheta, \rho)}{\pi r_2^2 I_2(\vartheta, \rho)}, \quad (2.4)$$

kde S je zakrytá plocha a I_2 intenzita vyzařování jednotky disku vzdálené od středu ρ ve směru ϑ (viz obrázek 2.2).

Obecně lze intenzitu vyzařování vyjádřit vztahem

$$I(\rho) = I_0(1-x) + x\sqrt{1 - \left(\frac{\rho}{r}\right)^2} = I_0(1-x + x \cos \vartheta), \quad (2.5)$$

kde x je koeficient okrajového ztemnění a I_0 intenzita vyzařování ve středu disku. Pro stejnorodé disky¹ ($x = 0$) platí $I = I_0$ a naopak pro maximální hodnotu okrajového ztemnění² $x = 1$ se vztah (2.5) zjednoduší na $I(\rho) = I_0 \cos \vartheta$. Pro libovolnou hodnotu okrajového ztemnění $0 < x < 1$ (tzv. hypotéza X) lze fotometrickou fázi vyjádřit dle Ceseviče (ve Zverev et al., 1947) vztahem

$$\alpha^X = \frac{3-3x}{3-x}\alpha^U + \frac{2x}{3-x}\alpha^D, \quad (2.6)$$

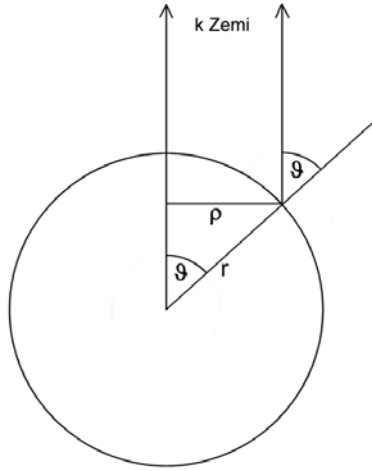
kde α^U a α^D jsou fotometrické fáze při hypotéze U, resp. D pro dané hodnoty parametrů k a p , které jsou definovány jako poměr poloměrů $k = r_1/r_2$, resp. pomocí vzdálenosti středů disků hvězd Δ

$$\Delta = r_1 + r_2 p. \quad (2.7)$$

Ukažme si postup řešení v případě nulových koeficientů okrajového ztemnění a úplného zatmění, tedy pro případ, kdy větší složka zcela zakrývá složku menší. Fotometrická fáze je pak definována vztahem

¹V literatuře se tento případ označuje jako hypotéza U (z angl. uniform disk).

²tzv. hypotéza D (z angl. darkened)



Obrázek 2.2: Zavedení veličin - vzdálenosti od středu disku hvězdy ρ a směrového úhlu mezi zorným paprskem a normálou k povrchu hvězdy ϑ .

$$\alpha^U = \frac{L_U^*}{L_{U_{\max}}^*} = \frac{S}{\pi r_2^2} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\varphi_1}{k^2} + \varphi_2 \right) - \frac{1}{\pi k} \left(\frac{1}{k} + p \right) \sin \varphi_1, \quad (2.8)$$

kde φ_1 a φ_2 jsou úhly zobrazené na obrázku 2.1 a lze je vyjádřit jako

$$\arccos \varphi_1 = 1 + \frac{k^2 (p^2 - 1)}{2(1 + kp)}, \quad (2.9)$$

$$\arccos \varphi_2 = \frac{p}{2} + \frac{p + k}{2(1 + kp)}. \quad (2.10)$$

Z výše uvedených vztahů je zřejmé, že fotometrická fáze závisí na parametrech p a k . Lze tedy psát $\alpha^U = \alpha^U(k, p)$. Russell však pro řešení potřeboval tuto funkci transformovat na $p = p(\alpha, k)$. Vycházel přitom z rozboru geometrie úlohy. Řešením sférického trojúhelníku došel ke vztahu

$$r_1^2 (1 + kp)^2 = \cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \Theta, \quad (2.11)$$

kde $\Theta = \frac{360^\circ}{P} \Delta t$ je fáze zatmění v čase Δt prošlém od středu minima. Nyní už p ve vztahu (2.11) opravdu vystupuje jako funkce k a α : $p = p(\alpha, k)$. Jsou zde známy jen hodnoty Θ a α . Naopak neznámými jsou i , r_1 , k . Russell zavedl označení $\varphi(k, \alpha) = 1 + kp(k, \alpha)$ a vztah (2.11) přepsal do podoby

$$\cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \Theta = r_1^2 [\varphi(k, \alpha)]^2. \quad (2.12)$$

Nyní si Russell zvolil dvě hodnoty fotometrické fáze $\alpha_2 = 0.6$ a $\alpha_3 = 0.9$ a pro ně ze světelné křivky odečetl příslušné hodnoty Θ_2 a Θ_3 . Těmto dvojicím hodnot odpovídají rovnice

$$\cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \Theta_2 = r_1^2 [\varphi(k, \alpha_2)]^2, \quad (2.13)$$

$$\cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \Theta_3 = r_1^2 [\varphi(k, \alpha_3)]^2. \quad (2.14)$$

Odečtením a podělením vztahů (2.12)-(2.14) zavedl Russell novou funkci

$$\frac{\sin^2 \Theta - \sin \Theta_2}{\sin \Theta_2 - \sin \Theta_3} = \frac{[\varphi(k, \alpha)]^2 - [\varphi(k, \alpha_2)]^2}{[\varphi(k, \alpha_2)]^2 - [\varphi(k, \alpha_3)]^2} = \psi(k, \alpha, \alpha_2, \alpha_3) = \psi(k, \alpha). \quad (2.15)$$

Označíme-li $A = \sin^2 \Theta_2$ a $B = \sin^2 \Theta_2 - \sin^2 \Theta_3$, pak lze vztah (2.15) přepsat do podoby

$$\psi(k, \alpha) = \frac{\sin^2 \Theta - A}{B}. \quad (2.16)$$

Pro libovolné hodnoty α pak Russell odečetl ze světelné křivky odpovídající Θ a z tabulek funkce $\psi(k, \alpha)$ získal hodnotu k .

Popsaný postup měl ale jistá úskalí. Především – přesné určení hodnoty k z jednoho páru Θ a α je v podstatě nemožné. Do určení jsou vnášeny chyby zejména při odečítání hodnot ze světelné křivky a tyto chyby se poté přenášejí i do určení hodnot A a B . K dosažení nejlepší shody syntetické světelné křivky vypočtené z určených parametrů a napozorované světelné křivky je nutné mírně měnit získané hodnoty A a B . Stanovení hodnoty k pro různé hodnoty fotometrické fáze má různou váhu, určení je třeba opakovat a následně brát v úvahu výslednou průměrnou hodnotu.

Přes své nedostatky byla Russellova metoda velkým milníkem, proto jí také byla věnována větší pozornost, než by si snad ve srovnání s dnešními metodami zasloužila. Velmi záhy se dočkala řady vylepšení a modifikací – například Fetlaar (1923), Šarbe (1924), Hetzer (1931), Krat (1934, 1935, 1936), Piotrowski (1937), Schneller (1949), Kopal (1941). Nejvýznamnější a dlouho nejpoužívanější však byla modifikace Russella a Merrilla (1952).

2.2.2 Russellova-Merrillova metoda

Metoda je výrazným vylepšením původní Russellovy metody. V základní variantě je jednodušší, ale dává přesnější výsledky. Vychází ze stejných předpokladů jako původní metoda – například sférického tvaru složek, teprve později byl umožněn i tvar tříosého elipsoidu. Na světelné křivce se pak vyberou body pro fotometrické fáze $\alpha_i = 0.05, 0.10, 0.20, 0.30, 0.50, 0.60, 0.70, 0.95, 0.97, 0.985$ a najdou se pro ně odpovídající hodnoty Θ_i . Poté jsou body rozděleny do třech skupin (4 body, 3 body, 3 body) a pro ně spočítány hodnoty

$$M_j [\sin^2 \Theta] = \frac{\sum w_i \sin^2 \Theta_i}{\sum w_i}, \quad (j = 1, 2, 3), \quad (2.17)$$

kde w_i jsou určené váhy po řadě 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2. Nahradíme-li $\sin^2 \Theta$ veličinou $M [\sin^2 \Theta]$ a funkci $\psi(k, \alpha)$ obdobně funkcí Ψ ⁽³⁾, je možné nyní přepsat (2.16) do soustavy rovnic ve tvaru

³Funkce Ψ závisí i na koeficientu okrajového ztemnění. Původní Russellova funkce ψ závisela jen na fotometrické fázi α a parametru k a byla spočítána pro hypotézy U a D. Teprve později Cesevič a Merrill spočítali tabulky hodnot funkce ψ i pro hypotézu X.

$$M_j [\sin^2 \Theta] = A + BM_j [\Psi], \quad (j = 1, 2, 3). \quad (2.18)$$

Odtud získáme

$$\frac{M_1 [\sin^2 \Theta] - M_2 [\sin^2 \Theta]}{M_2 [\sin^2 \Theta] - M_3 [\sin^2 \Theta]} = \frac{M_1 [\Psi] - M_2 [\Psi]}{M_2 [\Psi] - M_3 [\Psi]} = R(x, k). \quad (2.19)$$

Tabulky hodnot funkcí $M_j(\Psi)$ a $R(x, k)$ spočítal Merrill pro případy přechodu menší složky před větší i zákrytu menší složky větším souputníkem. Z tabulek dostaneme nejdříve hodnotu k a následně i hodnoty konstant A a B . Další postup už je shodný s původní Russellovou metodou.

Velkou předností této metody oproti původní Russellově je určení konečných hodnot konstant A a B bez nutnosti jejich drobných variací pro dosažení shody syntetické světelné křivky s napozorovanou. Zavedením více bodů a jejich středováním s užitím vah se navíc zvýšila přesnost určení parametrů dvojhvězdy. Z hlediska astrofyzikálního je metoda omezena užitím Planckova vyzařovacího zákona, lineárního okrajového ztemnění a jednoduchého efektu odrazu, přesto byla významným příspěvkem při studiu těsných dvojhvězd. V sedmdesátých letech minulého století byla konečně převedena do počítačové podoby - Jurkevich (1970), Proctor & Linnell (1972). Stala se i inspirací pro tvůrce dalších programů na určování parametrů zákrytových dvojhvězd. Vycházely z ní prvotní verze nové generace programů EBOP a WINK.

2.2.3 EBOP (Eclipsing Binary Orbit Program)

Program EBOP byl vytvořen Etzelem (1981) na základě sférického modelu NDE (Nelson & Davis, 1972). NDE model a jeho předpoklady jsou blízké rektifikačnímu modelu Russella a Merrilla (1952), ale protože počítá světelné křivky přímo, je pružnější a poskytuje možnost pozdějšího doplnění o další fyzikální jevy. Nicméně EBOP se záměrně opírá při řešení spíše o parametry definované na základě světelné křivky (Etzel, 1993). Je vhodný pro řešení oddělených soustav s minimální deformací složek⁴ – počítá tedy se sférickými složkami obíhajícími po kruhové nebo i výstředné trajektorii a s lineárním průběhem okrajového ztemnění dle vztahu

$$I_\lambda(\mu) = 1 - x_\lambda(1 - \mu) = 1 - x_\lambda + x_\lambda \cos \vartheta, \quad (2.20)$$

kde ϑ značí úhel mezi normálou k povrchu a libovolným směrem a index λ závislost na vlnové délce. Zakrývaná plocha hvězdy S a ztráta světla během zákrytu je integrována poloanalyticky použitím základních vztahů pro kruhové disky, prstence a výseče. Disk zakrývaný hvězdy je rozdělen do soustředných prstenců o poloměru $r \sin \rho$ a šířce $\Delta \vartheta = r \cos \rho d\rho$, kde ρ je úhlová vzdálenost ke středu disku. Při integraci přes celý disk, je střední tok

$$\frac{\int I(\rho) ds'}{\int ds'} = \frac{1}{\pi r^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} I(\rho) 2\pi r \sin \rho r \cos \rho d\rho = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} I(\rho) \cos \rho d\rho = \frac{\mathcal{F}}{\pi} \quad (2.21)$$

⁴Později byl program rozšířen i na možnost lehce deformovaných složek modelovaných jako elipsoidy.

Samozřejmě přesnost výpočtu závisí na šířce $\Delta\vartheta$ prstenců a přesnosti prováděných dílčích výpočtů. Ukazuje se, že $\Delta\vartheta = 5^\circ$ vede k dostatečně přesným výsledkům (s relativní chybou 10^{-4}). Výhodou použitého poloanalytického řešení je zejména jeho výkonnost a efektivita. Je rychlejší a přesnější než standardní procedury založené na eliptických integrálech nebo čistě numerických postupech. EBOP určuje zejména tyto parametry:

- relativní povrchovou jasnost v centru disku sekundární složky J_2 ,
- relativní poloměr primární složky r_1 ,
- poměr $k = r_2/r_1$ poloměrů složek,
- sklon trajektorie i ,
- okrajová ztemnění x_1, x_2 .

a také přidružené parametry:

- charakteristiky excentrické dráhy $e \cos \omega, e \sin \omega$ (excentricita e , délka periastra ω),
- třetí světlo $L_3 = l - L_1 - L_2$,
- fázovou korekci $\Delta\phi$,
- normalizační parametr světelné křivky m_q ,
- velikost integračního prstence $\Delta\vartheta$.

EBOP používá podobně jako Russellova-Merrillova metoda centrální povrchovou jasnost J_2 . Rozdíl spočívá v tom, že J_2 je relativní vzhledem k povrchové jasnosti v centru disku primární hvězdy, která je definitoricky rovna jedné. Ve sférickém modelu hvězd NDE je totiž J_2 přímo spojeno s poměrem hloubek minim, zatímco teploty mají jen nepřímý vliv na světelnou křivku. Výhodou parametru J_2 oproti efektivním teplotám nebo poměru bolometrických svítivostí je to, že může být určen empiricky ze světelné křivky, zatímco teploty hvězd jsou spojeny se světelnou křivkou jen zprostředkovaně s užitím mnoha předpokladů modelu vyzařování. Pro lineární okrajové ztemnění lze tok záření z jednotkového disku o jednotkové centrální intenzitě zapsat ve tvaru

$$F = \pi \left(1 - \frac{x}{3}\right). \quad (2.22)$$

Nenormované svítivosti složek pak jsou

$$l_2 = \pi J_2 r_2^2 \left[1 - \frac{x_2}{3}\right], \quad (2.23)$$

$$l_1 = \pi J_1 r_1^2 \left[1 - \frac{x_1}{3}\right]. \quad (2.24)$$

Poměr svítivostí

$$\frac{l_2}{l_1} = k^2 J_2 \frac{1 - \frac{x_2}{3}}{1 - \frac{x_1}{3}}, \quad (2.25)$$

pak závisí jen na poměru poloměrů, poměru povrchových jasností a korekčním členu pro okrajové ztemnění. V normovaných jednotkách jsou pak relativní svítivosti samozřejmě

$$L_1 = \frac{l_1}{l_2 + l_1} \quad (2.26)$$

a

$$L_2 = \frac{l_2}{l_2 + l_1}. \quad (2.27)$$

Je-li v soustavě detekováno třetí světlo, použije EBOP modifikovanou definici pro relativní svítivosti

$$L_1 + L_2 + L_3 = 1. \quad (2.28)$$

EBOP nepodporuje přímé modelování deformace složek v důsledku nevelké vzdálenosti složek ani efektu odrazu. Nicméně umožňuje přidání opravných členů (Etzcel, 1981, str. 114-115), které jsou odvozeny zejména na základě práce Binnedijka (1960). Při řešení efektu odrazu vychází přitom z předpokladu, že osvětlující hvězda je bodový zdroj, která osvětluje přivrácenou hemisféru druhé hvězdy. Kvantitativní popis uvádějí už Russell & Merrill (1952, str. 44) nebo Binnendijk (1960, str. 119)

$$f(\phi) = 0.2 + 0.4 \cos \phi + 0.2 \cos^2 \phi, \quad s_x = \cos \phi = \sin i \cos \Theta \quad (2.29)$$

kde $\cos \phi$ je směrový kosinus směru záření vzhledem ke spojnici středů obou složek a Θ je pravá anomálie. Svítivost primární složky se kvůli efektu odrazu mění podle

$$L'_1 = L_1 + \Delta L_1, \quad \Delta L_1 = R_1 f(\phi), \quad R_1 = 0.4 A_1 L_2 r_1^2, \quad (2.30)$$

kde R_1 je příspěvek nasvětlené hemisféry primární složky a A_1 je bolometrické albedo, kterým se efekt odrazu zpravidla modeluje. Podobné vztah lze samozřejmě zapsat i pro sekundární složku. Celkovou změnu svítivosti soustavy dostaneme zahrnutím příspěvků obou složek. Jejich velikost závisí na fázi. Příspěvek od hvězdy v popředí je velmi malý, roste jen když se zakrývaná oblast S výrazně zmenšuje. Pozorovatel zaznamenává změny svítivosti

$$\begin{aligned} R &= \Delta L_1 + \Delta L_2 - S \Delta L_e \\ &\cong (1 - S) (\Delta L_2 + \Delta L_1) \\ &= (1 - S) \left[\frac{1}{2} (R_2 - R_1) - (R_2 + R_1) \cos \phi + \frac{1}{2} (R_2 + R_1) \cos^2 \phi \right], \end{aligned} \quad (2.31)$$

kde ΔL_e je světlo odražené ze zakrývané hvězdy. Je zřejmé, že efekt odrazu způsobuje změny jasnosti mimo zákryty. Aby bylo možné určovat jasnosti v kvadratuře ($\Theta = 90^\circ$), byl pro řešení metodou nejmenších čtverců dodán volný normalizační parametr m_q . Jestliže v soustavě žádný podstatný efekt odrazu není, pak m_q je stejné jako hvězdná velikost v kvadratuře. EBOP je dostatečně přesný pro relativně jednoduché oddělené systémy se středním zploštěním menším než 0.04. Program byl oblíbený především v 70. a 80. letech minulého století pro vysokou přesnost integrace a podstatně kratší výpočetní čas ve srovnání s tehdy rozšířeným sofistikovanějším programem WINK (Wood, 1972).

2.2.4 Woodův model a program WINK

Program WINK (Wood, 1972) je založen na Woodově modelu (Wood, 1971), který předpokládá, že složky systému jsou trojosé elipsoidy, což dobře vyhovuje pro soustavy s nevelkým zploštěním složek a patrným efektem odrazu. WINK počítá celkový tok záření obou složek integrací přes viditelné části hvězd pro každou fázi Φ bez ohledu na zákryty. Tok záření ze složky j lze vyjádřit

$$l_j(\Phi) = \int I_j \cos \vartheta d\sigma, \quad j = 1, 2, \quad (2.32)$$

kde I_j je intenzita vyzařování v určitém místě povrchu podle zákona okrajového a gravitačního ztemnění a modifikovaná efektem odrazu. Použití Russellových-Merrillových výrazů

$$I = I_0 (1 - x + x \cos \vartheta) \left[1 - y \left(1 - g/\bar{g} \right) \right], \quad (2.33)$$

kde I_0 je intenzita vyzařování ve středu disku, x koeficient okrajového ztemnění, g místní gravitační zrychlení, \bar{g} průměrná hodnota přes celý povrch a veličina y je dána vztahem

$$y = \frac{hc}{4\lambda kT} \frac{e^{\frac{hc}{\lambda kt}}}{e^{\frac{hc}{\lambda kt}} - 1}, \quad (2.34)$$

vede ke vztahu

$$l_j(\Phi) = \int I_{0j} \left[1 - y + y \left(\frac{g}{g_0} \right) \right] (1 - x + x \cos \vartheta) \frac{\cos \vartheta}{\cos \beta} r \sin \Theta d\Theta d\varphi, \quad (2.35)$$

kde $\cos \beta$ je směrový kosinus normály k povrchu složky. Pro primární složku je středová intenzita I_{01} normována ($I_{01} = 1$). Celková svítivost soustavy l je vypočtena sečtením svítivostí složek a odečtením ztráty světla během zákrytu

$$l(\Phi) = l_1(\Phi) + l_2(\Phi) - l^E(\Phi), \quad (2.36)$$

přičemž je svítivost normována v kvadratuře $l(\Phi = 0.25) = 1$. Při výpočtech se využívá numerických integrací s pomocí metody Gaussovy kvadratury. Ve většině případů je integrace 16 x 16 dostatečná a vede k přesnosti 0.012 %.

Bohužel program WINK není dále udržován. Dnes se používá jen výjimečně pro určení počátečních parametrů.

2.3 Fyzikální modely

2.3.1 Binnedijkův model

Binnendijkův model pro kontaktní dvojhvězdy převedla do počítačové podoby Nagyová (1974). Výstupem programu jsou syntetické světelné křivky. Binnedijk využívá Rocheova modelu, ale řeší celý problém s válcovými souřadnicemi. Úplný popis modelu (Binnendijk, 1977) obsahuje nejen jeho fyzikální principy, na nichž je založen, ale i přehled

programů na výpočet syntetických světelných křivek do roku 1975. Nagyová a Binnendijk používali krok 0.04 podél osy spojující složky dvojhvězdy v jednotkách vzdálenosti středů a úhlovou vzdálenost 5° kolem této osy. Povrchová jasnost byla spočítána metodou založenou na práci Mochnackého a Doughtyho (1972a). Binnendijk upřednostňuje jako parametr popisující záření složek povrchovou jasnost namísto efektivní teploty. Zdůrazňuje také důležitost radiální rychlosti, profilu čar či spektrofotometrických dat a dokázal tak v řadě ohledů předvídat pozdější rozvoj modelování těsných dvojhvězd.

2.3.2 Rucinského model – WUMAn

Rucinski ve verzi WUMA3 používá poměrně zdlouhavou integraci přes síť nejméně 10000 integračních bodů (Rucinski, 1973, 1974). Záměrem však bylo, mít program, který by byl zcela oproštěn od systematických chyb vzniklých nerovnoměrným rozložením integračních bodů. Dnes existují verze WUMA5 a WUMA6, v nichž jsou počítány profily spektrálních čar (Rucinski, 1992, Hill & Rucinski, 1993, Lu & Rucinski, 1993, Rucinski et al., 1993).

Program je založen na Rocheovském modelu, ale počítá jen ekvipotenciály mezi vnitřní a vnější kritickou obálkou. Pro popis záření používá interpolace mezi poloempirickými toky záření, které jsou založeny na barevných indexech. Na povrchu složek nejsou modelovány žádné skvrny, ale je možné měnit teplotu nebo jasnost povrchu podél společné ekvipotenciály nebo na jedné její straně. Při výpočtu se využívá diferenciálních korekcí řešených s pomocí Rucinského programu na metodu nejmenších čtverců.

Program je psaný ve Fortranu, je psaný elegantně, jednoduše a použitá modulární struktura umožňuje snadné modifikace. Bohužel program není dále podporován a má velmi omezenou distribuci. Autor nemá zájem na dalším vývoji programu.

2.3.3 Hillův model – LIGHT2

Program LIGHT2 (Hill, 1979, Hill & Rucinski, 1993) je výsledkem výrazného upgradu předchozího Hillova programu LIGHT. Nová verze vznikla spojením Rocheova modelu, Woodova Gaussova-Legendreova kvadraturního schématu (Wood, 1971, 1972) a Rucinského modelu z programu WUMA3, který vycházel z Lucyho práce (Lucy, 1968). Dosahuje tak přesného popisu jasnosti soustavy během zákrytů i mimo nich.

Toky záření složek počítá použitím jakéhosi hybridu absolutně černého tělesa, černého tělesa založeného na barevném indexu, a teoretického modelu toku záření v uvažované atmosféře, přičemž vyzařování je počítáno ve výsečích a prstencích, podobným způsobem jak popsal Hutchings (1968). Při řešení se používá diferenciálních korekcí řešených procedurou CURFIT (Bevington, 1969), která je založena na Marquardtově metodě. Na povrchu složek dvojhvězdy je možné uvažovat až deset eliptických skvrn, jejichž poloha a odchylka v teplotě od okolního povrchu nemusí být známy. Na první pohled se může zdát, že jde o vcelku malou odlišnost od jiných programů, které počítají s kruhovými skvrnami. Jde však o poměrně unikátní možnost, kterou je třeba používat uvážlivě, neboť v principu popis eliptických skvrn vyžaduje více parametrů a jejich "příčiněním" tak může dojít při řešení světelné křivky soustavy k přebytku parametrů. Silným nástrojem je výpočet a analýza profilů spektrálních čar, která poskytuje mnohem přesnější určení hmotností než dosud. Příklady využití lze najít v práci Holmgrena

(1988) a zejména Hilla et al. (1990). Pozdější vylepšení modelu (Wade & Rucinski, 1985) zahrnují i okrajová ztemnění založená na Kuruczově modelu atmosféry (Kurucz, 1979), odkazy na databázi profilů čar pro rané typy hvězd a použití simplexního algoritmu pro testy jedinečnosti.

Program samotný používá příkazový systém klíčových slov s předem danými standardními vstupy a je dostupný potenciálním uživatelům.

2.3.4 BINSYN

Linnell používá pro řešení svého modelu (viz Linnell, 1984, 1993) sadu programů v balíčku nazvaném BINSYN. Původní verze, založená na Rocheovské geometrii, umožňovala řešit jen případ kruhové trajektorie složek. Současná verze už zahrnuje i řešení excentrických trajektorií. Nicméně zvláštností balíčku BINSYN je možnost využít i jiný model než Rocheův například polytropní. Proto jsou počáteční vstupní parametry pro program PGA (hmotnost primární složky M_1 , vzdálenost složek R , poměr hmotností složek $q = M_2/M_1$, a povrchové potenciály složek \mathcal{B}_1 , \mathcal{B}_2 vyjádřeny v jednotkách soustavy cgs. Chceme-li použít Rocheův model, je třeba pomocí programu CALPT nejdříve spočítat ze vstupních bezrozměrných Rocheovských potenciálů příslušné cgs potenciály a připravit tak vstup pro program PGA. Ten vytvoří pro fotosféru síť bodů, v nichž spočítá vlastnosti fotosféry, gravitaci a další veličiny. Uvažovaná rotace složek přitom nemusí být synchronní.

Program PGB počítá projekci složek dvojhvězdy do roviny kolmé k zornému paprsku. K tomu je zapotřebí vložit sklon a alespoň jednu polohu složky dvojhvězdy. Pro výpočet celé světelné křivky nestačí jedna poloha, ale je samozřejmě třeba vložit celou sadu orbitálních délek. PGB počítá obzor pozorovatele pro každou šířkovou kružnici určenou PGA. Pro každý bod sítě je tedy spočtena zenitová vzdálenost a směrový kosinus. To umožňuje určit okraj stínu na dané složce během zákrytu.

Procedura PGC určuje charakteristiky záření každé složky pomocí výpočtu efektivní teploty pro každý bod sítě, spočtený PGA. Jako počáteční hodnotu volí teplotu na pólu složky. Protože hodnota gravitačního zrychlení v jednotlivých bodech zvolené sítě je již známa, lze dle vztahu

$$T_l = T_p \left(\frac{g_l}{g_p} \right)^\beta, \quad (2.37)$$

kde T značí efektivní teploty, g gravitační zrychlení vždy lokální (index l) a polární (index p) a exponent β nabývá pro hvězdy v zářivé rovnováze dle teorému von Zeipela (1924a) hodnoty 0.25 a pro hvězdy s konvektivními obálkami podle Lucyho zákona (1967) přibližně hodnotu 0.08. Následně jsou ke zjištění efektivní teplotě v daném místě dopočítávány korekce vyplývající například z gravitačního zjasnění, efektu odrazu apod. Výsledná efektivní teplota spolu s vlnovou délkou a místním gravitačním zrychlením slouží k vyhledání konečných koeficientů okrajového ztemnění v příslušných tabulkách. Externí soubory s tabulkami koeficientů jsou převzaty z práce Wadeho a Rucinského (1985) a jsou založeny na Kuruczově modelu atmosféry (Kurucz, 1979).

Nedávno byl program PGC vylepšen zavedením mnohem přesnější celistvé procedury, která spolupracuje přímo s programy pro výpočet syntetických spekter (Lin-

nell & Hubený, 1994). To zahrnuje výpočet syntetických spekter pro zdeformované a souputníkem ozařované složky dvojhvězdy a umožňuje vypočítat pro všechny body sítě efektivní vlnové délky pro použitá pozorovací data a následně určit ze stejných dat představujících syntetické spektrum složky dvojhvězdy i koeficienty okrajového ztemnění. Ze syntetických spekter je pak možné v jednom běhu programu počítat až pět syntetických monochromatických světelných křivek. Procedura PGC umožňuje také zahrnout do výpočtů skvrny na povrchu složek. V příslušných pomocných souborech je třeba zadat počet, polohy a poloměry skvrn a jejich teplotu.

Program PGD počítá především tok záření směrem k pozorovateli z každé složky a úbytek světla během zákrytů.

Program PGE, v novější verzi označovaný SPT, používá na vstupu data z PGD a počítá teoretické světelné křivky v základních fázích z programu PGB. Pro výpočet teoretické hvězdné velikosti v čase odpovídajícím času pozorování je použit přesný nelineární interpolační algoritmus. Zmíněné základní fáze v PGB jsou navíc voleny tak, aby se interpolace neprováděly přes fáze s nespojitou derivací (například v okamžiku prvního kontaktu). To také umožňuje počítat teoretické hvězdné velikosti pro srovnání s dlouhými řadami pozorování se stejnou přesností. Jinak řečeno, je možné použít celý původní soubor pozorování bez nutnosti komprimace normálními body a podobně. Vypočtené světelné křivky jsou normovány na úroveň 1.0 v maximu. Pokud soustava obsahuje třetí světlo, je vypočtená světelná křivka vzhledem k této skutečnosti korigována.

Proceduru PGF je možné využít k výpočtu syntetických pozorovacích dat. Program PGS používá výstup z SPT, který moduluje simulovanými chybami pozorování.

Program DIFCORR (Linnell, 1989) pro diferenciální korekce počítá korekční členy pro parametry: sklon i , Rocheovy potenciály Ω_1 , Ω_2 , poměr hmotností q , bolometrická albedo A_1 , A_2 , gravitační zrychlení g_1 , g_2 , polární teploty T_1 , T_2 , škálové koeficienty okrajového ztemnění S_1 , S_2 , časy středů primárního a sekundárního minima t_p , t_s , třetí světlo ve vlnové délce pozorování $l_3(\lambda)$ a normalizační faktor U , který slouží k "sesazení" napozorované světelné křivky s vypočtenou. Program obecně zvládá světelné křivky v různých barvách a tak v principu může určovat teploty T_1 a T_2 . Počáteční hodnoty teplot jsou za normálních podmínek stanoveny podle barevného indexu v kvadratuře nebo podle spektrálního typu. Optimalizována však může být jen jedna teplota.

Linnellův program se výrazně odlišuje od jiných programů stejného zaměření. V Linnellově programu je střední světelná křivka v každé barvě určována ze střední referenční sady parametrů. Pro každý parametr je určen posun z této střední referenční hodnoty a jsou vytvořeny dva soubory odlehklých parametrů symetricky posunutých oproti středové referenční sadě. Je samozřejmě třeba věnovat tomuto procesu pozornost, abychom vyloučili fyzikálně nemožné parametry. Tři světelné křivky pro každý parametr pak určují dvě první difference a jednu druhou a zůstávají konstantní pro následné iterace. Jen koeficient druhé difference se mění ve výpočtu nové první derivace. Tento postup znamená sice velké počáteční výpočty, ale výpočetní čas následných iterací se naopak významně zkrátí. Navíc přesnost první derivace je docela vysoká.

Linnell se vydal cestou množství jednotlivých programů namísto jednoho komplexního programu. Důvodem je velká flexibilita. Například je možné pustit nový výpočet pro modifikovanou hodnotu teploty T_2 bez toho, že by bylo nutné přepočítávat znovu geometrii soustavy. Celý výpočet je však možné spouštět pomocí vlastních dávkových

řídících programů. Navíc nebyť rozdělení celého projektu do jednotlivých programů nebylo by zařazení programu pro syntetickou fotometrii (Linnell et al., 1998) příliš praktické. Celkově je balík BINSYN mnohem větší než nejrozšířenější program Wilsona a Devinneyho. Pro jednu iteraci a 700 bodů sítě pro jednu složku vyprodukuje přibližně 20 MB dat.

2.3.5 Čerepaščukův model aneb ”ruská škola”

Čerepaščuk je zástupcem tzv. ”ruské školy” modelování dvojhvězd, která je zaměřena na zákrytové dvojhvězdy s rozsáhlými atmosférami (Čerepaščuk, 1966) jako například Wolfova-Rayetova dvojhvězda V444 Cyg (Čerepaščuk, 1975, Čerepaščuk & Chaliulin, 1976) a rentgenové dvojhvězdy.

Modelové světelné křivky jsou většinou počítány za předpokladu sférických složek s rozšířenými prvky pro atmosférické zákryty, včetně disků. Problém nejmenších čtverců je řešen s velkou pozorností na existenci a jednoznačnost řešení (Čerepaščuk et al., 1967). Metody jsou založeny na algoritmech uspořádání (Tichonov, 1963a,b). Jejich popis lze najít také v knize Ceseviče (Čerepaščuk, 1971, str. 278-282). Řešené modely popisují polopropustné zářivé disky obklopené nezářivou atmosférou. V nejjednodušším případě je disk hvězdy stejnorodý bez okrajového ztemnění. Neuvažuje se ani efekt odrazu. V případě rozsáhlých atmosfér je zřejmý rozdíl mezi poloměrem svítících disků a větších absorbujících disků. V Čerepaščukově zápisu jsou primární a sekundární složka rozlišeny podle vzdáleností ξ a ρ od středů disků. Svítivost soustavy pak lze zapsat ve tvaru

$$L = L_\xi + L_\rho = 2\pi \int_0^{r_{\xi c}} I_c(\xi) \xi d\xi + 2\pi \int_0^{r_{\rho c}} I_c(\rho) \rho d\rho = 1 \quad (2.38)$$

kde r_c vyjadřuje poloměr svítícího disku a I_ρ a I_ξ jsou toky záření z jednotky povrchu příslušné složky. Svítivost celé soustavy je normována k jedné. Během zákrytu hvězdy ρ je tok záření $I_{c(\rho)}$ vycházející z jednotky povrchu $d\sigma$ do prostorového úhlu $d\omega$ absorbován atmosférou hvězdy ξ v rozsahu

$$I_c(\rho) [1 - e^{-\tau(\xi)}] d\sigma d\omega = I_c(\rho) I_a(\xi) d\sigma d\omega, \quad (2.39)$$

kde $\tau(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} a(r) dx$ a $a(r)$ je absorpční koeficient v jednotce objemu hvězdy ξ a ρ je vzdálenost od středu této hvězdy. Pohlcené záření musí být znovu vyzářeno v atmosféře hvězdy ξ a toto opětovné vyzáření by mělo být ekvivalentní efektu odrazu (Goncharskii et al., 1978). Ztráta světla během zákrytu je určena integrací přes zakrytou plochu S_Δ

$$L_\xi + L_\rho - l_1(\Delta) = 1 - l_1(\Delta) = \int_{S_\Delta} I_c(\rho) I_a(\xi) d\sigma, \quad (2.40)$$

kde $l_1(\Delta)$ je světlo viděné právě když je vzdálenost středů disků rovna Δ . Analogicky lze zapsat i pro světlo absorbované v atmosféře hvězdy ρ během sekundárního minima

$$L_\xi + L_\rho - l_1(\Delta) = 1 - l_1(\Delta) = \int_{S_\Delta} I_c(\rho) I_a(\xi) d\sigma. \quad (2.41)$$

Pro řešení je však nutné vyjádřit i vztah mezi I_c a I_a pomocí dvou apriorních relací ke vztahům (2.39) a (2.40). K tomu je zapotřebí znalost detailní struktury složek.

Čerepaščuk navrhuje řešit problém použitím dvou modelů – klasického a poloklasického. Klasický model v podstatě odpovídá "standardnímu" modelu se sférickými hvězdami, neprůhlednými disky a tenkými atmosférami s libovolným okrajovým ztemněním popsaným funkcemi $I_c(\xi)$ a $I_c(\rho)$, které vyplynou z řešení vztahů (2.39) a (2.40). Zmiňované apriorní funkce pro jednotlivé složky v tomto modelu jsou

$$I_a(\xi) := \begin{cases} 1, & \text{pro } 0 \leq \xi \leq r_{\xi a}, \\ 0, & \text{pro } \xi > r_{\xi a}, \end{cases} \quad I_a(\rho) := \begin{cases} 1, & \text{pro } 0 \leq \rho \leq r_{\rho a}, \\ 0, & \text{pro } \rho > r_{\rho a}. \end{cases} \quad (2.42)$$

Poloklasický model zahrnuje dle Čerepaščuka hvězdu jako v klasickém modelu a ještě "pekuliární hvězdu" s rozsáhlou atmosférou. Funkce $I_c(\rho)$ a $I_a(\rho)$ popisující tu "normální" hvězdu jsou známy. Naproti tomu emisní a absorpční vlastnosti pekuliární složky nejsou a priori známy a jsou určeny řešením vztahů (2.39) a (2.40). Tyto rovnice pak určují jen dvě funkce závislé na parametrech světelné křivky – poloměrech složek a sklonu trajektorie. K určení dalších parametrů je nutné vyřešit i vztah (2.37). Množství doplňkových vztahů pro kompletní řešení parametrů systému závisí na velikosti zakrývané části disků nebo jinak řečeno na tom, zda dochází k částečným nebo úplným zatměním. Čerepaščuk rozlišuje a dále diskutuje dva případy podle toho, zda $\cos i$ je větší nebo menší než poloměr normální složky. Konečně na základě důkladné analýzy pro klasické a poloklasické modely Čerepaščuk (1971) usuzuje, že jednoznačné řešení je možné jen v těchto případech:

1. Klasické modely

- (a) úplné zákryty,
- (b) částečné zákryty pokud pro každé minimum je $\cos i$ menší než poloměr zakrývající hvězdy.

2. Poloklasické modely

- (a) úplný zákryt pekuliární hvězdy normální složkou,
- (b) částečné zákryty pokud je $\cos i$ menší než poloměr normální složky.

3. Poloklasické modely s neprůhledným jádrem

- (a) úplné zákryty pekuliární hvězdy normální složkou,
- (b) úplné zákryty normální hvězdy jádrem pekuliární hvězdy,
- (c) částečné zákryty, je-li $\cos i$ menší než poloměr normální hvězdy.

K určení vymezených podmínek mohou být použity externí zdroje informací, například spektrofotometrie. Výše uvedené úvahy představují stručný nástin myšlenek zmiňované "ruské školy" silně orientované na otázky řešitelnosti a jednoznačnosti řešení modelů světelných křivek zejména pro systémy s jednou hvězdou s rozsáhlou atmosférou.

2.3.6 Djuraševićův program

Počátkem 90. let minulého století představil Djurasević první z programů na řešení světelných křivek aktivních těsných dvojhvězd na základě fotometrických pozorování (Djurasević, 1991, 1992a,b). Modelování těsných dynamických systémů (odtud i zkratka

pro jeho program – TDS) je založeno na principech modelu Wilsona a Devinneyho (1971). Obsahuje ale některé zvláštnosti nutné pro interpretaci deformovaných světelných křivek aktivních systémů, kde jsou složky pokryty skvrnami. Tvar složek je popsán ve sférických souřadnicích pomocí ekvipotenciálních ploch Rocheova modelu. Složky mohou mít asynchronní rotaci. Pro výpočet svítivosti je povrch hvězd rozdělen do velkého množství elementů. Pro každý z nich je pak počítán příspěvek k celkovému toku záření. Uvažuje se přitom jak teplota povrchu, případně skvrn, tak i okrajové a gravitační ztemnění nebo efekt odrazu. Určení hodnot koeficientů okrajového ztemnění $u(l, T)$ vychází z dat, která publikoval Rubashevskii (1985a,b). Djurasević předpokládá, že pro Johnsonův fotometrický systém UBV je pro vyjádření závislosti koeficientů okrajového ztemnění na teplotě v jednotlivých barvách dostatečné použít polynomu šestého stupně

$$u(i, T) = a_{0i} + a_{1i}T_n + a_{2i}T_n^2 + a_{3i}T_n^3 + a_{4i}T_n^4 + a_{5i}T_n^5 + a_{6i}T_n^6, \quad (2.43)$$

kde indexy $i = U, B, V$ a T_n je bezrozměrný teplotní parametr – teplota povrchu hvězdy dělená 20 000 K.

Skvrny v modelu jsou určeny svojí polohou, poloměrem vyjádřeným v podobě prostorového úhlu, pod jakým by skvrna byla vidět ze středu hvězdy a teplotním parametrem A_p , který je definován jako poměr teploty fotosféry k uvažované teplotě skvrny.

Později byl vyvinut druhý program, který podobnými postupy umožňuje řešit i těsné dvojhvězdy, kde skvrny nepokrývají jen složky ale i akreční disk.

2.3.7 Binary Maker

Počátky programu Binary Maker spadají do poloviny 80. let minulého století. Původní verzi 1 vytvořil Bradstreet pro počítače Macintosh. Následovala verze 1 pro PC a pak rozšířená verze 2 vyvíjená už pouze v prostředí DOS. Nyní je k dispozici verze BM3 (Bradstreet, 2004) vytvořená v Javě, takže je spustitelná v různých operačních systémech – Windows, Linux, Macintosh či Sun Solaris. Jedná se však o komerční software.

Jeho výhodou je velmi příjemné uživatelské prostředí se snadnými vstupy parametrů pro uživatele. Oproti ostatním programům má ale jisté zvláštnosti. Model je založen na Rocheovské geometrii, která je popisována pomocí sítě bodů, jejichž hustotu lze volit. Ekvipotenciální plochy vymezuje pomocí potenciálů Ω nebo C . Modifikovaný potenciál Ω slouží k popisu ekvipotenciální plochy vymezující povrch složek. Nabývá dvou mezních hodnot Ω_{in} a Ω_{out} . Pokud se povrch hvězdy nachází na vnitřní ekvipotenciální hladině Ω_{in} , pak je složka přesně kontaktní. Vnější hladina Ω_{out} znamená mez stability pro přesahující systémy. Potenciálu C používají i jiné modely, např. Mochnacki & Doughty (1972a), Binnendijk (1977). Zde je definován takto

$$C = 2B_1\Omega + B_2^2, \quad (2.44)$$

kde $B_1 = \frac{1}{1+q}$, $B_2 = \frac{q}{1+q}$, $q = \frac{M_2}{M_1}$. M_1 a M_2 jsou hmotnosti složek, zde chápané tak, že M_1 je vždy hmotnější složka. Obvykle tedy $q < 1$, ale je-li méně hmotná složka teplejší, pak hlubší primární minima nastávají, když je tato hvězda zakryta. V takovém případě stejně jako pro W UMa systémy se poměr obrátí $q > 1$. Hmotnější hvězda zůstává označena indexem 1. Dalším parametrem popisujícím podobu soustavy je tzv. faktor vyplnění (*fillout factor*). Po stanovení poměru hmotností může být použit pro

specifikaci kontaktních, přesahujících i oddělených dvojhvězd. Vyjadřuje míru, s jakou složky dvojhvězdy vyplňují své Rocheovské laloky. Je zde definováno takto

$$f = \frac{\Omega_{in}}{\Omega} - 1 \quad \text{pro } \Omega_{in} < \Omega \quad (\text{složky nedosahující Rocheovy meze}),$$

$$f = \frac{\Omega_{in} - \Omega}{\Omega_{in} - \Omega_{out}} - 1 \quad \text{pro } \Omega_{out} \geq \Omega \quad (\text{složky přesahující Rocheovu mez}). \quad (2.45)$$

Pro oddělené soustavy je tedy $-1 < f \leq 0$, zatímco pro přesahující $0 \leq f \leq 1$. Jinou definici faktoru vyplnění uvádějí Mochnacki & Doughty (1972a)

$$F = \frac{\Omega_{in} - \Omega}{\Omega_{in} - \Omega_{out}} + 1 \quad \text{pro } \Omega < \Omega_{in},$$

$$F = \frac{\Omega_{in}}{\Omega} \quad \text{pro } \Omega > \Omega_{in}. \quad (2.46)$$

Naproti tomu podobný přístup jako Bradstreet v BM3 použil Rucinski (1973)

$$f_{Rucinski} = \frac{\Omega - \Omega_{out}}{\Omega_{in} - \Omega_{out}}. \quad (2.47)$$

Počítaný model soustavy používá lineární okrajové ztemnění

$$I(\theta) = I_0(1 - x - x \cos \theta), \quad (2.48)$$

kde θ je úhel měřený mezi zorným paprskem a normálou k povrchu a I_0 je intenzita měřená ve směru $\theta = 0$. Hodnoty okrajového ztemnění se dopočítávají z tabulek. Do roku 1993 byly se používaly tabulky Al Naimiyho (1978), pak tabulky Van Hammeho (1993). Pro gravitační ztemnění a zjasnění se využívá výsledků práce von Zeipela (1924a,b) a Lucyho (1967) – viz vztah (2.37). Efekt odrazu je charakterizován bolometrickým albedem. Pro hvězdy v zářivé rovnováze se předpokládá hodnota 1.00. Rucinski (1969) ukázal, že pro hvězdy s konvektivní obálkou (zde pro hvězdy chladnější než 7200 K) je toto albedo přibližně 0.50. Svítivost soustavy je normovaná k jedné jako v jiných modelech, svítivosti složek L_1 , L_2 jsou tedy relativní. Pokud je však zjištěno třetí světlo, je vyjádřeno ve stejných jednotkách jako vstupní nebo výstupní tok záření a není relativní jako L_1 nebo L_2 .

BM3 umožňuje výpočet modelu s řadou světlých či tmavých kruhových skvrn, které je dokonce možné zadat s umbrou a penumbrou. Verze 3 je také rozšířena o možnost řešení excentrické trajektorie a asynchronní rotace složek. Parametricky je rotace vyjádřena pomocí rotačního parametru – poměru úhlové rychlosti rotace k oběžné úhlové rychlosti složky. Rotace je v základním nastavení zadána jako synchronní případně pseudosynchronní. Pseudosynchronní rotaci, při ní je rotační úhlová rychlost shodná s úhlovou rychlostí oběhu v periastru, je možné popsat pro trajektorii s excentricitou e (Hut, 1981) parametrem

$$F^2 = \frac{1 + e}{(1 - e)^3}. \quad (2.49)$$

Do verze 3 byla také přidána možnost modelovat soustavu s diskem se skvrnami. Model disku je však velmi jednoduchý a navíc s podmínkou, že nedochází k zákrytu hvězdy diskem.

BM3 umožňuje řešit souběžně fotometrická i spektroskopická data, má bohatou grafickou výbavu. Na podpůrných [www stránkách http://caleb.eastern.edu](http://caleb.eastern.edu) je data-báze více než 200 vyřešených soustav různých typů, což může pomoci zejména začínajícím badatelům. Sám autor doporučuje použití ve vysokoškolské výuce. Nicméně program má i svá omezení:

1. Neiteruje automaticky k nejlepšímu řešení.
2. Použití módu "vstup poloměru" není vhodné pro přesahující soustavy, protože vzhledem k definici může způsobit falešné výsledky.
3. Výpočty svítivosti jsou založeny na Planckově zákonu absolutně černého tělesa. Další update zřejmě bude obsahovat i model atmosféry.
4. Asynchronní rotace nebo excentrická trajektorie je nutné řešit ve sférických souřadnicích (počáteční nastavení) a ne ve válcových souřadnicích. Vážný problém to ale nepředstavuje, protože válcové souřadnice se používají pro přesahující soustavy, které mívají kruhové trajektorie a synchronní rotaci.

2.3.8 FOTometrické ELeментy – FOTEL

Program FOTEL měl původně sloužit pro porovnání výsledků výpočtů asymetrických atmosfér s pozorovanými světelnými křivkami. Záhy se ukázalo, že jeho použití je mnohem širší a to určilo jeho další vývoj (Hadrava, 1990, 1997, 2001, 2004a). Hlavním úkolem je řešení světelných křivek, nicméně vzhledem k původnímu záměru je koncipován tak, aby umožňoval konvergenci velkého počtu volných parametrů, které navíc mohou být doplňovány i postupně dle potřeby. Některé efekty, respektive jejich projevy jsou závislé na vlnové délce. Pro porovnání je tedy třeba současně fitovat data modelovaná různými křivkami, které ale mají některé parametry společné a některé individuální. Tento přístup představuje obrovskou přednost FOTELu oproti jiným programům na řešení světelných křivek, protože mimo jiné umožňuje souběžně řešit i křivku radiálních rychlostí. Je možné zpracovávat velké množství originálních pozorovacích dat (až 30 sad několika tisíc bodů - měření radiálních rychlostí a hvězdných velikostí v různých barvách). I přes značně rozsáhlé vstupy je program uzpůsoben k použití na běžných PC. Pro každou sadu dat je určen nulový bod, takže je možné korigovat systematické odchylky přístrojů nebo různých srovnávacích hvězd. Je určena střední kvadratická chyba každé sady dat. Podle spolehlivosti dat v dané sadě může být volena váha celé sady.

FOTEL používá zjednodušený fyzikální model a geometrii pro výpočet toku záření, ale má některé možnosti, které zřídka poskytují fyzikálně sofistikovanější programy. Tvar složek dvojhvězdy je aproximován pomocí tříosých elipsoidů, což je rychlejší a zpravidla dostatečné než využití přesnějších Rocheovských ekvipotenciál. Řešení pomocí Rocheovské geometrie složek a fyziky jejich atmosfér jsou předběžně připraveny, ale nejsou definitivně odladěny.

Verze 3 vznikla kolem roku 1990 bere v úvahu také třetí složku včetně pozorovaných radiálních rychlostí a odpovídající light-time efekt. Nejnovější verze FOTEL 4 (Hadrava,

2004a) přinesla možnost přidat k simultánnímu řešení světelné křivky a křivky radiálních rychlostí i vizuální trajektorii těsné dvojhvězdy a okamžiky minim jasnosti. Snahou je využít jednak dat z oblasti výzkumu vizuálních dvojhvězd a také méně přesná, ale mnohdy časově i dosti odlehlá určení okamžiků minim zákrytových dvojhvězd (Hadrava, 2004a).

Velkou výhodou celého přístupu je možnost fitovat sekulární změny některých parametrů, například stáčení periastru, změny periody, amplitudy radiálních rychlostí. Je přidána i volba umožňující sledovat změnu poloměru vlivem slapových sil na excentrické dráze. Program umožňuje konvergovat nejvýše 10 parametrů v jednom běhu. Používá simplexní metodu (Kallrath & Linnell, 1987) kombinovanou s přímým řešením metodou nejmenších čtverců. K dispozici jsou nejen chyby všech fitovaných parametrů, ale také kovarianční matice.

2.3.9 Nightfall

Program Nightfall vytvořil Wichmann v roce 1998. V roce 2008 je k dispozici verze 1.62 (Wichmann, 2008). Dokáže počítat syntetické světelné křivky, křivky radiálních rychlostí, určovat nejlepší fit pro zadaná pozorovací data daného systému nebo vytvářet obrázky či animace dle zadaných parametrů.

Nightfall je založen na fyzikálním modelu, který bere v úvahu nesférický tvar složek v těsné dvojhvězdě, efekt odrazu, gravitační zjasnění, okrajové ztemnění a řadu dalších fyzikálních jevů. Umožňuje řešit velké množství rozmanitých soustav včetně přesahujících systémů, soustav s excentrickými trajektoriemi, skvrnami na povrchu, asynchronní rotací složek nebo třetím světlem. Nová verze obsahuje také model atmosféry. Ke spuštění minimální konfigurace je třeba zadat alespoň těchto 6 parametrů:

1. poměr hmotností složek – hmotnost sekundární složky/hmotnost primární složky, přičemž primární složkou je ta, která je ve fázi nula (hlavním minimu) zakrývající (stojí vpředu vzhledem k pozorovateli);
2. sklon trajektorie;
3. faktor vyplnění Rocheova laloku pro primár a sekundár – je vyjádřen v jednotkách polárního poloměru Rocheova laloku;
4. povrchové teploty obou hvězd v kelvinech.

Nightfall rozdělí povrch každé hvězdy do několika tisíc elementů a pak jednotlivě zkoumá, zda je daný element v určité fázi zakryt či nikoli. Pro výpočet svítivosti používá Nightfall zákon absolutně černého tělesa, ale je možné také použít vypočteného modelu atmosféry. Při řešení atmosféry se používá tabulek, které vymezují možný rozsah teplot složek na 3 000–35 000 K a chemické složení odpovídající Slunci. Pro teploty nižší než 9800 K bylo použito modelu atmosféry PHOENIX (Hauschildt et al., 1999a,b), pro vyšší teploty Kuruczova modelu (Kurucz, 1979).

Výstupní světelné křivky jsou počítány pro 8 širokopásmových filtrů *UBVRIJHK* a 4 středněpásmové *wby* a jsou vyjádřeny v magnitudách. Při řešení efektu odrazu jsou možné dva přístupy:

1. osvětlující hvězda se chápe jako bodový zdroj – tato volba je dostačující pro faktor vyplnění Rocheova laloku, výpočet je pak rychlý,

2. počítá se vzájemné osvětlení každého páru povrchových elementů. Zpravidla jsou dostačující 2-3 iterace, ale je možné jich volit až 9. Výpočet je ale zdlouhavý.

Zajímavá je možnost vybrat si pro zadání okrajového ztemnění ze 4 možností od nejjednoduššího lineárního zákona až po možnost počítat jej individuálně pro každý element povrchu. Naopak trochu horší je situace s modelováním skvrn – lze zadat pouze dvě kruhové skvrny na každé složce. Při řešení lze také zvolit výpočet profilu zvolené spektrální čáry. Pokud se v soustavě objeví třetí světlo je chápáno jako relativní část celkové svítivosti soustavy (tedy $L_1 + L_2 + L_3 = 1$).

Nightfall samostatně hledá nejlepší fit pro zadaná pozorovací data. Simultánně je schopen řešit několik sad pozorování v různých filtrech. Pro nalezení nejlepšího řešení používá simplexní algoritmus. Správnost nalezeného řešení podobně jako u jiných programů testuje pomocí χ^2 . Je možné vytvořit i dvourozměrnou mapu této hodnotící funkce v závislosti na dvou parametrech.

Nightfall pokládá za primární složku dvojhvězdy tu, která je ve fázi 0 před druhou složkou z pohledu pozorovatele. Jinak řečeno, primární složka je zde ta, která je nejdříve zakrývající a sekundární ta, která je zakrývána (ve fázi 0). Tato definice ale může být někdy v rozporu s běžně používaným přístupem.

Program je napsán pro operační systém Linux. Lze jej provozovat v příkazovém i grafickém režimu. K dispozici je i zdrojový kód, takže řadu nastavení jako například hustotu sítě popisující jednotlivé složky dvojhvězdy, počet skvrn nebo počet pozorování lze měnit. Zejména poslední zmiňovaný parametr - počet pozorování v každé barvě je přednastaven na hodnotu 2048. Při vyšším počtu zadaných pozorování program automaticky použije jen prvních 2048 bodů. Nightfall je nadále vyvíjen, některé jeho části jsou stále ve stádiu testů.

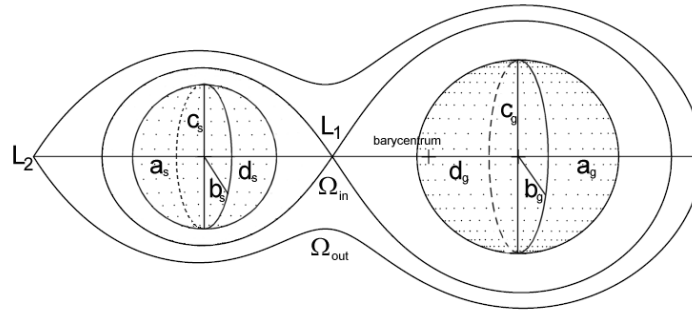
2.3.10 Wilsonův-Devinneyho model – WD

Nejrozšířenějším a nejvíce používaným programem na analýzu světelných křivek zákrytových dvojhvězd je jednoznačně program Wilsona a Devinneyho (WD). Jeho historie spadá do počátku 70. let minulého století. Program byl od té doby mnohokrát doplňován nejen původními autory, ale i dalšími – například WD83K83 (Stag & Milone, 1993), WD83K93 (Milone et al., 1992), WD93K93 (Milone et al., 2004) a LC83KS (Kallrath, 1987) a LC93KS (Kallrath et al., 1998). Nicméně hlavním tvůrcem a motorem dalšího vývoje je Wilson (Wilson & Devinney 1971, Wilson 1979, Wilson 1990, Wilson 1993 a Van Hamme 2003). Počátkem roku 2008 je k dispozici verze z prosince 2007.

WD je vlastně balíček programů sestávající ze dvou hlavních částí:

1. program LC - pro generování světelné křivky a křivky radiálních rychlostí, profilů spektrálních čar a obrázků,
2. program diferenciálních korekcí DC, který upravuje parametry světelné křivky a křivky radiálních rychlostí podle kritéria nejmenších čtverců.

Kromě těchto dvou zásadní částí je WD tvořen ještě několika desítkami menších doplňkových procedur a programů. První zásadní revize v roce 1982 přinesla excentrické trajektorie, asynchronní rotaci složek, několik druhů vynucených řešení, výpočet křivky radiálních rychlostí se započtením efektů vzdálenosti a zákrytu, simultánní řešení světelné křivky a křivky radiálních rychlostí a jednoduché řešení skvrn. Většina z těchto vylepšení



Obrázek 2.3: Schématický náčrt Rocheových ploch u dvojhvězdy. Veličiny v obrázku bývají označovány takto: $a_s = r_2(\text{back})$, $b_s = r_2(\text{side})$, $c_s = r_2(\text{pole})$, $d_s = r_2(\text{point})$, $a_g = r_1(\text{back})$, $b_g = r_1(\text{side})$, $c_g = r_1(\text{pole})$, $d_g = r_1(\text{point})$. Index s znamená malý z angl. *small*, zatímco g označuje větší (z angl. *giant*) složku. Ne vždy je ale index g synonymem pro primární složku.

je popsána ve Wilson (1979). Vylepšení verze z roku 1992 spočívá v lepším zpracování efektu odrazu, nelineárním (logaritmickém) okrajovém ztemnění, nastavení parametrů skvrn, možnosti pohybu skvrny, možnosti dalšího vývoje světelné křivky a také větší výpočetní rychlosti. Třetí revize v roce 1998 zahrnovala polopropustný okolohvězdný oblak, možnost jednoduchého výpočtu profilu spektrálních čar pro rychle rotující hvězdy, zahrnutí Marquardtova l faktoru pro řešení diferenciálních korekcí, zlepšené možnosti pro obrázky, možnost volby pracovat na vstupu s časy nebo fázemi, přídatné parametry řešení, dvojnásobnou přesnost a řadu dalších vylepšení. Čtvrtá revize v roce 2003 se nesla především ve znamení přechodu od jedné efektivní vlnové délky charakterizující danou spektrální oblast k vlnové délce založené na integraci přes celou šířku daného spektrálního oboru zvoleného standardního fotometrického systému. Vyzářovací funkce (v závislosti na efektivní teplotě, $\log g$ a chemickém složení) je nově uplatňována místně. A bylo zde i několik změn pro přesahující systémy.

V současnosti používaná verze má několik operačních módů, které určují jistá omezení uplatňovaná při řešení:

- mód -1 - pro rentgenovské dvojhvězdy;
- mód 0 - model bez omezení - především to znamená, že není vyžadováno, aby poměr svítivosti byl konzistentní s povrchovými teplotami. Jinak řečeno program použije svítivosti L_1 a L_2 bez toho, aby přepočítal L_2 podle povrchových teplot. Hvězda také může být větší než Rocheovský lalok;
- mód 1 - pro přesahující dvojhvězdy jako W UMa. Uplatňuje se 7 omezení (například hvězdy mají shodné povrchové potenciály, gravitační zjasnění, bolometrické albedo);
- mód 2 - pro oddělené dvojhvězdy - jediné omezení spočívá ve svítivosti sekundární složky L_2 , která je spojena s danou teplota a spočtena dle zvoleného varianty pro popis vyzářování (černé těleso nebo model atmosféry);
- mód 3 - pro přesahující dvojhvězdy, které jsou v geometrickém ale nikoli teplotním kontaktu. To znamená, že na rozdíl od módu 1 je uvolněno 5 parametrů spojených

s vyzařováním sekundární složky (teplota T_2 , bolometrické albedo A_2 , gravitační zjasnění g_2 , koeficienty okrajového ztemnění x_2, y_2);

- mód 4 - pro polodotykové dvojhvězdy, kde primární složka vyplňuje Rocheův lalok. Uplatňují se omezení pro potenciál Ω_1 a svítivost L_2 ;
- mód 5 - pro polodotykové dvojhvězdy, kde sekundární složka vyplňuje Rocheův lalok, tedy typické algolidy. Uplatňují se obdobná omezení jako u módu 4;
- mód 6 - pro soustavy s dvojným kontaktem (*double contact binary*) - složky vyplňují svoje Rocheovské laloky, ale nedotýkají se. Jsou uplatněna omezení z módu 4 i 5.

Přestože je WD velmi komplexním nástrojem pro studium dvojhvězd, lze mu podle různých autorů vyčíst zejména tyto nedostatky:

- fyzikální porozumění je blokováno tím, že jsou zapotřebí konstanty;
- kvůli statickým proměnným je omezen počet pozorování;
- všechny informace o efektivních barvách dvojhvězdy jsou "zahozeny";
- implementace Kuruczova modelu atmosféry neumožňuje další rozšíření;
- koeficienty okrajového ztemnění nemají fyzikální souvislost;
- je zcela zanedbán vliv mezihvězdné extinkce;
- pozorovaná spektra jsou využita jen k získání radiálních rychlostí, nic více;
- chybí numerické algoritmy pro spolehlivé nalezení počátečního bodu;
- chybí podpora pro iterativní hledání řešení;
- nejsou využity heuristické metody dostupné k provádění statistických testů;
- chybí řádný nástroj pro degeneraci a vyšetřování minima parametrického prostoru.

Program je dále vylepšován a na odstranění řady uváděných nedostatků se pracuje. Z hlediska uživatele je však možné k nedostatkům přičíst ještě neexistující grafické uživatelské rozhraní. Tento nedostatek řeší v prostředí Linux program PHOEBE, které přidává další možnosti a funkce (viz kap. 2.5.3). Základní rozšíření o uživatelské rozhraní v prostředí Windows představuje Nelsonův interface WDWint54e (Nelson, 2007), který je k dispozici na stránkách autora.

2.3.11 BinaRoche

Program BinaRoche vzniká od konce 90. let minulého století. Jeho autorem a dosud výhradním uživatelem je Carlos Lázaro Hernando, který jej použil pro řešení světelných křivek a křivek radiálních rychlostí v několika svých článcích (např. Lázaro et al., 2001). Geometrický model je založen na Rocheovské aproximaci s využitím cylindrických souřadnic. V úvahu se bere i gravitační zjasnění a vzájemné ozařování. Program může být použit pro simultánní řešení světelných křivek pořizovaných ve fotometrických filtrech *uvby* a *UBVRIJHKLL'M*. Vyzařování z jednotlivých povrchových elementů hvězdy je počítáno interpolací z tabulek T_{eff} , $\log g$ na základě knihovny modelů atmosfér. Interpolací jsou zjišťovány i hodnoty koeficientů okrajového ztemnění pro každý počítaný povrchový element, přičemž je možné si zvolit jeden ze tří zákonů okrajového ztemnění (lineární, kvadratický a odmocninový). Vzájemné ozařování složek je možné

počítat zjednodušeně nebo integrací přes povrch průvodce pro všechny viditelné elementy povrchu. V modelu je možné uvažovat jakýkoli počet skvrn na površích složek, určených středem, velikostí a teplotou. Rotace složek může být i asynchronní. Volnými parametry při řešení může být jak asynchronost rotace, tak excentricita trajektorie nebo úhel periastra. Váňované křivky radiálních rychlostí mohou být začleněny do řešení světelných křivek.

Pro nalezení řešení jsou využívány různé optimalizační algoritmy, například Simplex nebo Marquardtova metoda. Pro každý z volných parametrů je definován rozsah možných hodnot, výchozí bod a krok fitování. Je také možné hledat výsledné řešení tak, že budeme vycházet ze zvoleného bodu různými směry nebo mnohokrát opakovat řešení s dodaným náhodně generovaným gaussovským šumem. Výstupem z programu jsou syntetické světelné křivky ve zvolených spektrálních oborech a tabulka parametrů systému. Program dle autora uspokojivě pracuje pro všechny typy zákrytových dvojhvězd.

Podle zveřejněných prací jde o zajímavý program. Škoda jen, že si autor nenašel čas na popis programu, vytvoření manuálu a jeho zveřejnění.

2.4 Jiné přístupy

2.4.1 Kopalova metoda (Frequency Domain Method)

V roce 1975 publikoval Kopal první příspěvek (Kopal, 1975), v němž představil nový přístup v analýze světelných křivek zákrytových dvojhvězd – metodu frekvenční analýzy. Tato práce byla první ze série 26 článků Kopala a jeho žáků a představuje použití nové metody na nejjednodušším případě dvou sférických hvězd obíhajících po kruhové trajektorii. Obecnější základy metody jsou popsány například v Kopal (1979) a také Kopal (1990, str. 41-69).

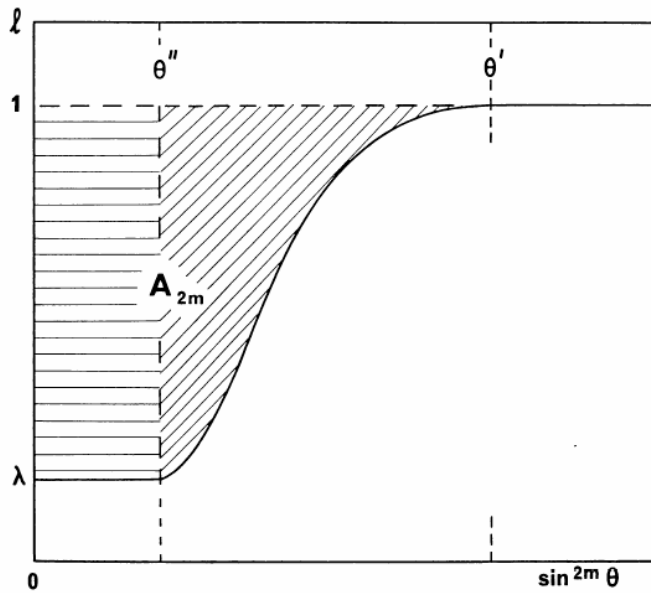
Na rozdíl od klasické analýzy světelné křivky, kde se věnuje pozornost jednotlivým bodům (fázový úhel θ ; ztráta světla l) na světelné křivce, se Kopal zaměřil na plochu protilehlou ke světelné křivce vyjádřené v souřadnicích $(l; \sin^{2m} \theta)$, kde $m=1, 2, 3, \dots$ (viz obr. 2.4). Plocha A_{2m} omezená přímkami $l = 1, \sin^{2m} \theta = 0$ a aktuální křivkou je zřejmě dána

$$A_{2m} = \int_0^{\theta'} (1 - l) d(\sin^{2m} \theta), \quad (2.50)$$

kde θ' odpovídá fázovému úhlu prvního kontaktu. Ukažme si Kopalův přístup k řešení na nejjednodušším případě úplného zatmění. Moment zatmění A_{2m} lze zapsat také jako

$$A_{2m} = mL_1 \csc^{2m} i \int_{\delta_2^2}^{\delta_1^2} (\delta^2 - \delta_0^2)^{m-1} \alpha d\delta^2 = -L_1 \int_{\delta_2}^{\delta_1} \left(\frac{\delta^2 - \delta_0^2}{1 - \delta_0^2} \right)^m \frac{\partial \alpha}{\partial \delta} d\delta, \quad (2.51)$$

kde α je fotometrická fáze, δ znamená vzdálenost složek tak, že $\delta_0 = \cos i$ je vzdálenost v největším přiblížení (pro $\theta = 0$) a δ_1 a δ_2 jsou vzdálenosti při prvním a druhém kontaktu a $L_1 = 1 - \lambda$, kde λ je pozorovaná ztráta svítivosti během zatmění. Vztah (2.52) lze vyjádřit pomocí parciálních integrálů typu



Obrázek 2.4: Světelná křivka úplného zákrytu. Převzato z Kopal (1975).

$$\int_{\delta_2}^{\delta_1} \delta^{2j} \frac{\partial \alpha}{\partial \delta} d\delta = \frac{2r_2^2}{\pi} \int_0^\pi (r_1^2 - 2r_1 r_2 \cos \phi + r_2^2)^{j-1} \sin^2 \phi d\phi, \quad (2.52)$$

pro $j = 0, 1, 2, \dots$ Pro $j > 0$ je pravá strana jednoduše řešitelná, pro $j = 0$ platí zřejmě

$$\int_{\delta_2}^{\delta_1} \frac{\partial \alpha}{\partial \delta} d\delta = \alpha(\delta_1) - \alpha(\delta_2) = -1 \text{ nebo } -k^2 \quad (2.53)$$

podle toho, zda jde o zákryt ($r_1 < r_2$) nebo transit ($r_1 > r_2$). Pak pro hodnoty $m = 1, 2, 3, \dots$ lze najít vztahy

$$\begin{aligned} A_2 &= L_1 C_3, \\ A_4 &= L_1 (C_3^2 + C_2^2), \\ A_6 &= L_1 (C_3^3 + 3C_2^2 C_3 + C_1 C_2^2), \end{aligned} \quad (2.54)$$

kde koeficienty C_i mají následující význam

$$\begin{aligned} C_1 &= r_1^2 \csc^2 i, \\ C_2 &= r_1 r_2 \csc^2 i, \\ C_3 &= r_2^2 \csc^2 i - \cot^2 i. \end{aligned} \quad (2.55)$$

Jestliže určíme z pozorované světelné křivky například integrací plochy A_2, A_4, A_6 , dosadíme je do rovnic (2.54), vypočteme hodnoty koeficientů C_1, C_2, C_3 a přepíšeme (2.55) do podoby

$$r_{1,2}^2 = \frac{C_{1,2}^2}{(1 - C_3) C_1 + C_2^2} \quad (2.56)$$

a

$$\sin^2 i = \frac{C_1}{(1 - C_3) C_1 + C_2^2} \quad (2.57)$$

dostaneme požadované parametry dvojhvězdy. Jak již bylo poznamenáno, výše uvedený postup řešení je demonstrován na nejjednodušším možném případě, postupně ale byla metoda dále rozvíjena a přibýly různé korekce, postihují okrajové a gravitační ztemnění, slapově deformované nesférické složky a podobně (Kopal, 1989, 1990). Pro křivky s odchylkami od nejjednoduššího modelu je přitom postup řešení následující:

1. určit nezbytný počet momentů světelných křivek (aspoň 4);
2. vypočítat nezbytný počet konstant $C_j = 1, n$ (aspoň 4) z maxima světelné křivky a vzít jejich váhovaný součet;
3. vypočítat (normované) momenty;
4. vypočítat hodnoty r_1, r_2, i, L_1, L_2 z momentů;
5. vypočítat světelné křivky z elementů a určit perturbace P_2m ;
6. použít perturbační členy k získání zlepšených momentů;
7. opakovat kroky 3-6 a iteracemi získat konečný soubor elementů.

Kopal tvrdil, že žádné běžné časové analýzy⁵ nemohou využít empirická data, aby převedly pozorovanou světelnou křivku do podoby, odkud by bylo možné přímo určit elementy. Řada autorů to však odmítá. Kopalem prohlašovaná vyšší úroveň jeho metody nebyla dle některých přesvědčivě demonstrována. Kritici metodě vyčítají, že jde o dost formální matematický přístup, který trpí následujícími nevýhodami:

1. Předpokládá se, že složky jsou kulové, nanejvýš korigované koule (Kopal, 1989, 1990).
2. Je nejisté, zda několik Fourierových koeficientů může obsahovat všechny informace ze světelné křivky. Metoda Fourierovské analýzy používá integrální moment pozorování, což dané pozorování vyhlazuje a tím maskuje příspěvek každého bodu k hodnotě A_{2m} . Jednoduše se tím zahodí informace.
3. Je nezbytné specifikovat škály svítivosti.
4. Hodnota úhlu θ' pro první kontakt musí být stanovena přesně.
5. Není snadné zavést do tohoto modelu další fyzikální efekty.

Budding (1993, str. 211) poznamenává, že ačkoli je metoda přímočará, v praktických situacích nastávají komplikace zejména proto, že vyjádření slapových deformací musí být velmi přesné a k tomu nejsou numericky získané veličiny C_j nejvhodnější. Celá procedura také ztrácí na jednoduchosti, pokud je zatmění jen částečné.

⁵Kopal používal pro označení ostatních metod založených na analýzách časových řad měření termín "time-domain" method.

2.4.2 Yamasakiho model

Yamasaki (1981) se zaměřil na hvězdy typu W UMa. Ukázal, že Kopalovy momenty světelné křivky A_{2m} jsou vhodné také pro popis světelných křivek kontaktních soustav. Pro 2700 systémů typu W UMa pak spočítal syntetické světelné křivky vzniklé kombinací 6 fotometrických elementů odvozených na základě Kopalových parametrů A_2, A_4, A_6 . Tabulky spočtených parametrů, pak využíval jako sítě vstupních hodnot pro řešení konkrétních soustav.

2.4.3 Buddingův model – SEBM

Budding spolu se Zeilikem v několika pracích publikovaných v 70. a 80. letech minulého století (například Budding & Zeilik, 1977, Zeilik & Budding, 1986) představili zcela nový přístup k řešení světelných křivek dvojhvězd deformovaných v důsledku přítomnosti skvrn na povrchu složek. Model SEBM (*Standard Eclipsing Binary Star Model*) využívá dva programy pro fitování světelné křivky. Prvním krokem je optimalizace světelné křivky pomocí programu, který umožňuje fitovat až 16 parametrů světelné křivky včetně efektu odrazu nebo elipticity (Budding, 1973). Úspěšnost řešení je posuzována podle parametru

$$\chi^2 = \sum_i \frac{1}{\sigma_l^2} \left\{ l_i - \left[a_1 - a_2 \alpha \left(a_4 \cdot a_3 \cdot \sqrt{(a_7 \sin^2 (\theta_i + a_6) + a_8)} \right) \right] \right\}^2, \quad (2.58)$$

kde α představuje typicky fotometrickou fázi, l_i svítivosti soustavy a systemizované parametry a_i mají následující význam:

1. $a_1 = U$ - střední úroveň jasnosti mezi minimy,
2. $a_2 = L_1$ - svítivost primární složky (pro sekundární minimum je a_2 nahrazeno rozdílem $a_1 - a_2$, případně parametrem a_9),
3. $a_3 = k$ - poměr poloměrů,
4. $a_4 = u_g$ - koeficient lineárního okrajového ztemnění větší složky,
5. $a_5 = u_s$ - koeficient lineárního okrajového ztemnění menší složky (vztahuje se k fázi zákrytu),
6. $a_6 = \Delta\theta_0$ - korekce polohy středu primárního minima,
7. $a_7 = \sin^2 i / r_1^2$, kde i je sklon trajektorie a r_1 je poloměr zakrývané hvězdy,
8. $a_8 = \cos^2 i / r_1^2$.

Je ale možné přidávat i další parametry a_i . Poté, co je zjištěno nejlepší řešení, je vypočtená teoretická světelná křivka odečtena od napozorované. Tím se získá tzv. deformační křivka, kterou dále řešíme pomocí modelu s jednou nebo dvěma temnými kruhovými skvrnami na primární složce. Získaná teoretická deformační křivka se odečte od původní napozorované křivky. Výsledkem je světelná křivka očištěná od projevu skvrn. Na ni znovu aplikujeme prvotní fitovací proces a získáme nezkrácené parametry dvojhvězdného systému.

2.4.4 ILOT

Na program SEBM navazují nové práce Zeilika, Buddinga, Rhodese a Bankse - například Banks & Budding (1990) nebo Rhodes et al. (1990). Vyvinuli nový balíček programů pro analýzu světelných křivek zákrytových dvojhvězd typu RS Canum Venaticorum. Později se dočkal i spojení do jednoho řídicího programu, který je uživatelsky mnohem lépe řešen. ILOT využívá stejné filozofie jako předchozí SEBM, počítá teoretickou deformační křivku pro dané kruhové skvrny. Program ale může posloužit pro řešení jakéhokoli zákrytového, nekontaktního systému.

2.4.5 Mochnacki – GENSYN

GENSYN (General Synthesis Code) program byl vyvinut na počátku 70. let minulého století (Mochnacki & Doughty, 1972a,b). Zásadního vylepšení se dočkal kolem roku 1983 (Mochnacki, 1984). Primárně je určen ke studiu hvězd typu W UMa.

Inspirací a základem pro počáteční práce byl program Lucyho (1968), který byl ale dost pomalý. GENSYN byl plánován tak, že má obsahovat jak řešení světelných křivek, tak i profilů čar. Používá válcovou soustavu souřadnic, aby se radius vektor stal jednoznačnou funkcí pro všechny konfigurace - kontaktní i nekontaktní. Program byl vytvořen tak, aby byl kompaktní, rychlý a numericky stabilní, ale na rozdíl od Wilsonova-Devinneyho programu LC neobsahuje přesné korekční schéma pro obzor viditelnosti. Původně byl program aplikován na zákrytové kontaktní systémy typu A s úplnými zákryty jako AW UMa nebo V566 Oph. Podle Mochnackého to byl první program založený na Rocheovské geometrii zahrnující plně vzájemné nasvětlování složek přiřazením každého elementu povrchu k těm, které nasvětluje.

2.4.6 Collier-Mochnacki-Hendry – GDDSYN

Collier a Mochnacki zkombinovali svůj program SPOTTY a GENSYN v roce 1987, aby analyzovali zákrytové systémy se skvrnami. Vylepšená geodetická síť systému s trojúhelníkovými prvky byla představena Hendrym jako jeho magisterská práce (pod vedením Mochnackého). Podle Mochnackého je výsledný program rychlejší i přesnější než WD93. Navíc, Hendry později napsal program k určení nejpravděpodobnější distribuce skvrn. Využívá algoritmu maximální entropie v kombinaci s GDDSYN a SPOTTY, aby tak určil rozložení skvrn zejména v kontaktních systémech (Hendry, 1992). Konečně vytvořil Hendry v rámci své dizertační práce nový program, který fituje orbitální parametry a rozložení skvrn s využitím fotometrických i spektroskopických dat. Tento program se řadu let používá na analýzu dat z David Dunlop Observatory.

2.5 Automatická řešení v přehlídkových projektech

2.5.1 EBAS – automat s jádrem EBOP

V roce 2006 byl představen nový systém pro automatické zpracování světelných křivek zákrytových dvojhvězd EBAS - Eclipsing Binary Automated Solver (Tamuz et al.,

2006a,b). Použitý algoritmus byl vytvořen tak, aby bylo možné zpracovávat velké množství světelných křivek, a proto byl zvolen za základ poměrně rychlý program EBOP. Ke hledání nejlepšího řešení se používá jako v jiných modelech funkce χ^2 . Aby bylo hledání optimální, je třeba vhodně volit používané parametry. EBAS používá dva transformační parametry – součet relativních poloměrů složek a jejich podíl. Navíc je světelná křivka vyjádřena pomocí impaktního parametru

$$x = \frac{\cos i}{r_1 + r_2} \frac{1 - e^2}{1 + e \sin \omega}, \quad (2.59)$$

který je přímo spojen s tvarem světelné křivky v minimu, a proto může být lépe určen než konvenční sklon trajektorie i a lépe tedy poslouží pro nalezení nejlepšího řešení. Ukázalo se však, že v některých případech není nalezené řešení i při minimální hodnotě χ^2 optimální, a byla nutná interakce člověka pro nalezení lepšího řešení. Aby se při hromadném zpracování mnoha křivek odstranil vizuální odhad člověka, byla zavedena nová statistická funkce popisující kvalitu fitování (Tamuz et al., 2006a).

2.5.2 DEBiL a MECI

Program DEBiL (Detached Eclipsing Binary Light curve fitter) byl vytvořen počátkem tohoto desetiletí (Devor, 2004). Jde o plně automatický program pro fitování světelných křivek zákrytových dvojhvězd. Umožňuje rychle zpracovávat velké množství dat z přehlídkových projektů typu OGLE, ROTSE, HAT a další. Nicméně, aby bylo možné dosáhnout velké rychlosti zpracování, je uvažovaný model dvojhvězdy zjednodušený. Uvažuje se oddělený systém s okrajově ztemněnými sférickými hvězdami bez odrazu a třetího světla. DEBiL umožňuje fitovat následujících osm parametrů:

- relativní poloměry primární a sekundární složky,
- relativní svítivosti primární a sekundární složky,
- sklon trajektorie,
- excentricitu,
- epochu periastra,
- délku periastra.

DEBiL je druhým stupněm vícestupňového zpracování dat z přehlídek. Prvním stupněm je procedura, která hledá v zadaných datech periodu. Zfázovaná data pak postoupí do další úrovně, kde nejdříve proběhne prvotní odhad parametrů a následně jsou vyřazeny všechny hvězdy, které systém vyhodnotí jako nezakrytové proměnné hvězdy (například pulsující proměnné hvězdy). V dalším kroku jsou určeny parametry oddělených zákrytových dvojhvězd a vyloučeny neuspokojivé fity. Následuje třetí stupeň, kde jsou pak světelné křivky dle zájmu řešeny s pomocí fyzikálně přesných modelů. Nejistota řešení je stanovena malými změnami parametrů a následným zjišťováním, jak tyto malé změny ovlivní hodnotu χ^2 . Devor (2005) použil systém DEBiL na zpracování dat 218699 světelných křivek z projektu OGLE II a pro 10862 soustav získal řešení.

MECI (Method for Eclipsing Component Identification) je automatická metoda pro určení nejpravděpodobnějších parametrů složek zákrytové dvojhvězdy pouze z fotometrických světelných křivek v různých barvách. Autoři (Devor & Charbonneau, 2006)

nejdříve navrhli MECI-express jako prosté rozšíření programu DEBiL. Posléze proceduru MECI zpřesnili a "osamostatnili". Celý postup je založen na výběru páru stejně starých hvězd, pro něž je pak dle příslušných parametrů počítána teoretická světelná křivka a kombinované barvy a ty jsou srovnávány s napozorovanými křivkami. Tento postup velice redukuje uvažovaný prostor parametrů dvojhvězdy a umožňuje určovat hmotnosti složek, jejich poloměry a absolutní hvězdné velikosti bez spektroskopických dat. MECI je implementován do automatického programu, který používá publikované izochrony a koeficienty okrajového ztemnění. Lze jej snadno využít pro hromadné automatické zpracování dat z fotometrických přehlídek jako OGLE, MACHO, ROTSE, TrES, HAT a dalších.

2.5.3 PHOEBE (Physics of Eclipsing BinariEs)

PHOEBE je založen na kódu WD verzi z roku 2003. Nejedná se o pouhý grafický interface v prostředí Linux (i když i tak může sloužit), ale původní kód doplňuje a rozvíjí. Dalo by se říci, že odstraňuje výše uvedené nedostatky původního kódu WD. PHOEBE se skládá z počáteční vrstvy, kde je skriptor a grafický uživatelský interface (GUI), nastavbové vrstvy s vědeckými, matematickými a technickými vylepšeními a rozšířeními WD a z koncové vrstvy, kterou představuje nemodifikovaná, aktualizovaná verze WD. Rozšíření jsou psána v ANSI C, takže jsou přenositelná na různé operační systémy. Zdrojové kódy jsou k dispozici. Přehled novinek ve PHOEBE je možné shrnout do následujících bodů:⁶

1. využití nových numerických metod:

- navržené optimalizace WD pro hledání nejlepšího řešení např. MMS=Methods of Multiple Subsets (Wilson & Biermann, 1976),
- implementace NMS=Nelder& Mead's downhill Simplex (Nelder & Mead, 1965),
- heuristické skenování a "parameter kicking";
- dynamické interpolace koeficientů okrajového ztemnění z tabulek Van Hamme (1993),

2. Nová fyzikální pojetí:

- barevné indexy jako indikátory absolutní teploty,
- rozložení spektrální energie (SED) jako nezávislý zdroj dat,
- podmíněná omezení (například omezení dané polohou hvězdy na hlavní posloupnosti),
- náležitě započtení mezihvězdné a atmosférické extinkce;

3. Nové technické postupy:

- flexibilní, samostatný a "na míru" vytvořený skriptovací jazyk,

⁶V době dokončování této práce na konci roku 2007 byl zpřístupněn kód verze 0.30, který obsahuje další rozšíření, nicméně, s jeho instalací i funkčností jsou v počátečním období problémy. Proto se omezíme na poznámky k poslední opravdu stabilní verzi 0.29d.

- silně strukturový grafický uživatelský interface (GUI),
- využití různých programů pro kreslení (GNUPlot, Super-Mongo),
- další utility (pomocné kalkulátory potenciálů aj., interpolátor okrajového ztemnění a další).

Z hlediska uživatelů programu FOTEL potěší i možnost načíst do PHOEBE data ve formátu FOTELu. V novější verzi tato možnost chybí a byla nahrazena importem z programu Binary Maker. Velkým nedostatkem je však chybějící manuál. Použité postupy, vztahy i nová fyzikální pojetí jsou popsána v "Scientific Reference" (Prša, 2006), ale chybí už instrukce, kde v programu jsou uplatněny a jak je použít. Jejich "objevení" v programu a korektní využití není vždy triviální. Část těchto rozšíření je navíc dostupná jen přes skripty. V tomto smyslu představuje materiál označený autory jako Tutorial (na http://phoebe.fiz.uni-lj.si/files/root/phoebe_0.2_tutorial/index.html) jen opravdu letmý úvod. Praktické problémy je však možné řešit s autory a dalšími uživateli ve fungující internetové diskuzní skupině.

PHOEBE je podobně jako další programy v této kapitole připravován na hromadné poloautomatizované zpracování ohromného množství dat, které přinesou plánované přehlídkové projekty ať již pozemské nebo kosmické jako například projekt GAIA. Doufáme jen, že v té době bude už k dispozici i podrobný manuál podobně jako třeba u programu Binary Maker.

Část II

3 Volba a představení cílového objektu

3.1 Výběr testovací hvězdy

Zákrytových proměnných hvězd je dnes známo několik tisíc. Jen Generální katalog proměnných hvězd (dále GCVS, Durevich et al., 2006) jich obsahuje přes šest tisíc. Velké množství jich bylo objeveno v posledních letech v přehlídkových projektech. Pro účely této práce bylo nutné z nich vybrat vhodnou skupinu nebo jednoho kandidáta pro další studium, testy a porovnání výsledků dostupných modelů. Výběr měl splňovat následující předpoklady:

1. Půjde o zákrytovou dvojhvězdu, kterou je možné pozorovat od nás dostupnými přístroji fotometricky a spektroskopicky. Neměla by tedy být slabší než 10.5 mag v primárním minimu. Na druhou stranu by neměla být příliš jasná, aby bylo možné ji bez větších problémů měřit s pomocí CCD, přesněji s pomocí hlavního dalekohledu brněnské hvězdárny, kde autor v době získávání dat působil¹. Jedná se o dalekohled typu Newton o průměru 40 cm vybavený CCD kamerou SBIG ST7 a fotometrickými filtry systému *BVRI*. To znamená, že v maximu neměla být jasnější než zhruba 8 mag. Z hlediska pozorovatelnosti byla dalším kritériem i poloha na hvězdné obloze – tedy kladná deklinace a tím i dobrá viditelnost v průběhu roku.
2. Bude se jednat o známou soustavu s dostatkem starších pozorování, včetně okamžiků minim, eventuálně i spektroskopických pozorování. Starší okamžiky minim jasnosti umožní studium dlouhodobějších změn periody rozbořením O-C diagramu a bude jich možné využít i při řešení světelné křivky programem FOTEL4. To znamená, že vhodného kandidáta nebudeme hledat mezi zákrytovými proměnnými hvězdami objevenými teprve nedávno. Navíc musí být amplituda světelných změn dostatečně velká, aby v minulosti mohli kvalitní pozorování (pro určení okamžiků minim jasnosti) provádět i vizuální pozorovatelé. Uplatněním podmínek 1 a 2 na hvězdy z GCVS a Lichtenkneckerovy databáze pozorování německé společnosti pozorovatelů BAV (BAV, 2004) bylo z původních několika tisíc hvězd vybráno následujících sedm hvězd (viz tab. 3.1).
3. Daná soustava bude mít v literatuře publikovaný model nebo více modelů vypočtených použitím starších dnes již nepoužívaných programů.
4. Půjde o astrofyzikálně zajímavý systém. To znamená, že v soustavě bude například docházet ke změnám periody, případně se bude předpokládat přítomnost alespoň jednoho z jevů jako jsou skvrny na složkách, plynný proud, akreční disk nebo pulsace složek. Vhodná by mohla být případná astrometrická měření.

Všechny hvězdy v daném seznamu jsou velmi zajímavé a zaslouhují si, aby jim byla věnována velká pozornost. Nicméně z našeho pohledu nejsou vhodné hvězdy EG Cep a SW Lac. U hvězdy EG Cephei je značný rozptyl u starších vizuálních pozorování (okamžiků minim) v O-C diagramu (BAV, 2004). Tato pozorování jsou prakticky nepoužitelná a tím se velmi zkracuje období, pro něž jsou k dispozici rozumná data. SW Lac

¹Teprve později se objevila možnost využít jiných přístrojů se CCD i fotoelektrickým fotometrem.

Tabulka 3.1: Výběr hvězd

| Hvězda | Počet poz. | Typ | Max [mag] | Ampl. [mag] | Obor | M_0 JD-2400000 | P [dny] | D [h] | d [h] | Spektrum | Poznámka |
|--------|------------|----------|-----------|-------------|------|---------------------|-------------|----------|----------|-----------|--------------------------|
| RT And | 1224 | EA/DW/RS | 8.55 | 0.92 | V | 41141.88902 | 0.628929513 | 2.6 | | F8V | P proměnná |
| AB And | 1504 | EW/KW | 9.50 | 0.82 | V | 36109.57928 | 0.33189215 | | | G5+G5V | P proměnná |
| SV Cam | 1396 | EA/DW/RS | 8.40 | 1.71 | V | 42594.61518 | 0.59306995 | 2.4 | 0 | G5V+G3V | P proměnná |
| EG Cep | 926 | EB | 9.31 | 0.90 | V | 42594.3825 | 0.54462183 | | | A3 | P proměnná |
| TW Dra | 476 | EA/SD | 8.00 | 2.50 | p | 44136.295 | 2.8068470 | 11.5 | | A8V+K0III | P prom., viz. dvojhvězda |
| SW Lac | 2309 | EW/KW | 8.51 | 0.88 | V | 45275.3477 | 0.3207209 | | | G8Vp+G8Vp | P+LC prom. |
| CM Lac | 504 | EA/DM | 8.18 | 0.97 | V | 27026.316 | 1.6046916 | 4.2 | 0 | A2V+A8V | excentrická |

je opravdu velmi často pozorovanou proměnnou hvězdou, ale dochází u ní nejen ke změnám periody jako u ostatních šesti hvězd, ale také k markantním změnám tvaru světelné křivky. Z toho ale plyne, že ji nelze využít pro srovnání případných našich modelů se staršími. Ze zbylých pěti hvězd byla pro další studium zvolena TW Draconis, která z nich má největší amplitudu světelných změn a navíc jako jediná z nich je historicky známou složkou vizuální dvojhvězdy. Postupně bylo zřejmé, že zvolená soustava zcela splňuje i 4. stanovené kritérium, protože kromě velké změny periody, byly dále zjištěny například menší kvaziperiodické změny periody, drobné oscilace světelné křivky a podobně. O těchto projevech bude pojednáno dále.

3.2 TW Draconis – historie výzkumu

TW Draconis = HIP 76196 = SAO 16767 = GSC 04184-00061 = J153350.2+635440 = PPM 19492 = AG+64 731 = BD+64 1077 = HD 139319 = RX J1533.8+6354. Nalezneme ji na souřadnicích $\alpha = 15^h 33^m 51.1^s$, $\delta = +63^\circ 54' 26''$ (2000.0). Proměnná tvoří jihozápadní A-složku dvojhvězdy $\text{O}\Sigma 299 = \text{ADS } 9706$. Druhá složka je hvězda HD 140512=TYC 4184 61 2 o hvězdné velikosti 9.987 mag (V_T) vzdálená přibližně $3.3''$. Proměnnost hvězdy TW Dra objevila Canonová na fotografiích harvardské hvězdárny v roce 1910 a našla meze proměnnosti 7.8 – 9.8 mag (Pickering, 1910a,b). Z 50 desek jich 45 ukazovalo maximální jasnost. Skoro současně dokázali algolovský charakter Hartwig (1911) – elementy (3.1) a Blažko (1911) – elementy (3.2):

$$Pri.Min. = HJD 2418951.359 + 2.8065 \cdot E, \quad (\text{změny } 7.0\text{--}8.9 \text{ mag}), \quad (3.1)$$

$$Pri.Min. = HJD 2418906.451 + 2.8070 \cdot E, \quad (\text{změny } 7.3\text{--}8.6 \text{ mag}). \quad (3.2)$$

Ti také začali s vyhledáváním starších pozorování z fotografických přehlídek. Postupně se podařilo nalézt řadu zeslabení, nejstarší přitom z poloviny 19. století Dembowského a Schönfelda, které pak blíže popisuje například Hellerich (1923), Blažko (1911), Hartwig (1911), případně Zinner v Hartwig (1913). Ze záznamů vyplývá, že hvězdu blízko minimální jasnosti viděli třeba i tvůrci katalogu BD dne 2. 6. 1858. Při

Tabulka 3.2: Parametry světelné křivky TW Dra

| Autor | D | d | Max | Min | I | Poznámka |
|----------------------------------|----------|----------|------------|------------|----------|--|
| | [h] | [h] | [mag] | [mag] | | |
| Canonová (Pickering, 1910a,b) | | | 7.8 | 9.8 | | z fotografických desek |
| Hartwig (1911) | 9.4 | 1.4 | 7.0 | 8.9 | | hvězda slabší než průvodce |
| Zinner (1911) | 9.5 | 1.42 | | | | amplituda 1.9 mag |
| Blažko (1911) | | >0 | 7.3 | 8.6 | | viz. odhady, v min. konst. po nějakou dobu |
| Lazzarino (1913) | | 0 | | | | |
| Nijland (1913b) | 8.6 | 1.4 | 7.3 | 8.85 | | |
| Graff (1914) | | | 7.3 | 9.8 | | |
| Nijland (1917) | 8.6 | 1.7 | 7.4 | 9.55 | | |
| Baker (1921) | 11.0 | 1.7 | 7.45 | 9.80 | | fotograficky (V) |
| Graff (1923) | 9.7 | 2.0 | 7.47 | 9.18 | | hv. velikost celé viz. dvojhvězdy OΣ 299 |
| | | | 7.59 | 9.90 | | jen proměnná, A-složka viz. dvojhvězdy |
| Hellerich (1923) | 10.8 | 2.1 | | | | |
| Jacchia (1931) | | 1.8 | | | | |
| Nijland (1932) | | 1.7 | 7.70 | 10.04 | | průvodce 9.87 mag |
| Ahnert (1933) | | 1.8 | | | | |
| Gadomski (1933) | 10.8 | 1.54 | 7.34 | 9.05 | | hv. velikost celé viz. dvojhvězdy OΣ 299, |
| | | | 7.47 | 9.77 | | přepočteno - pouze A-složka; vizuální;* |

Poznámky k tabulce: Gadomski (1933) navíc uvádí, že světelná křivka je asymetrická s největšími odchylkami mezi fázemi 0.10 a 0.19. K odečtení vlivu složky B vizuální dvojhvězdy použil údaje z Graff (1923).

hledání zeslabení byla použita jako významný indikátor právě severovýchodní složka dvojhvězdy. V minimu jasnosti je její jasnost s TW Dra srovnatelná.

Hvězda se stala předmětem intenzivního výzkumu. V krátkém sledu následovala řada publikací se zpřesněnými světelnými elementy – například Nijland (1913a), Graff (1914), Hoffmeister (1914). Blažko pak poprvé vyslovil domněnku o změně periody, ale bylo příliš brzy, aby bylo možné ji ověřit. Řada prací z raného období se věnuje i problematice pozorování a jasnostem srovnávacích hvězd – například Nijland (1932), Baker (1921), Hellerich (1923), Graff (1923, 1928), Beyer (1929), Gadomski (1933), Hartwig (1913). Mnozí pozorovatelé používali jako srovnávací hvězdu VY Dra. Ta byla nejdříve označena za proměnnou, ale další pozorování její proměnnost nepotvrdila. Měření družice Hipparcos udává pro tuto hvězdu rozptyl měření 0.013 mag (H_p), proto se někdy i v současnosti používá jako srovnávací hvězda.

Různí autoři udávají také parametry světelné křivky – viz tabulka 3.2. Je nutné ovšem poznamenat, že rozdílné hodnoty hvězdných velikostí mohou být způsobeny také tím, že někteří pozorovatelé odhadovali nebo měřili jasnost proměnné jako společnou jasnost proměnné a těsného průvodce, kterého nebyli schopni odlišit. Větší počet pozorovatelů si všimá i toho, že maximum po hlavním minimu je vyšší než před ním.

Canonová udávala při objevu proměnnosti spektrální typ B9 (Pickering, 1910a,b), z pozdějších pozorování upřesňují spektrální typ Plaskett (1919a,b, 1920) na A3, respektive A6 a Wyse (1934) na A6+K2.

První model na základě fotometrických dat publikoval už rok po objevu Zinner (1911). V tabulce 3.3 jsou uvedeny výsledky různých fotometrických i spektroskopických

modelů publikovaných do 50. let minulého století, to znamená že použité světelné křivky byly konstruovány na základě vizuálních nebo fotografických pozorování. Čísla uvedená v závorkách u některých parametrů znamenají zde i dále v celé práci chyby daných parametrů. Éra fotoelektrické fotometrie a vícebarevných pozorování začala (alespoň pro TW Dra) až roku 1947. Navíc byly počátkem padesátých let publikovány nové metody pro řešení světelné křivky zákrytových dvojhvězd, zejména Russellova a Merillova metoda (Russell & Merrill, 1952). Proto jsou pozdější modely uvedeny zvlášť v tabulce 3.4.

První řešení fotometrické světelné křivky v modré a žluté barvě publikoval Baglow (1952) (viz tabulka 3.4), který bral v úvahu i deformaci sekundární složky. Aby docílil minimálních hodnot reziduí v době celého primárního minima, použil Baglow jen jednu sadu elementů pro obě barvy. Musel však volit velmi malé hodnoty okrajového ztemnění 0.11 pro žlutou a 0.27 pro modrou barvu. Navíc parametr efektu odrazu, který byl určen harmonickou analýzou mimo zákryt vedl k třetinové hodnotě oproti teoretické předpovědi. Horák (1966) vlastní metodou za předpokladu konfigurace složek koule-elpipsoid znovu zpracoval Baglowova data. Kopal & Shapley (1956) převzali Baglowovo řešení do Katalogu elementů zákrytových dvojhvězd a určili hmotnosti a rozměry složek (viz tabulka 3.5). Walter (1978a) publikoval fotometrické světelné křivky v *B* a *V* a určil fotometrické elementy použitím rektifikační metody Russella a Merrilla (1952). Nezabýval se změnami periody, jen poznamenal, že mezi dvěma obdobími pozorování (1964–1965 a 1969–1972) došlo k náhlé změně periody, což ztížilo vytvoření jedné fázové světelné křivky. Zjistil ale, že na počátku zákrytu se objevuje dodatečné světlo, které mizí při fázovém úhlu -7° až -15° a objevuje se znovu v těchže kladných fázových úhlech. Zdrojem tohoto třetího světla by měla být horká skvrna. Zhruba 15° od středu zákrytu se také zvětšuje rozptyl měřených jasností, což podporuje existenci skvrny. Walter si také všiml systematického posunu výstupné větve sekundárního minima v obou barvách, což připisuje okolohvězdnému materiálu. Celkově se i mimo zákryty na světelné křivce objevuje větší rozptyl a nepravidelnosti, který dle něj zřejmě souvisí s plynným proudem, který dopadá do oblasti skvrny. Walterova i Baglowova data znovu analyzovali mimo jiné Giuricin et al. (1980) a s využitím Popperových hodnot hmotností Popper (1978) určili nové fotometrické elementy (viz tabulka 3.4). Z osmdesátých let minulého století pochází další série fotometrických pozorování, provedená tentokrát v Československu. Všechna měření autorů Papoušek, Tremko, Vetešník včetně modelu byla ale publikována jen v časopise Folia Přírodovědecké fakulty Univerzity J. E. Purkyně (dnešní Masarykovy univerzity) a nejsou ve světě známa (Papoušek et al., 1984). Více v kapitole 5.3. Zajímavé výsledky přinesly dvě přesná krátkodobá fotometrická pozorování Kusakina et al. (2001) a Kima et al. (2003), kteří odhalili a následně potvrdili milimagnitudové periodické změny hvězdné velikosti TW Dra s periodou 0.0556 d, respektive 0.053 d, které prezentují jako δ Scuti pulsace primární složky soustavy. Výsledky poslední fotometrické kampaně přináší tato práce v následujících kapitolách.

První spektroskopická pozorování provedl Plaskett (1919a,b, 1920), který udává chybu určení radiálních rychlostí ± 2.6 km/s. Jeho určení parametrů trajektorie později přepočítal Luyten (1936). Wyse (1934) určil spektrální typ primární složky A6 a sekundární K2 s poznámkou, že u sekundární složky je spektrum "uprostřed mezi obrem a trpaslíkem". Ve třicátých letech minulého století provedl spektroskopický výzkum ještě

Tabulka 3.3: Parametry TW Dra z prvních modelů

| Parametry | Zinner ¹ | Shapley ² | | Plaskett ³ | | Baker ⁴ | | Graff ⁵ | Hellerich ⁶ | Luyten ⁷ | Pearce ⁸ | Gaposchkin ⁹ | Krat ¹⁰ | | Smith ¹¹ | Batten ¹² |
|---------------------|---------------------|----------------------|-------------|-----------------------|------|--------------------|---|--------------------|------------------------|---------------------|---------------------|-------------------------|--------------------|-------|---------------------|----------------------|
| | | U | D | U | D | U | D | U | | | | | U | D | | |
| r_1 | 0.203 | 0.130 | 0.180 | | | 0.211 | | 0.205 | 0.187 | | | 0.21 | 0.134 | 0.174 | | |
| R_1 [R_\odot] | | 1.37 | 1.92 | 1.81 | 2.47 | 0.205* | | 0.311 | 0.312 | | | 0.32 | 0.427 | 0.398 | | |
| r_2 | 0.223 | 0.371 | 0.334 | | | 0.324 | | 0.314* | | | | | | | | |
| R_2 [R_\odot] | | 3.91 | 3.52 | 5.10 | 4.58 | 0.314* | | | | | | | | | | |
| i [°] | > 88° 50' | 75° 53' | 79° 48' | | | 85° 35' | | 85.6 | 86.7 | | | 85.6 | 83.5 | 87.7 | | |
| L_1 | | 0.885 | 0.885 | 0.885 | | 0.894 | | 0.8809 | 0.878 | | | 0.89 | 0.860 | 0.860 | | |
| L_2 | | 0.115 | 0.115 | | | 0.098 | | 0.1191 | 0.122 | | | | | | | |
| M_1 [M_\odot] | | | 3.36 | 3.21 | | | | | | | | | | | | |
| M_2 [M_\odot] | | | 1.24 | 1.19 | | | | | | | | | | | | |
| e | | | 0.0536(187) | | | 0.054(19) | | | 0.053(28) | | 0.021(27) | | | | | 0.02 |
| ω [°] | | | 90 | | | 90 | | | 96(30) | | 11.1 | | | | | 349.9 |
| γ [km] | | | -0.34(91) | | | -0.34(91) | | | -0.1(13) | | +0.6 | | | | +2.75 | +2.3 |
| K_1 [km] | | | 65.78(113) | | | 65.78(113) | | | 65.4(18) | | +2.6 | | | | 61.23(85) | 63.4 |
| $a \sin i$ | 4481 | | 9681 | 9538 | | 9788 | | | | | 62.8 | | | | 2365* | 2450* |
| [1000 km] | | | | | | | | | | | 63.5 | | | | | |
| f_m | | | 0.0826 | | | 2.80654 | | 0.0743 | | 2.80654 | | | | | 0.068 | 0.0742 |
| P [d] | | | 2.80654 | | | 2.80654 | | | | | | | | | | |
| průchod pe- | | | 0.019(10) | | | 0.019(10) | | | | 22122.10(1) | 28532.508 | | | | | |
| riastrem T | | | | | | | | | | | | | | | | |

Výšvětlivky k tabulce 3.3:

Označení veličin v tabulce odpovídá zavedení dle tabulky 2.1. $a \sin i$ značí průmět velké poloosy trajektorie do směru zorného paprsku. Písmena U a D v záhlaví tabulky označují řešení za předpokladu nulového (U) a jednotkového okrajového ztemnění (D).

Poznámky k tabulce 3.3:

- Zinner (1911) – parametry světelné křivky viz tabulka 3.2.
- Shapley (1913, 1915) – v obou případech (hypotézy U i D) považuje zatmění za částečná, podle modelu by $D_U=9.4$ h a $D_D=11.0$ h; pro výpočet využita Nijlandova vizuální pozorování, spektrální typ primární složky B9, paralaxa soustavy $\pi = 0.0033''$.
- Plaskett (1919a,b, 1920) – celkem 14 desek; posun primárního minima od konjunkce – čas průchodu periastrem 0.019 ± 0.010 , Pro určení absolutních rozměrů složek a hmotností vyšel z Shapleyho modelu.
- Baker (1921) předpokládal eliptický tvar složek, proto jsou v tabulce uvedeny i relativní poloměry v druhé ose (označené v tabulce hvězdičkou); sekundární minimum je posunuto oproti fázi 0.5 o 0.06; d ; třetí hvězda (složka B vizuální dvojhvězdy má hvězdnou velikost 9.80 mag).
- Graff (1923) parametry světelné křivky viz tabulka 3.2.
- Hellerich (1923) – modelové parametry světelné křivky $D=10$ h 50 min, $d=2$ h 4 min.
- Luyten (1936) – přepracování Plaskettových spektrogramů, přikládá se k tomu, že trajektorie je kruhová.
- Pearce (1937) – 1 řešení $P = 2.806594$ d (ze 14 desek – viz horní řádek v tabulce), druhý (ze 33 desek – dolní řádek) $P = 2.806689$ d; spektrální typ upřesněn na A6+K2; ze spektrogramu v době minima odhadl poměr hmotností na $q=0.28$; v tabulce je uveden jen průmět velké poloosy trajektorie primární složky $a_1 \sin i$.
- Gaposchkin (1938) – poměr povrchových jasností stanovil na 19.9.
- Krat (1939) – předpokládal elipticitu složek $z=0.0$ a 0.6, použil pozorování z Baker (1921). Převezto z Plaut (1950).
- Smith (1949) – elementy z celkem 44 spektrogramů; v tabulce je uveden jen průmět velké poloosy trajektorie primární složky $a_1 \sin i$.
- Batten et al. (1978) uvádí parametry vzniklé kombinací dvou Pearceových řešení; v tabulce je uveden jen průmět velké poloosy trajektorie primární složky $a_1 \sin i$.

Tabulka 3.4: Fotometrické elementy

| Autor Param. | Baglow ¹ yellow blue | Bolokadze ² yellow blue | Horák ³ yellow blue | Walter ⁴ yellow blue | Al-Naimiy ⁵ yellow blue | Giuricin ⁶ yellow blue | Giuricin ⁶ yellow blue | blaeW | Papoušek ⁷ U _B B _B | Papoušek ⁷ U _{SP} V _B | Papoušek ⁷ B _{SP} V _{1,SP} | V _{2,SP} | | | | | | | | | |
|--------------------|------------------------------------|---------------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|-----------|--|---|--|-------------------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------|---|
| r ₁ | 0.2118(10) | 0.200 0.221 | 0.2107(5) | 0.2125(2) | 0.2120(2) | 0.218(1) | 0.194(1) | 0.209(2) | 0.209(3) | 0.214(4) | 0.166(9) | 0.208(11) | 0.206(9) | 0.214(12) | 0.246(10) | | | | | | |
| r ₂ | 0.3064(2) | 0.330 0.344 | 0.2107(5) | 0.3063(2) | 0.3056(2) | 0.315(1) | 0.339* | 0.296* | 0.296(2) | 0.298(2) | 0.329(5) | 0.298(6) | 0.302(4) | 0.301(7) | 0.308(7) | | | | | | |
| a ₁ | | | | | | 0.199(1) | 0.196(1) | 0.214(4) | 0.211(2) | | | | | | | | | | | | |
| b ₁ | | | | | | 0.198(1) | 0.195(1) | 0.212(4) | 0.209(2) | | | | | | | | | | | | |
| c ₁ | | | | | | 0.197(1) | 0.194(1) | 0.211(4) | 0.208(2) | | | | | | | | | | | | |
| a ₂ | | | 0.3375(50) | | | 0.394(5) | 0.387(6) | 0.327(8) | 0.330(6) | | | | | | | | | | | | |
| b ₂ | | | 0.2991(5) | | | 0.338(3) | 0.334(3) | 0.295(7) | 0.296(4) | | | | | | | | | | | | |
| c ₂ | | | 0.2909(5) | | | 0.310(2) | 0.307(2) | 0.279(7) | 0.280(3) | | | | | | | | | | | | |
| i ^[o] | | | 85.6* | 83.58 | 86.03(5) | 86.36(5) | 85.94(2) | 84.8(5) | 86.0(5) | 85.2(4) | 85.6(5) | 86.1(2) | 86.2(2) | 85.6(3) | 86.6(4) | 79.6(4) | 85.3(10) | 85.1(7) | 85.8(11) | 90.0(60) | |
| k | | 0.608 0.642 | | | | 1.720(14) | 1.725(17) | 1.396(24) | 1.423(17) | | | | | | | | | | | | |
| L ₁ | | 0.810 0.755 | 0.8873 | 0.7834 | 0.8250 | 0.8250 | 0.7782 | 0.8475 | 0.644 | 0.640 | 0.851 | 0.880 | 0.934(5) | 0.907(5) | 0.799(17) | 0.840(19) | 0.835(14) | 0.880(20) | 0.855(13) | | |
| L ₂ | | 0.190 0.245 | 0.1127 | 0.1390 | 0.1750 | 0.1750 | 0.1687 | 0.1094 | 0.356 | 0.360 | 0.149 | 0.120 | | | | | | | | | |
| L ₃ | | | | 0.0776 | 0.0750 | 0.0531 | 11.1(15) | % 8.8(8) | % 11.2(5) | % 13 | % 8 | % 0 | % 3 | % 0 | % 0 | % 3 | % 0 | % 0 | % 10 | % 12 | % |
| T ₁ [K] | | | | | | 8000 | 8000 | 8000 | 8000 | | | | | | | | | | | | |
| T ₂ [K] | | | | | | 5260(30) | 5280(30) | 4380(60) | 4080(80) | | | | | | | | | | | | |
| u ₁ | * | | 0.62(1) | 0.37(1) | 0.55 | 0.65 | 0.52 | 0.57 | 0.56 | 0.69 | 0.56 | 0.69 | 0.85 | 0.67 | 0.56 | 0.85 | 0.67 | 0.56 | 0.56 | 0.56 | |
| u ₂ | * | | | 0.6 | 0.6 | 0.83 | 0.90 | 0.72 | 0.88 | 0.72 | 0.88 | 1.0 | 0.9 | 0.7 | 1.0 | 0.9 | 0.9 | 0.7 | 0.7 | 0.7 | |
| β ₁ | | | | | | 0.25 | 0.25 | 0.25 | 0.25 | | | | | | | | | | | | |
| β ₂ | | | | | | 0.08 | 0.08 | 0.08 | 0.08 | | | | | | | | | | | | |
| z | | | | 0.028 | 0.023 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| γ | | | | 0.004 | 0.006 | | | | | | | | | | | | | | | | |

Vysvětlivky k tabulce 3.4:

Index "1" odpovídá v řadě prací použitému indexu b (z angl. *bright*), zatímco index "2" nahrazuje použitý index f (z angl. *faint*). Hvězdička v tabulce znamená hodnotu dopočtenou z uvedených hodnot, případně odkaz na poznámku.

Poznámky k tabulce 3.4:

1. Baglow (1952) – sekundární minimum je později než fáze 0.5 o 0.010–0.20 dne; sklon trajektorie dopočítán z publikované hodnoty $\cos^2 i = 0.0059(5)$, řešení je společné pro obě barvy, použité koeficienty okrajového ztemnění jsou ve žluté barvě 0.11(12) a v modré 0.27(11).
2. Bolokadze (1956) – použita měření z Baglow (1952), výpočet proveden pro hypotézu U, poměr intenzit $I_1/I_2 = 11.54$ pro $\lambda = 437.0$ nm a 7.48 pro $\lambda = 510.0$ nm. Pro výpočet použil Kratovu metodu založenou na modelu koule–elipsoid.
3. Horák (1966) – pro výpočet vlastní metodou dle modelu koule–elipsoid použil měření z Baglow (1952); poměr hmotností $q = 0.43$ převzat z (Kopal & Shapley, 1956).
4. Walter (1978a) – použil fixní hodnoty okrajového ztemnění 0.6; využita Russellova–Merrillova metoda.
5. Al-Naimiy & Al-Sikab (1984) – použita měření z Baglow (1952); pro výpočet využita modifikovaná Kopalova metoda.
6. Giuricin et al. (1980) – zpracoval znovu měření z Baglow (1952) i Walter (1978a,b). Pro reflexní albedo použil hodnoty $w_1=1$ a $w_2=0.5$, poměr hmotností složek převzal $q=0.47$. Pro výpočet použili program WINK.
7. Papoušek et al. (1984) – použita Horákova metoda řešení s modelem koule–koule, oddělené zpracována pozorování z Brna (index B) a ze Skalnátého Plesa (index SP) a pozorování ze Skalnátého Plesa v oboru V navíc rozdělena na období před JD 2443500 (index 1) a po JD 2444000 (index 2); hodnoty okrajových ztemnění převzaty z Grygar et al. (1972).

Pearce (1937). Smith (1949) použil pro určení spektroskopických parametrů 55 spektrogramů s chybou 2.2 až 4.3 km/s. Konstatuje, že pouze na dvou deskách jsou vidět slabě čáry sekundární složky, ale vzhledem k velkému poklesu jasnosti v primárním minimu jde o slabá spektra. Batten et al. (1978) se ve svém 7. katalogu orbitálních parametrů spektroskopických dvojhvězd vrátil k práci Pearce (1937) a zkombinoval Pearcova dvě řešení (viz tabulka 3.3). Kaitchuck & Honeycutt (1982); Kaitchuck et al. (1985) provedli výzkum přechodných akrečních disků u krátkoperiodických algolid. Analyzovali celkem 52 systémů během 104 primárních minim jasnosti, ale jen u třech byly zaznamenány emisní čáry ukazující na akreční disk. TW Dra byla pozorována třikrát a žádná známka emisí ve spektru během primárního minima nebyla zaznamenána. Popper (1989) určil radiální rychlosti složek měřením čar v modro-fialové oblasti se střední chybou 1.6 km/s a v oblasti sodíkového dubletu se střední chybou 1.2 km/s. Pro horkou složku udává typ A5 bez zřetelných pekuliarit. Spektrum je zřejmě fotosférické a odpovídá kruhové trajektorii. Čáry sekundární složky jsou slabé, špatně definované, ale přesto dobře odlišitelné od čar primáru. Mezihvězdné čáry nebyly zjištěny. Pro excentricitu primární složky dostal hodnoty 0.019 ± 0.016 a 0.009 ± 0.014 na základě měření v modrofialové oblasti, respektive z čar sodíkového dubletu. Spektroskopický poměr hmotností je $q = K_h/K_c = 0.465$, přičemž poloměr chladnější složky je $b_c = 0.307$, jestliže vyplňuje svůj Rocheův lalok. To je v dobré shodě s hodnotou 0.295 určenou Giuricinem et al. (1980) na základě Walterových pozorování. Konečné hodnoty rychlostí jsou $K_h = 63.3 \pm 0.5$ km/s a $V_0 = 0 \pm 2$ km/s a pro sekundár $K_c = 136 \pm 2$ km/s, $M_h \sin^3 i = 1.57 \pm 0.06$, $M_c \sin^3 i = 0.73 \pm 0.02$. Yoon et al. (1994) určili pro 19 zákrytových dvojhvězd spektrální typ sekundární složky. Pro TW Dra uvádějí spektrální typ K2-3. Renson (1995) zařadil TW Dra ve svém katalogu Ap a Am hvězd mezi Am hvězdy. Spektrální typ udává A6-F1m? nebo složené spektrum A8V+K0:. Mezi Am dvojhvězdy řadí TW Dra také Budaj (1996, 1997), který udává rotační rychlost $v \cdot \sin i = 45$ km/s s tím, že může jít o synchronní nebo pseudosynchronní rotaci. Richardsová a Albright (1999) zkoumali 18 algolid, aby určili obecné morfologické a fyzikální vlastnosti jejich akrečních oblastí. Zjistili, že akreční struktury algolid lze podle H α profilů rozdělit do čtyř skupin:

1. systémy s emisí se dvěma vrcholy, v nichž jsou akreční struktury dočasné nebo klasické akreční disky,
2. systémy s jednovrcholovou emisí, kde akreovaný plyn byl nalezen podél trajektorie plynného proudu a také mezi dvěma složkami v akrečním prstenci,
3. systémy, v nichž se během orbitálního cyklu měnila emise z jedno- na dvouvrcholovou,
4. systémy se slabým spektrem, kde byla akreční struktura jen slabě patrná, protože různá spektra ve všech fázích byla slabá.

Nejběžnější pro krátkoperiodické algolidy s periodami v rozmezí 2.7 až 4.5 dne (tedy včetně TW Dra) je typ 2 – emise s jedním vrcholem, což odpovídá struktuře plynného proudu. Tento prvek je ve fázích $\phi \sim 0.15-0.45$ posunut k červenému konci spektra a ve fázích $\phi \sim 0.55-0.85$ k modrému. Emise s jedním vrcholem je ale zpravidla ve skutečnosti tvořena dvěma vzdálenými emisními vrcholy. Jeden je u čáry H α a druhý posunut do modré oblasti u $\phi \sim 0.65$, kde se díváme podél přibližujícího se plynného proudu. To je

mimo jiné i případ TW Dra. Richardsová (1999) pořídila v 90. letech více než dvě stě spekter, ale zpracována je zatím jen část z nich a publikované závěry tak nemusí být konečné.

V tomto století nejdříve Harmanec (2001) zařadil TW Dra do katalogu hvězd s emisními čarami ve dvojhvězdách OB Ae ($e = 0.02$ a $\omega = 350^\circ$). Následně probíhal spektroskopický výzkum soustavy s pomocí dvoumetrových dalekohledů Astronomického ústavu AV ČR v Ondřejově (více viz kapitola 6) a na observatoři v Tautenburgu (Mkr-tichian & Lehmann, 2007). V druhém případě jde zejména o studium rychlých změn ve spektru s cílem detekovat a popsat pulsace primární složky.²

Od 80. let minulého století byla TW Dra několikrát zařazena i do přehlídkových nebo srovnávacích projektů studujících vlastnosti dvojhvězd v rentgenovském nebo mikrovlnném oboru. White & Marshall (1983) určili za předpokladu, že systém je od nás vzdálen 190 pc, výkon soustavy v rentgenovské oblasti na $L_{rtg} = 6.3 \cdot 10^{23}$ W. Singh et al. (1995) se zabývali studiem rentgenovského záření u pěti krátkoperiodických algolid pomocí družic ASCA a ROSAT a pořídili též první rentgenovské spektrum TW Dra (viz obr. 3.1). V rentgenovské emisi byly zaznamenány významné změny, které zřejmě nesouvisí se zákrytovým charakterem systému, ale jsou pravděpodobně buď důsledkem rotační modulace kompaktních aktivních oblastí na povrchu chromosféricky aktivní sekundární složky nebo důsledkem řady vzplanutí v soustavě. Nově byl též určen rentgenovský zářivý výkon $L_{rtg} = 4.7 \cdot 10^{23}$ W. Bohužel měření TW Dra měla nejhorší poměr signál šum. Získaná spektra je možné nejlépe fitovat pomocí modelu dvousložkové plazmové emise s teplotami 0.67 a 25 keV a abundancí $Z=0.31$ (viz obr. 3.1). Singh et al. (1996) poté zařadili TW Dra do srovnávací studie rentgenovských zdrojů mezi hvězdami typu RS CVn a algolidami, a to zejména kvůli přítomnosti plynného proudu mezi složkami. Za předpokladu, že zdrojem rentgenovského záření je jen chladná větší složka, byl stanoven tok záření z povrchu v rentgenovské oblasti spektra na $7.9 \cdot 10^{23}$ W, což odpovídá poznatku, že samostatné hvězdy pozdních typů A a B hlavní posloupnosti v této oblasti vyzařují zřídka (jestli vůbec).

Mikrovlnnou přehlídku řady algolid realizovali Umana et al. (1991). Z měření prováděných v roce 1984 a pak 1989 zjistili, že vybrané algolidy (včetně TW Dra) mají na vlnové délce 6 cm tok záření srovnatelný s hvězdami typu RS CVn. Pozorování odpovídají gyrosynchronní emisi z mírně relativistických elektronů interagujících s magnetickým polem aktivní složky. Zajímavé je, že hustota toku rádiového záření pro TW Dra se v období mezi dvěma sekvencemi pozorování snížila na desetinu. Zatímco v roce 1984 byla naměřena hustota rádiového toku záření 3.9 mJy (rádiová svítivost $168.4 \cdot 10^8$ W.Hz⁻¹), v roce 1989 to bylo jen 0.30 mJy ($12.9 \cdot 10^8$ W.Hz⁻¹). Teplota oblasti zdroje rádiového záření se snížila na méně než desetinu původní hodnoty z $18.36 \cdot 10^8$ K na $1.41 \cdot 10^8$ K, přičemž poloměr této opticky silné oblasti zůstal zachován na $7.09 R_\odot$.

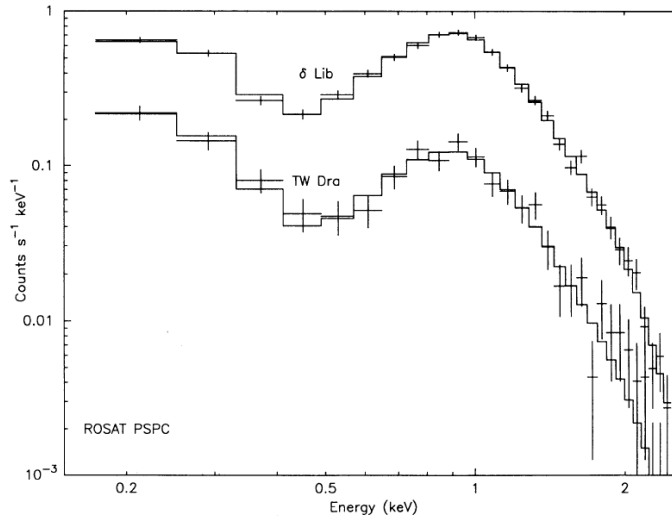
²Na jaře 2008 se uskutečnila se stejným cílem nová spektroskopická kampaň podpořená i fotometrickými pozorováními.

Tabulka 3.5: Absolutní parametry TW Dra

| Autor | Plaskett ¹ | Holmberg ² | Baglow ³ | Kopal, Shapley ⁴ | Giannone, Giannuzzi ⁵ | Brancewicz, Dworak ⁶ | Popper ⁷ | Giuricin ⁸ et al. | Al-Naimiy ⁹ Al-Sikab 1984 | Al-Naimiy ¹⁰ et al. 1989 | Richards ¹¹ Albright 1999 |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|---------------------|--------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|---------------------|---------------------------------|--|---|--|
| Rok publikace | 1919 | 1934 | 1952 | 1956 | 1974 | 1980 | 1978 | 1980 | 1984 | 1989 | 1999 |
| A [R_{\odot}] | 13.92 | 13.71 | 13.0 | 13.0 | 13.0 | 16.7 | | | 12 | 12.34 | |
| R_1 [R_{\odot}] | 1.81 | 2.47 | 1.7 | 2.3 | 1.5 | 1.437 | | 2.4 | 2.5 | 2.78 | 2.40 |
| R_2 [R_{\odot}] | 5.10 | 4.58 | 4.8 | 4.3 | 3.5 | 3.922 | | 3.4 | 3.6 | 3.89 | 3.40 |
| L_1 [L_{\odot}] | | | | | 27.35 | 28.79 | | 21.4 | 28 | 33.94 | |
| L_2 [L_{\odot}] | | | | | 6.14 | 7.30 | | 3.9 | 6.3 | 7.33 | |
| T_1 [K] | | | | | 8360 | 8330 | | 8000* | 8300 | 8330 | 8000 |
| T_2 [K] | | | | | 4720 | 4800 | | 5260* | 4800 | 4800 | 4500 |
| M_1 [M_{\odot}] | 3.36 | 3.21 | 2.7 | 2.7 | 2.08 | 2.24 | 1.7 | 1.7 | 1.91 | 2.24 | 1.7 |
| M_2 [M_{\odot}] | 1.24 | 1.19 | 1.0 | 1.0 | 0.87 | 0.96 | 0.8 | 0.8 | 0.82 | 0.96 | 0.8 |
| q | | | | | | 0.43 | 0.47 | | | | 0.47 |
| $f(m)$ | | | | | | | | | 0.074 | | |
| $M_{hot,g}$ [mag] | | | | | | | | | 1.1 | | 0.94 |
| $M_{bot,s}$ [mag] | | | | | | | | | 2.7 | | 2.6 |
| paralaxa ["] | 0.0033* | | | | | 0.00400 | | | | | |

Poznámky k tabulce 3.5:

1. Plaskett (1919a,b, 1920) – první modely používaly hodnotu paralaxy $\pi = 0.0033''$ z Shapley (1915).
2. Holmberg (1934) – uvedené hodnoty vychází z výpočtů, autor pro srovnání uvádí "pozorované" hodnoty pro hmotnosti složek 3.2 a 1.2 M_{\odot} a poloměr trajektorie 13.7 R_{\odot} .
3. Baglow (1952) uvádí poloměr trajektorie $a = 11.6 \times 10^6$ km, použil hodnotu $q = 0.28$ z Pearce (1937).
5. Giannone & Giannuzzi (1974) – údaje z katalogu.
6. Brancewicz & Dworak (1980) – údaje ze sestaveného katalogu; jsou uvedena také vyplnění Rocheových laloků 47 % pro primární a 103 % pro sekundární složku.
7. Popper (1978) – uvedené hodnoty jsou výsledkem spektroskopické studie.
8. Giuricin et al. (1980) – v tabulce uvedené teploty jsou pro data z Baglow (1952) a žlutý filtr. Pro měření z Walter (1978a) a opět žlutý filtr dostali teploty $T_1 = 8000$ K a $T_2 = 4080$ K, v modré barvě je pak odlišná $T_2 = 4380$ K.
9. Al-Naimiy & Al-Sikab (1984) – uvedené teploty převzaty z Allen (1976).
10. Al-Naimiy et al. (1989) – údaje z katalogu.
11. Richards & Albright (1999) – výsledky spektroskopické studie.



Obrázek 3.1: Rentgenovské spektrum δ Lib a TW Dra. Histogramy znázorňují nejlepší modely. Převzato z Singh et al. (1995).

4 Dlouhodobé změny O-C

4.1 Dosavadní poznatky

První podezření, že perioda soustavy se mění vyslovil Blažko krátce po objevu, když byla dohledávána případná starší fotografická pozorování. Nicméně na prokázání bylo ještě příliš brzy. První obsáhlou studii změny periody publikovala Slovokhotova (1954). Ta našla sekulární změnu periody a určila kvadratický člen světelných elementů

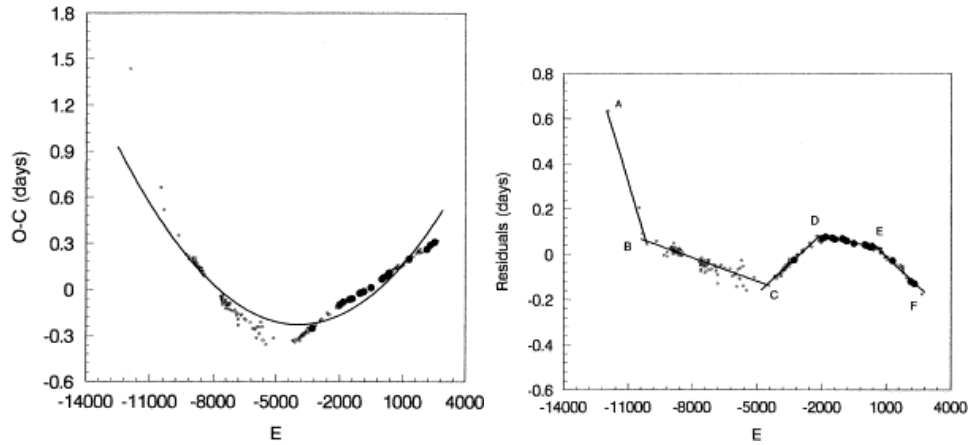
$$Pri.Min. = HJD\ 2423711.321 + 2.80664 \cdot E + 0.0195(E/1000)^2, \quad (4.1)$$

respektive

$$Pri.Min. = HJD\ 2423711.321 + 2.80664 \cdot E + 0.0189(E/1000)^2, \quad (4.2)$$

přičemž kvadratický člen v první rovnici byl určen bez použití dvou nejstarších pozorování Dembowského a Schönfelda.

Schneller (1966) zjistil zastavení nárůstu periody po roce 1950 a Pohl (1970) již psal o zkracování periody po roce 1960. Todoran (1972) navrhnul jako jednu z možných příčin změn periody stáčení přímky apsid působené třetím tělesem. Jím nalezená hmotnost třetího tělesa byla ale příliš velká – při hmotnostech složek $2.25 M_{\odot}$ a $0.95 M_{\odot}$ (Svechnikov, 1969) dostal $M_3 = 33 M_{\odot}$. Tremko & Bakos (1976) našli modulaci v základní periodě a tyto změny připisovali přenosu hmoty mezi složkami. Tremko & Kreiner (1981) se snažili vysvětlit změny orbitální periody Biermannovým-Hallovým modelem (Biermann & Hall, 1973) změn period polodotykových soustav. Zjistili, že TW Dra se chová (pokud se týká změn periody) podobně jako U Cep nebo TV Cas, kde se Biermannův-Hallův efekt předpokládal. Walter (1978a,b) pozoroval náhlou změnu periody v systému. Pekuliárních změn periody si všímá i mnoho dalších badatelů.



Obrázek 4.1: a) Graf O-C pro TW Dra. Plná čára znázorňuje obecný trend popsáný vztahem (4.3). b) O-C rezidua založená na kvadratických elementech (4.3). Převzato z Qian & Boonruksar (2002).

Abhyankar & Panchatsaram (1984) se snažili vysvětlit příčiny změn periody na základě light-time efektu přidáním dalších složek, které dle nich překonávají problémy jiných při interpretaci změn periody v důsledku přenosu hmoty, stáčení přímky apsid apod. Za nejpravděpodobnější považovali přítomnost třetího tělesa, ale překládali i variantu, že jde o kvintet hvězd, případně že některými členy mohou být i planety. Wolf (1990) studoval změny O-C na rozmezí zhruba 4500 epoch. Variace O-C hodnot vysvětlil light-time efektem za přítomnosti třetího tělesa, které by mělo oběžnou periodu 8854 d, průchod periastrm $T = 2436362$, excentricitu $e = 0.168$, $\omega = 2^\circ$ a minimální hmotnost $0.74 M_\odot$ (za předpokladu, že hmotnosti složek dvojhvězdy jsou $M_1 = 1.90 M_\odot$ a $M_2 = 0.82 M_\odot$).

Qian & Boonruksar (2002) publikovali dosud poslední větší studii o změnách periody. Z dostupných okamžiků minim určili jako hlavní trend kvadratickou změnu (viz obrázek 4.1a) dle světelných elementů:

$$Pri.Min. = HJD\ 2444136.253 + 2.80676153 \cdot E + 1.59 \cdot 10^{-8} \cdot E^2. \quad (4.3)$$

Po odečtení tohoto trendu získali řadu skokových změn v reziduích, které interpretovali jako skokové změny periody (viz obr. 4.1b). Qian & Boonruksar (2002) určili celkové tempo změny periody za sledované období 112 let na $dP/dt = +4.14 \cdot 10^{-6}$ d/rok. Kombinací spektroskopických výsledků Popper (1989) se sklonem trajektorie $i = 86.0^\circ$ Walter (1978a) dostali hmotnosti složek $M_1 = 1.59 M_\odot$ a $M_2 = 0.74 M_\odot$ a následně určili odhad rychlosti přenosu hmoty $dm/dt = 6.81 \cdot 10^{-7} M_\odot/\text{rok}$. Hall (1989) ukázal, že pokud je sekundární složka pozdnějšího spektrálního typu než F5, je možné očekávat střídavé prodlužování i zkracování periody. Tato závislost byla později potvrzena Šimonem (1999) a Zavalou et al. (2002). Hall (1989) ji vysvětlil jako důkaz přítomnosti proměnné magnetické aktivity hvězd s konvektivní vnější obálkou. Teoretické práce Applegata (1992) a později Lanza et al. (1998) vysvětlují střídavé změny periody jako důsledek změny rozložení vnitřního úhlového momentu, když hvězda prochází cyklem magnetické aktivity. To by dle Qiana a Boonruksara (2002) mohlo být vysvětlením i pro změny

periody u TW Dra. Nicméně jako pravděpodobnější vysvětlení uvažují o mechanismu, který popsali Matese & Whitmire (1983). Podle nich změny orbitální periody mohou být způsobeny změnou konstanty apsidálního pohybu k_{22} . V případě TW Dra by totiž nestability měla mít na svědomí ztráta hmoty z vnější konvektivní obálky sekundární složky. Tato ztráta hmoty způsobí změny v rozložení hustoty $\rho(r)$ ve vnější konvektivní vrstvě a právě konstanta k_{22} je velmi citlivá na změny hustoty $\rho(r)$. Zřejmý důkaz pro jednu z navržených variant však podán nebyl.

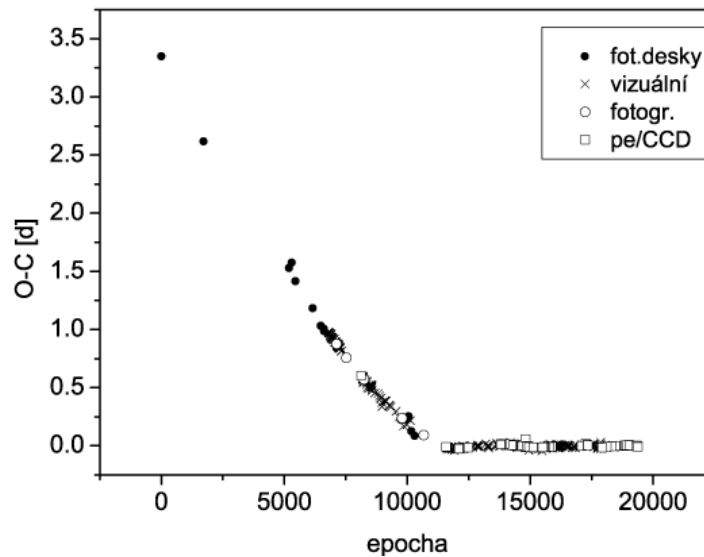
4.2 O-C diagram dnes

Studium periody TW Dra nebylo prvotním cílem práce. Bylo však nutné věnovat otázkám spojeným se změnami periody v systému velkou pozornost. Kromě zřejmých astrofyzikálních důvodů, kdy změny periody provázejí různé děje v soustavě, bylo nutné sestavit z pozorování fázovou křivku. Jinak řečeno bylo nutné najít jednoznačný vztah mezi okamžikem pozorování vyjádřeným v JD_{hel} a orbitální fází centrovanou na střed primárního minima světelné křivky hvězdy. Tento prostý požadavek se v případě hvězdy TW Dra mění v poměrně náročný problém, protože fotometrická perioda se v průběhu posledních několika desítek let výrazně měnila, což dokládá i celkový O–C diagram (viz obr. 4.2). Mechanické použití zjednodušujících aproximací mezi JD_{hel} a fotometrickou fází by vedlo k zavádějícím výsledkům. Studium změn periody a jejich striktní popis se tak stalo nezbytným předpokladem pro zahájení detailního studia světelné křivky. Ostatně o potížích, které nastanou, pokud se má studovat světelná křivka TW Dra za delší období, v němž se mění i perioda, se zmiňuje i Walter (1978a). Do května 2007 se podařilo shromáždit 561 okamžiků minim (viz tabulka 9.1). Okamžiky minim byly převzaty z mého osobního archivu, z databáze Sekce pozorovatelů proměnných hvězd České astronomické společnosti, z Lichtenkneckerovy databáze společnosti BAV a Atlasu O-C diagramů zákrytových dvojhvězd (Kreiner et al., 2001). Osobní archiv obsahoval téměř všechna minima publikovaná dosud v literatuře a několik dosud nezveřejněných okamžiků minim. Databáze Sekce pozorovatelů proměnných hvězd, na jejímž obsahu jsem se dříve také podílel, je nyní zveřejňována v podobě O-C brány na www stránkách Sekce SPPH (2006). Německá společnost pozorovatelů vydala nejdříve CD s Lichtenkneckerovou databází (BAV, 2004, 2006) a na přelomu roku 2006/2007 pak zpřístupnila obsah databáze na svých www stránkách (BAV, 2007). Data ke Kreinerově Atlasu (Kreiner et al., 2001; Kreiner, 2004) jsou pro jednotlivé hvězdy k dispozici na vyžádání. Všechny zdroje dat byly křížově porovnány a v nezbytných případech konfrontovány s původními pracemi. Významnou položku v seznamu minim pak představují minima jasnosti získaná autorem a spolupracovníky v posledních letech v důsledku kampaně vyhlášené na sledování této hvězdy.

Celkový průběh hodnot O–C ukazuje obrázek 4.2, kde byly pro výpočet hodnot O–C použity světelné elementy

$$Pri.Min. = HJD\ 2451675.517 + 2.8068559 \cdot (E - 18471), \quad (4.4)$$

přičemž epochy minim byly, jak je zřejmé z (4.4), počítány tak, že prvnímu ze známých primárních minim jasnosti v roce 1858 byla přisouzena epocha $E = 0$.



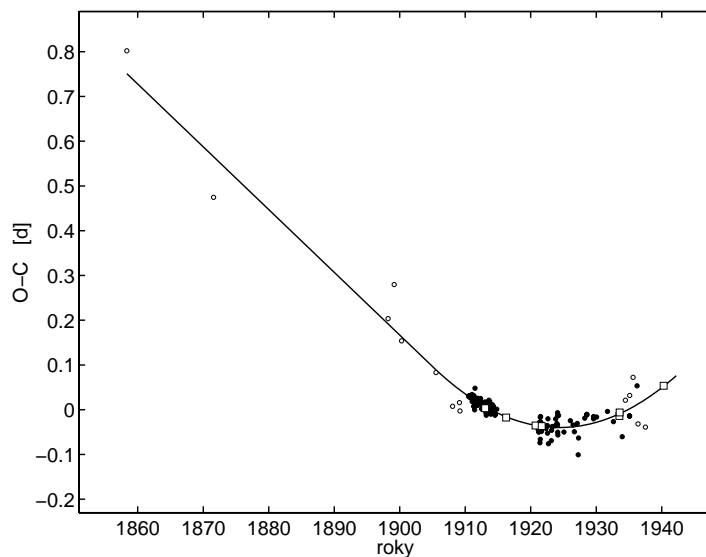
Obrázek 4.2: Celkový průběh O-C pro TW Dra s využitím světelných elementů HJD $2451675.517 + 2.8068559 \cdot (E - 18471)$.

V celém souboru okamžiků minim je zachyceno jen 8 sekundárních minim. První publikované sekundární minimum $E = 14808.5$ (Battistini et al., 1973) bylo pořizeno v modré barvě, kde je sekundární minimum velmi mělké, navíc je složeno ze dvou částí a zřejmě nepřesně. Další sekundární minimum je složeno z pozorování družice Hipparcos ve filtru V. Pouze v tomto filtru byl rozptýl jednotlivých měření dostatečně malý, takže mělké sekundární minimum bylo patrné. I tak byl publikovaný čas minima určen s větší chybou, neboť na výstupní větvi světelné křivky byly jen tři body. Zbýlých 6 sekundárních minim bylo získáno až v době již zmíněné fotometrické kampaně v posledních několika letech a nemají tedy vzhledem k počtu a časovému rozložení na celkový průběh O–C vliv. Pro detailní studii průběhu hodnot O–C a změn periody jsou tak použita výhradně primární minima.

Krátce po objevu proměnnosti byl o hvězdu patrný velký zájem a tomu odpovídá i velký počet pozorování. Bohužel následuje první mezer v datech způsobená 1. světovou válkou. Významnější a delší mezeru v datech představuje období 2. světové války a roky bezprostředně následující. Naneštěstí je to právě období, kdy došlo v soustavě k významným změnám, jak vyplývá i z obrázku 4.2. Proto byl také rok 1942 spadající do tohoto období zvolen jako určitý mezník. Celý soubor okamžiků minim byl rozdělen na dvě části, před rokem 1942 a po něm, a tyto části byly studovány odděleně.

4.2.1 Interval 1858–1942

V prvním intervalu 1858–1942 lze vysledovat dvě rozdílná období. Věnujme se nejdříve druhému období, které je výrazně lépe pokryto pozorovacími daty. Jde o období od objevu proměnnosti TW Dra až po rok 1942. V něm nalezneme 141 okamžiků minim jasnosti, přičemž jsou zde zastoupeny různé typy pozorování – zeslabení na fotografických deskách, vizuální pozorování, série fotografických snímků či fotometrických měření.



Obrázek 4.3: Graf O-C TW Dra v období 1858–1942. Desková zeslabení jsou znázorněna malými prázdnými kroužky, vizuální pozorování kolečky a série fotografických, resp. fotometrických měření prázdnými čtverečky.

Každé skupině jsou zpravidla přiděleny různé váhy. Řada autorů schématicky přisuzuje například vizuálním pozorováním váhu 1, fotografickým 5 a fotometrickým 10 a zeslabení na deskách mírají váhu menší než jedna. Takový přístup ale není zcela korektní a v této práci byl nahrazen výpočtem vah.

Nejdříve je nutné si zvolit model – funkci nebo soustavu funkcí, které poslouží pro popis daného souboru dat. Všem pozorováním přidělíme na počátku stejnou, jednotkovou váhu. Poté je vypočten nejlepší fit pro zvolený model a následně můžeme spočítat pro každé jednotlivé pozorování nebo skupinu pozorování standardní odchylky s . Váha každého bodu či skupiny bodů je pak $1/s^2$ a s touto novou hodnotou znovu spočítáme nejlepší fit pro zvolený model a tak dále. Po řadě iterací dospějeme ke skutečným hodnotám vah, které platí pro naše data a zvolený model. V našem případě byly váhy po přibližně stu iteracích určeny takto:

- $w_1 = 1$ zeslabení na fotografických deskách (standardní odchylka $s = 0.044$ dne);
- $w_2 = 4$ vizuální pozorování 1920–1940 ($s_2 = 0.022$);
- $w_3 = 28$ vizuální pozorování 1910–1916 ($s_3 = 0.0083$);
- $w_4 = 266$ fotografické série, fotometrická pozorování ($s_4 = 0.0027$).

Nejnižší ("základní") váha $w_1 = 1$ byla přisouzena 9 zeslabením na fotografických deskách. Důvod je zřejmý. Publikovaný okamžik není časem minima jasnosti, ale časem, kdy došlo k poklesu jasnosti. Za detekovatelnou změnu u těchto starých fotografických pozorování považujeme 0.3 mag v oboru V. Pak z tvaru světelné křivky vyplývá, že v době primárního minima je hvězda o 0.3 mag slabší než v maximu po dobu 7.5 hod. Maximální odchylka takového zeslabení jasnosti je tedy 3.8 hod. Samozřejmě, pokud známe i bližší odhad hvězdné velikosti, pak je možné tuto nejistotu příslušným

způsobem zmenšit. I tak je ale zřejmé, že tato zeslabení budou nejméně spolehlivá, což se samozřejmě odráží i ve zvýšeném rozptylu těchto pozorování. Naopak nejmenší rozptyl přísluší sériím fotografických snímků a fotoelektrických měření. Zjištěné standardní odchylce $s_4 = 0.0027$ odpovídá váha $w_4 = 266(!)$, která výrazně překračuje běžně udávané a používané rozpětí vah okamžiků minim jasnosti při analýzách O-C diagramů. Zbývajících 125 pozorování je vizuálních. Ukázalo se, že vizuální pozorování provedená v letech 1910–1916 mají výrazně menší rozptyl než vizuální pozorování z let 1920–1940. Jde jen o potvrzení toho, že není možné paušálně hodnotit nebo zavrhnout všechna vizuální pozorování. Jsou mezi nimi velké rozdíly. V našem případě lze rozdíl v kvalitě vizuálních pozorování vysvětlit tak, že na 75 vizuálních pozorováních v letech 1910–1916 se podílelo 9 pozorovatelů a z nich největší měrou přispěl Nijland 47 minimy jasnosti a dále Graff 10 minimy, Hoffmeister a Lehnert 5, Hartwig 4, Blažko, Bottlinger, Gadomski, Lazzarino po jednom minimu. Nijland zřejmě používal svoji modifikaci Argelanderovy metody s jemnějším dělením odhadních stupňů a zjevně dosahoval přesnějších výsledků. Naproti tomu v letech 1920–1940 se na 50 vizuálních pozorováních podílelo 12 pozorovatelů. Z nich nejvíce publikoval Ellsworth (29 minim) a dále Gadomski 8, Beyer, Kreiner a Pagaczewski po dvou a Ahnert, Graff, Hellerich, Jacchia, Mergentaler, Szafraniecová a Warmbier po jednom. Ellsworth používal pro pozorování původní Argelanderovu metodu. Navíc 13 z jeho pozorování je označeno poznámkou o menší přesnosti. Podobně také 3 z osmi Gadomského pozorování jsou označena jako méně spolehlivá. Přesnosti celého souboru jistě nepřidal ani větší počet pozorovatelů, kteří se na sledování TW Dra podíleli.

Celkově lze pozorování z druhého období popsat kvadratickou funkcí, kterou můžeme zapsat obecně v ortogonálním tvaru takto:

$$Pri.Min. = M_0 + \bar{P} E' + \frac{\dot{P} \bar{P}}{2} \left(E'^2 - \frac{\bar{E}'^3}{\bar{E}'^2} E' - \bar{E}'^2 \right), \quad (4.5)$$

kde základní minimum umístěné v těžišti dat $M_0 = 2\,422\,032.9979(7)$, střední perioda $P_2 = 2.8066209(6)$ dne, časová derivace periody $\dot{P} = 1.53(5) \times 10^{-8} = 5.69 \times 10^{-8}$ d/rok, epocha $E' = E - \bar{E}$, $\bar{E} = 7910$, $\bar{E}'^3 / \bar{E}'^2 = 1360$ a $\bar{E}'^2 = 1.39 \times 10^6$, $\bar{E}'^3 = 1.89 \times 10^9$. Pro hodnotu periody v tomto období lze pak dle výše uvedeného psát

$$P = \bar{P} \left[1 + \dot{P} \left(E' - \frac{\bar{E}'^3}{2 \bar{E}'^2} \right) \right] = 2.8066209 + 4.294 \times 10^{-8} (E' - 680). \quad (4.6)$$

Vraťme se nyní k prvnímu období, před objevem proměnnosti. Tento úsek O–C diagramu je pokryt jen devíti body. Vesměs jde o okamžiky zeslabení jasnosti nalezené na fotografických deskách, o jejichž kvalitě, resp. spolehlivosti již byla řeč. Vzhledem k nedostatku kvalitních dat v celém období let 1858–1905 bylo zapotřebí chod O–C závislosti popsat co nejjednodušeji, nejlépe lineární funkcí a samozřejmě tak, aby navazovala na odvozenou kvadratickou závislost. Proto je přímka ukotvena v čase $M_0 = 2\,417\,065.3683(29)$, v epoše $E_1 = 6140$ po prvním pozorování minima jasnosti hvězdy. Celou závislost tak popisujeme jen jediným parametrem $P_1 = 2.806513(9)$ – střední periodou v intervalu 1858–1905. Vztah pro okamžik primárního minima z toho prvního

období (pro epochy v rozmezí 0–6410) lze zapsat ve tvaru:

$$Pri.Min. = M_0 + P_1 \times (E - E_1) = HJD\ 2\ 417\ 065.3683(29) + 2.806513(9) \times (E - 6140), \quad (4.7)$$

kde $E = 0$ odpovídá prvnímu zeslabení z roku 1858.

Celkově se v letech 1858–1942 perioda zvětšila o 1.94×10^{-4} dne. Odpovídající přenos hmoty v soustavě lze odvodit pomocí známého vztahu (Kwee & van Woerden, 1958)

$$\frac{1}{M} \frac{dM}{dt} = \frac{q}{3P(q^2 - 1)} \frac{dP}{dt}, \quad (4.8)$$

kde $M = M_1 + M_2$ je celková hmotnost dvojhvězdy (v M_\odot) a $q = M_2/M_1$. Člen dM/dt by měl být vždy kladný, takže M_2 je hmotnost složky získávající materiál od svého souseda (viz Batten, 1973). Vztah (4.8) lze však aplikovat jen v případě konzervativního přenosu látky a rovněž za předpokladu, že nedochází k výměně mezi rotačním a orbitálním úhlovým momentem. Při hodnotách hmotností složek $M_1 = 1.9 M_\odot$ a $M_2 = 0.82 M_\odot$ (převzaté z Al-Naimiy & Al-Sikab, 1984) dostáváme rychlost výměny hmoty $3.9 \times 10^{-7} M_\odot/\text{rok}$. Za sledované období 1858–1942 došlo k přenosu $3.3 \times 10^{-5} M_\odot$, což odpovídá přibližně jedenácti hmotnostem Země. Po krátké intenzivní fázi se sice přenos výrazně omezil, ale oblast příjemce se nutně musela vyrovnat s nově nabytým materiálem. Materiál se zřejmě nepřenášel přímo na primární složku, ale vzhledem ke geometrii se ukládal do akrečního disku. Masivní přenos způsobil změnu mechanických i elektromagnetických poměrů v oblasti příjemce. Snahy systému o návrat do původního rovnovážného stavu pak vedly v konečném důsledku k určitým relaxačním změnám v systému, včetně změny orbitální periody.

4.2.2 Interval 1942–2007

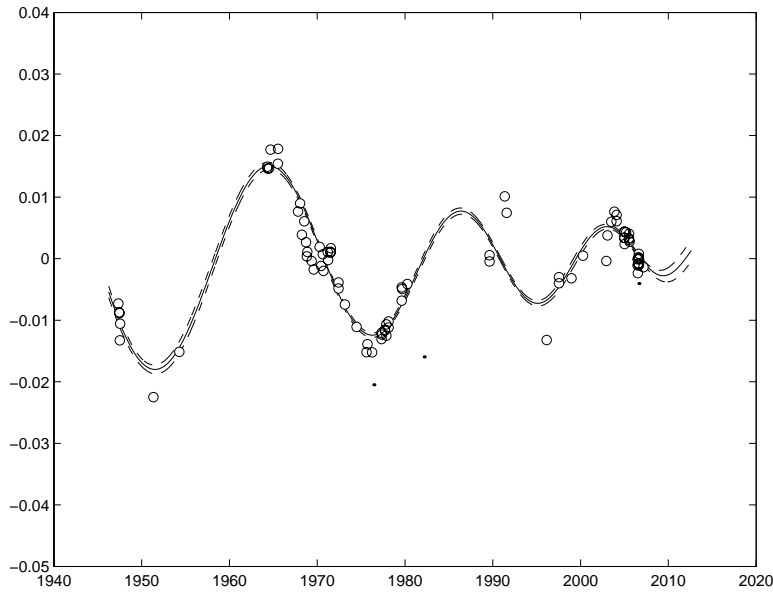
Druhý interval 1942–2007 je sice kratší než první, ale podstatně lépe pokrytý pozorovacími daty. Navíc jde z velké části o přesná fotoelektrická, respektive CCD měření. Naopak zde zcela chybí zeslabení jasnosti z fotografických desek. Atypický průběh hodnot O–C v tomto období připomíná tlumený oscilátor. Z obrázku 4.4 je zřejmé, že se mění nejen amplituda "pulsů" hodnot O–C v diagramu, ale i jejich perioda. K popisu průběhu O–C byl zvolen následující matematický model. Periodičnost můžeme popsat nejjednodušeji pomocí funkce $\cos(2\pi\vartheta)$, kde ϑ značí průběžný čas vyjádřený počtem cyklů změn O–C a fází v daném cyklu. Platí přitom, že každý následující cyklus je zkrácen o stejnou relativní část. Je-li Θ délka cyklu, pak lze tuto podmínku zapsat

$$\dot{\Theta} = \frac{d\Theta}{d\vartheta} \frac{1}{\Theta} = \text{konst}, \quad (4.9)$$

přičemž samozřejmě pro jistý počáteční, zvolený okamžik T_0 extrému v O–C diagramu platí $\Theta = \Theta_0$ a $\dot{\Theta} = \dot{\Theta}_0$. Pro délku cyklu Θ můžeme psát

$$\Theta = \frac{dt}{d\vartheta} = \Theta_0 e^{\dot{\Theta}_0 \vartheta}. \quad (4.10)$$

Řešením rovnice (4.10) dostaneme vztah



Obrázek 4.4: O-C diagram pro TW Dra v období 1942–2007. Pozorování jsou položena zvlněnou parabolou dle vztahu (4.12). Vizuální pozorování jsou označena menšími body, fotometrická/CCD pozorování jsou znázorněna většími kroužky.

$$\vartheta = \frac{1}{\dot{\Theta}_0} \ln \left[1 + \frac{\dot{\Theta}_0}{\Theta_0} (t - T_0) \right], \quad (4.11)$$

kde t znamená plynoucí čas. Amplituda změn v O–C diagramu se časem zmenšuje. Tuto závislost můžeme vyjádřit multiplikačním členem $B \left(\frac{\Theta}{\Theta_0} \right)^2$, kde B je poloamplituda změn v O–C diagramu v okamžiku T_0 . Samotný průběh hodnot O–C lze popsat obecně zvlněnou parabolou vztahem

$$Pri.Min. = M_0 + \bar{P} E' + \frac{\bar{P}\dot{P}}{2} \left(E'^2 - \frac{\bar{E}'^3}{\bar{E}'^2} E' - \bar{E}'^2 \right) + B \left(\frac{\Theta}{\Theta_0} \right)^2 \cos(2\pi\vartheta),$$

kde E' znamená těžiště dat ve zvoleném období, jak bylo popsáno výše ($E' = E - \bar{E} = E - 16634$). Po úpravách pak

$$Pri.Min. = M_0 + \bar{P} E' + \frac{\dot{P}\bar{P}}{2} \left(E'^2 - \frac{\bar{E}'^3}{\bar{E}'^2} E' - \bar{E}'^2 \right) + B \left[1 + \dot{\Theta}_0 \frac{E' - E_0}{\Theta_0} \right]^2 \cos \left[\frac{2\pi}{\dot{\Theta}_0} \ln \left(1 + \dot{\Theta}_0 \frac{E' - E_0}{\Theta_0} \right) \right], \quad (4.12)$$

kde E_0 je epocha základního extrému a Θ je vyjádřena v orbitálních periodách. Proložení pomocí robustní nelineární regrese byly zjištěny dvě zásadní skutečnosti. Jednak

v tomto období můžeme zanedbat kvadratický člen a jednak rezidua O–C (po odečtení závislosti popsané vztahem (4.12)) vykazují periodické změny (viz obrázek 4.5). Ve vztahu (4.12) tak můžeme kvadratický člen nahradit členem popisujícím drobné periodické změny reziduí a dostáváme

$$\begin{aligned} Pri.Min. = & M_0 + \bar{P} E' + B_1 \left[1 + \dot{\Theta}_0 \frac{E' - E_{01}}{\Theta_0} \right]^2 \cos \left[\frac{2\pi}{\dot{\Theta}_0} \ln \left(1 + \dot{\Theta}_0 \frac{E' - E_{01}}{\Theta_0} \right) \right] \\ & + B_2 \cos \left[\frac{2\pi (E' - E_{02})}{P_2} \right] + B_2 b_2 \left\{ \sin \left[\frac{2\pi (E' - E_{02})}{P_2} \right] - \frac{1}{2} \sin \left[\frac{4\pi (E' - E_{02})}{P_2} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Při řešení vztahu (4.13) byly samozřejmě určeny výše popsaným způsobem i váhy obou skupin pozorování. Vizuálním pozorováním se standardní odchylkou $s_1 = 0.0089$ byla přidělena váha $w_1 = 1$, zatímco pozorováním z fotoelektrického fotometru nebo CCD kamer váha $w_2 = 35$ ($s_2 = 0.0015$). Aplikací robustní nelineární regrese byly zjištěny následující základní světelné elementy a další parametry:

$$M_0 = 2\,446\,519.31969(18), \quad \bar{P} = 2.80685567(9) \text{ dne},$$

$$\begin{array}{ll} B_1 = -0.01135(24) \text{ days} & B_2 = 0.00279(24) \text{ days} \\ \dot{\Theta}_0 = -0.257(7) & b_2 = 0.51(13) \\ \Theta_0 = 2816(16) \tilde{P} = 21.64(12) \text{ years} & P_2 = 847(4) \tilde{P} = 2377 \text{ days} = 6.51(3) \text{ years} \\ E_{01} = -1247(13) & E_{02} = -162(15) \\ T_{01} = 2\,443\,019(33) \sim 1976.7 & T_{02} = 2\,446\,065(42) \sim 1985.0 \end{array}$$

kde index 1 znamená parametry hlavních oscilací a index 2 přísluší nalezeným drobným oscilacím. Reálnou amplitudu změn reziduí (po odečtení hlavních oscilací) lze popsat užitím "efektivní amplitudy" (Mikulášek, 2007) vztahem

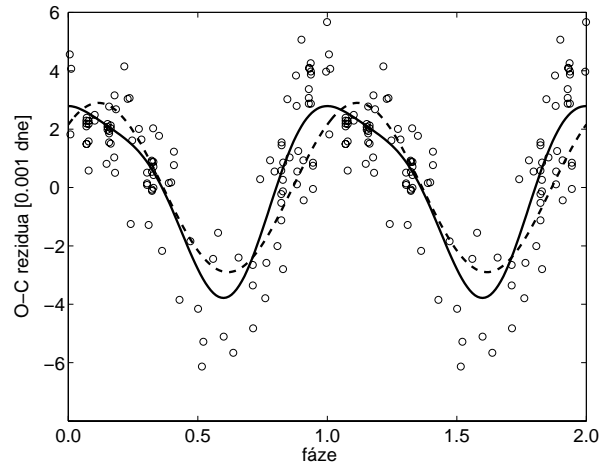
$$A_{\text{eff}} = 2B_2 \sqrt{1 + \frac{5}{4} b_2^2}, \quad (4.14)$$

což vede k hodnotě $A_{\text{eff}} = 0.0064(24)$ dne. Nalezené drobné periodické změny reziduí O–C lze interpretovat jako projev přítomnosti třetího tělesa, které kolem základního páru obíhá s periodou 6.5 roku.

Vypočtené parametry hlavních oscilací umožňují předpovědět, kdy tyto změny hodnot O–C vymizí. Mělo by se tak stát v roce 2051 ± 9 . Nejbližší extrém, spojené s větší změnou periody, by měly nastat v letech 2010.5 ± 1.5 a 2021.9 ± 2.2 . Konkrétní hodnotu periody pro zvolený okamžik v období 1942–2007 lze vypočítat jako derivaci vztahu (4.13) podle epochy E, tedy dle vztahu

$$\begin{aligned} P = & \bar{P} + \frac{2B_1 \zeta_1}{\Theta_0} \left[2\dot{\Theta}_0 \cos \left(\frac{2\pi}{\dot{\Theta}_0} \ln \zeta_1 \right) - \pi \sin \left(\frac{2\pi}{\dot{\Theta}_0} \ln \zeta_1 \right) \right] \\ & - 2\pi \frac{B_2}{P_2} [\sin \zeta_2 - b_2 (\cos \zeta_2 - \cos 2\zeta_2)], \end{aligned} \quad (4.15)$$

kde $\zeta_1 = 1 + \frac{\dot{\Theta}_0}{\Theta_0} (E' - E_{01})$ a $\zeta_2 = \frac{2\pi}{P_2} (E' - E_{02})$.



Obrázek 4.5: O-C diagram pro odečtení zvlněné paraboly (4.12). Znázorněna jsou jen fotometrická/CCD pozorování. Pro výpočet fáze využity elementy $T_{02} = 2\,446\,065(42)$ a $P_2 = 6.51(3)$ roků. Plná čára představuje numerické řešení podle vztahu (4.13); přerušovaná čára pak ukazuje řešení LITE dle vztahu (4.18).

Graficky vývoj hodnoty periody včetně období, kdy probíhalo fotometrické monitorování systému, zobrazuje obrázek 4.6. Pro běžné použití například pro předpověď okamžiků minim jasnosti stačí pro období do roku 2010 využít následující lineární elementy, které byly určeny metodou nejmenších čtverců z okamžiků minim jasnosti získaných v období po poslední změně periody, tedy během poslední pozorovací kampaně.

$$Pri.Min. = HJD\ 2451675.534(1) + 2.8068335(11) \cdot E. \quad (4.16)$$

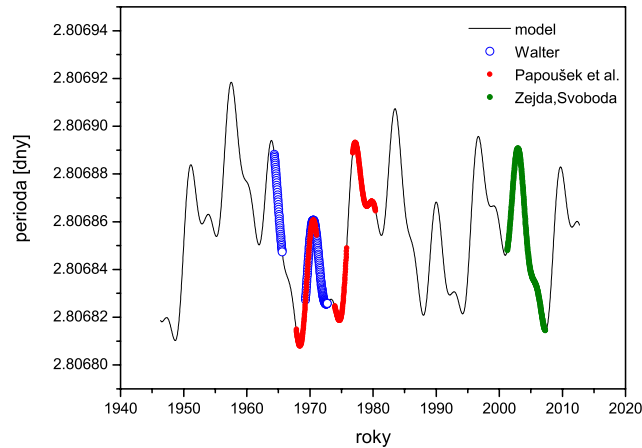
4.3 Příčiny změn O–C

Přesné určení hodnoty orbitální periody a jejích změn poskytuje jedinečnou příležitost ke studiu změn charakteristik celé soustavy, jednotlivých složek dvojhvězdy i jejich hvězdného vývoje. Ke změnám periody dochází u těsných dvojhvězd zejména z těchto důvodů:

- přenos hmoty mezi složkami,
- vliv magnetického pole, magnetické brždění,
- přítomnost třetího tělesa.

4.3.1 Přenos hmoty

Přenos hmoty v polodotykových systémech způsobuje značné změny periody – perioda se zmenšuje i zvětšuje podle fáze přenosu (Kwee & van Woerden, 1958). Přetok hmoty mezi složkami TW Dra byl konečně potvrzen i spektroskopicky (Richards & Albright, 1999). Jedná se zřejmě o dlouhodobý proces přenosu hmoty, v němž se ale mění intenzita



Obrázek 4.6: Vývoj hodnot fotometrické periody po roce 1942 dle modelu. Na křivce jsou modře vyznačeny úseky pozorování Waltera (1978a), červeně doba pozorování z publikace Papoušek et al. (1984) a zeleně období vlastních pozorování.

přenosu a množství přenesené látky. Po masivním krátkodobém přenosu, který nastal ve čtyřicátých a padesátých letech minulého století, došlo k fázi velmi pomalého přenosu. Nicméně systém se musí vypořádat s velkou a krátkodobou změnou rozložení hmoty v soustavě, a proto dochází ke střídavým změnám periody v určitém relaxačním módu. Velikost změny periody a délka cyklu ve změně periody klesá s narůstajícím časem. Amplituda změn periody tak zůstává zachována. Jak již bylo uvedeno, lze z použitého matematického modelu odvodit, že tyto relaxační zákmity vymizí v roce 2051 ± 9 let.

Jeden z možných scénářů změny periody popsali Biermann & Hall (1973). Domnívali se, že za vznikem cyklických změn periody stojí náhlé výtrysky přenášené hmoty. Těmito výrony hmoty se totiž dle nich přenáší orbitální úhlový moment do rotačního úhlového momentu příjemce. Náhlý konzervativní přenos hmoty ve dvojhvězdě tak způsobí fázi rychlého zmenšování periody následovanou fází opětovného růstu periody, jak slapové síly přenáší zpět úhlový moment z rotačního na orbitální.

Pokud bychom uvažovali nekonzervativní přenos, došlo by necyklickým změnám periody a to není náš případ. Biermannův-Hallův mechanismus použili pro interpretaci průběhu O-C Tremko & Bakos (1976), ale pozdější pozorování toto vysvětlení nepodporují. Nutno dodat, že se obecně od této hypotézy ustoupilo a od 90. let minulého století se podobné případy cyklických změn vysvětlují jako důsledek přítomnosti magnetického pole.

4.3.2 Vliv magnetického pole

Není vyloučeno, že se na přítomnosti střídavých změn periody podílí nejen mechanické podmínky v soustavě, ale též magnetické pole dle modelu, který poprvé publikovali Applegate & Patterson (1987), resp. Applegate (1992). Tento model dále rozpracovali Lanza et al. (1998) a Rüdiger et al. (2002). Nicméně základní teze je stejná

- změny v diferenciální rotaci způsobují změnu zploštění aktivní hvězdy a tím mění i gravitační kvadrupólový moment soustavy. Už Applegate (1992) ale uvádí tři základním předpoklady, které mají dokládat oprávněnost jeho modelu magnetické aktivity u sledovaných dvojhvězd. Pokud tedy dochází u dvojhvězdy ke změnám v důsledku aktivity magnetického pole, pak bychom měli u dané soustavy zjistit, že:

- světelná křivka a graf O–C se mění v cyklech stejné délky,
- extrémy ve změnách jasnosti nastávají ve stejnou dobu jako extrémy v O–C diagramu,
- hvězda by měla být nejvíce modrá, když je nejjasnější.

Bohužel u TW Dra nastává problém s tím, že nemáme k dispozici dostatek dat pro podporu Applegatova modelu. Jak již bylo uvedeno, byla TW Dra důkladně sledována fotometricky jen čtyřikrát. V prvním případě navíc nebyly využity standardní fotometrické filtry. Můžeme však spočítat dle zjištěných změn periody odpovídající změny kvadrupólového momentu a porovnat je s jinými případy. Změnu periody ΔP v závislosti na kvadrupólovém momentu ΔQ lze vyjádřit jako

$$\frac{\Delta P}{P} = -9 \left(\frac{R_2}{a} \right)^2 \frac{\Delta Q}{M_2 R_2^2}, \quad (4.17)$$

kde M_2 a R_2 jsou hmotnost a poloměr sekundární složky, a je vzdálenost složek dvojhvězdy (Applegate & Patterson, 1987). Hodnoty ΔQ byly spočteny pro šest intervalů s dobrým pokrytím změn periody daty. Získané hodnoty (viz tabulka 4.1) odpovídají typickým hodnotám kvadrupólového momentu pro algolidy, například u XX Cep (Lee et al., 2007), nebo hvězdy typu RS CVn (Lanza, 2006), .

4.3.3 Třetí těleso - LITE

Cyklické změny hodnot O–C mohou být také způsobeny přítomností třetího tělesa v soustavě, které střídavě vychyluje těžiště dvojhvězdy směrem od pozorovatele a směrem k pozorovateli. V důsledku toho musí záření z dvojhvězdy překonávat na cestě k pozorovateli různou vzdálenost a dochází k efektu rozdílné dráhy světla neboli LITE (z angl. *light-time effect*).

Tabulka 4.1: Kvadrupólový moment ΔQ

| Interval roky | $ \Delta P $ [10^{-5} dne] | $ \Delta Q $ [10^{43} kg m ²] |
|------------------|----------------------------------|---|
| 1905-1942 | 19.4 | 88.6 |
| 1952-1965 | 1.98 | 9.0 |
| 1965-1976 | 1.75 | 8.0 |
| 1976-1987 | 1.52 | 6.9 |
| 1987-1996 | 1.34 | 6.1 |
| 1996-2003 | 1.18 | 5.4 |

Jestliže budeme předpokládat, že základní průběh hodnot O–C je modulován LITE, pak můžeme spočítat okamžiky minim podle známého vztahu (Irwin, 1959; Mayer, 1990)

$$Pri.Min. = JD_0 + PE + \frac{a_{12} \sin i}{c} \left[\frac{1 - e^2}{1 + e \cos \nu} \sin(\nu + \omega) + e \sin \omega \right], \quad (4.18)$$

kde $a_{12} \sin i$ znamená délku hlavní poloosy promítnuté do směru k pozorovateli, e je excentricita trajektorie složek dvojhvězdy, c rychlost světla, ω délka periastra a ν je pravá anomálie dvojhvězdy obíhající kolem těžiště trojhvězdy. Pro odhad hmotnosti třetího tělesa pak použijeme funkci hmotnosti (Mayer, 1990)

$$f(M_3) = \frac{(a_{12} \sin i)^3}{P_2^2} = \frac{1}{P_2^2} \left[\frac{173.15A}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \omega}} \right]^3 = \frac{(M_3 \sin i)^3}{(M_1 + M_2 + M_3)^2}, \quad (4.19)$$

kde M_1, M_2, M_3 jsou hmotnosti složek v hmotnostech Slunce, P_2 je perioda třetího tělesa v rocích a A pozorovaná semi-amplituda změn ve dnech.

Změny hodnot O–C působené LITE by ale měly být pravidelné a striktně periodické, což v případě TW Dra neplatí. Tedy alespoň pokud jde o hlavní změny hodnot O–C v období po roce 1942. Nicméně odečtením tohoto hlavního trendu dostaneme periodické cyklické změny hodnot O–C, které by mohly být vysvětleny jako důsledek LITE. Přesná fotoelektrická a CCD minima byla fitována užitím vztahu (4.18) metodou nejmenších čtverců. Z předběžné analýzy dat za předpokladu koplanární kruhové trajektorie vyplývá oběžná doba třetího tělesa $P_2 = 2370(300)$ dne = 6.5(7) roku s poloamplitudou $A = 0.0029(7)$ dne. Získaná perioda je ve velmi dobré shodě s periodou 6.51(3) dne získanou řešením dle vztahu (4.13). Obě řešení jsou zobrazena na obrázku 4.5. Za předpokladu, že hmotnosti složek jsou $M_1 = 1.9 M_\odot$ a $M_2 = 0.82 M_\odot$ (Al-Naimiy & Al-Sikab, 1984), můžeme odhadnout minimální hmotnost třetího tělesa na $M_{3,min} = 0.3 M_\odot$. Za předpokladu, že jde o hvězdu hlavní posloupnosti by byl její příspěvek k celkové hvězdné velikosti soustavy jen 0.0003 mag ve V (při vzdálenosti systému 122 pc dle Perryman et al., 1997).

5 Fotometrie

5.1 Fotoelektrická fotometrie

Fotoelektrická fotometrie se začala rozvíjet na počátku dvacátého století a na dlouhá desetiletí se stala prakticky jedinou možností, jak měřit jasnosti hvězd s vysokou přesností. Počáteční měření Stebbinse (1916, 1921) a Guthnicka s Pragerem (1918) dosahovala přesnosti zhruba setiny magnitudy. Jednalo se však jen o zachycení relativních změn. S postupem doby bylo stále důležitější vzájemné porovnání sérií dat pořízených na různých observatořích. Bylo také možné uvažovat o modifikaci fotometrie tak, aby přinášela více astrofyzikálně zajímavých informací, například o rozložení energie ve spektrech pozorovaných objektů. Johnson & Morgan (1953) zavedli systém tří širokopásmových filtrů *UBV*, který se používá dosud. Zavedení širokopásmových filtrů mělo v době nižších citlivostí detektorů své opodstatnění, ale bohužel z astrofyzikálního hlediska není nejlepší. Lepší variantou je Strömgrenův středněpásmový systém *uvby* (Strömgren, 1966). Postupně vzniklo několik desítek fotometrických systémů (viz Moro & Munari, 2000). Důležité ale je, že většina z nich je konvertabilní a v nich vykonaná měření lze vhodným postupem převést na standardní hvězdné velikosti. Nejpoužívanější *UBV* systém byl později rozšířen i do červené oblasti zejména o obory *R* a *I* (viz například Johnson et al., 1966), ale alternativní fotometrické obory *R* a *I* navrhli také Cousins (1980), Kron & Smith (1951) a Egen (1965). V současné době je klasická fotoelektrická fotometrie stále více vytlačována z observatoří CCD¹ detektory. Přesnost nejrozšířenějších CCD kamer ale nedosahuje přesnosti správně redukováného měření z fotoelektrického fotometru. Navíc největší nevýhodu klasické fotoelektrické fotometrie – měření jen jednoho objektu v daném čase – odstraňují vícekanálové fotometry. Tříkanálový fotometr tak umožňuje souběžná měření sledované proměnné hvězdy, jedné srovnávací hvězdy a oblohy. Na druhou stranu je obtížné měřit s tří- a vícekanálovým fotometrem standardní hvězdy pro přesnou redukci a převod do mezinárodního systému hvězdných velikostí. Proto jsou tato měření využívána prakticky pouze ke zjištění relativních změn jasnosti.

Ke správné redukci pozorování z klasického fotometru je nezbytné, jak již bylo zmíněno, mít k dispozici i měření standardní hvězd. Pro vlastní redukci lze využít řady programů, nicméně v práci byl použit program HEC22, který řeší i nelineární změny atmosférické extikce během noci (viz Harmanec et al., 1994).

5.2 CCD fotometrie

CCD detektory se začaly uplatňovat v astronomii na konci minulého století. Jejich velkými výhodami jsou:

- kvantová účinnost dosahuje více než 90 %, takže i na malém dalekohledu mohou zachytit světlo slabých objektů,
- výsledný signál závisí ve velkém rozsahu lineárně na množství dopadajícího světla,

¹CCD – zkratka z ang. Charge Coupled Devices

- je možné sledovat, proměřovat jasnosti a polohy většího počtu objektů najednou,
- získané snímky je možné uchovávat v archivech a následně znovu zpracovávat.

Naproti tomu mají CCD detektory i své nevýhody:

- velikost čipu je omezená, což může způsobit problém s nalezením vhodných srovnávacích hvězd na snímku,
- většina A/D převodníků je šestnáctibitová, což znamená, že dynamický rozsah signálu je jen 65535 ADU² a pro vysoká ADU už odezva detektoru není lineární,
- pokud je hvězda příliš jasná, může dojít k saturaci a nadbytečné elektrony pak ovlivňují i signál v sousedních pixelech,
- na snímcích jsou zachyceny i stopy částic kosmického záření tzv. kosmiky.

Mezi nevýhody by v jistém smyslu bylo možné započítat i vysokou kvantovou účinnost. Ukazuje se totiž, že hromadné nasazení CCD kamer místo fotoelektrických fotometrů vedlo k získání velkého počtu nových měření od středně slabých a slabých objektů. Navíc mohou tato měření provádět i amatéři, kteří nejsou omezeni limity přiděleného strojového času. Na druhé straně je dnes naprostý nedostatek nových měření pro jasné hvězdy, řekněme do 6 až 8 mag. Zkušenosti získané během řešení projektu ukazují, že při použití CCD kamery pro pozorování relativně jasných objektů je většina konfigurací dalekohled-CCD kamera pro taková pozorování nevhodná. Aby nedocházelo k nasycení signálu u jednotlivých pixelů čipu, je nutné volit velmi krátké expoziční doby, řádově sekundy. Při tak krátkých expozičních časech se však na každém jednom snímku negativně projevuje aktuální stav oblohy. Výsledkem je menší přesnost a větší rozptyl měření při aperturní fotometrii. Velmi omezující je i výše zmíněný problém s velikostí zorného pole. Pro jasné hvězdy se do něj zpravidla "nevejdou" vhodné srovnávací hvězdy. Je pak nutné vybrat za srovnávací hvězdy i ty hvězdy v poli, které mohou být výrazně slabší než sledovaná proměnná hvězda a navíc nemusí být vhodného spektrálního typu. Pro získávání okamžiků minim jasnosti pro O-C diagram jsou možná taková pozorování dostačující, ale rozhodně se nehodí pro studium jemných efektů na světelné křivce nebo k řešení světelných křivek. Větší přesnosti CCD pozorování jasných hvězd lze dosáhnout použitím velmi malých přístrojů, dalekohledů o průměrech řádově centimetry(!) a použitím dlouhých expozičních časů, řádově minuty.

Skrytým úskalím CCD fotometrie je také to, že je možné získávat snímky i za horšího počasí. Zejména menší CCD snímky (s menším zorným polem) vypadají sice na první pohled v pořádku, ale fotometrie získaná z takové série snímků má větší chybu a tedy i větší rozptyl. Potíž je v tom, že zejména při přebírání snímků od jiných pozorovatelů není zřejmé, za jakých pozorovacích podmínek byly pořízeny a zda prvotní zpracování proběhlo korektním způsobem.

Každý získaný tzv. světlý snímek pole se sledovaným objektem zachycuje nejen zvolené hvězdné pole ale ukazuje i různé efekty spojené s čipem a kamerou, například různou citlivost jednotlivých pixelů, přítomnost prachových zrn a podobně. Tyto efekty lze odstranit pomocí redukčních snímků *dark* a *flat*. Temný snímek *dark* se pořizuje se

²ADU – zkratka z angl. Analog to Digital Unit

zavřenou závěrkou kamery, se stejnou expoziční dobou a za stejné teploty čipu jako světlý snímek. *Flat* snímek se pořizuje snímáním rovnoměrně nasvětleného pozadí vždy v jednotlivých filtrech. Rovnoměrným pozadím může být soumraková obloha nebo vhodně nasvícená bílá plocha. Někdy se používá i *bias* snímek pořízený při nulové expoziční době a zavřené závěrce, ale řada kamer provádí tuto korekci automaticky pro všechny snímky.

Přesnost CCD fotometrie výrazně ovlivňuje kvalita *flat* snímku. Špatný *flat* snímek může zcela znehodnotit i jinak kvalitní pozorování. Ukazuje se také, že zcela zásadní vliv na přesnost fotometrie má přesnost chodu dalekohledu. Pokud se hvězda pohybuje po snímku v průběhu noci, je přesnost menší než pokud je dalekohled například s pomocí druhého CCD čipu pointován s velkou přesností.

Pro zjištění hvězdných velikostí objektů ze CCD snímků se nejvíce používá profilová PSF a aperturní fotometrie. Aperturní fotometrie ve většině dostupných programů je založena na Stetsonově proceduře DAOPHOT (Stetson, 1987). Pro přesnou fotometrii je nutné vhodně zvolit srovnávací hvězdu a také velikost clonky, v níž se bude vyčítat signál pozorované hvězdy. V našem případě byl použit softwarový balíček C-Munipack, který vytvořil a dle požadavků postupně vylepšuje Motl (2008).

5.3 Světelná křivka TW Dra

Už při prvních vizuálních či fotografických pozorováních udávali někteří autoři odlišné charakteristiky světelné křivky TW Dra (viz tab. 3.2). První rozsáhlou sérii pozorování s fotoelektrickým fotometrem realizoval Baglow (1952). Jeho série z 32 nocí obsahuje přibližně 400 měření ve dvou barvách s efektivními vlnovými délkami 437.0 a 510.0 nm, které sloučil do 130 normálních bodů. Měření zahrnovala i hvězdnou velikost těsného průvodce (složky B vizuální dvojhvězdy ADS9706). Jen během několika málo nocí umožnil malý seeing měřit nezávisle hvězdné velikosti průvodce. Z 19 měření zjistil, že relativní hvězdná velikost průvodce dosahuje v obou barvách 0.051. Jednotkou byla hvězdná velikost srovnávací hvězdy HD 140512. Pro výpočet modelu byl vliv průvodce odečten. Baglow odhalil také odlišnosti ve tvaru světelné křivky, zejména v období před druhým kontaktem a těsně po konci totality. Sekundární minima měla také nastávat o 0.010 až 0.020 dne později než ve fázi 0.5.

Druhou rozsáhlou fotometrickou studii publikoval Walter (1978a,b). Jeho série sestává z 422 měření ve žluté oblasti spektra a 381 v modré, která získal během 147, resp. 141 nocí. Walter měřil také v ultrafialové oblasti, ale tato měření (přestože pokrývají celou křivku) nezahrnul do výpočtu modelu. Všechna jeho měření zahrnují i hvězdnou velikost těsného vizuálního průvodce. Poznává však, že v důsledku okolohvězdného materiálu, který velmi ovlivnil zejména podobu světelné křivky kolem sekundárního minima, prakticky vymizelo sekundární minimum v ultrafialové barvě. Navíc si všimá rozptylu měření v letech 1964-1965, který se po sekundárním minimu zvětšil oproti první polovině křivky dva a půlkrát a v dalších fázích klesl na jeden a půl násobek původní hodnoty. Podobný efekt se objevil v pozorováních i o několik let později. Velmi zřetelným projevem na světelné křivce ale byla její celková nerovnost. Objevovala se zejména ve fázích 210°-240° a hlavně ve žluté barvě. Pozoroval také malou depresi světelné křivky ve fázovém intervalu kolem 20° až 40°. Navíc udává, že během některých

nocí byl systém o 3-4 % jasnější než jindy.

Třetí rozsáhlá série fotometrických dat TW Dra pochází od československé trojice Papoušek, Tremko, Vetešník (1984). Pozorování byla prováděna jednak v Brně na observatoři dnešní Masarykovy univerzity v letech 1976–1979 a jednak na Observatoři Skalnaté Pleso v letech 1967–1980. Bylo získáno celkem 1377 měření v B , 7061 ve V a 1158 měření v U . Jako srovnávací hvězdu použili hvězdu BD+64°1078 (=HD 139549) a jako kontrolní hvězdu BD+64°1079 (=HD 139703). Autoři se zabývali zejména řešením světelné křivky, ale její tvar a proměny nebyly nijak diskutovány.

Od této studie následovala jen krátkodobá pozorování většinou za účelem získání nového okamžiku minima jasnosti. Výjimkou jsou práce Kusakina et al. (2001) a Kima et al. (2003). Kusakin et al. pozorovali TW Dra se CCD ve třech nocích³ v barvě V s cílem potvrdit předpovězenou existenci pulzací primární složky. Zjistili přítomnost pulsů s periodou 0.0556 dne a poloamplitudou 2.1 mmag, které přisoudili δ -Scuti pulzacím primární složky. Kim et al. (2003) sledovali 3 hvězdy s pulsátory, přičemž TW Dra pozorovali se CCD (filtr B) jen ve dvou nocích. Potvrdili přítomnost pulsů s periodou 0.053 d a poloamplitudou 5 mmag.

Poslední fotometrická kampaň na sledování TW Dra byla realizována autorem a spolu-pracovníky v letech 2001–2007.⁴

5.4 Fotometrická kampaň TW Dra 2001-2007

Autor práce zorganizoval neoficiální kampaň na nová fotometrická pozorování TW Dra. Zúčastnili se jí pozorovatelé uvedení v tabulce 5.1. Bohužel je nutné konstatovat, že někteří pozorovatelé se z různých důvodů nedokázali vyrovnat s náročností pozorování této hvězdy a jejich pozorování jsou v dalším využita jen zčásti nebo vůbec. U TW Dra se zřetelně ukázaly ctnosti i neduhy fotoelektrické i CCD fotometrie.

U fotoelektrické fotometrie bylo možné využít jako srovnávací i vzdálenější hvězdy, které nejlépe vyhovovaly hvězdnou velikostí a spektrálním typem naší proměnné hvězdě. Jediným problémem byla jen přítomnost těsného průvodce – složky B vizuální dvojhvězdy vzdálené jen 3". Naprostá většina fotoelektrických měření byla prováděna tak, že ve clonce byla jak proměnná, tak i její těsný průvodce a měřilo se společné světlo obou hvězd. Klasická fotoelektrická fotometrie včetně následné redukce a převodu na standardní systém mohla být provedena pouze u pozorování z Hvarské observatoře, kde byla prováděna průběžně také měření standardních hvězd.

Při CCD pozorování jsme byli velice omezeni velikostí čipu a tomu odpovídající velikostí zorného pole. Achillovou patou některých pozorovatelů se CCD se ukázalo správné vytvoření *flat* snímků a následná základní redukce CCD pozorování. V některých případech to byla "vada" neodstranitelná, neboť použitá soustava kamera-dalekohled se měnila a nebylo možné adekvátní *flat* snímek pořídit později. Nicméně novým zpracováním snímků získaných od jiných pozorovatelů se podařilo alespoň redukovat případné chyby a sjednotit postup zpracování. U CCD měření nebylo prováděno pozorování

³Publikace se zmiňuje jen o dvou nocích, výsledky třetí noci byly získány od jednoho z autorů.

⁴Na jaře 2008 doprovázela fotometrická pozorování spektroskopickou kampaň na studium pulzací, kterou organizoval D. Mkrtichian.

Tabulka 5.1: Seznam pozorovatelů zapojených do sledování TW Dra. V posledních sloupcích jsou počty použitých měření. RF=refraktor, RL=reflektor; je udán průměr/ohnisková vzdálenost oboje v milimetrech.

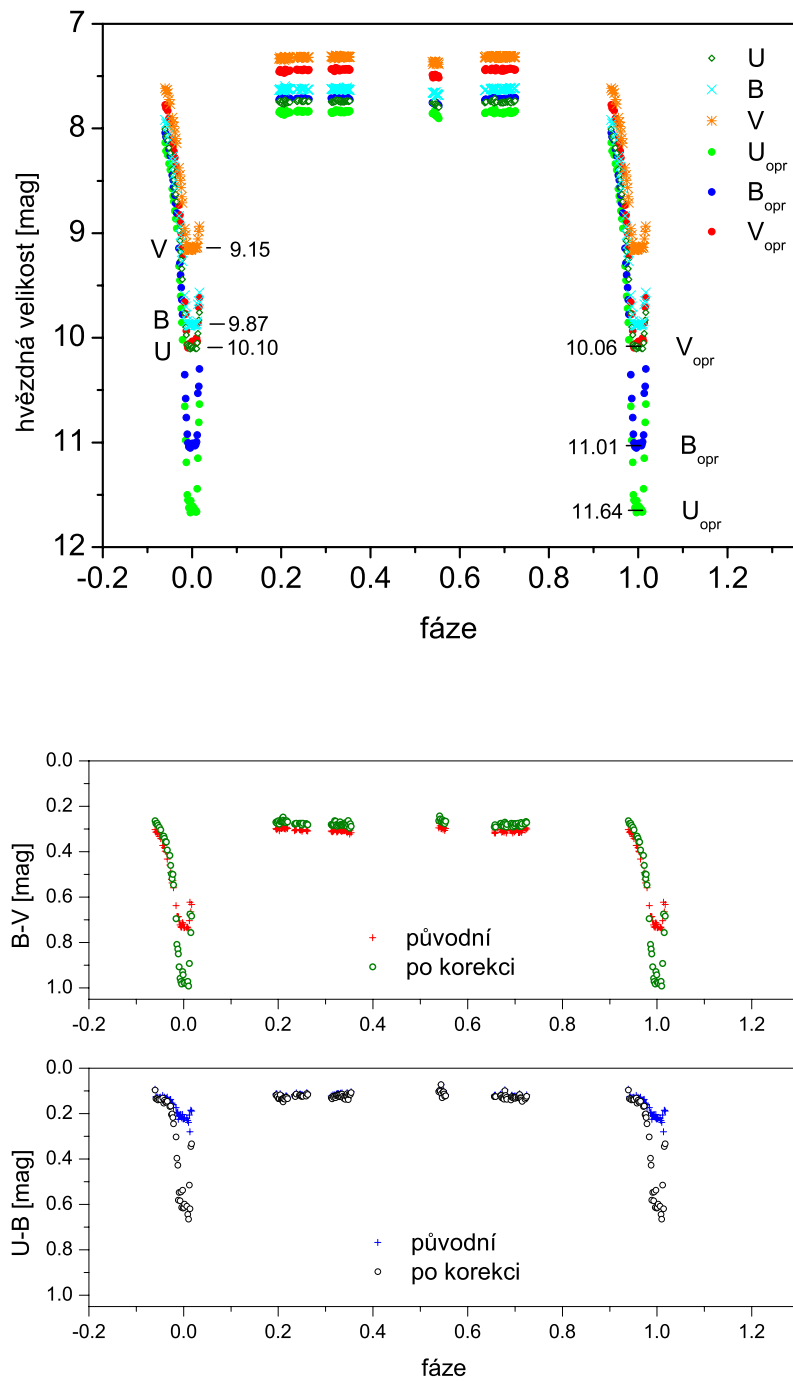
| Pozorovatel(é) | Stanoviště | Dalekohled | Přístroj | Zorné pole | U | B | V | R | I |
|----------------------|--|------------------------|------------------------|------------------------|-----|------|------|------|------|
| Brát | Pec pod Sněžkou soukr. pozorovatelna | RL 200/1850 | ST8 | 26'x17' | - | - | - | 154 | - |
| Hroch | Brno, observatoř Masarykovy univerzity | RL 620/2780 | ST8 | 17'x11.3' | - | 57 | 57 | - | - |
| Chrastina, Szász | hvězdárna Hlohovec, SR | RF 5.6/1000 | ST9 | 35'x35' | - | 300 | 300 | 299 | 301 |
| Svoboda | Brno, soukromá pozorovatelna | RF 15/116 RF 35/135 | ST7XME ST7XME | 215'x144' 182'x121' | - | 147 | - | - | - |
| Zejda | Hvězdárna a planetárium M. Kopernika Brno | RL 400/1750 | ST7 | 13'x9' | - | 225 | 6213 | 6089 | 6073 |
| | | RF 40/360 | ST8 | 131'x88' | - | - | - | 900 | 3301 |
| | | RF 40/360 | ST7XMEI | 66'x44' | - | 1662 | 639 | 715 | - |
| | | RL 200/1000 | ST7XMEI | 24'x16' | - | 7452 | 5017 | 5028 | 5021 |
| Zejda, Janík, Božić | Hvar observatory, Chorvatsko | RL 650/7280 | fotometr (1 kanál) | | 136 | 136 | 136 | - | - |
| Zejda, Janík, Ogloza | Mt. Suhora observatory, Polsko | RL 600/7500 | fotometr (3 kanály) | | - | 2547 | 2552 | 2547 | 406 |

standardních polí, a proto nebylo možné provést převod na standardní hvězdné velikosti. Časy všech pozorování jsou opraveny o heliocentrickou korekci.

Pro použité dalekohledy o průměrech řádově desítky centimetrů a vybavených CCD kamerami byla TW Dra velmi jasným objektem na hranici pozorovatelnosti. Vhodnější je jak měření fotoelektrickým fotometrem, tak CCD kamerou, ale připojenou k velmi malému dalekohledu o průměru řádově centimetry.

5.4.1 Fotoelektrická měření – Hvar

Klasická měření fotoelektrickým fotometrem byla prováděna na observatoři Záhřebské univerzity na ostrově Hvar (Chorvatsko) dalekohledem Cassegrain o průměru 0.65 m ($f=7.28$ m) s jednonábovým fotoelektrickým fotometrem vybaveným fotonásobičem EMI6256. Při pozorováních asistovali H. Božić a J. Janík. Během třítydenního pobytu v květnu 2005 bylo získáno 399 měření v *UBV* s přesností jednoho měření do 0.003 mag. Měření byla zpracována standardní procedurou pro fotoelektrickou fotometrii s využitím programu HEC 22 (Harmanec et al., 1994). Srovnávací hvězdou byla HD 139549 (spektrální typ F8) a kontrolní hvězdou HD 139703 (G5), tedy stejné hvězdy jako použili Papoušek et al. (1984). Srovnání naměřených hvězdných velikostí srovnávacích hvězd ve starších měřeních a nových z Hvaru je uvedeno v tabulce 5.2. Vzhledem k měřením standardních hvězd během našeho pobytu i v průběhu celého roku bylo možné komplexním zpracováním všech měřených standardů za celou sezónu pomocí programu HEC22 (Harmanec & Horn, 2002) následně standardizovat i měření TW Dra. Získané světelné křivky jsou na obrázku 5.1. TW Dra je však složkou A těsné vizuální dvojhvězdy (viz kap. 3.2, resp. 6.5). Vzhledem ke vzdálenosti pouhé 3.3" byly obě složky dvojhvězdy vždy měřeny společně. V případě hvarských měření je možné vliv složky B odečíst (viz kap. 6.5). V maximu jasnosti je pro trojici hvězd dominantní primární složka TW Dra (Aa), takže barevné indexy se příliš nezmění, ale s klesající hvězdnou velikostí soustavy se zvětšuje vliv složky B. To znamená, že se po korekci prohloubí minima jasnosti a dojde ke zvětšení výsledných barevných indexů (viz obr. 5.1).



Obrázek 5.1: a) UBV světelná křivka TW Dra ze standardizovaných fotometrických měření z Hvaru před a po korekci o vliv ADS 9706B. b) Fázová křivka změn barevných indexů $B - V$, $U - B$ před a po odečtení vlivu ADS 9706B (viz kap. 6.5). Fáze byla spočtena dle elementů (5.5).

Tabulka 5.2: Hvězdné velikosti a barevné indexy srovnávacích hvězd fotometrických pozorování z Hvarské observatoře (tato práce – Zej) a publikace Papoušek et al. (1984). Všechny údaje jsou v magnitudách.

| Hvězda | Zdroj | U | B | V | $U - B$ | $B - V$ |
|-----------|-------|--------|--------|-------|---------|---------|
| HD 139549 | Pap | 9.45 | 9.48 | 9.10 | -0.03 | +0.38 |
| | Zej | 9.503 | 9.543 | 9.138 | -0.040 | +0.405 |
| HD 139703 | Pap | 10.75 | 10.16 | 9.27 | +0.59 | +0.89 |
| | Zej | 10.810 | 10.234 | 9.292 | +0.576 | +0.942 |

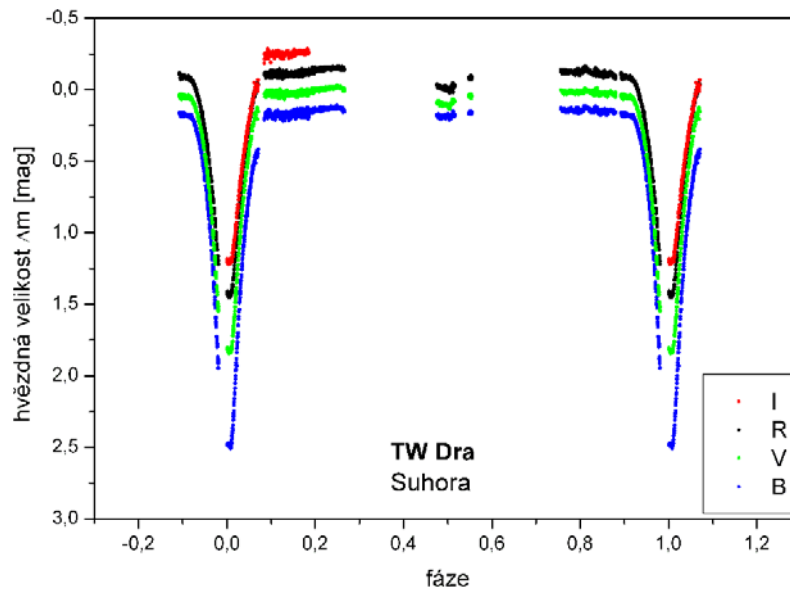
5.4.2 Fotoelektrická měření – Suhora

Observatoř Mt. Suhora Pedagogické univerzity v Krakově (Polsko) je vybavena dalekohledem Cassegrain o průměru 0.60 m ($f=7.50$ m) a tříkanálovým fotometrem vyrobeným ve Vilniusu v rámci projektu WET s fotonásobiči Hamamatsu R2949 PTM (viz Kreiner et al., 1993). Během dvou krátkých pobytů – v dubnu a prosinci 2006 byla získána i měření TW Dra. Jako srovnávací hvězda byla použita hvězda GSC 4184 0008 (spektrální typ F5). Během prvního pobytu bylo využito celkem 7 pozorovacích nocí, přičemž během dvou nocí 24./25. 4. (4. noc) a 26./27. 4. (6. noc) bylo pozorování přerušováno oblačností. Navíc byla v průběhu 4. noci byla zjištěna závada na třetím kanálu fotometru, kterou se nepodařilo do konce pobytu odstranit. Fotometr tedy pracoval na dvou kanálech, kde byla střídavě měřena proměnná hvězda, obloha a srovnávací hvězda. Měření byla prováděna ve filtrech BVR . Druhý pobyt přinesl jen dvě pozorovací noci s nepříliš dobrými pozorovacími podmínkami. Využita byla nakonec jen měření z jedné noci. Bylo prováděno měření ve třech kanálech ve filtrech $BVRI$. Celkem bylo získáno 8254 měření s přesností jednoho měření 0.001-0.002 mag. Získané světelné křivky ukazují obrázek 5.2.

5.4.3 CCD měření

CCD měření probíhala v průběhu kampaně zejména na Hvězdárně a planetáriu M. Kopernika v Brně. Celkem zde bylo získáno 48335 snímků těsného okolí TW Dra v $BVRI$ ⁵. Pro další zpracování ale byla použita jen část měření. Řada snímků posloužila jen ke získání okamžiku minima jasnosti, ale pro řešení světelné křivky se nehodila. Byla například pořízena za nepříliš dobrých pozorovacích podmínek. Jak dokládá tabulka 5.1 bylo použito několik dalekohledů a CCD kamer. Nejvíce měření bylo provedeno na 20cm reflektoru, který byl vybaven CCD kamerou SBIG ST7XMEI. Jednalo se přenosný přístroj a jednočipovou kameru. Nebylo tedy možné provádět automatické korekce polohy přinejmenším po každém snímku. Během noci se tak hvězdy posunovaly po snímku. Jinak řečeno jejich signál dopadal do různých míst CCD čipu s různou citlivostí. Ani při pečlivé korekci o *flat* snímek se rozptýl měřených hodnot nezmenšil

⁵Měření provedená ve filtrech R_C, I_C systému Cron-Cousins byla následně převedena na Johnsonův systém R_J, I_J užitím transformačních vztahů z Cousins (1980). Dále jsou v práci uváděny hodnoty v Johnsonově systému.



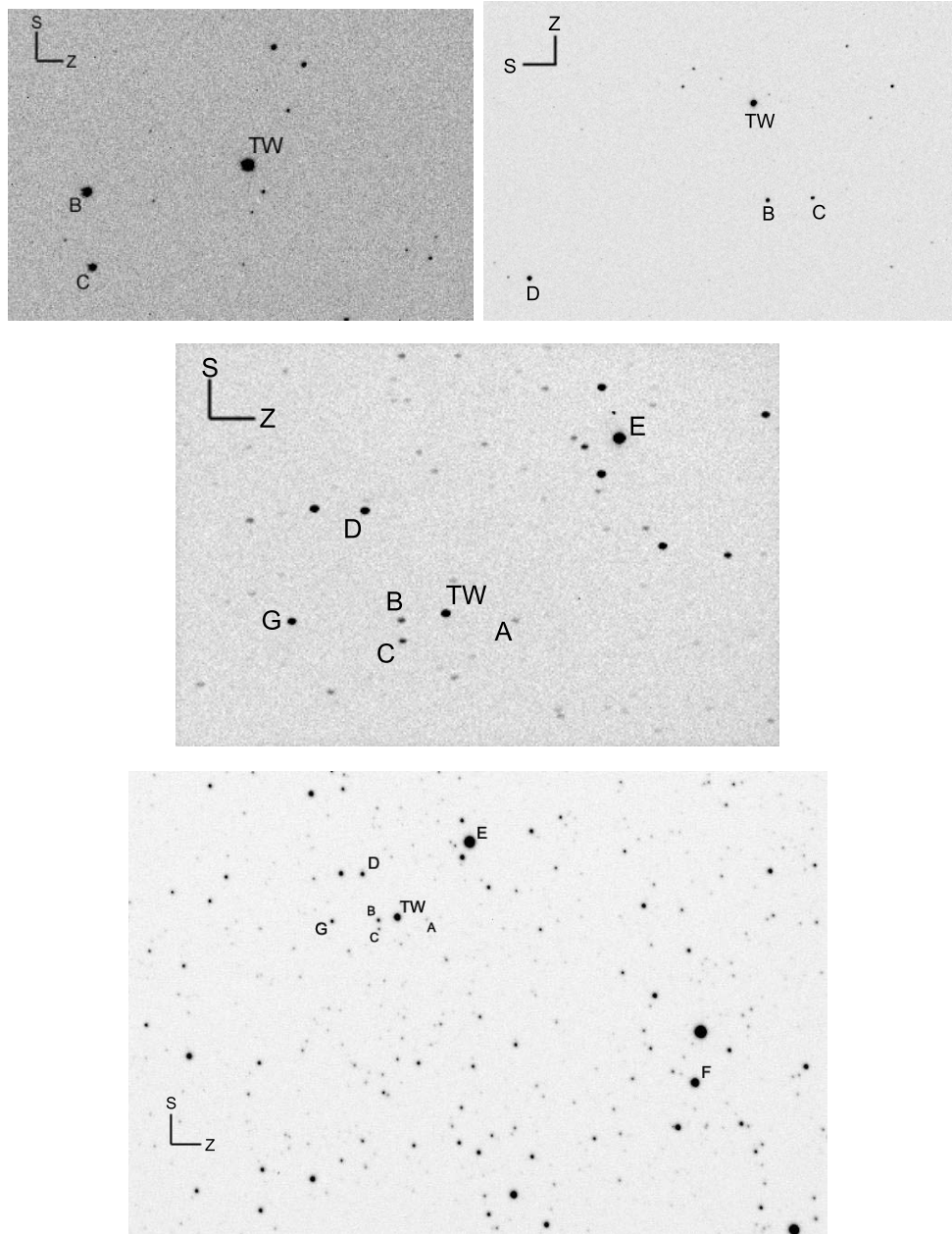
Obrázek 5.2: Světelná křivka z pozorování na Suhoře. Fáze spočtena dle elementů (5.5).

Tabulka 5.3: Použité srovnávací hvězdy

| Hvězda | TW Dra | A | B | C | D | E | F | G |
|------------------|------------|-------------|-------------|------------|------------|-------------|------------|------------|
| GSC | 4184 0061 | 4184 0387 | 4184 0227 | 4184 0120 | 4184 0148 | 4184 1637 | 4184 0514 | 4184 0008 |
| α [h m s] | 15 33 51.1 | 15 32 44.2 | 15 34 34.7 | 15 34 34.1 | 15 35 07.5 | 15 30 55.7 | 15 23 01.2 | 15 36 21.2 |
| δ [°'] | 63 54 25.6 | 63 53 25.8 | 63 53 51.0 | 63 51 37.5 | 64 05 40.1 | 64 12 31.4 | 63 07 48.8 | 63 54 00.1 |
| HD | 139319 | | | | 139549 | 138852 | 137491 | |
| BD | +64 1077 | | | | +64 1078 | +64 1074 | +63 1194 | +64 1080 |
| Spektrum | | | | | F8 | G5,K0III-IV | K0 | F5 |
| B_T [mag] | 7.811(16) | 13.337(352) | 13.011(288) | 11.702(72) | 9.580(22) | 6.979(15) | 8.736(12) | 10.134(26) |
| V_T [mag] | 7.500(11) | 11.710(144) | 11.128(80) | 10.803(60) | 9.155(18) | 5.847(9) | 7.442(7) | 9.710(26) |
| V_J | 7.471(19) | | 10.94 | 10.718(67) | 9.113(24) | 5.741(18) | 7.327(19) | 9.668(31) |
| $(B - V)_J$ | 0.288(16) | | | 0.786(79) | 0.398(24) | 0.976(5) | 1.100(11) | 0.397(31) |
| $(V - I)_C$ | | | | | | 0.96 | 1.06(1) | |
| M_{abs} | 2.02(27) | | | 9.2(1.5) | | 0.79(11) | 0.97(24) | 5.1(2.0) |

Poznámka: Souřadnice jsou uvedeny k ekvinokciu 2000.0. Index "J" značí systém Johnson, "C" Cousin, "T" označuje hvězdné velikosti z katalogu Tycho. Údaje jsou převzaty z Guide Star Catalogue (Russell et al., 1990).

na úroveň dosahovanou při přesné pointaci montáže. Druhý největší počet snímků byl získán pomocí 40cm reflektoru s kamerou SBIG ST7. Velikost zorného pole v této konfiguraci však byla jen 9'x13', což v případě TW Dra znamenalo, že v poli byly kromě samotné proměnné hvězdy jen hvězdy *B*, *C* (viz obr. 5.3a), které jsou výrazně slabší než TW Dra a tedy nevhodné jako srovnávací hvězdy. Nejpřesnější CCD měření v rámci kampaně pořídil RNDr. Petr Svoboda, který používal automatickou pointaci pomocí druhého čipu v kameře SBIG ST7XME a také velmi malé objektivy o průměrech 15 mm a 35 mm. Při expoziční době kolem 3 minut dosahoval přesnosti do 5 mmag. Ve spolupráci s ním byla provedena také simultánní pozorování, které potvrdila přítomnost drobných oscilací světelné křivky i v době primárního minima. Přehled snímků získaných v různých přístrojových konfiguracích a použitých srovnávacích hvězd je uveden na obrázku 5.3, respektive v tabulce 5.1.



Obrázek 5.3: Těsné okolí TW Dra. a) (*vlevo nahoře*) Pozorovatel M. Zejda, noc 26./27. 8. 2005, přístroj RL 400, CCD kamera ST-7 filtr I, expozice 9 s, zorné pole 13' x 9'. b) (*vpravo nahoře*) Pozorovatel M. Zejda, noc 3./4. 4. 2005, přístroj RL 200, CCD kamera ST-7XMEI filtr I, expozice 4 s, zorné pole 24' x 16'. c) (*uprostřed*) Pozorovatel M. Zejda, noc 6./7. 4. 2007, přístroj RF 80, zacloněno na průměr 4 cm, CCD kamera ST-7XMEI filtr B, expozice 60 s, zorné pole 66' x 44'. d) (*dole*) Pozorovatel P. Svoboda, noc 6./7. 4. 2007, přístroj Sonnar 3.5/135, clona 4, rosnice 100 mm, CCD kamera ST-7XME USB filtr I, expozice 180 s, zorné pole 182' x 121'.

5.5 Současná světelná křivka TW Dra

5.5.1 Globální pohled

Pro určení světelných elementů v období po poslední skokové změně periody bylo použito celkem 45322 měření získaných během pozorovací kampaně v letech 2001-2007 v barvách *UBVRI*. Všechna měření byla simultánně zpracována v prostředí *Matlab* pomocí procedury *elemWUMaPCA1*. Ta byla původně navržena pro zpracování pozorování hvězd typu W UMa. Ukázalo se ale, že je možné ji použít pro jakýkoli typ zákrytových proměnných hvězd, respektive jejich světelných křivek. Procedura je založena na proložení všech měření metodou hlavních komponent (Mikulášek, 2007,?). Jedná se o nový přístup, aplikaci metody, která je sice všeobecně známa, ale v astronomii prakticky není využívána. Všechna p provedená měření ve q barvách lze zapsat jako p vektorů \mathbf{y} o q složkách, tedy vlastně jako $p \times q$ matici \mathbf{Y} . Prvky matice je vhodné před dalším zpracováním transformovat do nových proměnných $\{\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_p\}$

$$z_{ij} = \frac{y_{ij} - \bar{y}_j}{s_j}, \quad (5.1)$$

kde \bar{y}_j je střední hodnota j -té složky a s_j je střední chyba j -té barvy. Transformací jsme vlastně umístili počátek soustavy souřadnic q -rozměrného prostoru všech měření do těžiště množiny všech měření. Samozřejmě je možné započítat i váhy jednotlivých měření. Předpokládá se ale, že alespoň poměry chyb měření v jednotlivých barvách jsou zhruba stálé. Váhy jednotlivých datových vektorů pak vytvoří váhový vektor $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_p]$. Váhový vektor dá následně vzniknout diagonální váhové matici $\mathbf{W} = \text{diag}(\mathbf{w})$. Lineární transformaci popsanou vztahem (5.1) lze také zapsat jako

$$\mathbf{y}_s = [z_{s1} \bar{s}_1 + \bar{y}_1, \dots, z_{sq} \bar{s}_q + \bar{y}_q], \quad (5.2)$$

kde z_{si} jsou prvky "vyhlazujícího" vektoru \mathbf{z}_s , který vznikne aplikací matice $\hat{\mathbf{A}}$ na vektor \mathbf{z}

$$\mathbf{z}_s = \mathbf{z} \hat{\mathbf{A}} = \mathbf{z} (\mathbf{A} \mathbf{A}^T), \quad (5.3)$$

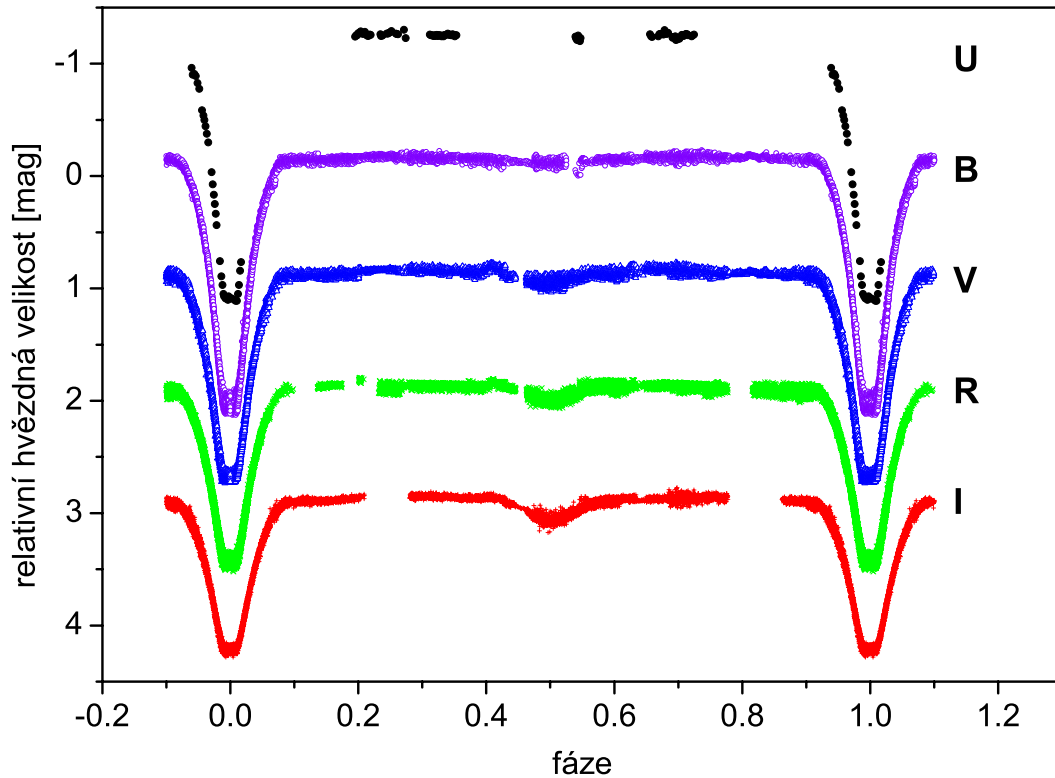
kde matice $\hat{\mathbf{A}}$ je $q \times r$ maticí obsahující r sloupců normalizovaných vlastních vektorů \mathbf{a}_i symetrické matice $\mathbf{Z}^T \mathbf{W} \mathbf{Z}$, přičemž $\mathbf{Z} = [\mathbf{z}_1; \mathbf{z}_2; \dots; \mathbf{z}_q]$ je matice řádu $q \times p$. Definitornicky pro každý vlastní vektor a odpovídající vlastní hodnotu platí

$$(\mathbf{Z}^T \mathbf{W} \mathbf{Z}) \mathbf{a}_i = \mathbf{a}_i \lambda_i. \quad (5.4)$$

Každá sada q vlastních vektorů přitom vytvoří ortonormální vektorovou bázi. Vlastní hodnoty odpovídají součtu váhovaných odchylek projekcí všech vektorů \mathbf{z}_i do nové vektorové báze. Podle nich lze určit, kde se ještě skrývá informace obsažená v datech a kde je jen "šum". Bližší popis lze nalézt například v práci Mikulášek (2007).

Pomocí výše zmíněné procedury bylo možné přesně "sesadit" jednotlivé úseky světelné křivky pořízené různými přístroji a různými pozorovateli. Nakonec byly ze všech použitých měření spočteny světelné elementy

$$Pri.Min. = HJD 2453558.91888(32) + 2.80683211(28) \cdot E. \quad (5.5)$$

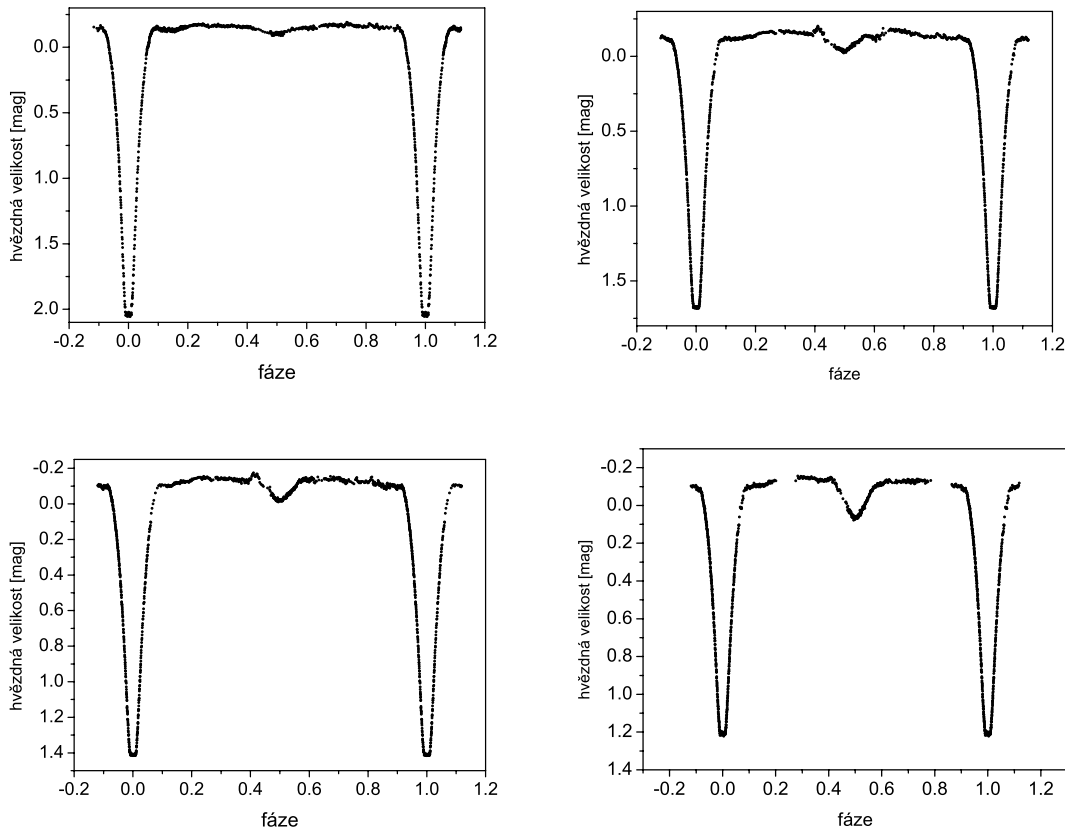


Obrázek 5.4: Světelné křivky TW Dra složené z PEP i CCD pozorování. Diferenciální hvězdné velikosti v barvách *UBVRI*. Pro výpočet fáze byly použity světelné elementy $HJD\ 2453558.91888(32) + 2.80683211(28) \cdot E$.

Tyto světelné elementy jsou přesnější než elementy (4.16) spočtené po poslední skokové změně periody z okamžiků minim jasnosti. Důvod je zřejmý. Zatímco při z určení pomocí okamžiků minim jasnosti jsme použili jen 46 bodů z O-C diagramu po $JD=2452850$, výše uvedenou procedurou bylo zpracováno najednou téměř tisíckrát více bodů ze srovnatelně dlouhého období. Výsledné světelné křivky ukazuje obrázek 5.4.

5.5.2 Detailní pohled

Světelná křivka TW Dra je modifikována řadou efektů druhého řádu, které se navíc projevují odlišně v různých barvách. Některé jsou fixovány na určitou konkrétní fázi alespoň po dobu několika orbitálních period (například projevy skvrn), jiné probíhají nezávisle na orbitální fázi (například pulzace). Zatímco ty první opakovaně pozorování ve stejných fázích lépe profiluje, ty druhé způsobují při skládání pozorování zvýšení "šumu" světelné křivky. Abychom mohli lépe popsat projevy vázané na orbitální fázi, vytvořili jsme normální světelné křivky z pozorování v *BVRI* pomocí programu *normles1*, který jsme blíže popsali v Mikulášek et al. (2006). Výsledné normální světelné křivky tvořené



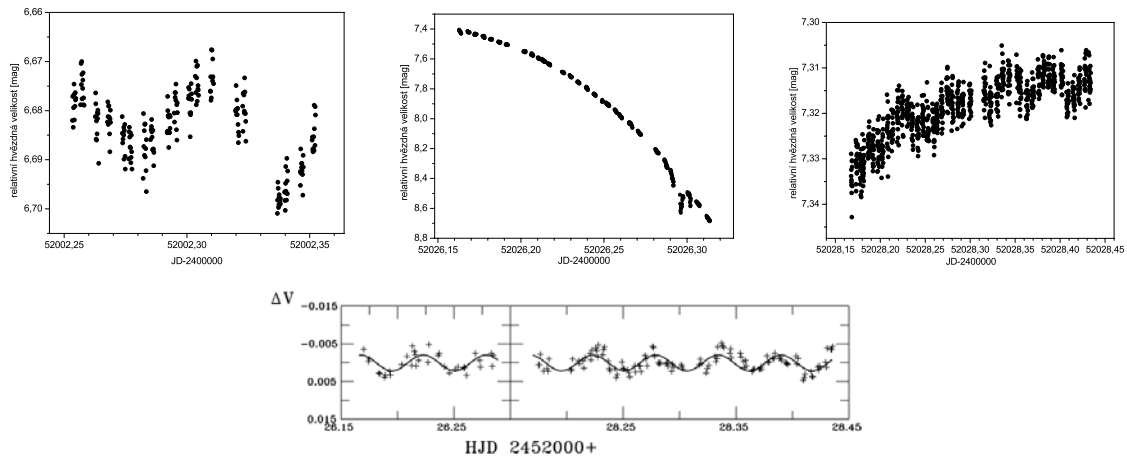
Obrázek 5.5: Normální světelné křivky TW Dra složené z PEP i CCD pozorování z let 2001–2007. Diferenciální hvězdné velikosti v barvách B (vlevo nahoře), V (vpravo nahoře), R (vlevo dole), I (vpravo dole).

každá tisícem bodů jsou na obrázku (5.5). Lze si na nich povšimnout následujících deformací:

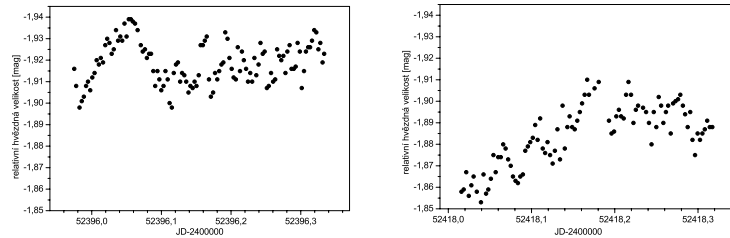
- rozptyl v maximu,
- pokles po výstupu z primárního minima,
- zjasnění před sekundárním minimem,
- pokles po výstupu ze sekundárního minima,
- rozdílnou hloubku sekundárního minima v závislosti na vlnové délce.

5.5.2.1 Pulsace

Na světelných křivkách je především patrný větší rozptyl v maximu jasnosti, způsobený částečně nepřesností pozorování (viz kapitola 5.4). Nicméně část šumu má reálný základ. Jak již bylo uvedeno, objevili Kusakina et al. (2001) na světelné křivce oscilace, které interpretovali jako δ Scuti pulsace primární složky. Ze dvou nocí JD 2 452 026 a 2 452 028



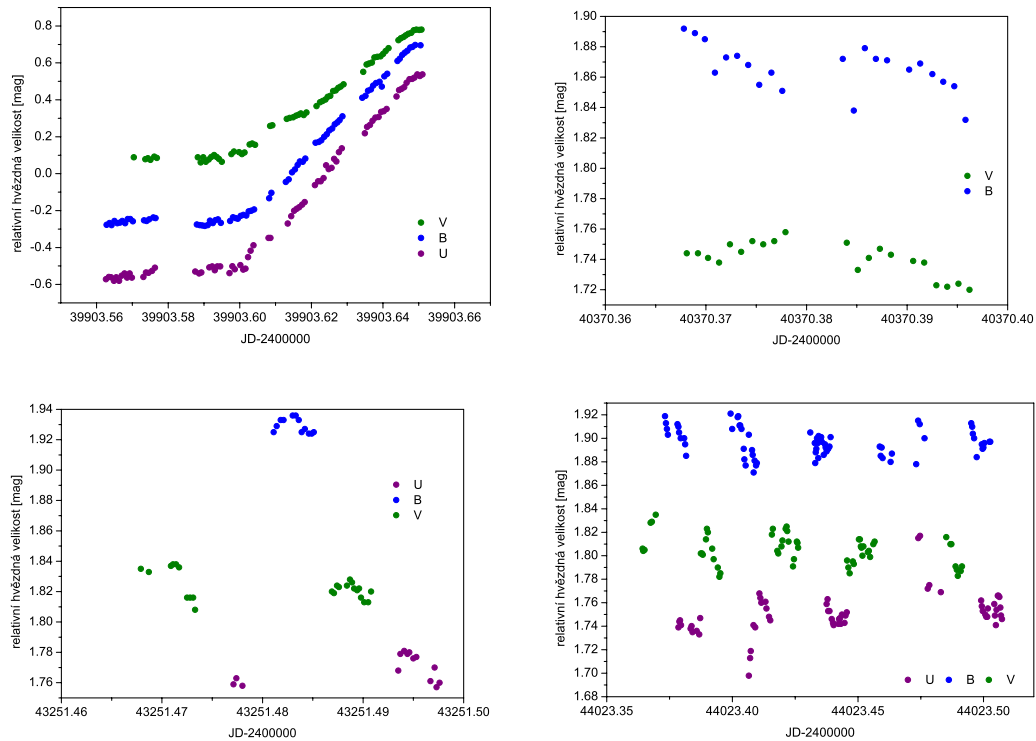
Obrázek 5.6: Úseky světelné křivky pozorované v barvě V týmem dr. Kusakina (Kusakin et al., 2001; Mkrтчian, 2006).



Obrázek 5.7: Pulsace na světelné křivce v barvě B (Kim et al., 2003).

určili periodu pulsů 0.0556 d s poloamplitudou 2.1 mmag (viz obr. 5.6). Pozorování třetí noci bylo poskytnuto jedním z autorů (Mkrтчian, 2006). Kim et al. (2003) pulsace potvrdili na základě pozorování ze dvou nocí JD 2452396 a 2452418 (viz obr. 5.7).

V obou publikacích šlo tedy o pulsace odhalené analýzou pozorování ze dvou nocí ve filtru B , respektive V . Pozorování Papouška et al. (1984) a vlastní pozorování poskytla možnost studovat drobné oscilace na světelné křivce během několika desítek nocí v libovolných fázích ve filtrech UBV , respektive $BVRI$. Vlastních pozorování v U však bylo natolik málo, že byly ke studiu pulsací nepoužitelné. Oscilace se prakticky neprojevují v dlouhých vlnových délkách RI , jsou nejvíce patrné ve filtrech UBV . Ukázalo se, že během některých nocí nejsou patrné na světelné křivce žádné oscilace a jindy jsou drobné změny zcela zjevné (viz obr. 5.8 a 5.9). To by svědčilo o pulsacích ve více módech, což odpovídá i předběžnému výsledku analýzy spekter pořizovaných v posledních dvou letech na observatoři v Tautenburgu s cílem odhalit u TW Dra neradiální pulsace (Mkrтчian & Lehmann, 2007). Zpracováním vybraných nocí z pozorování publikovaných v Papoušek et al. (1984) byly zjištěny pulsace s periodou $0.0501(13)$ dne a poloamplitudou $9(2)$ mmag. Navíc se ukázalo, že je možná i případná druhá perioda 0.034 dne. Z vlastních pozorování pak byla zjištěna perioda pulsací $0.0519(5)$ dne s poloamplitudou

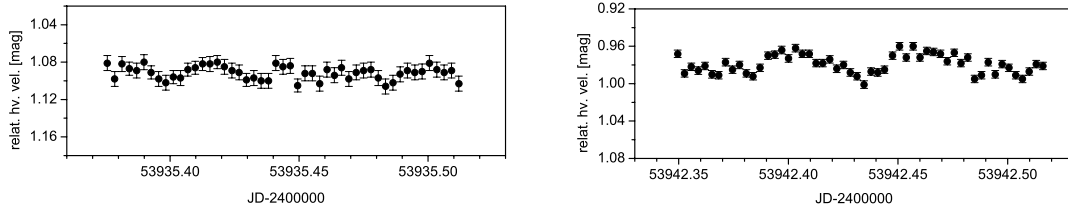


Obrázek 5.8: Ukázka pulsací z pozorování Papouška, Tremka a Vetešníka (1984).

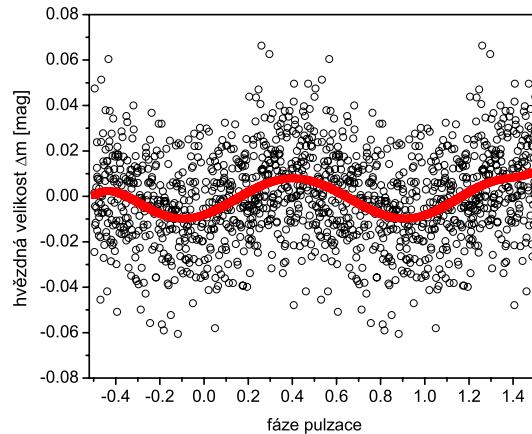
10(3) mmag (Zejda et al., 2006b), přičemž při analýze byly majoritní změny hvězdné velikosti odečteny čistě matematickou metodou – za pomoci metody hlavních složek (Mikulášek, 2007). Tak bylo možné využít k detekci oscilací libovolnou část světelné křivky včetně okolí primárního minima. Fázovou křivku nalezených pulsací ukazuje obr. 5.10. Pulsace byly nalezeny i ve fázi konstantní jasnosti v primárním minimu, tedy ve fázi, kdy je u TW Dra malá, horká, pulsující primární složka zcela zakryta větším souputníkem. Pro vysvětlení drobných oscilací je tedy nutné hledat i jiný důvod než jen δ Scuti pulsace primární složky. Může jít o jevy v akrečním disku kolem malé horké složky nebo o projevy konvekce v atmosféře obra. Amplituda pulzací je v obou nově zpracovávaných souborech větší než dříve publikované hodnoty, nicméně nejde o výjimečný úkaz. Podobné změny amplitudy (dokonce výraznější) byly popsány například v případě pulzací složky zákrytové dvojhvězdy RZ Cas (Rodríguez, 2004; Mkrtichian et al., 2008).

5.5.2.2 Nepravidelnosti na světelné křivce

Pulsace obecně zvyšují rozptyl světelné křivky konstruované vzhledem k orbitální fázi, pokud jsou úseky křivky tvořené z dat pořízených v různých nocích. Na takové světelné křivce jsou však dobře patrné jiné úkazy, které jsou vázány na určitou orbitální fázi a opakují se alespoň v několika cyklech. Jedním z takových fenoménů je u TW Dra



Obrázek 5.9: Ukázka pulsací ze CCD pozorování P. Svobody (obor *B*).

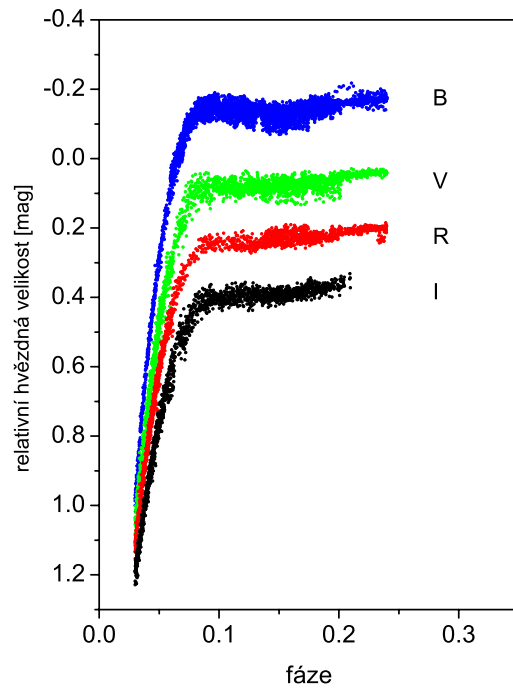


Obrázek 5.10: Fázová křivka pulsací v barvě *B* z pozorování z noci JD 2 453 463.5.

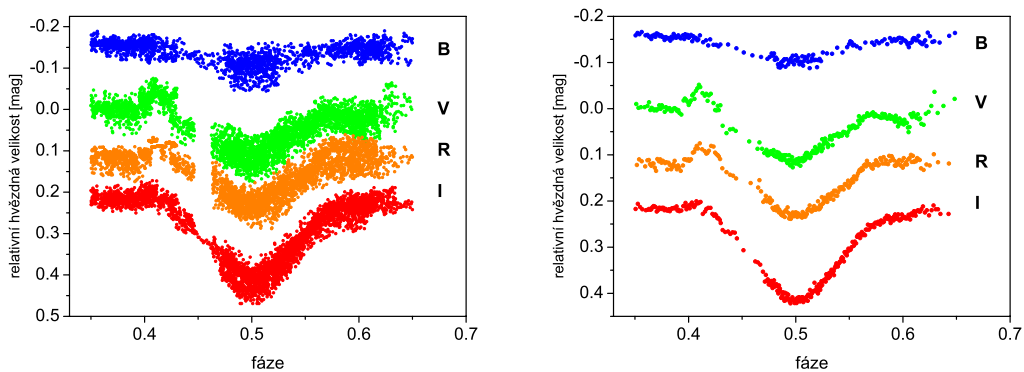
v období kampaně zřetelný pokles o 0.05 mag ve fázi 0.10 – 0.19 v barvě *B* (viz obr. 5.11). Menší depresi 0.03 mag lze najít i po výstupu ze sekundárního minima ve fázích 0.57 – 0.64 v barvě *V*. Na druhou stranu je před sekundárním minimem ve fázi 0.40 – 0.43 patrné náhlé a rychlé zjasnění. Nejedná se o jednorázové zjasnění, ve stejné fázi se objevilo v několika nocích. V různých oborech má různou intenzitu – největší 0.055 mag (*V*), 0.030 mag (*R*) a nejmenší, sotva znatelné (0.02 mag) je v *I* (viz obr. 5.12).

5.5.2.3 Hloubka minim

V případě TW Dra je tvar světelné křivky závislý také na vlnové délce záření. Nejlépe je tato závislost patrná u hloubky minima jasnosti (viz tabulka 5.4). Zatímco v *I* je dobře patrné sekundární minimum zhruba 0.2 mag, v *U* a *B* je jeho hloubka prakticky neměřitelná. Navíc jsou zjevné i různé úrovně jasnosti před minimy a po nich. U sekundárního minima v barvách *BVI* je úroveň maxima po sekundárním minimu nižší o zhruba 0.02 mag než před ním (respektive před výše popsáním zjasněním). Hloubka primárního minima byla zjišťována z naměřených hodnot vůči úrovni v maximu ve fázi 0.095 a hloubka sekundárního minima byla měřena vzhledem k úrovni ve fázi 0.75. Pokud bychom odečetli příspěvek složky *B* vizuální dvojhvězdy ADS 9706 (viz kap.



Obrázek 5.11: Pokles na světelné křivce po primárním minimu v barvě *B*.



Obrázek 5.12: Oblast sekundárního minima na světelné křivce TW Dra v *BVRI* ze všech měření a z normálních bodů.

Tabulka 5.4: Hloubka minim jasnosti TW Dra.

| Pozorování | Minimum | U [mag] | B [mag] | V [mag] | R [mag] | I [mag] |
|------------|------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| PEP | primární | 2.36 | 2.25 | 1.83 | | |
| PEP* | primární | 3.81 | 3.31 | 2.64 | | |
| CCD | primární | | 2.21 | 1.80 | 1.53 | 1.34 |
| | sekundární | | 0.063 | 0.142 | 0.120 | 0.196 |

Poznámka k tabulce: PEP označuje hodnoty ze standardizovaných fotometrických měření z Hvaru, zatímco PEP* hodnoty vycházející z těchto měření, ale po odečtení vlivu ADS 9706B. CCD hodnoty jsou výsledkem diferenciální fotometrie.

6.5), byly by amplitudy globálních změn ještě větší (viz tabulka 5.4). Určení amplitud globálních změn hvězdné velikosti je u TW Dra ztíženo dalšími efekty, které deformují světelnou křivku, proto jsou tyto hodnoty (až na sekundární minimum) uváděny jen s přesností na setiny magnitudy.

6 Spektroskopie

6.1 Spektrograf

Rozložením světla sledovaného objektu do spektra a jeho měřením se zabývá spektroskopie. První hvězdné spektrum (mimo slunečního) pozoroval Fraunhofer roku 1823. Detailně se studiem spekter hvězd začal zabývat až roku 1863 Secchi a první rozsáhlý, dodnes používaný katalog obsahující spektrální typy hvězd – Henry Draper katalog – vznikl až v letech 1918-1924. Spektroskopie je dnes nedílnou součástí astronomického bádání, neboť ve spektrech objektů lze nejen provádět fotometrická měření ale i měřit vlnové délky jednotlivých čar a studovat jejich profily. O studovaném objektu tak můžeme pomocí spektroskopie zjistit mnohem více informací než z pouhé fotometrie. Ze spekter lze určit efektivní teplotu, povrchové gravitační zrychlení, chemické složení (metalicitu) objektu, průmět jeho rotační i radiální rychlosti či přítomnost magnetického pole. Zpracováním většího počtu spekter jednoho objektu můžeme využitím Dopplerovské tomografie určovat i rozložení útvarů na povrchu sledovaných objektů, například horkých a chladných skvrn na povrchu hvězd.

Dříve byla spektroskopie výsadou pouze velkých profesionálních teleskopů. Propustností dalekohledu a spektrografu a citlivosti fotografických desek umožňovaly spektroskopická pozorování jen u jasných hvězd. Využití CCD techniky a nové konstrukce spektrografů umožnily provádět spektroskopická pozorování i s menšími přístroji. Další odvětví astronomie vyhrazené dříve velkým profesionálním observatořím se stává dostupným i pro pokročilé astronomy amatéry.

I v oblasti spektroskopie však platí, že správná, korektní a pečlivá redukce spektrogramů je základním předpokladem pro úspěšné vytěžení maxima informací ze získaných spekter. Nejpoužívanějším a zřejmě nejvšestrannějším balíčkem programů pro zpracování spekter je IRAF¹. Existuje však celá řada menších programů pro zpracování spekter jako například SPLAT nebo SPEFO.

Nejrozšířenějším využitím spektroskopie v oblasti výzkumu dvojhvězd je určování radiálních rychlostí jednotlivých složek dvojhvězdy.

Spektrogramy TW Dra použité v této práci byly získány na spektrografu umístěném na dvoumetrovém dalekohledu Astronomického ústavu AV ČR v Ondřejově. Dalekohled je možno provozovat ve třech optických konfiguracích, ale nejčastěji je používáno uspořádání Coudé se spektrografem. Bližší popis dalekohledu a spektrografu lze nalézt na [www stránkách Astronomického ústavu](#)².

Coudé spektrograf se skládá ze šterbinové hlavy, mimoosového kolimátoru, mřížky a kamery. Kolimátor má průměr 145 mm a ohniskovou délku 4606 mm. Mřížka měří 154 x 206 mm a má 830.77 vrypů na milimetr. K zobrazení spektra slouží tři Schmidtovy kamery.

Základní zpracování je u CCD spekter shodné se zpracováním CCD snímků hvězdné oblohy. Je třeba odečíst vlastní signál elektroniky, tedy temný snímek exponovaný při zavřeném spektrografu (tzv. *offset*) a také odstranit nerovnoměrnost v citlivosti jednotlivých pixelů detektoru pomocí světlého snímku rovnoměrného pozadí (*flat field*).

¹akronym z anglického Image Reduction and Analysis Facility; <http://iraf.noao.edu>.

²<http://pleione.asu.cas.cz/dal/dalekohled.html>

Po těchto opravách je snímek zkorigován, ale polohy jednotlivých čar lze určovat jen relativně například polohou na čipu v pixelech. Ke kalibraci na vlnové délky a k určení disperze spektra se proto navíc pořizuje ještě srovnávací spektrum laboratorních čar – v našem případě šlo o spektrum thorium-argonové výbojky. Posledním krokem redukce je pak rektifikace spektra, tedy jeho normování na průběh kontinua.

6.2 Spektroskopická pozorování TW Dra

První spektroskopická pozorování provedl Plaskett (1919a,b, 1920). Wyse (1934) určil spektrální typ primární složky A6 a sekundární K2 s poznámkou, že u sekundární složky je spektrum ”uprostřed mezi obrem a trpaslíkem”, tedy A6+sgK2. Toto určení převzal do svého katalogu i Bidelman (1954), který navíc v poznámkách uvádí, že Romanová našla na spektrogramech Yerkeské observatoře jasné čáry CaII sekundární složky. Radiální rychlosti ještě určovali Pearce (1937) a Smith (1949). Smith uvádí, že pouze na dvou deskách jsou vidět slabě čáry sekundární složky, ale že jde o velmi slabá spektra. Kaitchuck & Honeycutt (1982) a Kaitchuck et al. (1985) nezaznamenali ve spektru během primárního minima žádnou známku emisí svědčící o disku. Prvním, kdo změřil radiální rychlosti i sekundární složky, byl Popper (1989), který měřil čáry v modro-fialové oblasti a v oblasti sodíkového dubletu. Pro horkou složku udává typ A5 bez zřetelných peculiarit. Na sekundární složky algolid se zaměřili Yoon et al. (1994), kteří určili spektrální typ sekundární složky TW Dra K2-3. Renson (1995) udává v katalogu Ap a Am hvězd pro TW Dra spektrální typ A6-F1m? nebo složené spektrum A8V+K0:. Nejrozsáhlejší spektroskopický výzkum TW Dra provedla v devadesátých letech minulého století dvojice Richardsová a Albright (1999), ale většina z více než dvou set spektrogramů TW Dra nebyla dosud zpracována. Nejnověji se spektroskopická pozorování TW Dra prováděla na observatoři v Tautenburgu (Mkrťichian & Lehmann, 2007) a na dvoumetrovém dalekohledu na observatoři AV ČR v Ondřejově.³ Zatímco německá pozorování z echelle spektrografu mají posloužit k detekci a popsání neradiálních pulsací, ta naše z období červen 2004 až květen 2007 posloužila zejména k získání nové křivky radiálních rychlostí. Celkem bylo v Ondřejově pořízeno 46 spekter TW Dra v oblasti H α . Zároveň byla získána dvě spektra slabého vizuálního průvodce ADS9706B.

Pouze u tří snímků byla použita Schmidtova kamera s ohniskovou vzdáleností 1400 mm. Většinou jsme využili kameru s průměrem korekční desky 268.9 mm, průměrem zrcadla 550 mm a ohniskovou délkou 700 mm. Do ní byla umístěna CCD kamera s čipem SITE 2000x800. Získaná spektra mají lineární disperzi 1.7 nm/mm a dvoupixelové rozlišení 12700. U všech spekter byly pomocí procedur *sn2* a *snvahy* (Harmanec, 2006) určeny poměry signál/šum a následně váha daného spektrogramu ve zvolených úsecích spektra. Poté byly ze zpracování vyřazeny spektrogramy s malým poměrem signál/šum (menší než 95), respektive nízkou váhou, v souladu s Andersen (1991), který doporučuje získat pro měření radiálních rychlostí spektra s vysokým poměrem S/N, aby bylo možné využít pro zjištění radiálních rychlostí většinou slabší čáry kovů než silné čáry hélia a vodíku. Přehled spekter, která byla zařazena k dalšímu zpracování a určení radiálních

³Na jaře 2008 proběhla spektroskopická kampaň zaměřená na studium pulsací primární složky, organizovaná D. Mkrťichianem.

rychlostí, je uveden v tabulce 6.1. Podobu spekter z různých orbitálních fází ukazuje obr. 6.1.

6.3 Určení poměru hmotností složek q

Hmotnosti složek dvojhvězdy a zejména jejich poměr jsou jedním ze základních parametrů charakterizujících dvojhvězdy. Nicméně přesnost a spolehlivost fotometrického poměru q_{ptm} ve srovnání se spektroskopickým poměrem q_{sp} byla pro různé typy zákrytových dvojhvězd diskutována v řadě prací (například Niarchos & Duerbeck, 1991; Wilson, 1994; Terrell & Wilson, 2005). Proto byla původně čistě fotometrická úloha této práce rozšířena i na spektroskopii. Ke stanovení hodnoty poměru hmotností složek dvojhvězdy q_{sp} je třeba získat křivky radiálních rychlostí složek dvojhvězdy nebo použít techniku rozmatávání spekter. V našem případě byly křivky radiálních rychlostí obou složek získány ručním přímým měřením posunu čar ve spektru pomocí programu SPEFO, užitím souboru programů dr. Zverka založených na kroskorelační funkci (dále jen CCF⁴) a pak při řešení spekter pomocí programu KOREL dr. Hadravy.

6.3.1 SPEFO

Prvotní verzi programu SPEFO (Horn et al., 1996) vytvořil J. Horn pro zpracování spektrálních desek pořizovaných dvoumetrovým dalekohledem na Astronomickém ústavu AV ČR v Ondřejově. Po smrti autora se na vývoji programu podíleli Škoda a Krpata (Škoda, 1996). Nyní je program využíván pro zpracování spekter z Reticonu i CCD kamery zmíněného dalekohledu. Program umožňuje například rektifikaci spekter, jejich filtraci, měření ekvivalentní šířky čar či měření radiálních rychlostí, a to jak automaticky, tak "ručně" metodou zrcadlového obrazu. Program lze také využít k porovnávání pozorovaného a syntetického spektra a tím k určování fyzikálních parametrů jako je efektivní teplota, gravitační zrychlení na povrchu hvězdy nebo chemické složení atmosfér hvězd. Jeho slabinou je v dnešní době již přežití uživatelské prostředí v operačním systému DOS a tomu odpovídající limity grafiky. Nicméně pro náš účel – určení radiálních rychlostí složek, to byl velmi účinný nástroj.

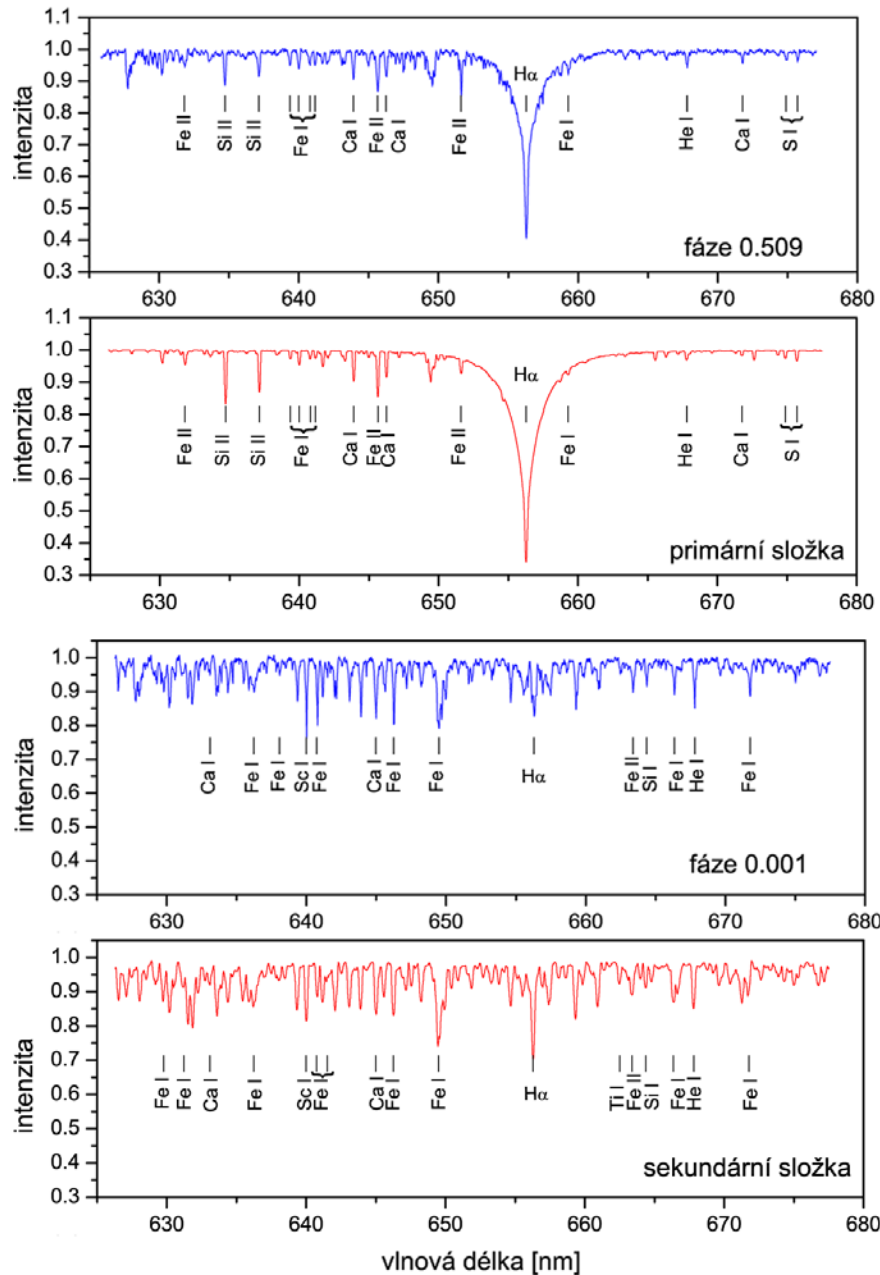
Pro měření radiálních rychlostí v programu SPEFO byly využity dvě sady čar, jedna pro primární a jedna pro sekundární složku. Obě sady byly vybrány ze syntetických spekter $H\alpha$ oblasti spočtených pomocí programu SYNSPEC (Hubený & Lanz, 2000; Krtička, 2007) (viz obr. 6.1 a tab. 6.2). Určení radiálních rychlostí sekundární složky bylo velmi náročné, protože sekundární složka je výrazně slabší. Předchozí spektrální analýzy označily spektrum TW Dra za jednosložkové (například Smith, 1949). Popper (1989) využil pro určení radiálních rychlostí obou složek dvojhvězdy čáry sodíkového dubletu. Nicméně poznamenává, že čáry slabší složky byly slabé a špatně definované, ale dobře odlišitelné od čar primární složky. V našem souboru spekter se zvolené čáry sekundární složky podařilo identifikovat vždy jen zčásti – v některých spektrech byly dobře patrné, někde byla identifikace nejistá, protože čáry se překrývaly (byly silně blendovány) nebo se v okolí nacházely jiné neidentifikované čáry. V takovém případě nebyla radiální

⁴CCF – z anglického *cross-correlation function*

Tabulka 6.1: Přehled použitých spektrogramů

| Číslo | JD | E | Fáze | Pozorovatelé | S/N | Váha |
|-------|-------------|-----|--------|--------------------------|-------|-------|
| 1 | 2453111.512 | 511 | 0.6008 | Škoda, Šarounová | 162.4 | 0.365 |
| 2 | 2453145.364 | 523 | 0.6615 | Wolf, Huja, Chadima | 227.1 | 0.713 |
| 3 | 2453153.357 | 526 | 0.5093 | Wolf, studenti | 489.3 | 3.311 |
| 4 | 2453254.368 | 562 | 0.4969 | Šlechta, Šarounová | 311.6 | 1.343 |
| 5 | 2453454.415 | 633 | 0.7681 | Wolf, Sloup aj. | 389.0 | 2.093 |
| 6 | 2453459.429 | 635 | 0.5547 | Kawka, Sloup | 98.8 | 0.135 |
| 7 | 2453460.353 | 635 | 0.8837 | Šlechta, Kawka, Řezba | 195.6 | 0.529 |
| 8 | 2453461.508 | 636 | 0.2951 | Škoda, Kalaš | 219.9 | 0.669 |
| 9 | 2453463.444 | 636 | 0.9850 | Šlechta, Fuchs | 106.8 | 0.158 |
| 10 | 2453463.491 | 637 | 0.0016 | Šlechta, Fuchs | 359.4 | 1.786 |
| 11 | 2453464.460 | 637 | 0.3470 | Šlechta, Fuchs | 304.5 | 1.282 |
| 12 | 2453465.514 | 637 | 0.7224 | Škoda, Řezba | 224.6 | 0.698 |
| 13 | 2453504.416 | 651 | 0.5823 | Šlechta, Sloup | 262.5 | 0.953 |
| 14 | 2453510.432 | 653 | 0.7255 | Šlechta, Kalaš | 305.8 | 1.293 |
| 15 | 2453511.403 | 654 | 0.0713 | Korčáková, Řezba | 274.5 | 1.042 |
| 16 | 2453516.539 | 655 | 0.9012 | Votruba, Sloup | 183.3 | 0.465 |
| 17 | 2453538.380 | 663 | 0.6826 | Wolf, Fuchs, studenti | 243.9 | 0.823 |
| 18 | 2453542.489 | 665 | 0.1468 | Šlechta, Sloup | 270.9 | 1.015 |
| 19 | 2453550.413 | 667 | 0.9696 | Šlechta, Šarounová | 137.5 | 0.261 |
| 20 | 2453550.435 | 667 | 0.9777 | Šlechta, Šarounová | 114.9 | 0.183 |
| 21 | 2453619.317 | 692 | 0.5184 | Šlechta, Sloup | 386.4 | 2.065 |
| 22 | 2453764.640 | 744 | 0.2932 | Šlechta, Řezba | 189.4 | 0.496 |
| 23 | 2453764.677 | 744 | 0.3062 | Šlechta, Řezba | 223.0 | 0.688 |
| 24 | 2453765.608 | 744 | 0.6381 | Šlechta, Řezba | 372.3 | 1.917 |
| 25 | 2453846.323 | 773 | 0.3948 | Wolf, Tlamicha, studenti | 351.6 | 1.710 |
| 26 | 2453860.357 | 778 | 0.3944 | Šlechta, Tlamicha | 364.9 | 1.841 |
| 27 | 2453991.387 | 825 | 0.0772 | Šlechta, Řezba | 196.2 | 0.532 |
| 28 | 2454000.401 | 828 | 0.2885 | Šlechta, Tlamicha | 330.3 | 1.509 |
| 29 | 2454017.327 | 834 | 0.3187 | Netolický, Tlamicha | 175.8 | 0.427 |
| 30 | 2454026.326 | 837 | 0.5250 | Netolický, Řezba | 211.0 | 0.616 |
| 31 | 2454115.619 | 869 | 0.3378 | Netolický, Sloup | 187.9 | 0.488 |
| 32 | 2454191.499 | 896 | 0.3718 | Polster, Řezba | 149.7 | 0.310 |
| 33 | 2454192.445 | 896 | 0.7086 | Korčáková, Řezba | 319.6 | 1.413 |
| 34 | 2454192.491 | 896 | 0.7251 | Korčáková, Řezba | 191.9 | 0.509 |
| 35 | 2454203.356 | 900 | 0.5961 | Wolf, Tlamicha, Švaříček | 364.4 | 1.836 |
| 36 | 2454217.337 | 905 | 0.5772 | Wolf, Tlamicha, Zejda | 214.2 | 0.634 |
| 37 | 2454218.430 | 905 | 0.9666 | Polster, Řezba | 254.2 | 0.894 |

Poznámka k tabulce 6.1: Fáze byla spočtena s použitím světelných elementů $HJD\ 2453558.91888 + 2.80683211 \cdot E$.



Obrázek 6.1: Spektrum soustavy TW Dra ve fázi 0.509 v porovnání se syntetickým spektrem primární složky a pozorované spektrum z fáze 0.001 (odpovídající sekundární složce) ve srovnání se syntetickým spektrem sekundární složky. Syntetická spektra pro složky TW Dra byly spočteny na základě Kuruczova modelu atmosféry s parametry: primární složka ($T_{\text{eff}} = 8300$ K, $\log g = 3.92$, $v \sin i = 50$ km/s, sluneční složení), sekundární složka ($T_{\text{eff}} = 4800$ K, $\log g = 3.24$, $v \sin i = 72$ km/s, sluneční složení). Parametry vycházejí z práce Al-Naimiy & Al-Sikab (1984). U pozorovaného spektra sekundární složky je patrné, že absorpční čára $H\alpha$ je zřejmě kompenzována emisí.

Tabulka 6.2: Spektrální čáry použité pro určení radiálních rychlostí

| Číslo | Primární složka | | Sekundární složka | |
|-------|----------------------|------------|----------------------|-------|
| | Vlnová délka [nm] | čára | Vlnová délka [nm] | čára |
| 1 | 631.7983 | Fe II | 629.7793 | Fe I |
| 2 | 634.7109 | Si II | 631.2236 | Fe I |
| 3 | 637.1371 | Si II | 633.0850 | Ca I |
| 4 | 639.3601 | Fe I | 636.2338 | Fe I |
| 5 | 640.0001 | Fe I | 638.0743 | Fe I |
| 6 | 640.8018 | Fe I | 641.4980 | Fe I |
| 7 | 641.1649 | Fe I | 644.9808 | Ca I |
| 8 | 643.9075 | Ca I | 647.1662 | V I |
| 9 | 645.6383 | Fe II | 649.4980 | Fe I |
| 10 | 646.2567 | Ca I | 662.5022 | Ti I |
| 11 | 656.2817 | H α | 663.3750 | Fe II |
| 12 | 659.2914 | Fe I | 664.3629 | Si I |
| 13 | 667.7987 | Fe I | 666.3442 | Fe I |
| 14 | 667.8151 | He I | | |
| 15 | 671.7681 | Ca I | | |
| 16 | 674.8837 | S I | | |
| 17 | 675.7171 | S I | | |

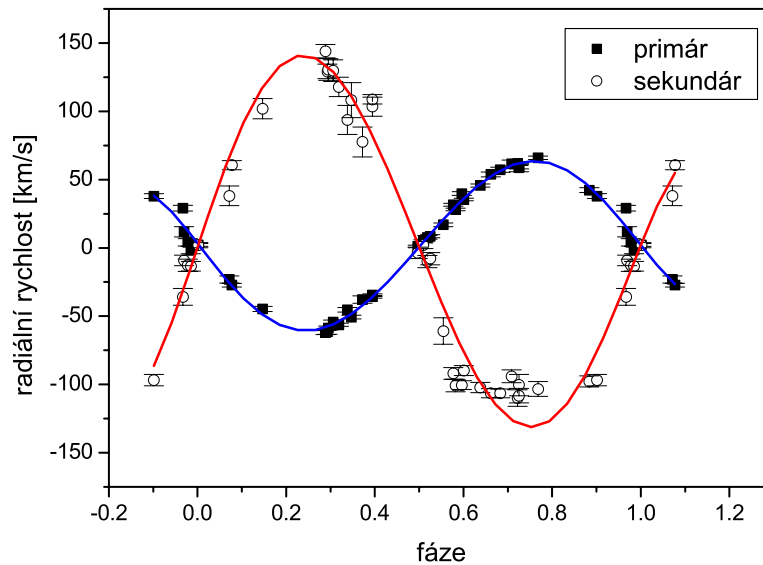
rychlost čáry měřena. Přehled identifikací čar sekundární složky ve spektrech našeho souboru udává tabulka 9.2 v příloze.

Vlastní určení radiálních rychlostí v programu SPEFO probíhalo v několika krocích:

1. Nejdříve se načtou soubory fits se spektry. Od verze JK1.73, umí SPEFO přenést údaj o heliocentrické korekci z hlavičky fits souboru. Při převodu se vytvoří soubor obsahující přehled souborů se spektry.
2. Proveďte se rektifikace spektra (jeho normování na kontinuum) a oprava, kdy se vymažou například kosmiky.
3. Vlastní měření radiálních rychlostí bylo provedeno ručně metodou zrcadlového obrazu, kdy program automaticky nabízí k proměření čáry dle seznamu v připravených souborech (formátu *.stl).
4. Stejným způsobem jako čáry hvězd jsou změřeny i telurické čáry.
5. Byla provedena kontrola a případná editace výsledných souborů *.rv se seznamem čar a *.rvr se seznamem naměřených radiálních rychlostí pro dané spektrum. Výrazně odlišné radiální rychlosti byly ze souboru vyřazeny, neboť šlo zřejmě o chybnou identifikaci čáry. Pokud se problém opakoval pro tutéž čáru a různá spektra, byla tato čára vyňata z počátečního souboru čar k proměření.
6. Pro vyčtení výsledných radiálních rychlostí ze souborů *.rvr byl využit program RETRVRES (koncipovaný dr. Hornem).
7. Pomocí programu AC (Harmanec, 2006) přidáme dodatečnou heliocentrickou korekci. Heliocentrická korekce byla sice již uplatněna při prvotní redukci snímků, ale

díky naměřeným radiálním rychlostem telurických čar bylo možné korekci zpřesnit. O ni byly opraveny naměřené radiální rychlosti složek a byla také využita při exportu jednotlivých spekter z formátu programu SPEFO do ascii.

Výsledné radiální rychlosti určené pomocí programu SPEFO v tabulce 6.3 jsou vlastně aritmetickým průměrem z naměřených hodnot všech čar pro dané spektrum. Uvedené chyby jako pak spočteny jako chyby tohoto průměru. Nejistota určení je však zejména pro hodnoty radiálních rychlostí sekundární složky větší. Její čáry byly totiž slabé a blendované a u některých méně kvalitních spekter mohlo dojít i k chybě v identifikaci. Tyto hodnoty lze tedy brát spíše jako jakýsi odhad, který není příliš vhodný pro přesné další výpočty. Zmíněná nejistota je patrná na křivce radiálních rychlostí (viz obr. 6.2, zejména ve fázích 0.3 a 0.7).



Obrázek 6.2: Křivky radiálních rychlostí určených programem SPEFO

6.3.2 Zverkova metoda – užití CCF

Protože radiální rychlosti zejména pro sekundární složku byly pomocí programu SPEFO určovány jen s obtížemi, bylo vhodné tyto výsledky ověřit použitím jiné metody. Jednou z možností bylo použít sadu programů využívající kroskorelační funkci. Ta je využívána při rozborech spekter od sedmdesátých let minulého století jako jedna z aplikací rychlé Fourierovy transformace (viz například Simkin, 1974; Tonry & Davis, 1979).

Metoda kroskorelace je založena na tom, že porovnáváme vůči sobě naměřené spektrum, u něhož chceme změřit radiální rychlost, vůči spektru, které má nulovou radiální rychlost a laboratorní šířky čar a slouží jako jakási šablona. Původně se používalo spektrum nějaké známé standardní hvězdy, nyní slouží jako šablona zpravidla syntetické spektrum. Protože hodnoty radiálních rychlostí jsou úměrné poměru $\Delta\lambda/\lambda$, je vhodné převést vlnovou délku na logaritmickou škálu. Spektrum rozdělíme na N diskrétních hodnot

$$n = A \ln \lambda + B, \quad (6.1)$$

Tabulka 6.3: Radiální rychlosti naměřené v programu SPEFO

| Číslo | JD_{hel} | RV_1 [km/s] | RV_2 [km/s] | n_1 | n_2 | fáze |
|-------|------------|------------------|------------------|-------|-------|--------|
| 1 | 53111.5121 | 35.4 (1.0) | -90 (4) | 15 | 9 | 0.6008 |
| 2 | 53145.3644 | 53.8 (1.8) | -106 (3) | 15 | 8 | 0.6615 |
| 3 | 53153.3578 | 4.8 (1.2) | 2 (3) | 17 | 5 | 0.5093 |
| 4 | 53254.3689 | 1.1 (0.9) | -4 (4) | 16 | 5 | 0.4969 |
| 5 | 53454.4151 | 66.0 (1.3) | -103 (5) | 15 | 8 | 0.7681 |
| 6 | 53459.4299 | 16.9 (1.3) | -61 (10) | 14 | 5 | 0.5547 |
| 7 | 53460.3532 | 42.3 (1.7) | -98 (4) | 17 | 8 | 0.8837 |
| 8 | 53461.5080 | -58.7 (1.5) | 131 (8) | 14 | 3 | 0.2951 |
| 9 | 53463.4444 | -1.5 (2.7) | -14 (4) | 16 | 11 | 0.9850 |
| 10 | 53463.4912 | 2.2 (1.1) | 2 (2) | 15 | 11 | 0.0016 |
| 11 | 53464.4606 | -50.7 (1.4) | 108 (13) | 17 | 4 | 0.3470 |
| 12 | 53465.5142 | 61.8 (1.5) | -110 (6) | 16 | 8 | 0.7224 |
| 13 | 53504.4166 | 28.1 (1.0) | -101 (5) | 16 | 9 | 0.5823 |
| 14 | 53510.4323 | 59.3 (1.5) | -108 (5) | 14 | 10 | 0.7255 |
| 15 | 53511.4030 | -23.1 (2.6) | 38 (7) | 15 | 8 | 0.0713 |
| 16 | 53516.5391 | 37.9 (1.8) | -97 (4) | 16 | 6 | 0.9012 |
| 17 | 53538.3802 | 57.2 (1.8) | -107 (3) | 17 | 8 | 0.6826 |
| 18 | 53542.4899 | -44.7 (1.8) | 102 (7) | 17 | 6 | 0.1468 |
| 19 | 53550.4130 | 11.8 (3.7) | -9 (4) | 12 | 9 | 0.9696 |
| 20 | 53550.4357 | 4.1 (2.7) | -13 (4) | 14 | 7 | 0.9777 |
| 21 | 53619.3175 | 7.7 (1.3) | -10 (4) | 16 | 4 | 0.5184 |
| 22 | 53764.6405 | -61.3 (2.0) | 129 (5) | 14 | 4 | 0.2932 |
| 23 | 53764.6771 | -54.2 (1.4) | 130 (8) | 13 | 5 | 0.3062 |
| 24 | 53765.6086 | 45.7 (1.2) | -102 (4) | 16 | 7 | 0.6381 |
| 25 | 53846.3238 | -35.8 (0.9) | 109 (4) | 17 | 4 | 0.3948 |
| 26 | 53860.3570 | -34.6 (1.0) | 103 (7) | 17 | 6 | 0.3944 |
| 27 | 53991.3876 | -27.3 (1.3) | 61 (3) | 16 | 9 | 0.0772 |
| 28 | 54000.4012 | -62.0 (1.4) | 144 (5) | 17 | 8 | 0.2885 |
| 29 | 54017.3270 | -56.3 (1.1) | 118 (7) | 17 | 5 | 0.3187 |
| 30 | 54026.3265 | 8.5 (1.2) | -8 (4) | 16 | 7 | 0.5250 |
| 31 | 54115.6199 | -45.4 (1.7) | 94 (11) | 14 | 4 | 0.3378 |
| 32 | 54191.4998 | -37.8 (2.7) | 78 (11) | 15 | 5 | 0.3718 |
| 33 | 54192.4449 | 61.7 (2.6) | -94 (5) | 17 | 7 | 0.7086 |
| 34 | 54192.4913 | 58.7 (2.9) | -100 (8) | 17 | 8 | 0.7251 |
| 35 | 54203.3567 | 39.8 (1.3) | -101 (3) | 17 | 9 | 0.5961 |
| 36 | 54217.3376 | 31.6 (1.1) | -92 (4) | 17 | 12 | 0.5772 |
| 37 | 54218.4308 | 29.0 (2.1) | -36 (6) | 15 | 7 | 0.9666 |

Poznámka k tabulce: Sloupce n_1 , n_2 udávají počet proměřených čar pro primární, respektive sekundární složku. Fáze byla spočtena s použitím světelných elementů $HJD\ 2453558.91888 + 2.80683211 \cdot E$.

kde A , B jsou konstanty a n je číslo binu. Pozorované spektrum je tak konvertováno do formátu, kde jsou intenzity lineárně interpolovány do N ekvidistantních kroků v $\ln \lambda$, $\{I_i^{obs}\}$. Označme takto připravené spektrum $g(n)$. Syntetické spektrum $\{I_i^{syn}\}$ spočtené pro stejnou síť vlnových délek označme $t(n)$. Diskrétní Fourierovy transformace $G(k)$ a $T(k)$ jsou pak definovány vztahem

$$G(k) = \sum_0^{N-1} g(n) e^{\frac{-2\pi ink}{N}}, \quad (6.2)$$

a odpovídající střední kvadratická chyba spektra σ_g , respektive σ_t vztahem

$$\sigma_g^2 = \frac{1}{N} \sum_0^{N-1} g(n)^2. \quad (6.3)$$

Normalizovaná kroskorelační funkce $c(n)$ je konečně definována vztahem

$$c(n) \equiv g \times t(n) = \frac{1}{N\sigma_g\sigma_t} \sum_{m=0}^{N-1} g(m)t(m-n). \quad (6.4)$$

Je třeba poznamenat, že součin \times není komutativní. Z této definice plyne, že například pokud je $g(n)$ přesně stejné jako $t(n)$, ale posunuté o d jednotek, pak funkce $g \times t(n)$ bude mít vrchol 1 pro $n = d$. Fourierovou transformací lze převést vztah pro $c(n)$ na

$$C(k) = \frac{1}{N\sigma_g\sigma_t} G(k) T^*(k), \quad (6.5)$$

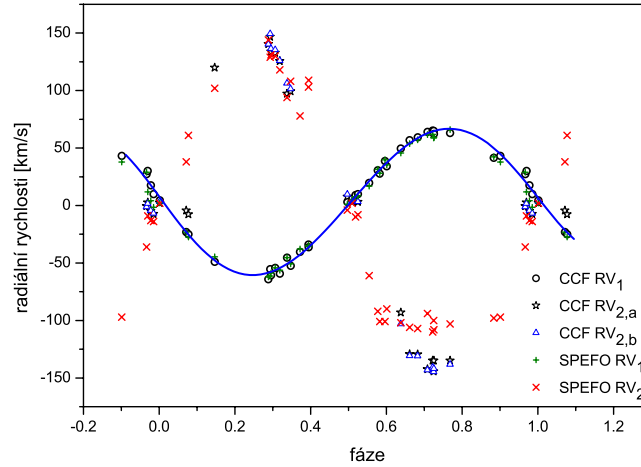
kde hvězdička $*$ značí komplexní konjugaci (Legendrovu-Fenchelovu transformaci).

Zverko et al. (2007) aplikovali metodu i na systémy s velmi slabým spektrem průvodce, kdy dokonce není spektrum průvodce známo. Autoři pak navrhují použít obecně jako srovnávací spektrum spektrum železa. Pearsonův koeficient korelace r_j dvou souborů posunutých vůči sobě v $\ln \lambda$ o j kroků $\Delta\lambda$ lze dle nich spočítat podle vztahu

$$r_j = \frac{\sum_{i=1}^{K-j} (I_i^{syn} - \overline{I^{syn}}) (I_{i+j}^{obs} - \overline{I^{obs}})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{K-j} (I_i^{syn} - \overline{I^{syn}})^2 \sum_{i=1}^{K-j} (I_{i+j}^{obs} - \overline{I^{obs}})^2}}. \quad (6.6)$$

Tento výpočet se opakuje $2n+1$ krát až se objeví maximum v rozmezí $(-n\Delta \ln \lambda, n\Delta \ln \lambda)$, který vyznačuje interval radiálních rychlostí ΔRV , v němž je kroskorelace zkoumána a $n = 2\Delta RV / (c\Delta \ln \lambda)$.

Pearsonův koeficient nabývá hodnot z intervalu $\langle -1, +1 \rangle$ a je symetrický pro spektra s čarami pouze jedné složky (SB1). Kroskorelační funkce je pak zobrazena jako řada hodnot r_j , kterou lze snadno fitovat gausovským profilem pro nalezení maxima CCF. Je zřejmé, že po konverzi spekter do škály $\ln \lambda$ je nutné, aby obě spektra (pozorované a syntetické) vždy začínala na stejné vlnové délce. Chyby určení radiálních rychlostí a možné další zdroje chyb této metody jsou diskutovány například v Tonry & Davis



Obrázek 6.3: Radiální rychlosti určené Zverkovým softwarem (metoda CCF) v porovnání s hodnotami z programu SPEFO. Index 2a u CCF znamená použití syntetického spektra z programu SYNTHE, 2b pak syntetické spektrum z programu SYNSPEC.

(1979) nebo Griffin et al. (2000). Zverko et al. (2007) však pro určení chyby odvodili vlastní vztah

$$\delta RV = \frac{c\sigma(I^{syn})}{\sqrt{\left(\frac{\partial I^{syn}}{\partial(\ln\lambda)}\right)^2}} \sqrt{\frac{1}{N} \left(\frac{1}{r_{max}^2} - 1 \right)}, \quad (6.7)$$

kde c je rychlost světla, $\sigma(I^{syn})$ standardní odchylka intenzity srovnávacího spektra, N je počet bodů vlnových délek (pixelů) pozorovaného spektra a r_{max} maximální hodnota CCF. Zvláštní pozornost věnovali také čarám Balmerovy série, které bývají pro hvězdy spektrálních tříd B až F silné a s širokými křídly. Tyto oblasti spektra je vhodné "rektilifikovat" tak, že křídla čáry jsou považovány za kontinuum (kromě úzkého okolí středu čáry). Pro vlastní výpočet se pak bere jen malý úsek spektra o šířce menší než 1 nm. Je však zřejmé, že takové určení radiálních rychlostí pomocí CCF je méně přesné.

Popsané výpočty provádí programy napsané ve fortranu v prostředí Linuxu. Srovnávací syntetická spektra (viz obr. 6.1) byla vypočtena pomocí programu SYNTHE⁵ (Sbordone, 2004; Bakis, 2007) a SYNSPEC (Hubený & Lanz, 2000; Krtička, 2007). Výsledné radiální rychlosti určené pomocí CCF jsou zobrazeny na obr. 6.3. Příslušné hodnoty jsou uvedeny v tabulce 6.4. Pro určení radiální rychlosti sekundární složky $RV_{2,a}$ bylo jako srovnávací spektrum použito spektrum vypočtené pomocí SYNTHE, pro určení $RV_{2,b}$ pak spektrum vypočtené pomocí programu SYNSPEC ($T_{eff} = 4750$ K, $\log g = 3.0$, $v \sin i = 72$ km/s, sluneční složení).

Radiální rychlosti získané ručním měřením v programu SPEFO odpovídají v rámci chyb hodnotám určeným pomocí Zverkova kroskorelačního programu pouze u primární složky. V případě sekundární složky je rozptyl podstatně větší, což bylo způsobeno

⁵Nejnovější verze programu SYNTHE a jeho manuál jsou k dispozici na http://wwwuser.oat.ts.astro.it/atmos/atlas_cookbook/Atlas_Cookbook.html

Tabulka 6.4: Radiální rychlosti určené pomocí CCF – Zverkova programu

| číslo | RV_1 [km/s] | korelační koeficient | $RV_{2,a}$ [km/s] | korelační koeficient | $RV_{2,b}$ [km/s] | korelační koeficient | fáze |
|-------|------------------|-------------------------|----------------------|-------------------------|----------------------|-------------------------|--------|
| 1 | 34.1 (1.0) | 0.954 | | | | | 0.6008 |
| 2 | 56.8 (1.1) | 0.948 | -129.3 (3.6) | 0.236 | -130.7 (5.9) | 0.198 | 0.6615 |
| 3 | 5.7 (0.9) | 0.965 | 3.1 (2.1) | 0.390 | 4.0 (3.4) | 0.328 | 0.5093 |
| 4 | 3.1 (1.0) | 0.957 | 7.7 (2.3) | 0.356 | 9.8 (3.8) | 0.300 | 0.4969 |
| 5 | 63.1 (1.0) | 0.957 | -134.9 (3.5) | 0.241 | -138.3 (5.7) | 0.202 | 0.7681 |
| 6 | 19.7 (1.2) | 0.939 | | | | | 0.5547 |
| 7 | 41.5 (1.1) | 0.945 | | | | | 0.8837 |
| 8 | -60.7 (1.0) | 0.958 | 133.8 (3.7) | 0.229 | 136.5 (6.4) | 0.181 | 0.2951 |
| 9 | 9.9 (6.3) | 0.454 | -7.2 (0.5) | 0.852 | -6.7 (0.8) | 0.825 | 0.9850 |
| 10 | 4.5 (9.5) | 0.319 | 2.3 (0.5) | 0.856 | 3.5 (0.8) | 0.827 | 0.0016 |
| 11 | -52.4 (0.9) | 0.965 | 99.4 (3.6) | 0.236 | 101.5 (6.0) | 0.192 | 0.3470 |
| 12 | 65.2 (1.0) | 0.953 | -134.9 (3.4) | 0.248 | -140.8 (5.5) | 0.210 | 0.7224 |
| 13 | 27.8 (1.0) | 0.958 | | | | | 0.5823 |
| 14 | 62.2 (1.0) | 0.951 | -134.9 (3.8) | 0.222 | -141.9 (6.2) | 0.188 | 0.7255 |
| 15 | -23.0 (1.3) | 0.929 | -4.4 (2.0) | 0.398 | | | 0.0713 |
| 16 | 43.2 (1.2) | 0.934 | | | | | 0.9012 |
| 17 | 59.2 (1.2) | 0.937 | -129.4 (3.5) | 0.246 | -130.8 (5.7) | 0.202 | 0.6826 |
| 18 | -49.0 (1.2) | 0.939 | 120 (4) | 0.2 | | | 0.1468 |
| 19 | 30.1 (1.9) | 0.854 | 2.6 (1.4) | 0.539 | 1.7 (2.1) | 0.483 | 0.9696 |
| 20 | 17.5 (3.0) | 0.726 | -4.6 (0.9) | 0.686 | -4.3 (1.4) | 0.633 | 0.9777 |
| 21 | 9.1 (0.9) | 0.960 | | | | | 0.5184 |
| 22 | -55.5 (0.9) | 0.963 | 146.7 (3.7) | 0.232 | 149.4 (6.3) | 0.186 | 0.2932 |
| 23 | -54.1 (1.0) | 0.953 | 132.8 (3.8) | 0.223 | 135.4 (6.4) | 0.181 | 0.3062 |
| 24 | 49.5 (0.9) | 0.959 | -93.1 (3.6) | 0.237 | -103.0 (5.8) | 0.200 | 0.6381 |
| 25 | -36.3 (1.0) | 0.954 | | | | | 0.3948 |
| 26 | -33.9 (1.0) | 0.955 | | | | | 0.3944 |
| 27 | -24.9 (1.2) | 0.936 | -7.6 (2.1) | 0.386 | | | 0.0772 |
| 28 | -64.2 (1.3) | 0.922 | 140.4 (3.7) | 0.232 | 140.3 (5.9) | 0.196 | 0.2885 |
| 29 | -59.2 (1.2) | 0.934 | 125.6 (3.8) | 0.225 | 126.0 (6.2) | 0.188 | 0.3187 |
| 30 | 9.9 (1.1) | 0.949 | 3.1 (2.0) | 0.398 | 3.3 (3.2) | 0.346 | 0.5250 |
| 31 | -45.4 (1.0) | 0.953 | 97.3 (3.5) | 0.240 | 106.4 (5.9) | 0.197 | 0.3378 |
| 32 | -40.3 (1.0) | 0.956 | | | | | 0.3718 |
| 33 | 64.1 (1.0) | 0.956 | -142.5 (3.4) | 0.247 | -143.0 (5.4) | 0.212 | 0.7086 |
| 34 | 64.8 (1.0) | 0.958 | -144.3 (3.5) | 0.246 | -144.7 (5.5) | 0.211 | 0.7251 |
| 35 | 38.8 (1.0) | 0.957 | | | | | 0.5961 |
| 36 | 30.6 (1.0) | 0.956 | | | | | 0.5772 |
| 37 | 27.3 (1.6) | 0.899 | -0.5 (1.4) | 0.521 | | | 0.9666 |

Poznámka k tabulce 6.4: Fáze byla spočtena s použitím světelných elementů $HJD\ 2453558.91888 + 2.80683211 \cdot E$. V závorkách jsou uvedeny chyby určení příslušné radiální rychlosti.

zejména menší spolehlivostí měření v programu SPEFO (viz diskuse na konci kapitoly 6.3.1). Pro kroskorelaci sekundární složky byla použita dvě syntetická spektra vypočtená s přibližně stejnými parametry dvěma odlišnými programy. Použitím spektra z SYN-SPECu jsme dostali systematicky větší hodnoty radiálních rychlosti sekundární složky (viz hodnoty $RV_{2,b}$ v tab. 6.4) a tím menší hodnoty poměru q (viz tab. 6.8).

6.3.3 KOREL

Program KOREL vytvořil Hadrava (1995, 1997, 2004b) jako doplněk programu SPEL J. Horna a vlastního programu FOTEL (viz kapitola 2.3.8). KOREL obešel problémy spojené s blendováním čar, které musím řešit například uživatel programu SPEFO, neboť používá techniku rozmotávání (*disentangling*) spekter. Pozorované spektrum je vlastně závislost intenzity I na vlnové délce λ , kterou lze nahradit proměnnou $x = c \ln \lambda / \lambda_0$, kde λ_0 je zvolená referenční hodnota vlnové délky. Spektrum $I(x, t)$ pozorované v čase t je ale výsledkem složení světla n jednotlivých složek. Lze jej tedy vyjádřit jako součet konvolucí jednotlivých spekter ve tvaru

$$I(x, t) = \sum_{j=1}^n I_j(x) * \delta(x - v_j(t)), \quad (6.8)$$

kde v_j je radiální rychlost j -té složky systému a δ je Diracova delta funkce, pro niž platí $\delta(x - RV) = 0$ pro $x \neq RV$. Fourierovou transformací vztahu (6.8) dostaneme

$$\tilde{I}(y, t) = \sum_{j=1}^n \tilde{I}_j(y) e^{iyv_j(t)}. \quad (6.9)$$

Jako vzorové spektrum, vůči němuž se pozorovaná spektra porovnávají, se v praxi používá pozorované spektrum hvězdy blízkého spektrálního typu jako u slabšího průvodce ve dvojhvězdě nebo modelové teoretické spektrum. Zobecněním metody kroskorelace je její rozšíření na dvourozměrný problém, což umožňuje vzít jako vzorová spektra obou složek (Zucker & Mazeh, 1994; Zucker et al., 1995). Nicméně to znamená, že pro použití této metody je třeba dopředu znát spektrální typy složek dvojhvězdy. Hadrava (1997) svou metodu ještě zobecnil tím, že povolil změnu intenzity libovolného spektra. Snadno lze doložit na příkladech, že takový přístup odpovídá realitě. Pokud například zahrneme do řešení i telurické čáry, pak jejich intenzita se bude jistě měnit s časem a místem pozorování. U spekter zákrytových dvojhvězd pak samozřejmě dochází ke změně intenzity čar v průběhu zákrytů. Vztahy (6.8) a (6.9) pak lze přepsat do podoby

$$I(x, t) = \sum_{j=1}^n I_j(x) * \Delta_j(x, t, p), \quad (6.10)$$

$$\tilde{I}(y, t) = \sum_{j=1}^n \tilde{I}_j(y) \tilde{\Delta}_j(y, t, p), \quad (6.11)$$

kde Δ_j jsou obecné funkce, které zahrnují nejen Dopplerův posun, ale také rozšíření profilu čáry v čase t a $\tilde{\Delta}_j$ jsou jejich Fourierovské transformace. Tyto funkce závisí na souboru parametrů p , které charakterizují orbitální pohyb složek a fyzikální nebo

geometrické podmínky přispívající ke vzniku spekter. Vzájemným porovnáním všech spekter v různých fázích je program fituje jako superponovaná předem neznámá spektra jednotlivých složek. Metoda kroskorelace s užitím Fourierovy transformace umožňuje obecně řešit i změny profilu čar. Primárně měl KOREL zlepšit fitování spekter získaných v době částečného zatmění ve dvojhvězdách, ale umožňuje například dekompozici telurických čar či určení až 11 elementů zkoumané soustavy jako například orbitální periody P ve dnech, času průchodu periastrum, excentricity, délky periastra, poloamplitudy radiální rychlosti K , poměru hmotností složek q či změn těchto parametrů.

Program je napsán ve fortranu ve verzi pro prostředí Windows (respektive DOS) i Linux, nicméně dosovská verze má jistá omezení například v počtu zpracovávaných spekter, proto je vhodnější pracovat s linuxovou verzí, i přesto, že program pro přípravu dat PREKOR existuje pouze ve verzi pro DOS. Před započítáním vlastního výpočtu v KORELU, je třeba provést jisté přípravné práce:

1. Spektra, která jsme předtím rektifikovali a opravili o chyby a kosmiky v programu SPEFO, je třeba vyexportovat do formátu ascii.
2. Provedeme váhování spekter pomocí programů *sn2* a *snvahy* (Harmanec, 2006). *Sn2* spočte pro daný seznam spekter a zvolené rozmezí vlnových délek poměr signál/šum. V případě TW Dra jsme pro váhování volili úsek 661.5–662.0 nm, kde nejsou žádné spektrální čáry. Výstup pak poslouží jako vstup pro *snvahy*, který spočte přímo váhy pro jednotlivá spektra normované vzhledem ke střední hodnotě.
3. Pomocí programu PREKOR provedeme přípravu vstupních dat pro KOREL. S využitím výstupu z programu *snvahy*, který obsahuje seznam spekter i jejich váhy, vybereme ze spekter vhodné oblasti, kde jsou zastoupeny čáry obou složek pro rozmotávání.
4. Pokud jsme dříve neprovedli heliocentrické korekce spekter, je to možné provést až nyní pomocí PREKORu (viz Hadrava, 2004b).

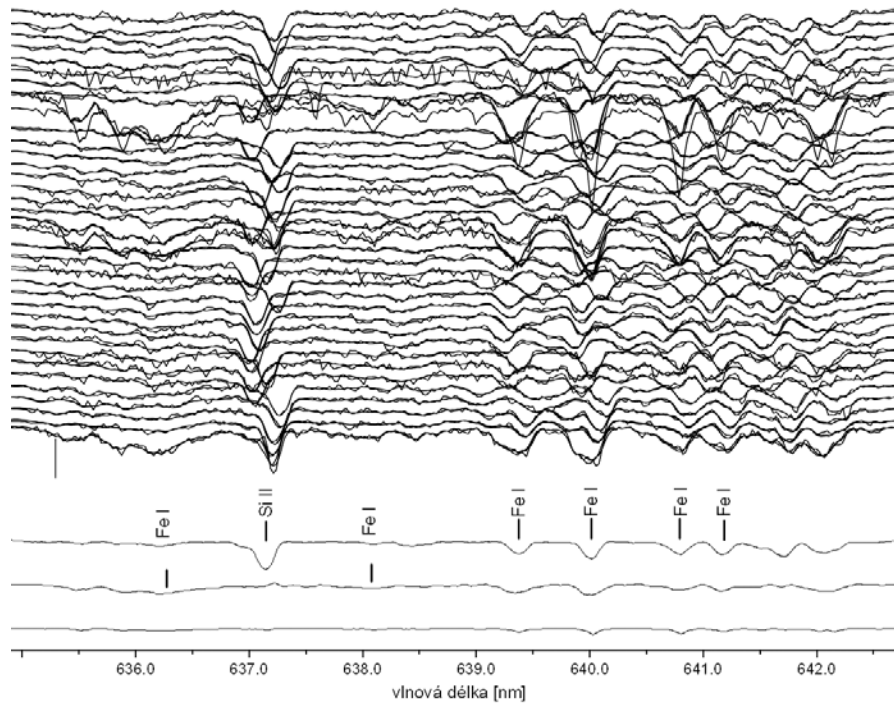
Dle doporučení autora programu byla nejdříve pomocí KORELU určena síla telurických čar ve spektru v úseku 646.5 – 651.0 nm, který obsahuje silné čáry vodních par. Získané síly čar pak byly zafixovány pro další řešení. Samotné rozmotávání bylo prováděno v několika oblastech samostatně a poté v pěti zvolených oblastech najednou. Oblasti (viz tab. 6.5) byly vybrány tak, aby obsahovaly čáry obou složek, v tabulce jsou však uvedeny jen významné, silné čáry. Při řešení byly zafixovány nejen síly telurických čar, ale také orbitální perioda $P = 2.80683211$ d. Při předběžných výpočtech se ukázalo, že excentricita je velmi blízká nule, proto byla i v souladu s výsledky jiných autorů zafixována $e = 0$. Výsledky pro dvě oblasti spekter ukazují obrázky 6.4 a 6.5.

Při zkusmých řešeních pomocí KORELU (za stejných předpokladů jako u ostatních úseků spektra) se ukázalo, že v oblasti čáry $H\alpha$ se ve spektru projevuje přítomnost materiálu pravděpodobně v podobě akrečního disku a profil čáry $H\alpha$ je deformován slabou emisí, což může vést k zavádějícím výsledkům. Proto nebyla oblast čáry $H\alpha$ zahrnuta do řešení. Pokusili jsme se tuto emisní složku pomocí KORELU nalézt a lépe definovat, a proto jsme v této oblasti spektra přidali do řešení další složku, která by měla excentrickou trajektorii v těsném sousedství primární komponenty a stejnou periodu oběhu jako je orbitální perioda primární složky. Tím vlastně simulujeme přítomnost útvaru podobného akrečnímu disku. Rozpletená spektra složek včetně akrečního disku, který přispívá do profilu čáry $H\alpha$ emisí ukazuje obrázek 6.6. Předběžně byl pro tento

Tabulka 6.5: Zvolené úseky spektra TW Dra pro disentangling.

| Číslo úseku | Úsek spektra [nm] | Šířka [km/s/bin] | Primár | | Sekundár | | Sup |
|-------------|-------------------|------------------|------------|----------------|----------|----------------|-----|
| | | | čára | vln.délka [nm] | čára | vln.délka [nm] | |
| 1 | 632.50-636.97 | 1.03 | Si II | 634.7109 | Ca I | 633.0850 | ano |
| | | | | | Fe I | 636.2338 | |
| 2 | 633.97-642.69 | 2.00 | Si II | 634.7109 | Fe I | 636.2338 | ne |
| | | | Si II | 637.1371 | Fe I | 638.0743 | |
| | | | Fe I | 639.3601 | Fe I | 641.4980 | |
| | | | Fe I | 640.0001 | | | |
| | | | Fe I | 640.8018 | | | |
| | | | Fe I | 641.1649 | | | |
| 3 | 634.90-642.76 | 1.80 | Si II | 637.1371 | Fe I | 636.2338 | ne |
| | | | Fe I | 639.3601 | Fe I | 638.0743 | |
| | | | Fe I | 640.0001 | Fe I | 641.4980 | |
| | | | Fe I | 640.8018 | | | |
| | | | Fe I | 641.1649 | | | |
| 4 | 636.85-641.35 | 1.03 | Si II | 637.1371 | Fe I | 638.0743 | ano |
| | | | Fe I | 639.3601 | | | |
| | | | Fe I | 640.0001 | | | |
| | | | Fe I | 640.8018 | | | |
| | | | Fe I | 641.1649 | | | |
| 5 | 641.50-646.03 | 1.03 | Ca I | 643.9075 | Ca I | 644.9808 | ne |
| | | | Fe II | 645.6383 | | | |
| 6 | 642.60-651.00 | * | Ca I | 643.9075 | Ca I | 644.9808 | ano |
| | | | Fe II | 645.6383 | V I | 647.1662 | |
| | | | Ca I | 646.2567 | Fe I | 649.4980 | |
| 7 | 646.50-651.07 | 1.03 | | | V I | 647.1662 | ne |
| | | | | | Fe I | 649.4980 | |
| 8 | 650.50-662.96 | 2.80 | H α | 656.2817 | Ti I | 662.5022 | ne |
| | | | Fe I | 659.2914 | | | |
| 9 | 661.40-666.07 | 1.03 | | | Ti I | 662.5022 | ne |
| | | | | | Fe II | 663.3750 | |
| | | | | | Si I | 664.3629 | |
| 10 | 664.00-669.69 | 1.03 | Fe I | 667.7987 | Si I | 664.3629 | ano |
| | | | He I | 667.8151 | Fe I | 666.3442 | |
| 11 | 665.50-670.20 | 1.03 | Fe I | 667.7987 | Fe I | 666.3442 | ano |
| | | | He I | 667.8151 | | | |
| 12 | 667.00-671.11 | 0.90 | Fe I | 667.7987 | | | |
| | | | He I | 667.8151 | | | |

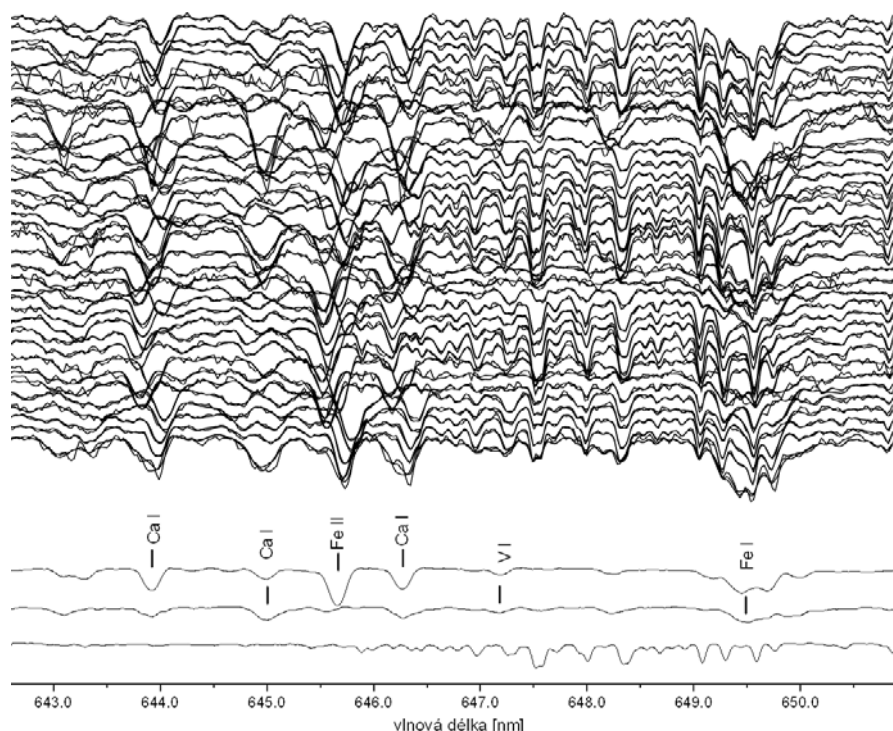
Poznámka k tabulce: Poslední sloupec udává, zda byl tento úsek zařazen do hromadného řešení pěti úseků najednou. Úsek 642.60 byl použit pro testování a vytvoření sítě modelů ve čtyřech rozlišeních 256, 512, 1024 a 2048, což odpovídá šířkám 15.3, 7.6, 3.8, 1.9 km/s/bin. Délky úseků 642.50 při různých rozlišeních se liší maximálně o 0.7 nm.



Obrázek 6.4: KOREL disentangling - oblast 634.9 nm. Ve spodní části obrázku jsou výsledná rozpletená spektra – primární složka, sekundární složka a zcela dole spektrum pozemské atmosféry s telurickými čarami.

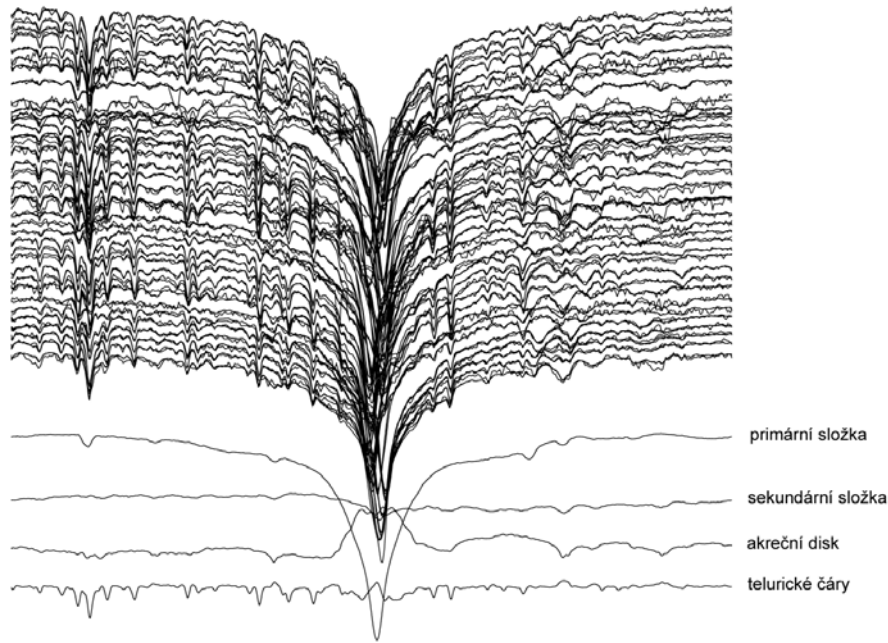
akreční útvar simulovaný jako další těleso v systému určen čas průchodu periastrum $JD=2\,453\,559.09432$, excentricita trajektorie 0.69 a délka periastra 103.8° .

Různí autoři doporučují pro určení radiálních rychlostí používat raději relativně slabých čar kovů než široké a silné čáry vodíku či hélia (například Andersen, 1991) a KOREL si se slabými čarami sekundární složky dokázal poradit. V tomto směru jde o velmi silný nástroj. Je však nutné podotknout, že současná verze KORELu nenabízí chyby určených elementů, a proto si o nepřesnostech můžeme udělat jen představu srovnáním výsledků z různých úseků spektra. Srovnáním s jinými metodami určení radiálních rychlostí, jako ruční měření pomocí programu SPEFO, či spíše s metodou kroskorelace v tomto případě provedenou pomocí programu dr. Zverka, dostáváme překvapivý rozdíl mezi výslednými poměry hmotností složek. Řešení v KORELu pro různé úseky spektra i pro společné řešení v pěti úsecích dává systematicky větší hodnoty radiálních rychlostí sekundární složky, z čehož následně vyplývá menší hodnota poměru q . Přestože detailní analýza této odchylky přesahuje rámec této práce, rozhodli jsme se prozkoumat, zda získané řešení je jednoznačně nejlepší nebo zda algoritmus našel v parametrickém prostoru řešení pouze lokální minimum. Abychom to rozhodli jednoznačně byl sestaven krátký skript, s jehož pomocí bylo možné vytvořit parametrický prostor řešení KORELu pro síť vstupních hodnot K_1 a q . Nejprve bylo využito úseku spektra 642.60 -



Obrázek 6.5: KOREL disentangling - oblast 642.6 nm.

650.995 nm s rozlišením 512 binů. Hodnoty K_1 byly měněny v rozmezí 61.0 až 66.8 s krokem 0.2 a hodnoty q v rozmezí 0.370 až 0.528 s krokem 0.002. Celkem bylo tedy získáno 2400 řešení. Z výsledku na obrázku 6.7 je zřejmé, že v parametrickém prostoru existují dvě výrazná lokální minima, z nichž jedno odpovídá hodnotám q určeným pomocí SPEFO a CCF a z publikace Popper (1989) $q = 0.465$ a druhé pak výsledkům z KORELu ($q = 0.408$). Pro vytvoření sítě bylo zvoleno nejprve nižší rozlišení pro úsporu strojového času. Rozlišení 512 navíc bylo standardním ve starších verzích KORELu. Vzhledem k tomu, že všechny předchozí výpočty byly prováděny v rozlišení 2048, provedli jsme výpočet sítě znovu pro všechna rozlišení - tedy 256, 512, 1024, 2048 binů. Byl použit stejný úsek spektra předzpracovaný vždy stejným způsobem. Nejprve byly zjištěny síly telurických čar a ty poté byly zafixovány. Pro výpočet sítě byly hodnoty K_1 měněny v rozmezí 60.0 až 66.0 s krokem 0.1 a hodnoty q od 0.380 do 0.500 s krokem 0.001, tedy pro každé rozlišení 7381 hodnot! Výsledky jsou ve stručnosti zobrazeny v grafické podobě na obrázku 6.8. Nejlepší řešení pro rozlišení 512 lze nalézt pro hodnoty K_1 kolem 65 km/s, zatímco ostatní rozlišení ukazují na nižší hodnoty $K_1 \approx 62$ km/s. Důvody odchylky pro rozlišení 512 nejsou zřejmé a zaslouží si pozornost v další práci. V hodnotách poměru hmot q je ve všech případech situace obdobná. Ukazuje se, že nejpravděpodobnější řešení lze nalézt pro hodnoty kolem $q \approx 0.39$ a $q \approx 0.46$. Všechna řešení byla normována dle krajních hodnot sítě a spojena do jednoho výsledného parametrického prostoru (viz obr. 6.9). V něm se nejlepší řešení ukazuje pro $K_1 = 61.5$ km/s a $q = 0.394$. Tyto hodnoty pak byly vzaty jako výchozí pro další iterace řešení. Výsledné orbitální elementy určené KORELem pro všechny řešené oblasti jsou uvedeny v tabulce 6.6. Ze všech hodnot v tabulce bylo určena střední hodnota 0.405(3), která

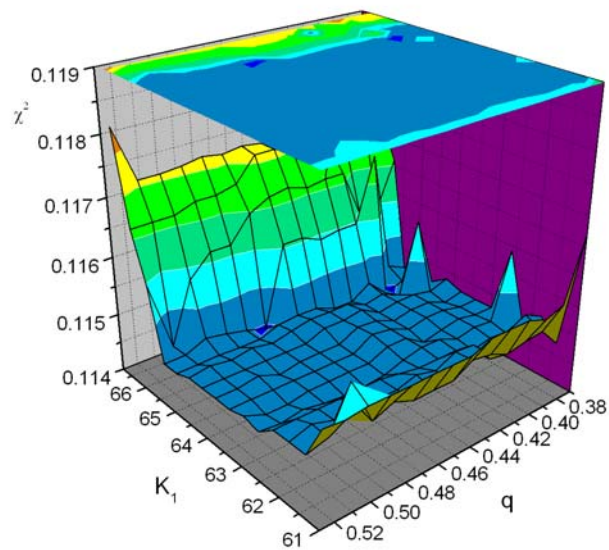


Obrázek 6.6: KOREL disentangling - oblast $H\alpha$.

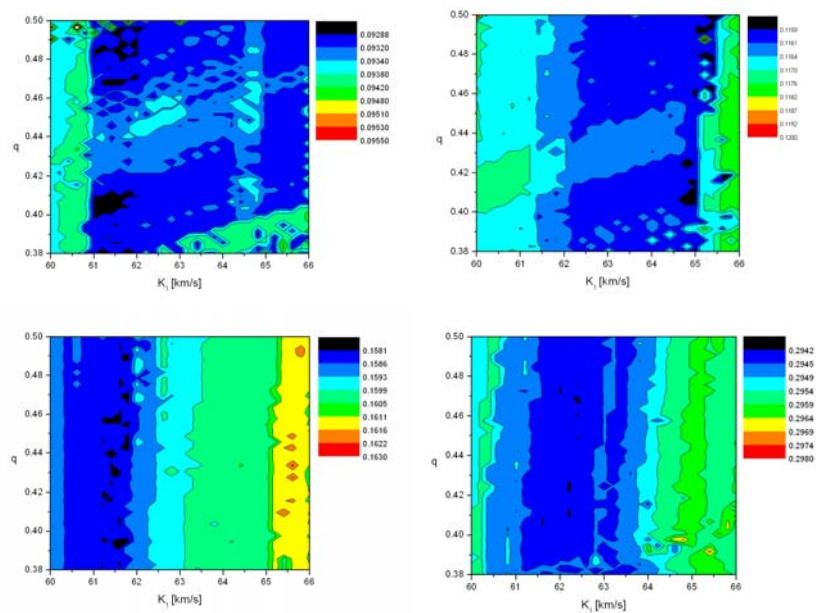
Tabulka 6.6: Řešení KORELu pro vybrané úseky spektra a společné řešení pro všech pět úseků. Časy jsou udány v modifikovaném juliánském datování HJD-2400000. Perioda byla zafixována $P = 2.80683211$ dne. Všechny hodnoty v tabulce byly získány při výpočtech s rozlišením 2048. Čísla úseků odpovídají číslům z tabulky 6.5.

| Region | $T_{periastr.}$ | K_1 | K_2 | q | χ^2 |
|---------|-----------------|-------|-------|-------|----------|
| 1 | 53558.9323 | 64.1 | 160.7 | 0.399 | 0.1996 |
| 2 | 53558.9342 | 62.7 | 155.4 | 0.403 | 0.1865 |
| 3 | 53558.9347 | 62.3 | 158.5 | 0.393 | 0.1771 |
| 4 | 53558.9335 | 63.1 | 160.6 | 0.393 | 0.1987 |
| 5 | 53558.9374 | 63.9 | 151.8 | 0.421 | 0.2212 |
| 6 | 53558.9239 | 62.6 | 154.7 | 0.405 | 0.2191 |
| 7 | 53558.9207 | 62.8 | 158.5 | 0.396 | 0.2009 |
| 9 | 53558.9157 | 63.5 | 156.1 | 0.407 | 0.1663 |
| 10 | 53558.9285 | 63.7 | 154.2 | 0.413 | 0.1747 |
| 11 | 53558.9212 | 63.3 | 157.1 | 0.403 | 0.1723 |
| 12 | 53558.9258 | 66.2 | 157.6 | 0.420 | 0.1555 |
| 5 úseků | 53558.9219 | 62.7 | 153.7 | 0.408 | 0.2168 |

posloužila jako vstupní při řešeních ve FOTELu a PHOEBE. Výsledné radiální rychlosti pro obě složky získané rozmotáním spekter jsou pak uvedeny v tabulce 6.7. Jedná se o zprůměrované hodnoty získané simultánním řešením 5 úseků spekter. Obrázek 6.10 pak ukazuje hodnoty radiálních rychlostí určené různými metodami včetně publikovaných radiálních rychlostí pro obě složky z práce Popper (1989).



Obrázek 6.7: Simulace pro různé vstupní hodnoty q a K_1 KORELu, rozlišení 512 binů, úsek spektra 642.6–651.0 nm.

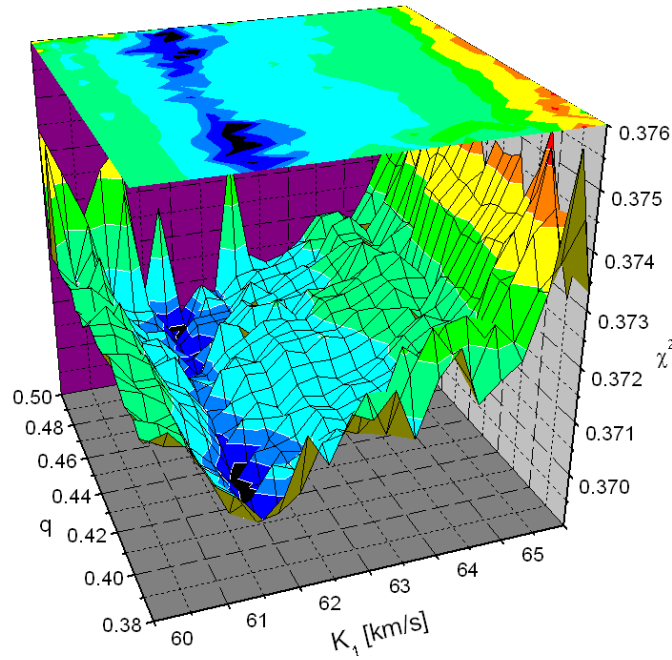


Obrázek 6.8: Simulace pro různé vstupní hodnoty q a K_1 KORELu, 4 různá rozlišení – 256 (vlevo nahoře), 512 (vpravo nahoře), 1024 (vlevo dole) a 2048 binů (vpravo dole), vše pro úsek spektra 642.6–651.0 nm.

Tabulka 6.7: Radiální rychlosti určené KORELem

| JD_{hel} | RV_1 [km/s] | $(O - C)_1$ [km/s] | RV_2 [km/s] | $(O - C)_2$ [km/s] | fáze |
|------------|------------------|-----------------------|------------------|-----------------------|--------|
| 53111.512 | 34.30 | -0.77 | -91.16 | 0.58 | 0.6008 |
| 53145.364 | 53.43 | 2.21 | -130.89 | 0.73 | 0.6615 |
| 53153.357 | 2.52 | 1.16 | -10.87 | -1.42 | 0.5093 |
| 53254.368 | -12.15 | -8.45 | 13.54 | 11.14 | 0.4969 |
| 53454.415 | 62.71 | 2.36 | -149.16 | 5.58 | 0.7681 |
| 53459.429 | 27.24 | 8.59 | -52.91 | -0.44 | 0.5547 |
| 53460.353 | 38.65 | -1.57 | -96.24 | 9.11 | 0.8837 |
| 53461.508 | -58.64 | 3.60 | 141.74 | -4.12 | 0.2951 |
| 53463.444 | -8.98 | -13.42 | -16.91 | 0.70 | 0.9850 |
| 53463.491 | -2.16 | -0.02 | -0.12 | 1.35 | 0.0016 |
| 53464.460 | -55.93 | -2.31 | 131.61 | 6.87 | 0.3470 |
| 53465.514 | 59.16 | -0.54 | -150.68 | 2.42 | 0.7224 |
| 53504.416 | 27.22 | -1.41 | -80.84 | -4.08 | 0.5823 |
| 53510.432 | 57.57 | -2.40 | -148.42 | 5.13 | 0.7255 |
| 53511.403 | -28.28 | 0.39 | 56.26 | -7.51 | 0.0713 |
| 53516.539 | 36.39 | 1.46 | -92.30 | -0.18 | 0.9012 |
| 53538.380 | 56.14 | 1.03 | -140.36 | 1.11 | 0.6826 |
| 53542.489 | -52.61 | -1.16 | 114.32 | -5.49 | 0.1468 |
| 53550.413 | 18.45 | 7.95 | -34.11 | -2.08 | 0.9696 |
| 53550.435 | 6.88 | -0.58 | -20.19 | 4.38 | 0.9777 |
| 53619.317 | 7.55 | 2.46 | -32.40 | -14.18 | 0.5184 |
| 53764.640 | -54.38 | 7.34 | 151.58 | 4.44 | 0.2932 |
| 53764.677 | -57.15 | 3.01 | 146.15 | 2.82 | 0.3062 |
| 53765.608 | 46.31 | 0.05 | -118.64 | -1.04 | 0.6381 |
| 53846.323 | -42.43 | -2.63 | 98.12 | 3.63 | 0.3948 |
| 53860.357 | -39.95 | -0.20 | 99.85 | 5.26 | 0.3944 |
| 53991.387 | -31.32 | -2.31 | 72.34 | 2.09 | 0.0772 |
| 54000.401 | -64.76 | -3.59 | 150.17 | 0.94 | 0.2885 |
| 54017.327 | -57.87 | -0.64 | 139.78 | -0.08 | 0.3187 |
| 54026.326 | 11.85 | 2.65 | -34.48 | -11.57 | 0.5250 |
| 54115.619 | -52.14 | 1.20 | 132.32 | 0.47 | 0.3378 |
| 54191.499 | -39.19 | 5.71 | 121.48 | 9.14 | 0.3718 |
| 54192.445 | 57.79 | -3.32 | -147.97 | -0.41 | 0.7086 |
| 54192.491 | 60.83 | -1.65 | -149.92 | 1.02 | 0.7251 |
| 54203.356 | 37.64 | 1.77 | -91.17 | -5.65 | 0.5961 |
| 54217.337 | 30.18 | 0.66 | -77.11 | -7.36 | 0.5772 |
| 54218.430 | 19.32 | 4.99 | -34.95 | -2.47 | 0.9666 |

Poznámka k tabulce: Fáze byla spočtena s použitím světelných elementů $HJD\ 2453558.91888 + 2.80683211 \cdot E$.



Obrázek 6.9: Složená výsledná simulace ze sítí s různým rozlišením pro různé vstupní hodnoty q a K_1 KORELu, úsek spektra 642.6–651.0 nm.

Aby bylo možné rozpletená spektra složek přímo porovnávat s teoretickými profily spektrálních čar vypočtenými z modelů hvězdných atmosfér je nutné rektifikovat získaná spektra složek vzhledem k jejich vlastním kontinuím C_j . KOREL totiž využívá pro dekompozici jen části celého spektra $x \in (x_1, x_2)$, které je rektifikováno vzhledem k lokálnímu kontinuu. Pro tyto intervaly se pak střední intenzita

$$\tilde{I}_j(0) \equiv \langle I_j \rangle \equiv \int_{x_1}^{x_2} I_j(x) \frac{dx}{x_2 - x_1} \quad (6.12)$$

obecně liší od individuálních kontinuí C_j . Tento rozdíl může být odstraněn další rektifikací dekomponovaných spekter, ale za užití doplňujících informací. Protože se předpokládá, že vstupní spektra pro KOREL jsou rektifikována vzhledem k celkovému kontinuu

$$C \equiv \sum_{j=1}^n C_j = 1, \quad (6.13)$$

je výstup posunutý právě o hodnotu $C = 1$

$$I'_j(x) = I_j(x) - \langle I_j \rangle + 1. \quad (6.14)$$

Pro požadovanou rektifikaci vzhledem k neznámým individuálním kontinuím je zapotřebí najít funkce $I_j(x)/C_j$. Na výstupu z KORELu dostaneme celkovou střední intenzitu

$$\langle I \rangle = \sum_{j=1}^n \langle I_j \rangle. \quad (6.15)$$

Poměry svítivostí složek v různých barvách dostaneme z širokopásmové fotometrie

$$L_j = \int I_j(x) \Phi(x) dx, \quad (6.16)$$

ale ani tak nezískáme přímo poměr $\langle I_j \rangle$, protože L_j se integruje přes širokou oblast s rozdílnou citlivostí $\Phi(x)$ v závislosti na vlnové délce. Nicméně pro rozplétání spekter si zpravidla vybíráme úzké oblasti silných (většinou absorpčních) čar, kde střední intenzita bude významně menší než kontinuum, zatímco fotometrická svítivost může dosahovat hodnoty kontinua

$$\langle I_j \rangle < C_j, L_j \leq C_j. \quad (6.17)$$

Z výstupních dekomponovaných spekter je možné určit posuny středních intenzit pro složky

$$\Delta_j \equiv C_j - \langle I_j \rangle = [I_j'(x) - 1]_{x \in kont.} \cdot \quad (6.18)$$

Těchto n hodnot lze získat z okrajových podmínek vyplývajících ze vztahů (6.13) a (6.15)

$$\sum_{j=1}^n \Delta_j = 1 - \langle I \rangle, \quad (6.19)$$

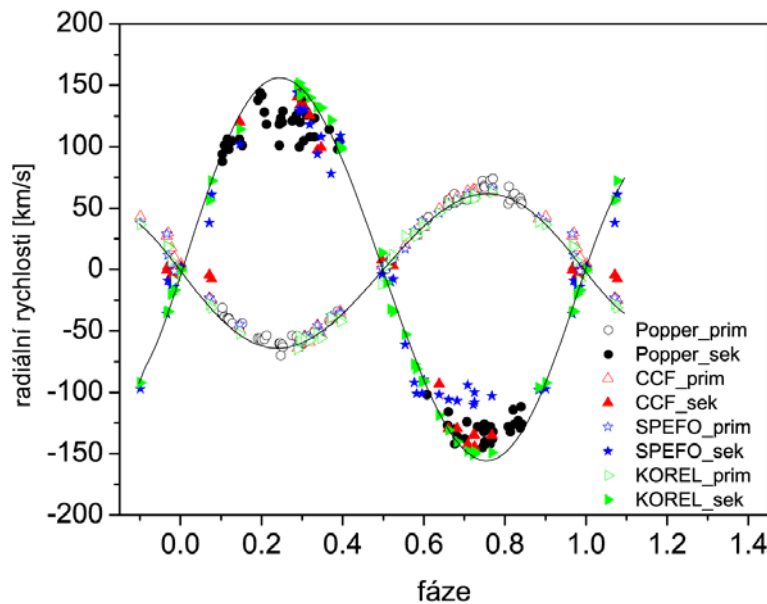
kde pravou stranu získáme přímo z výstupu KORELU. Pak už je možné rektifikovat dekomponovaná spektra dle vztahu

$$\frac{I_j(x)}{C_j} = 1 + \frac{I_j'(x) - 1 - \Delta_j}{C_j}. \quad (6.20)$$

Výše uvedený postup byl naprogramován autorem KORELU jako jeden z doplňkových nástrojů pod názvem KORNO. Verze na www stránkách autora však umožňuje pracovat jen se spektry v rozlišení 512 binů. Zpracování s větším rozlišením vyžaduje úpravu tohoto programu za pomoci komerční verze MS-fortranu nebo je lze provést pomocí rutin KOS2K (Harmanec, 2006). Po provedeném normování lze přímo srovnávat rozpletená spektra se syntetickými spektry a také určovat z přímého měření profilu "korelovské" čáry celkovou rychlost celé soustavy, neboť KOREL γ rychlost určovat neumí. Použili jsme syntetická spektra z programu SYNSPEC ve srovnání se spektry 5 úseků ze simultánního řešení – celkem 10 měření pro primární a 11 pro sekundární složku. V obou případech byla vypuštěna trojice nejvíce odlišných měření. Výsledné rychlosti systému pak jsou pro primární složku $\gamma_1 = -2.8 \pm 1.6$ km/s, respektive pro sekundární složku $\gamma_2 = -2.5 \pm 1.0$ km/s. Celková systematická rychlost TW Dra je tedy $\gamma = -2.6 \pm 1.9$ km/s.

6.4 Řešení křivky radiálních rychlostí ve FOTELu

FOTEL dokáže řešit samostatně světelné křivky i křivky radiálních rychlostí. Toho jsme využili a provedli výpočet parametrů soustavy ze všech dostupných křivek radiálních rychlostí. Z literatury byly přepsány publikované hodnoty radiálních rychlostí z prací Plaskett (1919a); Smith (1949); Popper (1989). K nim byly zařazeny i radiální rychlosti



Obrázek 6.10: Radiální rychlosti určené v této práci různými metodami ve srovnání s hodnotami z Popper (1989).

zjištěné v rámci této práce třemi různými metodami - ručním měřením v programu SPEFO, pomocí kroskorelace programem dr. Zverka (s dvěma různými srovnávacími spektry pro sekundární složku) a rozmotáním spekter v KORELU. Vypočtené hodnoty udává tabulka 6.8. Hodnoty q z dat z programu SPEFO je třeba brát s rezervou, jak již bylo uvedeno výše. Nicméně i tak, spolu s výsledky z CCF metody jsou data v souladu s některými dříve publikovanými hodnotami q (viz tabulka 6.9). Dosud nejlepší sérii spekter TW Dra pořídili v Tautenburgu a tomu také odpovídá nejpřesnější určení poměru hmot $q = 0.3965$ (Mkrtychian & Lehmann, 2007). Této hodnotě dobře odpovídají naše výsledky z KORELU, které jsou také z použitých tří přístupů nejpřesnější. Pro tvorbu modelu budeme jako výchozí hodnotu pro poměr hmotností složek brát $q = 0.405$.

6.5 ADS 9706B

Složka B vizuální dvojhvězdy ADS 9706 je od TW Dra jako složky A vzdálena jen přibližně $3''$. Z toho důvodu je v naprosté většině fotometrických měření měřen společný signál od obou složek. Samotná složka B byla dle údajů z WDS⁶ měřena jen několikrát. Nejpřesnější fotometrická měření pocházejí z družice Hipparcos, a to pro složku A $H_p = 7.517 \pm 0.006$ mag a složku B $H_p = 9.887 \pm 0.047$ mag. Během spektroskopických měření se podařilo získat dvě spektra oblasti $H\alpha$ samotného slabého průvodce (viz obr. 6.11). Jedno echelle spektrum průvodce laskavě poskytl také Lehmann (2007) z Tautenburgu (viz obr. 6.13). Pro určení spektrálního typu byly změřeny ekvivalentní šířky vybraných spektrálních čar (viz Jaschek & Jaschek, 1990). Poté byla programem SYN-

⁶The Washington Double Star Catalog ve správě U.S. Naval Observatory, <http://ad.usno.navy.mil/wds/>

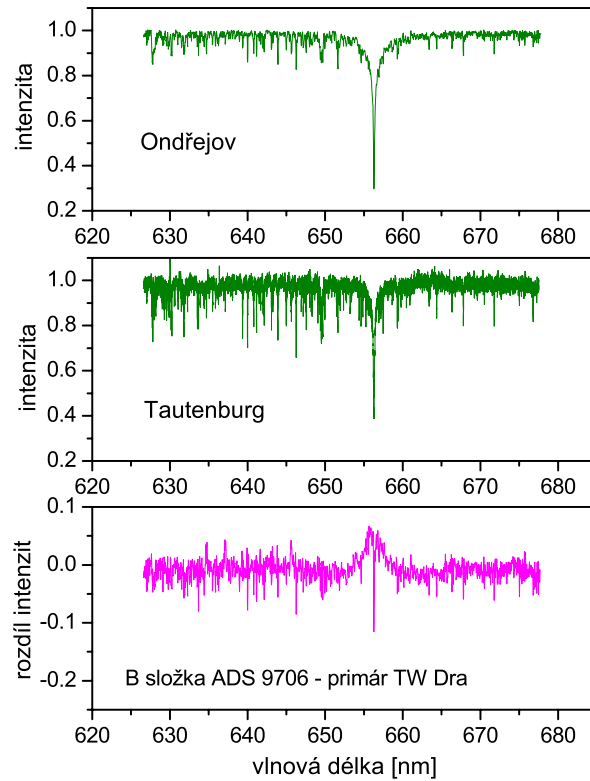
Tabulka 6.8: Přehled řešení křivek radiálních rychlostí pomocí programu FOTEL.

| Zdroj RV | P [dny] | T_0 (JD-2400000) | K_1 [km/s] | q | $\overline{(O-C)}_{sum}$ | $\overline{(O-C)}_{1,2}$ |
|-----------|------------|--------------------|--------------|-----------|--------------------------|--------------------------|
| Plaskett | 2.80654 | 22139.605(14) | 65.1(16) | | 4.4 | |
| Smith | 2.806 | 32341.891(17) | 62.9(21) | | 11.3 | |
| Popper | 2.80686656 | 42258.483(9) | 63.0(6) | 0.465(7) | 8.5 | 3.9/11.5 |
| Popper bv | 2.80686656 | 42258.501(8) | 63.3(6) | | 1.8 | |
| (SPEFO) | 2.80683211 | 53558.916(12) | 60.9(10) | 0.474(18) | 12.4 | 3.9/17.2 |
| (CCF) | 2.80683211 | 53558.938(16) | 62.7(9) | 0.468(23) | 14.5 | 3.7/22.1 |
| (CCF2) | 2.80683211 | 53558.938(8) | 62.6(12) | 0.441(13) | 7.9 | 4.9/11.2 |
| (KOREL) | 2.80683211 | 53558.9219(15) | 62.7(6) | 0.405(3) | 5.2 | 5.1/5.3 |

Poznámka k tabulce: Zdroje radiálních rychlostí uvedené v prvním sloupci v závorkách jsou z této práce. Druhý sloupec udává periodu, třetí čas průchodu periastrum, čtvrtý poloamplitudu radiální rychlosti primární složky, pátý poměr hmotností složek dvojhvězdy a šestý celkovou střední hodnotu O–C. Poslední sloupec udává poměr středních hodnot O–C pro primární a sekundární složku. Čísla v závorkách udávají nejistoty určení dané hodnoty.

Tabulka 6.9: Vývoj hodnot poměru hmotností q

| Rok | q | Metoda | Zdroj |
|------|--------|--|-----------------------------|
| 1919 | 0.37 | spektroskopie, model | Plaskett (1919a,b, 1920) |
| 1934 | 0.37 | | Holmberg (1934) |
| 1937 | 0.28 | spektroskopie, odhad ze spektra v době minima | Pearce (1937) |
| 1956 | 0.43 | | Kopal & Shapley (1956) |
| 1974 | 0.418 | | Giannone & Giannuzzi (1974) |
| 1989 | 0.429 | | Al-Naimiy et al. (1989) |
| 1989 | 0.465 | spektroskopie | Popper (1989) |
| 1994 | 0.47 | spektroskopie | Richards & Albright (1994) |
| 2007 | 0.474 | spektroskopie, SPEFO | tato práce |
| 2007 | 0.468 | spektroskopie, CCF | tato práce |
| 2007 | 0.441 | spektroskopie, CCF (2. synt. spektrum) | tato práce |
| 2007 | 0.405 | spektroskopie, disentangling (KOREL) | tato práce |
| 2007 | 0.3965 | spektroskopie, gausovské fitování vybraných čar | Mkrtichian & Lehmann (2007) |

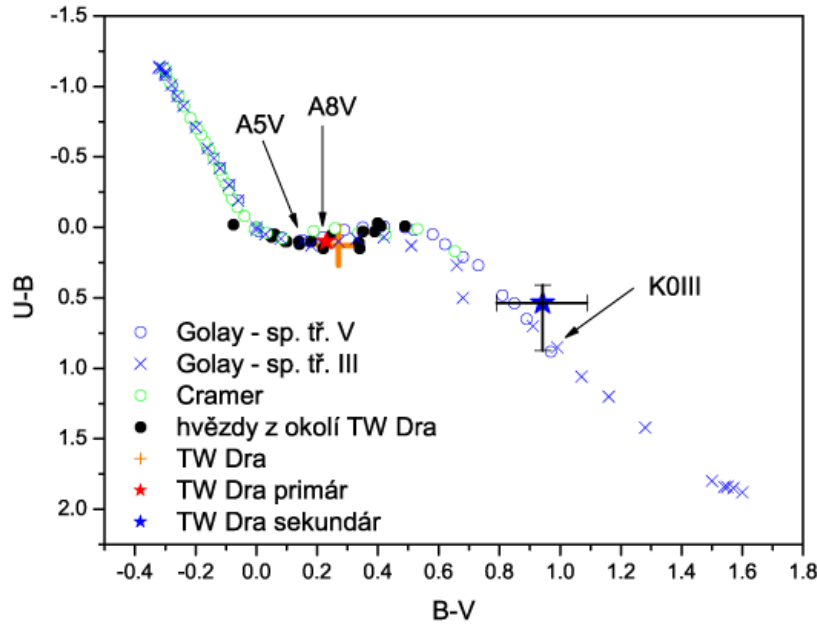


Obrázek 6.11: Spektrum složky B vizuální dvojhvězdy ADS 9706 pořízené na 2m dalekohledech v Ondřejově a v Tautenburgu. Prostřední obrázek ukazuje jen výřez z celého spektra ve stejném rozsahu vlnových délek jako spektrum z Ondřejova. Na dolním obrázku je rozdílové spektrum složek vizuální dvojhvězdy ($B-A = B - TW\text{ Dra}$) Odečítané spektrum TW Dra (viz obr. 6.1) je z fáze 0.509, kde je dominantní spektrum primární složky.

SPEC (Hubený & Lanz, 2000) spočtena řada syntetických spekter (Krtička, 2007). Srovnáním s reálným spektrem pak byl odhadnut spektrální typ vizuálního průvodce na F5V až G0V. Pro hvězdu těchto mezních spektrálních typů lze najít (například v Cox et al., 1999) odpovídající absolutní hvězdnou velikost $M_V = +3.5$ mag a barevné indexy $B - V = +0.44$ mag, $U - B = -0.02$ mag, $V - R = +0.40$ mag, $R - I = +0.24$ mag, respektive $M_V = +4.4$ mag a $B - V = +0.58$ mag, $U - B = +0.06$ mag, $V - R = +0.50$ mag, $R - I = +0.31$ mag. Nyní lze s využitím transformačního vztahu (Harmanec, 1998) převést výše uvedené hvězdné velikosti H_p na hvězdnou velikost V_J v Johnsonově systému

$$V_J = H_p - 0.2964(B - V) + 0.0050(U - B) + 0.1110(B - V)^2 + 0.0157(B - V)^3 + 0.0072. \quad (6.21)$$

Přepočtená hvězdná velikost složky B pak je $V_J = 9.79$ mag pro hvězdu F5V a $V_J = 9.76$ mag pro G0V. Pro další zpracování jsme se přiklonili k spektrálnímu typu G0V a příspěvek složky B byl odečten ze všech hvarských fotometrických měření. Důsledkem je mimo jiné výrazné prohloubení minim jasnosti zejména v krátkých vlnových délkách (viz tab. 5.4). Budeme-li předpokládat stejnou vzdálenost složky B jako soustavy dvojice



Obrázek 6.12: Dvoubarevný diagram pro hvězdy spektrálního typu A, F z těsného okolí TW Dra.

TW Dra, pak lze při zanedbání mezihvězdné extinkce přepočítat výše uvedené absolutní hvězdné velikosti na hvězdné velikosti odpovídající vzdálenosti $r = 122$ pc vztahem $m - M = 5 \log r - 5$. Vliv složky B poté odečteme pomocí Pogsonovy rovnice

$$m_{TW,i} = -2.5 \log [10^{-0.4m_{sum,i}} - 10^{-0.4m_{B,i}}] \quad (6.22)$$

kde $m_{B,i}$ je hvězdná velikost složky B v i -tém filtru, $m_{sum,i}$ měřená hvězdná velikost zahrnující TW Dra i složku B a $m_{TW,i}$ hvězdná velikost pouze TW Dra v i -tém filtru.

Chambliss (1992) udává, že složka B vizuální dvojhvězdy je s velkou pravděpodobností i fyzickou složkou systému. Pokud bychom zpřesnili určení spektrálního typu složky B, je možné z výpočtu vzdálenosti potvrdit nebo vyloučit, zda jde o fyzického člena vícenásobného systému. K tomu je nutné i zvážit vliv mezihvězdného zčervenání. Nicméně TW Dra se nachází ve vysoké galaktické šířce (45°) a navíc v relativně malé vzdálenosti $d = 122 \pm 15$ pc Perryman et al. (1997), takže lze očekávat, že případné mezihvězdné zčervenání bude velmi malé. Abychom si to ověřili, byl sestaven dvoubarevný diagram pro hvězdy spektrálních typů A a F do 10 mag, které se nacházejí na hvězdné obloze do vzdálenosti 5° v okolí TW Dra (viz obr. 6.12). Barevné indexy těchto hvězd (viz tab. 9.3) byly získány z fotometrické databáze GCPD (Mermilliod et al., 2007). V diagramu jsou zobrazeny i teoretické hodnoty pro hvězdy hlavní posloupnosti převzaté z prací Golay (1974) a Cramer (1984) (viz tab. 9.4) a také pozice TW Dra. K tomu byla využita měření z observatoře na Hvaru převedená do standardního mezinárodního systému UBV . Hvězdná velikost sekundární složky a příslušné barevné indexy odpovídají hvězdné velikosti soustavy v době totální fáze primárního minima (viz tab. 6.10). V květnu 2005 byla změřena v maximu jasnosti TW Dra hvězdná velikost celé soustavy, tedy zákrytové dvojhvězdy TW Dra včetně složky B vizuální dvojhvězdy uvedená v prvním řádku tabulky 6.10. S využitím Pogsonovy rovnice pak lze získat

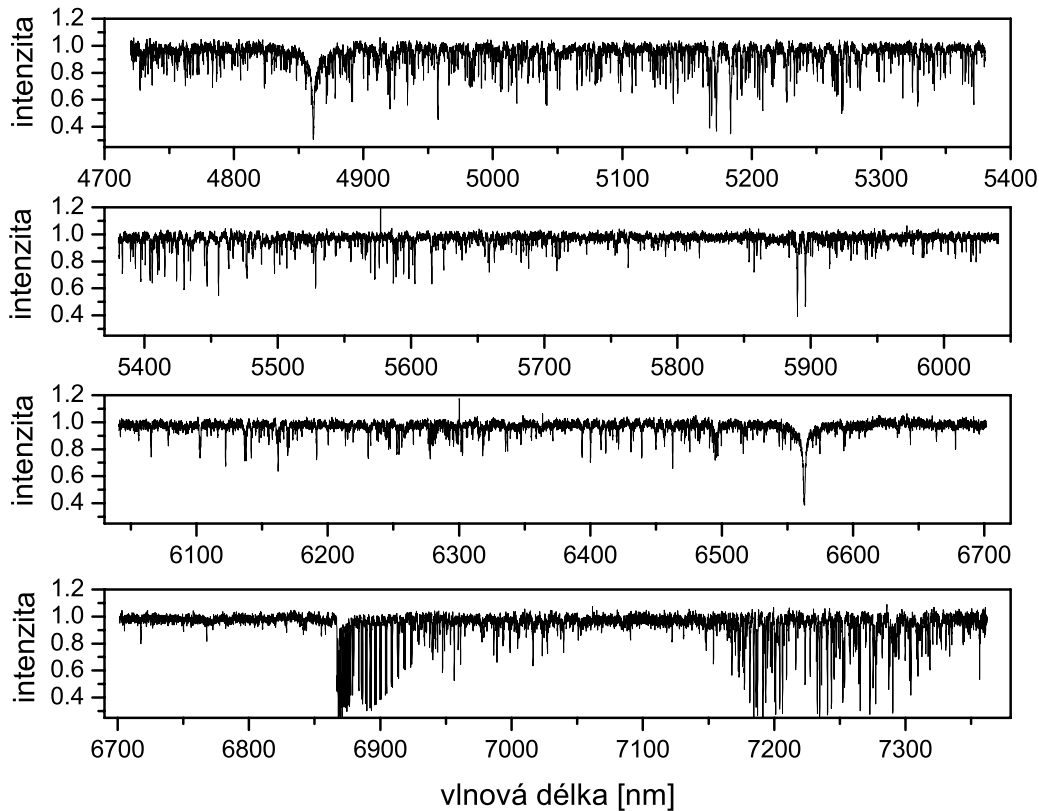
Tabulka 6.10: Hvězdné velikosti a barevné indexy v soustavě vizuální dvojhvězdy ADS 9706. Složkou A je TW Dra, kde primární složka je označena Aa a sekundární Ab.

| | složky systému | U [mag] | B [mag] | V [mag] | $(B - V)$ [mag] | $(U - B)$ [mag] |
|-------------------------------------|-------------------|--------------|--------------|--------------|--------------------|--------------------|
| pozorování (maximum (minimum I)) | A+B | 7.74 | 7.62 | 7.32 | 0.30 | 0.12 |
| | Ab+B | 10.10 | 9.87 | 9.15 | 0.72 | 0.23 |
| vypočtené | Aa | 7.87 | 7.77 | 7.54 | 0.23 | 0.10 |
| | B | 10.40 | 10.34 | 9.76 | 0.06 | 0.68 |
| opravené | Aa+Ab | 7.84 | 7.71 | 7.44 | 0.13 | 0.27 |
| | Aa | 7.87 | 7.77 | 7.54 | 0.22 | 0.11 |
| | Ab | 11.64 | 11.01 | 10.06 | 0.94 | 0.64 |
| modely | Aa (A8V) | | | | 0.22 | 0.07 |
| | Aa (A5V) | | | | 0.15 | 0.09 |
| | Ab (K0III) | | | | 0.99 | 0.85 |
| | Ab (K2III) | | | | 1.16 | 1.16 |
| | Ab (K2V) | | | | 0.91 | 0.64 |

hvězdné velikosti primární složky (viz 3. řádek tabulky 6.10). Tyto hvězdné velikosti ale už neobsahují příspěvek složky B. S využitím Pogsonovy rovnice odečteme vliv složky B a dostaneme opravené hodnoty hvězdných velikostí a barevných indexů, které jsou v tabulce 6.10 uvedeny v části "opravené". Barevné indexy odpovídající spektrálním typům složek TW Dra dle Cox et al. (1999) jsou uvedeny v tab. 6.10 na posledních řádcích.

Rozdíl mezi hodnotou barevných indexů tabelovanou a zjištěnou je pro primární složku (Aa) velmi malý. Pro spektrální typ A8V (Renson, 1995) hvězdy Aa je $(B - V)$ index stejný a $(U - B)$ se liší o 0.04 mag, zatímco pro typ A5V je to $\Delta(B - V) = -0.07$ mag a $\Delta(U - B) = -0.02$ mag. Pro sekundární složku (Ab) je tento rozdíl podstatně větší: pro spektrální typ K0 (Renson, 1995) třídu obrů je $\Delta(B - V) = 0.05$ mag, $\Delta(U - B) = 0.21$ mag, respektive pro typ K2 (Wyse, 1934; Yoon et al., 1994) třídu III $\Delta(B - V) = 0.22$ mag, $\Delta(U - B) = 0.52$ mag. Nicméně fotometricky složka Ab odpovídá spíše hvězdě hlavní posloupnosti K2, kde jsou pak rozdíly barevných indexů $\Delta(B - V) = -0.03$ mag, $\Delta(U - B) = 0.00$ mag. Je třeba připomenout, že původní měření hvězdné velikosti družice Hipparcos pro složku B jsou $H_p = 9.887 \pm 0.047$ mag. Vezmeme-li v úvahu uváděnou chybu měření, pak barevné indexy pro sekundární složku TW Dra mohou po opravě nabývat hodnot $(B - V)$ v rozmezí 0.791 mag až 1.088 mag a $(U - B)$ od 0.408 mag do 0.875 mag. Je však otázkou, zda jasnost TW Dra v době totálního zákrytu opravdu reprezentuje pouze sekundární složku, jak jsme předpokládali. Předběžné modely i předchozí publikace totiž ukazují přítomnost třetího světla v soustavě způsobeného zřejmě akrečním diskem kolem primární složky nebo plynným proudem mezi složkami. Vzhledem k poměru velikostí složek a sklonu trajektorie může být disk částečně viditelný i v době totálního zákrytu primární složky. V soustavě je zcela dominantní primární složka a výsledky pro ni (viz obr. 6.12) zanedbání mezihvězdné extinkce ospravedlňují.

Pokud uvažujeme spektrální typ ADS 9706B G0V, pak při zanedbání mezihvězdné



Obrázek 6.13: Echelle spektrum složky B vizuální dvojhvězdy ADS 9706 pořízené na 2m dalekohledu v Tautenburgu.

extinkce dostaneme pro tuto hvězdu vzdálenost 118 pc, což by vzhledem k nejistotě určení vzdálenosti z Hipparca ± 15 pc znamenalo, že složka B opravdu velmi pravděpodobně je dalším fyzickým členem vícenásobného systému s TW Dra. Jednalo by se tedy o čtvernou soustavu v konfiguraci $((1+1)+1)+1$. V každém případě k definitivnímu rozřešení budou zapotřebí přesná spektroskopická pozorování, která umožní jednoznačnou identifikaci spektrálního typu složky B. Nicméně naše prvotní předpoklady o mezihvězdné extinkci a vzdálenosti ADS9706B použité při odečtení jejího vlivu ze světelné křivky TW Dra se ukázaly jako oprávněné.

Od roku 1843 bylo také získáno více než tři desítky astrometrických měření (viz tab. 6.11), nicméně žádná výrazná změna pozičního úhlu a vzdálenosti nebyla zaznamenána.

Tabulka 6.11: Astrometrická pozorování převzatá z WDS (Mason, 2007)

| Datum pozorování | Poziční úhel [°] | Úhlová vzdálenost [mas] | Hv.vel. A [mag] | Hv. vel. B [mag] | No. | Reference | Apertura [cm] | Metoda |
|------------------|------------------|-------------------------|-----------------|------------------|-----|-----------|---------------|--------|
| 1843.65 | 21.0 | 3.31 | | | 2 | Mad1844 | 25 | A |
| 1848.34 | 20.1 | 3.28 | | | 3 | Stt1878 | 38 | A |
| 1852.75 | 22.0 | 3.44 | | | 3 | Mad1856 | 25 | A |
| 1868.02 | 23.8 | 3.20 | 7.6 | 9.1 | 4 | D 1883 | 18 | A |
| 1883.66 | 23.6 | 3.58 | 7.5 | 9.7 | 6 | Eng1885b | 20 | A |
| 1890.53 | 23.1 | 3.21 | | | 1 | StH1901 | 76 | A |
| 1896.51 | 23.0 | 3.57 | | | 1 | Hu 1897 | 30 | A |
| 1896.513 | 23.0 | 3.57 | | | 1 | Hu 1901a | 30 | A |
| 1897.521 | 20.5 | 3.53 | 7.8 | 8.4 | 1 | Brs1911 | 66 | A |
| 1898.450 | 20.7 | 3.29 | | | 1 | Hu 1901a | 91 | A |
| 1898.492 | 23.1 | 3.37 | | | 2 | Hu 1901a | 30 | A |
| 1900.587 | 25.0 | 3.21 | | | 2 | Bog1911 | 30 | A |
| 1901.166 | 19.1 | 3.30 | | | 3 | Doo1905 | 46 | A |
| 1901.40 | 28.5 | 2.636 | | | 2 | WFD1909 | 20 | M |
| 1903.40 | 23.5 | 3.34 | | | 3 | Dob1927 | 36 | A |
| 1909.44 | 23.0 | 3.59 | | | 2 | Sto1910 | 38 | A |
| 1911.59 | 23.9 | 3.68 | | | 1 | Sto1921 | 38 | A |
| 1919.44 | 23.1 | 3.58 | | | 1 | Gui1931 | 33 | A |
| 1929.40 | 22.5 | 3.26 | | | 2 | StG1962b | 66 | A |
| 1933.46 | 22.8 | 3.51 | | | 3 | Pok1936 | 38 | A |
| 1934.96 | 22.7 | 3.28 | | | 3 | Baz1939c | 30 | A |
| 1962.51 | 24.6 | 3.26 | | 9.6 | 4 | B 1963a | 91 | A |
| 1972.167 | 24.34 | 3.305 | | | 2 | PkO1988 | 66 | H |
| 1975.473 | 23.40 | 3.283 | | | 1 | USN1978 | 66 | H |
| 1976.429 | 23.70 | 3.300 | | | 1 | USN1978 | 66 | H |
| 1976.429 | 23.77 | 3.304 | | | 1 | USN1978 | 66 | H |
| 1977.362 | 22.88 | 3.269 | | | 4 | PkO1988 | 66 | H |
| 1979.388 | 23.77 | 3.313 | | | 5 | PkO1988 | 66 | H |
| 1981.761 | 24.25 | 3.262 | | | 1 | PkO1988 | 66 | H |
| 1982.325 | 24.30 | 3.279 | | | 3 | PkO1988 | 66 | H |
| 1983.182 | 24.33 | 3.206 | | | 4 | PkO1988 | 66 | H |
| 1991.25 | 23.8 | 3.306 | 7.52 | 9.89 | 1 | HIP1997a | 137 | T |
| 1991.45 | 23.8 | 3.31 | 7.50 | 9.89 | 1 | TYC2002 | 18 | T |
| 1991.972 | 24.8 | 3.19 | | | 3 | Mlr1990 | 51 | A |
| 1992.349 | 23.6 | 3.16 | | 9.5 | 2 | Thr1996 | 51 | A |
| 2000.4033 | 24.7 | 3.29 | | | 2 | WSI2001b | 66 | S |

Poznámky k tabulce: Úhlová vzdálenost je v tisícinách obloukové vteřiny; No. značí počet měření;

Reference: B 1963a = van den Bos, W.H., 1963, AJ 68, 57; Baz1939c = Baize, P., 1939, J. Obs. 22, 205; Bog1911 = Boeger, E.A., 1911, Publ. USNO 6, A117; Brs1911 = Brown, S.J., 1911, Publ. USNO 6, A117; D 1883 = Dembowski, E., 1883, Mis. Micrometriche I; Dob1927 = Doberck, W. A., 1927, Erganz. AN 7 (katalog pozorování 1875 - 1927; obsahuje všechna pozorování z dřívějších publikací); Doo1905 = Doolittle, E., 1905, Publ. Univ. Penn. 2, Pt. 3; Eng1885b = Engelmann, R., 1885, AN 112, 193; Gui1931 = Guillaume, J., 1931, Bull. Obs. Lyon 13, 151; HIP1997a = Hipparcos, 1997, Hipparcos Catalog, ESA SP-1200; Hu 1897 = Hussey, W. J., 1897, AJ 17, 97; Hu 1901a = Hussey, W. J., 1901, Publ. Lick Obs. 5; Mad1844 = Maedler, J.H., 1844, Dorpat Observations 11, 3; Mad1856 = Maedler, J. H., 1856, Dorpat Observations 13, 1; Mlr1990 = Muller, P., 1990, A&AS 84, 619; PkO1988 = Pulkovo Obs., 1988, Pulkova Obs. Cat.; Pok1936 = Pokrovsky, K. D., 1936, Pulkova Obs. Circ. No. 20; StG1962b = Struve, G., 1962, Publ. Berlin Babelsberg Obs. 14, Pt.2; StH1901 = Struve, H., 1901, Pulkova Publ. Ser.2, 12; Sto1910 = Storey, J., 1910, MNRAS 70, 466; Sto1921 = Storey, J., 1921, MNRAS 81, 567; Stt1878 = Struve, O., 1878, Pulkova Observations 9; Thr1996 = Thorel, J.-C., 1996, A&AS 115, 59 (některá z těchto dat jsou také v Obs. et Travaux 18, 32, 1989; 19, 7, 1989; 21, 32, 1990); TYC2002 = Fabricius, C., Hog, E., Makarov, V. V., Mason, B. D., Wycoff, G. L., & Urban, S. E., 2002, A&A 384, 180-189 (nové zpracování dat z Tycha); USN1978 = Josties, F. J. et al., 1978, Publ. USNO 24, Pt.5; WFD1909 = Christie, W. H. M., 1909, Greenwich Second Nine-Year Cat. of stars for 1900.0; WSI2001b = Mason, B.D., Hartkopf, W. I., Wycoff, G. L., Holdenried, E. R., Platais, I., Rafferty, T. J., Hall, D. M., Hennessy, G. S., et al., 2001, AJ 122, 1586; Apertura udává průměr použitého dalekohledu; Metoda: A – refraktor, mikrometr, H – fotografická, se střední nebo dlouho-ohniskovou technikou, M – meridiánový kruh, S – skvrnková interferometrie, T – pozorování z Hipparca.

7 Analýza světelné křivky

Analýzu světelné křivky zvolené zákrytové soustavy jsme provedli dvěma programy s cílem porovnat jejich výsledky. Z celé škály programů představených v první části práce byly pro srovnání zvoleny programy FOTEL a PHOEBE. Dalo by se říci, že jsou zástupcem odlišných skupin programů. FOTEL je poměrně sofistikovaný program, ale nepříliš přívětivý k uživateli, ovládaný pomocí řídicího souboru a souboru parametrů bez grafického výstupu. PHOEBE představuje poměrně robustní program, založený na nejrozšířenějším kódu Wilsona a Devinneyho s řadou vylepšení a kvalitním grafickým rozhraním. Podobně jako bylo možné analyzovat pomocí programu FOTEL starší měření radiálních rychlostí, je totéž možné provést i pro historická fotometrická měření. Do elektronické podoby byla přepsána jednotlivá měření z prací Baglow (1952), Walter (1978a) a Papoušek et al. (1984). Kromě těchto historických dat byly zpracovány také dva nové soubory dat z vlastních pozorování. V prvním menším souboru jsou data z fotoelektrických měření z Hvaru, která byla převedena na mezinárodní systém a opravena o vliv složky B vizuální dvojhvězdy ADS 9706. Druhý soubor obsahuje diferenciální fotometrii včetně hvarských měření neopravených o vliv složky B. Tento soubor dat byl poměrně rozsáhlý (téměř padesát tisíc bodů), a proto byla vlastní CCD měření spolu s diferenciální fotometrií ze Suhory zpracována do podoby normálních světelných křivek (viz kap. 5.5.2) v *BVRI*, každá s jedním tisícem normálních bodů. Normální světelné křivky byly použity jednak kvůli limitům v počtu vstupních dat, ale také kvůli rychlosti zpracování a v neposlední řadě i pro to, že normalizace světelné křivky znamenala také jisté vyhlazení drobných oscilací, o kterých bylo pojednáno výše. Při výpočtech byla na základě předchozího zjištění zanedbána mezihvězdná extinkce (viz kap. 6.5). Ve všech případech byly simultánně řešeny všechny dostupné barvy.

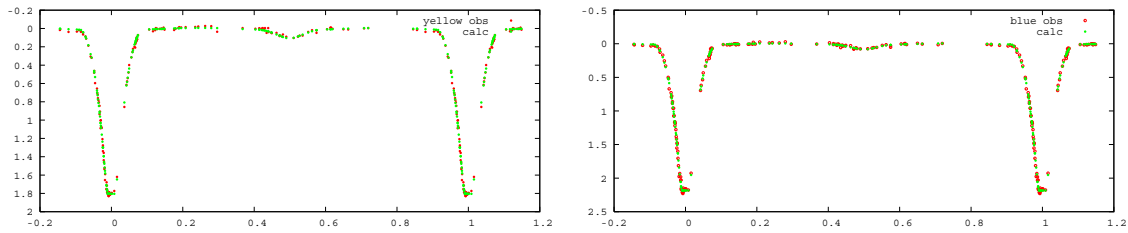
7.1 FOTEL

Jak již bylo uvedeno FOTEL pracuje jen v textovém režimu, ať už v prostředí DOS nebo lépe Linux. Aby bylo možné numerické výstupy z FOTELu rychle zobrazovat graficky, byla vytvořena řada skriptů, které automaticky zjistí počty měření v jednotlivých filtrech. Pro každý filtr ve vstupních datech se pak otevře nové okno a v něm se pomocí gnuplotu¹ vykreslí vstupní data a k nim teoretické, vypočtené hodnoty, jak pro světelné křivky, tak i pro křivku radiálních rychlostí. Výstup může být směřován buď na obrazovku nebo do postscriptových souborů. Postupně byla zpracována všechna dostupná pozorování.

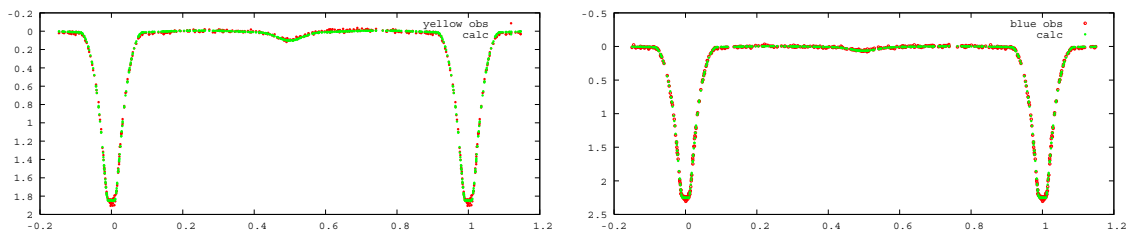
Baglowova pozorování jsou v původní práci Baglow (1952) publikována v podobě relativních svítivostí, kde za jedničku je vzata svítivost srovnávací hvězdy HD 140512. Publikované hodnoty byly převedeny do škály hvězdných velikostí (137 a 133 pozorování ve dvou filtrech s efektivními vlnovými délkami $\lambda = 437.0$ nm a $\lambda = 510.0$ nm). Přestože jde o relativně malý počet měření, pokrývají tato měření celou světelnou křivku včetně sekundárního minima, a proto bylo možné provést výpočty i za předpokladu případného třetího světla v soustavě. Počáteční hodnoty $P=2.8067655$ d a $M_0=33032.351$ byly

¹Program je zdarma k dispozici na <http://www.gnuplot.info>

převzaty z původní práce. Počáteční hodnoty relativních poloměrů byly zvoleny v souladu s dřívějšími modely (například Al-Naimiy & Al-Sikab, 1984) $r_1 = 0.2$, $r_2 = 0.3$ a sklon trajektorie $i = 86^\circ$, poměr hmot $q = 0.405$ a poloamplituda radiální rychlosti primární složky na základě výsledků výše uvedené analýzy spekter $K_1 = 62.7$ km/s. Hodnoty okrajového ztemnění byly použity stejné jako v původní práci $x_{1,yellow} = 0.27$, $x_{1,blue} = 0.11$ a byly po dobu řešení konstantní.² Tyto hodnoty zjevně neodpovídají parametrům složek soustavy a byly zvoleny jen pro možnost přímého srovnání původního a našeho modelu. Výsledná řešení jsou uvedena v prvních sloupcích tabulky 7.1. Zde jsou v horních řádcích nejprve vypočtené parametry systému a ve spodní části parametry vyjadřující míru kvality řešení. Původní pozorování a spočtenou světelnou křivku ukazuje obr. 7.1.



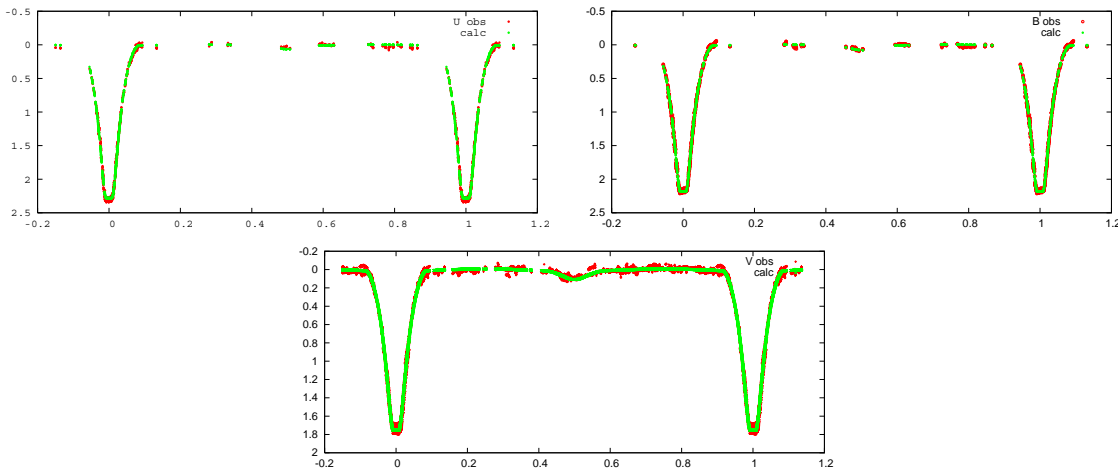
Obrázek 7.1: Řešení světelné křivky z Baglow (1952) ve FOTELu se započtením třetího světla ve žluté (*vlevo*) a modré barvě (*vpravo*). Červeně jsou vynesena původní data, zeleně data vypočtená dle modelu.



Obrázek 7.2: Řešení světelné křivky z Walter (1978a) ve FOTELu se započtením třetího světla ve žluté (*vlevo*) a modré barvě (*vpravo*). Červeně jsou vyznačeny napozorované hodnoty, zeleně data z modelu.

V případě souboru dat z Walter (1978a) musela být fotometrická měření (422 ve žluté a 381 v modré barvě) rozdělena vždy na dva samostatné datové soubory v každé barvě dle období, v nichž byla pořízena. Mezi dvěma obdobími, kdy byla prováděna pozorování, došlo totiž ke změně periody (viz kapitola 4.2, obr. 4.6). Jako počáteční byly pro výpočet převzaty Walterovy světelné elementy pro druhé pozorovací období $P = 2.806762$ d a $M_0 = 40383.5340$. Ostatní počáteční parametry (r_1, r_2, i, q, K_1) byly zvoleny stejně jako u Baglowových dat. Koeficienty okrajového ztemnění stejně zůstaly jako v původní Walterově práci 0.6 a byly ponechány konstantní. Výsledná řešení jsou uvedena v tabulce 7.1 a na obrázku 7.2.

²FOTEL v současné podobě ani větší přesnost v této otázce nenabízí, implementován je jen lineární zákon okrajového ztemnění.

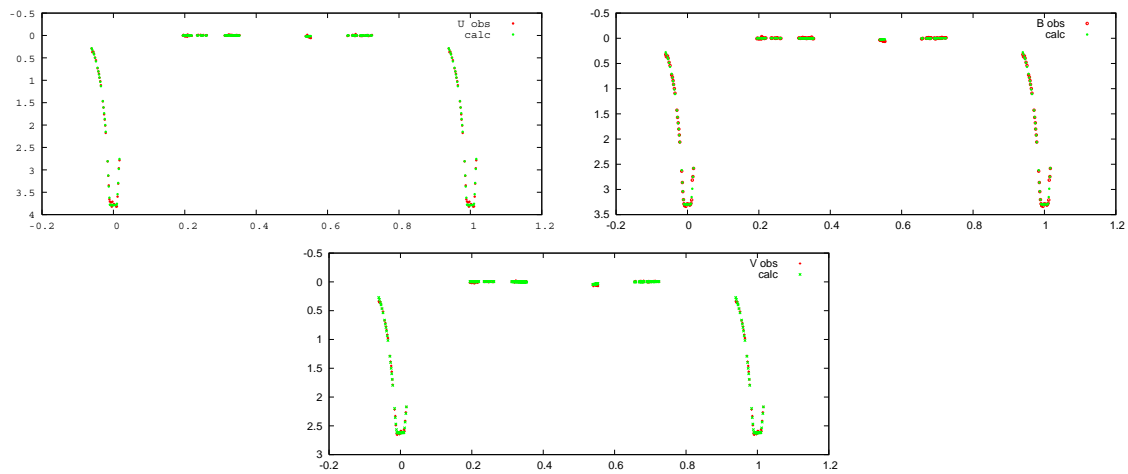


Obrázek 7.3: Řešení světelné křivky z Papoušek et al. (1984) ve FOTELu se započtením třetího světla v barvě U (vlevo nahoře), barvě B (vpravo nahoře) a V (dole). Červeně jsou vynesena původní data, zeleně hodnoty vypočtené z modelu.

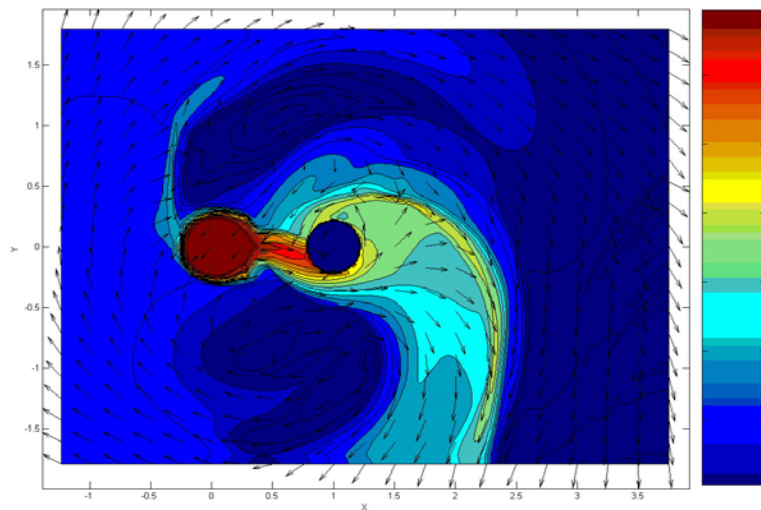
Také pozorování v publikaci Papoušek et al. (1984) byla prováděna ve dvou časově odlehlejších obdobích, takže fotometrická měření byla opět rozdělena vždy na dva samostatné datové soubory v každé barvě. Autoři publikovali diferenciální hvězdné velikosti, ale opačně než je obvyklé, takže bylo před vstupem do FOTELu nutné uvedené rozdíly hvězdných velikostí vynásobit faktorem (-1). Celkově bylo použito 1158 měření v U , 1377 v B a 7061 ve V . Jako počáteční byly pro výpočet převzaty světelné elementy $P = 2.806843408$ d a $M_0 = 40383.5376$. Ostatní počáteční parametry (r_1, r_2, i, q, K_1) byly zvoleny stejně jako u Baglowových dat. Koeficienty okrajového ztemnění $x_{U,1} = 0.85, x_{B,1} = 0.67, x_{V,1} = 0.56, x_{U,2} = 1.0, x_{B,2} = 0.9, x_{V,2} = 0.7$ byly převzaty z původní práce Papoušek et al. (1984) a během řešení zůstaly konstantní. Výsledná řešení jsou uvedena v tabulce 7.1 a na obrázku 7.3.

Vlastních měření z Hvaru je sice srovnatelně s Baglowovými měřeními (136 v U , 136 v B a 136 ve V), ale nepokrývají celou světelnou křivku – zejména chybí oblast sekundárního minima. Proto nebylo možné řešit pro tato měření případ s třetím světlem v soustavě. Hodnoty třetího světla při řešení divergovaly. Jako počáteční byly pro výpočet převzaty světelné elementy – $P = 2.80683211$ d a $M_0 = 53558.91888$. Protože perioda byla dříve velmi přesně určena vlastně ze stejných dat (viz kapitola 5.5.1) a navíc se pokusnými výpočty ukázalo, že její hodnota se i po řadě iterací prakticky nemění, byla pro další výpočty zafixována. Ostatní počáteční parametry (r_1, r_2, i, q, K_1) byly zvoleny stejně jako u Baglowových dat. Koeficienty okrajového ztemnění byly převzaty z Van Hammových tabulek (Van Hamme, 1993) interpolací pomocí programu *VHlimb* (Nelson, 2007; Terrell, 2007) na základě dat z předchozích modelů: $x_{U,1} = 0.542, x_{B,1} = 0.615, x_{V,1} = 0.510, x_{U,2} = 1.000, x_{B,2} = 0.998, x_{V,2} = 0.839$. Řešení proběhla simultánně pro světelné křivky i křivky radiálních rychlostí a výsledky jsou uvedeny v tabulce 7.1 a na obrázku 7.4.

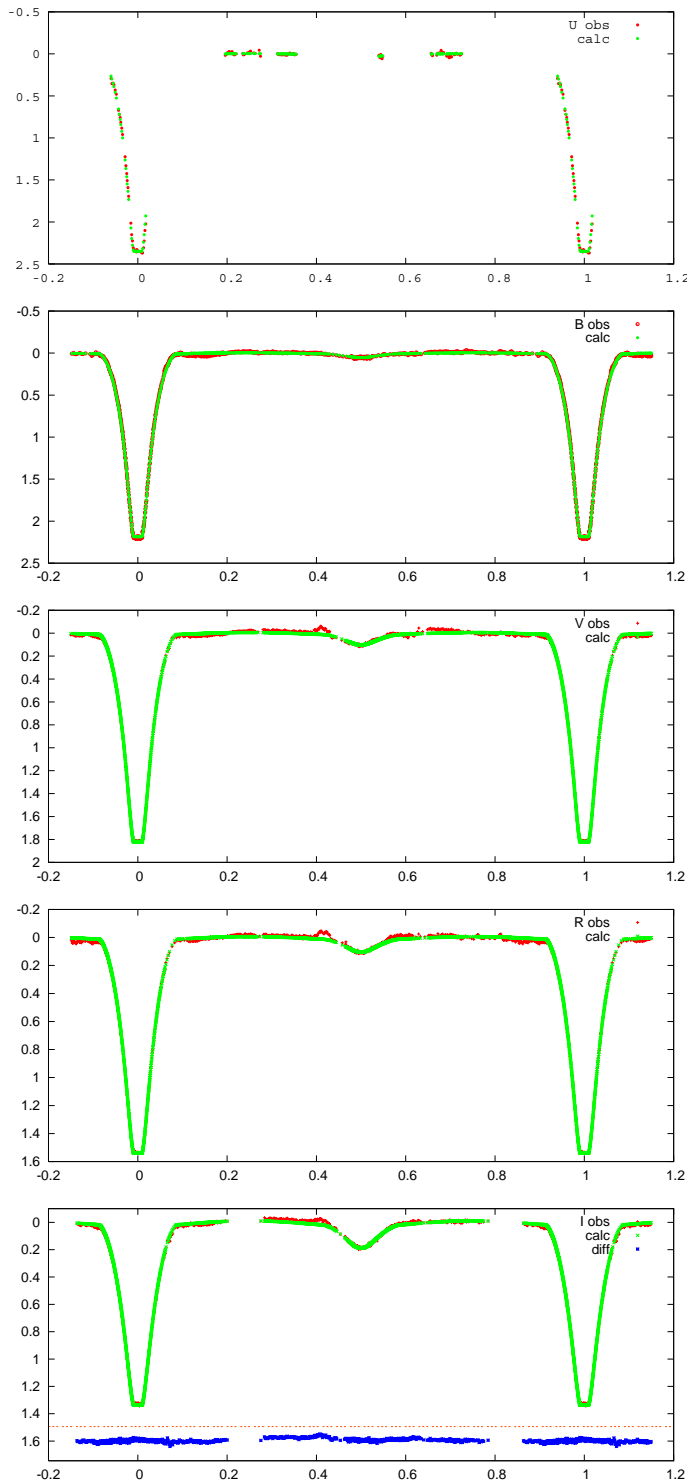
Při řešení CCD normálních světelných křivek (doplňených o měření v U) byly vždy zvoleny shodné výchozí parametry jako u řešení světelných křivek z Hvaru. Řešení



Obrázek 7.4: Řešení světelné křivky ve FOTELu na základě fotoelektrické fotometrie z Hvaru v barvě U (vlevo nahoře), barvě B (vpravo nahoře) a V (dole). Červeně jsou vynesena napozorované hodnoty data, zeleně hodnoty vypočtené z modelu.



Obrázek 7.5: 3D model soustavy TW Dra. Zobrazen je průmět do roviny xy . (Mkrťichian & Nazarenko, 2007)



Obrázek 7.6: Řešení normální CCD světelné křivky ve FOTELu se započtením třetího světla ve barvách *UBVRI* v pořadí odshora dolů. Největší odchylky jsou patrné v maximum v okolí sekundárního minima, kde se zřejmě nejvíce uplatňuje okolohvězdný materiál (viz obr. 7.5).

probíhalo opět simultánně pro světelné křivky a křivky radiálních rychlostí. Výsledná řešení jsou uvedena v posledních sloupcích tabulky 7.1 a na obrázku 7.6. Velký počet dat ve filtrech *BVRI* dovoloval i určení koeficientů okrajového ztemnění. Při výpočtech se však ukázalo, že je to možné jen u primární složky. Tam byly získány hodnoty: $x_B = 0.570(9)$, $x_V = 0.540(10)$, $x_R = 0.421(13)$ a $x_I = 0.334(13)$.

Ve všech řešeních bez uvažovaného třetího světla byl výsledný součet čtverců pozorovaných hodnot mínus vypočtené (O–C) větší než pokud jsme třetí světlo v systému uvažovali³. Tento nesoulad se ukazoval zejména v oblasti sekundárního minima, kdy modely bez třetího světla nebyly schopny korektně popsat tuto oblast a syntetické světelné křivky měly sekundární minima mělká než odpovídá realitě. Přítomnost třetího světla ale plně odpovídá dříve publikovaným výsledkům, našim předchozím závěrům z rozboru oblasti $H\alpha$ spektra TW Dra i novým, byť jen předběžným, výpočtům 3D modelu systému, které provedli Mkrtychian & Nazarenko (2007) a které o přítomnosti okolohvězdného materiálu jasně svědčí (viz obr. 7.5).

7.2 PHOEBE

Od konce roku 2007 je k dispozici PHOEBE verze 0.30, která má přepracovaný design a je výrazně vylepšená, ale její zavádění provázají potíže. Instalace v počátečních měsících po zveřejnění vyžadovala znalosti zkušeného uživatele Linuxu a navíc se ukazuje, že také nejsou odladěny zcela beze zbytku všechny výpočetní procedury. Všechny zjištěné chyby jsou bez prodlení odstraňovány a průběžně aktualizované verze jsou ke stažení přes SVN (subversion na <https://phoebe.svn.sourceforge.net/svnroot/phoebe/>). Nicméně pro naše účely byla použita poslední skutečně stabilní a odladěná verze 0.29d.

Vstupní parametry byly shodné s těmi, které byly použity ve FOTELu. Nejprve byla řešena křivka radiálních rychlostí. Postupným fitováním parametrů INCL, SMA, RM, VGA - tedy sklonu trajektorie, velké poloosy, poměru hmotností a γ rychlosti byly zjištěny finální hodnoty uvedené v tabulce 7.2. Získané hodnoty těchto parametrů (vyjma inklinace) pak v dalším průběhu zůstaly po dobu řešení konstantní. Protože všechna řešení ve FOTELu ukazovala na přítomnost třetího světla ve shodě s dřívějšími poznatky (např. Papoušek et al., 1984), bylo ve PHOEBE přistoupeno už pouze k řešení varianty s uvažovaným třetím světlem. Na rozdíl od FOTELu jsme však použili na vstupu i efektivní teploty složek. Autor PHOEBE doporučuje používat pro stanovení teplot složek metodu "barevného omezení" (Prša, 2006), která je založena na zavedení fiktivní efektivní teploty dvojhvězdy. Dvojhvězdu lze podle tohoto přístupu chápat jako bodový zdroj, jehož efektivní teplota se mění s časem (v závislosti na orbitální fázi). Složky dvojhvězdy přispívají k této efektivní teplotě dle své velikosti, individuální efektivní teploty a podle sklonu trajektorie. Aby model věrně reprodukoval pozorování, musí kombinace příspěvků obou složek odpovídat pozorovaným změnám. Pozorovanou veličinou světelné křivky (závisle proměnnou) je v kódu WD zářivý tok, vyjádřený v libovolné škále. Mohou to být i absolutní fyzikální jednotky, například W/m^2 na jednotku vlnové délky. Model se upravuje na tuto škálu určením odpovídající svítivosti v daném spektrálním oboru L_1^i (pro každý jeden filtr). Ale tyto svítivosti v jednotlivých oborech jsou zcela

³Nebereme v úvahu výpočty se třetím světlem pro pozorování z Hvaru, jejichž výsledky jsou sice v tabulce uvedeny, ale jen pro ilustraci, neboť hodnoty pro třetí světlo divergovaly.

Tabulka 7.1: Tabulka řešení z FOTELu.

| | Baglow | | Walter | | Papoušek, Tremko, Vetešník | | tato práce (Hvarská fotometrie) | | tato práce (CCD) | |
|-----------------------|---------------|-----------------------------|--------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|-----------------------------|------------------|-----------------------------|
| | obor | bez 3. světla se 3. světlem | obor | bez 3. světla se 3. světlem | obor | bez 3. světla se 3. světlem | obor | bez 3. světla se 3. světlem | obor | bez 3. světla se 3. světlem |
| perioda [d] | | 2.807031(38) 2.807015(36) | 2.80683607(29) 2.80683591(23) | 2.80684348(7) 2.80684342(7) | 2.80683211 (fix.) | 2.80683211 (konst.) | | | | |
| T_0 | 33032.309(10) | 33032.313(10) | 40383.5371(14) 40383.53710(10) | 40383.53765(6) 40383.53770(6) | 53558.91931(9) 53558.91931(9) | 53558.91879(6) 53558.91894(4) | | | | |
| τ_1 | 0.208(3) | 0.215(3) | 0.2038(13) | 0.2185(11) | 0.2000(7) | 0.2125(7) | 0.2226(13) | 0.2243(8) | 0.2086(6) | 0.2166(5) |
| τ_2 | 0.317(2) | 0.315(2) | 0.3161(8) | 0.3132(7) | 0.3121(4) | 0.3107(4) | 0.3166(13) | 0.3172(10) | 0.3117(4) | 0.3144(3) |
| i [°] | 85.7(3) | 86.5(4) | 85.15(11) | 86.37(14) | 84.91(5) | 86.21(7) | 87.04(9) | 87.18(10) | 86.10(6) | 86.57(6) |
| a [R $_{\odot}$] | 12.098 | 12.085 | 12.106 | 12.079 | 12.110 | 12.089 | 12.079 | 12.077 | 12.090 | 12.084 |
| M_1 [M $_{\odot}$] | 2.15 | 2.14 | 2.15 | 2.14 | 2.16 | 2.15 | 2.14 | 2.14 | 2.15 | 2.14 |
| M_2 [M $_{\odot}$] | 0.87 | 0.87 | 0.87 | 0.87 | 0.87 | 0.87 | 0.87 | 0.87 | 0.87 | 0.87 |
| L_1 | y | 0.7930 | 0.8023 | 0.8072 | U | 0.8670 | 0.8731 | 0.9668 | U | 0.8694 |
| | b | 0.8533 | 0.8627 | 0.8667 | B | 0.8545 | 0.8591 | 0.9473 | B | 0.8549 |
| | | | | 0.7834 | V | 0.7834 | 0.7894 | 0.9022 | V | 0.8012 |
| L_2 | y | 0.2070 | 0.1977 | 0.1228 | U | 0.1331 | 0.0497 | 0.0266 | U | 0.1306 |
| | b | 0.1466 | 0.1373 | 0.0775 | B | 0.1455 | 0.0773 | 0.0487 | B | 0.1451 |
| | | | | | V | 0.2167 | 0.1216 | 0.0880 | V | 0.2041 |
| l_3 | y | 0.0734 | 0.0700 | 0.0700 | U | 0.0773 | 0.0773 | 0.0066 | U | 0.0601 |
| | b | 0.0410 | 0.0558 | 0.0558 | B | 0.0636 | 0.0636 | 0.0040 | B | 0.0757 |
| | | | | | V | 0.0890 | 0.0890 | 0.0098 | V | 0.0692 |
| x_1 | y | 0.6 | 0.55 | 0.55 | U | 0.85 | 0.85 | 0.540 | U | 0.540 |
| | b | 0.6 | 0.65 | 0.65 | B | 0.67 | 0.67 | 0.613 | B | 0.613 |
| | | | | | V | 0.56 | 0.56 | 0.509 | V | 0.509 |
| x_2 | y | 0.9 | 0.6 | 0.6 | U | 1.0 | 1.0 | 1.131 | U | 1.131 |
| | b | 0.9 | 0.6 | 0.6 | B | 0.9 | 0.9 | 0.990 | B | 0.990 |
| | | | | | V | 0.7 | 0.7 | 0.834 | V | 0.834 |
| celk.suma $(O - C)^2$ | | 0.1896 | 0.1682 | 0.1734 | 13.139 | 11.751 | 11.751 | 0.1448 | 1.896 | 0.8284 |
| $\Sigma(O - C)^2$ | y | 0.0250 | 0.0222 | 0.0135 | U,1 | 0.0342 | 0.0308 | 0.0186 | U | 0.0286 |
| | b | 0.0279 | 0.0275 | 0.0160 | U,2 | 0.0477 | 0.0449 | 0.0203 | B | 0.0178 |
| | | | | 0.0134 | B,1 | 0.0303 | 0.0296 | 0.0204 | B | 0.0140 |
| | | | | 0.0150 | B,2 | 0.0349 | 0.0323 | 0.0175 | V | 0.0209 |
| | | | | | V,1 | 0.0382 | 0.0364 | 0.0177 | V | 0.0149 |
| | | | | | V,2 | 0.0281 | 0.0245 | | R | 0.0138 |
| m_1 [mag] | y | -1.458(9) | -1.521(4) | -2.04(4) | U | -2.035(4) | -3.11(7) | -3.636(6) | U | -2.058(10) |
| | b | -1.912(10) | -1.995(4) | -2.62(6) | B | -1.923(3) | -2.61(8) | -3.129(6) | B | -1.925(3) |
| | | | | | V | -1.396(2) | -2.03(3) | -2.53(16) | V | -1.478(3) |
| m_3 [mag] | y | 0.61(30) | 0.61(10) | 0.61(10) | U | -0.48(13) | -0.48(13) | 1.5(1.7) | U | 0.00(29) |
| | b | 0.99(60) | 0.36(14) | 0.36(14) | B | 0.21(18) | 0.21(18) | 2.7(10.4) | B | -0.18(8) |
| | | | | | V | 0.34(6) | 0.34(6) | 2.4(2.9) | V | 0.68(6) |
| | | | | | | | | | R | 1.47(4) |

Tabulka 7.2: Řešení křivek radiálních rychlostí TW Dra z KORELu pomocí PHOEBE.

| | SMA [R_{\odot}] | RM | INCL [deg] | VGA [km/s] |
|----------|---------------------|------------|------------|------------|
| původní | 12.000 | 0.405 | 86.00 | 0.000 |
| výsledné | 12.0124(3) | 0.4026(11) | 87.13(5) | -0.713(23) |

odděleny jedna od druhé, takže jakákoli informace o barvách, která je v původních datech obsažena zůstává zcela nevyužita. Zanedbávání vztahu mezi svítivostmi vede k nesouladu mezi teplotami získaných fitování (za předpokladu, že T_1 je předem známa) a teplotami určenými pomocí efektivní teploty dvojhvězdy. Dodatečným vztahem, který spojuje svítivosti, ale není nic jiného než barevný index a ten může být určen z pozorování. Pomocí různých tabulek (například z Caldwell et al., 1993) lze dospět k efektivní teplotě dvojhvězdy, která se samozřejmě mění v závislosti na fázi.⁴ Bohužel pro TW Dra nebylo možné tento přístup využít. Kromě primární a sekundární složky dvojhvězdy je v napozorovaném toku záření obsažen i příspěvek složky B vizuální dvojhvězdy a zejména třetí světlo vznikající přímo v zákrytové soustavě. Proto byl zvolen konzervativní přístup odpovídající běžné praxi. Teplota primární složky odpovídající spektrálnímu typu A5V je dle Cox et al. (1999) $T_1 = 8180$ K. Spektrálnímu typu K0III odpovídá dle Cox et al. (1999) teplota sekundární složky $T_2 = 4660$ K, spektrálnímu typu K2III teplota 4390 K, zatímco pro K2V je tabelována teplota 4830 K. Přibližně v tomto rozmezí tedy budeme hledat teplotu T_2 při fixní hodnotě teploty T_1 , to znamená v rozmezí poměru teplot T_1/T_2 1.69-1.83.

Vzhledem k tomu, že v soustavě dochází k úplným zákrytům, bylo by možné určit poměr teplot přímo z pozorované hloubky minim. Svítivost soustavy v maximu je možné za předpokladu stejnorodých disků vyjádřit jako

$$L_0 = k (\pi r_1^2 F_1 + \pi r_2^2 F_2), \quad (7.1)$$

kde k je konstanta závisující na vzdálenosti systému, mezihvězdném materiálu mezi soustavou a detektorem a samotném detektoru a $F_i = \sigma T_i^4$ je tok záření z jednotky povrchu dané hvězdy. V čase primárního minima je svítivost

$$L_p = k \pi r_2^2 F_2 \quad (7.2)$$

a v čase sekundárního minima

$$L_s = k (\pi r_2^2 - \pi r_1^2) F_1 + k \pi r_1^2 F_2. \quad (7.3)$$

Odtud lze pak s přispěním Pogsonovy rovnice odvodit vztah

$$\left(\frac{T_1}{T_2} \right)^4 = \frac{L_0 - L_p}{L_0 - L_s} = \frac{1 - L_p/L_0}{1 - L_s/L_0} = \frac{1 - 10^{0.4(m_{bol,0} - m_{bol,p})}}{1 - 10^{0.4(m_{bol,0} - m_{bol,s})}}, \quad (7.4)$$

kde $m_{bol,0}$, $m_{bol,p}$, $m_{bol,s}$ jsou bolometrické hvězdné velikosti soustavy v maximu, primárním a sekundárním minimu.

⁴Barevné indexy závisí také na $\log g/g_0$, metalicitě a rotační rychlosti, ale vliv těchto veličin je mnohem menší než vliv teploty.

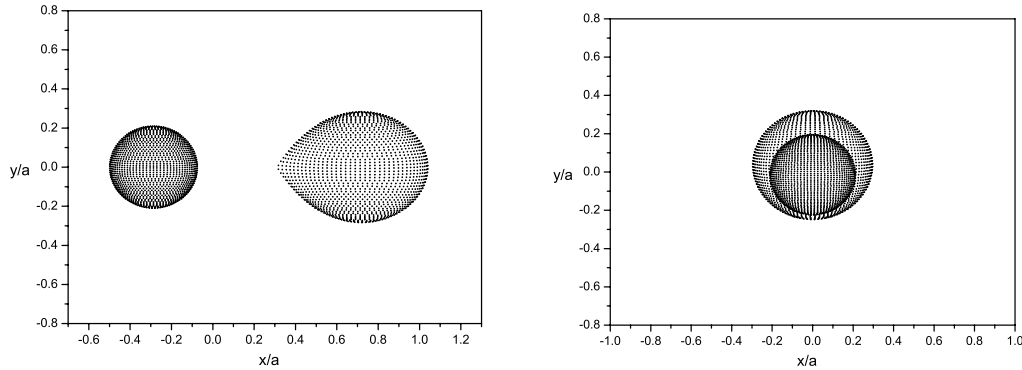
Pro náš případ, kdy nemáme bolometrická měření, využijeme tabulky teplot, barevných indexů a bolometrických korekcí (Flower, 1996). S využitím naměřených hodnot hvězdných velikostí v barvě V pak $m_{bol,0} = 7.36$ mag, $m_{bol,p} = 9.01$ mag, $m_{bol,s} = 7.46$ mag, z čehož vyplývá poměr teplot $T_1/T_2 = 1.73$, což je sice ve výše stanoveném rozmezí 1.69-1.83 ale bohužel není tento poměr teplot příliš využitelný, protože jeho hodnota může být zkreslena okolohvězdným materiálem v soustavě. Protože ke svítivosti soustavy méně přispívá sekundární složka, zafixujeme v dalším teplotu primární složky na $T_1 = 8180$ K a teplotu T_2 ponecháme jako volný parametr s počáteční hodnotou $T_2 = 4660$ K. Protože jsme již různými způsoby potvrdili přítomnost třetího světla v systému, řešili jsme ve PHOEBE jen variantu s nenulovým třetím světlem. Řešení probíhalo ve dvou módech – mód 5 pro polodotykové soustavy, kde sekundární složka vyplňuje Rocheův lalok, a mód 2 pro oddělené systémy (viz kap. 2.3.10). Povrchová síť (parametry NR1 a NR2 byly nastaveny na 30). Koeficienty okrajového ztemnění byly průběžně dopočítávány dle aktuální hodnoty parametrů z Van Hammových tabulek (1993), přičemž jsme zvolili logaritmický zákon okrajového ztemnění.⁵ Při řešeních jsme neuvažovali asynchronní rotaci. Přestože byla TW Dra několikrát zařazena mezi Am hvězdy, nemáme k dispozici žádné přesné údaje charakterizující metalicitu. Proto předpokládáme sluneční složení složek. Během řešení jsme zjistili, že povolení detailních, jemných "parametrů" jako započítávání efektu blízkosti složek, efektu odrazu nebo modelů atmosfér pro složky dvojhvězdy může způsobit divergenci řešení. Tyto možnosti je nutné do řešení zapojovat postupně a to až po nalezení prvotního "hrubého" řešení. Teprve po nalezení řešení, které správně fituje pozorované světelné křivky, je možné přistoupit k vyřešení jemných odchylek na světelné křivce. Při řešení ve PHOEBE je možné s výhodou využít možnosti skriptování, kdy si řadu iterací mohu jednoduše naprogramovat a posléze je provádět více méně automaticky. Nicméně tento postup není vhodné aplikovat na celý proces řešení, v určitých fázích je nejvýhodnější "ruční" postup, krok za krokem, kdy má uživatel přesný přehled o "vývoji" jednotlivých parametrů. Tentokrát jsme postup otočili a nejprve jsme řešili model s využitím nově získaných dat tedy CCD a PEP měření z poslední kampaně a křivky radiálních rychlostí. Teprve poté jsme provedli řešení i se starými fotometrickými daty (Baglow, 1952). Řešení probíhalo vždy souběžně pro fotometrická data ve všech filtrech a radiální rychlosti. Získaná řešení jsou uvedena v tabulce 7.3. Bohužel PHOEBE ve verzi 0.29d neudává přímo chyby fitovaných parametrů. Ty byly získány pomocí pomocných skriptů v prostředí phoebe-scripter. Nalezenou konfiguraci základní dvojhvězdy, zejména poměr velikostí a tvar složek ukazuje obrázek 7.7. Výsledné fity světelných křivek a radiálních rychlostí jsou na obrázku 7.9. Rozdíly mezi výslednými fity v módu 2 a 5 jsou velmi malé a v podstatě je nelze na obrázcích odlišit. Proto jsou zobrazena jen řešení v módu 2.

Číselné rozdíly mezi nalezenými řešeními v obou zvolených módech jen těsně překračují chyby jednotlivých parametrů. Obě řešení jsou kvalitativně srovnatelná. Soustava se tedy opravdu nachází ve fázi, kdy sekundární složka právě vyplňuje Rocheův lalok.

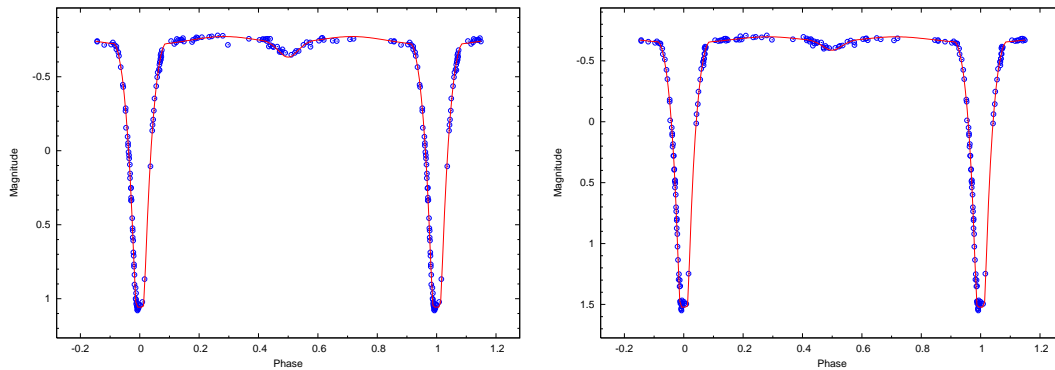
⁵Diaz-Cordoves & Giménez (1992) a Van Hamme (1993) ukázali, že směrem k delším vlnovým délkám a v infračervené oblasti dává nejlepší výsledky odmocinový zákon okrajového ztemnění dle Diaz-Cordoves & Giménez (1992). V UV oblasti je naopak pro všechny typy hvězd lepší logaritmický zákon dle KlingleSmith & Sobieski (1970). V optické oblasti dává lepší výsledky použití logaritmického zákona pro hvězdy s teplotou nižší než 9000 K a použití odmocinového zákona pro hvězdy teplejší než 9000 K. V každém případě jsou oba zákony přesnější než prostý lineární zákon okrajového ztemnění.

Tabulka 7.3: Tabulka řešení TW Dra založená na pozorovacích datech z poslední kampaně. Hvězdičkou jsou označeny zafixované hodnoty.

| | FOTEL | | PHOEBE | |
|---------------------|-------|----------------|---------------------|-------------------|
| | obor | se 3. světlem | mód 2 (oddělené) | mód 5 (algotidy) |
| perioda [d] | | | 2.80683211 (konst.) | |
| T_0 | | 53558.91894(4) | 53558.92013(25) | 53558.91879(6) |
| r_1 | | 0.2166(5) | 0.2141(26) | 0.2109(21) |
| $r_{1,pole}$ | | 0.2151 | 0.2127(26) | 0.2096(20) |
| $r_{1,point}$ | | 0.2180 | 0.2157(27) | 0.2124(22) |
| $r_{1,side}$ | | 0.2166 | 0.2142(26) | 0.2110(21) |
| $r_{1,back}$ | | | 0.2153(27) | 0.2120(21) |
| r_2 | | 0.3144(3) | 0.3025(32) | 0.3013 |
| $r_{2,pole}$ | | 0.2918 | 0.2839(24) | 0.2830* |
| $r_{2,point}$ | | 0.3529 | | 0.4077* |
| $r_{2,side}$ | | 0.3077 | 0.2961(29) | 0.2950* |
| $r_{2,back}$ | | | 0.3294(45) | 0.3277* |
| i [°] | | 86.57(6) | 87.30(7) | 87.13(3) |
| a [R_\odot] | | 12.084 | 12.012(9) | 12.0124(3) |
| M_1 [M_\odot] | | 2.14 | 2.112(53) | 2.112(53) |
| M_2 [M_\odot] | | 0.87 | 0.850(21) | 0.850(21) |
| q | | 0.402 | 0.4026* | 0.4026* |
| γ [km/s] | | -0.7116 | -0.713* | -0.713* |
| Ω_1 | | | 5.095(63) | 5.166(15) |
| Ω_2 | | | 2.679(3) | 2.680* |
| $\log g_1$ | | | 3.940 | 3.960 |
| $\log g_2$ | | | 3.240 | 3.240 |
| T_1 [K] | | | 8180* | 8180* |
| T_2 [K] | | | 4437(15) | 4407(23) |
| $M_{bol,1}$ [mag] | | | 1.260 | 1.260 |
| $M_{bol,2}$ [mag] | | | 3.120 | 3.160 |
| $L_1/L, L_2/L$ | U | 0.8796 0.0603 | 0.8777(4) 0.0325 | 0.8756(42) 0.0299 |
| | B | 0.8603 0.0640 | 0.8538(6) 0.0613 | 0.8530(30) 0.0576 |
| | V | 0.8012 0.1296 | 0.7963(1) 0.1070 | 0.7960(23) 0.1020 |
| | R | 0.7454 0.1361 | 0.7337(4) 0.1593 | 0.7341(11) 0.1539 |
| | I | 0.6850 0.2502 | 0.6766(12) 0.2209 | 0.6764(2) 0.2155 |
| L_3/L | U | 0.0601 | 0.0898(17) | 0.0945(58) |
| | B | 0.0757 | 0.0849(26) | 0.0895(47) |
| | V | 0.0692 | 0.0968(25) | 0.1020(47) |
| | R | 0.1185 | 0.1070(36) | 0.1120(37) |
| | I | 0.0648 | 0.1025(50) | 0.1081(27) |
| x_1, y_1 | U | 0.540 | 0.715 0.260 | 0.709 0.260 |
| | B | 0.613 | 0.814 0.333 | 0.810 0.339 |
| | V | 0.509 | 0.704 0.290 | 0.699 0.292 |
| | R | 0.399 | 0.577 0.248 | 0.572 0.248 |
| | I | 0.300 | 0.462 0.223 | 0.458 0.222 |
| x_2, y_2 | U | 1.131 | 0.816 -0.394 | 0.813 -0.402 |
| | B | 0.990 | 0.848 -0.176 | 0.847 -0.186 |
| | V | 0.834 | 0.812 -0.001 | 0.812 -0.008 |
| | R | 0.684 | 0.739 0.108 | 0.741 0.104 |
| | I | 0.549 | 0.643 0.158 | 0.645 0.156 |
| $\Sigma(O-C)$ | U | 0.0249 | 0.0185 | 0.0213 |
| | B | 0.0140 | 0.0102 | 0.0099 |
| | V | 0.0149 | 0.0125 | 0.0124 |
| | R | 0.0138 | 0.0122 | 0.0109 |
| | I | 0.0117 | 0.0102 | 0.0107 |
| $\Sigma(O-C) RV$ | | 0.8284 | 1.7189 | 1.7181 |



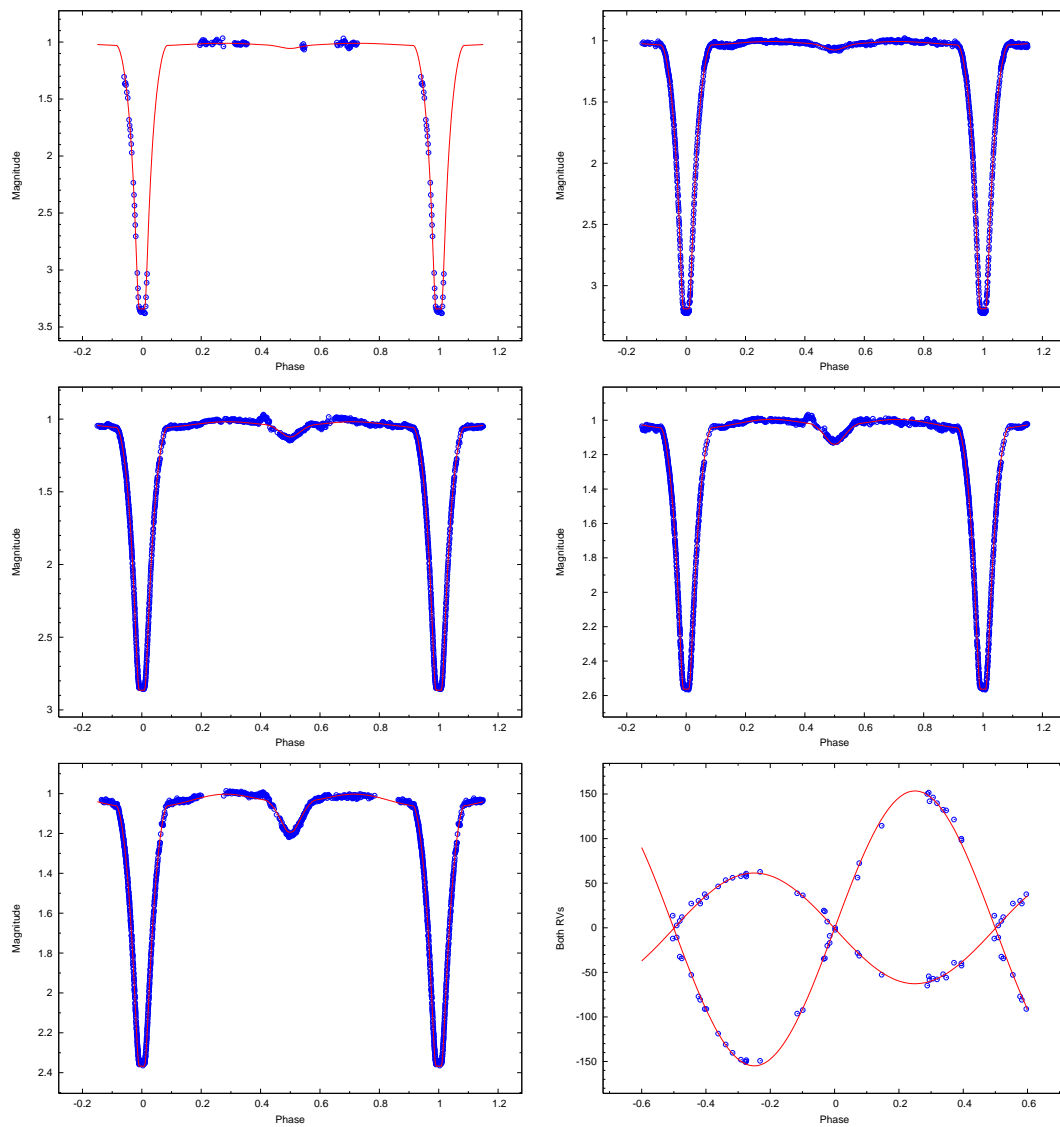
Obrázek 7.7: Model základní dvojice složek TW Dra. Zobrazen je ve fázích 0.25 a 0.50 v průmětu do roviny xy . Souřadnice jsou ve zlomcích velké poloosy trajektorie a . Výstup z programu PHOEBE.



Obrázek 7.8: Světelné křivky z Baglowových pozorování (1952)- řešení z PHOEBE.

Řešení získaná ve PHOEBE se přitom nijak výrazně neodlišují od řešení získaného pomocí programu FOTEL. I přesto, že FOTEL volí pro popis tvarů složek tříosé elipsoidy, zatímco PHOEBE vychází z Rocheovského modelu, rozdíly nepřesahují 3 % hodnot u odpovídajících si rozměrů složek. Sklon oběžné trajektorie se liší o přibližně 0.5° . V obou případech získáváme lepší řešení, pokud povolíme nenulové hodnoty třetího světla. Třetí světlo je zde vyjádřeno jako relativní část celkové svítivosti soustavy.

K porovnání různých metod a programů se nejlépe hodí data z práce Baglow (1952), která byla zpracována v minulosti několika různými programy a metodami (viz tabulka 7.4). Baglow sám pozorování zpracoval klasickou Russellovou metodou s využitím tabulek Ceseviče (1939; 1940), Irwina (1947) a Kopalových korekčních členů (Kopal, 1950). Bolokadze (1956) použil Russellovu metodu v Kratově modifikaci (Krat, 1939), kde jedna složka má tvar koule a druhá elipsoidu. Na podobném předpokladu je založena Horákova metoda (Horák, 1966), kterou autor použil na Baglowova data. Al-Naimiy & Al-Sikab (1984) využili Kopalovu metodu a Giuricin et al. (1980) program WINK. Ti také jako jediní ze jmenovaných řešili teploty složek dvojhvězdy. Hodnoty teplot



Obrázek 7.9: Řešení z PHOEBE - světelné křivky v barvách *UBVRI* (odshora zleva) a křivky radiálních rychlostí (vpravo dole).

převzali z tehdejší spektrální klasifikace A6+K2, přičemž teplotu $T_1 = 8000$ K zafixovali a teplotu T_2 vzali jako výchozí pro modelování. My jsme použili Baglowova data jak v programu FOTEL, tak ve PHOEBE. Řešení ve PHOEBE ale bohužel můžeme brát jen jako přibližný odhad, protože původní měření jsou prováděna v nestandardních filtrech (437 a 510 nm), s nimiž si zatím PHOEBE neporadí. Můžeme tedy využít jen blízkých standardních filtrů, konkrétně jsme využili filtry b (467 nm) a y (547 nm). Všechna řešení jsou uvedena v tabulce 7.4. Zjištěné rozdíly nejsou zásadní. V případě rozměrů složek soustavy je nejvýraznější rozdíl u modelu z programu WINK, kde poměr velikostí složek k dosahuje jen 85 % ve srovnání s výsledkem z FOTELu, respektive 83 % s PHOEBE. Samotné rozměry se více liší u sekundární složky zřejmě v důsledku asférického tvaru hvězdy. Ve sklonu trajektorie představují odchylky 5 %. Stále je však i pro nejmenší sklon zachována podmínka, že se jedná o totální zákryty. Největší rozdíly nalezneme u svítivosti. Zde je ovšem třeba vzít v úvahu, že uvedené modely používají určité zjednodušení pro popis vyzařování a navíc někde není vzato v úvahu třetí světlo v soustavě. Teploty složek nebyly ve všech případech určovány. Naše výchozí teplota primární složky byla zvolena o 180 K větší než udávají Giuricin et al. (1980). Nicméně teplota sekundární složky se liší o 580, resp. 600 K. Zajímavé je, že námi stanovená teplota sekundární složky je o 270 K vyšší než vyplývá z měření pořízených o více než půl století později. Tento rozdíl je možné vysvětlit i vlivem okolohvězdného materiálu, který může v určitých obdobích část systému efektivně clonit. Srovnávací test použitých metod dopadl tedy celkem dobře. Zásadní změnou je však přístup v řešení. Dříve se prováděla důkladná rektifikace světelné křivky a následně probíhalo řešení v každé barvě zvlášť. Nyní se zpravidla provádí simultánní řešení pro světelné křivky všech barev i křivky radiálních rychlostí najednou. Do budoucna by si větší pozornost zasloužil y chyby určení jednotlivých parametrů. V řadě případů se zdá, že chyby jsou podhodnocené a jedná se spíše o interní chyby použitých výpočetních metod než reálné nejistoty určení daných parametrů.

Tabulka 7.4: Tabulka řešení vycházejících z Baglowových dat (1952).

| Autor | Baglow (1952) | Bolokadze (1956) | Horák (1966) | Al-Naimiy & Al-Sikab (1984) | Giuricin et al. (1980) | tato práce |
|---------------|----------------------|------------------|-----------------|-----------------------------|------------------------|--------------------|
| Metoda | Russellova metoda | Kratova metoda | Horákova metoda | Kopalova metoda | WINK | PHOEBE |
| Parametr | žlutá modrá | žlutá modrá | žlutá modrá | žlutá modrá | žlutá modrá | žlutá modrá |
| r_1 | 0.2118(10) | 0.200 | 0.2098(5) | 0.225(1) | 0.197(1) | 0.215(3) |
| r_2 | 0.3064(2) | 0.330 | 0.344 | 0.315(1) | 0.334 ^b | 0.315(2) |
| a_1^a | | | | | 0.199(1) | 0.216 |
| b_1^a | | | | | 0.198(1) | 0.215 |
| c_1^a | | | | | 0.197(1) | 0.213 |
| a_2^a | | | 0.3375(50) | | 0.394(5) | 0.408 |
| b_2^a | | | 0.2991(5) | | 0.338(3) | 0.308 |
| c_2^a | | | 0.2909(5) | | 0.310(2) | 0.292 |
| $i[^\circ]$ | | 83.9 | 83.58 | 84.8(5) | 85.2(4) | 86.5(3) |
| $k = r_1/r_2$ | 85.6(2) ^b | 0.608 | 0.642 | 0.714 ^b | 0.581 ^b | 0.683 ^b |
| L_1 | 0.691 ^b | 0.810 | 0.755 | 0.7782 | 0.644 | 0.7983 |
| L_2 | | 0.190 | 0.245 | 0.1687 | 0.360 | 0.1283 |
| l_3 | | | 0.1127 | 0.1094 | 11.1(1.5)% | 0.0734 |
| T_1 [K] | | | | 0.0531 | 8000 | 0.0410 |
| T_2 [K] | | | | | 8000 | 7.5(2) % |
| x_1 | 0.11(12) | 0.27(11) | 0.62(1) | 0.52 | 5260(30) | 0.8502 |
| x_2 | | | 0.37(1) | 0.83 | 5280(30) | 0.8939 |
| | | | | 0.57 | 0.69 | 0.1498 |
| | | | | 0.90 | 0.88 | 0.1061 |
| | | | | | 0.72 | 0.0734 |
| | | | | | 0.9 | 0.0410 |
| | | | | | 0.9 | 7.5(2) % |
| | | | | | 0.9 | 5.0(2) % |
| | | | | | 0.9 | 8180 |
| | | | | | 0.6 | 4676(20) |
| | | | | | 0.6 | 0.698 |
| | | | | | 0.9 | 0.290 |
| | | | | | 0.9 | 0.796 |
| | | | | | 0.9 | 0.331 |

Poznámka k tabulce: ^a Rozměry a, b, c představují poloosy trojosého elipsoidu, kde a odpovídá ve PHOEBE velikosti r_{point} , b odpovídá r_{side} a c parametru r_{pole} .

^b Spočteno z publikovaných hodnot

8 Závěr

První kompilační část práce představuje přehled 25 metod a programů používaných při řešení světelné křivky zákrytových dvojhvězd. Podařilo se zde shromáždit informace o prvních metodách stejně jako programech, které teprve vznikají. Dokumentace k nim bývají ale neúplné a nejsou vždy snadno dostupné. Pro řešení světelné křivky, případně i křivky radiálních rychlostí je v současnosti dostatek nástrojů. Jednotlivé programy se ale výrazně liší svou vybaveností, vztahem k uživatelům – ať již přímo při užívání programu nebo (ne)existencí materiálů jako manuál, popis programu a popis matematických postupů a metod a fyzikálních zákonů používaných v programech.

Nejvíce možností pro uživatele skýtá program PHOEBE. Je založen na kódu WD, který sám o sobě poskytuje mnoho nejrůznějších možností a umožňuje zabývat se i jemnými detaily v široké škále zákrytových systémů. Oproti WD je rozšířen o další možnosti, například varianty hledání nejlepšího řešení. Silnou stránkou je přehlednost programu a velmi dobré grafické rozhraní. Velmi významná je i přítomnost popisu programu, jeho vlastností i použité fyziky. Slabou stránkou je zatím manuál k programu, ale vzhledem k tomu, že v současné době probíhá odlaďování další kvalitativně vyšší verze, doufejme, že příslušný manuál bude následovat. Samotný program WD je velmi rozšířený, existuje k němu velké množství různých doplňků a vylepšení. Ne všechny ale s autorizací původních autorů. Nicméně budoucnost zřejmě patří těm verzím, které mají grafické rozhraní a jsou již uživatelsky příjemnější, jako právě PHOEBE.

Zajímavé možnosti skýtá program FOTEL, který umí současně zpracovávat různé typy dat - kromě obvyklé fotometrie a radiálních rychlostí i astrometrická data a historické okamžiky minim jasnosti. Na druhé straně používá řadu zjednodušení, takže je vhodný zejména pro nalezení globálních charakteristik hvězdného systému. Bohužel program je provozován pouze v textovém režimu bez jakéhokoli grafického výstupu a patří mezi uživatelsky náročné. Navíc není vybaven podrobným manuálem a popis programu není vždy dostatečně detailní. Mezi uživatelsky příjemné programy s řadou zajímavých funkcí patří Nightfall, který je vybaven pěkným grafickým rozhraním i dostatečně podrobným manuálem. Nejlepším programem z hlediska pomoci zejména začínajícím zájemcům o zákrytové dvojhvězdy je jediný komerční produkt – program Binary Maker. Manuál je opravdu velmi detailní s konkrétními radami, jak postupovat. Uživatel má k dispozici i velké množství reálných příkladů. Nevýhodou je, že program neobsahuje žádný algoritmus pro hledání optimálních parametrů studované soustavy. Lze jej však doporučit pro první seznámení s problematikou a pro výuku studentů.

V práci jsme využívali zejména programy FOTEL a PHOEBE, proto si ještě porovnejme a připomeňme jejich výhody a nevýhody v krátkém přehledu. Některá z uvedených hodnocení jsou samozřejmě subjektivní a vychází z konkrétní situace autora, například hlubší či mírné znalosti použitého operačního systému a podobně.

Výstupem práce je i www stránka <http://astro.physics.muni.cz/models>, kde je možné najít ke stažení vlastní programy, jejich popis, případně jejich zdrojové kódy či manuály. Pokud existuje vlastní webová stránka programu, je samozřejmě k dispozici i odkaz na tuto www stránku.

Druhá část práce je aplikační. Z osmi vytipovaných zákrytových soustav byla vybrána TW Dra, která měla původně posloužit pouze jako prostředek ke vzájemnému porovnání

Tabulka 8.1: Srovnání vlastností FOTELu a PHOEBE

| | FOTEL | PHOEBE |
|---|---------------------|---------------------------------|
| instalace | bezproblémová | problémy s verzí 0.30 |
| uživatelsky příjemný | ne | ano |
| grafické rozhraní | ne | ano |
| manuál | nedostatečný | nedostatečný |
| stabilita programu | ano | ano pro verzi 0.29, ne pro 0.30 |
| popis použitých metod a fyzikálního přístupu | ano | ano |
| metoda minimalizace (hledání nejlepšího řešení) | jen Simplex | více metod (DC, NMS, MMS,...) |
| složitější model pro okrajové ztemnění | ne (pouze lineární) | ano |
| využití křivek radiálních rychlostí | ano | ano |
| využití astrometrických dat | ano | ne |
| využití okamžiků minim jasnosti | ano | ne |
| využití spekter | ne | ano (připravuje se) |
| řešení světelné křivky v libovolných filtrech | ano | ne |
| řešení skvrn | ne | ano |
| řešení disků | ne | ne (výhledově) |

několika zvolených programů pro řešení světelných křivek. Studium tohoto unikátního systému však přineslo více než se původně očekávalo. Jedná se o polodotykovou dvojhvězdu s přenosem hmoty, pulsacemi jedné složky a změnami oběžné periody. Původní pár má zřejmě navíc další dva společníky. Vzhledem ke zjištěným skutečnostem a potvrzení aktivity v systému jde o soustavu, která si i do budoucna vyžaduje zvláštní pozornost.

Velké množství historických a nových fotometrických dat spolu s novými spektroskopickými pozorováními umožnilo aktuální analýzu systému. Detailní popis změn periody ve dvou úsecích 1858–1942 a 1942–2008 umožňuje nejen spočítat hodnotu periody pro libovolný okamžik v intervalu 1858–2008 (vztahy 4.6–4.15), ale také předpovědět změny periody v nejbližších letech. K největší změně periody došlo zřejmě v důsledku přenosu hmoty mezi složkami s rychlostí přenosu až $4 \cdot 10^{-7} M_{\odot}/\text{rok}$ kolem roku 1942. Následné oscilační změny připisujeme změně kvadrupólového momentu v důsledku aktivity magnetického pole. Menší pravidelné změny jsou pak způsobeny přítomností třetího tělesa. Jeho oběžná doba kolem zákrytového páru byla dvěma způsoby určena na 6.5 roku. Hmotnost byla odhadnuta na alespoň $0.3 M_{\odot}$. Za předpokladu, že jde o hvězdu hlavní posloupnosti je její příspěvek k celkové jasnosti dvojhvězdy zanedbatelný (ve V jen 0.0003 mag) a nelze ji tedy detekovat fotometricky.

Výše uvedená studie změn periody vycházela z analýzy 561 publikovaných a nových okamžiků minim jasnosti, respektive hodnot O–C. Váhy jednotlivých pozorování, respektive skupin pozorování nebyly uvažovány dle běžně používaného schématu (vizuální 1, CCD/pep 10, případně 20), ale byly určeny iterativně výpočtem vždy pro zvolený model. Tak bylo možné studovat i výrazné rozdíly v kvalitě pozorování, které by tradičním způsobem zpracování zůstaly neodhaleny. Získané váhy se od běžně používaných lišily i několikanásobně.

V práci byla zkompletována všechna dostupná fotometrická měření (Baglow, 1952; Walter, 1978a; Papoušek et al., 1984) a prezentovány výsledky pozorování v rámci poslední kampaně včetně téměř 50 000 vlastních měření. Z moderních dat pořízených po poslední velké změně periody byly metodou hlavních komponent odvozeny světelné elementy

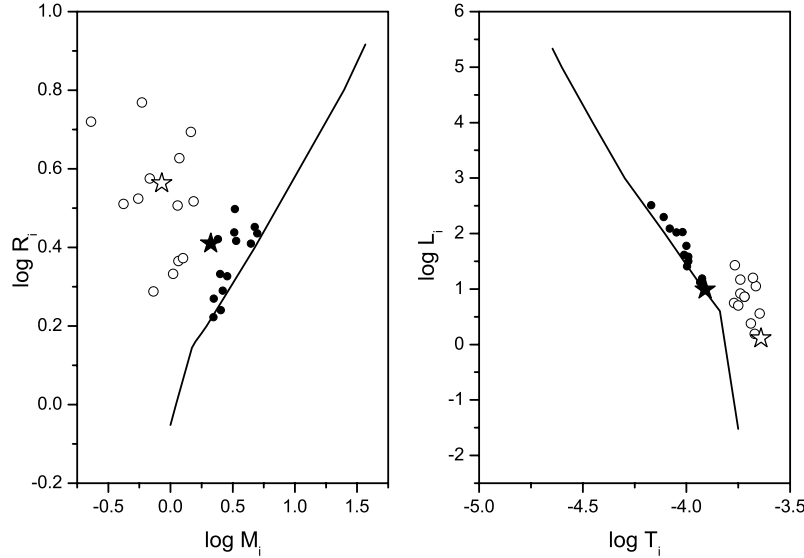
$$Pri.Min. = HJD\ 2453558.91888 + 2.80683211\ d.$$

Ty pak sloužily v další práci jako základ pro konstrukci všech fázových diagramů. Srovnání světelných křivek (historických a současných) potvrdilo projevy aktivity v systému. Byly zaznamenány poklesy jasnosti i zjasnění podobné dříve publikovaným úkazům, které přetrvávají na světelné křivce po dobu alespoň několika orbitálních cyklů. Po odečtení orbitálního vlivu byla prokázána i přítomnost kvaziperiodických oscilací na světelné křivce. Primární složka zřejmě pulzuje jako hvězda typu δ Scuti. Je zde přítomno více pulzační period, dochází k rázům, kdy se výsledné oscilace zvýrazní nebo naopak zcela utlumí. Tyto projevy, patrné ve fotometrických datech, byly následně potvrzeny i předběžnými rozbory kvalitních spektroskopických pozorování (Mkrtychian & Lehmann, 2007). Důkladný průzkum těchto vícemodálních pulzací proběhne během rozsáhlé pozorovací kampaně v průběhu roku 2008. Nalezená perioda pulzací 0.0501(13) v datech Papouška, tremka a vetešníka (1984) 0.0519(5) z vlastních měření je ve velmi dobré shodě s publikovanými hodnotami 0.0556 (Kusakin et al., 2001) a 0.053 d (Kim et al., 2003). Amplituda je sice u našich měření vyšší, ale podobné chování, kdy se měnila amplituda pozorovaných oscilací, bylo potvrzeno například u RZ Cas (Rodríguez, 2004; Mkrtychian et al., 2008) a je v souladu s představou projevů aktivity hvězdy typu δ Scuti. Pulzace mohou ve svém důsledku dodávat na světelnou křivku dodatečný šum s amplitudou řádově setiny magnitudy.

Pro zjištění korektního poměru hmot q a radiálních rychlostí byla použita sada 37 nových spektrogramů. K určení radiálních rychlostí bylo využito tří postupů. Program SPEFO umožnil při ručním měření vybraných čar spolehlivé určení radiálních rychlostí pro primární složku. Čáry sekundární složky byly blendované, slabé a tak obtížně detekovatelné. Metoda kros-korelace dávala spolehlivé výsledky pro obě složky s výjimkou malých oblastí kolem fází 0.0 a 0.5. Poslední metodou bylo rozmotávání spekter pomocí programu KOREL. Prvotní výsledky vedly k dvěma nejlepším řešením (pro $q = 0.40$ a $q = 0.46$). Druhá hodnota odpovídala dříve publikovaným hodnotám (např. Popper, 1989). Pro určení opravdu globálního minima v parametrickém prostoru řešení byly v KORELu spočteny 4 sítě hodnot pro volené parametry K_1, q a různé citlivosti. Nejlepší řešení bylo získáno pro $q = 0.405$. Tato hodnota je ve velmi dobré shodě s výsledky Mkrtychiana a Lehmana (2007) a pro další byla zafixována, případně použita jako výchozí. KOREL posloužil také k prokázání přítomnosti cirkumstelární látky, která se zřetelně projevuje přítomností emisní složky v profilu čáry $H\alpha$. Tento výsledek odpovídá předběžným 3D simulacím Mkrtychiana a Nazarenka (viz obr. 7.5) i našim očekáváním vzhledem k přítomnosti třetího světla v soustavě.

TW Dra je složkou A vizuální dvojhvězdy. Složka B je vzdálena jen 3" od TW Dra. Prakticky všechna provedená fotometrická pozorování obsahují i světlo této složky. Abychom mohli odečíst příspěvek této hvězdy k jasnosti TW Dra, určili jsme ze dvou spekter pomocí ekvivalentních šířek vybraných čar spektrální typ složky ADS9706B na G0V. Takový výsledek podporuje Chamblisovu domněnku (1992), že složka B vizuální dvojhvězdy je ve skutečnosti fyzickým členem systému, což by znamenalo, že se jedná o čtyřhvězdu v konfiguraci $((1+1)+1)+1$. K definitivnímu potvrzení je však především nutné získat kvalitnější spektra složky B a přesněji určit její spektrální typ. Samotná astrometrická měření bohužel nepřinesla žádné hmatatelné výsledky. Získané hodnoty neumožňují spočítat trajektorii souputníka.

Řešení světelné křivky byly provedeno pomocí programů FOTEL a PHOEBE. Všechny



Obrázek 8.1: Srovnání hodnot poloměrů R_i , hmotností M_i , svítivosti L_i a teplot T_i vybraných algolid dle Hilditch (2001). Primární složky jsou zobrazeny plnými kolečky, sekundární prázdnými kolečky jak v grafu závislosti hmotnost-poloměr (vpravo, tak v HR diagramu (vpravo) spolu s čarou vyznačující ZAMS. Hvězdička označuje polohu složek TW Dra.

na známá fotometrická data byla nejprve zpracována ve FOTELu. Pomocí PHOEBE proběhlo už jen zpracování nejstarších dat z Baglow (1952), neboť pro ně byla v literatuře nejvíce řešení s využitím rozdílných programů. Publikovaná i nová řešení těchto dat jsou uvedena v tabulce 7.4. Novým zpracováním historických pozorování byly získány parametry systému v souladu s publikovanými výsledky. Je třeba však upozornit, že největší odchylky dává program WINK pro rozměry složek a Kratova metoda pro sklon oběžné trajektorie. Nově pořízená data byla zpracována pomocí programů FOTEL a PHOEBE. Rozdíly v hodnotách výsledných parametrů zde byly menší ve srovnání s Baglowovými daty a různými programy či metodami (viz tabulka 7.3). Rozdíly určených parametrů sice přesahují chybové intervaly, ale je třeba připomenout, že i odpovídající si parametry mohou být definovány různými způsoby a uváděné chyby jsou spíše interními chybami matematické metody než skutečným odhadem nejistoty řešení. Řešení z FOTELu i PHOEBE lze považovat za kvalitativně stejná řešení. Oba programy se ukázaly jako opravdu mocné nástroje pro řešení světelných křivek a křivek radiálních rychlostí, případně s využitím dalších dat. Jejich další vývoj, jak po stránce fyzikálního a výpočetního obsahu, tak i po stránce uživatelského komfortu a podkladů pro běžné užívání, je velice žádoucí.

TW Dra se ukázal jako zcela unikátní a nadmíru zajímavý systém, k němuž lze jen obtížně hledat podobné soustavy. Svými parametry jsou jí nejbližší hvězdy AS Eri, RY Gem či TZ Eri. U AS Eri i TZ Eri byly již také detekovány pulzace primární složky. V literatuře lze najít několik katalogů s parametry zákrytových dvojhvězd (například

Tabulka 8.2: Srovnání TW Dra s podobnými soustavami

| | P [d] | M_1 | M_2 | R_1 | R_2 | $\log L_1$ | $\log L_2$ | $\log T_1$ | $\log T_2$ | Zdroj | Poznámka |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|------------|------------|------------|------------|-------|----------|
| KO Aql | 2.864 | 2.53 | 0.55 | 1.74 | 3.34 | 1.41 | 0.56 | 3.996 | 3.646 | 5 | |
| S Cnc | 9.485 | 2.51 | 0.23 | 2.15 | 5.25 | 1.58 | 1.05 | 3.99 | 3.665 | 2 | |
| RZ Cas | 1.195 | 2.21 | 0.73 | 1.67 | 1.94 | 1.12 | 0.19 | 3.934 | 3.67 | 2 | pulzace |
| TV Cas | 1.813 | 3.29 | 1.53 | 3.15 | 3.29 | 2.03 | 0.86 | 4.02 | 3.72 | 2 | |
| U CrB | 3.452 | 4.98 | 1.46 | 2.73 | 4.94 | 2.51 | 1.43 | 4.170 | 3.767 | 2 | |
| TW Dra | 2.807 | 2.11 | 0.85 | 2.57 | 3.66 | 0.99 | 0.11 | 3.91 | 3.64 | 1 | pulzace |
| AI Dra | 1.199 | 2.86 | 1.26 | 2.12 | 2.36 | 1.62 | 0.70 | 4.01 | 3.75 | 3 | |
| S Equ | 3.436 | 3.24 | 0.42 | 2.74 | 3.24 | 2.02 | 0.86 | 4.049 | 3.72 | 5 | |
| TZ Eri | 2.606 | 1.97 | 0.37 | 1.69 | 2.60 | | | 3.89 | 3.66 | 6 | pulzace |
| AF Gem | 1.244 | 3.37 | 1.155 | 2.61 | 2.32 | 1.78 | 0.75 | 4.00 | 3.77 | 2 | |
| TT Hya | 6.953 | 2.63 | 0.59 | 1.95 | 5.87 | 1.50 | 1.20 | 3.99 | 3.68 | 2 | |
| BP Mus | 3.320 | 2.40 | 0.68 | 2.64 | 3.76 | | | 3.96 | 3.71 | 4 | |
| AT Peg | 1.146 | 2.22 | 1.05 | 1.86 | 2.15 | 1.19 | 0.38 | 3.924 | 3.69 | 2 | |
| HU Tau | 2.056 | 4.43 | 1.14 | 2.57 | 3.21 | 2.09 | 0.92 | 4.08 | 3.74 | 2 | |
| TX UMa | 3.063 | 4.76 | 1.18 | 2.83 | 4.24 | 2.30 | 1.17 | 4.11 | 3.74 | 2 | |

Literatura: 1 - tato práce; 2 - Maxted & Hilditch (1996); 3 - Lázaro et al. (2004); 4 - Carrier et al (2003); 5 - Soydugan et al. (2007); 6 - Barblan (1998).

Malkov et al., 2006, Surkova & Svechnikov, 2004). Jen velmi málo polodotkových soustav však má určeny absolutní hodnoty parametrů s dostatečnou přesností na základě souběžného řešení světelné křivky a křivky radiálních rychlostí. Maxted & Hilditch (1996) udávají jen 9 takových soustav. My jsme jejich seznam rozšířili o parametry několika nověji publikovaných soustav (viz tabulka 8.2). Hodnoty parametrů jsme pak vynesli do grafu hmotnost-poloměr a do HR diagramu (viz obrázek 8.1). Do obou diagramů byla zakreslena i ZAMS dle Claret & Giménez (1992). Současné primární složky, které získávají materiál od souputníka, se projevují jako normální hvězdy hlavní posloupnosti, zatímco sekundární složky jsou ve srovnání se stejně hmotnými hvězdami hlavní posloupnosti větší a zářivější. Zjištěné parametry TW Dra jsou v souladu s parametry ostatních hvězd v našem výběru.

Práce poukázala na složitost daného tématu. I když výzkum zákrytových dvojhvězd patří dnes již ke "klasickým" disciplínám astrofyziky, rozhodně to není uzavřená kapitola příslušející jen na stránky učebnic historických přehledů. Výzkum zde i dnes poskytuje zcela zásadní informace, které ovlivňují celou astrofyziku. Vždyť právě zákrytové dvojhvězdy poskytují nejpřesnější informace o základních parametrech hvězd, jejich rozměrech a hmotnostech, což umožňuje testovat naše znalosti o stavbě hvězd, fyzikálních procesech v jejich nitru nebo ověřovat modely jejich vývoje. V posledních letech se stále více zákrytové dvojhvězdy používají také pro nezávislé stanovování vzdáleností ve vesmíru. Proto všechno je nezbytné věnovat velkou pozornost metodám a prostředkům, které nám pomohou získat o nich co nejvíce přesných informací. Možné perspektivy dalšího vývoje ukázal počátkem roku 2008 i jeden z průkopníků tohoto oboru Robert E. Wilson (2008).

Dizertační práce ukázala možnosti, výhody a nevýhody různých přístupů a programů používaných ve fotometrickém výzkumu zákrytových dvojhvězd. Na jedné straně je završením určité práce, na druhé straně však představuje jen začátek dalších aktivit. Je zřejmé, že vyvíjet zcela nový program na řešení světelných křivek a křivek radiálních rychlostí, by nebylo účelné. Výhodnější je předat získané zkušenosti autorům, zejména v práci použitých programů, a pomoci tak v jejich dalším vývoji, případně se přímo

do jejich vývoje zapojit. I na počátku 21. století je stále velký nedostatek dostatečně kvalitních pozorování a z nich odvozených přesných parametrů dvojhvězdných soustav. Základem další práce bude aplikace nabytých poznatků při výuce, při získávání nových základních dat – parametrů dvojhvězd a jejich studium z hlediska teorie hvězdného vývoje a stavby hvězd samozřejmě s přihlédnutím ke zvláštnostem světa dvojhvězd.

Literatura

- Abhyankar, K. D., Panchatsaram, T., 1984, MNRAS **211**, 75-82
- Abt, H. A., 1983, Annual review of astr. and astroph. **21**, 343
- Ahnert, P., 1933, AN 5598, **250**, 365
- Allen, C. W., 1976, Astrophysical Quantities, Athlone Press, London
- Al-Naimiy, H. M. K., 1978, A & AS **53**, 181
- Al-Naimiy, H. M. K., Al-Sikab, A. O., 1984, A & AS **103**, 115
- Al-Naimiy, H.M.K., Jabbar, S.R., Fleyen, H.A., Al-Razzaz, J.M., 1989, A & AS **159**, 279
- Andersen, J., 1991, Astronomy and Astrophysics Review **3**, 91
- Applegate, J. H., Patterson, J., 1987, ApJ **322**, L99
- Applegate, J. H., 1992, ApJ **385**, 621
- Baines, E., et al, CHARA press release, January 9, 2007
- Baglow, R.L., 1952. Publ. David Dunlap Obs. 2, No. 1
- Baker, R. H., 1921, Publ. of Univ. of Missouri Obser. (Laws Obser. Bull.) No. 33, 29
- Bakis, V., 2007, osobní sdělení
- Banks, T., Budding, E., 1990, A & AS **167**, 221
- Barblan, F., Bartholdi, P., North, P., Burki, G., Olson, E. C., 1998, A & AS **132**, 367
- Batten, A.H., 1967, Publ. Dominion Astrophys. Obs. **13**, No. 8, 119
- Batten, A.H., 1973, Binary and Multiple Systems of Stars, New York, Pergamon, 97
- Batten, A. H., Fletcher, J. M., Mann, P. J., 1978, Publ. Dominion Astrophys. Obs. Victoria, 15, 121
- Battistini, P., Bonifazi A., Guarnieri, A., 1973, IBVS 817
- BAV, 2004a, Lichtenknecker-Database of the BAV, Rev 1.0, CD-ROM, BAV, Berlin
- BAV, 2006, Lichtenknecker-Database of the BAV, Rev 2.0, CD-ROM, BAV, Berlin
- BAV, 2007, Lichtenknecker-Database of the BAV, BAV, Berlin, Německo, <http://www.bav-astro.de/LkDB/index.html>
- Bevington, P. R., 1969, Data reduction and error analysis for the physical sciences, McGraw-Hill, New York
- Beyer, M., 1929, AN 5597, **234**, 85
- Bidelman, W. P., 1954, ApJS **1**, 175
- Biermann, P., Hall, D. S., 1973, A & A **27**, 249
- Binnendijk, L., 1960, Properties of double stars; a survey of parallaxes and orbits, Univ. of Pennsylvania Press, Philadelphia
- Binnendijk, L., 1974, Vistas in astronomy **16**, 61
- Binnendijk, L., 1977, Vistas in Astronomy **21**, 359
- Blažko, S., 1911, AN 4467, **187**, 41
- Bolokadze, R. D., 1956, Perem. zvezdy, **11**, No. 5, 375
- Bradstreet, D., 2004, Binary Maker 3, Contact Software, <http://www.binarymaker.com>
- Brancewicz, H. K., Dworak, T. Z., 1980, Acta Astron. **30**, 501
- Budaj, J., 1996, A & A **313**, 523
- Budaj, J., 1997, A & A **326**, 655
- Budding, E., 1973, A & AS **22**, 87
- Budding, E., 1993, An introduction to astronomical photometry, Cambridge Univ. Press
- Budding, E., Zeilik, M., 1977, ApJ **319**, 827

- Caldwell, J. A. R., Cousins, A. W. J., Ahlers, C. C., van Wamelen, P., Maritz, E. J., 1993, SAAO Circular **15**, 1
- Carrier, F., Barblan, F., Burki, G., Bartholdi, P., Nicolet, B., 2003, A & A **398**, 1073
- Cesevič, V. P., 1939, Bull.Astr.Inst. of USSR Acad.Sci. No. 45
- Cesevič, V. P., 1940, Bull.Astr.Inst. of USSR Acad.Sci. No. 50
- Cesevič, V. P., 1971, *Zatmennyje peremennyje zvezdy*, vyd. Nauka, Moskva, str. 261
- Claret, A., Giménez, A., 1992, A & A Suppl. **96**, 255
- Cousins, A. W. J., 1980, SAAO Circular **1**, 324
- Cox, A. N., 1999, *Allen's Astrophysical Quantities*, 4. vyd., ed. N. A. Cox, Los Alamos
- Cramer, N., 1984, A & A **132**, 283
- Devor, J., 2004, American Astronomical Society Meeting 205, 18.13; Bull. of American Astronomical Society **36**, str. 1370
- Devor, J., 2005, ApJ **628**, 411-425
- Devor, J., Charbonneau, D., 2006, ApJ **653**, 647-656
- Diaz-Cordoves, J., Giménez, A., 1992, A & A **259**, 227
- Djurasević, G., 1991, Publications of the Astronomical Observatory Belgrade No. 42
- Djurasević, G., 1992a, *Astrophysics and Space Science* **196**, no. 2, 241-265, 267-282
- Djurasević, G., 1992b, *Astrophysics and Space Science* **197**, no. 1, 17
- Durlevich, O. V., Kazarovets, E. V., Kholopov, P. N., Kireeva, N. N., Samus, N. N., Tsvetkova, T.M., 2006, *General Catalogue of Variable Stars V1.4, Vol. IV* (verze z 17. 10. 2006), ed. N.N. Samus, Astronomical Council of the USSR Academy of Sciences and Sternberg, Astronomical Institute of the Moscow State University, <http://www.sai.msu.su/groups/cluster/gcvs/gcvs/>
- Egen O. J., 1965, AJ **70**, 19
- Etzel, P. B., 1981, *A Simple Synthesis Method for Solving the Elements of Well-Detached Eclipsing Systems*, v E. B. Carling a Z. Kopal (editoři), *Photometric & Spectroscopic Binary Systems*, NATO 1981, D. Reidel, Dordrecht, Holland
- Etzel, P. B., 1993, *Current Status of the EBOP Code*, v *Light Curve Modeling of Eclipsing Binary Stars*, Springer, New York, ed. E. F. Milone, str. 113-124
- Fetlaar, J., 1923, *Rech. Ast. Obs. Utrecht IX*, str. 1
- Flower, P. J., 1996, ApJ **469**, 355
- Gadomski, J., 1933, *Publications of the Astron. Observatory of the Warsaw Univ.* **8**, 51
- Gaposchkin, S., 1938, v *Harvard Observatory Monographs*, No. 5, Cambridge, Mass.: Harvard College Observatory, str. 72
- Giannone, P., Giannuzzi, M. A., 1974, A & AS **26**, 289
- Giménez, A., Clausen, J. V., Guinan, E. F., Maloney F. P., Bradstreet, D. H., Storm, J. a Tobin, W., 1995, *Experimental Astron.* **5**, 181-183
- Giuricin, G.; Mardirossian, F.; Predolin, F., 1980, A & AS **73**, 389
- Golay, M., 1974, *Introduction to astronomical photometry*, Dordrecht, D. Reidel Publishing Co. (*Astroph. and Space Sci. Library* **41**), překlad G.J. Thornley, str. 79–80
- Goncharskii, A. V.; Cherepashchuk, A. M.; Iagola, A. G., 1978, *Numerical methods of solving inverse problems of astrophysics*, Moscow, vyd. Nauka, 1978. 336 stran.
- Graff, K., 1914, AN 4703, **196**, 394
- Graff, K., 1923, AN 5210, **218**, 21
- Graff, K., 1928, *Vierteljahrsschrift der Astromische Gesellschaft (VJS)* **63**, 164

- Griffin, R.E.M., David, M., Verschueren, W., 2000, *A & A Suppl. Ser.* **147**, 299
- Grygar, J., Cooper, M. L., Jurkevich, I.: 1972, *Bull. Astron. Inst. Czechosl.* **23**, 147
- Guinan, E. F., Ribas, I., Fitzpatrick, E. L., 2004, v *Variable Stars in the Local Group*, IAU Colloquium 193, Proceedings of the conference held 6-11 July, 2003 at Christchurch, New Zealand, ed. D. W. Kurtz, K. R. Pollard, ASP Conference Proceedings **310**, San Francisco: Astron. Soc. of Pacific, str. 363
- Guthnick P., Prager R. 1918, *Veröff. Berlin Babelsberg* 2, No. 3, 113
- Hadrava, P., 1990, *Contr. Astron. Obs. Skalnaté Pleso* **20**, 23
- Hadrava, P., 1995, *A & AS* **114**, p.393
- Hadrava, P., 1997, *FOTEL 3 – User’s Guide*, Technical report, Astronomical Institute of the Academy of Sciences of the Czech Republic, Ondřejov, Czech Republic
- Hadrava, P., 2001, *Spektroskopie dvojhvězd*, DrSc. dizertační práce, AÚ Ondřejov
- Hadrava, P., 2004a, *Publ. of Astron. Inst. of Acad. of Sci. of Czech Rep.*, No. 92, 1
- Hadrava, P., 2004b, *Publ. of Astron. Inst. of Acad. of Sci. of Czech Rep.*, No. 92, 15
- Hadrava, P., 2005, *A & AS* **296**, 239
- Hadrava, P., 2006, *A & AS* **304**, 337
- Hall, D. S., 1989, *Space Science Reviews* **50**, 219
- Harmanec, P., 1998, *A & A* **335**, 173
- Harmanec, P., 2001, *Publ. of Astron. Inst. of Acad. of Sci. of Czech Rep.* No. 89, 9
- Harmanec, P., 2006, *osobní sdělení*
- Harmanec, P., Horn. J., 2002, *HEC 22, VYPAR*, user’s manual
- Harmanec, P., Mayer, P., 2007, *Dvojhvězdy*, učební text, Astron. ústav MFF UK Praha
- Harmanec P., Horn J., Jůza K. 1994, *Astron. Astrophys. Suppl.* **104**, 121
- Hartwig, E., 1911, *AN* 4465, **187**, 11
- Hartwig, E., 1913, *Vierteljahrsschrift der Astromische Gesellschaft (VJS)* **48**, 288
- Hauschildt P. H., Allard F., Baron E., 1999, *ApJ* **512**, 377
- Hauschildt P. H., Allard F., Ferguson J., Baron E., Alexander D.R., 1999, *ApJ* **525**, 871
- Hellerich, J., 1923, *AN* 5208, **217**, 461
- Hendry, P. D.; Mochmacki, S. W., Collier Cameron, A., 1992, *ApJ* **399**, 246-264
- Hetzer, E., 1931, *dizertační práce*, Leipzig
- Hilditch, R. W., 1996, *Binary Stars in Local Group*, v *The origins, evolution, and destinies of binary stars in clusters*, Astron. Soc. of Pacific Conference Series **90**, An internat. symposium, Univ of Calgary, 18-23 June 1995, San Francisco, ed. E. F. Milone, J.-C. Mermilliod, str. 207
- Hilditch, R. W., 2001, *An Introduction to Close Binary Stars*, Cambridge Univ. Press
- Hill, G., 1979, *Publications. Dominion Astroph. Obs.* **15**, 297
- Hill, G., Fisher, W. A., Holmgren, D., 1990, *A & A* **238**, 145
- Hill, G., Rucinski, S. M., 1993, v *Light Curve Modeling of Eclipsing Binary Stars*, ed. E. F. Milone, New York, Springer, str. 135-150
- Hoffmeister, C., 1914, *AN* 4723, **197**, 317
- Holmberg, E., 1934, *Meddelanden fran Lunds Astronomiska Observatorium*, Ser. II, Band VIII, No. 71 , 1
- Holmgren, D. E., 1988, *PhD dizertační práce*, Univ. of Victoria, Depart. of Physics and Astronomy
- Horák, T., 1966, *Bull. Astron. Inst. Czechosl.* **17**, 272

- Horn, J., Kubát, J., Harmanec, P., Koubský, P., Hadrava, P., Šimon, V., Štefl, S., Škoda, P., 1996, *A & A* **309**, 521
- Hubený, I., Lanz, T., 2000, *SYNSPEC – A User's Guide*
- Hut, P., 1981, *A & A* **99**, 126
- Hutchings, J. B., 1968, *MNRAS* **141**, 219
- Chambliss, C.R., 1992, *PASP* **104**, 663
- Cherepashchuk, A. M., 1966, *Soviet Astronomy* **10**, 411
- Cherepashchuk, A. M., 1971, *Zatmenija šarovych zvjezd, potěmněnije kotorych proischodit po proizvolnomu zakonu, v Cesevič, V. P.: Zatmennyje peremennyje zvjezdy, vyd. Nauka, Moskva, str. 261-312*
- Cherepashchuk, A. M., 1975, (*Astronomicheskii Zhurnal* **52**, no. 1, 1975, str. 81-91.) *Soviet Astronomy* **19**, str. 47-53
- Cherepashchuk, A. M.; Goncharskii, A. V.; Yagola, A. G., 1967, *Soviet Astronomy* **11**, str. 990
- Cherepashchuk, A. M.; Khaliullin, Kh. F., 1976, (*Astronomicheskii Zhurnal* **52**, Nov.-Dec. 1975, str. 1214-1225.) *Soviet Astronomy* **19**, no. 6, str. 727-734
- Irwin, J.B., 1947, *ApJ* **106**, 380
- Irwin, J.B., 1959, *AJ* **64**, 149
- Israel, G. L., Hummel, W., Covino, S., Campana, S., Appenzeller, I., Gässler, W., Mantel, K.-H., Marconi, G., Mauche, C. W., Munari, U., Negueruela, I., Nicklas, H., Rupprecht, G., Smart, R. L., Stahl, O., Stella, L., 2002, *A & A* **386**, L13
- Jacchia, L., 1931, *PZ* **3**, No. 5-6, 64
- Jaschek, C., Jaschek, M., 1990, *The classification of stars*, Cambridge Univ. Press
- Johnson H. L., Morgan W. W., 1953, *ApJ* **117**, 313
- Johnson H. L., Mitchell R. I., Iriarte B., Wisniewski W. Z., 1966, *Com. Lunar Planet. Lab.* **4**, 99
- Jurkevich, I., 1970, *Vistas in Astronomy* **12**, 63
- Kaitchuck, R. H., Honeycutt, R. K., 1982, *PASP* **94**, 532
- Kaitchuck, R. H., Honeycutt, R. K., Schlegel, E. M., 1985, *PASP* **97**, 1178
- Kallrath, J., 1987, *Analyse von Lichtkurven enger Doppelsterne*, Diploma Thesis, Universita Bonn
- Kallrath, J., Linnell, A. P., 1987, *ApJ* **313**, 346
- Kallrath, J., Milone, E. F., Terrell, D., Young, A. T., 1998, *ApJ* **508**, 308
- Kim, S.-L., Lee, J.W., Kwon, S.-G., Youn, J.-H., Mkrtichian, D. E., Kim, C., 2003, *A & A* **405**, 231
- Klinglesmith, D. A., Sobieski, S., *AJ* **75**, 175
- Kopal, Z., 1941, *ApJ* **94**, 145
- Kopal, Z., 1946, *Harvard observatory monograph*, No. 6, Cambridge, Mass., Harvard univ. press
- Kopal, Z., 1950, *Harvard observatory monograph*, No. 8, Cambridge, Mass., Harvard univ. press
- Kopal, Z., 1955, *Annales d'Astrophysique*, **18**, 379
- Kopal, Z., 1959, *Close Binary System*, Internat. Astroph. Series, London, Chapman & Hall
- Kopal, Z., 1975, *A & AS* **34**, 431

- Kopal, Z., 1979, *Language of the Stars*, D. Reidel, Dordrecht, Nizozemí
- Kopal, Z., 1989, *The Roche Problem*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Nizozemí
- Kopal, Z., 1990, *Mathematical Theory of Stellar Eclipses*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Nizozemí
- Kopal, Z., Shapley, M. B., 1956, *Jodrell Bank Ann.* **1**, 185
- Kordylewski, K., 1934, *AAc* **2**, 59
- Krat, V. A., 1934, *Astr. žurn.* **11**, 407
- Krat, V. A., 1935, *Astr. žurn.* **12**, 21
- Krat, V. A., 1936, *Astr. žurn.* **13**, 521
- Krat, V. A., 1939, *Pulk. Circ.* 26/27
- Kreiner, J.M., Krzesinski, J., Pokrzywka, B., Pajdosz, G., Zola, S., Drozd, M., *Dual-channel Photometer - CCD Camera Systems at the Mt. Suhora Observatory*, ed. I. Elliot, C. J. Buttler, *Poster Papers on Stellar Photometry*, Proc. of the IAU Coll. 136, Dublin, 4-7 Aug. 1992, str. 80-83
- Kreiner, J. M.; Kim, Ch.-H., Nha, I.-S., 2001, *An Atlas of O-C Diagrams of Eclipsing Binary Stars*, Wydaw. Naukowe Akad. Pedagog., Krakow, Polsko, <http://www.as.ap.krakow.pl/o-c/>
- Kreiner, J. M., 2004, J.M. Kreiner, 2004, *Acta Astron.* **54**, 207
- Kron G. E., Smith J. L., 1951, *ApJ* **113**, 324
- Krtička, J., 2007, osobní sdělení
- Kurucz, R. L., 1979, *ApJ Suppl. Ser.* **40**, 1-340
- Kusakin, A. V., Mkrtychian, D. E., Gamarova, A. Yu., 2001, *IBVS* 5106
- Kwee, K. K., van Woerden, H., 1958, *BAN* **12**, 357
- Lanza, A. F.; Rodono, M.; Rosner, R., 1998, *MNRAS* **296**, 893
- Lanza, A. F. 2006, *MNRAS* **369**, 1773
- Lázaro, C., Arévalo, M. J., Claret, A., Rodríguez, E., Olivares, I., *MNRAS* **325**, 617
- Lázaro, C., Martínez-Pais, I. G., Arévalo, M. J., *MNRAS* **351**, 707
- Lazzarino, O., 1913, *Osserv. Astron. Capodimonte Napoli Contrib. Astron.* **1**, 7
- Lee, J. W., Kim, C.-H., Koch, R. H., 2007, *MNRAS* **379**, 1665
- Lehmann, H, 2007, osobní sdělení
- Linnell, A. P., 1984, *ApJ Suppl. Ser.* **54**, 17
- Linnell, A. P., 1989, *ApJ* **342**, 449
- Linnell, 1993, *Light Synthesis Modeling of Close Binary Stars*, v *Light Curve Modeling of Eclipsing Binary Stars*, ed. E. F. Milone, Springer, New York, str. 103-111
- Linnell, A. P., Hubený, I., 1994, *ApJ* **434**, 738
- Linnell, A. P., Etzel, P. B., Hubeny, I., Olson, E. C., 1998, *ApJ* **494**, 773
- Lu, W.-X., Rucinski, S. M., 1993, *AJ* **106**, 361
- Lucy, L. B., 1967, *Zeitschrift für Astrophysik* **65**, 89
- Lucy, L. B., 1968, *ApJ* **153**, 877
- Luyten, W. J., 1936, *ApJ* **84**, 85
- Malkov O.J., Oblak E., Snegireva E. A., Torra J., 2006, *A & A* **446**, 785
- Mason, B. D., 2007, *Washington Double Star Catalog*, U.S. Naval Observatory
- Matese, J. J., Whitmire, D. P., 1983, *A & A* **117**, L7
- Maxted, P.F.L., Hilditch, R.W., 1996, *A & A* **311**, 567
- Mayer, P., 1990, *Bull. Astron. Inst. Czechosl.* **41**, 231

- Mermilliod, J.-C., Hauck, B., Mermilliod, M., 2007, General Catalogue of Photometric Data, Univ. of Lausanne, Švýcarsko, <http://obswww.unige.ch/gcpd/gcpd.html>
- Milone, E. F., Stagg, C. R., Kallrath, J., 1992, The Eclipsing Binaries in NGC5466 and Implications for Close Binary Evolution, Evolutionary Processes in Interacting Binary Stars. Proceedings of the 151st. Symposium IAU, Cordoba, Argentina, August 5-9, 1991, ed. Y. Kondo, R. F. Sistero, R. S. Polidan, Publisher, Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, Boston, USA, str. 483
- Milone, E. F., Kallrath, J., Stagg, C. R., Williams, M. D., 2004, The Environment and Evolution of Double and Multiple Stars, Proceedings of IAU Colloquium 191, 3-7 Feb., 2002, Merida, Yucatan, Mexico, ed. Ch. Allen, C. Scarfe. Revista Mexicana de Astron. y Astrof. (Serie de Conferencias) **21**, str. 109-115
- Mikulášek, Z., Zejda, M., Pejcha, O., 2006, OEJV **23**, 49
- Mikulášek, Z., 2007a, Astron. & Astroph. Transactions, **26**, 63
- Mikulášek, Z., 2007b, ArXiv e-prints 0711.4510
- Mikulášek, Z., Janík, J., Zverko, J., Žižňovský, J., Zejda, M., Netolický, M., Vaňko, M. 2007c, AN **328**, 10
- Mkrtichian, D. E., 2006, osobní sdělení
- Mkrtichian, D. E., Nazarenko, V. V., 2007, osobní sdělení
- Mkrtichian, D. E., Lehmann, H., 2007, osobní sdělení
- Mkrtichian, D. E., Lehmann, H., Lee, J. W., Kim, S.-L., Rodríguez, E., Kusakin, A.V., Olson, E. C., Janiashvili, E., Nazarenko, V., Gamarova, A.Y., Lampens, P., Van Cauteren, P., Rovithis-Livaniou, E., Kang, Y. W., 2008, v Proceed. of "The First Thailand and Korea Joint Workshop on Stellar Astrophysics", Chang Mai Univ. Press, Chang Mai, Thajsko, str. 49
- Mochnecki, S. W., 1984, ApJ Suppl. Ser. **55**, 551 (+Erratum - ApJS **59**, str. 445)
- Mochnecki, S. W., Doughty, N. A., 1972a, MNRAS **156**, 51
- Mochnecki, S. W.; Doughty, N. A., 1972b, MNRAS **156**, 243
- Moore, J. H., 1923, Lick Observatory Bulletin **11**, No. 355, 141
- Moore, J. H., 1936, Lick Observatory bulletins no. 483., Berkeley: University of California Press, 38 str.
- Moore, J. H., Neubauer, F. J., 1948, Lick Observatory bulletin No. 521
- Moro, D., Munari, U., 2000, A & A Suppl. **147**, 361
- Motl, D., 2008, C-Munipack, <http://c-munipack.sourceforge.net/>
- Munari, U., Dallaporta, S., Siviero, A., Soubiran, C., Fiorucci, M., Girard, P., 2004, A & A **418**, L31
- Nagy, T. A., 1974, Synthetic Light Curves of Four Contact Binaries, Ph.D. Thesis, Univ. of Pennsylvania, Dissertation Abstracts International, Vol. 36-01, subsect. B, str. 285
- Nelder, J. A., Mead, R., 1965, Comput. J. **7**, 308
- Nelson, B., 2007, osobní sdělení
- Nelson, B., Davis, W. D., 1972, ApJ **174**, 617
- Niarchos, P. G., Duerbeck, H. W., 1991, A & A **247**, 399
- Nijland, A. A., 1913a, Hemel en Dampkring **12**
- Nijland, A. A., 1913b, AN 4678, **195**, 439
- Nijland, A. A., 1917, AN 4871, **203**, 395
- Nijland, A. A., 1932, AN 5843, **244**, 209

- Papoušek, J., Tremko, J., Vetešník, M., 1984, *Folia Facult. scient. natur. Univ. Purky-nianae Brunensis*; tomus 25, opus 4. *Physica* 42
- Pearce, J. A., 1937, *Publ. Amer. Astron. Soc.* **9**, 131
- Perryman, M. A. C., ESA, 1997, ESA Publ. Division, Series: ESA SP Series vol no: 1200
- Pickering, E., 1881, *The Observatory* **4**, 225
- Pickering, E. C., 1910a, *Harvard College Observatory Circular* **159**
- Pickering E. C., 1910b, *AN* 4432, **185**, 252
- Piotrowski, S., 1937, *AA(a)* **4**, 1
- Plaskett, J. S., 1919a, *Publ. Dominion Astrophys. Obs. Victoria* **1**, 137
- Plaskett, J. S., 1919b, *Popular Astronomy* **27**, 672
- Plaskett, J. S., 1920, *Journal of the Royal Astr. Soc. of Canada* **14**, 1
- Plaut, L., 1950, *Publ. Kapteyn Astron. Laboratory at Groningen*, No. 54,
- Plavec, M., Kratochvíl, P., 1964, *Bull. Astron. Inst. Czechosl.* **15**, 165
- Pohl, E., 1970, *IBVS* 443
- Popper, D.M., 1978, *Bull. Am. Astron. Soc.* **10**, 608
- Popper, D.M., 1989, *ApJS* **71**, 595
- Prša, A., 2006, PHOEBE Scientific reference, PHOEBE version 0.30, January 2006
- Proctor, D. D., Linnell, A. P., 1972, *ApJ Supplement*, **24**, 449
- Qian, S. B., Boonruksar, S., 2002, *New Astronomy* **7**, 435
- Renson, P., 1995, *A Peculiar Newsletter*, Newsletter of the Working Group on Ap and related Stars, ed. P. North, No. 24, str. 7
- Rhodes, M., Budding, E., Zeilik, M., 1990, Verification of binary curve fitting and SPOT fitting programs - Testing the inverse problem v Cool stars, stellar systems, and the sun; Proceedings of the 6th Cambridge Workshop, Seattle, WA, Sept. 18-21, 1989. San Francisco, CA, Astronomical Society of the Pacific, 1990, str. 252-256
- Ribas, I., Jordi, C., Vilardell, F., Giménez, A., Guinan, E.F., 2004, *New Astronomy Review* **48**, 755
- Richards, M. T., 2004, *AN* **325**, 229
- Richards, M. T.; Albright, G. E., 1993, *ApJ Suppl. Ser.* **88**, 199
- Richards, M. T.; Albright, G. E., 1994, *Interacting binary stars: a symposium held in conjunction with the 105th Meeting of the Astronomical Society of the Pacific*, San Diego State University, 13-15 July 1993. Edited by Allen W. Shafter. San Francisco, Calif. Astron. Soc. of Pacif. **56**, 393
- Richards, M. T.; Albright, G. E., 1999, *ApJ Suppl. Ser.* **123**, str. 537-626
- Rodríguez, E., García, J. M., Mkrtychian, D. E., Costa, V., Kim, S.-L., López-González, M. J., Hintz, E., Kusakin, A. V., Gamarova, A. Y., Lee, J. W., Youn, J.-H., Janiashvili, E. B., Garrido, R., Moya, A., Kang, Y. W., 2004, *MNRAS* **347**, 1317
- Rucinski, S.M., 1969, *Acta Astron.* **19**, 245
- Rubashevskii, A. A., 1985, *Abastumanskaia Astrof. Obser., Bull.*, no. 58, str. 411
- Rubashevskii, A. A., 1985, *Abastumanskaia Astrof. Obser., Bull.*, no. 58, str. 389
- Rucinski, S. M., 1973, *Acta Astronomica* **23**, 79
- Rucinski, S. M., 1974, *Acta Astronomica* **24**, 119
- Rucinski, S. M., 1992, *AJ* **104**, 1968
- Rucinski, S. M., Lu, W.-X., Shi, J., 1993, *AJ* **106**, 1174
- Rüdiger, G., Elstner, D., Lanza, A.F., Granzer, Th., 2002, *A & A* **390**, 673

- Russell, H. N., 1912a, *ApJ* **35**, 315
Russell, H. N., 1912b, *ApJ* **36**, 54
Russell, H., N., Merrill, J., E., 1952, *Contrib. Princeton Univ. Observatory*
Russell, J. L., Lasker, B. M., McLean, B. J., Sturch, C. R., Jenkner, H., 1990, *AJ* **99**, 2059
Sbordone, L., Bonifacio, P., Castelli, F., Kurucz, R. L., 2004, *MSAI Suppl.* **5**, 93
Shapley, H., 1913, *ApJ* **38**, 158-174
Shapley, H., 1915, *Contributions from the Princeton University Observatory* **3**, 111-176
Schneller, H., 1949, *Veröffentlichungen der Sternwarte zu Sonneberg*, Bd. 1, 4
Schneller, H., 1966, *Mitteilungen über Veränderliche Sterne* **3**, 179
Simkin S. M., 1974, *A & A* **31**, 129
Singh, K. P., Drake, S. A., White, N. E., 1995, *ApJ* **445**, 840-854
Singh, K. P., Drake, S. A., White, N. E., 1996, *AJ* **111**, 2415
Slovokhotova, N. P., 1954, *Perem. Zvezdy* **10**, 21
Smith B., 1949, *ApJ* **110**, 63
Soydugan, F., Frasca, A., Soydugan, E., Catalano, S., Demircan, O., Ibanoglu, C. , 2007, *MNRAS* **379**, 1533–1545
SPPH, 2006, O-C brána, Sekce pozorovatelů proměnných hvězd ČAS, Praha, <http://var.astro.cz/ocgate>
Stag, C. R., Milone, E. F., 1993, *Improvements to the Wilson–Devinney Code on Computer Platforms at the University of Calgary*, v *Light Curve Modeling of Eclipsing Binary Stars*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, ed. E. F. Milone, str. 75
Stebbins J., 1916, *Lick Obs. Bull.* **8**, No. 277, 186-193
Stebbins J., 1921, *ApJ* **54**, 81
Stetson, P. 1987, *PASP* **99**, 191
Strömgren B. 1966, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **4**, 433
Surkova L.P., Svechnikov, M. A., 2004, *Semi-detached eclipsing binaries*, *VizieR On-line Data Catalog: V/115*
Svechnikov, M. N., 1969, *Catalogue of orbital elements, masses and luminosities of close binary systems*, 83-89
Svoboda, P., 2007, *soukromé sdělení*
Šarbe, S. B., 1924, *Izv. GAO* **10**, No. 1
Šimon, V., 1999, *A & A Suppl.* **134**, 1
Škoda, P., 1996, *SPEFO – A Simple, Yet Powerful Program for One-Dimensional Spectra Processing*, *Astronomical Data Analysis Software and Systems V*, A.S.P. Conference Series **101**, ed. G. H. Jacoby, J. Barnes, str. 187
Tamuz, O.; Mazeh, T.; North, P., 2006a, *MNRAS* **367**, 1521-1530
Tamuz, O.; Mazeh, T.; North, P., 2006b, *MNRAS* **367**, 1531-1542
Terrell, D., 2007, *osobní sdělení*
Terrell, D., Wilson R. E., 2005, *A & AS* **296**, 221–230
Tichonov, A. N., 1963a, *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **153**, 49-52
Tichonov, A. N., 1963b, *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **151**, 501-504
Todoran, I., 1972, *Studii Cer. Astr.* **17**, 203
Tonry, J., Davis, M., 1979, *AJ* **84**, 1511
Tremko, J.; Kreiner, J. M., 1981, *Bull. Astron. Inst. Czechosl.* **32**, No. 4, 242-253

- Tremko, J., Bakos, G. A., 1976, v Multiple Periodic Variable Star, IAU Coll. 29, ed. W. S. Fitch, D. Reidel Publ. Co., Dordrecht, str. 347
- Umana, G., Catalano, S., Rodono, M., 1991, *A & A* **249**, 217
- Van Hamme, W., 1993, *AJ* **106**, 2096
- Van Hamme, W., Wilson, R. E., 2003, Stellar atmospheres in eclipsing binary models, GAIA Spectroscopy: Science and Technology, ASP Conference Proceedings **298**, held 9-12 September 2002 at La Residenza del Sole Congress Center, Gressoney St. Jean, Aosta, Itálie, ed. U. Munari, str. 323
- von Zeipel, H., 1924a, *MNRAS* **84**, 702
- von Zeipel, H., 1924b, *MNRAS* **84**, 665
- Wade, R. A., Rucinski, S. M., 1985, *A & AS* **60**, 471-484
- Walter, K., 1978a, *A & AS* **32**, 57
- Walter, K., 1978b, *A & AS* **33**, 417
- White, N. E., Marshall, F. E., 1983, *ApJ* **268**, L117
- Wichmann R., 2008, <http://www.hs.uni-hamburg.de/DE/Ins/Per/Wichmann/Nightfall.html>
- Wilson, R.E., 1979, *ApJ* **234**, 1054
- Wilson R.E., 1990, *ApJ* **356**, 613
- Wilson, R.E., 1993, Computation Methods and Organization for Close Binary Observables, New frontiers in binary star research: colloquium, Seoul and Taejon, Korea, November 5-13, 1990, ed. K.-Ch. Leung a I.-S. Nha, San Francisco, Calif. Astron. Soc. of Pacif., str. 91
- Wilson R.E., 1994, *PASP* **106**, 921
- Wilson R.E., 2008, *ApJ* **672**, 575
- Wilson R.E., Biermann P. 1976, *A & A* **48**, 349
- Wilson R.E., Devinney E.J. 1971, *ApJ* **166**, 605
- Wolf, M., 1990, *Journal AAVSO* **19**, no. 1, str. 17
- Wood, D. B., 1971, *AJ* **76**, 701
- Wood, D. B., 1972, A Computer Program for Modeling Non-Spherical Eclipsing Binary Star Systems, Technical Report X-110-72-473, Publ. of the Goddard Space Flight Center, Greenbelt, MD
- Wyse, A. B., 1934, *Lick Obser. bull.* No. 464, str. 37-52
- Yamasaki, A., 1981, *A & AS* **77**, 75
- Yoon, T. S., Honeycutt, R. K., Kaitchuk, R. H., Schlegel, E. M., 1994, *PASP* **106**, 239
- Zavala, R. T., McNamara, B. J., Harrison, T. E., Galvan, E., Galvan, J., Jarvis, T., Killgore, G.A., Mireles, O. R., Olivares, D., Rodriguez, B. A., Sanchez, M., Silva, A. L., Silva, A. L., Silva-Velarde, E., 2002, *AJ* **123**, 450
- Zeilik, M., Budding, E., 1986, The short-period RS CVN systems: A preliminary starspot analysis v Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun, Proceedings of the Fourth Cambridge Workshop on Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun, Santa Fe, New Mexico, Oct 16-18, 1985, Springer, Heidelberg, ed. M. Zeilik, D. M. Gibson
- Zejda, M., Mikulášek, Z., Wolf, M., 2006, *IBVS* 5741
- Zejda, M., Mikulášek, Z., Wolf, M., Pejcha, O., 2006, *A & AS* **304**, 159
- Zejda, M., Mikulášek, Z., Wolf, M., 2008, *A&A*, odesláno k pulikaci
- Zinner, E., 1911, *AN* 4476, **187**, 177

- Zucker, S., Mazeh, T., 1994, ApJ **420**, 806-810
- Zucker, S., Torres, G., Mazeh, T., 1995, ApJ **452**, 863
- Zverev, M. S., Kukarkin, B. V., Martynov, D. J., Parenago, P. P., Florja, N. F., Cesevič V. P., 1947, *Peremennyje zvezdy*, 3. díl, *Metody izučeniya peremennykh zvezd*, OGIZ, Moskva
- Zverko, J., Žižňovský, J., Mikulášek, Z., Iliev, I. Kh, 2007, *Contr. Astron. Obs. Skalnaté Pleso* **37**, 49-62

9 Příloha

Tabulka 9.1: Seznam okamžiků minim jasnosti TW Dra v letech 1858–2007, v podobě připravené pro online publikaci.

| HJD_{min} | N | Min | Type | Observer(s) | Source |
|--------------|----|-----|-------|------------------|-------------------------------|
| 2399833.429 | : | p | vis | Schöenfeld E. | AN 187,11 (1911) |
| 2404663.296 | :: | p | vis | Dembowski E. | AN 217,461 (1923) |
| 2414396.386 | :: | p | plate | Blažko S.N. | AN 187,42 (1911) |
| 2414738.870 | :: | p | plate | Cannonová A.J. | HC 159 (1917) |
| 2415145.704 | :: | p | plate | Cannon A.J. | HC 159 (1917) |
| 2417065.362 | :: | p | plate | Blažko S. | AN 187,42 (1911) |
| 2417999.891 | :: | p | plate | Cannon A.J. | HC 159 (1917) |
| 2418381.600 | : | p | plate | Cannon A.J. | HC 159 (1917) |
| 2418406.841 | : | p | plate | Cannon A.J. | HC 159 (1917) |
| 2418906.451 | | p | vis | Blažko S.N. | AN 187,42 (1911) |
| 2418906.453 | | p | vis | Graff K. | AN 218,25 (1923) |
| 2418951.359 | | p | vis | Hartwig E. | AN 187,11 (1911) |
| 2418968.196 | | p | vis | Hartwig E. | AN 187,11 (1911) |
| 2418982.229 | | p | vis | Hartwig E. | AN 187,11 (1911) |
| 2419077.660 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419094.485 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419097.291 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419125.361 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419153.423 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419164.639 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419195.535 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419223.570 | : | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419237.619 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419240.458 | :: | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419254.454 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419327.427 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419327.4347 | | p | vis | Lehnert R. | AN 192,201 (1912) |
| 2419338.658 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419361.105 | | p | vis | Gadomski J. | Warschau Publ. 8,54 (1933) |
| 2419386.380 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419428.464 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419442.501 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419518.279 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419543.543 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419546.348 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419560.390 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419616.499 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419658.599 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419661.412 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419669.8369 | | p | vis | Lazzarino O. | Napoli-Cap.Contr. 7,45 (1944) |
| 2419672.638 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419675.4458 | | p | vis | Lehnert R. | AN 194,165 (1913) |
| 2419804.558 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419807.351 | | p | pg | Graff K. | AN 218,25 (1923) |
| 2419807.354 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419818.583 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419821.384 | | p | vis | Bottlinger K. F. | AN 218,25 (1923) |
| 2419821.388 | | p | vis | Graff K. | AN 218,25 (1923) |
| 2419821.391 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419824.190 | | p | vis | Graff K. | AN 218,25 (1923) |
| 2419852.247 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2419863.481 | | p | vis | Graff K. | AN 218,25 (1923) |
| 2419866.274 | : | p | vis | Graff K. | AN 218,25 (1923) |
| 2419978.552 | : | p | vis | Graff K. | AN 218,25 (1923) |
| 2419978.5535 | : | p | vis | Lehnert R. | AN 200,163 (1915) |
| 2419995.404 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2420006.624 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2420009.424 | | p | vis | Graff K. | AN 218,25 (1923) |
| 2420020.672 | : | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2420023.458 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2420023.4604 | | p | vis | Lehnert R. | AN 200,163 (1915) |
| 2420023.464 | | p | vis | Hoffmeister C. | AN 197,317 (1914) |

Tabulka 9.1: Continued.

| HJD_{min} | N | Min | Type | Observer(s) | Source |
|--------------|----|-----|--------|----------------|---|
| 2420023.468 | | p | vis | Hartwig E. | Bamb. Veröff. 1,453, 579 (1910) |
| 2420026.282 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2420037.491 | | p | vis | Hoffmeister C. | AN 197,317 (1914) |
| 2420037.4979 | : | p | vis | Lehnert R. | AN 200,163 (1915) |
| 2420040.291 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,240 (1932) |
| 2420040.301 | | p | vis | Hoffmeister C. | AN 197,317 (1914) |
| 2420040.310 | | p | vis | Graff K. | AN 218,25 (1923) |
| 2420054.335 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,241 (1932) |
| 2420054.342 | | p | vis | Hoffmeister C. | AN 197,317 (1914) |
| 2420068.381 | | p | vis | Hoffmeister C. | AN 197,317 (1914) |
| 2420121.689 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,241 (1932) |
| 2420130.099 | | p | vis | Nijland A. A. | BAN 2,129 (1924) |
| 2420138.526 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,241 (1932) |
| 2420169.400 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,241 (1932) |
| 2420169.401 | | p | vis | Graff K. | AN 218,25 (1923) |
| 2420214.319 | | p | vis | Graff K. | AN 218,25 (1923) |
| 2420239.576 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,241 (1932) |
| 2420242.379 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,241 (1932) |
| 2420256.413 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,241 (1932) |
| 2420270.447 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,241 (1932) |
| 2420357.433 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,241 (1932) |
| 2420385.502 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,241 (1932) |
| 2420458.485 | | p | vis | Nijland A. A. | AN 244,241 (1932) |
| 2420977.6908 | | p | pg | Baker R.H. | Laws.Obs. 33 (1921);this paper ¹ |
| 2422608.321 | | p | vis/pe | Graff K. | AN 218,25 (1923) |
| 2422622.353 | | p | pe | Graff K. | AN 218,25 (1923) |
| 2422765.481 | | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2422796.349 | | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2422810.389 | | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2422838.470 | | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2422841.271 | | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2422855.289 | | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2422869.297 | :: | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2422880.581 | :: | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2422883.338 | :: | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2422897.422 | :: | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2422911.443 | | p | vis | Gadomski J. | Warschau Publ. 8,54 (1933) |
| 2422956.328 | | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2422967.566 | | p | pg | Hellerich J. | AN 217,461 (1923) |
| 2423026.508 | | p | vis | Hellerich J. | BZ 4,15 (1932) |
| 2423203.317 | | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2423273.489 | | p | vis | Gadomski J. | Warschau Publ. 8,54 (1933) |
| 2423287.505 | | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2423318.410 | : | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2423343.614 | :: | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2423503.598 | :: | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2423520.461 | | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2423551.3423 | | p | vis | Gadomski J. | Krakau Circ. 22,13 (1926) |
| 2423711.321 | | p | vis | Beyer M. | AN 234,87 (1929) |
| 2423736.596 | : | p | vis | Gadomski J. | Warschau Publ. 8,54 (1933) |
| 2423815.171 | | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2423854.460 | | p | vis | Beyer M. | AN 234,87 (1929) |
| 2423854.488 | :: | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2423857.251 | | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2423857.288 | | p | vis | Gadomski J. | Warschau Publ. 8,54 (1933) |
| 2423871.278 | : | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2423899.388 | : | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2424202.466 | | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2424567.352 | | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2424710.480 | | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2424783.437 | : | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2424943.433 | | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2425002.302 | :: | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2425013.566 | :: | p | vis | Ellsworth J. | Lyon Bull. 10, 34 (1928) |
| 2425364.438 | | p | vis | Mergentaler J. | Acta Astr.C 1,36 (1928) |

¹new timing based on original photographic observation

Tabulka 9.1: Continued.

| HJD_{min} | N | Min | Type | Observer(s) | Source |
|--------------|----|-----|---------|------------------|---|
| 2425479.517 | | p | vis | Kreiner J. | private communication |
| 2425479.518 | | p | vis | Pagaczewski J. | Warschau Circ. 21 (1945) |
| 2425858.402 | | p | vis | Pagaczewski J. | Warschau Circ. 21 (1945) |
| 2425858.407 | | p | vis | Kreiner J. | private communication |
| 2426018.383 | | p | vis | Jacchia L. | Acta Astr.C 1,108 (1930);PZ 3.64 (1931) |
| 2426627.4326 | | p | vis | Ahnert P. | AN 250,376 (1933) |
| 2426958.591 | | p | vis | Warmbier E. | Acta Astr.C 3,95 (1938) |
| 2427295.398 | | p | pg | Kordylewski K. | Acta Astr.C 2,59 (1934) |
| 2427309.439 | | p | pg | Himpel K. | AN 261,255 (1937) |
| 2427455.329 | :: | p | vis | Gadomski J. | BZ 18,30 (1936) |
| 2427629.421 | | p | plate | Böhme S. | AN 266,170 (1938) |
| 2427862.336 | | p | vis | Szafraniec R. | Acta Astr.C 4,83 (1948) |
| 2427867.948 | | p | vis | Gadomski J. | Acta Astr. 6,111 (1956) |
| 2427873.608 | | p | plate | Böhme S. | AN 266,170 (1938) |
| 2428067.305 | : | p | plate | Böhme S. | AN 266,170 (1938) |
| 2428283.396 | :: | p | vis | Gadomski J. | BZ 18,30 (1936) |
| 2428339.443 | | p | plate | Böhme S. | AN 266,170 (1938) |
| 2428746.396 | | p | plate | Böhme S. | AN 266,170 (1938) |
| 2429765.292 | | p | pg | Schneller H. | MVS 3,179 (1966) |
| 2432341.885 | | p | pe | Smith B. | ApJ 110,63 (1949) |
| 2432372.759 | | p | pe | Wood F. B. | AJ 56,53 (1951) |
| 2432389.600 | | p | pe | Wood F. B. | AJ 56,53 (1951) |
| 2432400.823 | | p | pe | Wood F. B. | AJ 56,53 (1951) |
| 2432414.860 | | p | pe | Wood F. B. | AJ 56,53 (1951) |
| 2432493.446 | | p | vis | Szafraniec R. | Acta Astr.C 4,83 (1948) |
| 2432611.322 | | p | vis | Szczepanowska A. | Acta Astr.C 4,117 (1950) |
| 2432681.505 | | p | vis | Szafraniec R. | Acta Astr.C 4,114 (1950) |
| 2432942.537 | | p | vis | Ahnert P. | AN 278,270 (1950) |
| 2433001.476 | | p | vis | Szczepanowska A. | Acta Astr.C 5,76 (1952) |
| 2433032.351 | | p | vis | Szafraniec R. | Acta Astr.C 5,6 (1950) |
| 2433060.427 | : | p | vis | Pohl E. | AN 279,178 (1951) |
| 2433206.385 | | p | vis | Szczepanowska A. | Acta Astr.C 5,76 (1952) |
| 2433265.308 | | p | vis | Pohl E. | AN 279,178 (1951) |
| 2433310.242 | | p | vis | Pohl E. | AN 279,178 (1951) |
| 2433324.264 | | p | vis | Pohl E. | AN 279,178 (1951) |
| 2433436.551 | | p | vis | Pohl E. | AN 279,178 (1951);MVS 124 |
| 2433436.559 | | p | vis | Domke K. | AN 279,178 (1951) |
| 2433509.524 | | p | vis | Busch H. | MVS 1, No. 243 (1956) |
| 2433509.525 | | p | vis | Pohl E. | AN 281,113 (1953); BAVM 8 |
| 2433509.527 | | p | vis | Wenzel W. | MVS 1, No. 125 (1950) |
| 2433568.460 | | p | vis | Wenzel W. | MVS 1, No. 140 (1951) |
| 2433571.278 | | p | vis | Szczepanowska A. | Acta Astr.C 5,76 (1952) |
| 2433596.541 | | p | vis | Szczepanowska A. | Acta Astr.C 5,76 (1952) |
| 2433700.383 | | p | vis | Jahn A. | AN 281,113 (1953); BAVM 8 |
| 2433700.387 | | p | vis | Domke K. | AN 281,113 (1953); BAVM 8 |
| 2433700.389 | | p | vis | Pohl E. | AN 281,113 (1953); BAVM 8 |
| 2433742.488 | | p | vis | Wenzel W. | MVS 1, No. 1, 140 (1951) |
| 2433745.310 | | p | vis | Pohl E. | AN 281,113 (1953); BAVM 8 |
| 2433745.313 | : | p | vis | Jahn A. | AN 281,113 (1953); BAVM 8 |
| 2433745.315 | | p | vis | Domke K. | AN 281,113 (1953); BAVM 8 |
| 2433756.533 | | p | vis | Domke K. | AN 281,113 (1953); BAVM 8 |
| 2433759.330 | | p | vis | Domke K. | AN 281,113 (1953); BAVM 8 |
| 2433759.334 | | p | vis | Wenzel W. | MVS 1, No. 1, 140 (1951) |
| 2433798.628 | | p | pe (BV) | Baglow R.L. | Publ. DDO 2,3 (1952) |
| 2433888.442 | | p | vis | Szafraniec R. | Acta Astr.C 5,11 (1952) |
| 2433888.453 | | p | vis | Domke K. | AN 281,113 (1953); BAVM 8 |
| 2433888.454 | | p | vis | Wenzel W. | MVS 1, No. 1, 140 (1951) |
| 2433888.460 | | p | vis | Jahn A. | AN 281,113 (1953); BAVM 8 |
| 2433947.389 | | p | vis | Domke K. | AN 281,113 (1953); BAVM 8 |
| 2433947.405 | | p | vis | Sawicki Z. | Acta Astr. 6,111 (1956) |
| 2434079.322 | | p | vis | Pohl E. | AN 282,235 (1955);BAVM 10 |
| 2434121.420 | | p | vis | Pohl E. | AN 282,235 (1955);BAVM 10 |
| 2434121.421 | | p | vis | Domke K. | AN 282,235 (1955);BAVM 10 |
| 2434135.461 | | p | vis | Pohl E. | AN 282,235 (1955);BAVM 10 |
| 2434163.533 | | p | vis | Domke K. | AN 282,235 (1955);BAVM 10 |
| 2434222.473 | | p | vis | Szafraniec R. | Acta Astr.C 5,52 (1953) |
| 2434239.332 | : | p | vis | Slowochotowa N. | PZ 10, No. 1, 29 (1954) |

Tabulka 9.1: Continued.

| HJD_{min} | N | Min | Type | Observer(s) | Source |
|--------------|---|-----|---------|----------------------|--|
| 2434253.335 | | p | vis | Pohl E. | AN 282,235 (1955);BAVM 10 |
| 2434267.394 | | p | vis | Slowochotowa N. | PZ 10, No. 1, 29 (1954) |
| 2434455.435 | | p | vis | Szafraniec R. | Acta Astr.C 5,190 (1954) |
| 2434455.435 | | p | vis | Pohl E. | AN 282,235 (1955);BAVM 10 |
| 2434542.460 | | p | vis | Domke K. | AN 282,235 (1955);BAVM 10 |
| 2434660.345 | : | p | vis | Szafraniec R. | Acta Astr.C 5,194 (1954) |
| 2434876.4683 | | p | pe | Pohl E. | AN 286,209 (1962);BAVM 13 |
| 2434994.365 | | p | vis | Wroblewski A. | Acta Astr. 6,146 (1955) |
| 2435283.477 | | p | vis | Pohl E. | AN 285,161 (1960);BAVM 12 |
| 2435370.479 | | p | vis | Szafraniec R. | Acta Astr. 6,142 (1956) |
| 2435370.485 | | p | vis | Rudolph R. | AN 285,161 (1960);BAVM 12 |
| 2435909.399 | | p | vis | Kordylewski K. | SAC 29,109 (1957) |
| 2435951.504 | : | p | vis | Dörr F. | AN 285,161 (1960);BAVM 12 |
| 2435951.512 | | p | vis | Quester W. | AN 285,161 (1960);BAVM 12 |
| 2435951.519 | : | p | vis | Rudolph R. | AN 285,161 (1960);BAVM 12 |
| 2436111.501 | | p | vis | Dörr F. | AN 285,161 (1960);BAVM 12 |
| 2436111.501 | | p | vis | Rudolph R. | AN 285,161 (1960);BAVM 12 |
| 2436111.503 | | p | vis | Braune W. | AN 285,161 (1960);BAVM 12 |
| 2436128.335 | | p | vis | Szafraniec R. | Acta Astr. 8,190 (1958) |
| 2436855.335 | : | p | vis | Braune W. | AN 286,209 (1962);BAVM 13 |
| 2437015.308 | | p | vis | Szafraniec R. | Acta Astr. 13,79 (1963) |
| 2437172.472 | | p | vis | Ciemnolonski J. | EBC 15 (1960) |
| 2437172.484 | | p | vis | Slowik Z. | EBC 15 (1960) |
| 2437172.487 | | p | vis | Flin P. | EBC 15 (1960); Acta Astr. 17,61 (1967) |
| 2437172.494 | | p | vis | Rodzinski J. | Acta Astr. 18, 322 (1968) |
| 2437172.496 | | p | vis | Szeligiewicz E. | Acta Astr. 18, 322 (1968) |
| 2437172.496 | | p | vis | Hoffmann E. | Brno Contrib. 6 (1968) |
| 2438090.342 | | p | vis | Žďárský F. | Brno Contrib. 6 (1968) |
| 2438118.425 | | p | vis | Žďárský F. | Brno Contrib. 6 (1968) |
| 2438146.477 | | p | vis | Braune W. | AN 290,105 (1967);BAVM 18 |
| 2438292.4384 | | p | vis | Kordylewski K. | IBVS 46 (1964) |
| 2438410.311 | | p | vis | Žďárský F. | Brno Contrib. 6 (1968) |
| 2438525.415 | | p | vis | Žďárský F. | Brno Contrib. 6 (1968) |
| 2438539.445 | | p | vis | Běťák E. | Brno Contrib. 6 (1968) |
| 2438539.4451 | : | p | pe(V) 0 | Pohl E. | IBVS 443 (1970) |
| 2438539.4452 | | p | pe 0 | Walter K. | A&ASuppl 32,57 (1978) |
| 2438553.4788 | | p | pe 0 | Walter K. | A&ASuppl 32,57 (1978) |
| 2438612.411 | | p | vis | Peter H. | BAVM 18;BBSAG Bull 2 (1972) |
| 2438612.4230 | | p | pe 0 | Walter K. | A&ASuppl 32,57 (1978) |
| 2438671.357 | | p | vis | Žďárský F. | Brno Contrib. 6 (1968) |
| 2438671.3698 | | p | pe 0 | Pohl E. | IBVS 443 (1970) |
| 2438817.322 | | p | vis | Žďárský F. | Brno Contrib. 5 (1968) |
| 2438957.678 | | p | vis | Monske R. | IBVS 114 (1965) |
| 2438977.3148 | | p | pe 0 | Walter K. | A&ASuppl 32,57 (1978) |
| 2438985.7376 | | p | pe 0 | Walter K. | A&ASuppl 32,57 (1978) |
| 2438991.345 | | p | vis | Kizilirmak A. | AN 289,191 (1966) |
| 2438991.346 | | p | vis | Kizilirmak R. | AN 289,191 (1966) |
| 2438991.346 | | p | vis | Pohl E. | MVS Band 3,H.6,p.179 (1966) |
| 2439019.426 | | p | vis | Peter H. | BAVM 18;BBSAG Bull 2 (1972) |
| 2439033.452 | | p | vis | Szafraniec R. | Acta Astr. 16,158 (1966) |
| 2439266.423 | | p | vis | Hübscher J. | AN 292,185 (1970); BAVM 23 |
| 2439266.426 | | p | vis | Braune W. | AN 292,185 (1970); BAVM 23 |
| 2439350.621 | | p | vis | Monske R. | IBVS 180 (1967) |
| 2439367.463 | | p | vis | Czerlunczakiewicz B. | Acta Astr. 18, 331 (1968) |
| 2439367.468 | | p | vis | Slowik A. | Acta Astr. 18, 331 (1968) |
| 2439412.372 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 6 (1972);Orion 100 (1967) |
| 2439527.459 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 6 (1972);Orion 100 (1967) |
| 2439673.430 | : | p | vis | Todoran I. | SCA 17,203 (1972) |
| 2439687.450 | | p | vis | Güdür N. | AN 291, 111 (1969) |
| 2439701.474 | | p | vis | Todoran I. | SCA 17,203 (1972) |
| 2439701.484 | | p | vis | Güdür N. | AN 291, 111 (1969) |
| 2439704.282 | | p | vis | Todoran I. | SCA 17,203 (1972) |
| 2439715.506 | | p | vis | Slowik A. | Acta Astr. 18, 331 (1968) |
| 2439732.346 | | p | vis | Czerlunczakiewicz B. | Acta Astr. 18, 331 (1968) |
| 2439732.357 | | p | vis | Bozkurt S. | AN 291, 111 (1969) |
| 2439732.359 | | p | vis | Güdür N. | AN 291, 111 (1969) |
| 2439732.360 | | p | vis | Kurutac M. | AN 291, 111 (1969) |

Tabulka 9.1: Continued.

| HJD_{min} | N | Min | Type | Observer(s) | Source |
|--------------|----|-----|--------|------------------------|---|
| 2439746.396 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 8 (1973);Orion 103 (1967) |
| 2439805.339 | | p | vis | Schubert H. | AN 292,185 (1970); BAVM 23 |
| 2439819.3636 | | p | pe | Tremko J. | BAICz 32,242 (1981) |
| 2439903.571 | | p | pe | Tremko J. | BAICz 32,242 (1981) |
| 2439962.521 | | p | vis | Schubert H. | AN 292,185 (1970); BAVM 23 |
| 2439979.3515 | | p | pe | Gencer E. | IBVS 443 (1970);IBVS 456 (1970) |
| 2440080.3995 | | p | pe | Gencer E.,Kurutac M. | IBVS 443 (1970);IBVS 456 (1970) |
| 2440150.5680 | | p | pe | Tremko J. | BAICz 32,242 (1981) |
| 2440153.384 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 15 (1974) ;Orion 110 (1968) |
| 2440184.2480 | | p | pe | Tremko J. | BAICz 32,242 (1981) |
| 2440198.2830 | | p | pe | Tremko J. | BAICz 32,242 (1981) |
| 2440229.172 | | p | vis | Flin P. | IBVS 328 (1969) |
| 2440299.340 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 17 (1974);Orion 112 (1969) |
| 2440324.604 | | p | vis | Bortle J. | IBVS 795 (1973) |
| 2440338.630 | | p | vis | Bortle J. | IBVS 795 (1973) |
| 2440383.5340 | | p | pe 0 | Walter K. | A&ASuppl 32,57 (1978) |
| 2440439.672 | | p | vis | Monske R. | IBVS 795 (1973) |
| 2440442.465 | : | p | vis | Mundry E. | AN 294,123 (1973);BAVM 25 |
| 2440473.352 | : | p | pe (V) | Meier M.,Pohl E. | IBVS 443 (1970);IBVS 456 (1970) |
| 2440720.3589 | | p | pe | Walter K. | A&ASuppl 32,57 (1978) |
| 2440720.368 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 24 (1975);Orion 119 (1970) |
| 2440734.393 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 24 (1975);Orion 119 (1970) |
| 2440773.685 | | p | vis | Mayer E. | JAAVSO 4,89 (1976) |
| 2440776.4926 | | p | pe | Walter K. | A&ASuppl 32,57 (1978) |
| 2440838.250 | | p | vis | Todoran I. | SCA 17,203 (1972) |
| 2440852.2801 | | p | pe | Walter K. | A&ASuppl 32,57 (1978) |
| 2440877.5390 | : | p | pe | Endres C.,Woitok R. | IBVS 530 (1971) |
| 2440939.313 | : | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 28 (1976);Orion 123 (1971) |
| 2441054.3740 | | p | pe | Walter K. | A&ASuppl 32,57 (1978) |
| 2441054.384 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 30 (1976);Orion 125 (1971) |
| 2441068.4066 | | p | pe (B) | Battistini P. et al. | IBVS 817 (1973) |
| 2441169.4553 | | p | pe | Todoran I. | SCA 17,203 (1972) |
| 2441169.459 | | p | vis | Isles J. E. | BBSAG Bull. 32 (1977);Orion 127 (1971) |
| 2441172.2621 | | p | pe | Todoran I. | SCA 17,203 (1972) |
| 2441183.4896 | | p | pe | Todoran I. | SCA 17,203 (1972) |
| 2441197.524 | | p | vis | Isles J. E. | BBSAG Bull. 32 (1977);Orion 127 (1971) |
| 2441259.279 | | p | vis | Wälke K. | AN 294,123 (1973);BAVM 25 |
| 2441259.281 | | p | vis | Werner W. | AN 294,123 (1973);BAVM 25 |
| 2441273.315 | | p | vis | Pickup D. A. | BBSAG Bull. 2 (1972) |
| 2441357.520 | | p | vis | Klimek Z. | IBVS 637 (1972) |
| 2441388.387 | | p | vis | Schubert H. | AN 294,225 (1973); BAVM 26 |
| 2441395.467 | | s | pe(B) | Battistini P. et al. | IBVS 817 (1973) |
| 2441402.417 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 3 (1972) |
| 2441416.472 | : | p | vis | Currie M. J. | JBAA 83,453 (1973) |
| 2441503.4655 | | p | pe(V) | Gröbel R.,Huck W. | IBVS 937 (1974) |
| 2441503.4664 | | p | pe | Walter K. | A&ASuppl 32,57 (1978) |
| 2441517.491 | | p | vis | Gough T. T. | JBAA 83,453 (1973) |
| 2441559.611 | | p | vis | Mayer E. | JAAVSO 5,34 (1976) |
| 2441562.411 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 5 (1972) |
| 2441576.444 | | p | vis | Braune W. | AN 294,225 (1973); BAVM 26 |
| 2441694.323 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 7 (1973) |
| 2441722.408 | | p | vis | Diethelm R. | BBSAG Bull. 8 (1973) |
| 2441764.500 | : | p | pe (V) | Grampp G.,Gröbel R.... | IBVS 937 (1974) |
| 2441781.312 | :: | p | vis | Braune W. | AN 294,225 (1973); BAVM 26 |
| 2441795.366 | | p | vis | Diethelm R. | BBSAG Bull. 9 (1973) |
| 2441837.475 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 10 (1973) |
| 2441941.331 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 11 (1973) |
| 2442157.458 | | p | vis | Isles J. E. | JBAA 85,445 (1975) |
| 2442157.458 | | p | vis | Pickup D. A. | JBAA 85,445 (1975) |
| 2442157.462 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 15 (1974) |
| 2442258.5032 | : | p | pe(V) | Ebersberger J. et al. | IBVS 1053 (1975) |
| 2442272.541 | | p | vis | Diethelm R. | BBSAG Bull. 17 (1974) |
| 2442303.403 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 17 (1974) |
| 2442502.686 | : | p | vis | Samolyk G. | JAAVSO 7,35 (1978) |
| 2442578.485 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 23 (1975) |
| 2442592.513 | | p | vis | Taylor M. D. | JBAA 87,80 (1976) |
| 2442623.387 | : | p | vis | Diethelm R. | BBSAG Bull. 23 (1975) |

Tabulka 9.1: Continued.

| HJD_{min} | N | Min | Type | Observer(s) | Source |
|--------------|----|-----|--------|-------------------|----------------------------|
| 2442651.473 | | p | vis | Taylor M. D. | JBAA 87,80 (1976) |
| 2442665.4933 | | p | pe | Tremko J. | BAICz 32,242 (1981) |
| 2442707.600 | | p | vis | Mallama A. | IBVS 1249 (1977) |
| 2442710.4038 | | p | pe | Tremko J. | BAICz 32,242 (1981) |
| 2442738.470 | | p | vis | Taylor M. D. | JBAA 87,80 (1976) |
| 2442839.510 | | p | vis | Brelstaff T. | BAA VSS Circ. 58,16 (1984) |
| 2442898.4621 | : | p | pe | Blenner A. et al. | IBVS 1358 (1977) |
| 2442898.467 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 27 (1976) |
| 2442923.727 | | p | vis | Samolyk G. | AAVSO Obs.Min. EB 3 (1996) |
| 2442937.765 | | p | vis | Samolyk G. | AAVSO Obs.Min. EB 3 (1996) |
| 2442957.407 | | p | vis | Germann R. | BBSAG Bull. 28 (1976) |
| 2442957.411 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 28 (1976) |
| 2442971.435 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 29 (1976) |
| 2442971.436 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 29 (1976) |
| 2443013.546 | | p | vis | Brelstaff T. | BAA VSS Circ. 58,16 (1984) |
| 2443016.345 | | p | vis | Germann R. | BBSAG Bull. 29 (1976) |
| 2443030.381 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 30 (1976) |
| 2443083.717 | | p | vis | Samolyk G. | AAVSO Obs.Min. EB 3 (1996) |
| 2443173.534 | | p | vis | Brelstaff T. | BAA VSS Circ. 58,16 (1984) |
| 2443204.414 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 33 (1977) |
| 2443271.775 | | p | vis | Ruokonen D. | AAVSO Obs.Min. EB 3 (1996) |
| 2443291.396 | :: | p | vis | Germann R. | BBSAG Bull. 33 (1977) |
| 2443291.4236 | | p | pe(V) | Papoušek J. | FFSNB 25, No. 4, 5 (1984) |
| 2443291.4242 | | p | pe(U) | Papoušek J. | FFSNB 25, No. 4, 5 (1984) |
| 2443291.4245 | | p | pe(B) | Papoušek J. | FFSNB 25, No. 4, 5 (1984) |
| 2443291.4253 | | p | pe | Tremko J. | BAICz 32,242 (1981) |
| 2443305.4589 | | p | pe(B) | Papoušek J. | FFSNB 25, No. 4, 5 (1984) |
| 2443305.4589 | | p | pe(U) | Papoušek J. | FFSNB 25, No. 4, 5 (1984) |
| 2443305.4593 | | p | pe(V) | Papoušek J. | FFSNB 25, No. 4, 5 (1984) |
| 2443434.5749 | | p | pe | Tremko J. | BAICz 32,242 (1981) |
| 2443437.3822 | | p | pe | Tremko J. | BAICz 32,242 (1981) |
| 2443493.5199 | | p | pe | Tremko J. | BAICz 32,242 (1981) |
| 2443496.3254 | | p | pe | Tremko J. | BAICz 32,242 (1981) |
| 2443580.5318 | | p | pe(V) | Papoušek J. | FFSNB 25, No. 4, 5 (1984) |
| 2443580.5326 | | p | pe(B) | Papoušek J. | FFSNB 25, No. 4, 5 (1984) |
| 2443580.5327 | | p | pe(U) | Papoušek J. | FFSNB 25, No. 4, 5 (1984) |
| 2443597.383 | | p | vis | Brelstaff T. | BAA VSS Circ. 58,16 (1984) |
| 2443712.447 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 38 (1978) |
| 2443712.448 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 38 (1978) |
| 2443740.518 | | p | vis | Lichtenknecker D. | AN 302,53 (1981); BAVM 31 |
| 2443740.523 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 38 (1978) |
| 2443743.320 | | p | vis | Germann R. | BBSAG Bull. 38 (1978) |
| 2443751.745 | | p | vis | Samolyk G. | AAVSO Obs.Min.EB 3 (1996) |
| 2443827.548 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 40 (1978) |
| 2443889.294 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 41 (1979) |
| 2443928.596 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 42 (1979) |
| 2443942.612 | | p | vis | Dimou G. | BBSAG Bull. 42 (1979) |
| 2443942.618 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 42 (1979) |
| 2443973.510 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 43 (1979) |
| 2444001.567 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 43 (1979) |
| 2444060.506 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 44 (1979) |
| 2444130.681 | | p | vis | Brelstaff T. | BAA VSS Circ. 59,17 (1985) |
| 2444133.4867 | | p | pe | Tremko J. | BAICz 32,242 (1981) |
| 2444133.490 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 45 (1979) |
| 2444136.291 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 45 (1979) |
| 2444136.2957 | | p | pe | Tremko J. | BAICz 32,249 (1981) |
| 2444136.2957 | | p | pe | Tremko J. | BAICz 32,249 (1981) |
| 2444136.315 | : | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 45 (1979) |
| 2444150.3296 | | p | pe | Tremko J. | BAICz 32,242 (1981) |
| 2444150.330 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 45 (1979) |
| 2444164.368 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 45 (1979) |
| 2444178.402 | | p | vis | Brelstaff T. | BAA VSS Circ. 59,17 (1985) |
| 2444318.741 | | p | vis | Hanson G. | AAVSO Obs.Min. EB 3 (1996) |
| 2444338.404 | | p | vis | Brelstaff T. | BAA VSS Circ. 59,17 (1985) |
| 2444360.8447 | | p | pe(BV) | Forbes D. W. | IBVS 2545 (1984) |
| 2444419.792 | | p | vis | Samolyk G. | AAVSO Obs.Min. EB 3 (1996) |
| 2444453.464 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 49 (1980) |

Tabulka 9.1: Continued.

| HJD_{min} | N | Min | Type | Observer(s) | Source |
|--------------|---|-----|--------------|------------------|----------------------------|
| 2444484.357 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 50 (1980) |
| 2444498.380 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 50 (1980) |
| 2444512.400 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 50 (1980) |
| 2444725.731 | | p | vis | Heifner M. | AAVSO Obs.Min. EB 3 (1996) |
| 2444787.479 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 56 (1981) |
| 2444832.389 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 56 (1981) |
| 2444832.394 | | p | vis | Diethelm R. | BBSAG Bull. 56 (1981) |
| 2444832.402 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 56 (1981) |
| 2444874.501 | | p | vis | Šilhán J. | Brno Contrib. 26 (1985) |
| 2444877.302 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 56 (1981) |
| 2444891.354 | : | p | vis | Brelstaff T. | BAA VSS Circ. 59,17 (1985) |
| 2444989.578 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 58 (1982) |
| 2445006.419 | | p | vis | Kohl M. | BBSAG Bull. 59 (1982) |
| 2445006.419 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 59 (1982) |
| 2445006.435 | | p | vis | Häring R. | BBSAG Bull. 59 (1982) |
| 2445065.354 | : | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 60 (1982) |
| 2445073.801 | | p | vis | Williams D. | AAVSO Obs.Min. EB 3 (1996) |
| 2445079.400 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 60 (1982) |
| 2445079.404 | | p | vis | Diethelm R. | BBSAG Bull. 60 (1982) |
| 2445121.5079 | | p | vis | Agerer F. | BAVM 36 |
| 2445180.434 | : | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 61 (1982) |
| 2445208.518 | | p | vis | Pleinerová J. | Brno Contrib. 26 (1985) |
| 2445208.523 | | p | vis | Bohutinská H. | Brno Contrib. 26 (1985) |
| 2445208.524 | | p | vis | Kobzová E. | Brno Contrib. 26 (1985) |
| 2445208.526 | | p | vis | Markovič J. | Brno Contrib. 26 (1985) |
| 2445208.526 | | p | vis | Svoboda P. | Brno Contrib. 26 (1985) |
| 2445208.526 | | p | vis | Zejda M. | Brno Contrib. 26 (1985) |
| 2445208.529 | | p | vis | Wagner V. | Brno Contrib. 26 (1985) |
| 2445208.531 | | p | vis | Pintová K. | Brno Contrib. 26 (1985) |
| 2445264.645 | | p | vis | Samolyk G. | Obs.Min.of Ecl 3 (1996) |
| 2445382.546 | | p | vis | Zejda M. | Brno Contrib. 26 (1985) |
| 2445441.482 | : | p | vis | Stefanopoulos G. | BBSAG Bull. 67 (1983) |
| 2445508.854 | | p | vis | Williams D. | AAVSO Obs.Min. EB 3 (1996) |
| 2445559.375 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 68 (1983) |
| 2445579.033 | | p | vis | Šilhán J. | Brno Contrib. 26 (1985) |
| 2445674.459 | | p | vis | Brelstaff T. | BAA VSS Circ. 60,21 (1985) |
| 2445893.398 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 73 (1984) |
| 2445893.400 | | p | vis | Elias D. P. | BBSAG Bull. 73 (1984) |
| 2446134.778 | | p | vis | Williams D. | AAVSO Obs.Min. EB 3 (1996) |
| 2446165.657 | | p | vis | Williams D. | AAVSO Obs.Min. EB 3 (1996) |
| 2446207.766 | | p | vis | Williams D. | AAVSO Obs.Min. EB 3 (1996) |
| 2446221.806 | | p | vis | Hill R. | AAVSO Obs.Min. EB 3 (1996) |
| 2446235.822 | | p | vis | Atwood P. | AAVSO Obs.Min. EB 3 (1996) |
| 2446255.475 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 77 (1985) |
| 2446300.3875 | | p | vis | Zejda M. | Brno Contrib. 27 (1986) |
| 2446300.3917 | | p | vis | Slatinský A. | Brno Contrib. 27 (1986) |
| 2446446.348 | | p | vis | Middlemist J. | BAA VSS Circ. 67, 9 (1988) |
| 2446707.366 | : | p | vis | Mavrofridis G. | BBSAG Bull. 81 (1986) |
| 2446875.784 | | p | vis | Samolyk G. | AAVSO Obs.Min. EB 3 (1996) |
| 2446920.695 | | p | vis | Samolyk G. | AAVSO Obs.Min. EB 3 (1996) |
| 2446982.451 | | p | vis | Blendin W. | BAV Mitt 50 (1988) |
| 2447100.325 | | p | vis | Hroch F. | Brno Contrib. 30 (1992) |
| 2447212.617 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 87 (1988) |
| 2447616.798 | | p | vis | Sventek P. | AAVSO Obs.Min. EB 3 (1996) |
| 2447782.4061 | | p | pe(V) | Hanžl D. | IBVS 3423 (1990) |
| 2447782.4068 | | p | CCD(B) | Hanžl D. | IBVS 3423 (1990) |
| 2447793.647 | : | p | vis | Smith M. | AAVSO Obs.Min. EB 3 (1996) |
| 2448043.450 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 95 (1990) |
| 2448130.4638 | | p | vis | Marek T. | Brno Contrib. 31 (1995) |
| 2448130.464 | | p | vis | Zejda M. | Brno Contrib. 31 (1995) |
| 2448346.581 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 97 (1991) |
| 2448456.0539 | | p | CCD(V_T) | Hipparcos | this paper |
| 2448464.4761 | | p | CCD(H_p) | Hipparcos | this paper |
| 2448481.3160 | | p | CCD(B_T) | Hipparcos | this paper |
| 2448500.9687 | | p | CCD(V) | Hipparcos | Hipparcos (1997) |
| 2448770.422 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 101 (1992) |
| 2448843.408 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 102 (1992) |

Tabulka 9.1: Continued.

| HJD_{min} | N | Min | Type | Observer(s) | Source |
|--------------|---|-----|-----------|---------------|--|
| 2449076.378 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 104 (1993) |
| 2449090.417 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 104 (1993) |
| 2449118.474 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 104 (1993) |
| 2449177.416 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 104 (1993) |
| 2449219.509 | | p | vis | Mocek J. | Brno Contrib. 31 (1995) |
| 2449236.376 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 105 (1994) |
| 2449250.387 | | p | vis | Dědoch A. | Brno Contrib. 31 (1995) |
| 2449612.453 | | p | vis | Kalaš V. | Brno Contrib. 31 (1995) |
| 2449612.457 | | p | vis | Rottenborn M. | Brno Contrib. 31 (1995) |
| 2449612.459 | | p | vis | Zejda M. | Brno Contrib. 31 (1995) |
| 2449612.4673 | | p | vis | Větrovcová M. | Brno Contrib. 31 (1995) |
| 2449820.183 | | p | vis | Sekino Y. | VSOLJ Bull. 23 (1997) |
| 2449918.416 | | p | vis | Peter H. | BBSAG Bull. 110 (1995) |
| 2449932.4350 | | p | vis | Mocek J. | Brno Contrib. 32 (2002) |
| 2449932.4461 | | p | vis | Dědoch A. | Brno Contrib. 32 (2002) |
| 2449932.4524 | | p | vis | Polák J. | Brno Contrib. 32 (2002) |
| 2449932.4545 | | p | vis | Rottenborn M. | Brno Contrib. 32 (2002) |
| 2449932.4579 | | p | vis | Kratochvíl A. | Brno Contrib. 32 (2002) |
| 2449932.4614 | | p | vis | Honzík L. | Brno Contrib. 32 (2002) |
| 2449932.4670 | | p | vis | Větrovcová M. | Brno Contrib. 32 (2002) |
| 2449932.4704 | | p | vis | Minář J. | Brno Contrib. 32 (2002) |
| 2449977.3798 | | p | vis | Kratochvíl A. | Brno Contrib. 32 (2002) |
| 2449977.4006 | | p | vis | Zíbar M. | Brno Contrib. 32 (2002) |
| 2450162.6069 | | p | CCD | Blättler E. | BBSAG Bull. 111 (1996) |
| 2450673.4557 | | p | vis | Honzík L. | Brno Contrib. 32 (2002) |
| 2450673.4640 | | p | CCD(B) | Ogloza W. | private communication |
| 2450673.4642 | | p | CCD(BVRI) | Ogloza W. | IBVS 4534 (1997) ² |
| 2450673.4642 | | p | CCD(I) | Ogloza W. | private communication |
| 2450673.4642 | | p | CCD(V) | Ogloza W. | private communication |
| 2450673.4645 | | p | CCD(R) | Ogloza W. | private communication |
| 2450718.367 | | p | vis | Meyer R. | BAV Mitt 113 (1998) |
| 2451195.5401 | | p | CCD | Zejda M. | Brno Contrib. 32 (2002),IBVS 5263 (2002) |
| 2451386.417 | | p | vis | Meyer R. | BAV Mitt 131 (2000) |
| 2451487.445 | : | p | vis | Banuscher D. | BAV Mitt 131 (2000) |
| 2451619.370 | | p | vis | Locher K. | BBSAG Bull. 122 (2000) |
| 2451675.5165 | | p | CCD(V) | Zejda M. | Brno Contrib. 32 (2002),IBVS 5287 (2002) |
| 2451793.401 | | p | vis | Tikkanen K. | BBSAG Bull. 127 (2002) |
| 2451995.499 | | p | vis | Tikkanen K. | BBSAG Bull. 127 (2002) |
| 2452054.4422 | | p | vis | Hejduk P. | private communication |
| 2452054.446 | | p | vis | Meyer R. | BAV Mitt 143 (2001) |
| 2452141.457 | | p | vis | Tikkanen K. | BBSAG Bull. 127 (2002) |
| 2452231.277 | | p | vis | Tikkanen K. | BBSAG Bull. 127 (2002) |
| 2452301.445 | | p | vis | Tikkanen K. | BBSAG Bull. 128 (2002) |
| 2452363.196 | | p | vis | Tikkanen K. | BBSAG Bull. 128 (2002) |
| 2452475.470 | | p | vis | Meyer R. | BAV Mitt 157 (2003) |
| 2452506.350 | | p | vis | Tikkanen K. | BBSAG Bull. 129=IBVS 5438 (2003) |
| 2452565.295 | | p | vis | Tikkanen K. | BBSAG Bull. 129=IBVS 5438 (2003) |
| 2452652.3007 | | p | CCD | Schmidt U. | IBVS 5484 (2003)=BAVM 158 |
| 2452694.4083 | | p | CCD(I) | Zejda M. | IBVS 5583 (2004) |
| 2452722.476 | | p | vis | Meyer R. | BAV Mitt 157 (2003) |
| 2452854.4012 | | p | CCD | Bakis V. | IBVS 5662 (2005) |
| 2452983.5185 | | p | CCD(I) | Zejda M. | IBVS 5583 (2004) |
| 2453070.5287 | | p | CCD(V) | Zejda M. | IBVS 5583 (2004) |
| 2453070.5297 | | p | CCD(R) | Zejda M. | IBVS 5583 (2004) |
| 2453070.5298 | | p | CCD(I) | Zejda M. | IBVS 5583 (2004) |
| 2453254.3789 | | s | CCD(V) | Zejda M. | this paper |
| 2453254.3794 | | s | CCD(R) | Zejda M. | this paper |
| 2453254.3796 | | s | CCD(VRI) | Zejda M. | IBVS 5741 (2006) ³ |
| 2453254.3805 | | s | CCD(I) | Zejda M. | this paper |
| 2453387.7011 | | p | CCD(B) | Zejda M. | this paper |
| 2453387.7016 | | p | CCD(BVRI) | Zejda M. | IBVS 5741 (2006) ⁶ |
| 2453387.7017 | | p | CCD(I) | Zejda M. | this paper |
| 2453387.7018 | | p | CCD(R) | Zejda M. | this paper |

²mean (in regard of color) timing of minimum³mean (in regard of color) timing of minimum

Tabulka 9.1: Continued.

| HJD_{min} | N | Min | Type | Observer(s) | Source |
|---------------|---|-----|-----------|------------------------|-------------------------------|
| 2453387.7019 | | p | CCD(V) | Zejda M. | this paper |
| 2453407.3481 | | p | CCD(B) | Zejda M. | this paper |
| 2453407.3491 | | p | CCD(R) | Zejda M. | this paper |
| 2453407.3492 | | p | CCD(BVRI) | Zejda M. | IBVS 5741 (2006) ⁶ |
| 2453407.3497 | | p | CCD(V) | Zejda M. | this paper |
| 2453407.3498 | | p | CCD(I) | Zejda M. | this paper |
| 2453463.4867 | | p | CCD(BVRI) | Zejda M. | IBVS 5741 (2006) ⁶ |
| 2453463.4867 | | p | CCD(R) | Zejda M. | this paper |
| 2453463.4867 | | p | CCD(V) | Zejda M. | this paper |
| 2453463.4867 | | p | CCD(I) | Zejda M. | this paper |
| 2453463.4869 | | p | CCD(B) | Zejda M. | this paper |
| 2453581.3738 | | p | CCD(RI) | Zejda M. | IBVS 5741 (2006) ⁶ |
| 2453581.3738 | | p | CCD(I) | Zejda M. | this paper |
| 2453581.3739 | | p | CCD(R) | Zejda M. | this paper |
| 2453581.3740 | | p | CCD(V) | Zejda M. | this paper |
| 2453595.40758 | | p | CCD(B) | Chrastina M., Szász G. | private communication |
| 2453595.40789 | | p | CCD(I) | Chrastina M., Szász G. | private communication |
| 2453595.40797 | | p | CCD(V) | Chrastina M., Szász G. | private communication |
| 2453595.4080 | | p | CCD(BVRI) | Chrastina M., Szász G. | this paper ⁶ |
| 2453595.40881 | | p | CCD(R) | Chrastina M., Szász G. | private communication |
| 2453609.44175 | | p | CCD(I) | Zejda M. | this paper |
| 2453609.4421 | | p | CCD(VRI) | Zejda M. | this paper ⁶ |
| 2453609.44227 | | p | CCD(V) | Zejda M. | this paper |
| 2453609.44237 | | p | CCD(R) | Zejda M. | this paper |
| 2453943.45437 | | p | CCD(I) | Zejda M. | this paper |
| 2453943.45442 | | p | CCD(V) | Zejda M. | this paper |
| 2453943.4545 | | p | CCD(VRI) | Zejda M. | this paper ⁶ |
| 2453943.45479 | | p | CCD(R) | Zejda M. | this paper |
| 2453957.48892 | | p | CCD(B) | Svoboda P. | private communication |
| 2453985.55724 | | p | CCD(B) | Svoboda P. | private communication |
| 2453988.36396 | | p | CCD(B) | Svoboda P. | private communication |
| 2453988.3642 | | p | CCD(VRI) | Zejda M. | this paper ⁶ |
| 2453988.36425 | | p | CCD(I) | Zejda M. | this paper |
| 2453988.36459 | | p | CCD(V) | Zejda M. | this paper |
| 2453988.36464 | | p | CCD(R) | Zejda M. | this paper |
| 2453999.59211 | | p | CCD(B) | Svoboda P. | private communication |
| 2454002.395 | | p | vis | Swierczynski S. | VSNET-ECL 2410 (2006) |
| 2454002.39788 | | p | CCD(B) | Svoboda P. | private communication |
| 2454002.39834 | | p | CCD(I) | Zejda M. | this paper |
| 2454002.3986 | | p | CCD(VRI) | Zejda M. | this paper ⁶ |
| 2454002.39862 | | p | CCD(R) | Zejda M. | this paper |
| 2454002.39879 | | p | CCD(V) | Zejda M. | this paper |
| 2454026.2572 | | s | CCD(I) | Svoboda P. | private communication |
| 2454096.4335 | | s | CCD(I) | Svoboda P. | private communication |
| 2454190.45738 | | p | CCD(R) | Brát L. | private communication |
| 2454190.45692 | | p | CCD(B) | Svoboda P. | private communication |
| 2454197.46896 | | s | CCD(I) | Svoboda P. | private communication |

Tabulka 9.2: Spektrální čáry použité pro určení radiální rychlosti sekundární složky.

| | 1 FeI | 2 FeI | 3 CaI | 4 FeI | 5 FeI | 6 FeI | 7 CaI | 8 VI | 9 FeI | 10 TiI | 11 FeII | 12 SiI | 13 FeI |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|--------|---------|--------|--------|
| 1 | | x | x | | | | x | x | x | x | x | x | x |
| 2 | x | x | | x | x | x | x | x | x | | | | |
| 3 | | | | | | | x | | x | | x | x | x |
| 4 | | | | | x | | x | | | | x | x | x |
| 5 | x | x | x | x | | x | x | x | x | | | | |
| 6 | | x | | | x | | x | | | | | x | x |
| 7 | x | x | x | | | x | | | x | x | x | x | |
| 8 | | x | | x | x | | | | | | | | |
| 9 | x | | x | x | x | x | x | x | x | | x | x | x |
| 10 | x | | x | x | x | x | x | x | | x | x | x | x |
| 11 | | x | | | x | | x | | | x | | | |
| 12 | x | | | x | x | x | x | x | x | x | | | |
| 13 | x | x | x | | x | x | x | x | x | x | | | |
| 14 | x | x | x | x | x | x | x | x | x | | x | | |
| 15 | x | | x | x | | x | x | x | x | x | | | |
| 16 | x | x | x | | | | x | x | x | | | | |
| 17 | x | x | x | | | x | x | x | x | | | | x |
| 18 | | x | | | x | | x | | | | x | x | x |
| 19 | | | x | x | | | x | x | x | x | x | x | x |
| 20 | | | x | | | | x | | x | x | x | x | x |
| 21 | | | | | | | x | | x | | x | | x |
| 22 | | x | | x | | | x | | | x | | | |
| 23 | | x | | | | | x | | x | x | | | x |
| 24 | x | x | | | | x | x | | x | x | | x | |
| 25 | | x | | | x | | | | | x | | x | |
| 26 | | x | | | x | | x | | | x | x | x | |
| 27 | x | | x | | | x | x | x | x | x | x | x | |
| 28 | | x | x | x | x | | | | x | x | x | x | x |
| 29 | | x | | | x | | | | x | | | x | x |
| 30 | x | | | x | x | x | x | | | | x | | x |
| 31 | x | x | | | x | | | | | | | x | |
| 32 | x | x | | | | | | | x | x | | | x |
| 33 | x | x | | | | x | x | x | x | | x | | |
| 34 | x | | | x | | x | x | x | x | x | x | | |
| 35 | x | x | x | | | x | x | x | x | | x | | x |
| 36 | x | x | x | x | x | | x | x | x | x | x | x | x |
| 37 | | | x | x | | x | | | x | x | x | x | |

Tabulka 9.3: Hvězdy z okolí TW Dra s hvězdnými velikostmi z GCPD

| HD | RA (2000) h m s | DE (2000) ° ' " | spektr. třída | V [mag] | $B-V$ [mag] | $U-B$ [mag] | $V-R$ [mag] | $V-I$ [mag] | $R-I$ [mag] |
|--------|--------------------|--------------------|------------------|--------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 145454 | 16 06 19.626 | +67 48 36.98 | A0 | 5.44 | -0.075 | -0.02 | | | |
| 130684 | 14 47 02.571 | +59 42 36.86 | A2 | 7.35 | 0.25 | 0.05 | | 0.214 | |
| 141653 | 15 46 40.052 | +62 35 57.96 | A2 | 5.19 | 0.06 | 0.05 | 0.023 | | |
| 145886 | 16 09 56.369 | +59 52 18.28 | A0 | 6.77 | 0.05 | 0.07 | 0.036 | | |
| 133994 | 15 03 57.797 | +65 55 10.90 | A0 | 6.23 | 0.05 | 0.07 | 0.033 | | |
| 133909 | 15 04 17.604 | +59 32 06.19 | A2 | 7.48 | 0.18 | 0.1 | | | |
| 133388 | 15 01 27.074 | +60 12 16.11 | A2 | 5.92 | 0.1 | 0.1 | 0.078 | | |
| 138245 | 15 27 40.831 | +62 16 32.25 | A0 | 6.52 | 0.14 | 0.1 | 0.080 | 0.15 | |
| 144283 | 16 00 57.901 | +64 57 00.07 | A2 | 7.071 | 0.095 | 0.1 | 0.051 | | |
| 135384 | 15 10 44.461 | +67 46 51.63 | A2 | 6.202 | 0.142 | 0.12 | 0.135 | | |
| 129798 | 14 42 03.334 | +61 15 42.60 | F2 | 6.25 | 0.41 | -0.01 | 0.37 | | 0.20 |
| 128385 | 14 33 35.619 | +65 23 43.89 | F5 | 6.617 | 0.49 | -0.01 | 0.444 | | |
| 142124 | 15 49 06.754 | +63 08 33.24 | F0 | 8.20 | 0.35 | 0.03 | | | |
| 134646 | 15 07 50.160 | +63 07 01.58 | F2 | 6.89 | 0.39 | 0.03 | 0.357 | | |
| 135741 | 15 13 54.373 | +59 32 08.37 | F5 | 9.41 | 0.40 | -0.03 | | | |
| 134417 | 15 06 44.334 | +61 49 17.85 | F0 | 8.809 | 0.337 | 0.108 | | | |
| 137827 | 15 25 17.597 | +59 58 33.22 | F0 | 8.42 | 0.22 | 0.15 | | | |
| 149748 | 16 32 41.813 | +62 51 17.89 | F0 | 7.35 | 0.34 | 0.15 | 0.27 | | 0.12 |

