



katedra matematické analýzy
Matematicko-fyzikální fakulta
Univerzita Karlova v Praze
Sokolovská 83
186 75 Praha 8

prof. RNDr. Luboš Pick, CSc., DSc.
tel. [+420] 221 913 264
fax [+420] 222 323 390
pick@karlin.mff.cuni.cz

Praha, 19. srpna 2015

Posudek vedoucího na disertační práci Mgr. Filipa Soudského

Disertační práce Mgr. Filipa Soudského obsahuje výsledky podrobného výzkumu základních vlastností prostorů funkcí s normou invariantní vůči nerostoucím přerovnání s důrazem na Lorentzovy prostory typu Lambda a typu Gamma. Výzkum probíhal přibližně během posledních čtyř let a Mgr. Soudský se mu věnoval jednak samostatně a jednak jako člen různých vědeckých týmů. Disertační práci tvoří pět původních vědeckých článků a přehledný úvod do problematiky.

Článek č. 1 (se spoluautory A. Gogatishvilim a L. Pickem) byl publikován v roce 2014 v prestižním časopise *Studia Mathematica* (IF 0,610). Článek č. 2 (se spoluautorem A. Gogatishvilim) byl publikován v roce 2014 v časopise *Czechoslovak Mathematical Journal* (IF 0,288). Článek č. 3 (bez spoluautorů) byl přijat k publikaci do časopisu *Annals of Functional Analysis* (IF 0,603). Článek č. 4 (bez spoluautorů) byl odeslán do časopisu a probíhá u něj recenzní řízení. Článek č. 5 (se spoluautory A. Gogatishvilim, M. Křepelou a L. Pickem) je připraven k odeslání do časopisu.

Hlavním obecným přínosem práce je podstatné rozšíření poznatků týkajících se následujících okruhů problémů:

- charakterizace váhových nerovností pro integrální a supremální operátory
- charakterizace základních vlastností prostorů funkcí Lorentzova typu
- dualita váhových prostorů funkcí Lorentzova typu

Lorentzovy prostory typu Lambda byly zavedeny a studovány již v roce 1951 (Lorentz). Své uplatnění pak ovšem našly znovu po roce 1990 v souvislosti s revolučními výsledky Ariña-Muckenhoupta a Sawyera. Zajímavým historickým faktem je, že tyto prostory byly nejprve využívány v rozličných aplikacích, a teprve později se ukázalo, že charakterizace jejich zcela základních vlastností (jakými jsou například netrivialita, (kvazi-)normovatelnost, či dokonce pouhá linearita) představují značně netriviální otázky hodné důkladného výzkumu. Studium základních vlastností těchto prostorů tedy poněkud kuriózně přišlo až později, a to v době, kdy se prostory již dlouho těšily značné oblibě v rozličných oblastech matematické analýzy.

Hlavním výsledkem článku č. 1 je úplná charakterizace asociovaného prostoru k zobecněnému váhovému Lorentzovu prostoru typu Gamma. Byl zde vyřešen otevřený problém, kterým se dříve zabývalo několik autorů, mimo jiné například Fiorenza a Rakotoson, kteří ale odvodili pouze postačující podmínku. Výsledky mají několik přímých aplikací, například v teorii Sobolevových prostorů či při studiu prostorů zvaných „grand Lebesgue

spaces“, jež byly zavedeny v roce 1992 (Iwaniec a Sbordone) v souvislosti s integrabilitou jakobiánů vícerozměrných homeomorfismů.

V článku č. 2 autoři zvolili zcela nový přístup založený na dualitě prostorů funkcí ke starému problému, který formuloval Sawyer v roce 1990. Výsledkem je obecná charakterizace normovatelnosti Lorentzova prostoru pomocí druhého Kötheova duálu a řada netriviálních příkladů.

Články č. 3 a 4 obsahují po řadě charakterizaci linearity jistého typu Banachova svazu pomocí vlastností dilatačního operátoru a charakterizaci normability Lorentzova prostoru typu Γ jednak pomocí podmínek na odpovídající váhu a jednak pomocí jisté prostorové identity. Jde o dva samostatné objevy F. Soudského, které jsou sice poměrně jednoduché, přesto ale, jak je mi známo z reakcí kolegů, byly pro některé odborníky poněkud překvapivé.

Článek č. 5 je zaměřen na dlouhodobě otevřený problém charakterizace váhové nerovnosti (kterou lze ekvivalentně přepsat jako vnoření mezi jistými prostory typu Γ) se čtyřmi obecně různými váhami. Požadavek stejné váhy na obou stranách nerovnosti patří dlouhodobě k zásadním omezením celé teorie a značné části jejích aplikací a jeho odstranění je nanejvýš žádoucí. V článku byl zvolen přístup kombinace dualitní metody s váhovými nerovnostmi pro složení několika integrálních či supremálních operátorů za sebou, z nichž některé doposud nebyly známy a jsou odvozeny v článku. Článek ovšem řeší otevřený problém pouze částečně, protože dualitní metoda funguje pouze v takzvaném „konvexním případě“. Pro nekonvexní případ zůstává problém otevřený.

Celkově lze říci, že výsledky Mgr. Filipa Soudského spadají do relativně úzké oblasti matematiky, tento fakt je však bohatě vyvážen jejich hloubkou. Jeho práce vzbudila netriviální mezinárodní ohlas. Byl jsem přítomen diskusi, která následovala po přednášce Filipa Soudského na výtečně obsazené konferenci v Karlstadu v dubnu 2015, a mohu potvrdit velký zájem o jeho výsledky ze strany špičkových odborníků pracujících v tomto oboru funkcionální analýzy. Poznatky obsažené v disertační práci navíc otevírají mnoho dalších zajímavých otázek. Předpokládám, že autor se jim bude ve své další vědecké práci věnovat.

Mgr. Filip Soudský prokázal své nadání k tvořivé vědecké práci. K tomu má veškerou nezbytnou výbavu, zejména nové netriviální nápady, solidní „řemeslné“ základy a v neposlední řadě také velmi slušný přehled o existující literatuře. Navíc je zcela bez problémů schopen týmové vědecké spolupráce doma i v zahraničí. S jeho přístupem k práci jsem byl po celou dobu vedení jeho doktorského studia spokojen. Filip Soudský je nadaný, svědomitý a pracovitý student se schopností pracovat zcela samostatně. V závěrečných etapách doktorského studia dokonce prokázal schopnost sám si klást smysluplné otázky a poté na nich pracovat. Míra pomoci ze strany vedoucího byla v případě Mgr. Soudského na rozumné, spíše skromné úrovni.

Předložená práce bezpochyby splňuje (a v některých aspektech převyšuje) požadavky kladené na úroveň doktorské disertační práce na MFF UK. Doporučuji tuto práci uznat a jejímu autorovi udělit titul PhD.

Prof. RNDr. Luboš Pick, CSc., DSc.