

Posudek oponenta na diplomovou práci Miroslava Olšáka *Součiny Fréchetovských prostorů*

Předložená diplomová práce se zabývá produktivitou Fréchetovských prostorů, respektive konstrukcí příkladů, které demonstrují neproduktivitu. V podstatě jedinou známou metodou konstrukce takovýchto prostorů je použití ψ -prostorů, a nejinak je tomu i v této práci. Topologická otázka je při tomto přístupu převedena na kombinatorickou otázku, která je řešena metodami teorie množin.

Práce navazuje na konstrukci Fréchetovských prostorů publikovanou P. Simon. Tento typ konstrukce vyžaduje existenci AD respektive MAD systémů se speciálními vlastnostmi, takzvanou úplnou separabilitou a silnou úplnou separabilitou. Existence těchto MAD systémů je však stále otevřeným problémem teorie množin, je známa pouze při předpokladu dodatečných aximů k ZFC. V této oblasti však došlo v nedávné době významnému posunu díky výsledkům S. Shelaha, který zavedl novou metodu konstrukce úplně separabilních MAD systémů. Práce M. Olšáka zobecňuje tuto Shelahovu metodu a používá ji ke konstrukci silně úplně separabilních MAD systémů za množinového předpokladu $s \leq b$. V kombinaci s představenou konstrukcí kompaktních Fréchetovských prostorů je takto získán příklad na jejich neproduktivitu za nových, doposud nejslabších známých podmínek.

Práce demonstruje dobré zvládnutí technicky náročného a pokročilého tématu, a přináší nové výsledky v oboru množinově teoretické topologie. Práce je na velmi dobré úrovni a obsahuje pouze minimum matematických či jazykových nepřesností. Technické zpracování je pak vzorové, v kategorii studentských prací lze označit za výjimečné.

Hlavní slabinou práce je dle mého názoru její vypracování v českém jazyce, což značně limituje možný okruh čtenářů. Rovněž nutnost vynalézat novou českou terminologii přehlednosti práce neprospívá. Další výtka jsou velice řídké odkazy na literaturu. Práce většinou neuvádí, která tvrzení a které definice jsou odkud převzaty, případně které jsou původní. Rovněž je občas těžké rozlišit, které důkazy jsou vynechány pro jejich jednoduchost, a které naopak pro jejich složitost. Jako příklad uvedu 'Pozorování 2.15,' které ve skutečnosti odkazuje na nedávný značně netriviální výsledek, na který se čekalo desítky let. Také o

historii problému a související problematice se čtenář mnoho nedozví. Například zmínka o α_1 – α_4 vlastnostech, případně analýza v práci popisovaných příkladů z tohoto pohledu by se do práce přirozeně hodila.

Závěr: Práce je na velice dobré úrovni a přináší nové výsledky, doporučuji uznání, navrhuji známku 1.

David Chodounský
Matematický ústav
Akademie věd České Republiky