

RNDr. Miroslav Šilhavý, DrSc.

Matematický ústav AVČR, v.v.i.

Žitná 25, 115 67 Praha 1
Česká republika



Praha, 28. 10. 2015

**Oponentský posudek na disertační práci
Gabriela Pathó
“Mathematical modelling of thin films of
martensitic materials”**

Predložená práce sestává ze čtyř článků publikovaných v mezinárodních impaktovaných a neimpaktovaných časopisech, jejichž autorem je buď předkladatel sám nebo předkladatel se spolupracovníky. Domnívam se, že široká spoluúčasť ďalších ľudí zde není na škodu, i když není úplně zřejmý autorův podíl.

Práce začíná předmluvou, která podává stručný přehled jednotlivých kapitol.

Úvodní kapitola podává přehled celé širší matematické teorie mikrostruktury, včetně oblastí, ke kterým pražská skupina autorů přispěla cenným vkladem.

Pojednané problémy a metody jsou různorodé; přesto lze s určitým zjednodušením říci, že jednotlivými pojmy práce jsou Youngovy míry a pojem kvazikonvexity.

Prvním článkem recenzované práce je

Benešová–Kružík–Pathó

A mesoscopic thermomechanically coupled model for thin-film shape-memory alloys by dimension reduction and scale transition

Jedná se o evoluční problém pro mikrostrukturu za přítomnosti termálních jevů, popisující tenký film nanesený na substrát. Chování filmu je popsáno na třech úrovních, totiž mikroskopické třídímní, mikroskopické dvojdimenzionální, a mezoskopické dvojdimenzionální. Každá z těchto úrovní má svoje proměnné, svoji definici řešení, a existenční větu. V každém případě se jedná o energetické řešení Mielkeho, Theila a Levitase, tedy o kvazistatickou a rychlostně nezávislou aproximaci skutečného řešení, o jehož podstatě tato aproximace, zdá se, nic nevypovídá. Nic lepšího však neexistuje. Ve všech třech úrovních vystupují objemové zlomky variant martenzitu a austenitu a jím spřízněný vektor fázových polí. Třebaže role těchto veličin je jasná z matematického hlediska, v čistě termomechanické teorii se (mi) jeví jako ne zcela ústrojný prvek, kde bych očekával jako jediné proměnné deformaci či Youngovu míru a termální proměnnou. Uvítal bych, kdyby se autor k této otázce mohl podobněji vyjádřit. Vraceje se k hlavnímu tématu článku, oceňuji rigorózní a podrobný popis limitních přechodů mezi jednotlivými úrovněmi, často technicky velmi náročný. Zejména pozoruhodný se mi jeví přechod od mikroskopické dvojdimenzionální úrovně k mezoskopické dvojdimenzionální úrovni, tedy hlavně

od deformace a Burgersova vektoru k Youngovým mírám těchto veličin. Tyto míry jsou vybrány v každém okamžiku zvlášť, příští okamžik neví o tom, co bylo dříve. Přesto aspoň jeden výběr splňuje evoluční rovnici!

Druhým článkem recenzované práce je

G. Pathó

Computer modelling of static martensitic thin films

Cílem této přehledové práce je popis teoretických a numerických metod používaných k modelování tenkých filmů a jejich odlišností oproti třídídimenzionálnímu případu. Účel byl splněn.

Třetím článkem recenzované práce je

Benešová–Kružík–Pathó

Young measures supported on invertible matrices

Letitým a dosud neřešeným problémem moderní teorie mikrostruktury a Ballovské nelineární elasticity je otázka invertibility řešení nebo aspoň kladnosti determinantu použitých deformací. Kladnost determinantu podstatným způsobem svazuje ruce při jinak běžně používaných konstrukcích nutných k rozvoji teorie. Problém souvisí s otázkou platnosti slabé formy Eulerových rovnic pro Ballovy minimizéry a lze očekávat, že řešení jednoho problému vrhne světlo na druhý problém a naopak.

Uvedená práce velice cenným způsobem přispívá k řešení problému kladného determinantu ve dvou ohledech:

- (i) podává úplnou a velmi elegantní charakterizaci gradientních Youngových měř generovaných uniformně omezenými posloupnostmi ve $W^{1,\infty}$ takovými, že posloupnost inverzních gradientů je omezená v L^∞ ;
- (ii) podává popis Youngových měř generovaných posloupnostmi L^p funkcí s hodnotami v invertibilních maticích takových, že posloupnost inverzních matic je rovněž L^p , a dále ještě téhož s extra požadavkem kladnosti determinantu.

Práce je pečlivě napsána, podává řadu zajímavých konstrukcí a navíc “lahodí oku.”

Čtvrtým článkem recenzované práce je

Krämer–Krömer–Kružík–Pathó

\mathcal{A} -quasiconvexity at the boundary and weak lower semicontinuity of integral functionals

Tato práce pojednává o slabé zdola polospojivosti integrálních funkcionalů v kontextu \mathcal{A} kvazikonvexity zavedené Irenou Fonseca a Stefanem Müllerem. V práci je zaveden zcela nový pojem \mathcal{A} -kvazikonvexity na hranici (v silné a slabé variantě), který zobecňuje kvazikonvexitu na hranici, zavedenou Ballem a Marsdenem před dávnými léty v souvislosti s jistým protipříkladem ve vícedídimenzionálním variačním počtu. Jedná se o dodatečnou nutnou podmínku pro minimizér na volné části hranice, velmi správně s complementing condition Agmona–Douglise–Nirenberga ad.

V posuzované práci je podmínka \mathcal{A} -kvazikonvexity na hranici ukázána jako další podmínka, kterou je nutno přidat k \mathcal{A} -kvazikonvexitě, aby se dostala slabá zdola polospojivost pro případ, že integrand není nezáporný.

Pojem kvazikonvexity na hranici byl dlouho popelkou ve srovnání s obyčejnou kvazikonvexitou. Teprve v posledních letech se vrací na scénu zásluhou Grabovského se spolupracovníky, docenta Kružíka, A. Kařamajské a jiných.

Shrnutí. Z výše uvedeného popisu vybraných výsledku předložené práce vyplývá, že podavatel originálním způsobem obohatil matematickou teorii mikrostruktury. Požité metody jsou různorodé a netriviální, práce má výbornou úroveň. Doporučuji proto udělit na základě úspěšné obhajoby Mgr. Gabrielu Pathó titul PhD.

M. Šilhavý