

Posudok na dizertačnú prácu
Mgr. Tomáš Pazák: Exhaustive Structures on Boolean Algebras

Problém existencie miery prípadne jej adekvátnej (slabšej) modifikácie podmieri alebo exhaustívnej funkcie na Booleových algebrách je aspoň sedemdesiat rokov starý. Vystupuje v rozličných obmenách, ktoré majú pomôcť k poznaniu štruktúry niektorých Booleových algebier. Pripomínam tú skutočnosť, že jazyk teórie Booleových algebier umožňuje ekvivalentne formulovať problémy týkajúce sa iných matematických objektov a teda uvedené problémy sa netýkajú len Booleových algebier. Predložená dizertácia je menšia monografia venovaná tejto problematike. Dizertant zhrňa do jedného celku poznatky, ktoré boli doteraz roztrúsené v odbornej literatúre, snaží sa o ich systemizáciu a netriviálne k nim svojimi výsledkami prispieva.

Svojou prácou dizertant pod vedením školiteľa, aj keď to explicitne neuvádzajú, atakoval hlavnú nezodpovedanú otázku problematiky – Maharamovej problém. Boli predbehnutí, ale konkurencia je viac ako dôstojná. Riešenie našiel v roku 2006 člen francúzskej Académie des Sciences M. Talagrand. Výsledky blízke k niektorým výsledkom piatej časti boli nezávisle získané B. Veličkovičom a S. Todorčevičom. Záverečné výsledky piatej časti dizertácie boli nezávisle v slabšej podobe získané M. Kuriličom a jeho žiakmi. To, že sa príbuznými problémami zaoberajú poprední odborníci, jednoznačne svedčí o vysokej aktuálnosti skúmanej problematiky.

Dizertácia je rozdelená na päť častí. Prvá časť je venovaná prezentácii, často bez dôkazov, základných poznatkov o Booleových algebrách, ktoré budú potrebné v ďalšom. Ale aj tu možno nájsť príspevok dizertanta. Veta 3.20 tejto časti nebola známa a predstavuje pomerne elementárny dôležitý výsledok. Druhá časť sumarizuje najdôležitejšie poznatky širokej teórie generických rozšírení teórie modelov teórie množín. Aj v tejto časti možno nájsť nový poznatok, konkrétne vetu 2.16, ktorá dáva odpoveď na jednu otázku maďarského matematika L. Soukupa. V tretej časti je pojednané o hlavnom objekte záujmu dizertanta, o exhaustívnych funkciách. Výsledky o vlastnostiach súčinov (vety 2.14 a 2.15) neboli známe v literatúre. Štvrtá časť je venovaná systematickému štúdiu vzáhu podmier na Booleovej algebre a uvádza zosilnenie niektorých známych výsledkov (napríklad vety 3.9 a 6.6). Konečne piata časť predstavuje jadro dizertácie a je venovaná spojeným podmieram a ich vlastnostiam. Táto časť prináša viacej nových poznatkov, ktoré dizertant spolu so svojimi učiteľmi publikoval. Je to napríklad charakterizácia sekvenčnej kompaktnosti konvergenčnej štruktúry na úplnej Booleovej algebre pomocou správania sa príslušného generického rozšírenia, alebo veta o rozklade Booleovej algebry 7.4 na časť so striktnou kladnou Maharamovej podmierou a na „topologicky nezaujímavú“ časť. Sériu ekvivalentných charakterizácií umožní dizertantovi jednoducho získať konzistenciu kladnej odpovede na klasický von Neumanov – Maharamovej problém (veta 9.11 a okolie). Ďalšie nové poznatky sú obsiahnuté vo vetách 10.9, 10.14 a 10.15. Uvedené výsledky (som si vedomý, že som neuviedol všetky) predstavujú prínos k poznaniu v problematike mier a príbuzných štruktúr na Booleovej algebre.

Dizertácia je veľmi kvalitne spracovaná, napríklad výklad v druhej časti je okrem zrozumiteľnosti aj veľmi elegantný. Čitateľ dizertácie musí oceniť úvodnú časť „Preface“, ktorá veľmi pomôže zorientovať sa v dizertácii. Monografické spracovanie problematiky

určite prospeje ďalšiemu bádaniu v tejto oblasti. V dizertácii som nenašiel chyby, okrem niekoľkých vynechaných znakov spôsobených zrejme technickým zariadením pri tlači.

Dizertant ma postavil pred neprijemný problém, ako preložiť slovo „submeasure“, ktoré sa často vyskytuje v dizertácii. Zásady tvorby českej a slovenskej matematickej terminológie nepripúšťajú slovo „submiera“ (tak ma poučil v jednej svojej prednáške Prof. V. Kořínek). Preto som použil nie najvhodnejšie slovo podmiera. Možno mi dizertant navrhne lepší preklad.

Vzhľadom na uvedené som oprávnený konštatovať, že adekvátne použité metódy a tak získané nové poznatky dokazujú schopnosť dizertanta samostatne tvorivo pracovať a preto odporúčam prijať dizertačnú prácu Mgr. Tomáša Pazáka ako podklad k udeleniu vedeckej hodnosti PhD.

Košice, 5. marca 2007.



Prof. RNDr. Lev Bukovský, DrSc