

Posudek na disertační práci RNDr. Tomáše Pazáka „Exhaustive Structures on Boolean Algebras“

Disertace shrnuje známe a představuje nové výsledky, které byly získány při práci na známém a starém problému „Control measure problem“

Práce získává na přehlednosti stručným shrnutím obsahu v úvodu. Po přípravě pojmů a nástrojů v první kapitole se druhá kapitola věnuje generickým rozšířením. I když tento předmět nepatří přímo do tématu disertace, obsahuje zajímavou větu II.2.16, která konstatuje překvapivou skutečnost, že každé rozšíření, které vůbec přidává podmnožinu omegy, přidává už skoro disjunktivní zjemnění souboru nekonečných podmnožin omegy ze základního modelu.

Třetí kapitola se zabývá exhaustivními funkcemi – ústředním pojmem disertace. Zavádějí se pojmy různých exhaustivních funkcí a souvisejících Booleových algeber a dokazují se základní vztahy mezi nimi (paragraf 2 a 3). Dokazuje se ekvivalence tříd Booleových algeber definovaných existencí jistých exhaustivních funkcí (exhaustivní, uniformní exhaustivní) s třídami Booleových algeber definovaných existencí fragmentace (sigma-konečná, sigma-omezená). Tato ekvivalence slouží k dokazování produktivity tříd sigma-konečných a sigma-omezených Booleových algeber (věta III.2.14 a 2.15). Zmínuje se „Control measure problem“, který byl během práce na disertaci negativně vyřešen M. Talagrandem. Protože se jedná o hlavní motivaci disertace, čtenář by přivítal krátké představení aspoň přístupu k tomuto řešení. Paragraf 4 dokazuje, jak dva známé příklady Booleových algeber rozlišují třídy Booleových algeber, které byly na začátku kapitoly zavedeny

Čtvrtá kapitola je věnována základním konstrukcím subměr a patologických subměr na Booleových algebrách a vztahům mezi nimi. Jsou sestavovány a dávány do souvislosti těžištní poznatky z této oblasti.

Pátá kapitola zkoumá konvergenční struktury. Už D. Maharam studovala sekventiální topologii na Booleových algebrách v souvislosti se zmíněným problémem. Výsledky obsažené v páté kapitole jdou ovšem mnohem dál.

Nejprve se referují články [BFH] a částečně [BGJ]. Fakt 3.13 platí v silnější formě, totiž I. je podmnožinou O_s . Ve faktu V.4.4 musí Y být konečnou podmnožinou X .

Každá spojitá submíra na algebře Borelových množin na Cantorově prostoru se zúží na exhaustivní submíru na algebře otevřených a uzavřených podmnožin. Paragraf V.5 konstatuje opak. Každá taková submíra se dá rozšířit na spojitou submíru na algebře Borelových množin.

Z nových výsledků se pak musí zmínit Dekompoziční věta V.7.4 jako výrazný pokrok ve studiu Booleových algeber přes vlastnosti sekventiální topologie.

Paragraf V.8 představuje další vlastnosti ekvivalentní slabě distributivitě

Paragraf V.9 dokládá užitečnost zavedených technik, kterými se krátce dokazuje Todorčevićova věta, že každá slabě distributivní, sigma-konečná algebra nese striktně pozitivní Maharam submíru. Dále se dokazuje, že princip PID implikuje, že každá slabě distributivní úplná ccc Booleova algebra nese striktně pozitivní Maharam submíru. Konsistence opaku je známa, takže se tím dokazuje nezávislost tohoto tvrzení (zeslabený von Neumannův problém).

Zpětné získání ideálu O_s z jeho množinové verze ve faktu V.9.4 je nepřesné (tež ideál Z předtím). Správná formulace by měla být aplikovatelná na většinu takových ideálů.

Paragraf V.10 se zabývá kvocienty spočetné potence Booleovy algebry. Nesouhlasím s konstatováním na začátku paragrafu 10.11. Věta 10.12 obsahuje matoucí překlep, „I“ by se mělo nahradit „Fin“, stejně tak v důsledku 10.13

Kromě drobných překlepů a jazykových nedostatků jsem našel několik nesouladů v odkazech na výsledky a definice.

Téma disertace je dlouhodobě tématem Pražského středečního semináře. Každý účastník určitě přivítá tuto práci jako dlouho postrádanou příručku. Disertační práce shrnuje základní poznatky v dané oblasti a vede k mnoha krásným a důležitým výsledkům.

Disertační práce dokládá schopnost autora k samostatné vědecké práci a proto doporučuji její přijetí.

