

## Vyjádření školitele k disertaci T. Pazáka „Exhaustive structures on Boolean algebras“

Práce se rodila delší čas a má také větší počet stran než je obvyklý standard. Za obé nesu zodpovědnost, a to volbou tématu disertace - zkoumat problematiku motivovanou prací D. Maharamové z roku 1947, v které byl formulován problém dnes známý jako *Control Measure Problem*.

Problém byl řešen negativně M. Talagrandem v lednu 2006 v práci „Maharam’s problem“, která je v tisku v *Annals of Mathematics*. V této práci Talagrand cituje naši společnou publikaci B. Balcar, T. Jech, T. Pazák, Complete *ccc* Boolean algebras, the order sequential topology, and a problem of von Neumann. *Bull. London Math. Soc.* 37(2005), 885–898, v níž jsou publikovány některé z výsledků V. kapitoly disertace.

Rozsah disertace jsem zapříčinil tím, že jsem usiloval o to, aby T. Pazák napsal text, z kterého by se mohli učit mladší doktorandi i studenti. Proto text obsahuje i mnohé klasické a některé nové výsledky jiných autorů. Snaha vždy byla podat je srozumitelně s vlastními důkazy.

Obsah a některé hlavní výsledky disertace jsou shrnuty na 11 stranách předmluvy. Zmíním se o dalších dvou, které nejsou explicitně v předmluvě uvedeny. Předně je zaveden pojem Todorčevicova uspořádání (inspirované speciálním příkladem S. Todorčevice) a je dokázáno, že pro Polské prostory bez izolovaných bodů dostáváme Booleovy algebry splňující *ccc*, které nejsou  $\sigma$ -finite *cc*. Mírné překvapení přináší závěr práce. Struktury  $\mathcal{Z}(\mathbb{B})$ ,  $O_s$ ,  $U(O_s)$  na algebře  $\mathbb{B}^\omega$ , zavedené pro zkoumání sekvenciálních topologií na Booleově algebře  $\mathbb{B}$  našly uplatnění v generických rozšířeních teorie množin, jmenovitě struktur na  $\mathcal{P}(\omega)$ . Ukázka:

Nechť  $\mathbb{B}$  je úplná Booleova algebra

- (i) MAD family  $\mathcal{A}$  na  $\omega$  ve  $V$  je zničitelný forsingem přes  $\mathbb{B}$ , právě když existuje  $f \in U(O_s) - O_s$  taková, že  $(\forall A \in \mathcal{A}) f \upharpoonright A \in O_s$ .
- (ii) Jakákoli  $f \in U(O_s) - O_s$  je jméno pro destrukci nějakého MAD systému  $\mathcal{A}$  na  $\omega$  ve  $V$ .

Závěrečná poznámka: V předkládané práci je dost typografických i gramatických chyb. Věřím, že následně budou opraveny a eventuelní zájemci budou mít k dispozici opravenou verzi.

Praha 28.12.2006

  
RNDr. Bohuslav Balcar, DrSc.