

## Vyjádření školitele k dizertační práci

Mgr. Terezie Šámalové

### Learning from data based on approximation of functions by neural networks

T. Šidlořová (Šámalová) zahájila doktorské studium 1. 10. 2000 s tématem práce Odhady rychlosti aproximace neuronovými sítěmi. V roce 2005 nastoupila na mateřskou dovolenou. V letech 2000-2005 studiu nevěnovala přílišné úsilí takže se jí podařilo získat jen drobná rozšíření výsledků z práce [Kůrková, Kainen, Kreinovich, 1997 (KKK97)] ze spojitých na  $L^p$ -funkce a společně s P. Kudovou navrhnout algoritmus učení sítí s kombinovanými jádry. Tyto výsledky publikovala ve sbornících konferencí, na Doktorandských dnech a jako výzkumné zprávy, ale za celou dobu osmiletého studia nepublikovala ani nezaslala žádný článek do časopisu.

Dizertační práci začala seřisovat až v nejpozdějším možném termínu v posledním roce studia v průběhu pobytu v Kanadě, kam doprovázela svého manžela. Práce obsahuje výše zmíněné výsledky dále rozšířené o další zobecnění nebo alternativní důkazy a zajímavou aplikaci Hellyho věty. Chybí ale konkrétní příklady funkcí ilustrující možnosti aplikací takto rozšířených výsledků. Nejzajímavější a nejoriginálnější částí práce je návrh a analýza algoritmů založených na matematických konstrukcích využívaných v oblasti teorie aproximace neuronových sítí. Tyto výsledky vznikly ve spolupráci s R. Šámalem. Část práce tvoří kompilace věnovaná tzv. univěrsální aproximací vlastnosti, která s tématem práce souvisí jen vzdáleně a navíc se jedná o problematiku, která byla vyřešena před více než deseti lety. Chybí popis stavu problematiky týkající se tématu práce bezprostředně, tj. přehled výsledků o integrálních reprezentacích ve tvaru neuronových sítí a různých metod odhadů variace založených na těchto větech (např. využití konvolucí, Bochnerova integrálu, pravděpodobnostních metod), porovnání různých předpokladů, za kterých tyto výsledky platí a stručný přehled výsledků týkajících se algoritmů učení neuronových sítí založených na konstruktivních důkazových metodách.

Vzhledem ke spěšnému seřisování práce v zahraničí, jsem měla jen omezenou možnost (formou e-mailu) upozorňovat doktorandku na nedostatky práce. Nemohu souhlasit s některými tvrzeními uvedenými v práci, která považuji za zavádějící. Jedná se o tvrzení "bounded  $G$ -variation is sufficient condition for good rates of approximation" na str.15, které je nesprávné – jsou totiž známy příklady, kdy variace roste exponenciálně s počtem proměnných. Podobně interpretace Věty 2.3.4 uvedená na str. 47 "integral condition representation is necessary condition for  $f$  to be approximable with good rates..." je chybná, protože bez omezení parametru  $c$  nemůžeme vyvozovat žádné závěry o rychlosti aproximace, navíc existují odhady (práce Ita, Mhaskara, Narcoviche), které jsou založeny na jiných metodách než Maurey-Jones-Barronově větě, podle nichž lze dosáhnout

libovolnou přesnost aproximace sítěmi s pevným počtem jednotek pomocí změn parametrů. Dále název kapitoly 2.2.4 "Surprising property of  $G$ -variation" je podivný, na hlavním výsledku této kapitoly (uvedeném ve slabší formě v článku [KKK97]) není nic překvapivého, výsledek je téměř zřejmý. Značně zkreslujícím způsobem je na str. 43 citován výsledek z článku [KKK97] jako by byl formulován pouze pro spojitou sigmoidu a zaručoval existenci konstanty  $C$  v odhadu  $\frac{C}{\sqrt{n}}$ , ale v [KKK97, Theorem 5.1] je formulován pro omezenou sigmoidální funkci a místo konstanty je uveden konkrétní odhad závisující na variační normě. Verze uvedená v práci značně zkresluje výsledek, protože pouhá existence konstanty málo vypovídá o rychlosti aproximace, zatímco v [KKK97] je kladen důraz na to, že odhad závisí na variační normě. Pro mnoho funkcí jsou známy konkrétní odhady velikosti variace a zejména její závislosti na dimenzi, což je jedním z nejdůležitějších cílů výzkumu v této oblasti teorie neuronových sítí.

Vzhledem k tomu, že obhajoba dizertace proběhne v době konání mimo-pražského semináře našeho ústavu, jehož termín byl plánován mnohem dříve než bylo stanoveno datum obhajoby, nemohu se obhajoby zúčastnit.

V Praze 31. srpna 2008

