8 Seznam příloh

Příloha 1 – Aktivita A01 – Překládání papíru na poloviny

Příloha 2 – Aktivita A02 – Překládání papíru do domečku

Příloha 3 – Úlohy pro skupinovou práci v první epochové hodině

Příloha 4 – Žákovský zápis aktivity A01

Příloha 5 – Žákovský zápis aktivity A02

Příloha 6 – Pracovní list k samostatné práci v první epochové hodině

Příloha 7 – Žákovský zápis starořecké metody řešení rovnic

Příloha 8 – Pracovní list k samostatné práci ve druhé epochové hodině

Příloha 9 – Pracovní list k samostatné práci ve třetí epochové hodině

Příloha 10 – Aktivita A03 – Situace č. 1 pro žákovskou tvorbu úloh

Příloha 11 – Aktivita A03 – Situace č. 2 pro žákovskou tvorbu úloh

Příloha 12 – Pracovní list k samostatné práci ve čtvrté epochové hodině

Příloha 13 – Pracovní list k samostatné práci v páté epochové hodině

Příloha 14 – Pracovní list k samostatné práci v šesté epochové hodině

Příloha 15 – Pracovní list k samostatné práci v sedmé epochové hodině

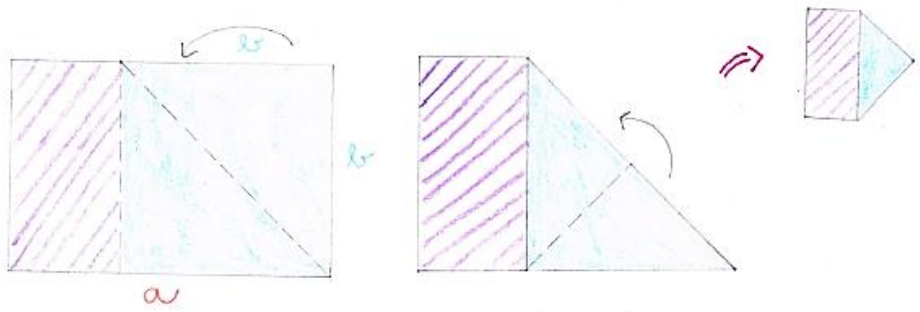
Příloha 16 – Matematika v ŠVP Waldorfského lycea v Praze

Příloha 17 – Matematika pro přírodovědnou specializaci v ŠVP Waldorfského lycea v Praze

Příloha 1 – Aktivita A01 – Překládání papíru na poloviny

Cíl	Rozcvička slouží k procvičení manipulace s proměnnou a zároveň propojuje manipulativní činnost s abstraktní.
Potřebné pomůcky	2 volné listy papíru (například formátu A4), potřeby na psaní
Popis aktivity	Strany obdélníku jako modelu listu papíru označíme: delší stranu jako *a*, kratší jako *b*. Učitel instruuje žáky a sám list papíru frontálně překládá. Instrukce a otázky učitele žákům: 1. Papír v horizontální poloze přeložte na polovinu. Jaké jsou délky jeho stran? Délky stran zapište na druhý papír. 2. Papír opět v horizontální poloze přeložte na polovinu. Jaké jsou délky jeho stran? Délky stran zapište na druhý papír. 3. Papír opět v horizontální poloze přeložte na polovinu. Jaké jsou délky jeho stran? Délky stran zapište na druhý papír. 4. Představte si, že byste papír přeložili stejným postupem ještě čtyřikrát? Jaké budou potom délky jeho stran? Délky stran zapište na druhý papír. Následuje kontrola zapsaných údajů učitelem. Vhodnou formou kontroly je tázání se jednotlivých žáků a frontální srovnávání výsledků. Je-li to nutné, může učitel některé kroky opět zopakovat.
Potřebný čas	7 minut
Metodické poznámky	Aktivita žáky bavila, většina z nich se dostala ke správnému výsledku. Velká část žáků nezvládla odhad délek stran obdélníku po čtyřech přeloženích, tedy odpověď na poslední otázku. Umožnil jsem žákům, kteří na všechny otázky zodpověděli správně, pomoct s vysvětlením žákům, kteří některé kroky nezvládli.

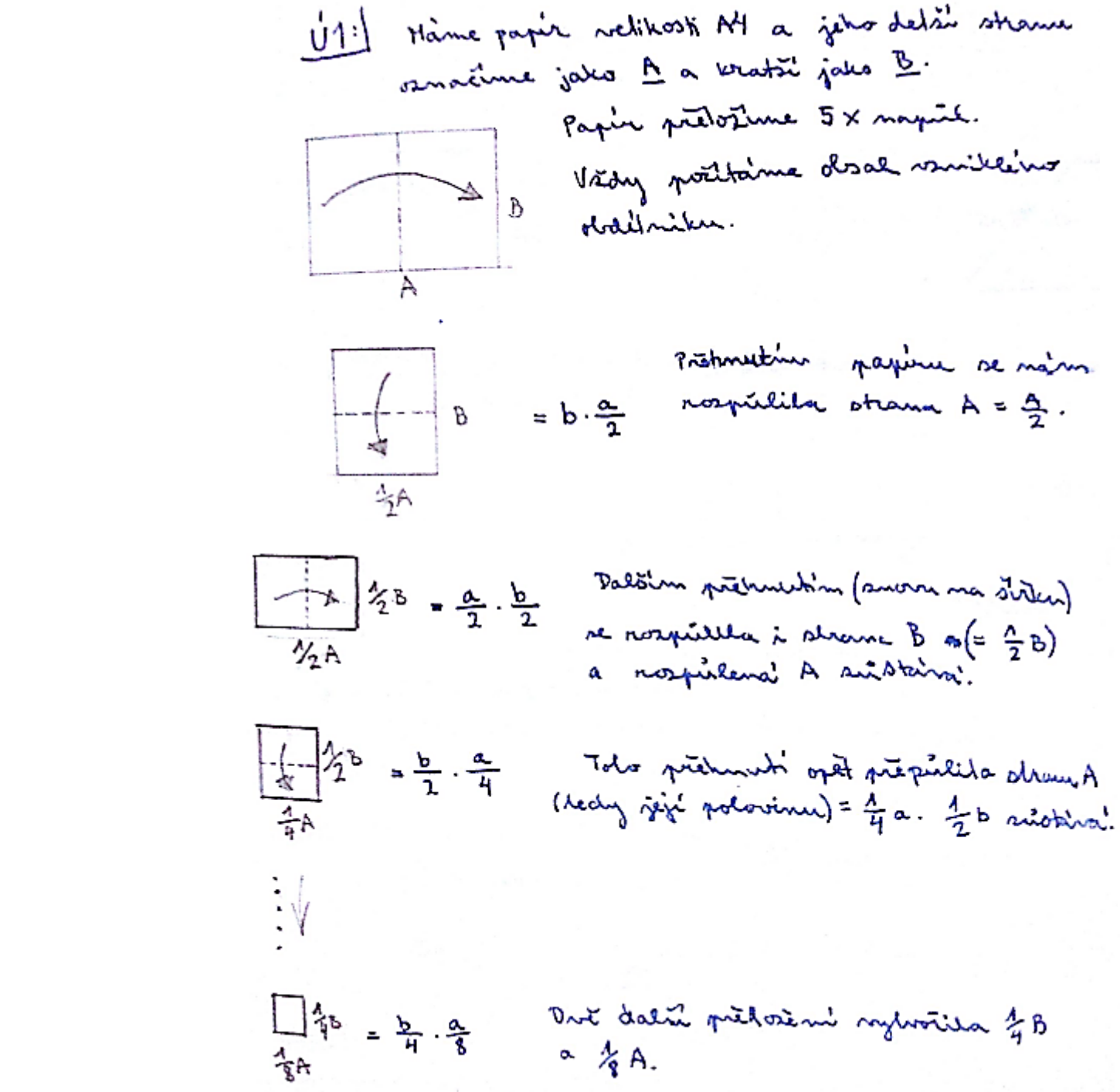
Příloha 2 – Aktivita A02 – Překládání papíru do domečku

Cíl	Rozcvička slouží k procvičení manipulace s proměnnou a zároveň propojuje manipulativní činnost s abstraktní.
Potřebné pomůcky	2 volné listy papíru (například formátu A4), potřeby na psaní
Popis aktivity	Strany obdélníku jako modelu listu papíru označíme: delší stranu jako *a*, kratší jako *b*. Učitel instruuje žáky a sám list papíru frontálně překládá, jak naznačuje obrázek vytvořený žákem:  Úlohou pro žáky je zjistit obsah útvaru, který vznikl, tzv. domeček.
Potřebný čas	7 minut
Metodické poznámky	Na rozdíl od aktivity A01 zde při překládání žáci nic nepočítají. Až na konci činnosti se jim položí otázka na obsah vzniklého útvaru. Často se stalo, že žáci útvar zpětně rozkládali. Žáky aktivita bavila a pracovali soustředěně.

Příloha 3 – Úlohy pro skupinovou práci v první epochové hodině

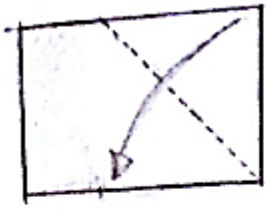
1. Každý ze tří zpěváků zpívá čtyřikrát za sebou stejnou písničku, která se skládá ze tří stejně dlouhých slok. Když první zpěvák začne zpívat druhou sloku, přidá se k němu druhý zpěvák. Když první začne zpívat třetí sloku, přidá se k nim třetí zpěvák. Jakou část celého jejich vystoupení zpívají všichni současně?
2. Franta má odměřit čtyři litry pouze pomocí 2 nádob, třílitrové a pětilitrové. Jak to lze provést?
3. Sedlák má na loďce převést vlka, kozu a zelí. Do loďky se však vejde buď on s kozou, nebo s vlkem, nebo se zelím. Jak to udělal, aby koza nezůstala pohromadě s vlkem nebo se zelím?
4. Vajíčko natvrdo se má vařit 15 minut. Jak tento čas odměříte, když máte po ruce jen přesýpací hodiny, které ukazují 7 minut, a druhé, které ukazují 11 minut? Obrátit je můžete třikrát nebo čtyřikrát.
5. Položte na stůl sedm mincí tak, aby v šesti řadách nebylo ani více ani méně než tři.
6. Červené tyčinky jsou dlouhé 5 cm a modré 8 cm.
   Jak pomocí nich naměříme 31 cm, 17 cm a 1 cm?

Příloha 4 – Žákovský zápis aktivity A01

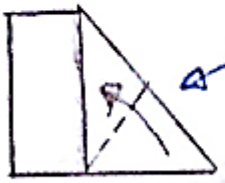


Příloha 5 – Žákovský zápis aktivity A02

Ú2: Papír A4 (delší A, kratší B)



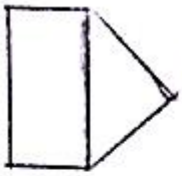
Papír přeložíme tak, aby vznikl co největší čtverec.



Vznikl nám takovýto útvar. Spočítáme obsah vzniklého obdélníku.

$S = b \cdot (a - b)$

- b – kratší strana obdélníku
- $(a - b)$ – strana A bez strany B, která se přenesla na A pomocí přeložení



Dalším přeložením (viz. obrázek vyšší) vznikl tento útvar. Počítáme obsah.

$S = a \cdot b - \frac{3}{4} b^2$

- $a \cdot b$ – obsah celého papíru
- $\frac{3}{4} b^2$ – $\frac{3}{4}$ čtverce, který byl vedle obdélníku, a skryté $\frac{1}{4}$

$(a \cdot b) - b^2 + \frac{1}{4} b^2$

- $(a \cdot b)$ – obsah celého papíru
- b^2 – obsah čtverce
- $\frac{1}{4} b^2$ – $\frac{1}{4}$ tohoto čtverce → cíp

Příloha 6 – Pracovní list k samostatné práci v první epochové hodině

1. Na dvoře je několik koz a několik slepic. Dohromady mají h hlav. Slepic je s.
   Kolik nohou mají dohromady všechny slepice a kozy?

2. Ve třídě byli hoši a dívky. Hochů bylo o n víc než dívek.
   Pak přišlo do třídy ještě m hochů a $4m$ dívek. Teď je ve třídě stejně hochů jako dívek.
   Kolik žáků celkem je ve třídě?

3. V roce 2000 nás v domě bydlelo 6 a součet našich věků byl p let.
   V roce 2001 se bratr Ivo oženil a odešel z našeho domu. V roce 2002 nás bydlelo v domě již jen 5 a součet našich věků byl q let. Ve kterém roce se bratr Ivo narodil?

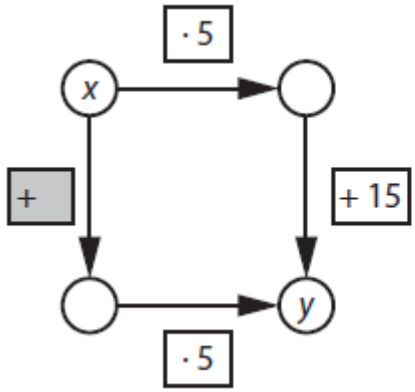
4. Na první zastávce do autobusu nastoupilo c cestujících.
   Na každé další přistoupilo d cestujících a žádný nevystoupil.
   Když autobus vyjížděl z páté zastávky, bylo v něm již 52 cestujících.
   Jak najít číslo c, když známe číslo d?

5. Dva jogurty a jedno mléko stojí m Kč. Jeden jogurt a dvě mléka stojí n Kč.
   Dva jogurty stojí stejně jako tři mléka. Jaký je vztah mezi čísly m a n?

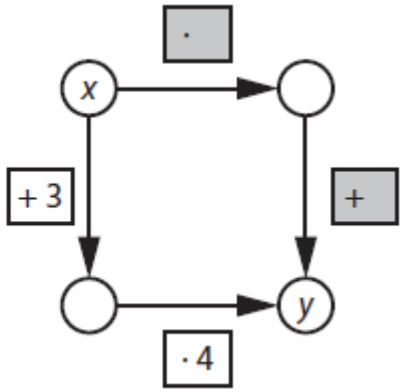
6. Věkový průměr čtyř kamarádů je p, věkový průměr tří nejstarších z nich je q.
   Kolik let je nejmladšímu z kamarádů?

7. Do šedivých polí šipkového grafu doplňte čísla tak, aby grafem byla zapsána rovnost výrazů. Danou rovnost zapište.

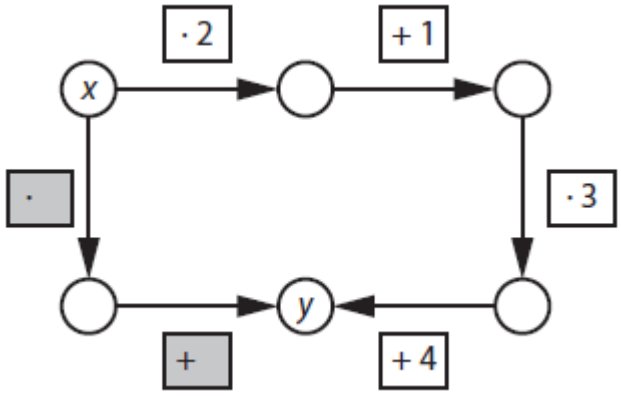
a)



b)



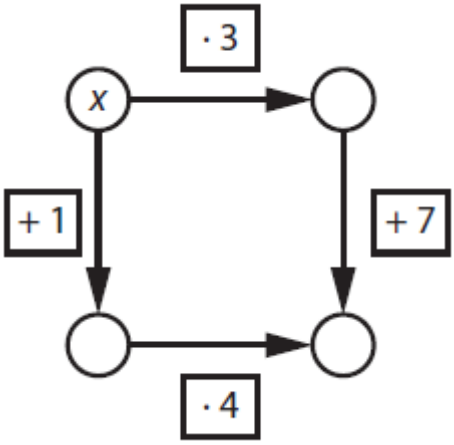
c)



8. Nakreslete šipkový graf, jehož algebraický zápis je:

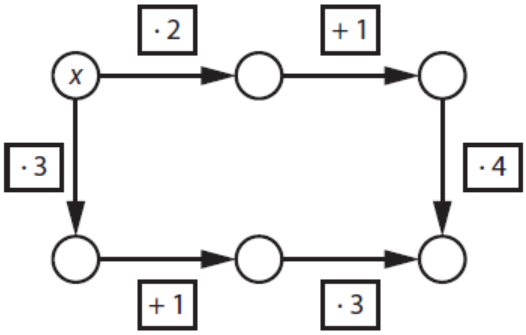
$$(x \cdot 3 + 1) \cdot 2 + 5 = x \cdot 6 + 7$$

9. Vyřešte šipkový graf, tj. najděte takové číslo *x*, aby cesta severozápadní i východojižní vedla ke stejnému výsledku.

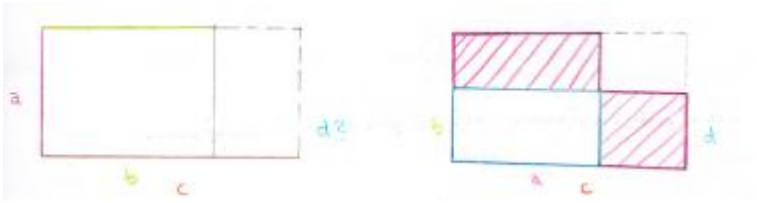


10. Myslím si číslo. Když k jeho trojnásobku přičtu 7, dostanu totéž, jako když k myšlenému číslu přičtu 1 a pak to vynásobím 4. Jaké číslo jsem si myslel?

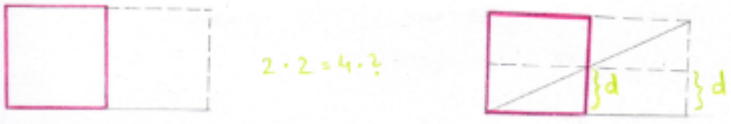
11. Vyřešte šipkový graf:



Příloha 7 – Žákovský zápis starořecké metody řešení rovnic



Víme, že když bychom znali rozměr d, jako to znázorňuje druhý obrázek, získali bychom dva obdélníky. Každý by byl tvořen modrým obdélníkem, který by měly společný, a ještě by měly oba vlastní - červenou část. Protože víme, že se obsahy obou obdélníků rovnají ($3 \cdot 4 = 6 \cdot 2$) a že modrá část je společná, musí být obě červené části stejné. To znamená, že když modrý obdélník rozpůlíme, dostaneme dvě části, které jsou nejen polovinami modrého obdélníku, ale společně s červenými částmi tvoří i polovinu obdélníků tvořících rovnici. A protože modrý obdélník a velký obdélník, ve kterém se všechny části nacházejí, jsou podobné, můžeme udělat úhlopříčku velkým obdélníkem a máme zároveň úhlopříčku pro malý. Ta prochází jeho horním rohem, který je zároveň i společným bodem obou červených částí a jeho vzdálenost od strany c tvoří vzdálenost d.



Důkaz, že červené části obdélníku jsou stejné:

Když odečteme od obou obdélníků červenou část, zbyde nám vždy modrá - tedy společná část, a my víme, že se obdélníky rovnají - tedy i červené části se musí rovnat.

$$a \cdot b - ((b-d) \cdot a) = c \cdot d - ((c-a) \cdot d)$$

$$ab - (ab - ad) = cd - (cd - ad)$$

$$ab - ab + ad = cd - cd + ad$$

$$ad = ad$$

Příloha 8 – Pracovní list k samostatné práci v druhé epochové hodině

12. Zapište rovnici a řešte:
    a. Neznámé číslo zvětšené o 9 se rovná 20.
    b. Polovina neznámého čísla se rovná třetině neznámého čísla zvětšeného o 5.
    c. Polovina neznámého čísla se rovná neznámému číslu zmenšenému o 4.
    d. Trojnásobek čísla o 1 většího než x se rovná pětinásobku rozdílu čísel x a 3.
    e. Pětina dvojnásobku čísla t se rovná 1.
    f. Součin čísla x a čísla o 1 menšího se rovná druhé mocnině součtu čísel x a 1.

13. Přičteme-li k neznámému číslu 3, dostaneme právě tolik, jako když od dvojnásobku toho čísla odečteme 4. Které je to číslo?

14. Které číslo je o 15 menší než jeho polovina?

15. Trojnásobek nějakého čísla je o 9 menší než 21. Které je to číslo?

16. Kterého čísla dvojnásobek je o 14 větší než nejmenší dvojciferné číslo?

17. Zmenšíme-li číslo třikrát, zmenší se o 3. Které je to číslo?

18. Které číslo zvětšené o svou pětinu a zmenšené o svou polovinu se rovná 42?

19. Které číslo zmenšené o 5 je o 12 menší než dvojnásobek toho čísla?

20. Polovina čísla zmenšená o čtvrtinu téhož čísla se rovná třetině největšího dvojciferného čísla. Určete hledané číslo.

21. Kterého čísla devítina zvětšená o jeho šestinu se rovná třetině toho čísla zmenšené o 3?

22. Třetina neznámého čísla se rovná polovině čísla o 5 menšího. Které je to číslo?

23. Starořeckou geometrickou metodou řešte rovnice:
    a. $2 \cdot 5 = 10 \cdot x$
    b. $1 \cdot 3 = 6 \cdot x$

Příloha 9 – Pracovní list k samostatné práci ve třetí epochové hodině

24. Řešte dané rovnice v oboru reálných čísel:

a) $x^2 + 16 = (x + 4)^2$

b) $x^2 + 6 = (x + 3)^2 - 6x$

c) $\frac{6+27x}{15} - (x - 1) = \frac{2x}{3} + \frac{8}{5}$

d) $5(x - 1) - x(7 - x) = x^2$

e) $1 = 2(x^2 + x - 1) - (x - 2)(2x + 3)$

f) $12 - x(x + 1) = (2 - x)(x + 3) + 6x$

g) $\frac{2}{3}(x + 2) - \frac{1}{5}(2x + 3)$

h) $(2 - x)^2 - x(10x - 13) = 2 - (3x - 2)^2$

25. Najděte chybu v řešení:

$$x = 1$$
$$x^2 = x$$
$$x^2 - 1 = x - 1$$
$$(x - 1)(x + 1) = x - 1$$
$$x + 1 = 1$$
$$2 = 1$$

26. Je pravda, že každé číslo se rovná svému dvojnásobku?

$$x^2 = x^2$$
$$x^2 - x^2 = x^2 - x^2$$
$$x(x - x) = (x + x)(x - x)$$
$$x = x + x$$
$$x = 2x$$

27. Řešte dané rovnice v oboru reálných čísel:

a) $y = \frac{y}{y+y}$

b) $c = (c + c)^2$

c) $a = \sqrt{a + a}$

d) $v = \sqrt{v} + \sqrt{v}$

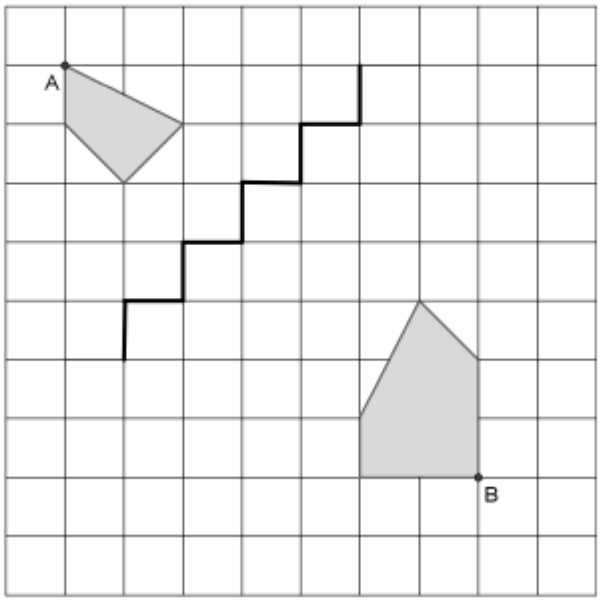
e) $\frac{1}{t} = 0$

Příloha 10 – Situace č. 1 pro žákovskou tvorbu úloh

1. Na základě daného obrázku vytvořte pro vaše spolužáky:

a) 1 úlohu, kterou považujete za snadnou, b) 1 úlohu, kterou považujete za obtížnou.

U obtížné úlohy napište, proč tuto úlohu považujete za obtížnou.



Příloha 11 – Situace č. 2 pro žákovskou tvorbu úloh

2. Na základě daného textu vytvořte pro vaše spolužáky:

a) 1 úlohu, kterou považujete za snadnou, b) 1 úlohu, kterou považujete za obtížnou.

U obtížné úlohy napište, proč tuto úlohu považujete za obtížnou.

Paní Velebná pracuje v obchodu s oblečením. Cestou domů vyprávěla v autobuse svojí kamarádce: „Dnes nám přivezli nové zboží – úžasnou jarní kolekci! Pro dámy máme krásná trička za 250 Kč za kus, halenky za 430 Kč za kus, krátké sukně za 360 Kč za kus. Pro pány potom sportovní kalhoty 740 Kč za kus a trička za 280 Kč za kus! Máme všechny velikosti v různých barevných odstínech."

Příloha 12 – Pracovní list k samostatné práci ve čtvrté epochové hodině

28. Na louce se pasou husy a ovce. Mají celkem 40 hlav a 96 nohou.
    Kolik hus a ovcí je na louce?
29. Po dvoře pobíhalo stejné množství slepic jako ovcí. Dohromady měly 168 nohou.
    Kolik ovcí a kolik slepic bylo na dvoře?
30. Na louce se pasou koně, ovce a husy. Ovcí je více než hus. Ovce a husy mají dohromady 100 noh a hlav. Hus a ovcí je dohromady třikrát víc než koní. Kolik je koní?
31. Pekař peče housky, uštipuje kousky. Z těsta na 6 housek uštipuje tak, že má o jednu housku navíc. Kolik housek upeče z těsta na 36 housek?
32. Kterého čísla polovina se rovná pětinásobku rozdílu čísel 43 a 28?
33. Součin neznámého čísla a čísla dvacet zvětšený o 50 je 250. Které číslo neznáme?
34. Od kterého čísla jsem odečetl pět, výsledek dělil třemi a vyšlo mi 25?
35. Letěly dva houfy vrabců. Z jednoho houfu křičel vrabec na druhý: „Dejte nám jednoho vrabce a bude nás stejně.“ Z druhého mu odpověděli: „Dáte-li nám jednoho vrabce, bude nás pětkrát tolik co vás“. Kolik bylo vrabců v každém houfu?
36. Ve školním sboru je třikrát více dívek než hochů. Když při zkoušce chyběl jeden hoch, činil počet chlapců jen čtvrtinu z počtu dívek zvětšeného o jednu. Kolik dívek a kolik hochů zpívalo ve sboru?
37. Mezi Štěpána, Aloise a Vlastu máme rozdělit 175 Kč, tak, aby Štěpán dostal dvakrát více než Alois, a Vlasta o 25 Kč méně než Štěpán. Kolik dostane Vlasta?
38. Když od součtu dvou libovolných čísel odečtu jejich rozdíl, dostanu vždy dvojnásobek druhého čísla. Proč?
39. Kterého čísla pětina je o dvacet menší než hledané číslo?
40. Kterého čísla polovina, třetina a šestina je dohromady dvacet?
41. Z kterého čísla je možno vzít jednu sedminu, aby zbyla jeho osmina?
42. Znásobím-li číslo sedmi nebo zvětším-li je o sedm, dostanu stejné číslo. Které je to číslo?

Příloha 13 – Pracovní list k samostatné práci v páté epochové hodině

43. Malíř pokojů při přípravě oranžové barvy smíchal červenou a žlutou barvu v poměru objemů 3:5. Aby získal sytější tón, přilil do hotové směsi ještě 5 litrů červené a 6 litrů žluté barvy. Tak se poměr červené a bílé barvy ve směsi změnil na 2:3.
    Kolik litrů červené a kolik litrů žluté barvy malíř původně smíchal?
44. Hotel Ambasador může současně ubytovat až 308 hostů ve svých dvoulůžkových nebo třílůžkových pokojích. Dvoulůžkových pokojů je o 39 více než třílůžkových.
    Kolik je kterých pokojů?
45. Kamarádi Adam a Jindra šli na výlet. Adamův krok měří 60 cm, Jindrův pouze 45 cm. Jak dlouhý byl výlet, když Adam ušel o dva tisíce kroků méně než Jindra?
46. Zloděj vlezl do sadu a natrhal si jablka. Cestou ze sadu narazil postupně na tři hlídače. Každého podplatil polovinou jablek, které měl právě v tašce. Protože jich ale byl vždy lichý počet, musil se vykoupit „větší polovičkou“, tj. počtem zaokrouhleným nahoru na celá jablka. Kolik jablek si natrhal, jestliže vyvázl ze sadu s jedním jablkem?
47. Muž zanechal ženě a třem synům jmění následovně:
    Manželce odkázal ⅓ celého jmění, prvnímu synovi ⅓ zbytku a 2 600 Kč z nynějšího zbytku, druhému synovi zase ⅓ a 2 200 Kč, třetímu synovi připadl konečný zbytek, obnášející 5 400 Kč. Jaké jmění otec zanechal?
48. Ryba váží tři čtvrtiny své váhy a desetinu své váhy a ještě 3 kg. Jak je těžká?
49. Obchodník měl jistou částku peněz. Za první rok utratil 100 liber. Ke zbývající částce přidal jednu její třetinu. Během dalšího roku utratil 100 liber. Potom ke zbytku přidal jednu jeho třetinu. Během třetího roku opět utratil 100 liber. Potom ke zbytku přidal jednu jeho třetinu. Nyní měl obchodník dvakrát více peněz než na začátku.
    Kolik peněz měl nyní?
50. Cena pračky byla dvakrát snížena. Nejprve o 12 %, později ještě o 5 % z nové ceny. Po dvojím snížení cen se pračka prodávala za 10 032 Kč. Jaká byla původní cena?

Příloha 14 – Pracovní list k samostatné práci v šesté epochové hodině

51. Cena tkaniny byla snížena o tolik procent, kolik stál jeden metr před snížením cen? O kolik procent byla tato cena snížena, jestliže se pak metr prodával za 16 Kč?
52. Zahrádkář koupil za 720 Kč sazenice. Kdyby každá sazenice byla o 2 Kč levnější, byl by zahrádkář za své peníze koupil o 5 kusů více. Kolik sazenic koupil? (40)
53. Turista má vykonat cestu dlouhou 45 km. Kdyby urazil za hodinu o 0,5 km méně, došel by do cíle o 1 hodinu později. Určete rychlost turistovy chůze. (5)
54. Vojáci měli při nástupu vytvořit čtverec, ale nedařilo se. Poprvé jich zbylo 89. Když se počet v řadě zvětšil o jednoho, zase jich k sestavení čtverce 50 chybělo. Kolik vojáků nastupovalo?
55. Ze tří snopů dobré úrody, dvou snopů průměrné úrody a jednoho snopu špatné úrody získali 39 měr zrna. Ze dvou snopů dobré úrody, tří snopů průměrné úrody a jednoho snopu špatné úrody dostali 34 měr zrna. Z jednoho snopu dobré úrody, dvou snopů průměrné úrody a tří snopů špatné úrody získali 26 měr zrna. Kolik měr zrna dostali z každého snopu dobré, průměrné a špatné úrody?

Příloha 15 – Pracovní list k samostatné práci v sedmé epochové hodině

56. Poměr délky a šířky obdélníku je $5:3$. Jestliže zkrátíme délku obdélníku o $5\ \text{cm}$ a šířku prodloužíme na dvojnásobek, zvětší se obsah o $45\ \text{cm}^2$. Určete rozměry obdélníku.
57. Dvojciferné číslo má druhou číslici (zleva) o dvě menší než první.
    Pokud vynásobíme dané číslo jeho ciferním součtem, dostaneme 1204. Určete toto číslo.
58. Ze stanice má být vypraveno 11 vlaků, z nichž každý má mít po 35 vagónech.
    Aby se ušetřilo několik lokomotiv, byl zmenšen počet vlaků tím, že ke každému vlaku se přidalo tolikrát po pěti vagónech, kolik lokomotiv bylo ušetřeno. Tak byly opět vypraveny všechny vagóny. Kolik lokomotiv se ušetřilo a kolik vagónů měl pak každý vlak?
59. Součet dvou čísel je 79, součet jejich druhých mocnin je 4 225. Určete tato čísla.
60. Řešte rovnice v oboru reálných čísel:

a) $x^2 + 2x + 1 = 0$
b) $x^2 - 6x + 9 = 0$
c) $x^2 + 8x + 16 = 0$
d) $x^2 + 3x + 2 = 0$
e) $x^2 + 5x + 6 = 0$
f) $x^2 - 5x + 4 = 0$
g) $x^2 - 4x - 5 = 0$
h) $x^2 - 6x + 5 = 0$
i) $x^2 - 3x - 10 = 0$
j) $x^2 + 2x - 15 = 0$
k) $x^2 - 11x + 2 = 0$

Příloha 16 – Matematika v ŠVP Waldorfského lycea v Praze

Charakteristika a cíle předmětu

Vyučování v rámci předmětu matematika oslovuje žáky, kteří chtějí učinit další kroky v rozvoji logického uvažování a získat větší samostatnost při řešení matematických problémů. Obsahově navazuje na témata Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání.

Matematika není v rámci Waldorfské školy nutným doplněním středoškolských znalostí a dovedností, nýbrž nedílnou součástí konceptu waldorfské pedagogiky. Za předpokladu kreativního přístupu vyučujícího je možné žákům dokázat, že v matematice je možné a nutné vytvořit plodný dialog a řešení problému je založené na kreativitě. V tomto ohledu může mít matematika pro žáky existenciální význam. Matematika tedy staví na rozvíjení tvořivého přístupu u ostatních vyučovacích předmětů a vychází jim vstříc specifickou věcností a orientovaností na výsledek. Zejména v matematice by měl žák zažít, že výsledek řešení problému je v určitých případech exaktní a jednoznačně kontrolovatelný a že tato vlastnost nevylučuje kreativitu. Žáci mají získat především důvěru ve vlastní myšlení.

Ve vyučování algebry, v oblasti výrazů, rovnic a číselných řad poznají žáci význam symbolického zápisu jakožto zviditelnění osvědčených výpočetních postupů. Je nutné, aby žáci získali důvěru v matematickou symboliku, jako v něco, co jim může usnadnit cestu k řešení a formovat vlastní myšlení.

V oblasti funkcí a analytické geometrie v návaznosti na deskriptivní geometrii se jedná o zviditelnění matematických souvislostí. Žák získá povědomí o tom, že vše, co se dá vyřešit algebraicky, má i své geometrické řešení a obráceně. Tento aspekt má pro důvěru žáka ve vlastní myšlení zásadní význam.

V projektivní geometrii (zahrnuté v předmětu Matematika pro specializaci) je důležité zvýraznění aspektu, že i úlohy obsahující prvky v nekonečnu jsou řešitelné stejně dobře, jako úlohy pouze s konečnými prvky. Zde prohloubí žák již zmíněnou důvěru ve vlastní myšlení v tom smyslu, že pozná, jak je exaktní myšlení možné i v oblasti přesahující běžnou představivost. Projektivní geometrie si klade rovněž za cíl osvětlit žákům všeobecné souvislosti v geometrii, které jsou ještě obecnějšího charakteru než v samotné euklidovské geometrii. Proto je zařazena jako téma pro všechny žáky. Pro přírodovědnou specializaci je zároveň velmi vhodným a dále prohlubovatelným tématem rozšiřujícím běžné středoškolské učivo.

V rámci témat kombinatoriky a pravděpodobnosti získají žáci teoretický základ pro jakoukoli vědeckou práci ve smyslu vyhodnocování výsledků.

Ve 2. pololetí 3. ročníku již neprobíhá výuka předmětu Matematika, ale cvičné hodiny předmětu Matematika ve specializaci. Výuka však probíhá pro celou třídu, cvičné hodiny navštěvují i žáci humanitní specializace. Jednak aby nevyšli ze cviku při matematickém počítání a myšlení, jednak aby měli možnost rozhodnout se pro maturitu z matematiky.

Předmět Matematika se objevuje opět ve 4. ročníku v epoše statistiky, důležité pro jakoukoliv budoucí práci s daty.

Počty hodin pro jednotlivá témata mají charakter doporučení, důležité je dodržet celkový minimální počet 320 hodin matematiky v průběhu studia.

Počty hodin zeměměřičského praktika, epochy projektivní geometrie a cvičných hodin ve 2. pololetí 3. ročníku se u žáků přírodovědné specializace zahrnují do hodin odborného zaměření, u žáků humanitní specializace se zahrnují do disponibilních hodin.

Obsah učiva v 1. ročníku

Výsledky vzdělávání	Učivo	Hodinová dotace
Žák/yně:	**Cvičné hodiny:**	**90**
- upraví výraz, určí jeho číselnou hodnotu, provádí operace s mnohočleny - upraví výraz obsahující zlomky, mocniny a odmocniny, používá číselnou osu pro znázornění intervalu, řeší jednoduché slovní úlohy na přímou a nepřímou úměrnost - chápe souvislost mezi číselnou osou a absolutní hodnotou - řeší úlohy s procenty - používá různé zápisy reálného čísla - používá absolutní hodnotu	**Operace s čísly a výrazy** - úpravy výrazů, binomická věta pro $n = 2, n = 3$ - přímá a nepřímá úměrnost - číselné obory, reálná čísla - intervaly - užití procentového počtu - absolutní hodnota	
- řeší lineární a kvadratické rovnice, řeší lineární nerovnice - řeší soustavy lineárních rovnic a nerovnic - řeší jednoduché reálné situace v rámci slovních úloh - rozlišuje ekvivalentní a neekvivalentní úpravy rovnic	**Rovnice a nerovnice** - lineární rovnice a jejich soustavy - lineární nerovnice a jejich soustavy - kvadratické rovnice, úplné a neúplné kvadratické rovnice	
- užívá věty o shodnosti a podobnosti trojúhelníků v početních i konstrukčních úlohách - vypočítá obvod a obsah rovinných obrazců - řeší úlohy na polohové a metrické vztahy v rovině - seznámí se s vlastnostmi zobrazení v rovině a jejich použitím - řeší konstrukční úlohy pomocí shodných a podobných zobrazení	**Planimetrie a trigonometrie** - věty o shodnosti a podobnosti trojúhelníků - obvody a obsahy rovinných obrazců - polohové a metrické vztahy v rovině - geometrická zobrazení v rovině	

Žák/yně: - zobrazuje tělesa ve volné rovnoběžné projekci	**Blok deskriptivní geometrie:** **Stereometrie** - základní polohové a metrické vlastnosti v prostoru - tělesa	**12**
Žák/yně: - převádí velikost úhlu ze stupňů do obloukové míry a obráceně - vypočte základní velikost orientovaného úhlu a hodnoty jeho goniometrických funkcí - vypočte chybějící veličiny v pravoúhlém i obecném trojúhelníku - zná Euklidovy věty - aplikuje sinovou a kosinovou větu - řeší jednoduché goniometrické rovnice	**Epocha goniometrie a trigonometrie:** - orientovaný úhel, pravoúhlý trojúhelník - obecný trojúhelník - Euklidovy věty - věta sinová a kosinová - jednoduché goniometrické rovnice	**30**
Žák/yně: - aplikuje pravidla o umocňování a odmocňování - definuje logaritmus - řeší jednoduché logaritmické rovnice a exponenciální rovnice	**Epocha – Vyšší mocniny a logaritmy:** - mocniny s přirozeným, celým a racionálním mocnitelem - logaritmus - jednoduché logaritmické a exponenciální rovnice	**30**
Hodinová dotace celkem: 162		

Obsah učiva ve 2. ročníku

Výsledky vzdělávání	Učivo	Hodinová dotace
Žák/yně: - určuje vzájemnou polohu dvou přímek, přímky a roviny, dvou rovin, odchylku dvou přímek, přímky a roviny, dvou rovin, vzdálenost bodu od roviny - určuje povrch a objem základních těles s využitím trigonometrie - rozliší aritmetickou a geometrickou posloupnost - vysvětlí posloupnost jako zvláštní případ funkce - určí posloupnost vzorcem pro n-tý člen, výčtem prvků, graficky -orientuje se v základních pojmech finanční matematiky -využívá poznatků o posloupnostech v reálných situacích, zejména v úlohách finanční matematiky a dalších praktických problémech - vypočte limitu nekonečné posloupnosti; - sečte danou geometrickou řadu; - provádí operace s vektory (součet vektorů, násobení vektorů reálným číslem, skalární součin vektorů)	**Cvičné hodiny:** **Stereometrie** - polohové a metrické úlohy **Posloupnosti a finanční matematika** - aritmetická a geometrická posloupnost - finanční matematika - pojem limity posloupnosti a její využití - součet nekonečné geometrické řady **Vektorová geometrie** -základní operace s vektory	**60**

Žák/yně: - řeší analyticky polohové a metrické vztahy bodů a přímek - charakterizuje jednotlivé druhy kuželoseček - *používá vlastnosti kuželoseček a jejich analytické vyjádření* - *určí vzájemnou polohu přímky a kuželosečky* - užívá různá analytická vyjádření přímky - určuje množiny bodů dané vlastnosti	**Epocha analytické geometrie:** - přímka a její různá analytická vyjádření - kuželosečky - množiny bodů dané vlastnosti	**30**
Hodinová dotace celkem: 90		

Pozn. *Kurzívou psaný text má charakter doporučení.*

Obsah učiva ve 3. ročníku

Výsledky vzdělávání	Učivo	Hodinová dotace
Žák/yně: - řeší úlohy v Mongeově promítání - *řeší úlohy na řezy těles v Mongeově promítání*	**Blok deskriptivní geometrie:** - Mongeovo promítání - *řezy těles*	**24**
Žák/yně: - rozpozná kombinatorické skupiny, určí jejich počty a užití v reálných situacích - počítá s faktoriály a kombinačními čísly - užívá vztahy pro výpočet variací, permutací a kombinací bez opakování - užívá binomickou větu při řešení úloh - používá pojmy: náhodný jev, jistý jev, opačný jev, nemožný jev, sjednocení a průnik jevů - určí pravděpodobnost náhodného jevu - vypočte pravděpodobnost sjednocení nebo průniku dvou jevů	**Epocha kombinatoriky, pravděpodobnosti a statistiky:** -variace, permutace, kombinace bez opakování - nezávislost jevů - náhodný jev a jeho pravděpodobnost	**30**
Žák/yně: -užívá různá zadání funkce -nakreslí graf základních typů funkcí -rozlišuje rostoucí a klesající funkce -stanoví definiční obor i obor hodnot funkce -dokáže určit inverzní funkci k funkci dané - znázorní goniometrické funkce v oboru reálných čísel - řeší kvadratické nerovnice	**Cvičné hodiny v 1. pololetí:** -základní poznatky o funkcích -základní typy funkcí - racionální funkce - exponenciální a logaritmické funkce -definiční obor a obor hodnot, graf funkce, vlastnosti funkcí - kvadratické nerovnice	**28**
Hodinová dotace celkem: 82		

Pozn. *Kurzívou psaný text má charakter doporučení.*

Obsah učiva ve 4 . ročníku

Matematika 4. ročník	Učivo	Hodinová dotace
Žák/yně: - dokáže pracovat se statistickými soubory - vypočte absolutní a relativní četnost, variační rozpětí -určí charakteristiky polohy a variability -vyhledá a vyhodnotí statistická data v grafech a tabulkách	**Epocha statistiky:** - základy statistiky - statistický soubor - statistická jednotka - statistický znak - četnost, relativní četnost - tabulka četností, rozdělení četností - charakteristiky polohy a variability - data v grafech a tabulkách	**10**
Hodinová dotace celkem: 10		

Příloha 17 – Matematika pro přírodovědnou specializaci v ŠVP Waldorfského lycea v Praze

Charakteristika a cíle předmětu

Vyučování předmětu *Matematika pro přírodovědnou specializaci* oslovuje žáky, kteří si chtějí hlouběji osvojit matematické myšlení a získat určitou suverenitu při řešení matematických problémů. Výuka matematiky na jedné straně rozvíjí tvořivé myšlení a na straně druhé vede k osvojení si vysokého stupně exaktnosti, jak při formulování matematických vět a důkazů, tak i při řešení komplexnějších úloh.

Zeměměřické praktikum v 1. ročníku je praktickou aplikací matematiky v terénu, zároveň v sobě nese celou řadu sociálních aspektů a také aspektů teoreticko-poznávacích. Jedná se především o zážitek porozumění podložený praktickou činností na čistě matematickém základě. Výrazně posiluje schopnost systematické, přesné a skupinové práce – přesné měření přístroji, práce s velkým množstvím dat ve formulářích, zanášení změřených a vypočtených údajů do mapy, nutnost shody společných bodů se sousedními skupinami, protože výsledná mapa vzniká spojením práce všech skupin.

Ve 2. ročníku pokračuje výuka specializačních témat epochou projektivní geometrie, ve 2. pololetí 3. ročníku pak cvičnými hodinami.

Těžiště předmětu je ve čtvrtém ročníku, kdy se jednak zopakují a prohloubí témata z prvních tří let studia, jednak se objeví nová témata spojená s abstraktnějšími matematickými objekty – matice, komplexní čísla, diferenciální a integrální počet. Kromě toho se žáci více věnují exaktním matematickým důkazům, osvojují si různé typy důkazové argumentace – důkaz matematickou indukcí, sporem, nepřímý důkaz.

Vzdělávací cíle

Cílem zeměměřičského praktika je ukázat žáků praktické užití matematiky, cílem epochy projektivní geometrie je uvést žáky hlouběji do abstraktního způsobu myšlení. Oba tyto bloky slouží mimo jiné i k pomoci při volbě zaměření na konci 2. ročníku.

Výuka projektivní geometrie ozřejmí žákům, že i úlohy obsahující prvky v nekonečnu jsou řešitelné stejně dobře, jako úlohy pouze s konečnými prvky. Mohou tak prohloubit svou důvěru ve vlastní myšlení, poznat to, že exaktní myšlení je možné i v oblasti přesahující běžnou představivost. Projektivní geometrie rovněž osvětluje žákům všeobecné souvislosti v geometrii, které jsou ještě obecnějšího charakteru než v samotné euklidovské geometrii. Proto je zařazena jako téma pro všechny žáky.

Cvičné hodiny ve 2. poletí 3. ročníku slouží jednak k rozšíření počítání s funkcemi, jednak k uvedení do tématu infinitesimálního počtu.

Zeměměřičské praktikum v 1. ročníku, epocha projektivní geometrie ve 2. ročníku a cvičné hodiny ve 2. poletí 3. ročníku probíhá společně pro celou třídu. Počty hodin se u žáků přírodovědné specializace zahrnují do hodin odborného zaměření, u žáků humanitní specializace se zahrnují do disponibilních hodin.

Hlavní těžiště předmětu je ve 4. ročníku, kdy jsou žáci schopnější sledovat abstraktnější úvahy, Tento ročník je již také v duchu příprav žáků na jejich další životní dráhu. Proto se matematika soustřeďuje i na shrnutí doposud získaných vědomostí a dovedností a osvojení si vědecké terminologie. Kromě toho jsou žáci systematicky připravováni na profilovou část maturitní zkoušky. Měli by umět nejen správně vypočítat příklady z tematických okruhů, ale i umět srozumitelně představit daný tematický okruh, zavést hlavní pojmy, popsat vztahy mezi nimi, přesně a výstižně formulovat nejdůležitější matematické zákonitosti, charakterizovat probrané výpočetní metody.

Obsah učiva v 1. ročníku

Žák/yně: - orientuje se s pomocí map v krajině - používá v praktických situacích zeměpisné souřadnice: zeměpisnou šířku, zeměpisnou délku a má znalosti o rovnoběžkách, polednících a o zeměpisné síti - chápe způsob vytváření plánů a map v krajině, orientuje se v pracovních postupech nutných pro vytvoření mapy - zná základní způsoby měření vzdáleností a výšky v krajině s pomocí přístrojů - zaměří zadané území ortogonální, případně polární metodou - podílí se na vyhotovení společné mapy zadaného území	**Zeměměřické praktikum** - znázornění Země na mapách, zeměpisné souřadnice, kartografie, zobrazení, matematická geografie - měřítko map, obsah map - terénní geografická výuka: základy praktické topografie, orientace v krajině, cvičení a pozorování v terénu - základní poznatky o tvorbě map - ortogonální metoda měření polohopisu - měřické a kreslířské práce	**45**

Obsah učiva ve 2. ročníku

Výsledky vzdělávání	Učivo	Hodinová dotace
Žák/yně: - chápe pojmy nekonečně vzdálený bod a přímka - k danému útvaru najde útvar duální - k dané větě zformuluje větu duální - projektivně vytvoří kuželosečky	**Projektivní geometrie:** - perspektivní zobrazování - nekonečně vzdálený bod a přímka - princip duality - Desarguesova a Pascalova věta - projektivní zavedení kuželoseček	**34**
Hodinová dotace celkem: 34		

Obsah učiva ve 3. ročníku (2.pololetí)

Výsledky vzdělávání	Učivo	Hodinová dotace
Žák/yně: - používá infinitezimální počet na příkladech technických výpočtů (průběh funkcí, výpočet ploch a objemů) - vypočte limitu nekonečné posloupnosti; - sečte danou geometrickou řadu; - vypočte derivaci mocninné funkce; - dovede aplikovat pravidla pro derivaci součtu a součinu; - určí lokální extrémy dané funkce; - vyšetří průběh funkce; - umí vypočítat integrály nejjednodušších funkcí a použít je při výpočtu obsahů.	**Infinitesimální počet:** - derivace a pravidla pro jejich výpočet - lokální extrémy - pojem určitého integrálu - základní věta integrálního a diferenciálního počtu a pojem primitivní funkce - obsah rovinných obrazců	**31**
Hodinová dotace celkem: 31		

Modulu Infinitesimální počet bude věnováno minimálně 16 hodin.

Obsah učiva ve 4. ročníku

Výsledky vzdělávání	Učivo	Hodinová dotace
Žák/yně: - dokáže určit pravdivostní hodnotu výroků; - umí sestavit tabulku pravdivostních hodnot; - umí provádět operace s výroky; - rozlišuje axiomy, definice, věty; - umí provádět a zapisovat operace s množinami **Žák/yně:** - uvědomuje si, co je a není důkaz	**Základy matematické logiky a teorie množin** - výroky a jejich pravdivostní hodnoty - negace, konjunkce, disjunkce, implikace, ekvivalence - axiom, definice, věta - množiny a množinové operace **Důkazy matematických vět** - důkazy, matematická indukce	**90**

- rozlišuje váhu argumentů **Žák/yně:** - vykonává základní početní úkony s komplexními čísly - chápe geometrickou interpretaci komplexních čísel - používá komplexních čísel při řešení kvadratických rovnic **Žák/yně:** - používá matice v řešení soustavy lineárních rovnic (Gaussova eliminační metoda) - rozeznává podmínky existence jejich řešení - provádí násobení a sčítání matic **Žák/yně:** - umí sestavit a vyřešit rovnici definující zlatý řez; - umí danou úsečku rozdělit v poměru zlatého řezu; - zná vztahy mezi Fibonacciho čísly a umí vypočítat n-tý člen Fibonacciho posloupnosti; - umí aproximovat zlatý řez podílem členů Fibonacciho posloupnosti; - umí nacházet zlatý řez v přírodě, architektuře a výtvarném umění	**Komplexní čísla** - komplexní čísla **Matice** - matice **Zlatý řez a jeho výskyt v přírodě, architektuře a výtvarném umění** - definice zlatého řezu - Fibonacciho posloupnost a její zákonitosti - zlatý řez a pravidelný pětiúhelník a desetiúhelník - geometrické konstrukce zlatého řezu - Fibonacciho čísla a zlatý řez v přírodě, architektuře a výtvarném umění	
Hodinová dotace celkem: 90		