

### **Zuzana Arazim Dolejší: Filosofický výklad a možné interpretace Gödelových vět o neúplnosti**

Autorka se při svém rozboru filosofických interpretací Gödelových vět nejprve snaží zasadit je do celkového rámce dobového diskursu o základech matematiky. Jelikož pro Gödelovy věty je ústřední pojem dokazatelnosti, rozebírá autorka tradiční pojetí axiomatického systému, který je reprezentován především systémem Eukleidových Základů, a posun v jeho chápání (související s myšlenkou neeukleidovských geometrií), jak se projevil zvláště v přístupu Davida Hilberta. Hilbert klade na axiomy jako výchozí požadavek nikoli evidentní zřejmost a pravdivost, ale jejich vzájemnou bezespornost. Zároveň má za to, že tuto bezespornost mohou dobře založené matematické teorie dokázat samy v sobě - tzv. Hilbertův program si klade za cíl takové důkazy nalézt. Od Kantových časů tak dochází k posunu chápání matematiky nikoli jako syntetické, nýbrž jako ryze analytické disciplíny.

Poté autorka rozebírá Gödelovy věty o neúplnosti, přičemž se nesoustředí na jejich formální znění a důkaz, ale pokouší se různými reformulacemi přiblížit jejich obsah. Dále poukazuje na dopad těchto vět na dříve nastíněné soudobé pojetí: druhá Gödelova věta podstatným způsobem nabourává zásadní myšlenku Hilbertova programu o možnosti jakéhosi „sebefundování“ matematických teorií, první věta zase zpochybňuje tezi o analytičnosti aritmetiky. Spíše jen pro zajímavost je uveden Gentzenův důkaz bezespornosti aritmetiky, který si sice v souladu s Gödelovou větou nevystačí s prostředky aritmetiky samotné, nicméně teorie, ve které je proveden, není silnější (ale ani slabší) než PA (to ale bohužel autorka nerozebírá).

Následuje rozbor některých interpretací Gödelovy věty. První Gödelova věta nabourává představu o aritmetice jakožto analytické vědě - nelze-li ani principálně aritmetiku jednoznačně vymezit prostřednictvím axiomů, těžko mohou být matematické pravdy pouhým důsledkem stipulativních definic. Autorka rozebírá Gödelovo odlišné chápání pojmu analytičnosti a jeho pozdější příklon k fenomenologii. Zabývá se interpretací Gödelových vět ve vztahu k otázce umělé inteligence. Autorka se vrací ke kantovskému pojetí matematiky, které jí samotné připadá jako vhodné východisko k náhledu na interpretaci Gödelových vět.

Porozumění případným interpretacím Gödelových vět vyžaduje pochopení celkového rámce diskusí i jejich historického vývoje, proto považuji kostru výkladu z tohoto ohledu za zdařilou: Gödelovy věty bývají skutečně interpretovány v rámci polemik o povaze matematického poznání a charakteru axiomatických systémů, kantovských distinkcí soudů apod., proto je potřeba nejprve tyto diskuse nastínit a objasnit - což se autorce vcelku podařilo. Díky úvodnímu výkladu tohoto pozadí je při uvedení Gödelových vět již patrné, z jakého hlediska mohou být relevantní. Lze ocenit, že autorka se očividně snažila nastudovat si i tento širší rámec výkladu Gödelových vět.

Zatímco některé pasáže mají jasnou a přehlednou strukturu (výklad Hilbertova přístupu), jiné působí poněkud neuspořádaně, není jasná návaznost, těkají mezi více liniemi (kapitola 2.1.1). V práci jsou některé věcné chyby (např. nesprávná definice analytičnosti soudu - str. 13). Z formálního hlediska považuji za velký nedostatek, že odkazy na literaturu jsou velmi často (a to i v případě doslovných citací) uváděny *bez čísel stran*. Odkazy mají sloužit k případné dohledatelnosti a kontrolovatelnosti, což je takto velmi obtížné.

Autorku bych požádala, aby v průběhu obhajoby objasnila pojem analytičnosti soudu, a to jak v klasickém kantovském pojetí, tak v pozdějším chápání analytické filosofie.

Doporučuji práci k obhajobě.  
Navrhuji ohodnocení *velmi dobře*.