

## Posudek na doktorskou disertační práci Mgr. Barbory Peštové

### Testing Structural Changes using Ratio Type Statistics

Předložená disertační práce se zabývá testováním změn ve statistických modelech. Autorka se soustředila na testové statistiky podílového typu, které jsou pro uživatele velmi výhodné, protože nevyžadují odhadování škálovacích parametrů, což je v mnoha situacích výpočetně náročné nebo jsou známy jen odhady, které nemají dobré statistické vlastnosti. Zejména se zabývá testováním náhlých i postupných změn parametrů v modelech lokace, v regresních a autoregresních modelech, v modelech pro panelová data, uvažuje robustní metody, závislá pozorování i aplikace metody bootstrap. Matematické důkazy vycházejí z funkcionálních centrálních limitních vět pro nezávislé i slabě závislé náhodné posloupnosti a dalších asymptotických vět teorie pravděpodobnosti, matematické statistiky a náhodných procesů. Teoretické výsledky jsou ověřovány na numerických studiích pro simulovaná i reálná data. Práce tak poskytuje komplexní řešení velmi aktuálního tématu.

Práce má šest kapitol. Každá má teoretickou a aplikační část, závěrečný komentář, případně obsahuje i návrhy na zobecnění dosažených výsledků. První kapitola představuje úvod do problematiky. Ve druhé se studuje model lokace s postupnou změnou, je odvozeno asymptotické chování testové statistiky za nulové hypotézy i alternativy za předpokladu nezávislých stejně rozdělných chyb. Ve třetí kapitole se studuje lokační model s náhlou změnou, pro chyby, které mají vlastnost strong mixing, tedy nejsou nezávislé. Uvažuje se testová statistika podílového typu založená na M-odhadech, jde tudíž o robustní postup, vhodný i pro odlehlá pozorování a pozorování s těžkými konci. Dále se v této kapitole studuje chování bootstrapové verze podílové statistiky (užívá se blokový stacionární bootstrap) a dokazuje se konzistence této metody. Tato kapitola je doplněna dosti rozsáhlou simulační studií. Ve čtvrté kapitole se studují náhlé změny v parametrech regresního modelu založené na M-odhadech a M-reziduích. Pro výpočet kritických hodnot je použit permutační bootstrap a opět je ověřena konzistence postupu. Simulační studie zde provedené dávají horší výsledky než v lokačním modelu, ale je nutno připustit, že jde o asymptotické metody, které obvykle vyžadují velký počet pozorování.

Problémy popsané v kapitolách 2-4 již byly v literatuře řešeny jinými metodami, částečně též pro podílové statistiky. Teoretické výsledky v práci dosažené, i když využívají převzatých důkazových prostředků, jsou ale nové a byly již autorkou publikovány. Rovněž problém, který je studován v páté kapitole, tj. test změny v parametru autoregresního modelu, byl v literatuře řešen. V této práci se opět používá statistika podílového typu. Studuje se model AR(1); podle mě by bylo celkem snadné rozšířit výsledek na autoregresní model obecného řádu. Výsledky jsou opět demonstrovány na numerické studii, aplikace na burzovní data ukazuje na vhodnost použité metody.

Panelová data jsou předmětem studie obsažené v poslední kapitole. Studuje se problém detekce změny parametrů polohy v jednotlivých panelech. Autorka se zabývá situací, kdy počet panelů může být velký, ale počet pozorování v jednotlivých panelech je malý. Taková situace může nastat v mnoha praktických situacích a ekonomických nebo medicínských či biologických studiích a řešení je tedy velmi aktuální a potřebné. Pro test změny je opět navržena statistika podílového typu a je odvozeno asymptotické rozdělení za nulové i alternativní hypotézy. Dále se zde hledá odhad parametru změny a studuje jeho konzistence. Na rozdíl od běžně užívaných metod odhadu bodu změny, který se hledá v případě, že změna je prokázána vhodným statistickým testem, se v práci připouští i situace, že změna nenastane. Dále je navržena bootstrapová varianta testové statistiky a odvozeno její limitní rozdělení. Ukazuje se, že metoda dává asymptoticky správné kritické hodnoty pro zamítnutí nulové hypotézy i v případě, že tato neplatí. Numerické výsledky

jsou velice dobré i pro relativně málo pozorování. Obecné limitní věty o bootstrapu pro trojúhelníková pole mohou být využity i jinde. Výsledky této kapitoly byly zaslány k publikaci.

Práce je napsána velmi srozumitelně, matematicky korektně, v kvalitní textové a grafické úpravě. K textu mám jen málo výhrad, týkají se převážně poslední kapitoly:

- Předpoklad C1 v kap. 6 (str. 106) nedává dobrý smysl, protože dolní mez připouští záporné hodnoty limity.
- Důkaz věty 6.3 má několik nedostatků: na str. 108 je chyba ve znaménku výpočtu  $ES_N(\tau) - ES_N(t)$ ; ze vztahu (6.7) neplyne nic o konzistenci odhadu pro  $\hat{\tau}_N > \tau$  a není dokázáno, že maxima  $S_N(t)$  je dosaženo pro  $\hat{\tau}_N \leq \tau$ , kromě toho pro  $t > \tau$  je  $ES_N(\tau) < ES_N(t)$ , což neodpovídá konzistentnímu odhadu. Je tak pouze dokázáno, že pokud  $\hat{\tau}_N \leq \tau$ , potom  $\hat{\tau}_N - \tau = o_p(1)$ . Tvrzení vět 6.6 a 6.7 tímto nejsou dotčena.
- V důkazu věty 6.7 by se mělo ukázat, že za nulové hypotézy je matice  $\mathbf{\Gamma}$  z věty 6.6 rovna matici  $\mathbf{\Lambda}$  z věty 6.1, což na první pohled vůbec není zřejmé a není jasné, zda asymptotické rozdělení bootstrapové statistiky je v pravděpodobnosti nebo skoro jistě stejné jako asymptotické rozdělení původní statistiky.

Formální nedostatky:

- Není uveden použitý software ani programovací kód pro výpočet testových statistik a kritických hodnot.
- V tabulce 3.10 se uvádí  $\delta = 1$ ,  $\delta = 2$ , zatímco v doprovodném textu na str. 50 je  $\delta = 0, 1$ ,  $\delta = 0, 2$ .
- V seznamu literatury je položka Hušková et al (2008) uvedena 2x.

Na závěr konstatuji, že uchazečka jednoznačně prokázala schopnost samostatné tvořivé práce. Předložená disertační práce přináší nové vědecké poznatky aplikovatelné v praxi, a proto ji doporučuji k obhajobě na MFF v oboru doktorského studia 4M4.

V Praze 4. července 2015

Doc. RNDr. Zuzana Prášková, CSc.