

Charles University in Prague  
Faculty of Mathematics and Physics

## **DOCTORAL THESIS**



Marie Snětinová

### **Quantitative Physics Tasks**

Department of Physics Education

Supervisor of the doctoral thesis: doc. RNDr. Leoš Dvořák, CSc.

Study programme: Physics

Specialization: Physics Education and General Problems of Physics

Prague 2015



I would like to express thanks and appreciation to my supervisor doc. RNDr. Leoš Dvořák, CSc. for his guidance and the tutorials he has given me and for his beneficial advices, comments, and inspiration he has provided me during my doctoral studies.

Many thanks go to my consultants RNDr. Mgr. Zdeňka Koupilová, Ph.D. who has advised me and contributed to the research, from the initial idea to the successful completion, and RNDr. Mgr. Vojtěch Žák, Ph.D. for his tutorials to methodological analyses of the research.

Last but not least, my thanks belong to my family and all my friends for their support.



I declare that I carried out this doctoral thesis independently, and only with the cited sources, literature and other professional sources.

I understand that my work relates to the rights and obligations under the Act No. 121/2000 Coll., the Copyright Act, as amended, in particular the fact that the Charles University in Prague has the right to conclude a license agreement on the use of this work as a school work pursuant to Section 60 paragraph 1 of the Copyright Act.

In Prague    date 15. 7. 2015



*Název práce:* Kvantitativní fyzikální úlohy  
*Autor:* Mgr. Marie Snětinová  
*Katedra:* Katedra didaktiky fyziky  
*Vedoucí doktorské práce:* doc. RNDr. Leoš Dvořák, CSc.,  
Katedra didaktiky fyziky

*Abstrakt:* Disertační práce se zabývá řešením úloh ve fyzice, zvláště postoji žáků k řešení kvantitativních fyzikálních úloh a různými metodami pomáhajícími rozvíjet schopnosti studentů v této oblasti. Práce obsahuje stručný přehled teoretických principů řešení úloh ve fyzice s důrazem na rozdíl mezi řešiteli experty a začátečníky. Dále je v práci popsán dotazníkový výzkum, který studoval pohled středoškolských studentů a učitelů na řešení fyzikálních úloh. Velká část práce je věnována vývoji a ověřování sedmi výukových aktivit vhodných pro středoškolské studenty. Tyto aktivity se zaměřují na zlepšení vybraných dovedností, které by studenti měli ovládat při řešení kvantitativních fyzikálních úloh. Vytvořená sada aktivit obsahuje metodické materiály, pracovní listy a jejich řešení. Všechny aktivity byly ověřeny v praxi a jejich použitelnost byla posuzována středoškolskými učiteli fyziky v případové studii. Výsledky dotazníkového výzkumu, vytvořené aktivity a závěry z ověřování aktivit jsou v práci podrobně popsány. K práci jsou přiloženy všechny vytvořené materiály v českém i anglickém jazyce.

*Klíčová slova:* řešení úloh, kvantitativní fyzikální úlohy, aktivity do hodin fyziky

*Title:* Quantitative Physics Tasks  
*Author:* Mgr. Marie Snětinová  
*Department:* Department of Physics Education  
*Supervisor of the doctoral thesis:* doc. RNDr. Leoš Dvořák, CSc.,  
Department of Physics Education

*Abstract:* The doctoral thesis concerns with problem solving in physics, especially on students' attitudes to solving of quantitative physics tasks, and various methods how to develop students' problem solving skills in physics. It contains brief overview of the theoretical framework of problem solving in physics with emphasis on differences between expert and novice problem solvers. Furthermore, it describes a questionnaire research focused on students' and teachers' perception of problem solving in physics at secondary schools and its results. Large part of the thesis involves description of development and verification of class the activities oriented to improvement of selected students' problem solving skills in physics. A set of seven activities suitable for secondary school students is described. The activities contain methodical materials, worksheets and solutions of the worksheets. The activities were tested on secondary school students and were evaluated by the students' physics teachers in a case study. Findings of the questionnaire research and the case study, as well as the activities themselves are described in detail. The Czech and English versions of the created materials are enclosed in appendices.

*Keywords:* problem solving, quantitative physics tasks, classroom activities





# Contents

<b>Contents .....</b>	<b>9</b>
<b>Introduction .....</b>	<b>12</b>
Motivation for the research .....	12
Aims and structure of the thesis .....	13
<b>1 Solving of quantitative physics tasks .....</b>	<b>16</b>
1.1 Literature research .....	16
1.2 Definitions of used terms .....	17
1.3 Psychology of problem solving.....	18
1.3.1 The problem solving cycle .....	18
1.3.2 Well- and ill-structured problems.....	19
1.3.3 Problem solving by experts and novices .....	20
1.4 Problem solving competency in Czech education.....	21
1.5 Problem solving in physics teaching and learning.....	23
1.5.1 Classification of physics tasks .....	23
1.5.2 Why solve quantitative tasks in physics .....	24
1.5.3 Experts vs. novices .....	25
1.5.4 Problem solving plans .....	27
1.5.5 Particular recommendations for improving physics problem solving skills .....	33
<b>2 Questionnaire research on secondary school students' and teachers' views on problem solving .....</b>	<b>39</b>
2.1 Introduction .....	39
2.1.1 Short overview of the present chapter .....	39
2.2 Research design .....	40
2.3 Research method .....	40
2.4 Design of the questionnaires .....	41
2.4.1 Students' questionnaires.....	41
2.4.2 Distribution of the questionnaires.....	44
2.5 Surveys done during the research.....	46
2.5.1 Strategies students asserted to use in problem solving in physics .....	47
2.5.2 Students' perception of the problem solving process in physics.....	51
2.5.3 Students' comments on problem solving process .....	58
2.5.4 Teachers' view on students' strategies during problem solving in physics .....	59
2.6 Summary of the surveys' results .....	61

<b>3 Development of problem solving skills in class activities .....</b>	<b>63</b>
3.1 Structure of the prepared activities.....	64
3.2 Study of the usability of the activities.....	65
3.2.1 The executed research description.....	66
3.3 The activities and their usability.....	68
3.3.1 Careful reading .....	68
3.3.2 Conditions of law's applicability.....	71
3.3.3 Principles needed for solution.....	74
3.3.4 Classifying the equations .....	77
3.3.5 Reasonableness of the answers .....	79
3.3.6 Solving aloud .....	81
3.3.7 Creating own problem solving plan.....	84
3.4 Summary .....	93
<b>Conclusion.....</b>	<b>95</b>
Findings of the researches.....	98
Follow-up research.....	99
<b>Bibliography .....</b>	<b>100</b>
<b>List of figures.....</b>	<b>109</b>
<b>List of tables.....</b>	<b>110</b>
<b>List of publications .....</b>	<b>111</b>
<b>Appendices.....</b>	<b>112</b>
Appendix A: Questionnaires investigating problem solving in physics at Czech secondary schools.....	113
A.1 Students' questionnaire S1.....	114
A.2 Students' questionnaire S2.....	117
A.3 Teachers' questionnaire.....	119
Appendix B: Activities in Czech language/Aktivity v českém jazyce.....	120
B.1 Nečíselné údaje v zadání úlohy.....	121
B.2 Každý fyzikální zákon má nějaké podmínky platnosti.....	130
B.3 Přiřazování fyzikálních principů.....	144
B.4 Klasifikace vztahů .....	180
B.5 Smysluplnost odpovědí .....	196
B.6 Řešení úloh nahlas .....	203
B.7 Vytváření plánu řešení kvantitativních úloh .....	214

Appendix C: Activities in English language .....	219
C.1 Careful reading.....	220
C.2 Conditions of law's applicability.....	226
C.3 Principles needed for solution .....	234
C.4 Classifying the equations .....	239
C.5 Reasonableness of the answers .....	250
C.6 Solving aloud.....	255
C.7 Creating own problem solving plan.....	262
Appendix D: Used research method .....	267
Main characteristics of case study .....	267
Observational methods.....	267
Interviews.....	268
Appendix E: Other ideas for problem solving activities in physics.....	271
E.1 Drawing diagrams.....	272
E.2 Find-the-flaw.....	273

## Introduction

Nowadays, solving of *qualitative* tasks is often emphasized in physics education. Suitable tasks are composed on the basis of some research (e.g. Hieggelke et al., 2006) and their goal is primarily to develop students' understanding of basic physics concepts. Nevertheless, the skill how to properly solve *quantitative* tasks is also very important, especially for students of science (not only for students of physics, but also for students of chemistry, biology, or medical science) as elaborated below.

## Motivation for the research

Solving of quantitative physics tasks has a long tradition in Czech education system. This can be illustrated by a large number of tasks in physics textbooks and task collections for secondary school students (e.g. Bednařík & Šíroká, 2010; Lepil et al., 1995; Nahodil, 2011)<sup>1</sup>, by specially designed seminars accompanying physics courses at universities, or by existence of several physics competitions and correspondence seminars (e.g. "Fyzikální olympiáda", n.d.; "FYKOS", n.d.) where quantitative tasks are often solved. Czech experts in the field of didactics of physics note that teachers use quantitative tasks as a relatively easy way how to practice gained knowledge and how to help students achieve a deeper understanding of the physics concepts (Svoboda & Kolářová, 2006).

Of course the quantitative tasks are not significant only in Czech education. Solving of quantitative physics tasks is also part of the International Physics Olympiad that is organized for secondary school students on the basis of "recognition of the growing significance of physics in all fields of science and technology, and in the general education of young people, and with the aim of enhancing the development of international contacts in the field of school education in physics" ("International Physics Olympiad", 2009). Quantitative physics tasks are also inseparable part of the teaching at universities, as can be seen from the university textbooks (Giancoli, 2000; Hecht, 2000; Halliday et al., 2006). In addition, appropriate solving of quantitative physics tasks develops logical thinking, problem solving skills, as well as self-confidence (Scarl, 2003).

Another reason why to teach students how to solve quantitative physics tasks is that problem solving is a basic skill needed in professional as well as ordinary life. The physics tasks serve partially as simplified situations that students can meet in the future and

---

<sup>1</sup> The research included in this thesis was performed in Czech education environment and the prepared activities are primarily intended for the Czech education system. For this reason, results of Czech literature research were very significant for creation of the thesis. Nevertheless, familiarity with the Czech literature is not essential for understanding the described issues.

in which the students will have to be able to get their bearings (Volf, 1998). Additionally, according to Scarl (2003), science, engineering and life itself change very rapidly and so most of our learning will be done after we leave school and we have no more teachers, homework and tests to help us. So we should take the opportunity and learn in school how to learn by ourselves. As Scarl also writes, learning how to solve the physics tasks “can help you to learn technical material, to work efficiently, to think clearly, to develop self-confidence, and to convince others to work with you and support your work.”

On the other hand, it is also necessary to admit that students often struggle with many difficulties when they are faced with physics tasks (Byun et al., 2008). Students’ solving of quantitative tasks often turns into pure “mathematical manipulation” with formulas and students lack deeper understanding of physics context and laws in given topic. Understanding of these difficulties can be crucial for teachers to mitigate the students’ obstacles in solving physics tasks as well as to improve students’ problem solving skills. Moreover, by using special approaches, students can be taught a more appropriate attitude to solving physics tasks (Van Heuvelen, 1991; Bagno & Eylon, 1997; Malone, 2008; Lederman, 2009).

Other reason why I focused on quantitative tasks and development of students’ problem solving skills were my previous theses. In my bachelor (Snětinová, 2007) and diploma thesis (Snětinová, 2010) I also dealt with quantitative physics tasks. In these theses, I created – besides other things – quantitative tasks as a part of an electronic collection. The collection (“Collection of Solved Problems”, 2013; Snetinova et al., 2014) contains fully solved tasks with detailed annotated solutions, notes, various hints and other tools to support students’ will to solve problems independently. Currently, I am one of the administrators of the collection.

## **Aims and structure of the thesis**

The presented thesis consists of three main parts. The first part presents an overview of the existing literature and findings on the topic of problem solving in general as well as in physics education. The second part concerns determining students’ difficulties in the field of solving quantitative physics tasks and with looking into students’ perception of the problem solving process. The goal of the third part was to create suitable worksheets for secondary school students and methodical materials for teachers oriented on improving problem solving skills in physics on the basis of literature search and the results gained in my research. More detailed of the main aims of the thesis follows.

Aims of the thesis:

- To carry out research investigating students' problem solving strategies in physics and their perception of the problem solving processes;
- To identify typical students' difficulties in solving quantitative physics tasks on the basis of the research;
- To suggest recommendations for students and teachers how to proceed during solving physics tasks based on the above mentioned research and literature research;
- To create research-based methodical materials for teachers and worksheets for students focused on improvement of students' problem solving skills.

These aims are dealt with in following chapters.

The first chapter summarizes theoretical grounds gained from the literature search, which served as a basis for the following research and development of the methodical materials. It presents an introduction to the given issue. The chapter describes definitions and brief overview of concepts related to the problem solving in physics. Various types of research done in the field of problem solving in physics are discussed and the approach to the problem solving resulting from the cognitive psychology point of view is stated as well.

The second chapter describes a questionnaire research concerning solving of quantitative tasks in secondary school physics. The design of the questionnaires is described there. The chapter further contains four parts – individual surveys concerning:

1. Students' problem solving strategies in physics;
2. Students' perception of the problem solving process in physics;
3. Students' comments of problem solving process;
4. Teachers' view on the problem solving at Czech secondary schools.

Each part describes the findings and gives a short summary of these surveys. The whole chapter is finished by a final summary of the research results. The questionnaires are enclosed in Appendix A (original versions in Czech).

One of the main aims of the presented thesis was to create methodical materials oriented on improvement of students' problem solving skills. On the basis of questionnaire and literature research, seven activities for the Czech physics classes were created. These activities are described in detail in the last chapter. Each activity contains one document for teachers with description of the activity and methodical comments that make the use of the activity easier in the teaching. Worksheets for students were also created with the activities. The activities were assessed on students at several Czech secondary schools. All the described materials were prepared on the basis of the results of previous research.

The materials are enclosed in Appendix B (original versions in Czech) and C (translated into English).

Usability of the developed activities was explored at upper secondary schools using case studies. Appendix D contains description of the used research methods.

In the Conclusions, the results gained from the questionnaire research and the prepared teaching materials are summarised and some further questions and problems arising from the entire research work are discussed.

# 1 Solving of quantitative physics tasks

Mankind has been solving various problems since time immemorial. Although the problems themselves change in the human evolution (for instance from “how to hunt a mammoth” to “where to go on holiday”), the heart of the matter remains the same – there is a lot of things in our life that are problems we need to solve, and for this reason “it is important to understand the nature of problem solving and the sources that can make it difficult” (Davidson & Sternberg, 2003).

## 1.1 Literature research

This thesis deals with problem solving in physics learning and teaching, or with solving of quantitative physics tasks, to be more precise. For this reason, books and papers published primarily in international journals that concern problem solving in physics and related issue were used for the literature research. The books were chosen mostly on the basis of searching on a web store “Amazon.com” (n.d.).

The papers were searched using on-line available research paper databases (“ERIC”, n.d.; “Web of Science”, 2014). The journals were also searched from a portal of e-journals available from the Charles University in Prague (“e-Journals Portal”, n.d.).

The literature research focused primarily on the surveys from the last 20 years (i.e. since 1994). Initially I proceeded from the following journals: The Physics Teacher, American Journal of Physics, European Journal of Physics, Physical Review Special Topics – Physics Education Research and Physics Education. I looked up other literature mainly according to references stated in articles from the above mentioned journals. Much has been written about research into problem solving in physics (see for example a resource letter concerning problem solving research Hsu et al., 2004), especially about differences between expert and novice problem solvers (Larkin et al., 1980a; Chi et al., 1981, Van Heuvelen, 1991; Savelsbergh et al., 2011). For this reason, other papers also from earlier years are mentioned in the text.

The key words used to find suitable papers were *problem solving, strategy, physics, secondary/high school education*.



## 1.2 Definitions of used terms

Conventional usage of terms from the field of problem solving differs in various professional texts. For this reason, I describe below very specifically what I mean by some terms that I use later in the text of this thesis.

**Problem solving.** The label *problem solving* is used in many disciplines but it is very difficult to define it (Hunt, 1994). Nevertheless, for purpose of this thesis, I state a definition of this term as Mayer (1992) defined it in his work.

“Problem solving is cognitive processing directed at achieving a goal when no solution method is obvious to the problem solver.”

This definition is expressed very precisely and by words of scientists. Simply, we can say that problem solving is “what the solvers do when they don’t know what to do.”

**Problem.** The term *problem* can have multiple meanings. The meaning covers a wide range from routine exercises to complex ill-structured problems (Davidson & Sternberg, 2003). For the purpose of this thesis, I assume the *problem* to be any situation or matter proposed for solving or discussion or requiring other investigation.

**Task.** The term *task* refers to a problem assigned by a teacher.

I strictly use the term *task* for physical exercises occurring in physics textbooks, task collections, or other physics education texts. The only exception will be in the case when a set phrase is commonly used (as for example “Physics jeopardy problems”).

**Quantitative task.** This term refers “to a piece of work assigned by the teacher that invariably involves the calculation of some quantity through use of a formula and algebraic manipulation of a number of given variables” (Hobden, 2003). Conversely, *qualitative tasks* do not involve any calculations. As I stated in *Introduction*, most of the tasks in Czech physics textbooks and task collections are quantitative.

**Problem solving plan.** Authors in the field of physics education use the term *problem solving strategy* in various meanings (as an algorithm or particular parts of this algorithm). To avoid misinterpretation, I use the term *problem solving plan* for “a step-by-step procedure that produces a correct solution of a task.”

**Problem solving strategy.** This term can be perceived in various ways. Meaning of the term is adopted from Ogilvie (2009) for the purpose of the thesis. *Problem solving strategy* denotes particular steps of the *problem solving plan*.

## 1.3 Psychology of problem solving

In this chapter, I want neither to describe the psychology of problem solving in detail nor to itemize the history of research in problem solving. Nevertheless, problem solving in physics is closely connected with findings gained in cognitive psychology. For this reason, the aim of the chapter is to shortly summarize data from the field of psychology that are relevant to the problem solving in physics. For deeper understanding of the psychology of problem solving or cognitive psychology itself, I recommend reading some of the expert books (e.g. Mayer, 1992; Sternberg, 2002).

### 1.3.1 The problem solving cycle

As I stated above, we all solve many problems in our ordinary life – be it problems that somebody posed to us (e.g. my superior wants from me to write a report from yesterday's meeting) or problems we recognize by our own (e.g. I am hungry and it is dinnertime, so I need to take some action to have a meal). Although these two types of problems differ from each other, the questions remain the same in both cases – How do I reach my goals? How do I solve these problems? Actually, how anyone of us solves problems? Cognitive psychology studies these questions, investigates how people perceive, learn, remember, and think about information (Sternberg, 2002). One of the areas that cognitive psychology engages is problem solving.

Before solving a problem, its existence has to be recognized. Furthermore, it is important to define the problem as well as its scope. Pretz et al. (2003) state that “problem solving does not usually begin with a clear statement of the problem; rather, most problems must be identified in the environment; then they must be defined and represented mentally.” They also present a problem solving cycle that psychologists (Hayes, 1989; Sternberg, 1986) described. The cycle consists of the following steps (Pretz et al., 2003):

1. Recognize or identify the problem.
2. Define and represent the problem mentally.
3. Develop a solution strategy.
4. Organize his or her knowledge about the problem.
5. Allocate mental and physical resources for solving the problem.
6. Monitor his or her progress toward the goal.
7. Evaluate the solution for accuracy.

The problem solving cycle can be found in various publications where description of the individual steps can differ slightly. Graphical representation of the problem solving cycle is shown in Figure 1.



**Figure 1:** Problem solving cycle (adapted from Ruocco et al., 2014).

The steps are organized in a cycle, because usually, when the solving of a problem is completed, it gives rise to a new problem (e.g. when I choose a restaurant for today's dinner, I must determine how to get there). The problem solving cycle is descriptive and does not mean that the solver must proceed through all the steps of the cycle in the given order. The solver has to cycle back to an earlier step sometimes or he or she skips some steps. The successful problem solver is the one who is flexible (Pretz et al., 2003).

### 1.3.2 Well- and ill-structured problems

Psychologists often describe two classes of problems; so called well-structured and ill-structured problems. Well-structured problems (also called well-defined problems) have clear solution paths – the goals of the problems, paths to solutions, and obstacles to solutions are clear based on the given information. The problems may be solved using a set of algorithms<sup>2</sup> (Pretz et al., 2003). A physical example of a well-structured problem is converting temperature from Celsius to Kelvin. A non-physical example can be following a cooking recipe.

<sup>2</sup> An algorithm is a well-specified procedure with very detailed description of steps that can be followed to accomplish some task (Hsu et al., 2004)

Most physics tasks used in educational settings are considered to be well-structured (Harper et al., 2007). Moreover, some researchers claim that typical “plug and chug<sup>3</sup>” problems are frequently used in physics at the secondary school level or even the introductory university level (Yap & Wong, 2007). However, from teachers’ points of view follows that the well-structured problems are not often plain tasks for students.

Ill-structured problems (or ill-defined problems) do not have clear solution paths. The statement of the problems is often incomplete or insufficient for the solution. The task of the problem is often expressed “in only the vaguest terms” (Bolton & Ross, 1997). Such problems often appear in our ordinary life. As an example of an ill-structured problem we can state designing a building.

The big contrast between well-structured and ill-structured problems is that ill-structured problems can lead to more than one “correct” solution. The solution of ill-structured problems often requires insight, which is an individual and seemingly sudden understanding of a problem or strategy that contributes to a discussion (Sternberg, 2002).

### 1.3.3 Problem solving by experts and novices

To help students to become better problem solvers, many instructors try to teach their students more expert-like approaches how to solve problems. According to researchers, there are big differences between how expert solvers (i.e. instructors and teachers) and novice solvers (i.e. students) approach the same problems (Kirkley, 2003; Chi et al., 1981). During past decades, considerable progress has been made in exploring how experts and novices solve problems. The findings are very similar in many domains (Bransford et al., 2000).

As an example of difference between expert and novice problem solvers, I state a very well-known research (Chase & Simon, 1973) that studies how experienced chess players differ from beginners. In this survey, Chase and Simon investigated whether there is some difference between expert and novice chess players in remembering position of about 25 chess pieces placed on the chess board. The examined people were shown a position from an actual chess game for 5 to 10 seconds. Thereafter they were asked to reproduce the position from memory. The results showed that the experts are able to perform the task with about 90 % accuracy, whereas the novices can replace only five or six chess pieces correctly. Nevertheless, very interesting results appeared, when the position of the pieces on the chess board was chosen randomly instead of an ordering from a chess game. In such a case, the expert performance falls to the level of the novice.

---

<sup>3</sup> As plug and chug are in science or engineering denoted problems that only have one missing piece of information and can be solved in very few steps. In mathematics, we speak about plug and chug when given numbers can be “plugged” into an equation and the answer can be then easily “chugged” by a calculator.

Findings of this experiment were summarized by Zimmerman & Campillo (2003) who claim that experts are excellent in their own areas of speciality, but they fail when they lack knowledge of the context. The experts have greater domain-specific knowledge about a task than novices (Simon, 1979). As Kirkley (2003) states, “a person can be an expert problem solver in one context, and a novice in another.”

Another difference between expert and novice problem solvers can be seen in classifying problems. The experts classify problems based on their deep structure, while the novices do so based on surface features (Chi et al., 1981). By “deep structure” it is meant that the problems are categorized according to the major principles that will be used in the solution, whereas “surface features” means that the problems are categorized on the basis of the entities contained in the problem statement. Zimmerman and Campillo (2003) state as an example Lundeberg’s survey, where skilled judges and lawyers discovered important principles in legal documents that were missed by novices (Lundeberg, 1987 cited in Zimmerman and Campillo, 2003).

One of other examples is that experts solve problems very quickly with fewer errors than novices. It is caused by experts’ greater knowledge in a specific domain. Thanks to the knowledge, the experts often use strategic short-cuts that enable them to solve the problem more quickly (Chase & Simon, 1973). Moreover, the experts are able to use some solution strategies automatically, which enable them to concentrate on the effectiveness of the strategies. Furthermore, findings of Lesgold’s survey (Lesgold, 1988 cited in Sternberg, 2002) show that experts spend more time by planning and analysing problems than novices. On the other hand, experts spend much less time by implementation of the problem solving strategies.

Many other differences between experts and novices can be found in problem solving. I deal with this topic also in chapter 2.5.3 that is focused on differences between expert and novice problem solvers in physics.

## **1.4 Problem solving competency in Czech education**

Educational reform took place in many developed countries at the turn of the millennium. It focused on changes in curriculum, equitable access to education opportunities, lifelong learning, or for example on learning for life. The aim of the curriculum reform was to change goals and contents in education towards the formation and development of life skills<sup>4</sup> (“key competencies” in the Czech education), and to prepare students for practical life. (Garouste, 2010; “Kurikulární reforma”, 2011).

---

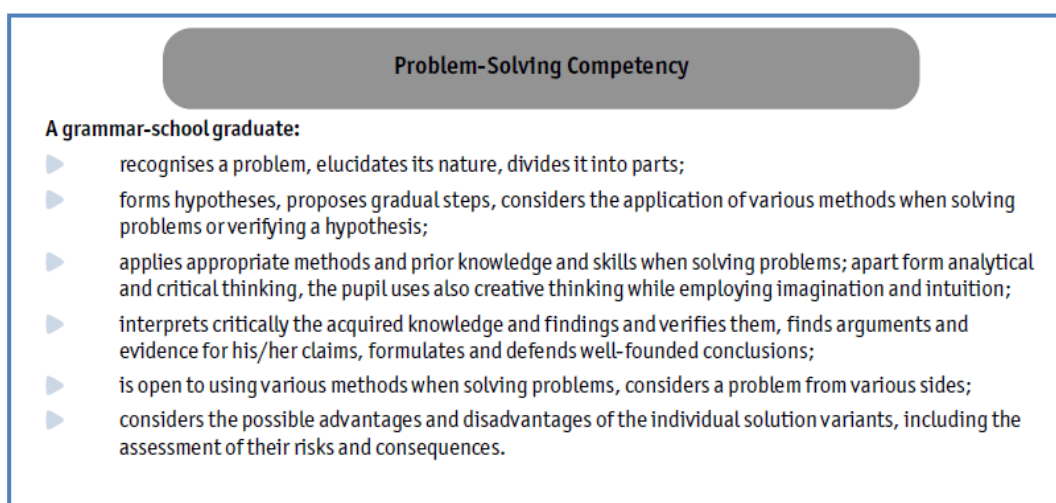
<sup>4</sup> Life skills have been defined by the World Health Organization (1997) as “abilities for adaptive and positive behaviour that enable individuals to deal effectively with the demands and challenges of everyday life”.

Preparation of the curricular reform took place in the second half of the '90s in the Czech Republic. The change of the curriculum was initiated by creation of so called Framework Education Programmes (e.g. Millerová et al., 2007). These programmes were approved and the pilot study was executed at selected nursery and primary schools in 2004. Consequently, formation of framework education programmes for other educational degrees followed ("Kurikulární reforma", 2011). In Czech education, problem solving belongs to one of the key competencies<sup>5</sup> that are perceived as very important skills for today's life (Millerová, 2007).

In Czech education, the problem solving competency is considered as a competency that can be developed in any area of human actions. It is one of the key competencies that appear in Framework Education Programmes for all degrees of Czech education ("Řešení problémů", 2011).

Because this thesis is focused on solving quantitative physics tasks at upper secondary schools, Figure 2 shows what students should be able to do after finishing their secondary education (ISCED 3, UNESCO Institute for Statistics, 2012).

By comparing Figure 1 and Figure 2 it is evident the skills concerning problem solving that students should learn before finishing the grammar-school education proceed from the problem solving cycle described by psychologists.



**Figure 2:** What students should be able to do by the end of their upper secondary education (adapted from Millerová, 2007).

Grammar school means upper secondary school in this document.

---

<sup>5</sup> Apart from the problem solving competency, students at four-year grammar school or at the upper grade of six- or eight-year grammar schools (i.e. students at the age of 15-19) should also acquire the following competencies (Millerová, 2007): learning competency; communication competency; social and personal competency; civic competency; entrepreneurial competency.

## 1.5 Problem solving in physics teaching and learning

As I mentioned above, problem solving competency can be developed in any area of human actions and therefore also in physics.

Physics tasks represent a very good possibility how to develop students' thinking in physics. Solving of physics tasks fulfils not only cognitive function, but also motivational, educational and evaluating function (Svoboda & Kolářová, 2006).

### 1.5.1 Classification of physics tasks

In section 2.3.2, I described two classes of problems that psychologists often use – the *well-structured* and *ill-structured* problems (Pretz et al., 2003; Bolton & Ross, 1997). This classification is based on completeness of the statement of the problem and clearness of the solution path.

Using of mathematical operations defines *quantitative* and *qualitative* tasks (Svoboda & Kolářová, 2006). Quantitative tasks involve calculation of some quantity whereas the qualitative tasks do not involve any calculations.

There are many other ways how to categorize the tasks. According to Svoboda & Kolářová (2006) the tasks can be classified also according to factual content of the tasks (tasks with a physics theme, economic or social themes, or tasks with a biologic theme), or for example according to difficulty of the tasks (e.g. monothematic tasks intended for practising of immediately explained schoolwork, or complex tasks suitable for final revision of schoolwork). However, it is important to realize that many of the described categories represent only the extremes of a continuum. There are many tasks that are not strictly quantitative or qualitative, or well- or ill-structured (Kirkley, 2003; Svoboda & Kolářová, 2006).

It is also very common to describe physics tasks as *routine* and *non-routine*. Nevertheless, this delineation depends highly on the solver. According to Mayer & Hegarty (1996), “a non-routine problem exists when a problem solver has a problem but does not immediately see how to solve it.” While the tasks commonly assigned by teachers are considered to be routine for students (Hobden, 2003), examples of non-routine task can be *context rich tasks* or *Physics Jeopardy problems*.

In context rich tasks, students solve the tasks in a more complex, real-word context. Context rich tasks are short stories that (1) do not always specify the unknown variable; (2) contain more information than is needed to solve the problem; (3) miss some of the information needed to solve the problem or (4) need to made some reasonable assumptions to simplify the problem (Heller & Hollabaugh, 1992). Plug-and-chug strategy of searching for an equation giving a correct result does not work with the context rich problems (Ogilvie, 2009).

Physics Jeopardy problems offer to students some physical process described by an equation, diagram, or graph. Students' task is to determine a physical situation that corresponds to this problem representation or construct other representations of the process (Van Heuvelen & Maloney, 1999).

Physics tasks can be further divided according to various characteristics: according to learning objectives – e.g. Niemierko's or Tollingerova's taxonomy (see Fuller et al., 2007), according to the role of the tasks in the class, or for instance according to the method of the solution. A teacher should take into account that there exist many categories of physics tasks. Thus, he or she can choose such a task that is convenient for his or her purposes (Svoboda & Kolářová, 2006).

Various classifications of physics tasks were foundations of research and creation of activities focused on improvement of students' problem solving skills in physics (see Chapter 3). For the purposes of the activities, I selected tasks from Czech textbooks (e.g. Bednařík & Šíroká, 2009; Lepil & Šedivý, 2010) and task collections (e.g. Lepil et al., 1995; Žák, 2011; "Elektronická sbírka", 2013). Students meet most frequently with these tasks in their physics lessons. The tasks are quantitative and mostly well-structured.

## 1.5.2 Why solve quantitative tasks in physics

Problem solving belongs to basic skills that are needed in professional as well as ordinary life (Scarl, 2003). Ability to solve problems is also highly regarded as a key skill in the physical science, technology and applied mathematics (Bolton & Ross, 1997). In education, solving of textbook physics tasks capture some attributes of "real word" problem solving that is adjusted to conditions manageable in physics classes (Larkin et al., 1980b).

According to Svoboda & Kolářová (2006), physics tasks help students to connect theory with its applications. Solving of quantitative physics tasks should help the students to achieve deeper understanding of physics concepts and it serves also as a relatively easy way how to practice knowledge that students gained in class. Solving of quantitative physics tasks can develop students' self-confidence, logical thinking and problem solving skills (Scarl, 2003). Contrarily, Leonard et al. (1996) cite several papers (e.g. Clement, 1982; McDermott, 1984; Hestenes et al., 1992) showing that "problem solving by itself does not develop a deep understanding of concepts and principles, even among students who become proficient problem solvers." Bagno et al. (2000) write: "The student who is well trained in problem solving is not necessarily the one who understands."

The statements in this paragraph can appear to be in conflict. Focusing on the facts written above, it is obvious that physicists consider quantitative tasks and the problem solving by itself as a very important part of physics. Nevertheless, students' progress in problem solving is not guaranteed automatically only by mere solving of physics tasks. It is necessary to deal with the problem solving in a right way and use appropriate approaches and physics



tasks to develop all the above stated qualities and to help students to understand the physics concepts. For this reason, new physics tasks encouraging students to solve the tasks in more expert-like way (e.g. context rich problems or Physics Jeopardy problems) or some special approaches were developed and investigated (Van Heuvelen, 1991; Bagno & Eylon, 1997; Malone, 2008; Lederman, 2009).

### 1.5.3 Experts vs. novices

Equally as in other domains, differences between experienced and novice problem solvers in physics have been researched. For instance, Ogilvie (2009) investigated students' problem solving strategies<sup>6</sup> in physics. He divided the strategies into two groups – *limiting* strategies and *expansive* strategies. According to Ogilvie, the limiting strategies “may work well for well-structured, end-of-chapter exercises, but they begin to fail as the problems become more complex”, whereas the expansive strategies “can be readily applied to more ill-structured challenges.” He also claims that the expansive strategies “have also been identified as characteristic for expert problem solving approaches.”

The list of limiting and expansive strategies that were identified in Ogilvie's research is stated in Table 1).

<b>Limiting strategies</b>	<b>Short description</b>
Rolodex equation matching	Students select equations to solve a physics task because the equations have the same variables that are listed in the task assignment.
Listing known quantities	Students make a list of all the known quantities that are provided in the task assignment.
Listing unknowns	Students make a list of unknown variables with little to no focus on what is the goal of the task.
Prior examples in text or lecture	Students search for similar examples in text or other resources.
<b>Expansive strategies</b>	<b>Short description</b>
Diagram	Students represent the problem by drawing a schematic diagram.
Concepts first	Students first think about the ideas and concepts involved in the problem.
Qualitative analysis	Students first identify key moments before starting the quantitative work.
Subproblems	Students divide the problem into a series of subproblems that they know how to solve.

**Table 1:** Limiting and expansive strategies identified in research (Ogilvie, 2009).

<sup>6</sup> As problem solving strategies, Ogilvie means steps that lead to the achievement of a specific goal (drawing a diagram, listing known or unknown quantities, etc.).

Harper (2006) states in her article three important examples of the differences between experts and novices with respect to physics education. These examples are supported by several research papers:

**1. “Experts view problem solving as a process, while novices think it is a recall task”**  
(Whimbey & Lochhead, 1980)

Harper states that students (i.e. novices) want to get a right number when solving physics tasks and they do not care so much about the steps leading to the solution. Van Heuvelen’s opinion is very similar. He claims that students see the problem solving process “as an attempt to determine the value of one or more unknown quantities” (Van Heuvelen, 1991).

Harper cites Schoenfeld (1988) who claims this approach can explain students’ belief that they should be able to solve a new task immediately after a first look at it. It can be caused by examples students see in classes where most of the tasks are presented clearly, with no evidence of troubles that usually accompany solving of physics tasks.

**2. “Experts classify problems based on deep structure, while novices classify based on surface features”**  
(Chi et al., 1981)

One of the well-known studies is a task-sorting experiment by Chi et al. (1981). In their study, Chi et al. asked eight advanced PhD students from the physics department (experts) and eight undergraduate students (novices) to sort a set of tasks from mechanics. Whereas the experts sorted the tasks according to the solution approaches (i.e. conservation of energy, Newton’s second law), the novices divided the tasks based on the surface features (inclined planes, springs, etc.).

Harper believes that this difference can lead to some students’ comments like “The exam problems are nothing like the problems we’ve seen before.” Recognizing the physics principles hidden in the problem is seen as a key element of physics education and students should be gradually taught how to identify the major physics principles that are used to solve tasks (Leonard et al., 1996; Harper, 2006).

**3. “Experts use nonmathematical representations, like graphs, charts, and diagrams extensively, while novices tend not to”**  
(Larkin & Simon, 1987).

This was further extended by Harper (2006) who says that students often skip qualitative steps in problem solving and jump directly to equations. In contrast, experts tend to outline sketch of the situation before they start to construct a mathematical representation of a physics task. Additionally, Van Heuvelen (1991)

states the students' task solution is often almost entirely formula centred missing qualitative analysis of the problem.

As Harper (2006) and Leonard (1996) state, this problem can be amplified because of omitting or insufficiently emphasizing this key part of the solution in our classrooms. Teachers often state the significant physics principles or concepts verbally, but they only write down the equations describing the equations. The students thus can think that it is only the manipulation of equations that is important for the solution.

Harper in her paper also adds that setting a good example and emphasizing the importance of the qualitative analysis sporadically is often insufficient to change students' behaviour. She recommends showing and reminding the students repeatedly of the connection between different types of representations (for instance a good free-body diagram leading easily to a correct equation for Newton's second law).

Studies investigating differences between expert and novice problem solvers in physics were done in different domains. For instance, the study of Chi et al. (1981) is from the domain of mechanics and the study of Bagno and Eylon (1997) was carried out in the field of electromagnetism. Nevertheless, studies in both fields show similar differences in organisation of concepts and relationships in those domains between experts and novices.

#### 1.5.4 Problem solving plans

Many problem solving techniques in various fields of human activity are used to solve various types of problems (e.g. "GROW", n.d.; "Eight Disciplines", 2011; "OODA Loop", 2015). When we focus on problem solving in physics, we can find many books concerning problem solving plans and strategies that are aimed at helping students to proceed during solving physics tasks (Bransford & Stein, 1993; Oman & Oman, 1997; Heller, 2000; Scarl, 2003).

It is known that students very often solve well-structured tasks in educational settings, even though most of real-life problems are ill-structured (Shekoyan & Etkina, 2007). Nevertheless, as I mentioned in *Introduction*, secondary school students content with many obstacles even when they solve well-structured quantitative physics tasks. These two facts (i.e. well-structured tasks are used in educational settings and students have problems to solve them) led me to focus on problem solving plans that provide instructions how to proceed during solving well-structured quantitative physics tasks.

Such problem solving plans arise because of teachers' and scientists' endeavour to teach students (or rather beginner problem solvers in general) to think more like physicists and to use expert-like strategies and methods while solving quantitative physics tasks. For this reason, researchers created various problem solving plans and techniques (Van Heuvelen,

1991; Leonard et al., 1996; Bagno et al., 2000; Heller & Heller, 2010) and they studied how these methods help students to develop their problem solving skills and to succeed in understanding physics.

The plans are clearly based on the problem solving cycle formulated by cognitive psychology (see Figure 1 – page nr. 19). Below I describe three of these problem solving plans as an example.

#### **1.5.4.1 Polya's "How to solve it" list**

One of the most well-known problem solving plan is George Polya's "How to solve it" list (Polya, 2004). Although Polya's techniques and examples described in his book are mostly taken from mathematics, he believes that his four-step problem solving plan and his techniques can be applied also to physics and any other area where quantitative tasks occur.

The book "How to solve it" is written for students who want to improve their ability in problem solving as well as for teachers who want to help students to develop their problem solving skills. By the word "student" Polya means anyone who is studying mathematics. Also the "teacher" may be not only a secondary school teacher or a college instructor, but anyone interested in the technique of teaching mathematics.

The first edition of the Polya's book "How to solve it" was published in 1945 and more than 60 years after the publishing, the problem solving plan is still relevant. According to Polya, the steps that expert mathematicians follow when solving tasks are:

##### **1. Understanding the problem**

The student has to understand the problem he or she solves. Polya says "it is foolish to answer a question that you do not understand." First of all, the verbal statement must be understood. For this reason, the teacher should ask the student questions (or the student can ask him- or herself these questions) to check whether he or she understands the problem. The questions are: *What is the unknown? What are the data? What is the condition? What are you asked to find? Is there enough information to enable you to find the solution?* The student should also be able to use other types of representation of the problem for better understanding. For example, he or she should draw a figure, a diagram or a graph.

##### **2. Devising a plan<sup>7</sup>**

The way from understanding the problem to devising a plan may be very difficult and tangled. Nevertheless, the best way how to achieve the solution of a problem is to conceive the idea of the problem solving plan. Good ideas are often based on past

---

<sup>7</sup> Here it is necessary to point out that the names of the steps are adopted from Polya's book (Polya, 2004). For this reason, the term *plan* has other meaning in this paragraph than it is defined in chapter 1.2. *Devising a plan* means devising the whole problem solving process.

experience and formerly gained knowledge. Thus, it is appropriate to start the plan with questions: *Do you know a related problem? Do you know a familiar problem with the same or similar unknowns?* etc.

If the student does not know how to solve the proposed task, Polya suggests imagining a more general, special or an analogous problem. The student can also try to solve only a part of the task and check if he or she could derive something useful from the data. However, trying to apply various known problems can lead the students from their original goal. Yet there are questions that may bring students back to the right way: *Have you used all the data? Have you used the whole condition? Have you taken into account all essential notions involved in the problem?*

### **3. Carrying out the plan**

In comparison with the devising a plan, carrying out the plan is much easier. In general, the student mainly needs patience and care (and the necessary skills of course). The plan gives a general outline and the student can work according to it. The biggest danger is that the student forgets his or her plan. For this reason, it is useful to check each step of the solution and ask following questions: *Can you see clearly that the step is correct? Can you prove that it is correct?*

### **4. Looking back**

The solution of the proposed task should not end by obtaining a result and writing an answer. There is still an important phase of the work – to look back at the completed solution and to check the result and the path that led to it. According to Polya, “a good teacher should understand and impress on his students the view that no problem whatever is completely exhausted.” This should lead the students to the realization that their understanding of the solution can be always improved. For this reason, the teacher can ask the students questions as: *Can you derive the result differently? Can you see it at glance? Can you use the result, or the method, for some other problem?* etc.

The Polya’s problem solving plan can appear to be simple and obvious, nevertheless it is often a difficult concept for students to understand (Lederman, 2009). Thus, it is the role of the teachers to help the students to understand and to apply the Polya’s “How to solve it” list. Nevertheless, despite the students’ difficulties with understanding, the book “How to solve it” constituted a breakthrough in problem solving. Schoenfeld (1987) even wrote: „For mathematics education and for the world of problem solving it marked a line of demarcation between two eras, problem solving before and after Polya.“

#### **1.5.4.2 “UQAPAC+SE” problem solving plan**

Caliskan et al. (2010) describe another problem solving plan called **UQAPAC+SE**. This problem solving plan consists of 5+1 steps and each of the step contains special problem solving strategies (see Table 2).

---

1. *Understanding the Problem*

- Reading the problem carefully
- Restating/writing the problem in his/her own words
- Listing the given variables in the problem (with their units)
- Listing the asked variables in the problem (with their units)
- Visualizing the problem by drawing – drawing diagrams (or establishing correlation between given diagram and the problem)
- Determining the scalar and vectorial properties of given and asked variables

2. *Qualitative Analyzing of the Problem*

- Determining the significant (main) concepts of the problem in physics
- Determining the general approach of the problem
- Expressing the fundamental law/rules related to the problem and why/how to use them

3. *Solution Plan for the Problem*

- Planning how to achieve the asked variables from the given variables
- Writing the formulas related to the problem
- Considering whether the physics formulas written for the problem were reasonable or not
- Formulating the final formula before making algebraic operations
- Checking whether there was an unknown variable or not in the final formula

4. *Applying the Solution Plan*

- Using the given variables in the problem with their units in the formulas
- Doing the mathematical operations carefully

5. *Checking*

- Checking whether all asked variables in the problem were found or not
- Considering whether the found result for the problem was reasonable or not
- Checking the unit of the result
- Reviewing whole solution

+ *Self Evaluation*: It is a general strategy containing the activities related to the quality and progress of students' work. The problem solver uses this strategy at the end of the problem solving session, in order to evaluate him/herself.

---

**Table 2:** UQAPAC+SE problem solving plan (adapted from Caliskan et al., 2010).

Caliskan et al. (2010) investigated effects of using the UQAPAC+SE problem solving plan instructions on students' physics achievement and their physics self-efficacy beliefs. The participants included second-year students of a physics program geared for future teachers who were randomly divided into two groups. Students in the first group were taught how to solve physics tasks using the UQAPAC+SE problem solving plan in their physics course, while the second group was taught only by course book or traditional

problem solving plan, namely: (1) Reading the problem, (2) Determining the given and asked variables, (3) Visualising, (4) Writing down the formulas related to the problem and (5) Mathematical Solution. (This plan is very similar to the problem solving plan commonly used in Czech physics education – see chapter 1.5.4.3 *Problem solving plan in Czech physics education*.)

The study showed that explicit problem solving plan instruction (UQAPAC+SE) was far more effective than traditional instruction in improving both the physics achievements and the self-efficacy of the participating students (Caliskan et al., 2010).

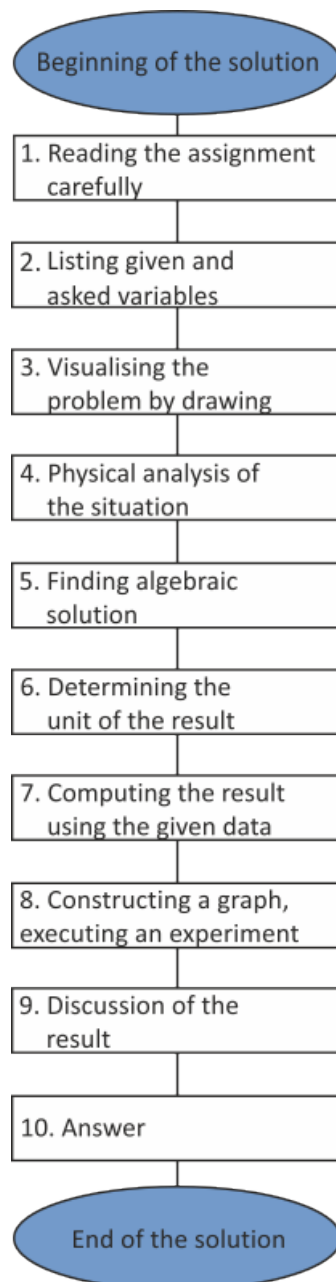
#### **1.5.4.3 Problem solving plan in Czech physics education**

The most commonly used problem solving plan in the Czech Republic can be found in Svoboda & Kolářová (2006) or Volf (1998) and it is also shown in Figure 3.

As Svoboda & Kolářová (2006) state, it is not possible to proceed thoughtlessly during solving quantitative physics tasks. Nevertheless, it is highly effective to keep some particular procedure. Such a procedure can represent the problem solving plan depicted in Figure 3.

The problem solving plan in Figure 3 consists of ten steps. Below I describe in detail individual steps of the plan as they are described in Svoboda & Kolářová (2006).

1. **Reading the problem carefully** leads students to better understanding of all terms and concepts stated in the assignment of the physics task. The students should also realize what the task asks about.
2. **Listing given and asked variables** is closely connected to the reading of the problem carefully. The list of the assigned variables helps students also to better understand the problem in the physics tasks.
3. **Visualising the problem by drawing** can be part of the task assignment. Even though it might not be in the text of the task, it is often useful to draw the problem by oneself. Visualising the problem by drawing makes easier for students to be versed in the problem. It also facilitates the crossover to the physical analysis of the situation.
4. **Physical analysis of the situation** belongs to one of the most difficult and simultaneously most significant steps during solving of physics tasks. Students have to realize the main physics concepts that are necessary to solve the task. They also have to express physics laws from which the solution comes out and determine how and why to use them.
5. **Finding algebraic solution** can be very difficult for students. Nevertheless, it can have significant benefits. For example, the algebraic solution is advantageous for a follow-up calculation with assigned values, because the calculation is easier and faster with one equation than with several consecutive partial results. Another asset is that some quantities can cancel each other during finding of the algebraic solution and the equation for the final result can become simpler.



**Figure 3:** Block diagram of problem solving plan describing how to proceed in solving quantitative physics tasks (adapted and translated from Svoboda & Kolářová, 2006).

6. **Determining the unit of the result** is one of the methods how to check correctness of the algebraic solution.
7. **Computing the result using the given data** follows the finding of the algebraic solution.
8. **Constructing a graph, executing an experiment** is a step that is inserted into the process of task solution for the completeness of the problem solving plan. Physics tasks sometimes demand from students for example to draw a graph, circuit diagram, or executing an experiment. Thus, this step is not a case of a graphical solution of the task, but it belongs to one goal of the task solution.



9. **Discussion of the result** consists of comparing the found result with reality. During the comparison, students often use their personal experience or numerical values they can find in physics textbooks and professional literature. In this step of problem solving, some special cases of the algebraic solution can be also discussed.
10. **Answer** is the last step in the problem solving plan. The answer has mostly two parts – the algebraic formula and the numerical result. When the task contains numerical values, the answer is often an accurate reply with a numerical result and a physical unit. However, sometimes the numerical value is only a partial result of the task. For this reason, it is useful to reread the task assignment when formulating the answer.

The above mentioned problem solving plan and its slightly modified versions appear often in Czech secondary school collections of physics tasks (Kružík, 1969; Bartuška, 1997; Lepil et al., 2007). Several similar recommendations how to solve quantitative physics tasks can be also found on the web site of the Czech Physics Olympiad (“Jak řešit fyzikální úlohy”, n.d.).

All above mentioned plans are only a few examples of existing problem solving plans in physics, which just shows the importance of problem solving in physics. Closer examination of the problem solving plans shows that although the number of problem solving steps may vary, they are very similar to each other.

### 1.5.5 Particular recommendations for improving physics problem solving skills

Except for the general problem solving plans, other strategies and methods how to improve problem solving skills exist (Bolton & Ross, 1997; Scarl, 2003; Harper et al., 2007; Molitoris et al., 2007). These books and papers provide recommendations and suggestions for students and their teachers how to improve the problem solving skills.

From these recommendations two selected examples that can help to develop students’ problem solving skills in physics are presented below. I found these recommendations during literature search focused on problem solving in physics. They attract my attention especially because their use is not common in Czech physics education.

#### 1.5.5.1 Motion diagram for one-dimensional constant-acceleration problems

The three previous problem solving plans suggest how to solve well-structured quantitative tasks in general. Nevertheless, problem solving in each physics domain can slightly differ from each other. For this reason, researchers also deal with problem solving in individual physics domains (mechanics – Van Ausdal, 1988; electromagnetism – Bagno & Eylon, 1997; optics – Yap & Wong, 2007).

As an example of a problem solving plan in a particular physics domain, I give one problem solving approach from kinematics (Van Ausdal, 1988).

- 
1. Draw a Large Detailed Sketch of the Problem
  2. Is Any Portion of the Motion Constant Acceleration?
  3. Choose a Coordinate System
  4. Choose the Initial and Final Frames
  5. Determine the Direction of the Acceleration by Vector Subtraction
  6. Identify the Given Variables
  7. Count Unknowns and Solve
  8. Check If Your Answers Make Sense
- 

**Table 3:** A structured approach to one-dimensional constant acceleration problems (Van Ausdal, 1988).

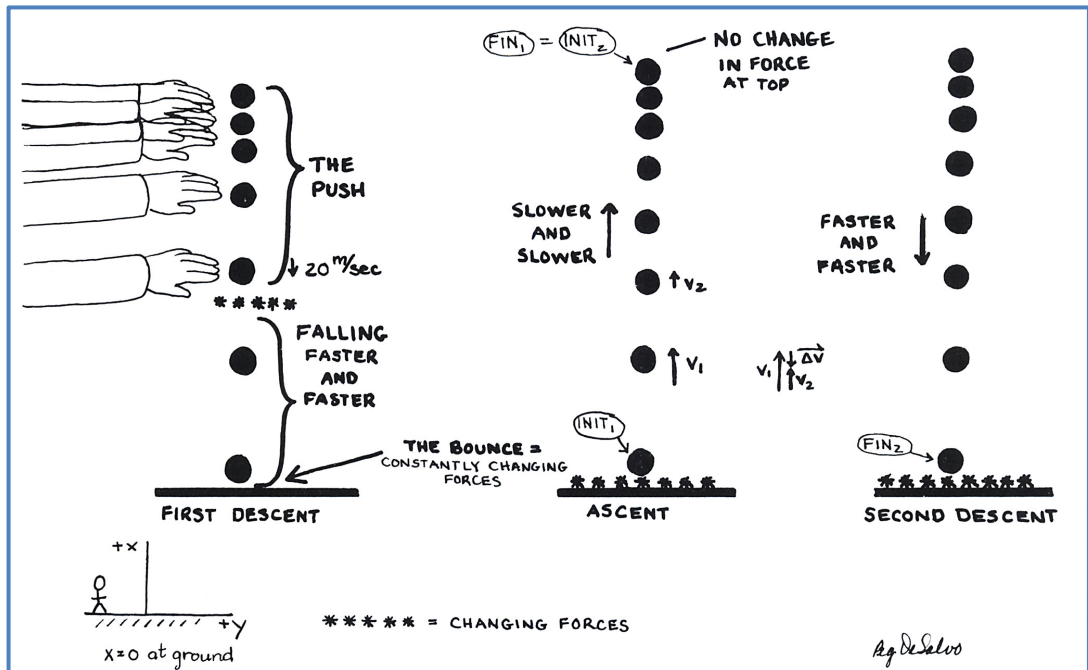
Van Ausdal states in his paper a method how to solve one-dimensional constant acceleration tasks. The method consists of eight steps that are written in Table 3.

Van Ausdal emphasizes to students in his problem solving method realizing what the constant acceleration motion looks like. He encourages the solvers: "Think of the motion in super-slow motion. Draw a series of frames of a movie film or draw a 'strobe-light' photo of the object's motion. Your drawing should indicate the speeding or slowing of the object."

In his paper, Van Ausdal (1988) also states an example task and its solution. Below you can see the assignment of the task, the motion diagram (Figure 4) illustrating the physical situation described in the task, and the list of knowns and unknowns describing each part of the sample task (Figure 5).

Assignment of the task:

*A player throws a basketball vertically downward at a speed of  $20 \text{ m s}^{-1}$ . It bounces very high, remaining in the air for two seconds before it bounces again. How high did the ball go?*



**Figure 4:** A motion diagram illustrated the details of the physics situation described in the sample task (adapted from Van Ausdal, 1988).

<u>Ascent</u>	<u>2nd Descent</u>
$x_0 = 0$	$x_0 = H$
$v_0 = V_0$	$v_0 = 0$
$t_0 = 0$	$t_0 = 0$
$x = H$	$x = 0$
$v = 0$	$v = -V$
$t = T_{UP}$	$t = 2 \text{ sec} - T_{UP}$
$a = -9.8 \text{ m/sec}^2$	$a = -9.8 \text{ m/sec}^2$
$\bar{v} = \bar{V}_{UP}$	$\bar{v} = -\bar{V}_{DOWN}$
6 UNKNOWNNS	

**Figure 5:** Knowns and unknowns are listed for each part of the sample task (adapted from Van Ausdal, 1988).

From the Figure 4 can be seen that the motion diagram is drawn thoroughly. The positions of the ball at equal time intervals as well as forces, coordinates, or initial and final frames are very carefully represented in the diagram. As we compare Table 3 and Figure 4, we can see that steps 1-5 lead to this detailed motion diagram. The motion diagram is accompanied by a detailed list of knowns and unknowns (Figure 5). This list corresponds to the step 6 in Table 3.

Van Ausdal admits that students will not always draw such a detailed diagram but according to his experience, the students will replace the diagram with similar mental images. In his article (Van Ausdal, 1988), the author states many advantages of the described problem solving method. I want to quote here three of them, which are closely connected with the motion diagram:

- “The method breaks up even the most complicated problems into a series of solvable steps. The need for each step, how to do each step, and the limitations easily can be discussed.”
- “Students learn the need for organized thinking.”
- “Sketches, mental sketching, and the time sequence of events is emphasized.”

Although the Van Ausdal’s method is very narrowly focused on one-dimensional constant acceleration problems in kinematics, it can be seen that it is very similar to the above mentioned plans in general.

#### **1.5.5.2 Work-energy bar charts**

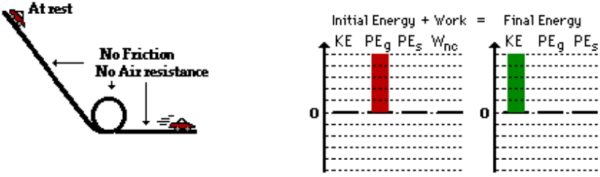
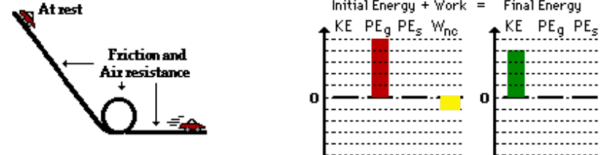
Another example shows how it is possible to depict work and energy in physics tasks focused on work-energy theorem.

According to “AP Physics” (2009) “work is defined as the amount of force<sup>8</sup> required to change the energy of a system. Therefore, work is defined as ‘transferred energy’ and doing work is defined as the act of transferring the energy.” This relationship is called work-energy theorem. It states that the change in energy of a system is equal to the work done by the surroundings.

One tool which can be used to express understanding of the work-energy theorem is a bar chart. “A work-energy bar chart represents the amount of energy possessed by an object by means of a vertical bar. The length of the bar is representative of the amount of energy present, with a longer bar representing a greater amount of energy” (“Bar Chart Illustration”, n.d.). A bar is constructed for each form of energy (Table 4). Conservation of energy is very closely connected with the work-energy theorem. Consequently, the sum of the bar heights for the initial conditions in a work-energy bar chart must be equal to the sum of the bar heights for the final conditions.

---

<sup>8</sup> The term *work* is used very loosely in this case. Of course it would be appropriate to make the term more precise in physics learning and teaching.

Description of physical situation	Work-energy bar chart
<p>a. A Hot Wheels car starts from rest on top of an inclined plane and rolls down the incline through a loop and along a horizontal surface. Ignore the effect of friction and air resistance on the car.</p>	
<p>b. A Hot Wheels car starts from rest on top of an inclined plane and rolls down the incline through a loop and along a horizontal surface. Friction and air resistance have a significant effect on the car.</p>	

**Table 4:** Example of application of work-energy bar charts (adapted from “Work and Energy Review”, n.d.).

Explanation of abbreviations used in the work-energy bar charts: KE = kinetic energy;  $PE_g$  = gravitational potential energy;  $PE_e$  = elastic potential energy;  $W_{nc}$  = work done by non-conservative forces.

Zou (2001) studied the role of work-energy bar charts as a physical representation in problem solving. The study was based on the analysis of responses to written questions from a large number of students and the analysis of think-aloud individual interviews with a small number of students. The study involved students from introductory calculus-based mechanics classes at The Ohio State University. The pre-interview investigated how students solved work-energy problems from a perspective of problem representations, and how they were able to use work-energy bar charts as a physical representation without formally learning how to use it in problem solving. The follow-up interview came after two weeks of instruction on the concepts of work and energy using a multiple representation strategy. It studied how students applied work-energy bar charts in their problem solving, and what functions the work-energy bar charts played as a physical representation.

The findings of the study are very interesting. In the pre-interview, Zou found out that it was not difficult for students to understand the format of the work-energy bar chart. Nevertheless, it was not natural for them to use the bar charts in their problem solving. After the two-week course, the students used work-energy bar charts “to help them understand the problems conceptually first, to set up the generalized work-energy equations, and to reason about some questions qualitatively”.

Zou (2001) summarizes the role of work-energy bar charts as a physical representation in three points:

- “They help students use the concepts of work and energy first to qualitatively reason about the problem, rather than identifying the problem based on surface features.”
- “They help students set up the generalized work-energy equations correctly and easily. A completed work-energy bar chart provides visual aid for students to construct the mathematical equation – there is one term in the equation for each bar in the bar chart.”
- “They direct students to make inferences and allow them to evaluate their problem solutions. Being independent of surface features of real objects and in a bar graph format, work-energy bar charts aid students in ‘seeing’ the conservation of energy easily and in assessing their solutions effectively.”

## **2 Questionnaire research on secondary school students' and teachers' views on problem solving**

### **2.1 Introduction**

From the research (Byun et al., 2008) as well as from personal experiences follows that students often struggle with many difficulties in solving physics tasks. Unfortunately, students don't have problems only with algebra but primarily with the whole process of problem solving. For example, when solving physics tasks, students seldom consider physics principles they would apply to the tasks and solving physics tasks often turns into bare mathematical manipulation of formulas (Chi et al., 1981).

Moreover, students do not have a lot of experience with solving physics tasks. The difference between expert and novice problem solvers is very well known (Chi et al., 1981; Van Heuvelen, 1991). The differences with implications for teaching are aptly summarized in (Harper, 2006). The lack of experiences in this field belongs for sure to one of the reasons for their difficulties.

#### **2.1.1 Short overview of the present chapter**

The present chapter describes research inquiring into problem solving in physics at Czech upper secondary schools. The first parts of the chapter (subchapters 2.2-2.4) are focused on the aims and the structure of the research. Research questions (subchapter 2.2) and used research methods (subchapter 2.3) are discussed in this part of the chapter. Design of the questionnaires, which were used as a research instrument, and their distribution are described in the subchapter 2.4.

The next part of the chapter is dedicated to the results of individual surveys that were done during the research (subchapter 2.5). The surveys investigated problem solving strategies in physics that students claim they use (subchapter 2.5.1), students' perception of problem solving process (subchapter 2.5.2) and their obstacles during solving physics tasks (subchapter 2.5.3). As a supplement to the students' view on the problem solving in physics, a survey studying teachers' opinion about the strategies students use when they solve physics tasks was carried out (subchapter 2.5.4). Description of each survey and the findings can be found in the particular subchapters.

The chapter is finished by final summary (subchapter 2.6), where findings of the whole research are summed up.

## 2.2 Research design

To investigate students' difficulties and their view on problem solving process in physics in depth, questionnaires focused on solving quantitative physics tasks in Czech secondary schools were prepared. The main goal of the research was to look into students' perception of problem solving in physics. The questionnaires also investigated what techniques and strategies students claim to use in solving physics tasks, and if there are any established steps that help them with the problem solving. The students' questionnaires were accompanied by a teachers' questionnaire investigating teachers' opinion on students' strategies in problem solving.

The research was conducted by using a mixed methods design. A mixed methods research design is a procedure for collecting, analysing, and interpreting research data by using both qualitative and quantitative research and methods in a single study (Creswell & Clark, 2011).

Nevertheless, qualitative design predominated in the described research. Qualitative research is characterised by its aims, which relate to peoples' life, stories, behaviour, or interrelationships (Strauss & Corbin, 1999). It is used to gain an "understanding the meaning people have constructed" (Merriam, 1998). Qualitative research is also characterised by its methods which provide deeper insight into the problem without use of any statistical procedures or other ways of quantification (Strauss & Corbin, 1999).

Qualitative research can be used in situations where little is known or to gain new opinions of phenomena we already know (Strauss & Corbin, 1999). Formulation of new hypothesis or new theory is an output of qualitative research (Švaříček & Šedová, 2007). For this reason, no research hypotheses were formulated in advance for the described research. The research questions that the research project sets out to answer follow:

- What strategies students use in solving quantitative physics tasks?
- What is the students' view of solving quantitative physics tasks?
- Are there some patterns that can be identified in students' problem solving process?
- What difficulties students face in solving physics tasks?

## 2.3 Research method

As I mentioned above, questionnaires were used as a research instrument to collect data. The reason for using the questionnaires was to address bigger number of students in relatively short time. The prepared questionnaires were structured. Because they were part of a qualitative research, they contain primarily open-ended questions. The reason for using open-ended questions is to invite personal comments from the respondents and a demand for authenticity, richness and depth of responses (Cohen et al., 2000).



One of the three prepared questionnaires contains nine rating scales in addition. The part of research with the rating scales can be considered quantitative research. The rating scales served for investigating the use of particular problem solving strategies in physics. The strategies were identified based on previous research (Ogilvie, 2009).

Grounded theory was used as a research method for investigation the above mentioned research questions. Grounded theory belongs to qualitative research methods. It gathers data about the investigated phenomenon systematically and allows significant matters from the data to surface (Strauss & Corbin, 1999).

Grounded theory involves analysing data to determine similarities and differences. The aim of this analysis is to find patterns in the data and to create a theory on the basis of grouping the data together (Merriam, 1998). Grounded theory tries to identify relevant variables on the basis of investigated data and determine relations between them consequently (Švaříček & Šedřová, 2007).

By using grounded theory, it is necessary to free oneself from preconditions postulated by other authors and approach to the investigated area without prior expectations about the subject of the research. The literature summary is carried out additionally, when researchers want to gain explanation of their findings or when they want to compare their findings with findings of other researchers (Švaříček & Šedřová, 2007).

## 2.4 Design of the questionnaires

Two students' questionnaires and a questionnaire for teachers were developed. The questions in all three questionnaires were consulted at the Department of Physics Education (Faculty of Mathematics and Physics, Charles University in Prague) and with an experienced secondary school teacher (his experience with teaching physics is 15 years). They are enclosed in Appendix A<sup>9</sup>.

Students' questionnaires are described in the following subchapter. The teachers' questionnaire is described in chapter 2.5.4 to maintain clear arrangement of the research.

### 2.4.1 Students' questionnaires

The research contained two different questionnaires for students (marked S1 and S2). Nevertheless, the questionnaires were researching the same problems. The first two questions in both questionnaires investigate students' problem solving strategies. The questionnaire S1 contained nine additional rating scales concerning also the students' use of problem solving strategies. The questions 3-5 are identical in both questionnaires,

---

<sup>9</sup> The data was collected at Czech secondary schools and therefore the questionnaires were prepared in Czech. Nevertheless, all items of the questionnaires are translated into English in the following text.

and they deal with students' attitudes to problem solving in physics (see Table 5). The main difference between the questionnaires lies in the form of the questions (open-ended questions or rating scales) that investigated students' problem solving strategies.

The rating scales from the questionnaire S1 are listed in Table 6. They describe nine problem solving strategies. Selection of the mentioned strategies was inspired by research described in Ogilvie (2009).

	Questionnaire S1	Questionnaire S2
<i>Students' problem solving strategies</i>	1. What is your biggest problem during problem solving in physics?	1. Are there any established steps you use during problem solving in physics? What methods do you use if you don't know how to solve the task at first sight?
	2. Is there anything that helps you with solving physics tasks?	2. To what do you pay attention during solving physics tasks?
<i>Students' attitudes to problem solving in physics</i>	3. What is – according to you – the purpose of solving physics tasks?	3. What is – according to you – the purpose of solving physics tasks?
	4. Do you think that you can use the approaches used in problem solving in physics also in other situations? In which ones?	4. Do you think that you can use the approaches used in problem solving in physics also in other situations? In which ones?
	5. Which steps were recommended or shown to you to help you solve physics tasks?	5. Which steps were recommended or shown to you to help you solve physics tasks?

**Table 5:** List of open-ended questions included in the questionnaires S1 and S2.

Short name of strategy used in diagrams	Description of strategy used in the questionnaire S1
L1: Listing known and unknown quantities	"After reading the assignment I make a list of known and unknown quantities."
L2: Rolodex equation matching	"I try to select an equation mainly because it contains as much variables that are also listed in the assignment as possible."
L3: Prior tasks in text or lecture	"I try to find a similar task (in textbook, notes or elsewhere)."
L4: Prior experiments in lecture	"I try to remember if we did some experiment similar to the task during lecture."
E1: Real situation	"I try to imagine the problem in a real situation."
E2: Sub-problems	"I try to solve the task step by step and divide it into smaller sub-problems."
E3: Concept first	"First I think about physics concepts involved in the problem (e.g. what physics law is important for the task)."
E4: Rational thought	"First I solve the task by reasoning and then I do the arithmetic."
E5: Diagram	"I try to draw some diagram (sketch, chart ...) in every task."

**Table 6:** Description of problem solving strategies in rating scales of the questionnaire S1.

The strategies described in the rating scales (questionnaire S1, printed in Table 6) were divided into two categories called "limiting" (marked L1 – L4) and "expansive" strategies (marked E1 – E5). According to Ogilvie (2009), as limiting strategies are marked those techniques that "may work well for well-structured, end-of-chapter exercises, but they begin to fail as the problem become more complex". The expansive strategies "can be readily applied to more ill-structured challenges, and these strategies have also been identified as characteristic for expert problem solving approaches".

In the rating scales, students chose on a scale, how often they use each strategy (often – sometimes – seldom – never). The overview of the strategies can be found in Table 6 according to the given categories, however, the order of the strategies in questionnaire S1 was chosen randomly. Ogilvie (2009) found out that at the start of a semester (before an introductory physics course where students worked on context-rich, multifaceted problems) many students can be classified as using limited strategies.

The open-ended questions focused on problem solving strategies (questions nr. 1 and 2 in both questionnaires – see Table 5) offered students an opportunity to describe problem solving strategies in their own words. The open-ended questions enabled me to investigate

more easily what the attitude of secondary school students to the solving of physics tasks was and what obstacles, according to their opinion, the students contended with. On the other hand, based on my previous experiences with questionnaire surveys, I know that in a written questionnaire teenage respondents can have problems with formulation of their own answers. They tend to answer very shortly and write the first idea only. Moreover, students don't perceive some steps done during problem solving as "a strategy" and that's why they would not mention them in the first open-ended question in questionnaire S2. Because of these assumptions I put the list of the particular strategies in the rating scales in questionnaire S1. Students rated there how often they used these strategies regardless if they saw them as problem solving strategies. Also, thanks to the results of the rating scales, my findings could be compared with findings from Ogilvie's research.

## 2.4.2 Distribution of the questionnaires

The questionnaires were assigned during the second term of the school year 2011/2012. Several secondary school teachers were approached to take part in the described questionnaire research. Eight of them agreed and they commissioned the questionnaires in their physics classes or in classes of their colleagues. The schools and the teachers were chosen with regard to the opportunity of assigning the questionnaires in more classes. The aim was to gain abundant responses to both students' questionnaires from students of all four classes.

The participants of the students' questionnaire survey were 773 secondary school students (students at the age of 15 to 19), who are attending physics lessons during their studies. The questionnaire S1 was completed by 408 respondents and the questionnaire S2 was filled in by 365 respondents. The number of respondents in particular classes is stated in Table 7.

Class (students' age)	Number of respondents		In total
	S1	S2	
1 <sup>st</sup> class (15-16)	142	114	256
2 <sup>nd</sup> class (16-17)	88	97	185
3 <sup>rd</sup> class (17-18)	96	87	183
4 <sup>th</sup> class (18-19)	82	67	149
<b>In total</b>	<b>408</b>	<b>365</b>	<b>773</b>

**Table 7:** Number of respondents in particular classes and particular questionnaires.

The participated schools were from Prague and other big as well as smaller cities in the Czech Republic. Besides five standard state secondary schools, two private secondary schools and one state technical secondary school were included in the selection. The pilot study was done in two classes at the secondary school Gymnázium<sup>10</sup> Českolipská in Prague (20 students tested the questionnaire S1 containing also the rating scales and 24 students tested the questionnaire S2 that includes open-ended questions only). The pilot study proved successful and it was not necessary to change the questions in the questionnaires. For this reason, results of the pilot study were included in the final evaluation of the questionnaire research.

The list of schools participated in the research and the location of the cities (including their population) is presented in Figure 6.

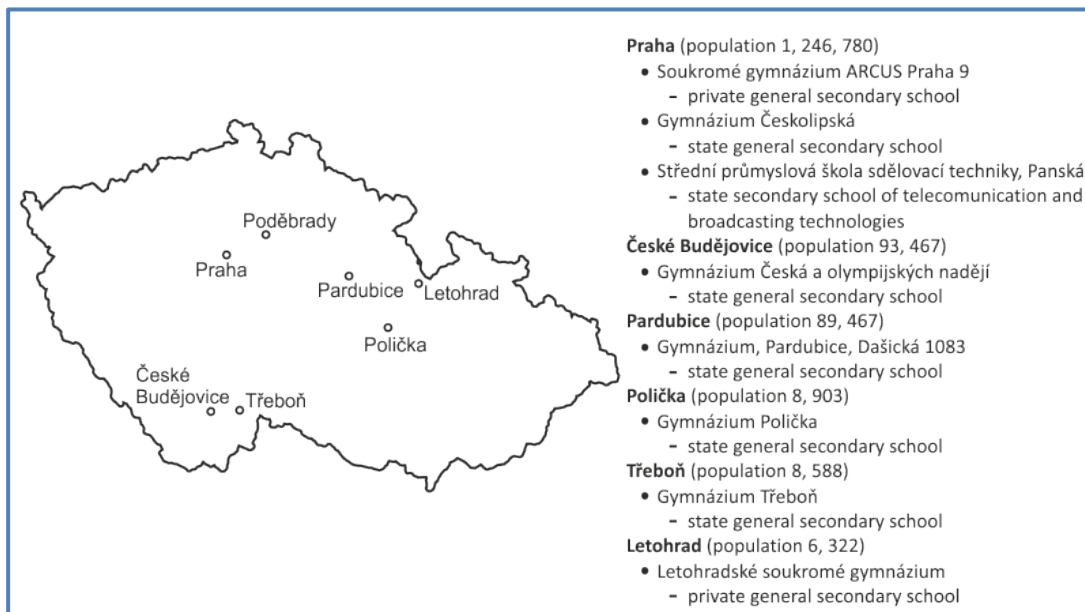
Students filled in the questionnaires in their physics lessons. Time necessary to complete the questionnaires was approximately 15 minutes. The students' as well as the teachers' questionnaires were filled in anonymously.

---

<sup>10</sup> **Gymnázium** (general secondary school) is one of three main types of upper secondary schools (ISCED 3: UNESCO Institute for Statistics, 2012) that exist in the Czech Republic. Gymnázium provides students with comprehensive education. It lasts four years after compulsory education and it is finished by a graduation exam, receiving a diploma and graduate from secondary school. The main role of this school is to prepare students to enter a university for advanced academic study.

**Střední odborná škola** (secondary technical school) is another type of upper secondary school in the Czech Republic. The duration of the study is usually four years. The school provides primarily technical secondary school education (in a chosen branch) and it is finished by a graduation exam as well. Graduates are intended to be employees in technical companies but they also can continue studying at universities. In our research, *Střední průmyslové škola sdělovací techniky* (The Secondary School of Telecommunication and Broadcasting Technologies) is the sole representative of this type of secondary schools.

The last type of upper secondary school in the Czech Republic is so called **střední odborné učiliště** (secondary vocational school). It provides vocational education finished by an apprentice exam (graduates receive apprentice certificates). This type of school trains qualified industrial workers and servicemen (the specialization also includes cooks or waiters). Typical length of studying is two or three years. The graduates with the apprentice certificate cannot enter a university. In case they want to continue with university study, they have to keep on in a follow-up study finished by a graduation exam. This type of secondary school was not included to our research, because number of physics lessons is very low or there are none of them at this type of school.



**Figure 6:** List of cities and secondary schools engaged in the questionnaire research.

The population of municipalities of the Czech Republic is established to January 1<sup>st</sup>, 2013 (except Letohrad – the number of inhabitants there is confirmed to January 1<sup>st</sup>, 2012).

## 2.5 Surveys done during the research

The presented research can be divided into three surveys. The first two surveys are focused on students' perception of the problem solving in physics and their results come from the students' questionnaire research:

- Strategies students asserted to use in problem solving in physics (subchapter 2.5.1)
- Students' perception of the problem solving process in physics (subchapter 2.5.2)

In subchapter 2.5.3 various students' comments of problem solving process are stated which cannot be added to the previous two surveys, but I consider them as interesting and important for following research.

The third survey represents outcomes of teachers' questionnaire research:

- Teachers' view on students' strategies during problem solving in physics (subchapter 2.5.4)

In the following subchapters, findings of these parts of the research are described in more detail.

### 2.5.1 Strategies students asserted to use in problem solving in physics

First part of the questionnaire research was focused on the problem solving strategies that students stated they use in solving physics tasks. The rating scales in the questionnaire S1 represent the main part of this survey.

The results of the rating scales are complemented by students' answers to the first open-ended question in the questionnaire S2 (see Table 5, page nr. 42) that concerns problem solving strategies in physics. Thanks to the open-ended format of the question, students could describe problem solving strategies in their own words.

Although the whole research has mainly a qualitative character, the study described below contains attributes of mixed methods research. My intention was to find out whether students prefer using of expansive or limiting problem solving strategies in physics.

Results of this survey were published in Snětinová & Koupilová (2013).

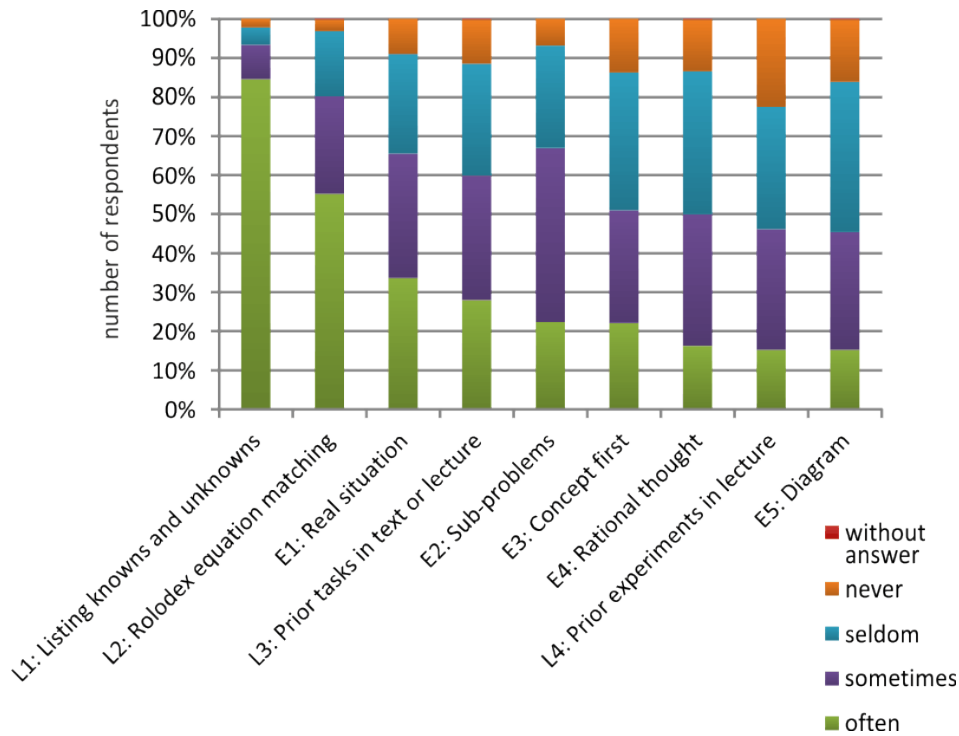
#### 2.5.1.1 Findings and discussion of results

Results gained from the rating scales (questionnaire S1) are stated in Figure 7. The labels L1 – L4 indicate the strategies that are limiting and labels E1 – E5 represent the strategies that are considered to be expansive (according to Ogilvie, 2009). The list of the limiting and expansive strategies used in questionnaire is shown in Table 6 (page nr. 43).

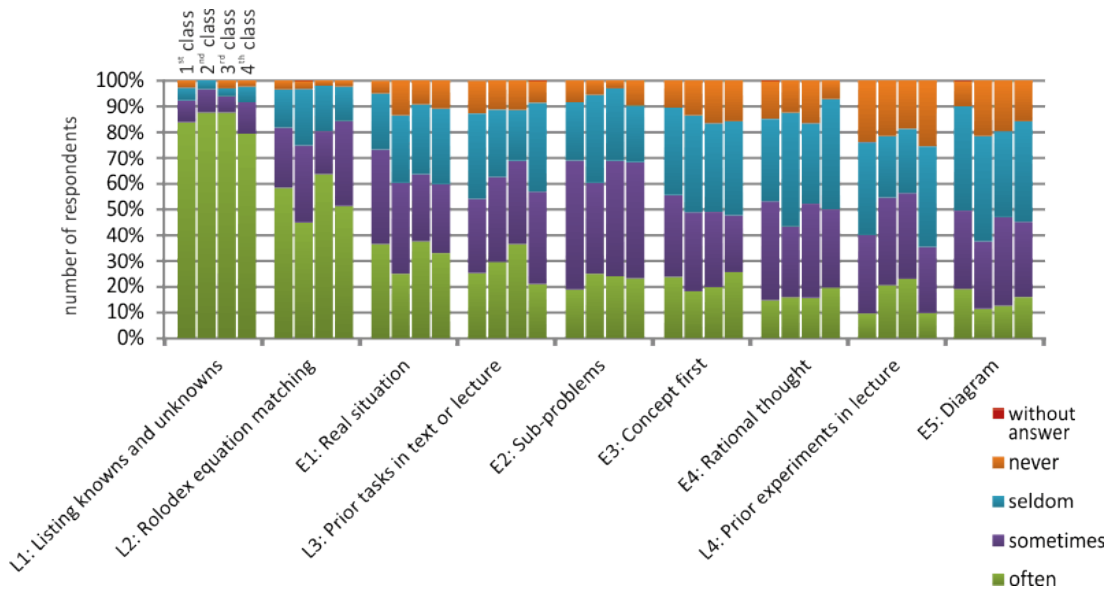
The strategies in Figure 7 are arranged in descending order according to the number of answers "often". A closer examination of Figure 7 shows that students very often stated that they used the limiting strategies. It can be also seen that the most often mentioned strategy is L1: *Listing known and unknown quantities*. This is a relatively unsurprising result, because Czech students are taught since primary school to write this list just below the assignment. The second most often stated strategy is L2: *Rolodex equation matching*. According to Buffler & Allie (1993), using of this strategy can be caused by "the instructor may mention what principles or concepts are being applied, but generally only writes down the associated equations" approach when illustrating physics concepts by solving particular problems.

One of the least used strategies, in students' view, is E5: Diagrams. For example, according to Leonard et al. (1996) or Van Heuvelen (1991), using of this strategy differs between beginners (students) and experts (teachers or physicists). Van Heuvelen states that "only about 10% of students in conventionally taught precalculus introductory physics courses and 20% in engineering physics courses use diagrams to help solve problems on final exams."

Focusing on using problem solving strategies in particular classes, no significant difference is evident (see Figure 8). The survey shows that students' problem solving strategies remain constant during secondary school attendance.



**Figure 7:** Students' answers to the question: "How often do you use strategies mentioned below?" from the questionnaire S1.



**Figure 8:** Using problem solving strategies in particular classes (questionnaire S1).



Students' answers to the question 1 in questionnaire S2 concerning problem solving strategies (Table 5) were classified into several categories. These categories were created on the basis of respondents' answers. First I went through the students' questionnaires, connected similar answers, and selected and labelled the broad categories. Afterwards, I assigned each answer to the already created category. 21 categories corresponding with problem solving strategies were established. The strategies and the number of respondents are stated in Table 8, where the strategies are arranged according to the frequency of responses.

Mentioned strategies	Number of responses
Rolodex equation matching (L2)	93
Listing known and unknown quantities (L1)	36
Diagram (E5)	32
Thinking about the problem	29
Cooperation	28
Rereading the assignment several times	25
Trying to combine "everything with everything"	23
Postponing of the task for later	21
Real situation (E1)	19
Prior tasks in text or lecture (L3)	19
Thinking back to a theory learned before	7
Simplification of the task	5
Concept first (E3)	5
I do at least what I can	5
Sub-problems (E2)	4
Classifying important facts	4
Finding a solution in text or lecture	4
Rational thought (E4)	2
Prior experiments in lecture (L4)	1
Commenting the task	1
Rule of three	1

**Table 8:** Methods and strategies mentioned in answers to the questionnaire S2. Abbreviations in brackets stand for limiting (L) and expansive (E) strategies described in Table 6.

It is necessary to remark that our assumption that students will state mostly only one strategy as an answer was confirmed. The students probably wrote the first thing that crossed their mind and they did not think about the question more deeply.

It can be seen that the most often stated strategy in the questionnaire S2 is *Rolodex equation matching* (93 of respondents). It can be caused by the fact – as I mentioned in chapter 2.4.1.1 – that students stated only their first idea. Moreover, rolodex equation matching is a strategy that works for well-structured, closed, and “plug and chug” physics tasks that are frequently used at secondary schools (see chapter 1.3.2).

The most frequently mentioned strategy – except the strategies not covered by rating scales in questionnaire S1 – is *Thinking about the problem* (29 of respondents). However, this method can partly overlap with other strategies, for example *Concept first*, *Rational thought* or *Real situation*. This category of students’ response was established for such answers in which students did not state in more detail how they think about the problem.

As a very interesting result can be considered answers exploring how students use diagrams in problem solving process. This strategy ended as the last one in rating scales, but with 32 answers it took third place in open-ended questions. These results can seem very discrepant. Nevertheless, during interpretation of the results it is important to realize the above mentioned fact that students stated in the questionnaires mostly one and only strategy they use during solving physics tasks and that they do not have to perceive some methods I stated in the questionnaire S1 in rating scales (see Table 6, page nr. 43) as “a strategy” for solving a physics task. For this reason, more important results from the open-ended questions are the stated strategies themselves rather than the number of responses to each strategy.

From Table 9 can be seen that students also stated other strategies that were not included in rating scales in the questionnaire S1 (Table 6). Such a strategy is for example *Cooperation* that seems to be very helpful for students in problem solving. Nevertheless, it is necessary to explain that from the students’ answers follow that students regard as cooperation even copying task solutions from a schoolmate’s test.

*Rereading the assignment several times* is another strategy that was not included in the rating scales in questionnaire S1. This strategy does not contribute directly to solving a physics task; nevertheless it indicates students’ effort to better understand the assigned problem.

*Classifying important facts* and *Commenting the tasks* are two strategies that can be considered expansive. The first one is very closely connected to the qualitative analysis of a physics task. By using this strategy, students have to think about the importance of individual facts stated in the task assignment and running results gained during the solution. *Commenting the tasks* is a strategy, in which students comment their solution in words. It can help students better understand physics concepts in the tasks. It can also serve

students as a suitable aid during studying prior tasks from physics lectures – it makes the task solutions clear; consequently, the students can orientate better in their notes.

The last strategy I would like to mention here is *Trying to combine “everything with everything”*. It means that a student combines numbers from task assignment randomly. This is obviously a limiting strategy. Unfortunately, it seems that this strategy (at least sometimes) works in solving routine physics tasks at secondary schools.

### 2.5.1.2 Summary

The survey showed that secondary school students most often use so-called limiting strategies that can be efficient for getting answers in well-structured tasks, but they are not appropriate for the development of problem solving skills. From the results of rating scales also follows that there is no significant difference in using problem solving strategies in particular classes (Figure 8).

Findings gained from the questionnaire S2 (Table 9) confirm that students often use limiting strategies described in the questionnaire S1 when they solve physics tasks. The strategy *Listing of known and unknown quantities* are students taught to use since primary school. This is probably the main reason why this strategy is mentioned so often in students' answers.

Other very often stated strategy is *Rolodex equation matching*. Students' frequent application of this strategy supports a claim that students use formula-centred problem solving strategies (Van Heuvelen, 1991; Leonard et al., 1996).

Results of the open-ended questions from the questionnaire S2 correspond to findings gained in the questionnaire S1 – students use limited strategies rather than expansive ones in solving physics tasks. Moreover, other expansive strategies (*Classifying important facts* and *Commenting the tasks*) appear in the students' answers. These strategies can help students to develop their problem solving skills. Because these strategies were mentioned by only a small number of respondents, it would be useful to present these and other similar strategies also to other students. It can show students that there exist strategies that some of their schoolmates use, they work, and they are not planted by an authority (a teacher). This idea – that students share their experiences between each other – is one of the basis that leads to formation of an activity focused on creating own problem solving plan (see chapter 4).

## 2.5.2 Students' perception of the problem solving process in physics

The following part of research was centred on students' perception of the problem solving process. One of the main goals of this survey was to determine how the process runs in students' minds and find out their biggest obstacles in solving physics tasks.

The main research question of the survey was:

*Are there some patterns that can be identified in students' problem solving process?*

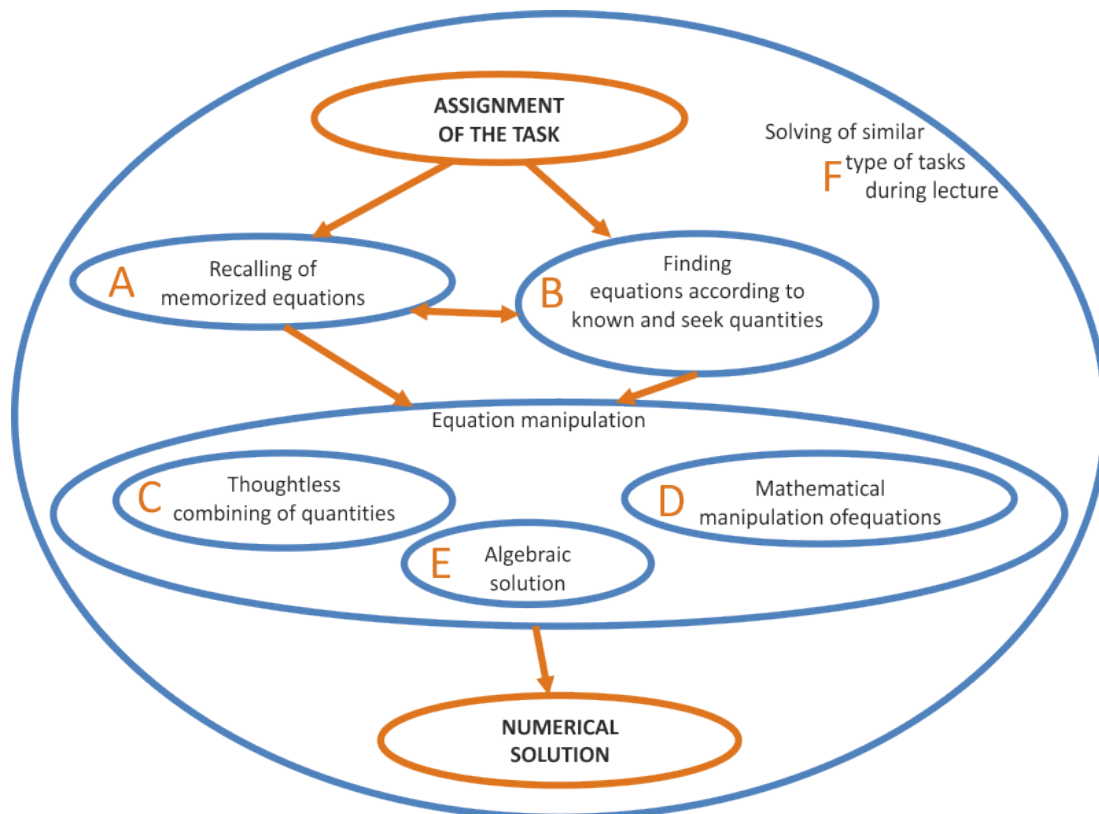
The conclusions of the survey resulted predominately from the open-ended questions of questionnaires S1, S2 that deal with problem solving strategies. Specifically, answers to these questions were included in the survey:

- *What is your biggest problem during problem solving in physics?* (questionnaire S1, question Q1)
- *Is there anything that helps you with solving physics tasks?* (S1, Q2)
- *To what do you pay attention during solving physics tasks?* (S2, Q2)

Students often answered to these questions even in the remaining questions of the questionnaires. These answers were recategorized and included in this part of the research as well.

In the survey, the data gained from the questionnaire research served as input for the grounded theory. During evaluation of the questionnaires, I approached the questionnaires with open mind to investigate whether some pattern in students' solving of physics tasks can be found. Based on the analysis of students' answers and on comparison between them, I indicated data fragments from the students' answers related to the research question and I wrote relevant notes to the indicators. These indicators were grouped together according to their similarities. The categories come of the grouping, and relations between them can be seen in Figure 9. They are described in the following subchapter in more detail.

Results of the survey were also presented at the international conference ICPE-EPEC 2013 (Snetinova et al., 2014a).



**Figure 9:** Students’ most important issues in problem solving process and relations between them.

### 2.5.2.1 Most important issues in physics problem solving process for students

The main aim of the research was to investigate whether there is some pattern in students’ perception of the problem solving process in physics. According to the collected data, it seems that in solving quantitative physics tasks the most important thing for students are equations. The word “equation” or some synonym appears in answers to almost every question in the questionnaires.

At this point it is necessary to note why there is difference between results of this and the previous survey. Whilst the previous survey dealt with data in which students thought about problem solving strategies as separated steps (Table 8, page nr. 49), Figure 9 represents how students view the problem solving process as a whole. The students’ answers in the questionnaires indicate that when students think about the problem solving process, they think mainly about equations and formulas. The other strategies that the students are able to write separately are sidelined in the problem solving process – as if the students forgot about them at that moment.

On the basis of students’ most frequently mentioned answers, categories corresponding to the students’ issues in problem solving process were created. These categories and the relations between them are shown in the diagram in Figure 9. The figure does not represent a problem solving plan as is described in subchapter 1.5.4 but it shows key concepts that

are most important for students. The structure of these concepts (they are blue circled) and relations between them was put together in the same order in which students proceed with solving of the physics task to make it clearer (see the orange arrows in Figure 9). The letters in Figure 9 serve for a good arrangement of the following text.

The results of the previous survey (subchapter 2.5.1) concerning problem solving strategies showed that no significant difference is evident in using the strategies in particular classes (Figure 8, page nr. 48). The results of this survey did not indicate significant differences between younger and older students either. For this reason, I analysed the research data from all age groups together.

The categories and relations from Figure 9 are itemized and described below. The description of the categories is illustrated by students' answers to open-ended questions from the students' questionnaires. In each illustration, the type of questionnaire (S1 or S2) and number of the answered question are stated. The list of the questions can be seen in Table 5 (page nr. 42).

#### **A) Recalling of memorized equations**

The students' answers in the survey indicate that students try to memorize as much equations as possible when learning physics or studying for an exam. Afterwards during solving physics tasks, students try to fit all known and unknown quantities in the assignment of the task into the memorized equations.

*Questionnaire S2, Question 1 (S2; Q1):*

Are there any established steps you use during problem solving in physics? What methods do you use if you don't know how to solve the problem at first sight?

*Answer:* "I write down a list of physics equations that I remember and then I check which one can be used for solving the task."

*Answer:* "I do not have any proven strategy. Nevertheless, I try to remember all equations that relate to the given physics topic and I try to find out from which equation the solution can be obtained. I also take into account the given quantities in the assignment of the task."

*S1; Q3:* What is – according to you – the purpose of solving physics tasks?

*Answer:* "To memorize physics equations."

#### **B) Finding equations according to known and searched quantities**

*Finding equations according to known and seek quantities (B)* is closely connected with the *recalling of memorized equations (A)*. *Finding equations according to known and seek quantities* belongs to the most often used limiting problem solving strategies (Snětinová & Koupilová, 2013) – it is so called *Rolodex equation matching* strategy. This strategy can be

very effective for well-structured or end-of-chapter tasks (Ogilvie, 2009), which are commonly used in physics lessons at Czech secondary schools – one student described it in the questionnaire as follows: “In majority of tasks it is enough to put given quantities into an equation or appropriately simplify the equation to obtain the result.”

*S2; Q1:* Are there any established steps you use during problem solving in physics? What methods do you use if you don't know how to solve the problem at first sight?

*Answer:* “I write down a list of all quantities from the assignment of the task and if I do not know an appropriate equation, I try to put it together from the given quantities. The searched quantity also helps me in putting the equation together.”

*Answer:* “I write down a list of all quantities from the assignment and then I try to fit them into various physics equations.”

*Answer:* When I do not know at the first look, I write down a list of all known and unknown quantities from the assignment and I try to find an equation.

From the illustrations of previous categories **A** and **B** it can be seen that the relation between them is reversible. Students either memorize physics equations and try to choose the most suitable one according to the given quantities in the task, or they write down a list of all quantities from the assignment and then try to find the right equation. These two approaches can be understood as two poles of a certain continuum. For this reason it can be sometimes difficult to distinguish them in students' problem solving process.

Approaches **A** and **B** used at the beginning of the solving of the tasks lead to other categories connected with physics equations that seem to be very significant for students. Students try to **manipulate the equations** by various ways to gain numerical results of physics tasks. During this work, they often meet with several difficulties. The following three categories are connected to the manipulation with equations. Although the subcategories **C**, **D**, **E** are very closely interconnected, there were not recognized any obvious relations between them from the research data. For this reason, arrows represented the relations are not depicted between these categories in Figure 9.

### **C) Thoughtless combining quantities**

The results of the survey show that students, who do not know how to solve a task, sometimes approach the problem without deeper thinking. When they do not know or cannot remember the proper equations, they try to combine physics equations or given quantities thoughtlessly to gain some number as a result of the task. This approach confirms Harper's statement that students often view the problem solving aim as “getting the right number” (Harper, 2006).

S2; Q1: Are there any established steps you use during problem solving in physics? What methods do you use if you don't know how to solve the problem at first sight?

Answer: "I write down a list of equation for the given topic and I try to combine them somehow."

Answer: "I try to recall some equations that I can use with respect to given quantities. When I really don't know, I try to combine the numbers in different ways."

#### D) Mathematical manipulation of equations

The mathematical manipulation of equations seems to be a very important issue in problem solving for students. They often wrote that they pay attention to the mathematics in solving physics tasks. Under the term "mathematics" students mean algebraic derivation of physics equations as well as work with numbers. Some students also admitted that mathematics belongs to their weaknesses in problem solving process.

S2; Q2: To what do you pay attention during solving physics tasks?

Answer: "To deriving the equation correctly."

Answer: "To errors during numerical calculations; to errors in expressing the unknown quantity from a more complex equation."

From the results it also follows that students consider practicing of mathematics as one of the purposes of solving physics tasks.

S1; Q3: What is – according to you – the purpose of solving physics tasks?

Answer: "By solving tasks we learn arithmetic..."

#### E) Algebraic solution

Finding algebraic solution<sup>11</sup> is very closely connected with mathematical manipulation with equations.

This is regarded to be another very significant part of problem solving process for students, because teachers require it. In addition, many students are not experienced enough in modification of physics equations and they consider obtaining the algebraic solution to be very difficult.

S1; Q5: Which steps were recommended or shown to you to help you to solve physics problems?

Answer: "Our teacher recommends us to solve the task first with symbols and then replace the symbols by numbers to calculate the answer."

---

<sup>11</sup> The term *algebraic solution* means to get each unknown by itself on the left hand side of an equation with the right hand side of the equation containing only quantities whose values are known. Simply speaking, *algebraic solution* means write the result in symbols.



*S1; Q1:* What is your biggest problem during problem solving in physics?  
*Answer:* "I am often not able to think of algebraic solution, unless I already solved a similar task in school or unless someone clarified the solution for me."

#### **F) Solving of similar type of tasks during lecture**

The results of the survey indicate that **solving of similar type of tasks during lecture** is very important for students. It does not relate only to physics equations but to the whole process of solving physics tasks. For this reason, it is depicted in Figure 9 as encircling the other terms.

The answers in the questionnaire survey show that students are used to solve tasks independently that are very similar to those solved during physics lecture by their teacher. When students do not see or find any similarity between the tasks, they often incline to skip the problem.

*S1; Q2:* Is there anything that helps you with solving physics tasks?  
*Answer:* "In the test, there are such tasks that our teacher already solved on the black board in front of us so we already know these types of tasks."

*S2; Q1:* Are there any established steps you use during problem solving in physics? What methods do you use if you don't know how to solve the problem at first sight?

*Answer:* "I look into my notes and I look for similar tasks."

*Answer:* "I skip the task. If it is a type of task that I see for the first time, I am not coming back to it."

#### **2.5.2.2 Summary**

Physics equations are the most important thing in solving quantitative tasks for students. Our findings correspond with results of Hegde & Meera (2012) who write: "For them [students], perhaps, an equation is a stand-alone entity – not the translation of a physical principle." Students are coming to believe that they need to memorize as much physics equations as possible. One student expresses this statement in the questionnaire as follows: "Physics is a very interesting science that I enjoy, because thanks to physics most of things can be explained. However, I don't like physics equations that we have to memorize even they are available everywhere."

The memorized equations serve then as a list of possibilities that can be used in solving a physics task. Students often compare symbols in the equations with the known quantities in the assignment of the task and they try to choose an equation containing the same symbols that are listed in the assignment.

When the proper equations are chosen, students try to combine them to gain numerical result of the task. Students sometimes meet with some obstacles during the derivation of the equations. They often have to pay attention to possible mistakes in mathematics.

Many students stated that their teacher requires finding the algebraic solution. Because students are often not so experienced in equation derivation, they consider getting the algebraic solution to be very difficult.

When students do not know how to solve a task, they often skip it or they start to combine quantities or equations thoughtlessly. It can be caused by the fact that students do not see the problem solving as a process but they think it is a recall task and their main aim in solving quantitative task is getting some number.

### 2.5.3 Students' comments on problem solving process

#### 2.5.3.1 Findings

Except the discovered pattern in students' perception of the problem solving in physics – i.e. importance of physics equations – other interesting observations appeared in students' answers to the open-ended questions. These students' comments on problem solving process were not added to the previous two surveys. However, they were important for my following work (i.e. creating problem solving activities described in chapter 3).

Conclusions followed from the students' answers are stated below. Each generalized result mentioned below is accompanied by original students' answers from the questionnaire.

1. Students should know why some strategies or methods are required or recommended from them. Many students understand the solving of physics tasks only as one of several ways of assessment. Therefore, it is important even for teachers themselves to think about the purpose of solving tasks in physics and what skills it develops.

*Student:* "When I'm solving a task, it helps me to know what the point of doing it is."

2. Students should have a feeling that they can gain correct solution on their own when solving physics task. Our result corresponds with Harper (2006): "Many students believe that when you read a problem, either you know how to solve it, or you don't. The instructor may appear to know exactly how to solve a problem the moment she lays eyes on it. One way to address this mistaken belief might be to make the process more transparent to the class."

*Student:* "In my opinion, the most common approach that is used in explaining some task is: to take a look at the task and immediately know what's going on. But I can't use this approach."

*Student:* “Our teacher solves the task by herself and she thinks that we understand the steps. But it is not true.”

3. It is important to keep a cool head during solving physics tasks and not get stressed out. In accordance with the students’ responses, Scarl (2003) claims that it is very good to think optimistically. Several student’s answers to the question “Do you have any proven steps you use during problem solving in physics?” follows:

*Student:* “Don’t panic!”

*Student:* “I calm myself down and I think hard about the problem.”

*Student:* “I try to calm myself down and I reread the assignment.”

4. Another interesting observation is that students do not realize that solving physics tasks is not only about finding out or guessing the correct answer. According to my experiences, it is important for students to be able to formulate their thoughts – either on paper or verbally. Teachers have then an opportunity to consider if the students’ thoughts are correct and they can draw students’ attention to their shortcomings.

*Student:* “I try to solve the task by my guess, but teachers mostly want some formulas.”

### **2.5.3.2 Summary**

Some students see the physics task as “finding out a number” and they do not know other reason (except the assessment) why to solve it. On that account, students should know, why teachers demand them to solve the tasks, so that they use some methods or strategies.

From the research additionally follows that students’ difficulties in solving physics tasks can arise from the difference in experience between them and their teachers. Students probably do not realize this and believe they should be able to solve the task immediately after the first look at the assignment.

## **2.5.4 Teachers’ view on students’ strategies during problem solving in physics**

### **2.5.4.1 Structure of the questionnaire**

The teachers’ questionnaire served as a supplement of the main part of the questionnaire surveys, which were represented by the students’ questionnaires. The main goal of the teachers’ questionnaire was to find out teachers’ views on the strategies that students use in solving physics tasks and what methods and strategies the teachers use to teach the students to solve physics tasks.

The questionnaire contained four open-ended questions. The questions concerned techniques how students solve physics tasks and how much time teachers dedicated to the solving of physics tasks and problem solving strategies during lectures. List of teachers' open-ended questions is stated in Table 9.

---

Questions
1. How much time do you dedicate to solving physics tasks during lecture?
2. In your lectures, do you pay attention to methods how to solve physics tasks? How much time do you spend on this?
3. Do you think that students really use some strategies in problem solving? Which ones?
4. What – according to you –helps students during solving of physics tasks?

---

**Table 9:** List of open-ended questions in the teachers' questionnaire.

Teachers answered four questions only. Nevertheless, the teachers did not restrict themselves to brief answers. Contrarily, their answers were very extensive and thorough.

Participants of the teachers' questionnaire were 17 teachers from secondary schools, where the students' questionnaires were assigned. The experience with teaching was up to 5 years for 8 teachers, from 5 to 10 years for 2 teachers, from 10 to 20 years for 5 teachers and more than 20 years for 2 teachers.

Original version of the teachers' questionnaire is attached in Appendix A.3. Results of the survey were presented at the world conference WCPE 2012 and they were published in the conference Proceedings (Snetinova et al., 2014a).

#### **2.5.4.2 Findings and conclusions**

Most teachers stated in the survey that they dedicate more than 25 % of the time to the solving of physics tasks in their lectures. According to teachers' statements, solving of physics tasks is used at the end of discussed physics topics, to show application in practice, to practise learned matter, as well as in examination.

In classes, teachers try to teach students how to solve physics tasks. From the survey follows that all teachers use a very similar way to teach students to solve quantitative physics tasks regardless of teachers' experience with teaching.

The results of the survey show that they use following methods:

- Solving several typical tasks on the blackboard at the end of every physics topic
- Discussing single steps of physics task solutions with students
- Pointing out the typical mistakes
- Highlighting what is important to be aware of during problem solving

In teachers' view, students often use limiting strategies to solve physics tasks. The mentioned strategies were:

1. Looking for similar tasks
2. Rolodex equation matching
3. Combining of numbers from the assignment
4. Trying to drill as much tasks as possible

The teachers did not state the strategy *Listing known and unknown quantities*. Teachers probably do not consider this as a problem solving strategy.

Teachers' answers to question "What helps students during solving of physics tasks?" were also very similar. The teachers stated following answers:

- Knowledge of mathematical skills
- Logical thinking
- Explanation of schoolwork from schoolmates
- Drawing diagrams
- Knowledge of physical quantities and their marking
- Solving of physics tasks at school

According to teachers' opinion, students mostly do not solve tasks at home; they look through the tasks solved at school at best.

## 2.6 Summary of the surveys' results

Findings from both types of questionnaires (students' and teachers' questionnaires) match in one important thing – students often use limiting strategies to solve quantitative physics tasks. The result is not so surprising when we realize that for students, "getting a number" is the aim of solving quantitative tasks. Moreover, these strategies are probably often sufficient to solve the tasks in lectures.

Students also face obstacles when they solve physics tasks. For example, many students solve the tasks without deeper understanding of physics concepts, and thus solving of quantitative physics tasks often turns into nearly mindless manipulation with equations. This fact is also supported by another result arisen from the questionnaire research –

physics equations are very important for students during solving tasks and they try to memorize as much physics equations as possible.

Other difficulties can result from a difference of problem solving skills of students (so called novice problem solvers) and their teachers (expert problem solvers). It seems that students often do not realize that teachers have greater experience in solving physics tasks. This can lead to the students' belief that they should be able to solve any task immediately after reading the assignment – as the teacher does. This result is in accordance with the statement of Harper (2006).

If we want to teach students more expert-like approach to solving of quantitative physics tasks, we should aim our effort at teaching them to use not only the limiting strategies but also the expansive ones – the approaches often used by experts (Ogilvie, 2009). Besides teaching of the strategies we should show the students that solving of quantitative tasks is not only about getting the right number, but also about understanding of physics concepts and development of logical thinking and other problem solving skills.

The literature search and results of the research described in this chapter helped me comprehend students' perception of problem solving in physics and their obstacles in the problem solving process. The comprehension enabled me to design activities focused on the improvement of students' problem solving skills. The activities are described in the next chapter in detail.

### 3 Development of problem solving skills in class activities

In connection with the previous questionnaire research and results gained from the literature search of international papers and books, seven activities oriented on the improvement of selected students' problem solving skills were designed.

The activities focus on problem solving strategies in physics that expert solvers often use (see subchapters 1.5.3 and 1.5.4). They are meant to point out difficulties students face during solving of physics tasks and to help with mitigation of these difficulties. The created activities should serve as models and can be used in various physics topics. Because (as I mentioned in the first chapter) there exists a big amount of quantitative physics tasks in Czech textbooks and task collections, I decided to use these tasks for students' worksheets activities instead of creating new tasks.

The list of the activities together with a short description follows. The detailed description of the activities is stated in subchapter 3.3.

- **Careful reading** – Students are asked to highlight parts of task assignment (numeric as well as nonnumeric) crucial for solving the tasks. It shows students that nonnumeric data in the task assignments are also important in solving physics tasks.
- **Conditions of law's applicability** – Students should realize that it is not possible to use each physical principle in every situation. For this reason, they select from a list physics principles that are applicable in the given situations.
- **Principles needed for solution** – In this activity, students select from a broader list only those physics principles that are necessary for solving the given tasks.
- **Classifying the equations** – Students determine how important assigned equations are and whether they should be memorised. Students also find connections between the equations (whether some equations result from other).
- **Reasonableness of the answers** – Students comment on whether the given numerical answers to physics tasks are reasonable or nonsensical.
- **Solving aloud** – Students solve given tasks aloud to realize each step in the reasoning. They do not skip the steps and are more careful in analysis of their thought processes.
- **Creating own problem solving plan** – Group of students creates their own plan (or hint list) how to proceed with solving of physics tasks.

Two activities were created on the basis of already used techniques (*Principles needed for solution* – Leonard et al., 1996; *Solving aloud* – Whimbey & Lochhead, 1999). Although the techniques applied in these activities were already published in professional journals, they

are not familiar in Czech education. For this reason, they were adjusted to the needs of the Czech school system.

Development of the activity called *Reasonableness of the answers* was supported by a teacher who uses the same method of work in her physics lessons. The teacher described me this method and she agreed with adaptation of this method and creation of the activity.

Remaining activities were inspired by the literature search and arose thanks to ideas that occurred to me or my consultant Zdeňka Koupilová.

### 3.1 Structure of the prepared activities

All of the above mentioned activities were developed primarily for secondary school teachers to use them in their physics classes. Because it is not suitable to use the activities without thinking or previous planning, detailed methodical materials were prepared for each activity. These materials serve teachers to better understand the goals of the activities and their usability. The materials can also make teacher's preparation for the teaching easier.

Each methodical material contains short introduction into the issues on which the activity is focused, the main aim of the activity (what should students learn thanks to the activity), difficulty and time demand of the activity, and physics topics suitable for the activity. Another important part of each methodical material represents the section called *How to work with the activity during lessons*, where it is described in detail how to proceed with the activity in class and how to work with prepared worksheets. Each methodical material is finished by a passage suggesting how to develop the skills to which the activity was focused on during solving of physics tasks in future lessons.

Besides the methodical materials, also applicable worksheets for secondary school students or university students were prepared. Some activities contain several worksheets of different difficulty or from different physics topics. Each worksheet contains an assignment and a working section – mostly with quantitative physics tasks adopted from Czech secondary school textbooks and tasks collections (e.g. Lepil et al., 1995; Nahodil, 2011; Žák, 2011). To explain the assignment of the worksheets clearly to students, typically an example of a solution of one task is present in some worksheets.

Solutions of all worksheets were prepared as well. These solutions can serve as a support for the teachers during checking the correct answers in the students' worksheets. The solutions of the worksheets include besides the correct answers also numeric results of the physics tasks, methodical comments relating to specific tasks (for example, when the task includes some special, unexpected, or interesting outcomes that is appropriate to mention to the students), and a list of used literature – the secondary school physics textbooks and the collections.



All materials mentioned above – the methodical materials, the worksheets and their solutions – are enclosed in Appendix B. Because the activities were prepared for and tested in Czech secondary schools, all the enclosed materials are in Czech. The methodical materials and some worksheets with their solutions were also translated into English (see Appendix C).

All the developed activities – methodical materials, worksheets and their solutions – are also available on the website [http://kdf.mff.cuni.cz/materialy/reseni\\_uloh.php](http://kdf.mff.cuni.cz/materialy/reseni_uloh.php) (Czech version) and [http://kdf.mff.cuni.cz/materialy/problem\\_solving.php](http://kdf.mff.cuni.cz/materialy/problem_solving.php) (English version).

### 3.2 Study of the usability of the activities

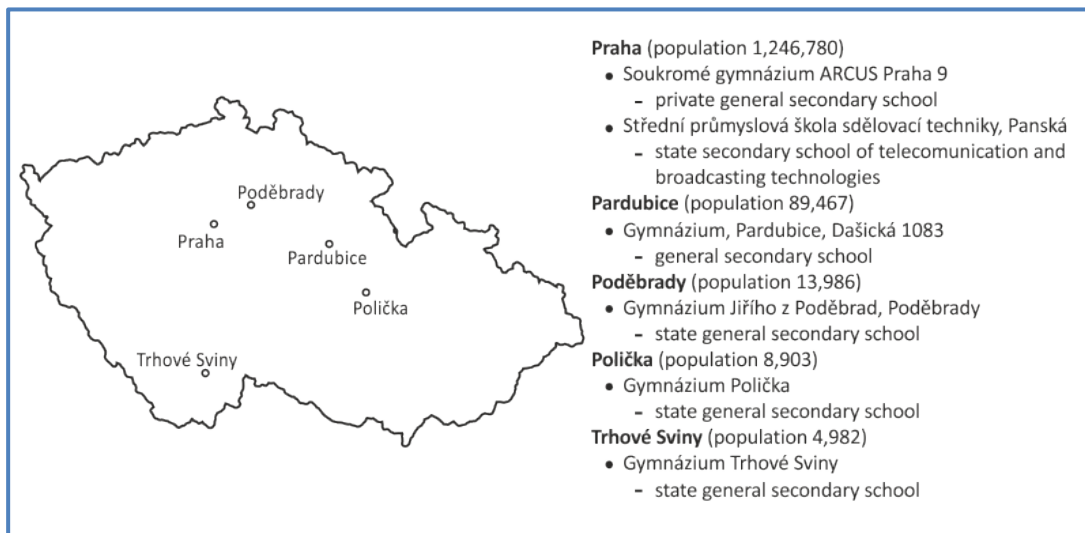
The usability and usefulness of the developed activities were investigated.

Seven teachers from six Czech secondary schools were addressed to be involved in the study. Five teachers were very experienced, they had taught physics for more than ten years, and two teachers had three year experience with teaching physics. All the teachers are willing to try new methods in the teaching, they are able to motivate their students and they do not use only traditional teaching in their physics classes. All of them also participate regularly in the Czech conference focused on physics education called Physics Teacher's Inventions Fair ("PTIF", 2013). I realize that the choice is not a case of representative sample; nevertheless I wanted to verify the usability of the activities on teachers that I consider to be good at teaching.

In Figure 10, the list of secondary schools engaged in the research accompanied by a map presenting location of the participating cities in the Czech Republic and population of each city can be seen.

The teachers who agreed with testing of the activities chose which activity they want to test. For this reason, different activities were tested at different secondary schools. The activities were tested in 12 lessons in 10 different classes in total.

Some of the activities were also tested by me and two other colleagues at the Department of Physics Education, Faculty of Mathematics and Physics, Charles University in Prague in lectures for university students (future physics teachers).



**Figure 10:** List of cities and secondary schools engaged in the study of the activities.

The population of municipalities of the Czech Republic is established to the date January 1<sup>st</sup>, 2013.

### 3.2.1 The executed research description

To analyse the usability and usefulness of the developed activities, a case study was used. Main characteristics of the case study are summarized in Appendix D. Further, interview and observational method as chosen data collecting methods are also described in Appendix D.

The exploratory case studies were used to analyse students' and teachers' reactions to the developed activities focused on problem solving skills. The cases were the assigning of the activities in secondary school classes. On the basis of the observation and the students' and teachers' reactions and opinions, the usefulness of the activities was extrapolated. Study of the usefulness of the activities as such demands long-term research and is not part of this thesis.

The design of each activity and its usability in upper secondary school classes was discussed by educational experts from the Department of physics education and by experienced teachers. Thus the expert opinion was gained. Further, the activities were tested at secondary schools. During the assigning of the activities, I observed how the students work and whether they have some problems with understanding the activities. The observation was unstructured, and it was realized in the usual environment – as a part of physics classes that I attended.

An interview with two students and their teacher was used as another data collecting method to inquire their opinions of usability and usefulness of the activity. It took place after the physics class, where the particular activity was assigned. The standardized open-ended interviews were prepared to collect required data. The framework of the teacher's and the students' interview can be seen in Table 10. The questions for the teacher are divided into four parts – general view of the activity, usefulness of the activity, usability of

the activity and a question for sake of completeness. The students' interview contains fewer questions and was shorter. It was a simplified version of the teachers' interview. All the interviews were audio recorded and analysed afterwards.

---

### Questions for the teachers

#### *General view of the activity:*

What is your overall impression of the recent lesson, where the activity was assigned?

How much are you satisfied with the students' work during filling out the worksheets?

How did the students – according to you – react to the activity? Were their reactions typical? Did they work as usual? For negative answers, please explain in what did their reactions differ and how do you understand it.

Did any difficulty appear during filling out the worksheet? Which one?

#### *Usefulness of the activity:*

Do you think that the prepared worksheet (or rather the activity) can be useful to your students? Why? How?

What would you as negative about the prepared activity?

What would you rate as positive, if any, about the activity?

Is there anything you recommend to be modified on the activity design?

#### *Usability of the activity:*

Do you use any similar activities in your lessons?

Can you imagine that you would use this or a very similar activity in your lessons more often?

#### *For the sake of completeness:*

Would you like to add any information, your opinion or observation to the recent activity, to the worksheet or to the students' work?

---

### Questions for the students

- How have you been working during filling out the worksheets?
- Was the assignment of the worksheet clear for you? Did you know how to work with the worksheet without any additional information from your teacher?
- Is there anything you would want to change in the worksheet?
- What could be using of the worksheet good for? What did it bring you?
- What do you think is this activity supposed to help practise?
- Did you practise it?
- Would you want to add any information, your opinion, or observation to the worksheet or your work?

---

**Table 10:** Framework of the questions used to interview the teachers and the students.

The interviewed students were chosen by their teacher. My requirement was to choose such students who are not poor in physics but they do not excel in physics either. I wanted

to interview two average students who have some problems in physics but they make efforts to learn physics, and the studying does not bother them.

The students and the teachers were interviewed in their schools. For this reason, it was necessary to take their timetable into consideration. The students' interviews took from 5 to 10 minutes; the teachers' interviews took approximately 15 minutes. Records from all interviews are available at the Department of physics education for inspection. In two cases, neither the students nor one of the teachers were interviewed due to lack of their time. Nevertheless, the students and the teacher answered all the prepared questions in writing afterwards.

Results of the interviews are summarized below the description of each activity in the following part of this chapter.

### 3.3 The activities and their usability

In the following part of this chapter, each activity is described. The description of each activity starts with stating main aims and reasons why such an activity was prepared. The first section of the description is called *Inclusion of the activity in teaching*. It is primarily focused on physics topics in which the presented activity can be used. The second part *How to work with the activity* describes application of the activity in class. *Testing of the activity*, the third section of the activity description, engages in the findings gained from the observation and interviews executing at secondary schools and investigating the usability and usefulness of the activities. Findings of the interviews with students and their teachers are presented after the description of each activity.

The following subchapters contain brief description of the activities. For the detailed description see methodical materials of each activity enclosed in Appendix B (in Czech) and C (in English).

#### 3.3.1 Careful reading

Reading of the task assignment attentively belongs to the very important parts of problem solving. *Careful reading* helps to understand the problem more easily and can prevent doing careless mistakes. It is the first prerequisite for solving physics tasks successfully.

Almost all the students write a list of numeric values from the assignment before starting to solve the task (which is the result of the research described in subchapter 2.5.1). However, students should also give attention to the nonnumeric information in the task because sometimes it could be crucial for the solution. The aim of the activity described below is to emphasize the necessity of attentive reading of the assignment. For this reason, the activity works with analysis of the text purposely and shows that not only numeric data are significant for solving the task.

The methodical material and prepared worksheets with solutions are enclosed in Appendix B.1 (and in Appendix C.1). The two created worksheets are focused on tasks from mechanics (mechanical pressure and revision of mechanics). Both worksheets are usable for secondary school students.

### **3.3.1.1 Inclusion of the activity in teaching**

*Careful reading* is an activity that can be used almost at any time. Tasks with long text or with excess information are very suitable for this activity. In such tasks, students have to think about importance of particular information.

The activity can be easily integrated into common physics lessons concentrated on solving tasks. Although worksheets for students were prepared to test this activity, it is possible to connect it to the physics tasks the teacher wants to solve in the class.

### **3.3.1.2 How to work with the activity**

Every student receives a worksheet with several assignments of physics tasks from the actual schoolwork. The work with the activity can be divided into four parts – (1) students work with the text of the first task in the worksheet independently; (2) they check the results with the teacher in detail and the teacher solves the first task on a blackboard; (3) the students solve the rest of the worksheet independently; in the end, (4) the students check the fulfilled worksheet with their teacher.

The students' job is to read the task assignment through and highlight not only the numeric but also the nonnumeric data significant for solving the problem. Afterwards, they write down a list of all the significant information included in the assignment. Students should work independently on this part of the activity and when their work is done, they discuss their results (the highlighted data and the list of the data) with their neighbouring classmate. Afterwards, the teacher marks the significant information (or reads them aloud), and writes a list of the significant numeric and nonnumeric values on the board. The teacher discusses with the students, why the information are significant for the solution. He or she can also point out the information that seems significant but they are not used for the solution.

Of course, it is possible to solve all the tasks from the worksheet after the activity (or as homework). In such a case, students can mark the parts of the solution where the chosen nonnumeric data was used. The importance of the data is shown this way.

### **3.3.1.3 Testing of the activity**

Although the activities were primarily meant for upper secondary schools, this activity was tested at two junior secondary schools by first and second year students (students at the age of 11-13). The teachers who agreed with testing of the activities decided to use this one in junior secondary school classes because *Careful reading* is one of the few activities that can be used there (the other activities could be considerably difficult for younger students). The teachers also claimed that the younger students are skillful and willing to test some

new methods. Moreover, both teachers agreed that the activity is suitable more likely for the younger students than for the older ones.

For one class, a worksheet on dynamics was prepared. The teacher proceeded according to the methodical instructions and told students to solve all the tasks in addition. Two students and the teacher were interviewed after completing the worksheet to find out whether the activity seems useful to them and whether some obstacles appear in comprehension of the activity assignment.

From the observation in the class followed that several students did not highlight the significant information in the first task and they “only” solved the task as usually. Moreover, some students highlighted only the numeric values in the assignment. However, both of these phenomena were disappearing with every passing task. These facts were also noted by the teacher who stated them in the interview:

*“Some students needed a little help (with the activity) but within the lesson, they were getting better. In the beginning, it was a slower course but after that, the tasks ran faster already.”*

Many students highlighted more expressions than it was necessary for the solution. One student also mentioned this conclusion in the following interview.

During the interview, the students appreciated the possibility of working in pairs or in small groups when working on the worksheet. According to them, such a work is less stressful because they have the opportunity to consult their opinions or results with their classmates:

*“I liked that I could consult with other people during the work; not only with my classmate sitting straight next me, but also with Matěj who was sitting in front of me.”*

They saw the usefulness of the activity in practising the schoolwork and logical thinking. One student said it is a very good idea to highlight the important information by bold colours. In his opinion, it can make the assignment clearer and it helps during solving of the physics task:

*“It is an excellent idea because when someone has a coloured highlighter, it catches his eye when he looks at the assignment, and he says to himself: ‘Yeah, this and that...’ And he calculates; He needn’t to search it again.”*

The teacher saw the activity as useful for students to realize what is important in the task. However, according to him, the activity is applicable only for younger students or for students who have just started to learn how to solve physics tasks. The teacher thinks that the older students could consider the activity childish.

Another very interesting conclusion appeared during the interview with the teacher. The teacher mentioned that the younger students are sometimes extremely observant to “inaccuracies” occurring in physics tasks. Therefore it is hard to write for them a text that is natural as well as sufficiently physically accurate.

*“The younger students are so observant that it is pretty difficult to create such a text for them that is natural and adequately accurate at the same time. They are able to see in the task ‘But what if...’ What if a wind were blowing in the task in addition?”*

The teacher in the second class decided to test the activity in another subject – in mathematics. For this activity, she chose several word problems she wanted to solve with students in any case. The students highlighted the significant information in the first assignment independently and the checking of right solution followed – one student read the assignment aloud and the others put up their hands the moment some significant information was pronounced. According to the teacher’s report, improvement in students’ thinking was seen already after solving the second task. The teacher decided to test the activity on the basis of our previous discussion (she had the methodical materials at her disposal), therefore no observation in the classroom or interviews were carried out. The teacher reported her experiences and impressions by written record.

### **3.3.2 Conditions of law’s applicability**

The qualitative analysing of the problem is for students both one of the most difficult and one of the most important parts in solving physics tasks at the same time. Students’ solutions of physics tasks are almost entirely formula centred which differs significantly from problem solving techniques used by experienced physicists (Van Heuvelen, 1991). According to Harper (2006), the fact that students often skip the qualitative steps in solving physics tasks and jump to equations can be caused by students’ unawareness of the useful information that are contained in the qualitative representation. For this reason, the activity described below works purposefully with the qualitative analysis of the physics tasks and with determining the conditions allowing or preventing applicability of some physics principles. In this activity, students should realize it is not possible to use each formula in every situation.

Methodical list, two worksheets for secondary school students, and solutions of the worksheets were prepared within the activity – in mechanics and in electromagnetism. All the materials are enclosed in Appendix B.2 and C.2.

#### **3.3.2.1 Inclusion of the activity in teaching**

The activity can be used mostly in topics containing physics laws or principles, validity of which does not have to be necessarily fulfilled in each situation. Such a topic is for example motion in gravitational field in which applicability of conservation of mechanical energy or conservation of momentum have to be determined (see worksheet in Appendix C.2).

Other examples are equations of state for an ideal gas or principles from magnetostatics and magnetodynamics concerning relations between electric current and magnetic field.

### 3.3.2.2 *How to work with the activity*

Students receive worksheets with several physics tasks or described physics situations and a list of physics principles. Their aim is to determine whether each of these principles is or is not applicable in each assigned situation/task and why. The students make the decision about applicability of the principles regardless of necessity for using the principles in the task solutions. The students do not have to solve the tasks.

The students are supposed to work individually or in pairs. They are allowed to discuss their decisions in small groups. After completion of the worksheet, the groups of students present their solution to the whole class and together with the teacher they discuss the correct solutions.

The activity *Conditions of applicability* is very similar to an activity called *Principles needed for solution* (see below). In this activity, students select physics principles that are appropriate for solving physics tasks assigned in the prepared worksheet. *Principles needed for solution* is a more difficult activity, because students do not need only to think about the applicability of the principles but they also have to determine which principles lead to the solution of the tasks in the worksheet.

### 3.3.2.3 *Testing of the activity*

The activity was tested in three lessons at two upper secondary schools. I visited the lessons to see how students work with the prepared worksheets and to interview them and their teachers for usability of the activity. Two different worksheets were tested in the lessons – a worksheet on mechanics that was tested by first year students (students at the age of 15-16) and a worksheet on electromagnetism tested by third year students (students at the age of 17-18).

The second mentioned worksheet was partially modified after the interview with students and their teacher. The problem was with understanding the activity assignment that was described in the prepared worksheet. Nevertheless, the teacher had the methodical material for the activity at disposal and therefore he explained the assignment to the students correctly. The assignment was rewritten more clearly afterwards and it was tested again at another school by the third year students. Students appreciated illustrative example added to the worksheet that made probably the assignment clearer.

Both teachers who tested the above described activity agreed on usefulness of the activity. According to them, it is very beneficial for students to look at the quantitative tasks from another perspective and not only to search for numerical solution, which is the work students are most often accustomed to do. This manner of work can be exemplified by several students in the tested classes, who started to solve the tasks in the assigned



worksheet immediately after receiving the worksheets without previous reading of the assignment.

One teacher noticed that some students who have more difficulties in solving physics tasks and whose marks in physics are poorer engaged in the activity and the subsequent discussion very well. These “poorer” students obviously enjoyed the activity because they did not need to solve the tasks. According to the teachers and the asked students, the activity can be useful for the “poorer” students to help them with better understanding given physics principles.

One teacher was surprised that the worksheet was not trivial even for apt students who usually do not have problems to think about the physics tasks. One student added that for her stating an applicable physics principle was sometimes paradoxically more difficult than solving the assigned task and finding the numerical result:

*“Some tasks were relatively difficult for me. It was necessary to focus a lot, and paradoxically, it was more difficult for me to state the principle than if I only calculated with the stated values... I realized how I am usually used to fit some formulas to the tasks without even thinking about the principle the task is based on.”*

From this student’s answer it seems that difficulties in stating the applicable physical principles (or the qualitative analysis of the problem itself) are caused by the student’s attitude toward the solving of physics tasks that is often formula-centred. My hypothesis is that the formula-centred attitude is sufficient for the solution to the common school physics tasks. For this reason, students do not feel the need to think about the physical concepts hidden in the physics tasks.

The students as well as the teachers from both schools where testing took place saw usefulness of this activity in forcing students to think about the tasks. One student expressed it in her answers:

*“I was thinking about the particular tasks much more for sure. It was a change compared to the mathematical manipulation with formulas and I realized what the particular relations reflect. I created connections for myself.*

*We should learn to think in the tasks about what holds true during their solutions and why, what the formulas reflect, and that it is possible to apply these principles [conservation of mechanical energy and conservation of momentum] to an entire range of tasks. Sometimes, we solve the tasks by trying formulas, on which ‘letters and values’ from the task assignment fit. I think, the worksheet should teach us to think about why we just now used the given formula.”*

The students found out by themselves they often look for physics formulas and equations that contain exactly the same quantities as the task assignment and they often do not understand what the given equation means. Nevertheless, one student said that thinking about the task is very difficult for her in written exams. In such situations she feels under big pressure (partly because of time pressure and partly because she wants to receive a good mark) and for this reason, it is easier and more pleasant for her to memorize some equations and work with the equations mechanically.

Both questioned teachers saw the negative aspect of the activity in the time demand. One teacher expressed this problem as following:

*“It would be optimal to carry out such an activity as often as possible. But it is necessary to compromise between this activity and the given curriculum.”*

However, both teachers stated that they will use such an activity more often during their classes.

### 3.3.3 Principles needed for solution

As I stated above, this activity is very similar to the activity called *Conditions of applicability*. It focuses on qualitative analysis in problem solving and on work with physics principles that are significant for solving the assigned tasks.

According to researchers Chi et al. (1981), expert and novice problem solvers differ in their view on the problems. Expert problem solvers often look for the principles when solving physics tasks, whereas novices (majority of students also belongs to this category) tend to focus on surface characteristics of the tasks when solving them. In this activity, students should realize that seemingly equal physics tasks can require different physics principles to solve them.

The activity stated below was inspired by a research described in (Leonard et al., 1996). In the mentioned research, categorization of several physics tasks according to major concepts needed to be applied to solve each task which was used as a part of a final exam in a calculus-based introductory mechanics course for scientists and engineers. The idea of the activity was adopted from the research.

Methodical material and several separate worksheets with solutions were prepared for Czech students. These materials are enclosed in Appendix B.3 and C.3. The prepared worksheets are from the following topics:

- 3 worksheets on dynamics (1 for secondary school students, 2 for university students in introductory course of mechanics or for secondary school students of graduation classes);
- 2 worksheets focused on equations of state for ideal gas (1 for secondary school students, 1 for university students);
- 1 worksheet with principles from electromagnetism for secondary school students.

### **3.3.3.1 Inclusion of the activity in teaching**

The described activity is better to use after learning a wider part of physics. It is optimal to integrate the activity into topics where similar tasks are solved by using different physics principles. Due to the similarity with the activity called *Conditions of applicability*, the topics suitable for this activity are the same – for example dynamics, thermodynamics or electromagnetism.

### **3.3.3.2 How to work with the activity**

The worksheets that students receive contain several task assignments and a list of individual physics concepts or their combinations. The students' goal is to decide which concepts need to be applied to solve each task in the most efficient manner. Students do not need to solve the tasks.

At first, students work individually and they choose the answers on their own. Afterwards, they check their answers in pairs or in small groups. At the end of their work, students discuss their results together with their teacher.

It is possible to let the students solve the tasks included in the worksheet after the final discussion about the results (in the class or as homework).

### **3.3.3.3 Testing of the activity**

Students of three upper secondary school classes (first, second and fourth year students at the age of 15-17 and 18-19) and first and third year university students (students of a physics program adjusted specifically for future teachers, at the age of 19-20 and 21-22) tested the presented activity. Worksheets on mechanics and thermodynamics were assigned at both levels of the education.

From the interview and the observation carried out in the classrooms followed that many students, even the university students, started to solve the given physics tasks to find out the correct concept needed to solve the tasks in the most efficient manner, although it was not necessary to solve them. Nevertheless, this approach was not forbidden in the assignment and because of students' low or rather no experiences with such an activity it seems to be natural for them to start with solving of the tasks.

The observation also showed that students – when they were not sure which assigned physical principle would be the most suitable for solving of a physics task – chose such an answer from the offered possibilities that contained multiple physical principles.

Example:

*A solid body slides down from a perfectly smooth inclined plane. The length of the plane is 20 meters. During the motion, the centre of mass of the solid is lowered about 5 meters. Find the magnitude of the velocity of the body at the end of the inclined plane if it is released freely from the highest point of the plane. Ignore the friction forces.*

In this task, students often chose an answer that contained using two principles: 'conservation of mechanical energy' and 'equations of motion' instead of choosing only the 'conservation of mechanical energy' principle.

One secondary school student mentioned during the interview that it was very strange and suspicious for her to have two physics tasks looking much alike in one worksheet. She mentioned two tasks describing the same situation (a bandit sitting in a tree who wants to get to the ground by using a pulley system) in which different quantities were looked for, and the tasks were solved by applying different physics concepts. According to her, it was obvious that these two tasks will need different approach to solve them. On the other hand, she added that the similarity of the tasks forced her to think deeper about the concepts suitable for the solutions.

One student said:

*"We, with our teacher, try to sketch somehow the situation and seek how it could be solved, but it is rather that our teacher speaks and we calculate after; we already know what to calculate. So, we calculate rather than think if it is possible or not – such an analysis, I mean."*

This statement says again that students are focused on calculating rather than searching physical concepts in the tasks. The qualitative analysis is made by the teacher or at least with the teacher's help and perhaps for this reason it is not considered so crucial.

The students appreciated the activity. They saw as an asset that working with the given tasks according to the assignment of the activity provided them with another perspective on the issue. The students also saw the activity as a good opportunity to practise the acquired knowledge.

The teachers also concurred in the view of the activity. According to them the activity is useful for students, because it is "halfway between the theory and the common solving of physics tasks" and it is something else than what the students are used to do in physics lessons.

The teacher who used the activity in the graduation class (the fourth year students) was very enthusiastic about the activity. In his opinion, students can more easily see the whole picture of the physics thanks to this activity.

*“I like the activity very much and it seems to me like a great idea! Because it exactly fits into the period when the schoolwork is already reviewed, the students are in graduation class, and we are already going through something else. But the students should be able to see the whole picture of this topic. If they should calculate the tasks, they wouldn’t calculate them even during two hours. It is laborious. Maybe I would calculate it in two hours, and I know exactly what should be done with each of the value. But they should be able to see the whole picture to realize ‘Aha! There is the friction, so the conservation of energy can’t be valid.’ But it was seen that many of them don’t see it. That’s why the activity was useful.”*

The teacher also decided to add such an activity to physics lessons in the graduation class more often.

Nevertheless, as well as in other activities, the secondary school teachers saw one disadvantage of the activity. According to the teachers, the activity is time-consuming and it is not possible to use it very often.

### **3.3.4 Classifying the equations**

The results from the research concerning students’ perception of the problem solving process in physics (see chapter 2 *Questionnaire research on secondary school students’ and teachers’ views on problem solving*) show that equations and formulas are very important for students when solving quantitative physics tasks. This result is also supported by other international researches (e.g. Chi et al., 1981; Van Heuvelen, 1991; Hegde & Meera, 2012). Students believe they need to memorize as much physics equations as possible. Nevertheless, this approach to the problem solving is not desired and students should be taught to distinguish important and less important equations. For this reason, it is appropriate to show students that some equations can be used only in particular special solutions or can be easily derived from the important physics formulas.

Scarl (2003) states one possible option how students can work with classification of physics equations. This illustration served as an inspiration for the presented activity. Thanks to this activity, students should start to think about importance of physics equations and which equations are useful to know by heart.

Two worksheets for secondary school students were prepared. The first one is focused on mechanical energy and mechanical work, the second one applies to rotational kinetic energy. The worksheets include a set of cards; each card contains one physics equation. The second worksheet can be understood as an extension of the first one; during work on the second worksheet, students have the cards from the first set at their disposal and they can use them to create a structure between all the equations. Both sets of equations were created in cooperation with the teacher who assigned this activity in his lesson afterwards.

The teacher chose the equations that were used in both sets and he also marked the important and less important equations.

The worksheets together with their solutions and the methodical list are enclosed in Appendix B.4 and C.4.

#### ***3.3.4.1 Inclusion of the activity in teaching***

*Classifying equations* is an activity that can be used in all physics topics where manipulation with equations appears to a higher extent. The activity can be used by completing cards prepared in worksheets or it can be integrated into a common lesson by stressing equations that are important and worth to remember when solving physics tasks.

#### ***3.3.4.2 How to work with the activity***

The presented activity differs from the others considerably. The prepared worksheets do not contain physics tasks or physics situations but physics equations without any description of physics content. Each equation is written on a separate card.

Each student receives a set of prepared cards with equations. Students' job is to determine which of the presented equations can be considered as important (i.e. it is necessary to memorize them) and which is less important (it is not necessary to memorize them, they can be easily derived from the more important equations, they are not used too often ...). Students also decide from which equations the less important equations are derived. Students name all quantities appeared in each equation and they can draw a sketch or describe the situation that matches the given equation.

The students work individually or in pairs and they write their solutions down on the cards. The cards offer the opportunity to rearrange them and thus create a structure between the equations (e.g. students can put the less important equations under the important equations from which they are derived).

After the individual work, the teacher discusses the right solutions with students. The teacher also should explain to the students that there is not the sole right solution of this activity. The division of the equations according to the importance depends on many circumstances – for example how many physics lessons are there per week, in what level of education the activity is used, what is the teaching style of the teacher, etc.

#### ***3.3.4.3 Testing of the activity***

The activity was tested at a secondary technical school in a first year (students at the age of 15-16). The students received a set of cut cards with physics equations (energy of translational motion) and they worked with it. Several weeks later the teacher assigned a second set (energy of rotational motion) that was a follow-up to the earlier one.

The observation carried out in the classroom showed that students either divided the cards in two groups according to the importance of the physics equations (important and less

important equations) or they arranged the cards on the desk according to the relations between the equations. Nevertheless, the first approach predominated.

It is also very interesting that the students had more problems to deal with the second set of equations, although they already worked with this activity. They acted more uncertain and they often asked the teacher whether their answer is correct. The teacher ascribed this behaviour to the fact that they can better imagine the translational motion than the rotational.

The students saw the usefulness of the activity in the opportunity to practise the learned subject in a new way:

*“We practised the schoolwork and came to realize that the equations are interrelated.”*

According to the students, the big benefit of the activity also is in drawing or describing physics situations matched with the prepared equations. The students consider the activity to be a good variegation of the physics lesson.

The teacher agreed with the students on the opinion that the presented activity can help students with better understanding of physics concepts and connections between them. The teacher also added that such an activity places considerable demands on the teacher to answer or explain the issues concerning the situations that students draw to each equation. According to the teacher, it is important to realize that this activity is not suitable for every teacher as well as for every class – for example, it is necessary to consider whether the students or the teacher are willing to work the way it is described in the activity. At the end of the interview, the teacher said that it is important to treat that kind of activities wisely and the activities should not be used in every physics lesson.

### **3.3.5 Reasonableness of the answers**

A very important part of solving physics tasks is a discussion of task results. It is important for each solver to think about feasibility of the answers when solving physics tasks. The activity works with verification of numeric values in tasks' answers on the basis of students' experiences. It should also help students to create an idea about real values of the task answers.

The aim of this activity is to realize that it is necessary to think about the results during solving quantitative physics tasks. Students should try to think about reality of the task results and thus verify whether their solution can be right.

The assignment of the activity was inspired by a teacher who used the same method of teaching in her physics lessons. The teacher collects the wrong answers from the students' written examinations and once in a while she assigns several wrong and right answers to

the students and she asks her students to decide whether and why these answers are wrong or correct.

For this activity, two worksheets were prepared – on kinematics and dynamics. Both worksheets are applicable to secondary school students (Appendix B.5 and C.5).

### **3.3.5.1 Inclusion of the activity in teaching**

Physics chapters containing tasks with numerical values with which students have experience from the real life are suitable for this activity.

It is also necessary for a teacher to assign to students only tasks with real values in common lessons. Failing that, students can be confused by the unreal results and the meaning of the activity might fade away.

### **3.3.5.2 How to work with the activity**

During this activity, students receive worksheet with several answers to physics tasks. The aim for students is to determine, which of these answers are real and which are nonsensical. The students also should support their statements by some arguments.

The students work individually or in pairs, and they check and comment their results with the teacher afterwards.

It is also very expedient if the teacher states some typical as well as extreme values of physics quantities in each taught physics part (e.g. typical values of electric resistances, refractive indices, specific heats). The students have an opportunity to compare values of quantities with which they do not have direct experience this way.

### **3.3.5.3 Testing of the activity**

The activity was tested at an upper secondary school by first year students (at the age of 15-16). The students worked better during completing the prepared worksheet than usual according to their teacher. The teacher thought that it could be caused by the fact that such a method of work was new for the students and they liked it for this reason.

The interviewed students appreciated the activity very much. According to them, the activity was very interesting and useful at the same time. They saw the usefulness of the activity in the opportunity to practise already explained schoolwork in a different way. The students also rated very high that the tasks prepared in the worksheet were closely connected with problems they know from real life.

*“Everything was clear, we knew what to do, and we could practise something thanks to the worksheet. And it was also practical and more gripping. Just tasks from an ordinary life.”*

The teacher’s opinion about usefulness and usability of the activity concurred with the opinion of the students very well. The teacher considered the activity suitable for practising



the schoolwork in another way than the common solving of physics tasks is. He also mentioned he hopes that such an activity helps at least several students with thinking about correctness of their answers in future solving of physics tasks.

*“Maybe some students, not everybody but some of them, take from this activity also the superstructure – that there can be trouble with the result. When they will have results of a common task and when they will make some numerical mistake, they will say to themselves ‘Aha, the value is somehow huge. This doesn’t seem right.’ So, they will check it after that.”*

### 3.3.6 Solving aloud

Problem solving belongs to activities that run in solvers’ minds for the most part; thereby it is very difficult for teachers to know exactly what is going on in students’ minds during solving physics tasks. It is also very difficult to improve problem solving skills unless the teacher explains all steps in solving a physics task aloud (Whimbey & Lochhead, 1999).

For this reason, the described activity works with easy physics tasks that students solve by “thinking aloud”. This approach leads the students to more careful qualitative analysis of the physics tasks.

The activity was inspired by a book (Whimbey & Lochhead, 1999) where thinking aloud is used to help readers to increase their analysis skills for analytical problems and reading comprehension.

#### 3.3.6.1 Inclusion of the activity in teaching

*Solving aloud* is an activity that can be used anytime in the class. Easy physics tasks with a short assignment are suited for the activity.

The activity is intended rather for students in selected physics seminars or for classes with smaller number of students. It is also suitable for classes where a teaching assistant works besides the teacher.

#### 3.3.6.2 How to work with the activity

The activity can be divided in two parts. In the first part, the teacher solves the physics tasks aloud – he or she is *a solver* – and the students supervise him or her (the students are *observers*).

The second part is students working in pairs, one student (*the solver*) solves the physics task aloud and the other supervises him or her (*the observer*). After solving the first task, the students switch their roles.

The first part of the activity can be easily used in common classes and can be considered as an independent activity. In the second part, the teacher should take into account whether

using such an activity is practical in the given class and whether the students play along with the activity. The activity should always start with the first part in any case.

The roles of the solver and the observer are very important.

#### *Role of the solver:*

The solver says all steps of the solution as well as all his or her ideas aloud during solving of a physics task. He or she writes each step of the solution and solves the whole task on his/her own.

In the first part of the activity where the teacher is the solver, the teacher can skip some steps of the solution on purpose; he or she quits thinking aloud or makes a mistake in the solution. In such a case, the students should stop the teacher and point out the deficiency. The teacher returns to this part of the solution afterwards, corrects the mistake, and continues with solving of the task. If the students do not point the teacher out he or she reminds them to do so next time.

The activity is focused on thoroughness. It is not right to rush the solution for that reason. The solver should solve carefully even the easiest tasks.

#### *Role of the observer:*

The observers watch and check the solution. In case the solver forgets to say some step of the solution aloud or makes a mistake, the observer stops him or her and asks him or her to rectify the mistake. The observer's goal is to pay attention to the work of the solver. The observer never solves the task instead of the solver.

After the solver solves the task correctly, the observer copies the solution into his exercise book.

#### **3.3.6.3 Testing of the activity**

The activity was tested by first year university students and at one secondary school in the first year (students at the age of 15-16). During the university seminar, only five students were participating. Yet, several interesting problems appeared during the work with the activity.

Although easy secondary school physics tasks were prepared for the activity, the university students had trouble with starting to solve the tasks aloud. After I (as the lecturer) showed them what the solution should look like (I solved the first task as the solver and the students were the observers), this obstacle was eliminated. However, the students faced also another obstacle – in the group with two students working in pair, not a single one was able to keep the role of the observer and not to interfere in the solution. During the ensuing discussion they confessed this was very big problem for them.

The university students appreciated the activity. According to them it was rather difficult to solve the tasks aloud and do not skip any step in the solution, on the other hand the students added that such an approach helped them to better understand the individual steps of the solution and the problem in general. They compared the activity to the technique how they tutor the children in maths or physics.

The secondary school students also rated the activity positively. From the interview with the students followed they see the role of the solver as more difficult than the role of the observer. Nevertheless, they consider the role of the observer to be very important in this activity. According to the students, the observer has to focus on the solved task and he or she has to watch carefully the solution of the task to stop the solver immediately after he or she makes a mistake. Thanks to the observer, the solver has the opportunity to correct the mistake immediately.

One student also stated what – according to her – another advantage of dividing students into solvers and observers is:

*“It is also good that the observer only watches the solution and he doesn’t solve the task, because he could get further in the solution – be ahead – than the solver; and he could give hints. This way, he has to focus and pay attention whether the solver makes mistakes.”*

The students also appreciated that thanks to the activity they are forced to think about the solution of the task. One student added that usually the students hurry to solve the given physics task as fast as possible and they do not think about the problem and only try to choose some equation quickly, matching it with the quantities in the task assignment.

*“Usually, all students hurry to solve the tasks as fast as possible and they do not think about the solution. They just ‘throw’ the numbers into the formulas somehow. Like this, it forces us to think about it. If we used the activity more often, it would surely help us to learn to think better about the task.”*

According to the teacher, the students have a problem with rigorous observance of the activity assignment. For example, the observers had a tendency to give the solvers clues and the solvers did not say all their ideas aloud. The teacher thinks that this is caused by students’ deep-rooted customs and it would be possible to eliminate these problems by repetitive training of the activity.

The teacher stated that the biggest problem appeared when the solver did not know how to start to solve the given physics task. The solver wrote down a list of given and searched quantities, drew a diagram, but he or she was not able to force him- or herself to continue with the solution. Nevertheless, this approach is, according to the teacher, common and it is very difficult to convince the students of for example searching a similar task instead of their attitude “I don’t know how to continue and therefore I won’t do anything”.

In spite of problems that occurred during the activity, the teacher considered the activity very beneficial for the students. He believed that the activity forces the students to really understand the task solution. The fact that all students are engaged in the activity is evaluated also as a big benefit by the teacher.

The biggest disadvantage of the activity is seen by the teacher in the feasibility of effective management of the class. With large numbers of students in the class, the teacher manages to watch the work of the individual pairs only with difficulty. Nevertheless, according to the teacher, the work in pairs during this activity is very beneficial for the students and therefore he decided to include the activity into the physics class more often. The teacher intends to try to use this activity in specially designed physics lessons where only one half of the students is present and he wants to divide the students into groups of fours for the work.

### **3.3.7 Creating own problem solving plan**

As I described in the first chapter *Solving of quantitative physics tasks*, many problem solving plans can be found in professional literature (e.g. Svoboda & Kolářová 2006 or Caliskan et al., 2010 describe a general plan for solving quantitative physics tasks; Van Ausdal, 1988 states detailed “Structured Approach to One-Dimensional Constant Acceleration Problems” in mechanics; or very well-known Polya, 2004 shows the four-step solving technique in mathematics that can be, and often is, easily adopted into physics). All these plans are very similar in grounds and are very closely connected to the problem solving cycle stating in cognitive psychology (see Figure 1).

Although problem solving is partly a creative activity and there is no problem solving plan suitable for all physics tasks (or even for all solvers), the above mentioned plans describe how expert problem solvers proceed when they solve quantitative tasks. If we want to teach students to “think like physicists” (Van Heuvelen, 1991), it is convenient to present some of the plans to the students and to teach them how to use the plans.

The activity described in this chapter focuses on creation of own problem solving plan. The main aim for students working on this activity is to realize, the problem solving process consists of several very important steps that are good to follow when solving physics tasks and useful recommendations to what is necessary to pay attention. Students also realize which steps they use and compare their own problem solving plan with an expert-like one.

#### **3.3.7.1 Inclusion of the activity in teaching**

The activity is suitable for students of all secondary school classes. Nevertheless, it is not suitable for complete beginners. Before using the activity, teacher should consider whether his or her students have sufficient experiences in solving physics tasks to be able to create their own problem solving plan.

The time demand is rather high. The activity can be carried out during one lesson if necessary; nevertheless, the suggested time limits must be very strictly kept during the work. The time pressure can badly influence the activity course and the results. Also, there is a strong possibility of leaving the work unfinished and missing the aim of the activity. For this reason, I recommend to reserve two consecutive lessons for this activity.

### **3.3.7.2 How to work with the activity**

*Creating of own problem solving plan* is divided into four phases. Students work on the plan in the first three phases and present their plan in the last phase. The work runs in groups. The number of members in the groups is increased during the work. The students start work in pairs and the groups are joined twice, so they finish their work in groups of eight. In case of different number of students in class, the teacher should adjust the division of the students, so that the final groups contain about six to ten students<sup>12</sup>.

The development of the activity together with time demand of the individual phases is described in the methodical material in detail (see Appendix B.7 and C.7). Below you can find brief characterization that helps you to create coherent picture of the activity.

In the first phase, students work in pairs. They write down as many ideas as they can to answer the question “How do I proceed and what do I pay attention while solving quantitative physics task?” Every single idea should be written on a separate piece of paper. (The self-stick notes turned out to be very handy during testing of the activity.)

The second phase is very similar to the first one, the difference is that students work in fours now (two pairs together). They discuss their ideas, group similar ideas together, and they add other ideas that occur to them.

In the third part, the foursomes team up and they create groups of eight (in a common case with 32 students in class, they create four groups). In this phase, students can still add other ideas, but their main goal is to classify their thoughts, make some structure of them, and most importantly, to create their own problem solving plan on the base of the ideas written on the pieces of paper. Students should represent their plan graphically. For this reason, sheets of big format paper, felt-tip pens, coloured pencils or crayons and adhesive tapes must be prepared for them.

Presentation of students’ plans takes place in the fourth phase of the activity. The form of the presentation of the results of individual groups can be chosen from several possibilities – short oral presentation, commented tour through plans’ exhibition, etc. During the presentation, students should present their own ideas, acquaint with work of other groups, and compare their own results.

---

<sup>12</sup> In a case when the number of students in the class is not divisible by eight, the teacher should lead the division of the students to create the final groups of 6 to 10 students.

Afterwards, teacher shows students one of the “professional” problem solving plans and offer the opportunity to compare their plan with the plan recommended by expert problem solvers. It is also useful to discuss with students what parts of their plans are the most important for them, whether there are some big differences between their plans and the professional ones, whether there appeared some notes that surprised them or helped them to realize some important steps in the problem solving process, or for example whether the students made a “promise” they would pay (greater) attention to some steps when solving physics tasks. During this activity, the students can be also inspired by hints and recommendations of their classmates, which can be sometimes more useful for them than the recommendations provided by the expert problem solvers.

The teacher can use results of this activity during standard physics class when solving quantitative tasks. He or she can refer to the created students’ problem solving plans and show, which part of the plan (which step) he or she follows at a given moment.

Teacher can also return to the created plans after a longer period (for example after half a year) and ask students to review the problem solving plans and their individual steps. They can discuss whether students really use some steps or whether some steps can be added after gaining more experience.

### ***3.3.7.3 Testing of the activity***

This activity was tested in a first year of bachelor’s degree for the future physics teachers and in a first grade at a secondary technical school (students at the age of 15-16). Mechanics was gone over in both groups which could partly affect the particular ideas in the created problem solving plans.

#### **University students**

The university students worked on the problem solving plan for only one lesson (45 minutes). Four students were present on the lesson (there are only eight students in the class). For this reason, the activity was adjusted to them – they worked individually in the first phase, in the second phase they were paired, and they created their own problem solving plan in the team of four. After creating and presenting the plan, the students and I discussed beneficial effects of the activity.

Students agreed on the usefulness of the activity during the concluding discussion. They saw the benefit especially in the opportunity to try to form their own problem solving plan and to realize what steps they actually use during solving physics tasks. They also mentioned that it was very useful to work in groups because they would not cover all steps needed for solving physics tasks individually and this way, they had an opportunity to be inspired by hints and recommendations of their peers.

#### **Secondary school students**

At the secondary school, the activity ran for two consecutive classes (90 minutes). The school has a STEM aimed curriculum, for this reason boys predominated among the students (only

one girl attends the class). 19 students attended the activity which proceeded according to the above mentioned instructions. The students started their work in pairs or trios, and at the end they created two individual problem solving plans. The activity was led by students' regular teacher; I only observed the students' work and interviewed two students and the teacher after finishing the activity.

Students approached the activity very lively and creatively. Level of their enthusiasm was surprising also for the teacher, who did not expect such a positive students' approach. The students enjoyed especially the phase where they made the final problem solving plans.

The students did not obtain any instructions what the problem solving plan should look like. They chose their own form of graphical representation. They created very interesting and useful plans (see Figure 11, 12, and 13) and were also very pleased when they found out their own plans are comparable to the expert-like plans.

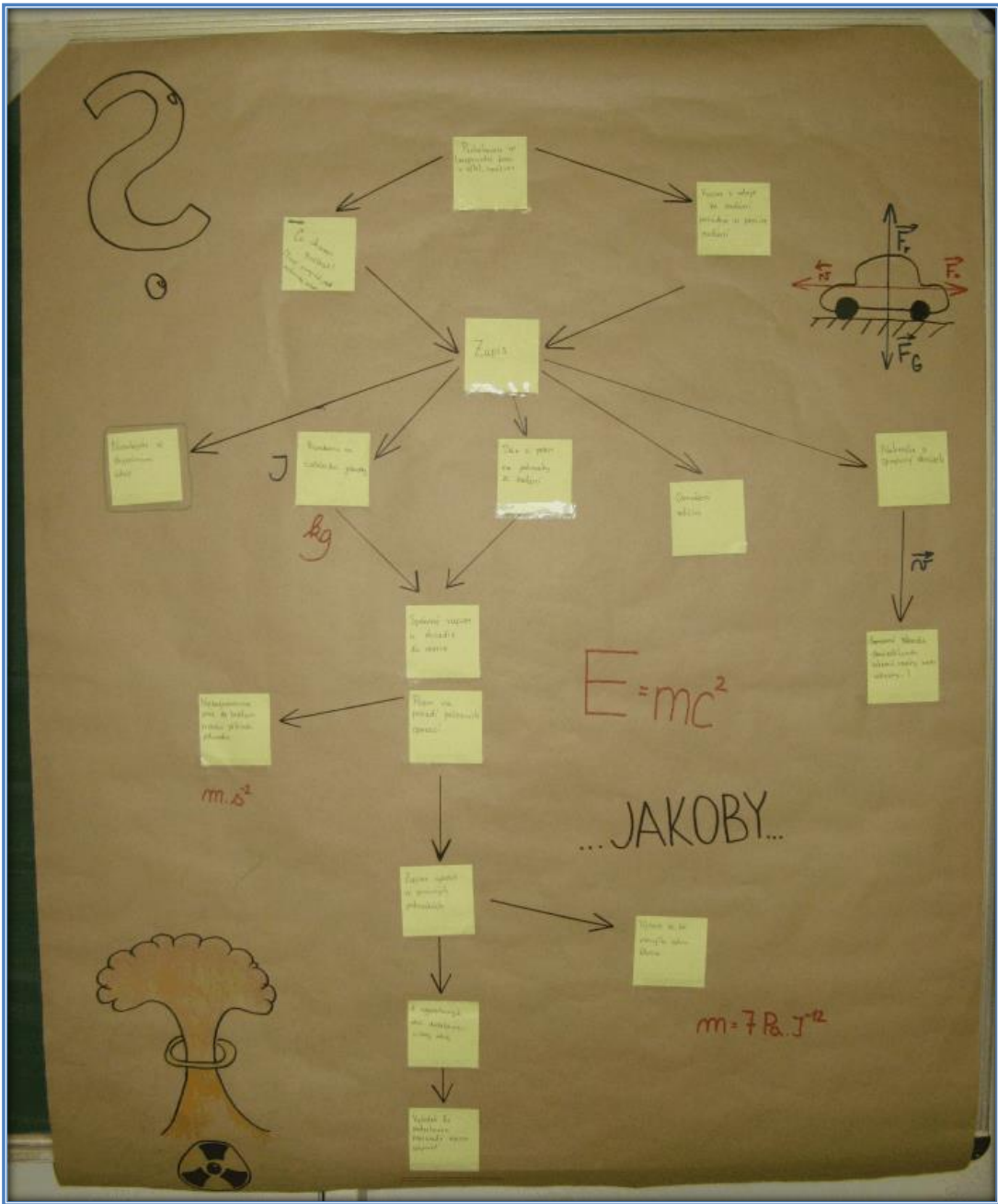


Figure 11: Photo of the first students' problem solving plan.



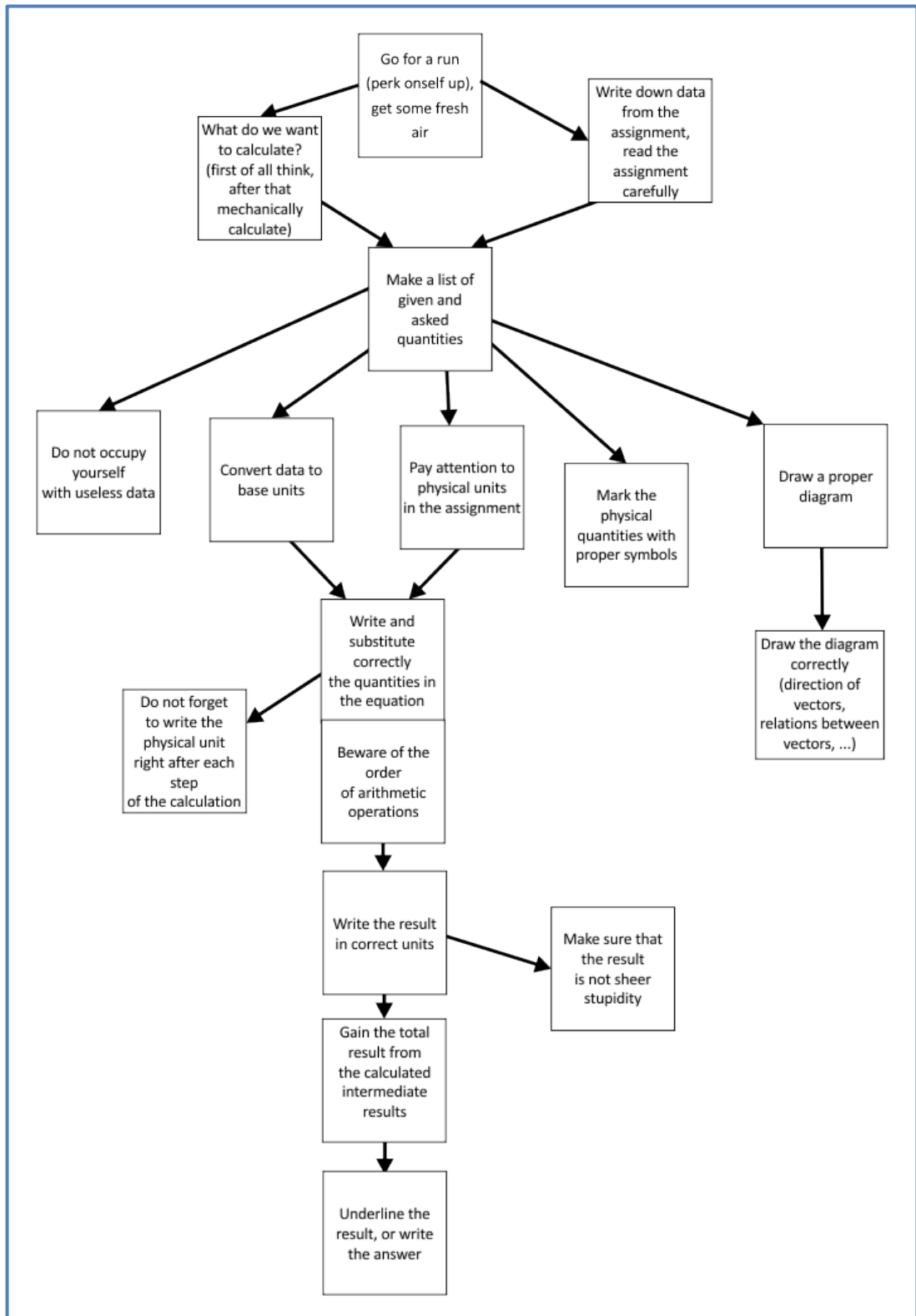


Figure 12: English version of the first students' problem solving plan.

## The twelve commandments of calculation

1. To read the assignment thoroughly
2. To have correct list of given and asked quantities
3. Checking physical units of the quantities
4. A sketch or a diagram
5. To write basic formulas
6. Checking during substitution in the formulas
7. Rough estimate
8. To follow the sequence of the solution
9. Calculation
10. To watch out for the units of the result
11. To answer the question put in the assignment
12. To check the result

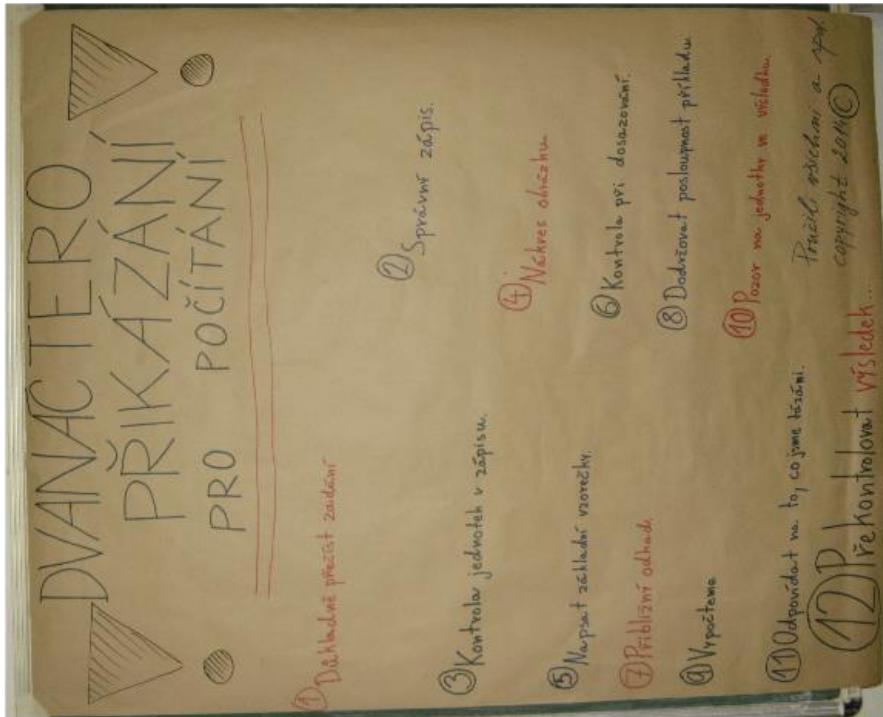


Figure 13: Photo of the second students' problem solving plan and its English version.

From Figure 11-13 can be seen that one group of students depicted the problem solving plan in a form of a tree structure, whereas the second group chose the form of twelve important items.

During the interview, both students stated independently that they saw the activity as a useful way of realizing importance of particular steps required during solving physics tasks. They concurred that it can help students to start to use the steps of the problem solving plan they did not use before. The students also viewed the activity to be suitable to realize what they automatically do during solving of physics tasks.

*“It was great. ... The division [into pairs, tetrads, and octads] was good, because we devised something at first, then something else was added to this. One half of it was maybe the same, but several new ideas were added, and our work was gradually completed in more detail. Thus, the ideas stacked up and because of this, we found out many details we didn’t have in the beginning.”*

*“We could realize what we usually do. Thus, it helped me. And most importantly, a person who is usually skipping some steps realizes it and maybe won’t skip them next time.”*

*“We can realize what we should do during solving tasks, to avoid panic, to realize what to do as the first step. When one solves a task, he doesn’t realize it very much. He does many things automatically and mainly, he skips some things. But like this, when we can think about it, we realize many things we didn’t do before and we could start to do now.”*

The teacher’s opinion was very similar to the students’ answers. According to him, one of the biggest benefits of the activity is that students themselves realize what they should do during solving physics problems and that the plan is not forced upon them by any authority. According to the students as well as the teacher, the problem solving plan can be used in other subjects (e.g. mathematics) with only small modifications.

In teacher’s point of view, the weakest point of the activity is the required time. He regretted he had to stop some phases of the activity and force students to proceed to following phases.

### **Expert performance**

The activity was also presented on GIREP-MPTL 2014 International Conference (GIREP-MPTL, 2014) as a workshop (see Figure 14) where the participants had the opportunity to create their own problem solving plan. Five participants took part in the workshop. In the first phase they worked individually, in the second phase they created one pair and one trio, and they were grouped together afterwards to work collectively on the final problem solving plan. Most of the participants were secondary school teachers.

The outputs of the workshop will be published in proceeding of the GIREP-MPTL International Conference.



**Figure 14:** Workshop participants creating their own problem solving plan.

All participants were much more experienced in solving physics tasks than the university and secondary school students, which affected the created plan. Whereas the students were influenced by the physics topic they went over during creation of the problem solving plan, the participants of the workshop tried to create a plan that would be more general and that would involve all thinkable cases occurring in solving quantitative physics tasks in all topics.

The created plan consisted of two parts – general and particular problem solving steps. The general problem solving steps that are suitable for all physics tasks and all solvers formed the midstream of the plan. The particular specifics were placed on the sides of the plan. I would like to state a note from one workshop participant from Malta as an illustration of the particular step:

*“In Maltese case, translate to Maltese.”*

This statement means a call to students for translation of the task assignment from English to Maltese, because the native tongue of the students is Maltese but the primary language of instruction in secondary education in Malta is English.

The problem solving plan also contained arrows connecting the notes and problem solving steps. At the beginning of the creation of the problem solving plan, the arrows represented

course of the task solution and they had similar meaning like arrows in flowcharts, where an arrow coming from one symbol and ending at another symbol represents that control passes to the symbol the arrow points to. Nevertheless, the arrows received another meaning during formation of the problem solving plan – they represented also relations and bonds between the problem solving steps at the end of the work.

After creating the plan, a discussion about participants' experiences with students' difficulties in solving physics tasks was approached. During the discussion, the participants acquainted each other with their methods how to help students in developing their problem solving skills. For example, one participant mentioned, that she demands to read task assignment with correct intonation and punctuation from their students. This way the teacher tries to help students with better understanding of the assignment. Another example how to improve students' understanding of the problem was to translate or explain "unknown" words from the task assignment.

### 3.4 Summary

Seven activities oriented on improvement of students' problem solving skills in physics were developed. The activities are focused on quantitative tasks, especially on creation of general problem solving plan, careful reading, conditions of applicability and principles needed for solutions of some physics tasks, importance of physics formulas, contemplation on reasonableness of answers of physics tasks, and solving physics tasks by thinking aloud.

Together with the worksheets and their solutions, detailed methodical materials were also created to all prepared activities (Appendix B and C). The methodical materials contain description of the activity, main aim of the activity and information for teachers how to use it in physics class. Each worksheet contains assignment of the activity, so that students know how to work without teachers' other instructions, and the work part mostly compounded of quantitative physics tasks adopted from Czech secondary school textbooks and collections. The solutions of the worksheets can serve as a support for the teachers during checking the correct answers; nevertheless, they also contain methodical comments highlighting important or interesting facts concerning the given physics task or the activity as such.

Although the worksheets were prepared within this research, teachers who intend to use the above described activities can of course only find inspiration in the created materials and they can prepare their own worksheets. Moreover, it is not necessary to use these activities only by means of the worksheets. On the contrary, it is useful to integrate the activities into common solving of quantitative physics tasks. For example, when the teacher solves some task on the board, he or she can highlight the data significant for the solution, emphasize which physics law or principle from the discussed topic meets the conditions of applicability, or check whether the final result is or is not reasonable. Of course it would

be much more suitable if the students applied these processes in their solutions independently.

The activities were tested mostly at secondary schools, as they are aimed primarily towards upper secondary school students. After each activity had been done, I interviewed two students in the tested class and their teacher to gather their opinion about the usefulness and usability of the activity. Some of the activities were also tested by university students in the study branch "Training Teachers of Physics and Mathematics at Higher Secondary Schools." All activities were rated very positively by the students and the teachers.

The students evaluated the activities as very useful and they often mentioned during the interview that they would like to use similar activities (worksheets) more often in the classes. Nevertheless, such a claim can be for the most part influenced by the fact that the students – as they themselves told me – had almost never met with a similar activity in physics lessons before that. Even some teachers stated that the prepared worksheets are new for their students. On the other hand, the teachers added that they sometimes integrate similar methods or procedures into their lessons on which the activities are focused. But they use them only as a part of common teaching rather than an activity oriented on practising of a concrete part of solving physics tasks.

All the teachers were coincident with the opinion that the prepared activities are beneficial for development of students' problem solving skills in physics. According to them, it is useful to integrate such an activity into their teaching from time to time. Nevertheless, all the teachers also concurred that the activities take some time and for this reason they cannot be used in teaching too often.

The study showed that the concept of the developed activities is perceived very well by students and by teachers. However, it is important to keep in mind that teachers who were willing to try new approaches to the teaching were chosen for the research. The students' positive reactions are for sure partly caused by the fact that the activities were new for the students. The students knew that completing the worksheets or working with the activities is not a common part of their lessons and their behaviour was most likely influenced by their awareness of being observed. On the other hand, the students stated in the interviews what the purpose of the activities is according to them and their answers often agreed with the original intents of the activities.

Findings gained from the study can serve as a good ground for more extensive research focused on investigation of students' skills that those activities develop. This research should be a logical follow-up to the above described work.

## Conclusion

Solving of quantitative physics tasks is an important part of physics education. Nevertheless, students often face many difficulties when solving these tasks. Several studies were devoted to this area and there are still many open problems in it. It is also useful to study these problems in local context of a particular school system. Therefore, solving of quantitative physics tasks at upper secondary schools in the Czech Republic and development of students' problem solving skills is the topic of this doctoral thesis.

The thesis consists of three main parts.

**The first part** (chapter 1) summarizes findings of the existing literature from the field of problem solving in general and in physics education. Problem solving in physics is a very extensive topic. For this reason, the chapter focuses predominately on topics that created a basis for the subsequent research and development of new methodical materials. Two significant aspects appeared during the literature research – how expert and novice solvers approach the process of problem solving and recommendations (problem solving plans) how to proceed during solving of quantitative physics tasks. These two aspects of problem solving in physics were basis of my subsequent work.

Many studies show that there are big differences between experts' and novices' approach to problem solving in physics (for more details, please see subchapter 1.5.3). While experts use various qualitative representations like graphs, charts or diagrams during solving physics tasks, novices do not tend to use these representations. In addition, when they solve quantitative physics tasks, novices (i.e. students) are often centred on formulas.

If we want teach the students to become better problem solvers, it is necessary to develop their problem solving skills and let them familiarize with using strategies that experts use. Nevertheless, students often struggle even while solving well-structured physics tasks. For this reason, in the literature research part I focused on problem solving plans that provide instructions how to proceed during solving well-structured quantitative physics tasks (subchapter 1.5.4).

**The second part** of the thesis (chapter 2) describes research concerning these research questions:

- What strategies students use in solving quantitative physics tasks?
- What is the students' view of solving quantitative physics tasks?
- Are there some patterns that can be identified in students' problem solving process?
- What difficulties students face in solving physics tasks?

A mixed methods research (where qualitative research predominated) was devised for the purpose of answering these research questions. Questionnaires were chosen as a research

instrument to collect data. Two questionnaires for upper secondary school students and one questionnaire for their physics teachers were prepared. Eight secondary schools took part in the questionnaire research; 773 upper secondary students and 17 teachers participated in it.

The students' questionnaires investigated the same problems: (1) problem solving strategies that students use when they solve physics tasks; (2) students' attitudes to solving quantitative physics tasks and (3) difficulties students meet in problem solving in physics.

Both questionnaires differed in investigation of the students' problem solving strategies. In one of the questionnaires nine rating scales and two additional open-ended questions were used, whereas the second questionnaire included open-ended questions only. The open-ended questions offered students an opportunity to describe problem solving strategies in their own words. On the other hand, teenage respondents can have problems formulating their own answers in a written questionnaire. They tend to answer very briefly and write the first idea only. Because of these assumptions I put the list of particular strategies into the rating scales of the second questionnaire.

The other two inquires (2 and 3) were investigated by using open-ended questions. These questions are equal in both questionnaires.

The teachers' questionnaire was researching teachers' views on the strategies that students use in solving physics tasks and what methods and strategies the teachers use to teach the students to solve physics tasks. The questionnaire contained open-ended questions only.

Results of the questionnaire researches are discussed in subchapter 2.5. The main findings are briefly summarised below.

**The third part** of the thesis (chapter 3) describes developed activities and research of their usage. This part is a follow-up of the literature research and findings gained in the questionnaire research.

The activities aim at particular steps that are parts of problem solving plans. The plans describe how experienced problem solvers proceed when they solve quantitative physics tasks.

Seven activities were prepared:

- **Careful reading** – Students are asked to highlight parts of task assignment (numeric as well as nonnumeric) crucial for solving the tasks. It shows students that nonnumeric data in the task assignments are also important in solving physics tasks.
- **Conditions of law's applicability** – Students should realize that it is not possible to use each physical principle in every situation. For this reason, they select from a list physics principles that are applicable in the given situations.



- **Principles needed for solution** – In this activity, students select from a broader list only those physics principles that are necessary for solving the given tasks.
- **Classifying the equations** – Students determine how important assigned equations are and whether they should be memorised. Students also find connections between the equations (whether some equations result from other).
- **Reasonableness of the answers** – Students comment on whether the given numerical answers to physics tasks are reasonable or nonsensical.
- **Solving aloud** – Students solve given tasks aloud to realize each step in the reasoning. They do not skip the steps and are more careful in analysis of their thought processes.
- **Creating own problem solving plan** – Group of students creates their own plan (or hint list) how to proceed with solving of physics tasks.

Two activities (*Principles needed for solution* and *Solving aloud*) were created on the basis of already used techniques. Development of the activity called *Reasonableness of the answers* was inspired by a teacher who uses the same method of work in her physics lessons. Remaining activities were inspired by the literature search and previous research.

For each activity, I prepared methodical materials with a detailed description of their use, and examples of worksheets with solutions ready for secondary school teachers.

Detailed description of the activities is given in subchapter 3.3. All created activities (including worksheets and their solutions) are enclosed in Appendices B and C and they are freely available on the website [http://kdf.mff.cuni.cz/materialy/reseni\\_uloh.php](http://kdf.mff.cuni.cz/materialy/reseni_uloh.php) (Czech version). The English translation of the methodical materials and examples of worksheets (with solutions) are available on [http://kdf.mff.cuni.cz/materialy/problem\\_solving.php](http://kdf.mff.cuni.cz/materialy/problem_solving.php).

The designed materials are not immutable. The activities are intended primarily as an inspiration for teachers how it is possible to work with quantitative physics tasks. The teachers should adapt the activities according to their teaching style; however, the main aims of the activities should be kept in mind.

The usability of the prepared activities and materials was investigated by using a case study. Seven teachers from six Czech secondary schools took part in the study. The teachers tested the activities in their physics lessons (in 12 lessons in 10 different classes in total) Structured observation and interview with the students and the teachers were chosen as data collecting methods. The research is described in subchapter 3.2 and 3.3. The main findings are briefly summarized below.

## Findings of the researches

For the thesis, four main aims were stated:

- To carry out research investigating students' problem solving strategies in physics and their perception of the problem solving processes;
- To identify typical students' difficulties in solving quantitative physics tasks on the basis of the research;
- To suggest recommendations for students and teachers how to proceed during solving physics tasks based on the carried out research and literature research;
- To create methodical materials for teachers and suitable worksheets for students focused on improvement of students' problem solving skills.

The first two aims are closely connected with the questionnaire research described in chapter 2 and the last two aims with the development of the activities stated in chapter 3. From my point of view, the stated aims were fulfilled which is proved by the main findings of the researches stated below.

**The questionnaire research** showed that students often use limiting strategies when they solve quantitative physics tasks (see subchapter 2.5.1). This corresponds with results of previous studies.

Other finding received during the questionnaire research says that students' main aim is "getting a number" when they solve quantitative physics tasks. Their attitude to problem solving is formula-centred and students try to memorize as much physics equations as possible (subchapter 2.5.2). Literature research shows that this problem does not appear in Czech education only, this tendency is global.

The students' difficulties in solving of quantitative physics tasks partially result from the students' behaviour mentioned in the two previous paragraphs. Many students solve physics tasks without deeper understanding of physics concepts and the process of solving quantitative tasks often turns into nearly mindless manipulation with formulas.

Other students' difficulties result from the difference of problem solving skills between students and their physics teacher. The students often do not realize that the teacher is more experienced in solving physics tasks. In a lesson they see that their teacher does not have any troubles while solving tasks. This point of view can lead students to a conviction that they either should know how to solve the task immediately when they read it, or they are not able to solve it at all. For more students' comments see subchapter 2.5.3.

These findings lead me to creation of the **activities** that could help students to mitigate their obstacles in solving of quantitative physics tasks.

All the activities were tested at Czech secondary schools and some of them were also used in university lectures arranged for future physics teachers. The reason was to find out how the students and the teachers evaluate usefulness and usability of the activities.

The study showed that the concept of the developed activities was perceived very well by the students as well as by the teachers. They regarded the activities being useful. As the biggest proof of validity I see that in the interviews both students and teachers often spontaneously stated the same main purposes of the activities as were my original intents.

## Follow-up research

During the development of the activities, other ideas focused on problem solving in physics appeared. These ideas could be used for development of further materials. Two examples are shortly described in Appendix E.

The presented research opens opportunities for follow-up investigation in the field of problem solving in physics. One possible direction of further development is:

- To focus on a long-term research aimed at investigation of problem solving skills that the designed activities help to develop.

Further possibilities within the broader topic of problem solving in physics are:

- To pursue the role of drawing diagrams in physics tasks;
- To investigate why teachers use quantitative physics tasks in their lectures.

These domains have been already researched, but there are many open questions remaining to be investigated. Problem solving is definitely an important and very interesting topic that is worth pursuing further in the future.

## Bibliography

- Amazon.com. (n.d.). In Amazon.com: *Online Shopping for Electronics, Apparel, Computers, Books, DVDs & more*. Retrieved April 28, 2014, from: [www.amazon.com](http://www.amazon.com)
- AP Physics. (2009). In *Work Energy Theorem – AP Physics*. Retrieved March 22, 2015, from: <http://apphysics.wikidot.com/work-energy-theorem>
- Bar Chart Illustration. (n.d.). In *The Physics Classroom*. Retrieved March 22, 2015, from: <http://www.physicsclassroom.com/class/energy/Lesson-2/Bar-Chart-Illustrations>
- Bagno, E. & Eylon, B. (1997). From Problem Solving to a Knowledge Structure: An Example from the Domain of Electromagnetism. *American Journal of Physics*, 65 (8), 726-736.
- Bagno, E. et al. (2000). From Fragmented Knowledge to a Knowledge Structure: Linking the Domains of Mechanics and Electromagnetism. *American Journal of Physics*, 68 (7), 16-26.
- Bartuška, K. (1997). *Sbírka řešených úloh z fyziky pro střední školy I – Mechanika* (1<sup>st</sup> edition). Praha: Prometheus.
- Bednařík, M. & Šíroká, M. (2009). *Fyzika pro gymnázia: Mechanika* (4<sup>rd</sup> edition). Praha: Prometheus.
- Bolton, J. & Ross, S. (1997). Developing Students Physics Problem-solving Skills. *Physics Education*, 32 (3), 176-185.
- Bransford, J. D. et al. (Eds.). (2000). *How People Learn: Brain, Mind, Experience, and School*. Washington: National Academy Press.
- Buffler, A. & Allie, S. (1993). Towards an Active Learning Environment in Physics: Developing Problem Solving Skills through Cooperative Learning. *Proceedings of the Annual Conference of the South African Association of Academic Development* (ed. by C. Boughey & B. Leibowitz), Bellville, 15-29.
- Byun, T. et al. (2008). Identifying Student Difficulty in Problem Solving Process via the Framework of the House Model (HM). *Proceedings of the Physics Education Research Conference*, Vol. 1064, Edmonton, Alberta: AIP, 87-90.

- Caliskan, S. et al. (2010). Instruction of Problem Solving Strategies: Effects on Physics Achievement and Self-efficacy Beliefs. *Journal of Baltic Science Education*, 9 (1), 20-34.
- Chase, W. G. & Simon, H. A. (1973). Perception in Chess. *Cognitive Psychology*, 4 (1), 55-81.
- Chi, M.T.H. et al. (1981). Categorization and Representation of Physics Problems by Experts and Novices. *Cognitive Science*, 5(2), 121 – 152.
- Chráška, M. (2007). *Metody pedagogického výzkumu*. Praha: Grada Publishing.
- Clement, J. (1982). Students' Preconceptions in Introductory Mechanics. *American Journal of Physics*, 50 (1), 66-71.
- Cohen, L. et al. (2000). *Research Methods in Education* (5<sup>th</sup> edition). London: Routledge Falmer.
- Collection of Solved Problems. (2013). In *Collection of Solved Problems in Physics*. Retrieved April 11, 2015, from: <http://physicstasks.eu>
- Creswell, J. W. & Clark, V. L. P. (2011). *Designing and Conducting Mixed Methods Research*. SAGE Publications, Inc.
- Davidson, J. E. & Sternberg, R. J. (2003). *The Psychology of Problem Solving*. Cambridge: Cambridge University Press.
- e-Journals Portal. (n.d.). In *Nalézt e-časopis*. Retrieved April 28, 2014, from: <http://sfx.is.cuni.cz/sfxlcl3/az/ukall>
- Eight Disciplines. (2011). In *Quality-One: Eight Disciplines of Problem Solving*. Retrieved January 25, 2015, from: <http://quality-one.com/eight-disciplines/>
- ERIC. (n.d.). In *Education Resources Information Center*. Retrieved April 28, 2014, from: <http://eric.ed.gov/>
- Etkina, E. et al. (2014). *Active Learning Guide for College Physics*. Boston: Pearson.
- Fuller, U. et al. (2007). Developing a Computer Science-specific Learning Taxonomy. *ACM SIGCSE Bulletin*, 39 (4), 152-170.

- FYKOS. (n.d.). In *Fyzikální korespondenční seminář MFF UK :: FYKOS*. Retrieved May 21, 2014, from: <http://fykos.cz/>
- Fyzikální olympiáda. (n.d.). In *Fyzikální olympiáda :: Aktuality*. Retrieved May 21, 2014, from: <http://fyzikalniolympiada.cz/>
- Garouste, C. (2010). *100 years of educational reforms in Europe: a contextual database*. MPRA Paper 31853, University Library of Munich, Germany.
- Giancoli, D. C. (2000). *Physics for Scientists and Engineers* (3<sup>rd</sup> edition). USA: Prentice Hall.
- Gill, P. et al. (2008). Methods of Data Collection in Qualitative Research: Interviews and Focus Groups. *British Dental Journal* 204 (6), 291-295.
- GIREP-MPTL. (2014). In *GIREP-MPTL 2014 International Conference*. Retrieved November 2, 2014, from: <http://www.unipa.it/girep2014/index.html>
- GROW. (n.d.). In *YourCoach: GROW coaching model*. Retrieved January 25, 2015, from: <http://www.yourcoach.be/en/coaching-tools/grow-coaching-model.php>
- Halliday, D. et al. (2006). *Fyzika – part 1-5 [Fundamentals of Physics]*. Brno: Vutium.
- Harper, K. A. (2006). Student Problem-Solving Behaviors. *The Physics Teacher*, 44 (4), 250-251.
- Harper, K. A. et al. (2007). Cultivating Problem Solving Skills via a New Problem Categorization Scheme. *AIP Conference Proceedings*, 883 (1), 141-144.
- Hayes, J. R. (1989). *The complete Problem Solver* (2<sup>nd</sup> edition). Hillsdale, New Jersey: Erlbaum.
- Hegde, B. & Meera, B. N. (2012). How Do They Solve It? An Insight into Learner's Approach to the Mechanism of Physics Problem Solving. *Physical Review Special Topics – Physics Education Research*, 8 (1).
- Hecht, E. (2000). *Physics: Calculus* (2<sup>nd</sup> edition). USA: Thomson Learning.
- Heller, K. (2000). *The Competent Problem Solver for Introductory Physics*. Greyden Press.

- Heller, P. & Hollabaugh, M. (1992). Teaching Problem Solving through Cooperative Grouping. Part 2: Designing Problems and Structuring Groups. *American Journal of Physics*, 60 (7), 637-644.
- Hestenes, D. et al. (1992). Force Concept Inventory. *The Physics Teacher*, 30 (3), 141-158.
- Hieggelke, C. J. et al. (2006). *E&M TIPERs: Electricity & Magnetism Tasks Inspired by Physics Education Research*. Pearson Prentice Hall.
- Hobden, P. (2003). "The Role of Routine Problem Tasks in Science Teaching," in *International Handbook of Science Education – Part One* (ed. by B. J. Fraser & K. G. Tobin). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Hsu, L. et al. (2004). Resource Letter RPS-1: Research in Problem Solving. *American Journal of Physics*, 72 (9), 1147-1156.
- Hunt, E. (1994). "Problem Solving," in *Thinking and Problem Solving* (ed. by R. Sternberg). San Diego: Academic Press.
- International Physics Olympiads. (2009). In *IPhO – Home*. Retrieved April 11, 2014, from: <http://ipho.phy.ntnu.edu.tw/>
- Jak řešit fyzikální úlohy. (n.d.). In *Fyzikální olympiáda:: Kategorie E, F*. Retrieved June 2, 2014, from: <http://fyzikalniolympiada.cz/kategorie-e-f>
- Kirkley, J. (2003). Principles for Teaching Problem Solving. Technical paper #4. *PLATO Learning, Inc.*
- Kružík, M. (1969). *Sbírka úloh z fyziky pro žáky středních škol* (1<sup>st</sup> edition). Praha: SPN.
- Kurikulární reforma. (2011). In *Metodický portal RVP.CZ*. Retrieved November 12, 2014, from: [http://wiki.rvp.cz/Knihovna/1.Pedagogicky\\_lexikon/K/Kurikul%C3%A1rn%C3%AD\\_reforma](http://wiki.rvp.cz/Knihovna/1.Pedagogicky_lexikon/K/Kurikul%C3%A1rn%C3%AD_reforma)
- Larkin, J. H. et al. (1980a). Expert and Novice Performance in Solving Physics Problems. *Science*, 208 (20), 1335-1342.
- Larkin, J. H. et al. (1980b). Models of Competence in Solving Physics Problems. *Cognitive Science*, 4 (4), 317-345.

- Larkin, J. H. & Simon, H. A. (1987). Why a Diagram is (Sometimes) Worth Ten Thousand Words. *Cognitive Science*, 11 (1), 65-100.
- Lederman, E. (2009). Journey into Problem Solving: A Gift from Polya. *The Physics Teacher*, 47 (2), 94-97.
- Leonard, W. J. et al. (1996). Using Qualitative Problem-solving Strategies to Highlight the Role of Conceptual Knowledge in Solving Problems. *American Journal of Physics*, 64 (12), 1495-1503.
- Lepil, O. et al. (1995). *Fyzika – sbírka úloh pro střední školy* (3<sup>rd</sup> edition). Praha: Prometheus.
- Lepil, O. & Šedivý, P. (2010). *Fyzika pro gymnázia: Elektřina a magnetismus* (6<sup>th</sup> edition). Praha: Prometheus.
- Lesgold, A. M. (1988). "Problem Solving," in *The Psychology of Human Thought* (ed. by R. J. Sternberg and E. E. Smith). New York: Cambridge University Press, 188-213.
- Lundeberg, M. A. (1987). Metacognitive Aspects of Reading Comprehension: Studying Understanding in Legal Case Analysis. *Reading Research Quarterly*, 22 (7), 407-432.
- Malone, K. L. (2008). Correlations among Knowledge Structures, Force Concept Inventory, and Problem-solving Behaviors. *Physical Review Special Topics – Physics Education Research*, 4 (2).
- Mayer, R. E. (1992). *Thinking, Problem Solving, Cognition* (2<sup>nd</sup> edition). New York: W. H. Freeman.
- Mayer, R. E. & Hegarty, M. (1996). "The Process of Understanding Mathematical Problems," in *The Nature of Mathematical Thinking* (ed. by R. J. Sternberg & T. Ben-Zeev). Routledge.
- McDermott, L. (1984). Research on Conceptual Understanding in Mechanics. *Physics Today*, 37 (7), 24-32.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative Research and Case Study Applications in Education* (2<sup>nd</sup> edition). San Francisco: Jossey-Bass Publishers.



- Millerová, K. et al. (Eds.) (2007). *Framework Education Programme for Secondary General Education (Grammar Schools)* (1<sup>st</sup> edition). Praha: Výzkumný ústav pedagogický v Praze.
- Mishler, E. G. (1986). *Research Interviewing: Context and Narrative*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Molitoris, J. et al. (2007). *The Physics Problem Solver (Problem Solvers Solution Guides)*. Piscataway: Research & Education Association.
- Nahodil, J. (2011). *Sbírka úloh z fyziky kolem nás pro střední školy* (1<sup>st</sup> edition). Praha: Prometheus.
- Ogilvie, C. A. (2009). Changes in Students' Problem-solving Strategies in a Course that Includes Context-rich, Multifaceted Problems. *Physical Review Special Topics – Physics Education Research*, 5 (2).
- Oman, R. M. & Oman, D. M. (1997). *How To Solve Physics Problems*. New York: McGraw-Hill.
- OODA Loop. (2015). In *OODA Loop: A Comprehensive Guide to the OODA Loop, The Art of Manliness*. Retrieved January 25, 2015, from: <http://www.artofmanliness.com/2014/09/15/ooda-loop/>
- Patton, M. Q. (1980). *Qualitative Evaluation Methods*. Beverly Hills: Sage Publications.
- Polya, G. (2004). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method* (Expanded Princeton Science Library edition, with a new foreword by John H. Conway). Princeton University Press; Princeton Science Library.
- Pretz, J. E. et al. (2003). "Recognizing, Defining, and Representing Problems," in *The Psychology of Problem Solving* (ed. by J. E. Davidson and R. J. Sternberg). New York: Cambridge University Press, 3-30.
- PTIF. (2013). In *Physics Teacher's Inventions Fair*. Retrieved July 10, 2014, from: <http://vnuf.cz/index-en.html>
- Ruocco, A. C. et al. (2014). A Problem-solving Task Specialized for Functional Neuroimaging: Validation of the Scarborough Adaptation of the Tower of London (S-TOL) Using Near-infrared Spectroscopy. *Frontiers in Human Neuroscience*, 8:185.

- Řešení problémů. (2011). In *Metodický portál RVP.CZ* . Retrieved May 6, 2014, from: [http://wiki.rvp.cz/Knihovna/1.Pedagogicky\\_lexikon/R/%C5%98e%C5%A1en%C3%AD\\_probl%C3%A9m%C5%AF\\_\(kompetence\)](http://wiki.rvp.cz/Knihovna/1.Pedagogicky_lexikon/R/%C5%98e%C5%A1en%C3%AD_probl%C3%A9m%C5%AF_(kompetence))
- Savelsbergh, E. R. et al. (2011). Choosing the Right Solution Approach: The Crucial Role of Situational Knowledge in Electricity and Magnetism. *Physical Review Special Topics – Physics Education Research*, 7 (1).
- Scarl, D. (2003). *How to Solve Problems for Success in Freshman Physics, Engineering and Beyond*. Glen Cove, New York: Dosoris Press.
- Schoenfeld, A. H. (1987). Polya, Problem Solving, an Education. *Mathematics Magazine*, 60 (5), 283-291.
- Shekoyan, V. & Etkina, E. (2007). Introducing Ill-Structured Problems in Introductory Physics Recitations. *AIP Conference Proceeding* 951, 192-195.
- Simon, H. A. (1979). Information Processing Models of Cognition. *Annual Review of Psychology*, 30 (1), 363-396.
- Snětinová, M. (2007). Elektronická sbírka řešených úloh z elektřiny a magnetismu I. (Bachelor thesis). Faculty of Mathematics and Physics, Charles University in Prague, Czech Republic.
- Snětinová, M. (2010). Elektronická sbírka řešených úloh z elektřiny a magnetismu – stejnosměrný elektrický proud (Diploma thesis). Faculty of Mathematics and Physics, Charles University in Prague, Czech Republic.
- Snětinová, M., & Koupilová, Z. (2013). Problem Solving Strategies in High School Physics Lectures. *Scientia in educatione*, 4 (1), 63-72.
- Snetinova, M. et al. (2014a). Students' Strategies in Solving Physics Problems – Questionnaire Research. *Proceedings of The World Conference on Physics Education 2012* (ed. by Mehmet Fatih Tasar), Ankara: Pegem Akademi, 1017-1023.
- Snetinova, M. et al. (2014b). Web Database of Solved Problems Encourages Students' Active Learning in Physics. *ICPE-EPEC 2013 Conference Proceedings* (ed. by Leoš Dvořák & Věra Koudelková), Prague: MATFYZPRESS, 812-816.

- Sternberg, R. J. (1986). *Intelligence Applied. Understanding and Increasing Your Intellectual Skills*. San Diego: Harcourt Brace Jovanovich.
- Sternberg, R. J. (2002). *Kognitivní psychologie* (2<sup>nd</sup> edition) [Cognitive Psychology]. Praha: Portál.
- Strauss, A. & Corbin, J. (1999). *Základy kvalitativního výzkumu: Postupy a techniky metody zakotvené teorie* [Basics of Qualitative Research – Grounded Theory Procedures and Techniques]. Boskovice: Nakladatelství Albert.
- Styer, D. F. (2011). "Find-the-Flaw" Problems. *The Physics Teacher*, 49 (5), 277-279.
- Švaříček, R. & Šedřová, K. (2007). *Kvalitativní výzkum v pedagogických vědách* (1<sup>st</sup> edition). Praha: Portál.
- Svoboda, E. & Kolářová, R. (2006). *Didaktika fyziky základní a střední školy: vybrané kapitoly*. Praha, Karolinum.
- UNESCO Institute for Statistics (2012). *International Standard Classification of Education ISCED 2011*. Quebec: UNESCO-UIS.
- Van Ausdal, R. G. (1988). Structured Problem Solving in Kinematics. *The Physics Teacher*, 26 (8), 518-522.
- Van Heuvelen, A. (1991). Learning to think like a physicist: A review of research-based instructional strategy. *American Journal of Physics*, 59 (10), 891-897.
- Van Heuvelen, A. & Maloney, D. P. (1999). Playing Physics Jeopardy. *American Journal of Physics*, 67 (3), 252-256.
- Volf, I. (1998). *Metodika řešení úloh ve výuce fyziky na základní škole*. Hradec Králové: MAFY.
- Web of Science. (2014). In *Web of Science*. Retrieved April 28, 2014], from: <http://www.webofknowledge.com>
- Whimbey, A. & Lochhead, J. (1999). *Problem Solvig & Comprehension: A Short Course in Analytical Reasoning* (6<sup>th</sup> edition). New York: Routledge.
- Work and Energy Review. (n.d.). In *The Physics Classroom*. Retrieved March 22, 2015, from: <http://www.physicsclassroom.com/reviews/energy/energyans3.cfm>

- World Health Organization. (1997). *Life skills education for children and adolescents in schools: Introduction and guidelines to facilitate the development and implementation of life skills programmes*. Geneva: World Health Organisation” Programme on Mental Health.
- Yap, K. C. & Wong, C. L. (2007). Assessing conceptual learning from quantitative problem solving of a plane mirror problem. *Physics Education*, 42 (50).
- Yin, R. K. (2003). *Case study research: design and methods* (3<sup>rd</sup> edition). Thousand Oaks: SAGE Publications.
- Žák, V. (2011). *Fyzikální úlohy pro střední školy*. Praha: Prometheus.
- Zimmerman, B. J. & Campillo, M. (2003). “Motivating Self-Regulated Problem Solvers,” in *The Psychology of Problem Solving* (ed. by J. E. Davidson and R. J. Sternberg). New York: Cambridge university Press, 233-262.
- Zou, X. (2001). The Role of Work-energy Bar Charts as a Physical Representation in Problem Solving. *Physics Education Research Conference 2001*.

## List of figures

Figure 1	Problem solving cycle .....	19
Figure 2	What students should be able to do by the end of their upper secondary education .....	22
Figure 3	Block diagram of problem solving plan describing how to proceed in solving quantitative physics tasks .....	32
Figure 4	A motion diagram illustrated the details of the physics situation described in the sample task .....	35
Figure 5	Knowns and unknowns are listed for each part of the sample task.....	35
Figure 6	List of cities and secondary schools engaged in the questionnaire research .....	46
Figure 7	Students' answers to the question: "How often do you use strategies mentioned below?" from the questionnaire S1 .....	48
Figure 8	Using problem solving strategies in particular classes (questionnaire S1) .....	48
Figure 9	Students' most important issues in problem solving process and relations between them .....	53
Figure 10	List of cities and secondary schools engaged in the study of the activities.....	66
Figure 11	Photo of the first students' problem solving plan.....	88
Figure 12	English translation of the first students' problem solving plan.....	89
Figure 13	Photo of the second students' problem solving plan and its English translation ...	90
Figure 14	Workshop participants creating their own problem solving plan .....	92

## List of tables

Table 1	Limiting and expansive strategies identified in research .....	25
Table 2	UQAPAC+SE problem solving plan .....	30
Table 3	A structured approach to one-dimensional constant acceleration problems .....	34
Table 4	Example of application of work-energy bar charts .....	37
Table 5	List of open-ended questions included in the questionnaires S1 and S2 .....	42
Table 6	Description of problem solving strategies in rating scales of the questionnaire S1 .....	43
Table 7	Number of respondents in particular classes and particular questionnaires .....	44
Table 8	Methods and strategies mentioned in answers to the questionnaire S2 .....	49
Table 9	List of open-ended questions in the teachers' questionnaire .....	60
Table 10	Framework of the questions used to interview the teachers and the students .....	67
Table 11	Example of different diagrams in different physics topics .....	272

## List of publications

- Snetinova, M. (2011). Quantitative Physics Tasks. *WDS'11 Proceedings of Contributed Papers: Part III – Physics* (ed. by J. Safrankova & J. Pavlu). Prague: MATFYZPRESS, 61-65.
- Snětinová, M. (2011). Možnosti kvantitativních úloh ve výuce fyziky. *Smíšený design v pedagogickém výzkumu: Sborník příspěvků z 19. výroční konference České asociace pedagogického výzkumu* (ed. by T. Janík, P. Knecht & S. Šebestová). Brno: MU, 263-266.
- Snetinova, M. & Koupilova Z. (2012). Students' Difficulties in Solving Physics Problems. *WDS'12 Proceedings of Contributed Papers: Part III – Physics* (ed. by J. Safrankova & J. Pavlu). Prague: MATFYZPRESS, 93-97.
- Snětinová, M., Dvořák, L. & Koupilová, Z. (2012). Zkušenosti studentů s řešením fyzikálních úloh. *Veletrh nápadů učitelů fyziky 17: Sborník z konference* (ed. by V. Koudelková). Praha: P3K, 259-263.
- Snetinova, M. & Koupilova, Z. (2013). Students' Perception of the Problem solving Process in Physics. *ICPE-EPEC 2013 Conference Proceedings* (ed. by L. Dvořák & V. Koudelková). Prague: MATFYZPRESS, 1052-1057.
- Snětinová, M. & Koupilová, Z. (2013). Problem Solving Strategies in High School Physics Lectures. *Scientia in education*, 4 (1), 63-72.
- Snětinová, M. et al. (2013). Řešení fyzikálních úloh na středních školách – dotazníkový průzkum. *Fyzikálne vzdelávanie v systéme reformovaného školstva: Zborník referátov z XVIII. Medzinárodnej konferencie DIDFYZ 2012* (ed. by M. Štubňa & M. Benko). Nitra: Fakulta prírodných vied Univerzity Konštantína Filozofa a Pobočka JSMF, 528-535.
- Snetinova, M., Koupilova, Z. & Reichl, J. (2014). Students' Strategies in Solving Physics Problems – Questionnaire Research. *Proceedings of The World Conference on Physics Education 2012* (ed. by Mehmet Fatih Tasar), Ankara: Pegem Akademi, 1017-1023.
- Snetinova, M. & Koupilova, Z. (2015). Solving of Quantitative Physics Tasks – Selected sub-Skills and How to Teach Them. *Proceedings of the GIREP-MPTL 2014 International Conference* (ed. by C. Fazio, R.M. Sperandeo Mineo). Palermo: Università degli Studi di Palermo, 1087-1094.

## Appendices



## **Appendix A**

### **Questionnaires investigating problem solving in physics at Czech secondary schools**

On the following pages, questionnaires investigating students and teachers attitudes to solving of quantitative physics tasks at secondary schools can be found. The questionnaires are attached in the original form and for this reason they are in Czech. The English description of the questionnaires and translation of the questions are stated in chapter 2 (subchapters 2.4 and 2.5).

## A.1 Students' questionnaire S1

Vážení studenti,

v rámci své disertační práce se zabývám strategiemi a postupy při řešení fyzikálních úloh. Tento dotazník by měl napomoci získat představu, jak to s řešením fyzikálních úloh vypadá na středních školách. Prosím, vyplňte dotazník co nejpravdivěji.

Mnohokrát děkuji za spolupráci.

Marie Snětinová

Název a adresa školy:

Třída:

Věk:

Pohlaví:



Moje známka z fyziky na posledním vysvědčení:

Můj vztah k fyzice:

---

---

U každého z následujících postupů **zakroužkujte** jednu odpověď, která udává, jak často jej při řešení úloh používáte:

Snažím se najít rovnici, která by obsahovala co největší počet veličin ze zadání úlohy.

často	občas	zřídka	nikdy
-------	-------	--------	-------

Úlohu nejprve vyřeším úvahou a pak teprve spočítám hodnoty.

často	občas	zřídka	nikdy
-------	-------	--------	-------

Po přečtení úlohy si vypíšu seznam daných (známých i neznámých) veličin.

často	občas	zřídka	nikdy
-------	-------	--------	-------

Snažím se najít podobnou úlohu (v učebnici, poznámkách, či v jiných zdrojích).

často	občas	zřídka	nikdy
-------	-------	--------	-------

Popřemýšlím, zda jsme při hodinách fyziky nedělali experiment podobný počítané úloze.

<i>často</i>	<i>občas</i>	<i>zřídka</i>	<i>nikdy</i>
--------------	--------------	---------------	--------------

Úlohu se snažím řešit postupně, rozdělím si ji na menší dílčí problémy.

<i>často</i>	<i>občas</i>	<i>zřídka</i>	<i>nikdy</i>
--------------	--------------	---------------	--------------

Ke každé úloze se snažím nakreslit diagram (obrázek, graf, ...).

<i>často</i>	<i>občas</i>	<i>zřídka</i>	<i>nikdy</i>
--------------	--------------	---------------	--------------

Přemýšlím, jaká je fyzikální podstata úlohy (např. jaký fyzikální zákon je pro úlohu důležitý).

<i>často</i>	<i>občas</i>	<i>zřídka</i>	<i>nikdy</i>
--------------	--------------	---------------	--------------

Pokusím se představit si úlohu v reálné situaci.

<i>často</i>	<i>občas</i>	<i>zřídka</i>	<i>nikdy</i>
--------------	--------------	---------------	--------------

Jiné:

---

---

S jakým největším problémem se při řešení fyzikálních úloh potýkáte?

---

---

---

Co vám při řešení úloh pomáhá?

---

---

---

K čemu si myslíte, že je řešení úloh dobré?

---

---

---

Myslíte si, že vámi zmíněné postupy využijete i při jiné příležitosti? Jak?

---

---

---

Byly Vám nějaké kroky při řešení úloh doporučeny nebo ukázány? Jaké?

## A.2 Students' questionnaire S2

Vážení studenti,

v rámci své disertační práce se zabývám strategiemi a postupy při řešení fyzikálních úloh. Tento dotazník by měl napomoci získat představu, jak to s řešením fyzikálních úloh vypadá na středních školách. Prosím, vyplňte dotazník co nejpravdivěji.

Mnohokrát děkuji za spolupráci.

Marie Snětinová

Název a adresa školy:

Třída:

Věk:

Pohlaví:



Moje známka z fyziky na posledním vysvědčení:

Můj vztah k fyzice:

---

---

Máte nějaký osvědčený postup, který ve fyzice používáte při řešení úloh? Co zkusíte dělat, když hned na první pohled nevíte, jak úlohu řešit?

*(místo pro Vaši odpověď)*

Na co si při řešení úloh dáváte pozor?

*(místo pro Vaši odpověď)*

K čemu si myslíte, že je řešení úloh dobré?

*(místo pro Vaši odpověď)*

Myslíte si, že vámi zmíněné postupy využijete i při jiné příležitosti? Jak?

*(místo pro Vaši odpověď)*

Byly Vám nějaké kroky při řešení úloh doporučeny nebo ukázány? Jaké?

*(místo pro Vaši odpověď)*

### A.3 Teachers' questionnaire

Název a adresa školy:

Kolik let učíte:

Jakou máte aprobaci:

---

*Vážení kolegové,*

*v rámci své disertační práce se zabývám strategiemi a postupy při řešení fyzikálních úloh. Tento dotazník by měl napomoci získat představu, jak to s řešením fyzikálních úloh vypadá na středních školách. Prosím, vyplňte dotazník co nejpravdivěji.*

*Mnohokrát děkuji za spolupráci.*

*Marie Snětinová*

Kolik času věnujete ve výuce řešení fyzikálních úloh? Odhadněte např. v procentech.

Věnujete při hodinách prostor pro výuku jak řešit fyzikální úlohy? Kolik času této činnosti věnujete?

Myslíte si, že studenti skutečně používají při řešení úloh nějaké strategie? Jaké?

Co podle Vás studentům při řešení úloh pomáhá?

## Appendix B

### Activities in Czech language /Aktivity v českém jazyce

In this appendix, developed activities focused on problem solving in physics are enclosed. The activities contain methodical materials, worksheets and their solutions and other materials that were created as a support to the activities. All the activities are in the original Czech form, because the activities were developed for Czech secondary schools.

The activities in English are enclosed in Appendix C.

V této příloze naleznete aktivity zaměřené na řešení úloh z fyziky. Aktivity obsahují metodické listy, pracovní listy s řešením a další materiály, které k aktivitám vznikly.

Tato příloha obsahuje následující aktivity:

- Nečíselné údaje v zadání úlohy (str. 121)
- Každý fyzikální zákon má nějaké podmínky platnosti (str. 130)
- Přiřazování fyzikálních principů (str. 144)
- Klasifikace vztahů (str. 180)
- Smysluplnost odpovědí (str. 196)
- Řešení úloh nahlas (str. 203)
- Vytváření plánu řešení kvantitativních úloh (str. 214)



## B.1 Nečíselné údaje v zadání úlohy

Tato sekce obsahuje:

- Metodický list (str. 122)
- Pracovní list – tlak (str. 124)
- Řešení pracovního listu – tlak (str. 125)
- Pracovní list – opakování z mechaniky (str. 127)
- Řešení pracovního listu – opakování z mechaniky (str. 128)

## Nečíselné údaje v zadání úlohy

Pozorné čtení zadání úlohy je prvním předpokladem jejího úspěšného vyřešení. Při tomto čtení je třeba, aby žák uměl rozlišit důležité informace od nedůležitých, resp. ty důležité vůbec v textu rozpoznal. Hodně žáků si ze zadání vypíše všechny číselné údaje a zbylému textu nevěnuje mnoho pozornosti. Tato aktivita proto cíleně pracuje s analýzou textu zadání. Podobně by mělo být postupováno při řešení jakékoli úlohy. Explicitní zaměření a zdůraznění tohoto kroku v rámci popsané aktivity by mělo vést žáky k tomu, aby se podobně zamýšleli nad každou úlohou.

**Cíl:** Aktivita zdůrazňuje nutnost pozorného čtení zadání úlohy. Jejím cílem je ukázat žákům, že důležité v textu zadání nejsou pouze číselné údaje.

**Vhodné kapitoly:** Lze použít kdykoli, ideálně v tématech, kde se řeší větší množství úloh – např. úlohy o pohybu v kinematice a dynamice. Vhodné jsou k této aktivitě úlohy s delším zadáním, tj. které např. popisují i konkrétní prostředí, do něž je úloha umístěna.

**Poznámka:** Tato aktivita je vhodná spíše pro mladší studenty (např. studenty nižších ročníků gymnázií).

**Časová náročnost:** krátká aktivita (10-15 minut, podle počtu úloh); do časové náročnosti není započítáno samotné řešení úloh

### **Průběh v hodině:**

Studenti dostanou nakopírovaná zadání několika (3-5) úloh z probíraného celku. Jejich úkolem je v první úloze vyznačit (podtrhnout) jednotlivé důležité části zadání (tj. jde i o „nakouskování“ zadání na jednotlivé informace) a vytvořit zápis.

Poté zkontrolují svoje řešení se spolužákem (sousedem v lavici).

Učitel poté za pomoci žáků úlohu vyřeší na tabuli – postupně projde celý text zadání, vyznačí důležité údaje, vypíše zápis.

### **Doporučení:** tři čtení

- 1. čtení – přečtu si zadání, abych získal celkový obrázek o situaci
- 2. čtení – pečlivě čtu větu po větě (nebo kratší úseky), označuji důležité části (pokud to lze) a vypisuji si je = píšu zápis úlohy
- zkontroluji si zápis, že je srozumitelný
- 3. čtení – přehlédnu ještě jednou zadání úlohy, zda mi něco neuniklo – zaměřím se zejména na ty části, které nejsou označené jako důležité

Potom žáci projdou a vypíší údaje z dalších úloh v pracovním listě. Pracují samostatně a po vyřešení si porovnají svůj zápis se spolužákem. Případně poté může učitel promítnout svoje řešení.

**Poznámka:** Řešení žáků se mohou navzájem lišit způsobem, jak jsou některé informace zapsány. Důležité však je, aby byly zapsány všechny.

Žáci mohou potom úlohy vyřešit (lze i jako domácí úkol) a vyznačit, ve které části řešení byly použity vybrané nečíselné informace, a tím ukázat jejich nezbytnost/důležitost pro řešení.

***Doporučení, co dělat v následujících vyučovacích hodinách:***

Tuto aktivitu je vhodné zařazovat opakovaně jako kratičké bloky (zaberou cca minutu) při řešení úloh. Tím se studentům bude připomínat, že je při řešení potřeba myslet i na pozorné čtení zadání.

## Tlak

### Zadání:

Níže je uvedeno zadání pěti úloh na výpočet tlaku. Podtrhněte v zadání všechny části (číselné hodnoty i slovní popis), které jsou důležité pro vyřešení úlohy, a vytvořte zápis úlohy.

### Úlohy:

Pokud budete úlohy řešit, počítejte s gravitačním zrychlením  $g = 10 \text{ N/kg}$ .

1. Na staveništi stojí bagr na pásovém podvozku. Hmotnost bagru je 30 tun. Jeho pásy se dotýkají země plochou  $4,5 \text{ m}^2$ . Jakým tlakem působí bagr na zemi?
2. Na stole leží cihla, která má rozměry 0,30 m, 0,15 m a 0,07 m. Hmotnost cihly je 4,7 kg. Vypočítejte tlak, jakým cihla působí na stůl, pokud leží na své nejmenší stěně.
3. Plachetnice je loď, která je poháněna silou větru. Představte si plachetnici, jejíž plachta má plochu  $6 \text{ m}^2$ . Vítr na ni působí tlakem 200 Pa. Jakou silou tlačí vítr loď?
4. Dospělý samec slona afrického má hmotnost 7 tun. Každá z jeho nohou má přibližně kruhový průřez, jehož obsah je  $13 \text{ dm}^2$ . Jaký tlak na zem vyvolá tento slon za předpokladu, že se tlaková síla, kterou působí slon na zem, rozdělí na jeho čtyři nohy rovnoměrně?
5. Na pláni pod sjezdovkou stojí lyžař. Každá jeho lyže je široká 10 cm a dlouhá 170 cm. Lyžař působí na sníh tlakem 2,5 kPa. Jakou hmotnost má lyžař i s výstrojí?

## Tlak

### Zadání:

Níže je uvedeno zadání pěti úloh na výpočet tlaku. Podtrhněte v zadání všechny části (číselné hodnoty i slovní popis), které jsou důležité pro vyřešení úlohy, a vytvořte zápis úlohy.

### Úlohy:

Pokud budete úlohy řešit, počítejte s gravitačním zrychlením  $g = 10 \text{ N/kg}$ .

6. Na staveništi stojí bagr na pásovém podvozku. Hmotnost bagru je 30 tun. Jeho pásy se dotýkají země plochou 4,5 m<sup>2</sup>. Jakým tlakem působí bagr na zemi?

Výsledek: 67 kPa

7. Na stole leží cihla, která má rozměry 0,30 m, 0,15 m a 0,07 m. Hmotnost cihly je 4,7 kg. Vypočítejte tlak, jakým cihla působí na stůl, pokud leží na své nejmenší stěně.

Poznámka 1: Slovo „cihla“ je v zadání úlohy podtržené, protože nese důležitou informaci o tom, jaký tvar má předmět ležící na stole. Tato informace se může v zápisu úlohy projevit pojmenováním následujících délkových údajů – délka, šířka, výška.

Poznámka 2: K výpočtu tlaku, kterým působí cihla na stůl, nejsou potřebné všechny rozměry cihly. Avšak pro méně zdatného řešitele se tato skutečnost ukáže až při řešení úlohy. Proto nepovažujeme za chybu, pokud žáci délku cihly podtrhnou jako důležitou. (Ve vzorovém řešení je číselná hodnota v zadání, která se neprojeví v řešení úlohy, podtrhnuta čárkovaně.)

Výsledek: 4,5 kPa

8. Plachetnice je loď, která je poháněna silou větru. Představte si plachetnici, jejíž plachta má plochu 6 m<sup>2</sup>. Vítr na ni působí tlakem 200 Pa. Jakou silou tlačí vítr loď?

Výsledek: 1,2 kN

9. Dospělý samec slona afrického má hmotnost 7 tun. Každá z jeho nohou má přibližně kruhový průřez, jehož obsah je 13 dm<sup>2</sup>. Jaký tlak na zem vyvolá tento slon za předpokladu, že se tlaková síla, kterou působí slon na zem, rozdělí na jeho čtyři nohy rovnoměrně?

Poznámka 1: Při řešení úlohy je důležité nezapomenout, že je potřeba spočítat plochu všech čtyř nohou dohromady, neboť slon v této úloze stojí na všech čtyřech (slon umí stát i na třech či dokonce na dvou nohou). Z toho důvodu jsou v zadání úlohy podtržená slova „čtyři nohy“. Další důležitá informace je, že má slon všechny čtyři nohy stejně velké (na rozdíl např. od zajíce). Z tohoto důvodu je v zadání úlohy podtržené slovní spojení „každá z jeho nohou“.

Poznámka 2: Při řešení této úlohy lze s žáky diskutovat, zda je horší, pokud vám na nohu stoupne slon nebo žirafa (při hmotnosti žirafy 700 kg a ploše jednoho kopýtka 1,3 dm<sup>2</sup> bude tlak vyvolaný zvířaty stejný). Případně lze porovnat tlak, kterým působí na zem slon a bagr z první úlohy. A co teprve žena na jehlových podpatcích!

Výsledek: 134,6 kPa

10. Na pláni pod sjezdovkou stojí lyžař. Každá jeho lyže je široká 10 cm a dlouhá 170 cm. Lyžař působí na sníh tlakem 2,5 kPa. Jakou hmotnost má lyžař i s výstrojí?

Poznámka: Sjezdové lyže, které v dnešní době můžeme vidět na sjezdovkách, sice nemají přesný obdélníkový tvar, ale při výpočtu této úlohy jejich vykrojení zanedbáváme.

Výsledek: 85 kg

### Použitá literatura s označením úloh ve zdrojích:

*Úlohy na výpočet tlaku* [online]. [cit. 2. 1. 2014] Dostupné z:  
[http://www.ruzenka.cz/wiki/index.php/Úlohy\\_na\\_výpočet\\_tlaku](http://www.ruzenka.cz/wiki/index.php/Úlohy_na_výpočet_tlaku)

- úlohy: **1, 2**

*Tlak a příklady* [online]. [cit. 2. 1. 2014] Dostupné z:  
[http://www.zsondrejov.cz/Vyuka/F-7H/Treni-tlak\\_03.pdf](http://www.zsondrejov.cz/Vyuka/F-7H/Treni-tlak_03.pdf)

- úlohy: **3, 5**

ROJKO, M. & KOL. *Fyzika kolem nás, Fyzika 3 pro základní a občanskou školu*. 1. vyd. Praha: Scientia, 1997. ISBN: 80-7183-101-8.

- úlohy: **4**

## Opakování z mechaniky

### Zadání:

Níže je uvedeno zadání šesti úloh z mechaniky. Podtrhněte v zadání všechny části (číselné hodnoty i slovní popis), které jsou důležité pro vyřešení úlohy, a vytvořte zápis úlohy.

### Úlohy:

1. Rychlost auta v prudkém stoupání je  $30 \text{ km h}^{-1}$ . V následujícím stejně dlouhém sjezdu jede rychlostí  $90 \text{ km h}^{-1}$ . Určete, jak velká je průměrná velikost rychlosti auta.
2. Spěchající motorista se snaží překonat kopec. Stoupání i klesání jsou dlouhé  $3,5 \text{ km}$ . Má ale staré auto, takže do kopce může jet nejvýše rychlostí  $45 \text{ km h}^{-1}$ . Jak rychle musí jet dolů, aby udržel průměrnou rychlost  $60 \text{ km h}^{-1}$ ?
3. Anička si vyjela na kole na výlet. Nejprve stoupala do kopce přibližně konstantní rychlostí o velikosti  $10 \text{ km h}^{-1}$  – tak ujela šestinu celkové trasy. Na dalším úseku rovném jedné třetině celkové trasy už měla před sebou rovnou silnici, ale protože projížděla nádhernou krajinou, kterou si chtěla prohlédnout, zrychlila jen mírně a pohybovala se nyní konstantní rychlostí o velikosti  $20 \text{ km h}^{-1}$ . Zbývající část své trasy už pospíchala do cíle, proto ujížděla zhruba konstantní rychlostí o velikosti  $30 \text{ km h}^{-1}$ . Jak velká byla její průměrná rychlost na celé trase?
4. Marek zvedal balík se šesti jedenapůllitrovými PET lahvemi s vodou na stůl o výšce  $75 \text{ cm}$ , a to se zrychlením  $2 \text{ m s}^{-2}$ . Jakou práci Marek vykonal?
5. Výškový rozdíl mezi hladinou v nádrži hydroelektrárny v Kamýku nad Vltavou a turbínami je  $14 \text{ m}$ . Kaplanovými turbínami proteče za sekundu voda o objemu  $360 \text{ m}^3$ . Výkon generátoru je  $40 \text{ MW}$ . Jaká je v tom případě účinnost hydroelektrárny?
6. Vltava ve Velké u Kamýku nad Vltavou má v jednom místě šířku  $120 \text{ metrů}$ . Pod jakým úhlem k proudu řeky se musí nastavit člun, má-li se pohybovat kolmo k proudu? Velikost rychlosti proudu je  $2 \text{ km h}^{-1}$  a velikost rychlosti člunu vzhledem ke klidné vodě je  $1,5 \text{ m s}^{-1}$ .

## Opakování z mechaniky

### Zadání:

Níže je uvedeno zadání šesti úloh z mechaniky. Podtrhněte v zadání všechny části (číselné hodnoty i slovní popis), které jsou důležité pro vyřešení úlohy, a vytvořte zápis úlohy.

### Úlohy:

1. Rychlost auta v prudkém stoupání je 30 km h<sup>-1</sup>. V následujícím stejně dlouhém sjezdu jede rychlostí 90 km h<sup>-1</sup>. Určete, jak velká je průměrná rychlost auta.

*Poznámka:* Při řešení úlohy není důležité, zda jede auto do kopce nebo z kopce, důležitá informace je, že jsou oba úseky stejně dlouhé. Tuto skutečnost je možné s žáky diskutovat.

*Výsledek:* 45 km h<sup>-1</sup>

2. Spěchající motorista se snaží překonat kopec. Stoupání i klesání jsou dlouhé 3,5 km. Má ale staré auto, takže do kopce může jet nejvýše rychlostí 45 km h<sup>-1</sup>. Jak rychle musí jet dolů, aby udržel průměrnou rychlost 60 km h<sup>-1</sup>?

*Poznámka:* Zde se jedná o stejný případ jako v předchozí úloze. Ani zde není důležité, zda jede auto do kopce nebo z kopce, ale to, že jsou oba úseky stejně dlouhé.

*Výsledek:* 90 km h<sup>-1</sup>

3. Anička si vyjela na kole na výlet. Nejprve stoupala do kopce přibližně konstantní rychlostí o velikosti 10 km h<sup>-1</sup> – tak ujela šestinu celkové trasy. Na dalším úseku rovném jedné třetině celkové trasy už měla před sebou rovnou silnici, ale protože projížděla nádhernou krajinou, kterou si chtěla prohlédnout, zrychlila jen mírně a pohybovala se nyní konstantní rychlostí o velikosti 20 km h<sup>-1</sup>. Zbývající část své trasy už pospíchala do cíle, proto ujížděla zhruba konstantní rychlostí o velikosti 30 km h<sup>-1</sup>. Jak velká byla její průměrná rychlost na celé trase?

*Výsledek:* 20 km h<sup>-1</sup>

4. Marek zvedal balík se šesti jedenapůllitrovými PET lahvemi s vodou na stůl o výšce 75 cm, a to se zrychlením 2 m s<sup>-2</sup>. Jakou práci Marek vykonal?

*Poznámka:* Pro řešení úlohy je důležité, jaká kapalina byla v lahvích obsažena (v našem případě se jedná o vodu). Díky tomu lze dopočítat hmotnost kapaliny.

*Výsledek:* 80 J



5. Výškový rozdíl mezi hladinou v nádrži hydroelektrárny v Kamýku nad Vltavou a turbínami je 14 m. Kaplanovými turbínami proteče za sekundu voda o objemu 360 m<sup>3</sup>. Výkon generátoru je 40 MW. Jaká je v tom případě účinnost hydroelektrárny?

Výsledek: 81 %

6. Vltava ve Velké u Kamýku nad Vltavou má v jednom místě šířku 120 metrů. Pod jakým úhlem k proudu řeky se musí nastavit člun, má-li se pohybovat kolmo k proudu? Velikost rychlosti proudu je 2 km h<sup>-1</sup> a velikost rychlosti člunu vzhledem ke klidné vodě je 1,5 m s<sup>-1</sup>.

Poznámka 1: Šířka řeky není k vyřešení úlohy podstatná, avšak pro méně zdatného řešitele se tato skutečnost ukáže až při řešení úlohy. Proto nepovažujeme za chybu, pokud žáci šířku řeky podtrhnou jako důležitou. (Ve vzorovém řešení je číselná hodnota v zadání, která se neprojeví v řešení úlohy, podtrhnuta čárkovaně.)

Poznámka 2: Velmi důležitá informace pro vyřešení úlohy je, vzhledem k čemu se člun pohybuje pod daným úhlem. Proto je ve vzorovém zadání úlohy podtrženo i slovní spojení „k proudu řeky“.

Výsledek: 110 ° k proudu řeky

#### **Použitá literatura s označením úloh ve zdrojích:**

KOUPILOVÁ, Z. *Sbírka řešených úloh z fyziky* [online]. [cit. 21. 11. 2013] Dostupné z: <http://fyzikalniulohy.cz>

- úlohy: **1** (č. 137), **2** (č. 227), **3** (č. 17)

ŽÁK, V. *Fyzikální úlohy pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2011. ISBN: 978-80-7196-411-7.

- úlohy: **4** (mechanika, A 4.1), **5** (mechanika, A 4.9), **6** (mechanika, A 2.9)

## **B.2 Každý fyzikální zákon má nějaké podmínky platnosti**

Tato sekce obsahuje:

- Metodický list (str. 131)
- Pracovní list – pohyb v tíhovém poli Země (str. 132)
- Řešení pracovního listu – pohyb v tíhovém poli Země (str. 134)
- Pracovní list – magnetické pole (str. 138)
- Řešení pracovního listu – magnetické pole (str. 140)

## Každý fyzikální zákon má nějaké podmínky platnosti

Fyzikální rozbor situace je jedním z nejobtížnějších a zároveň nejdůležitějších kroků při řešení fyzikálních úloh. Pro žáky může být značně obtížné určit, jaký vztah či přímo konkrétní fyzikální zákon je třeba použít, aby vyřešili zadanou úlohu. Na druhou stranu, žáci by měli být schopni stanovit, zda jsou v dané situaci splněny podmínky platnosti konkrétního fyzikálního zákona. Tato aktivita proto cíleně pracuje s rozбором fyzikálních situací a s určováním podmínek platnosti fyzikálních zákonů či vzorců v daných situacích. S vhodností použití konkrétního tvaru či přímo fyzikálního zákona v dané situaci pracuje aktivita *Přřazování fyzikálních principů*.

**Cíl:** Žáci by si měli uvědomit, že ne každý „vzoreček“ se dá použít vždy, tj. jsou situace, kdy jeho použití je chybné, protože nejsou splněny podmínky, za kterých platí.

**Vhodné kapitoly:** Aktivitu lze zadávat v tématech, ve kterých se při řešení úloh pracuje s více fyzikálními zákony, jejichž podmínky platnosti nemusí být vždy nutně splněny. Např.:

- pohyby v tíhovém poli – zda platí zákon zachování mechanické energie, zákon zachování hybnosti
- stavová rovnice ideálního plynu
- výpočet práce v elektrickém poli

**Časová náročnost:** středně dlouhá aktivita (15 – 30 minut, podle počtu úloh v pracovním listu)

### **Průběh v hodině:**

Žáci dostanou několik fyzikálních situací nebo přímo konkrétních úloh (s nepříliš dlouhým textem) a seznam několika fyzikálních zákonů. Úkolem žáků je rozhodnout, který z těchto zákonů lze v dané situaci/úloze použít = zda zde platí, či nikoli. O použitelnosti zákona rozhodují bez ohledu na to, zda je ho třeba použít k vyřešení úlohy.

**Příklad:** Na pevné kladce visí dvě tělesa o hmotnostech 3 kg a 5 kg. Těleso o menší hmotnosti je ve vzdálenosti 2 m pod tělesem o větší hmotnosti. Počáteční rychlost obou těles je nulová. Určete zrychlení soustavy. Hmotnost kladky i provázku zanedbejte, tření neuvažujte.

V této úloze je možné použít zákon zachování energie, ale neplatí zde zákon zachování hybnosti, protože na tělesa působí vnější síla, kterou je síla tíhová.

Nejprve si žáci rozmyslí odpovědi sami, pak to proberou ve dvojici či menší skupině, potom své odpovědi prezentují třídě a spolu s učitelem hledají správné řešení.

Po skončení aktivity lze dát za úkol některé úlohy opravdu vyřešit. Ale není to nutné.

### **Doporučení, co dělat v následujících vyučovacích hodinách:**

Vyučující při řešení úloh na tabuli zdůrazňuje, který z probíraných fyzikálních principů splňuje v dané úloze podmínky platnosti a který nikoli.

## Pohyb v tíhovém poli Země

### Zadání:

U každé následující úlohy rozhodněte, zda v popsané situaci platí zákon **zachování mechanické energie** a své tvrzení zdůvodněte. Stejně rozhodněte i o **zákonu zachování hybnosti**.

Pro vaše rozhodování není důležité, zda je daný zákon potřeba k vyřešení úlohy či nikoli.

### Ukázka:

Na pevné kladce visí dvě tělesa o hmotnostech 3 kg a 5 kg. Těleso o menší hmotnosti je ve vzdálenosti 2 m pod tělesem o větší hmotnosti. Počáteční rychlost obou těles je nulová. Určete zrychlení soustavy. Hmotnost kladky i provázku zanedbejte, tření neuvažujte.

Řešení: Zákon zachování mechanické energie platí, zákon zachování hybnosti nikoli. Protože v úloze neuvažujeme tření, zanedbáváme tím ztrátu mechanické energie, ke které by vlivem tření docházelo. V takovém případě se bude pouze přeměňovat potenciální energie v kinetickou a naopak, a tedy platí zákon zachování mechanické energie.

Hybnost soustavy je na začátku pohybu jiná než na konci pohybu, protože vlivem tíhové síly Země (vnější síla) se celá soustava rozjíždí a zvyšuje tím svou hybnost. Zákon zachování hybnosti zde tedy neplatí.

### Úlohy:

1. Vozík o hmotnosti 250 kg jede po vodorovných kolejkách rychlostí  $2,4 \text{ m s}^{-1}$  a srazí se s vozíkem o hmotnosti 500 kg, který jede rychlostí  $1,8 \text{ m s}^{-1}$ . Při srážce se oba vozíky spolu spojí a dále se pohybují společně. Vypočtete úbytek mechanické energie vozíků při srážce, jestliže vozíky před srážkou jedou za sebou.
  
2. Na stromě ve výšce 1,8 m visí jablko. Jablko se utrhne a padá k zemi. S jakou rychlostí dopadne?

3. Chlapci Tomáš a Petr sáňkovali na kopci. Sáňky i s nimi měly hmotnost 87 kg. Aby jeli co nejrychleji, vždy se nahoře rozběhli, naskočili na sáňky a jeli dolů. Počáteční rychlost sáněk s oběma chlapci je  $7 \text{ km h}^{-1}$ . Kopec je vysoký 15 m. Jak velkou rychlost mají sáňky s chlapci na úpatí kopce? Předpokládejte, že chlapci nebrzdí nohama a že tření sáněk při pohybu po svahu lze zanedbat. Odpor vzduchu rovněž neuvažujte.
  
4. Na vzduchové dráze se srazí vozík dokonale pružně s druhým vozíkem, který byl do srážky v klidu. Po srážce se oba vozíky pohybují stejně velkými rychlostmi opačným směrem. Určete poměr hmotností obou vozíků.
  
5. Těleso o hmotnosti 0,5 kg se pohybuje po dokonale hladké vodorovné rovině rychlostí  $6 \text{ m s}^{-1}$ . Do tělesa vnikla střela o hmotnosti 0,01 kg, která se pohybovala kolmo ke směru pohybu tělesa rychlostí  $600 \text{ m s}^{-1}$ . Určete výslednou rychlost tělesa po vniknutí střely a úhel, který svírá směr této rychlosti se směrem původní rychlosti.
  
6. Po nakloněné rovině, která svírá s vodorovnou rovinou úhel  $30^\circ$ , sjíždí dřevěný kvádr. Určete velikost jeho zrychlení, je-li součinitel smykového tření mezi kvádrem a nakloněnou rovinou 0,4.

## Pohyb v tíhovém poli Země

### Zadání:

U každé následující úlohy rozhodněte, zda v popsané situaci platí zákon **zachování mechanické energie** a své tvrzení zdůvodněte. Stejně rozhodněte i o **zákonu zachování hybnosti**.

Pro vaše rozhodování není důležité, zda je daný zákon potřeba k vyřešení úlohy či nikoli.

Úlohy nemusíte řešit.

### Ukázka:

Na pevné kladce visí dvě tělesa o hmotnostech 3 kg a 5 kg. Těleso o menší hmotnosti je ve vzdálenosti 2 m pod tělesem o větší hmotnosti. Počáteční rychlost obou těles je nulová. Určete zrychlení soustavy. Hmotnost kladky i provázku zanedbejte, tření neuvažujte.

Řešení: Zákon zachování mechanické energie platí, zákon zachování hybnosti nikoli. Protože v úloze neuvažujeme tření, zanedbáváme tím ztrátu mechanické energie, ke které by vlivem tření docházelo. V takovém případě se bude pouze přeměňovat potenciální energie v kinetickou a naopak, a tedy platí zákon zachování mechanické energie.

Hybnost soustavy je na začátku pohybu jiná než na konci pohybu, protože vlivem tíhové síly Země (vnější síla) se celá soustava rozjíždí a zvyšuje tím svou hybnost. Zákon zachování hybnosti zde tedy neplatí.

### **Shrnutí, kdy platí zákon zachování mechanické energie a zákon zachování hybnosti:**

**Zákon zachování mechanické energie** splňuje podmínky platnosti v případech, kdy můžeme zanedbat působení odporových sil (tření, odpor vzduchu, ...), deformační účinky sil, či změnu vnitřní energie tělesa, resp. soustavy těles.

**Zákon zachování hybnosti** platí v případě, že se uvažované těleso, resp. soustava těles nachází v izolované soustavě, tedy, pokud je výslednice všech vnějších sil působících na soustavu nulová.

**Úlohy:**

7. Vozík o hmotnosti 250 kg jede po vodorovných kolejích rychlostí  $2,4 \text{ m s}^{-1}$  a srazí se s vozíkem o hmotnosti 500 kg, který jede rychlostí  $1,8 \text{ m s}^{-1}$ . Při srážce se oba vozíky spolu spojí a dále se pohybují společně. Vypočtete úbytek mechanické energie vozíků při srážce, jestliže vozíky před srážkou jedou za sebou.

Řešení: V této úloze se jedná o nepružnou srážku dvou těles. Část původní kinetické energie se přeměnila na vnitřní energii soustavy (ta se projeví např. zvýšením teploty v oblasti nárazu či deformací). Z toho důvodu **není splněna** podmínka platnosti **zákona zachování mechanické energie**.

**Zákon zachování hybnosti** zde však **platí**, neboť výslednice všech vnějších sil působících na tělesa jsou nulové a lze tak popsanou situaci brát jako izolovanou soustavu. V okamžiku srážky na sebe vozíky sice vzájemně působí, ale jedná se o vnitřní síly, které zákon zachování hybnosti nijak neovlivňují.

Výsledek: 30 J

8. Na stromě ve výšce 1,8 m visí jablko. Jablko se utrhne a padá k zemi. S jakou rychlostí dopadne?

Řešení: Pokud zanedbáme odporové síly, bude se potenciální energie jablka postupně přeměňovat na kinetickou. Protože se tato energie nemění v žádnou jinou formu energie, ani není jablku žádná další energie dodávána, **platí zákon zachování mechanické energie**.

Na jablko působí nenulová vnější síla – tíhová síla Země. **Zákon zachování hybnosti** tedy **neplatí**.

Výsledek:  $6 \text{ m s}^{-1}$

9. Chlapci Tomáš a Petr sáňkovali na kopci. Sáňky i s nimi měly hmotnost 87 kg. Aby jeli co nejrychleji, vždy se nahoře rozběhli, naskočili na sáňky a jeli dolů. Počáteční rychlost sáněk s oběma chlapci je  $7 \text{ km h}^{-1}$ . Kopec je vysoký 15 m. Jak velkou rychlost mají sáňky s chlapci na úpatí kopce? Předpokládejte, že chlapci nebrzdí nohama a že tření sáněk při pohybu po svahu lze zanedbat. Odpor vzduchu rovněž neuvažujte.

Řešení: **Zákon zachování mechanické energie** v této úloze **platí**. Na kopci mají sáňky tíhovou energii a díky počáteční rychlosti i kinetickou energii. Během pohybu sáněk dolů z kopce se potenciální energie přeměňuje na kinetickou. Protože zanedbáváme tření a odpor vzduchu, k jiné přeměně energie již nedochází.

Pokud by chlapci během sjíždění kopce brzdili nebo pokud by tření bylo tak velké, že by nešlo zanedbat, zákon zachování mechanické energie by neplatil.

**Zákon zachování hybnosti** v této situaci **nelze použít**, neboť na sáňky působí vnější síla, kterou je síla tíhová.

Výsledek:  $61 \text{ km h}^{-1}$  ( $17 \text{ m s}^{-1}$ )

10. Na vzduchové dráze se srazí vozík dokonale pružně s druhým vozíkem, který byl do srážky v klidu. Po srážce se oba vozíky pohybují stejně velkými rychlostmi opačným směrem. Určete poměr hmotností obou vozíků.

Řešení: Při dokonale pružném rázu platí zákon zachování mechanické energie i zákon zachování hybnosti. V tomto případě tedy **oba zákony platí**, pokud neuvažujeme třecí a odporové síly působící proti směru pohybu.

Výsledek: Vozík, který je před srážkou v pohybu, je 3 krát lehčí než vozík, který je v klidu.

11. Těleso o hmotnosti 0,5 kg se pohybuje po dokonale hladké vodorovné rovině rychlostí 6 m s<sup>-1</sup>. Do tělesa vnikla střela o hmotnosti 0,01 kg, která se pohybovala kolmo ke směru pohybu tělesa rychlostí 600 m s<sup>-1</sup>. Určete výslednou rychlost tělesa po vniknutí střely a úhel, který svírá směr této rychlosti se směrem původní rychlosti.

Řešení: **Zákon zachování mechanické energie** v této úloze **neplatí**, neboť se jedná o nepružnou srážku dvou těles. Střela vnikne do tělesa a část původní kinetické energie obou těles se tak spotřebuje na její „zavrtání“.

Podmínky platnosti **splňuje zákon zachování hybnosti**, protože těleso se střelou můžeme pokládat za izolovanou soustavu. (Těleso i střela se pohybují rovnoměrným přímočarým pohybem. Výsledná síla, která na ně působí, je tedy nulová).

Poznámka: Při řešení úlohy lze také vypočítat změnu vnitřní energie soustavy.

Výsledek: 13 m s<sup>-1</sup>, 63°, (vnitřní energie soustavy se zvýší o 1,8 kJ)

12. Po nakloněné rovině, která svírá s vodorovnou rovinou úhel 30°, sjíždí dřevěný kvádr. Určete velikost jeho zrychlení, je-li součinitel smykového tření mezi kvádrem a nakloněnou rovinou 0,4.

Řešení: V této úloze **neplatí ani zákon zachování mechanické energie ani zákon zachování hybnosti**. Zákon zachování mechanické energie zde neplatí, protože část energie se spotřebovává na překonání třecí síly (mechanická energie se přeměňuje na vnitřní energii kvádrů a roviny), a zákon zachování hybnosti zde neplatí, protože na kvádr působí vnější síla, kterou je tíhová síla Země.

Výsledek: 1,5 m s<sup>-2</sup>



**Použitá literatura s označením úloh ve zdrojích:**

BARTUŠKA, K. *Sbírka řešených úloh z fyziky pro střední školy I.* 2.vyd. Praha: Prometheus, 1997. ISBN: 80-7196-236-8.

- úlohy: **1** (č. 109)

BEDNAŘÍK, M., ŠIROKÁ, M. *Fyzika pro gymnázia – Mechanika.* 4. vyd. Praha: Prometheus, 2010. ISBN: 978-80-7196-382-0.

- úlohy: **5** (teoretická cvičení 7, úloha 5)

KOUPILOVÁ, Z. *Sbírka řešených úloh z fyziky* [online]. [cit. 21. 11. 2013] Dostupné z: <http://fyzikalniulohy.cz>

- úlohy: **3** (č. 217), **4** (č. 32)

LEPIL, O. & KOL. *Sbírka úloh pro střední školy Fyzika.* 1. vyd. Praha: Prometheus, 1995. ISBN: 80-7196-048-9.

- úlohy: **6** (č. 2.124)

## Magnetické pole

### Zadání:

U každé následující úlohy rozhodněte, které z níže popsaných jevů se v dané situaci projeví (nejde jen o jevy, které se použijí při řešení úloh).

Své zdůvodnění vysvětlete.

Úlohy nemusíte řešit.

### Jevy:

- A) Na vodič, kterým protéká proud, působí v magnetickém poli síla.
- B) Vodič s proudem kolem sebe vytváří magnetické pole.
- C) Vodič se pohybuje v magnetickém poli a indukuje se na něm napětí.
- D) V uzavřeném vodiči se indukuje napětí a díky tomu vodičem protéká proud.

### Ukázka:

Dva rovnoběžné vodiče délky 50 m, ve vzájemné vzdálenosti 5 cm, se navzájem přitahují silou 18 N. Určete velikost proudu ve vodičích a jeho směr.

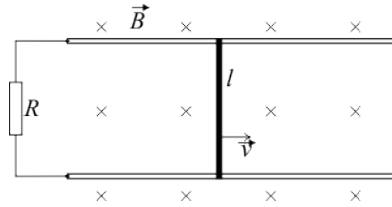
Řešení: **B, A**

Vysvětlení: Oběma vodiči protéká proud, a tudíž kolem sebe oba vodiče vytvářejí magnetické pole (**B**). Magnetické pole kolem každého z vodičů se projevuje tím, že na druhý vodič, který je umístěn v tomto poli, působí magnetická síla (**A**).

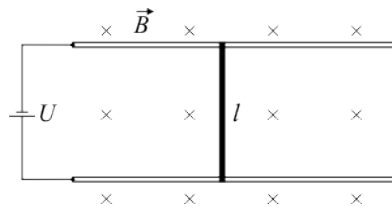
### Úlohy:

1. Vodič délky 8,0 cm je umístěn kolmo k indukčním čarám magnetického pole o magnetické indukci 0,12 T. Určete velikost síly působící na vodič, jestliže jím prochází proud 0,5 A.
  
2. K přímému vodiči, kterým prochází proud, se přibližuje druhý přímý, rovnoběžný vodič. Určete směr indukovaného proudu v druhém vodiči.
  
3. Jakou rychlostí se musí pohybovat v homogenním magnetickém poli přímý vodič délky 20 cm, aby při magnetické indukci pole 0,2 T bylo na koncích vodiče napětí 2 mV?

4. Vodič délky  $l$  klouže bez tření po dvou rovnoběžných vodivých tyčích, umístěných v homogenním magnetickém poli tak, že vektor magnetické indukce je kolmý k rovině, v níž tyče leží. Konce tyčí jsou navzájem spojeny rezistorem o odporu  $R$ . Určete velikost síly, kterou musíme na vodič působit, aby se pohyboval rovnoměrně rychlostí  $\vec{v}$ .



5. Vodič délky  $l$  je položen na dvou rovnoběžných vodivých tyčích, umístěných v homogenním magnetickém poli tak, že vektor magnetické indukce je kolmý k rovině, v níž tyče leží. Konce tyčí jsou navzájem spojeny zdrojem napětí  $U$ . Určete velikost síly, která působí na vodič.



6. V homogenním magnetickém poli o magnetické indukci 10 mT, jehož magnetické indukční čáry jsou vodorovné, je zavěšen na dvou lehkých vlákních vodorovný vodič délky 10 cm, který je kolmý k indukčním čárám. Určete změnu tahové síly působící na každé z vláken, jestliže vodičem začne procházet proud 10 A.
7. Dvěma rovnoběžnými vodiči procházejí stejné proudy o velikosti 320 A. Určete, v jaké vzdálenosti se od sebe vodiče nacházejí, jestliže na 1 m délky vodičů působí síla 0,2 N.
8. V homogenním magnetickém poli se kolmo k indukčním čárám pohybuje přímý vodič délky 1,8 m rychlostí  $6,0 \text{ m s}^{-1}$ . Na koncích vodiče naměříme napětí 1,44 V. Určete magnetickou indukci pole.

## Magnetické pole

### Zadání:

U každé následující úlohy rozhodněte, které z níže popsaných jevů se v dané situaci projeví (nejde jen o jevy, které se použijí při řešení úloh).

Své zdůvodnění vysvětlete.

Úlohy nemusíte řešit.

### Jevy:

- E) Na vodič, kterým protéká proud, působí v magnetickém poli síla.
- F) Vodič s proudem kolem sebe vytváří magnetické pole.
- G) Vodič se pohybuje v magnetickém poli a indukuje se na něm napětí.
- H) V uzavřeném vodiči se indukuje napětí a díky tomu vodičem protéká proud.

### Ukázka:

Dva rovnoběžné vodiče délky 50 m, ve vzájemné vzdálenosti 5 cm, se navzájem přitahují silou 18 N. Určete velikost proudu ve vodičích a jeho směr.

Řešení: **B, A**

Vysvětlení: Oběma vodiči protéká proud, a tudíž kolem sebe oba vodiče vytvářejí magnetické pole (**B**). Magnetické pole kolem každého z vodičů se projevuje tím, že na druhý vodič, který je umístěn v tomto poli, působí magnetická síla (**A**).

Výsledek: 300 A, souhlasným směrem

### Úlohy:

1. Vodič délky 8,0 cm je umístěn kolmo k indukčním čarám magnetického pole o magnetické indukci 0,12 T. Určete velikost síly působící na vodič, jestliže jím prochází proud 0,5 A.

Řešení: **A, B**

Vysvětlení: Vodič je umístěn v magnetickém poli a prochází jím proud (**A**). Protože vodičem prochází proud, bude se kolem něj vytvářet magnetické pole (**B**).

Poznámka: V této úloze si lze všimnout, že je rozdíl mezi vybíráním jevů, které jsou vhodné k vyřešení úlohy, a jevů, které se v dané úloze projeví. K řešení úlohy by stačilo použít pouze jev **A**.

Výsledek: 50 mN

2. K přímému vodiči, kterým prochází proud, se přibližuje druhý přímý, rovnoběžný vodič. Určete směr indukovaného proudu v druhém vodiči.

Řešení: **B, C, D, A**

Vysvětlení: Přímý vodič, kterým prochází proud, kolem sebe vytváří magnetické pole (**B**). V tomto poli se pohybuje druhý přímý vodič, na kterém se indukuje napětí (**C**).

Protože se v pohybujícím se vodiči indukuje elektrický proud, lze předpokládat, že je vodič částí uzavřené smyčky a že se tedy projeví i jev **D**. Na pohybující se vodič, kterým protéká proud, působí i magnetická síla (**A**), neboť se druhý vodič pohybuje v magnetickém poli prvního vodiče. Zároveň se bude kolem pohybujícího se vodiče vytvářet magnetické pole (**B**).

3. Jakou rychlostí se musí pohybovat v homogenním magnetickém poli přímý vodič délky 20 cm, aby při magnetické indukci pole 0,2 T bylo na koncích vodiče napětí 2 mV?

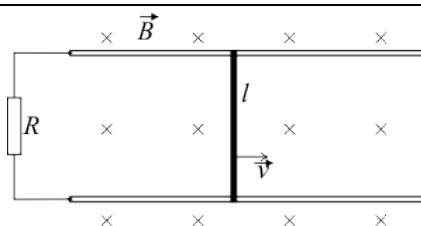
Řešení: **C**

Vysvětlení: Vodič se pohybuje v magnetickém poli a indukuje se na něm napětí (**C**).

Poznámka: Protože ze zadání úlohy nevíme, zda vodič v magnetickém poli tvoří uzavřenou smyčku, nemůžeme říci, zda se na něm indukuje proud. Z toho důvodu nelze v tomto případě rozhodnout o tom, jestli se zde projeví jevy **A, B a D**.

Výsledek: 5 cm s<sup>-1</sup>

4. Vodič délky  $l$  klouže bez tření po dvou rovnoběžných vodivých tyčích, umístěných v homogenním magnetickém poli tak, že vektor magnetické indukce je kolmý k rovině, v níž tyče leží. Konce tyčí jsou navzájem spojeny rezistorem o odporu  $R$ . Určete velikost síly, kterou musíme na vodič působit, aby se pohyboval rovnoměrně rychlostí  $\vec{v}$ .

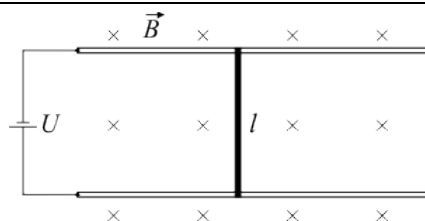


Řešení: **C, D, A, B**

Vysvětlení: Vodič se pohybuje v homogenním magnetickém poli, a tudíž se na něm indukuje napětí (**C**), a protože je součástí uzavřené smyčky, prochází jím proud (**D**). Důsledkem indukovaného elektrického proudu ve vodiči je, že na tento vodič bude působit magnetická síla (**A**). Protože vodičem prochází proud, bude kolem sebe navíc vytvářet i magnetické pole (**B**).

Poznámka: Aby se vodič pohyboval rovnoměrně, musíme na něj působit silou, která má stejnou velikost jako magnetická síla, ale opačný směr.

5. Vodič délky  $l$  je položen na dvou rovnoběžných vodivých tyčích, umístěných v homogenním magnetickém poli tak, že vektor magnetické indukce je kolmý k rovině, v níž tyče leží. Konce tyčí jsou navzájem spojeny zdrojem napětí  $U$ . Určete velikost síly, která působí na vodič.



**Řešení: A, B**

**Vysvětlení:** Vodič je součástí obvodu a protéká jím proud (velikost proudu závisí na odporu vodiče). Vodič je umístěn v homogenním magnetickém poli, a proto na něj působí magnetická síla (**A**). Protékající proud ve vodiči navíc způsobuje, že se kolem vodiče bude vytvářet magnetické pole (**B**).

**Poznámka:** Na rozdíl od předchozí úlohy se zde neindukuje napětí. Je to z toho důvodu, že vodič v této úloze zůstává v konstantním magnetickém poli v klidu (nepohybuje se).

6. V homogenním magnetickém poli o magnetické indukci 10 mT, jehož magnetické indukční čáry jsou vodorovné, je zavěšen na dvou lehkých vláknech vodorovný vodič délky 10 cm, který je kolmý k indukčním čárám. Určete změnu tahové síly působící na každé z vláken, jestliže vodičem začne procházet proud 10 A.

**Řešení: A, B**

**Vysvětlení:** Vodič, kterým prochází proud, je umístěn v magnetickém poli, a proto na něj působí magnetická síla (**A**) a zároveň se kolem něj vytváří magnetické pole (**B**).

**Výsledek:** 5 mN

7. Dvěma rovnoběžnými procházejí stejné proudy o velikosti 320 A. Určete, v jaké vzdálenosti se od sebe vodiče nacházejí, jestliže na 1 m délky vodičů působí síla 0,2 N.

**Řešení: B, A**

**Vysvětlení:** Oběma vodiči protéká proud, a tudíž kolem sebe oba vodiče vytvářejí magnetické pole (**B**). To se projevuje tak, že na druhý vodič, který je umístěn v tomto poli, působí magnetická síla (**A**).

**Výsledek:** 10 cm

8. V homogenním magnetickém poli se kolmo k indukčním čárám pohybuje přímý vodič délky 1,8 m rychlostí  $6,0 \text{ m s}^{-1}$ . Na koncích vodiče naměříme napětí 1,44 V. Určete magnetickou indukci pole.

Řešení: C

Vysvětlení: V homogenním magnetickém poli se pohybuje vodič, na kterém se indukuje napětí (C).

Poznámka: Protože ze zadání úlohy nevyplývá, že by byl vodič součástí uzavřené smyčky, nelze předpokládat, že jím bude protékat proud. Proto zde jevy **A**, **B** a **D** nenajdou uplatnění.

Výsledek: 0,13 T

#### **Použitá literatura s označením úloh ve zdrojích:**

LEPIL, O., ŠEDIVÝ, P. *Fyzika pro gymnázia – Elektřina a magnetismus*. 4. upravené vyd. Praha: Prometheus, 1992. ISBN: 80-7196-088-8.

- úlohy: **ukázka** (č. 7.4/4), **1** (č. 7.3/1), **2** (č. 8.4/5), **3** (č. 8.4/6)

LEPIL, O. & KOL. *Sbírka úloh pro střední školy Fyzika*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1995. ISBN: 80-7196-048-9.

- úlohy: **4** (č. 5.308), **6** (č. 5.263), **7** (č. 5.271), **8** (č. 5.301)

### B.3 Přiřazování fyzikálních principů

Tato sekce obsahuje:

- Metodický list (str. 145)
- Pracovní list – mechanika I – základní úroveň (str. 146)
- Řešení pracovního listu – mechanika I (str. 147)
- Pracovní list – mechanika II a – vyšší úroveň (str. 149)
- Řešení pracovního listu – mechanika II a – vyšší úroveň (str. 152)
- Pracovní list – mechanika II b – vyšší úroveň (str. 156)
- Řešení pracovního listu – mechanika II b – vyšší úroveň (str. 159)
- Pracovní list – stavová rovnice ideálního plynu SŠ (str. 164)
- Řešení pracovního listu – stavová rovnice ideálního plynu SŠ (str. 166)
- Pracovní list – stavová rovnice ideálního plynu VŠ (str. 169)
- Řešení pracovního listu – stavová rovnice ideálního plynu SŠ (str. 171)
- Pracovní list – magnetické pole (str. 175)
- Řešení pracovního listu – magnetické pole (str. 177)



## Přiřazování fyzikálních principů

Fyzikální rozbor situace patří nejen k nejobtížnějším, ale také k nejdůležitějším krokům při řešení fyzikálních úloh. Žáci však při řešení úloh považují za důležitý hlavně popis prostředí, do kterého je úloha umístěna, nikoli fyzikální situace. Tato aktivita proto cíleně pracuje s rozbohem fyzikálních situací a určováním fyzikálních principů, jež je potřeba použít při řešení daných úloh.

**Cíl:** Žáci by si měli uvědomit, že při řešení úloh je třeba „jít pod povrch“ a zdánlivě stejné úlohy mohou vyžadovat pro svoje řešení různé fyzikální principy.

**Vhodné kapitoly:** Lze použít až po probrání většího tematického celku, ideálně v tématech, kde se řeší podobné úlohy různými principy. Lze použít opakovaně, ideálně po jednom větším uvedení zařazovat pravidelně do výuky, např. i jako domácí úlohu (v další hodině je nutné výsledky se žáky prodiskutovat). Vhodné jsou jednoduché úlohy s krátkým zadáním.

**Časová náročnost:** dlouhá aktivita (20-40 minut, dle způsobu práce s aktivitou)

### **Průběh v hodině:**

Žáci dostanou na pracovním listě zadání několika úloh a seznam několika fyzikálních principů. Úkolem žáků je rozhodnout, který z daných fyzikálních principů je nutný k vyřešení každé úlohy.

Úkolem žáků není úlohu dořešit až do konce.

U všech úloh žáci vybírají ze stejného seznamu fyzikálních principů. Ke každé úloze musí být vybrán právě jeden princip.

Nejprve si žáci rozmyslí odpovědi sami, pak svá řešení prodiskutují ve dvojici či menší skupině, potom je prezentují třídě a spolu s učitelem diskutují správné odpovědi.

**Poznámka:** Je nutné vždy na konci této aktivity provést se studenty diskuzi o výsledcích.

Po vypracování a zkontrolování pracovního listu je možné dát žákům za úkol některé úlohy dořešit až do konce.

### **Doporučení, co dělat v následujících vyučovacích hodinách:**

Před řešením každé úlohy si žáci „zkusí tipnout“, jaký fyzikální princip bude potřeba pro vyřešení použít.

Vyučující při řešení úloh na tabuli zdůrazňuje, který fyzikální princip je vhodné pro vyřešení úlohy použít.

## Mechanika

Možná jste si všimli, že úlohy v mechanice, se kterými jste se doposud setkali, se dají řešit různými postupy, resp. podle použitého postupu se dají úlohy rozdělit na několik skupin. Obecně jsou zde dva odlišné přístupy k řešení úloh. Prvním je řešení pomocí pohybové rovnice, kdy pracujeme s časovými závislostmi jednotlivých veličin, jako je poloha, rychlost a zrychlení. Druhá možnost spočívá v zaměření se na veličiny, které se při pohybu zachovávají – tj. použití zákonů zachování hybnosti a mechanické energie. V tomto přístupu se nezabýváme vývojem v čase. Někdy lze dokonce úlohu řešit pomocí obou přístupů nebo je potřeba tyto přístupy zkombinovat. Který přístup lze použít k vyřešení úlohy nebo je pomocí něho řešení jednodušší záleží na tom, co je v úloze zadané a co je třeba nalézt.

### **Zadání:**

Níže jsou uvedeny 4 možnosti označené písmeny A-D, které obsahují jeden nebo více základních fyzikálních principů. Pod nimi naleznete 5 úloh, jež lze pomocí některých těchto fyzikálních principů vyřešit. Vaším úkolem je vybrat ke každé úloze právě jednu z možností A-D tak, aby byla pomocí daného fyzikálního principu vyřešena co možná nejefektivnějším způsobem.

Zadané úlohy nemusíte řešit až do získání výsledku.

### **Fyzikální principy:**

- A) 2. Newtonův zákon
- B) Zákon zachování mechanické energie (resp. přeměny různých forem energie)
- C) Zákon zachování hybnosti
- D) Použití dvou fyzikálních principů v pořadí: zákon zachování hybnosti – zákon zachování mechanické energie

### **Úlohy:**

1. Dva vagony různých hmotností se pohybují stálou rychlostí. Který vagon se dříve zastaví, působí-li na oba vagony stejně velká brzdná síla?
2. Železniční vagon o hmotnosti 20 t se pohybuje po vodorovné trati rychlostí  $1 \text{ m s}^{-1}$  a narazí na jiný vagon o hmotnosti 30 t, který jede stejným směrem rychlostí  $0,5 \text{ m s}^{-1}$ . Po nárazu zůstanou vagony spojeny. Jak velkou rychlostí se spojené vagony po nárazu pohybují?
3. Z děla o hmotnosti 1 t byla vystřelena střela o hmotnosti 1 kg. Jaká je kinetická energie zpětného pohybu děla ve chvíli, kdy střela opouští hlaveň rychlostí  $400 \text{ m s}^{-1}$ ?
4. Střela pohybující se rychlostí  $20 \text{ m s}^{-1}$  se roztrhla na dvě části o hmotnostech 10 kg a 5 kg. Lehčí část střely měla rychlost  $90 \text{ m s}^{-1}$  a pohybovala se ve stejném směru jako před roztržením. Určete rychlost těžší části střely.
5. Jak velkou rychlostí tryská voda z trubice vodotrysku, jestliže vystupuje do výšky 5 m?

## Mechanika

Možná jste si všimli, že úlohy v mechanice, se kterými jste se doposud setkali, se dají řešit různými postupy, resp. podle použitého postupu se dají úlohy rozdělit na několik skupin. Obecně jsou zde dva odlišné přístupy k řešení úloh. Prvním je řešení pomocí pohybové rovnice, kdy pracujeme s časovými závislostmi jednotlivých veličin, jako je poloha, rychlost a zrychlení. Druhá možnost spočívá v zaměření se na veličiny, které se při pohybu zachovávají – tj. použití zákonů zachování hybnosti a mechanické energie. V tomto přístupu se nezabýváme vývojem v čase. Někde lze dokonce úlohu řešit pomocí obou přístupů nebo je potřeba tyto přístupy zkombinovat. Který přístup lze použít k vyřešení úlohy nebo je pomocí něho řešení jednodušší záleží na tom, co je v úloze zadané a co je třeba nalézt.

### Zadání:

Níže jsou uvedeny 4 možnosti označené písmeny A-D, které obsahují jeden nebo více základních fyzikálních principů. Pod nimi naleznete 5 úloh, jež lze pomocí některých těchto fyzikálních principů vyřešit. Vaším úkolem je vybrat ke každé úloze právě jednu z možností A-D tak, aby byla pomocí daného fyzikálního principu vyřešena co možná nejefektivnějším způsobem.

Zadané úlohy nemusíte řešit až do získání výsledku.

### Fyzikální principy:

- A) 2. Newtonův zákon
- B) Zákon zachování mechanické energie (resp. přeměny různých forem energie)
- C) Zákon zachování hybnosti
- D) Použití dvou fyzikálních principů v pořadí: zákon zachování hybnosti – zákon zachování mechanické energie

### Úlohy:

1. Dva vagony různých hmotností se pohybují stálou rychlostí. Který vagon se dříve zastaví, působí-li na oba vagony stejně velká brzdná síla?

Použitý princip: A

Poznámka: 2. Newtonův zákon je v této úloze použit ve tvaru  $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ .

Výsledek: Vagon s menší hmotností se zastaví dříve.

2. Železniční vagon o hmotnosti 20 t se pohybuje po vodorovné trati rychlostí  $1 \text{ m s}^{-1}$  a narazí na jiný vagon o hmotnosti 30 t, který jede stejným směrem rychlostí  $0,5 \text{ m s}^{-1}$ . Po nárazu zůstanou vagony spojeny. Jak velkou rychlostí se spojené vagony po nárazu pohybují?

Použitý princip: C

Výsledek:  $1,6 \text{ m s}^{-1}$

3. Z děla o hmotnosti 1 t byla vystřelena střela o hmotnosti 1 kg. Jaká je kinetická energie zpětného pohybu děla ve chvíli, kdy střela opouští hlaveň rychlostí  $400 \text{ m s}^{-1}$ ?

Použitý princip: **D**

Poznámka: Při řešení této úlohy je jasně oddělené pořadí použití jednotlivých fyzikálních principů. Nejprve je potřeba ze zákona zachování hybnosti určit rychlost děla při zpětném pohybu. Teprve potom můžeme z této rychlosti určit kinetickou energii děla.

Výsledek: 80 J

4. Střela pohybující se rychlostí  $20 \text{ m s}^{-1}$  se roztrhla na dvě části o hmotnostech 10 kg a 5 kg. Lehčí část střely měla rychlost  $90 \text{ m s}^{-1}$  a pohybovala se ve stejném směru jako před roztržením. Určete rychlost těžší části střely.

Použitý princip: **C**

Výsledek:  $15 \text{ m s}^{-1}$

5. Jak velkou rychlostí tryská voda z trubice vodotrysku, jestliže vystupuje do výšky 5 m?

Použitý princip: **B**

Výsledek:  $10 \text{ m s}^{-1}$

### Použitá literatura s označením úloh ve zdrojích:

LEPIL, O. & KOL. *Sbírka úloh pro střední školy Fyzika*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1995. ISBN: 80-7196-048-9.

- úlohy: **1** (č. 2.91), **2** (č. 2.137), **5** (č. 2.232)

PLAZAK, T. & KOL. *500 testových úloh z fyziky pro studenty středních škol*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 2003. ISBN: 80-7196-248-1.

- úlohy: **3** (č. 60)

BARTUŠKA, K. *Sbírka řešených úloh z fyziky pro střední školy I*. 2.vyd. Praha: Prometheus, 1997. ISBN: 80-7196-236-8.

- úlohy: **4** (č. 82)

## Mechanika

Asi jste si všimli, že úlohy v mechanice, se kterými jste se doposud setkali, se dají řešit různými postupy, resp. podle použitého postupu se dají úlohy rozdělit na několik skupin. Obecně můžeme odlišit dva rozdílné přístupy k řešení úloh. Prvním je řešení pomocí pohybové rovnice, kdy pracujeme s časovými závislostmi jednotlivých veličin, jako je poloha, rychlost a zrychlení. Druhá možnost spočívá v zaměření se na veličiny, které se při pohybu zachovávají – tj. použití zákonů zachování hybnosti a mechanické energie. V tomto přístupu se nezabýváme vývojem v čase. Někde lze dokonce úlohu řešit pomocí obou přístupů nebo je potřeba tyto přístupy zkombinovat. Který přístup lze použít k vyřešení úlohy nebo je potřeba tyto přístupy zkombinovat. Který přístup lze použít k vyřešení úlohy nebo je potřeba tyto přístupy zkombinovat. Který přístup lze použít k vyřešení úlohy nebo je potřeba tyto přístupy zkombinovat. Který přístup lze použít k vyřešení úlohy nebo je potřeba tyto přístupy zkombinovat.

### **Zadání:**

Níže je uvedeno 6 možností označených písmeny A-F, které obsahují jeden nebo více základních fyzikálních principů. Pod nimi naleznete 10 úloh, jež lze pomocí některých těchto fyzikálních principů vyřešit. Vaším úkolem je vybrat ke každé úloze právě jednu z možností A-F tak, aby byla pomocí daného fyzikálního principu vyřešena co možná nejefektivnějším způsobem.

Zadané úlohy nemusíte řešit až do získání výsledku.

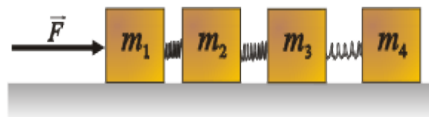
### **Fyzikální principy:**

- A) 2. Newtonův zákon, tj. pohybová rovnice
- B) Zákon zachování mechanické energie (resp. přeměny různých forem energie)
- C) Zákon zachování hybnosti
- D) Použití dvou fyzikálních principů: zákon zachování hybnosti – zákon zachování mechanické energie
- E) Použití dvou fyzikálních principů: zákon zachování mechanické energie – pohybová rovnice
- F) Použití dvou fyzikálních principů: zákon zachování hybnosti – pohybová rovnice

### **Úlohy:**

1. Do stojícího železničního vagonu, který má hmotnost 32 tun, narazí zepředu stejně těžký vagon jedoucí rychlostí o velikosti  $2 \text{ m s}^{-1}$  a ve stejný okamžik do stojícího vagonu narazí zezadu vagon o hmotnosti 48 tun rychlostí o velikosti  $6 \text{ m s}^{-1}$ . Při srážce se všechny tři vagony spojí a začnou se pohybovat společně jedním směrem. Jakým směrem a jak velkou rychlostí se vagony budou pohybovat?
2. Po dokonale hladké nakloněné rovině o délce 20 m klouže těleso. Během pohybu sníží jeho těžiště svoji polohu o 5 m. Určete, jak velkou rychlost bude mít těleso na konci roviny, je-li nahoře volně vypuštěno. Odporové síly neuvažujte.

3. Nákladní auto jede stálou rychlostí  $30 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$  z kopce. Hmotnost auta je 5 t. Auto brzdí pomocí motoru, celková brzdná síla působící na auto má velikost 4400 N. Určete sklon kopce.
4. Vypočtete, jak vysoko vyskočí po uvolnění kulička o hmotnosti 10 g, která je položena na pružině stlačené ve svislém směru o 5 cm. Pružina se stlačí silou 1 N o 1 cm. Tíhové zrychlení je  $10 \text{ m s}^{-2}$ , ztráty třením nebo odporem vzduchu neuvažujeme.
5. Na hladké vodorovné rovině leží dvě tělesa o hmotnostech 2 kg a 4 kg spojená stlačenou pružinou. Energie stlačené pružiny je 6 J. Po uvolnění pružiny se pružina roztáhne do původní délky a obě tělesa se začnou pohybovat v opačných směrech. Určete velikost jejich rychlostí. Hmotnost pružiny a tření neuvažujeme.
6. Míč o hmotnosti 0,20 kg dopadl kolmo na pevnou stěnu rychlostí  $20 \text{ m s}^{-1}$  a odrazil se rychlostí  $15 \text{ m s}^{-1}$ . Náraz trval po dobu 0,005 s. Jak velkou silou působila po dobu nárazu stěna na míč?
7. Po vodorovné desce se stálou rychlostí  $v$  pohybuje těleso o hmotnosti  $m$ . Toto těleso se nepružně srazí s tělesem o hmotnosti  $M$ , které bylo na počátku v klidu. Obě tělesa následně vyjedou na nakloněnou rovinu s úhlem sklonu  $\alpha$ . Do jaké maximální vzdálenosti na nakloněné rovině tato tělesa vyjedou? Tření a odporové síly neuvažujte.
8. Čtyři stejné dřevěné kostky o hmotnostech  $m$  jsou navzájem spojeny za sebou třemi stejnými pružinami o tuhosti  $k$ . Kolmo na stěnu krajní kostky tlačíme silou  $F$ , a tak vyvoláváme rovnoměrně zrychlený pohyb kostek se zrychlením o velikosti  $a$ . Určete velikost této síly  $F$  a zkrácení každé pružiny, jestliže  $f$  je koeficient smykového tření mezi kostkami a vodorovnou podložkou. Hmotnost pružin neuvažujte.



9. Těleso, které má tvar kvádra a pohybuje se po vodorovné rovině, se začne pohybovat vzhůru po nakloněné rovině počáteční rychlostí  $10 \text{ m s}^{-1}$ . Úhel sklonu nakloněné roviny je  $30^\circ$ . Určete vzdálenost, kterou těleso na nakloněné rovině urazí až do okamžiku zastavení. Tíhové zrychlení je  $9,81 \text{ m s}^{-2}$ . Tření a odporové síly neuvažujte.

10. Ocelová koule o hmotnosti 1 kg pohybující se rychlostí  $3 \text{ m s}^{-1}$  ve směru osy  $x$  souřadnicové soustavy se srazí dokonale pružným centrálním rázem s jinou ocelovou koulí o hmotnosti 0,5 kg, která byla na začátku v klidu. Určete rychlosti obou koulí po rázu.

## Mechanika

Asi jste si všimli, že úlohy v mechanice, se kterými jste se doposud setkali, se dají řešit různými postupy, resp. podle použitého postupu se dají úlohy rozdělit na několik skupin. Obecně můžeme odlišit dva rozdílné přístupy k řešení úloh. Prvním je řešení pomocí pohybové rovnice, kdy pracujeme s časovými závislostmi jednotlivých veličin, jako je poloha, rychlost a zrychlení. Druhá možnost spočívá v zaměření se na veličiny, které se při pohybu zachovávají – tj. použití zákonů zachování hybnosti a mechanické energie. V tomto přístupu se nezabýváme vývojem v čase. Někde lze dokonce úlohu řešit pomocí obou přístupů nebo je potřeba tyto přístupy zkombinovat. Který přístup lze použít k vyřešení úlohy nebo je pomocí něho řešení jednodušší, záleží na tom, co je v úloze zadáno a co je třeba nalézt.

### Zadání:

Níže je uvedeno 6 možností označených písmeny A-F, které obsahují jeden nebo více základních fyzikálních principů. Pod nimi naleznete 10 úloh, jež lze pomocí některých těchto fyzikálních principů vyřešit. Vaším úkolem je vybrat ke každé úloze právě jednu z možností A-F tak, aby byla pomocí daného fyzikálního principu vyřešena co možná nejefektivnějším způsobem.

Zadané úlohy nemusíte řešit až do získání výsledku.

### Fyzikální principy:

- A) Newtonovy zákony, pohybová rovnice
- B) Zákon zachování mechanické energie (resp. přeměny různých forem energie)
- C) Zákon zachování hybnosti
- D) Použití dvou fyzikálních principů: zákon zachování hybnosti – zákon zachování mechanické energie
- E) Použití dvou fyzikálních principů: zákon zachování mechanické energie – pohybová rovnice
- F) Použití dvou fyzikálních principů: zákon zachování hybnosti – pohybová rovnice

### Úlohy:

1. Do stojícího železničního vagonu, který má hmotnost 32 tun, narazí zepředu stejně těžký vagon jedoucí rychlostí o velikosti  $2 \text{ m s}^{-1}$  a ve stejný okamžik do stojícího vagonu narazí zezadu vagon o hmotnosti 48 tun rychlostí o velikosti  $6 \text{ m s}^{-1}$ . Při srážce se všechny tři vagony spojí a začnou se pohybovat společně jedním směrem. Jakým směrem a jak velkou rychlostí se vagony budou pohybovat?

Použitý princip: C

Poznámka: Pro řešení úlohy není důležité, že se všechny vagony srazí ve stejný okamžik. Pro řešení úlohy jsme využili zákon zachování hybnosti a v tomto přístupu se nezabýváme časovým vývojem dané situace. Zajímá nás pouze celková hybnost na začátku a celková hybnost na konci.

Výsledek:  $2 \text{ m s}^{-1}$ , pohyb dopředu



2. Po dokonale hladké nakloněné rovině o délce 20 m klouže těleso. Během pohybu sníží jeho těžiště svoji polohu o 5 m. Určete, jak velkou rychlost bude mít těleso na konci roviny, je-li nahoře volně vypuštěno. Odporové síly neuvažujte.

Použitý princip: **B**

Poznámka: Výsledek úlohy nezávisí na sklonu roviny, a tedy ani na délce dráhy, kterou těleso urazí. Důležitá je výška, kterou těleso během pohybu překoná.

Výsledek:  $10 \text{ m s}^{-1}$

3. Nákladní auto jede stálou rychlostí  $30 \text{ km h}^{-1}$  z kopce. Hmotnost auta je 5 t. Auto brzdí pomocí motoru, celková brzdná síla působící na auto má velikost 4400 N. Určete sklon kopce.

Použitý princip: **A**

Poznámka: Sklon kopce nezávisí na rychlosti, kterou auto jede, ale pouze na brzdě síle.

Výsledek:  $5^\circ 8'$  (resp. 9 %)

4. Vypočtete, jak vysoko vyskočí po uvolnění kulička o hmotnosti 10 g, která je položena na pružině stlačené ve svislém směru o 5 cm. Pružina se stlačí silou 1 N o 1 cm. Tíhové zrychlení je  $10 \text{ m s}^{-2}$ , ztráty třením nebo odporem vzduchu neuvažujeme.

Použitý princip: **B**

Výsledek: 1,25 m

5. Na hladké vodorovné rovině leží dvě tělesa o hmotnostech 2 kg a 4 kg spojená stlačenou pružinou. Energie stlačené pružiny je 6 J. Po uvolnění pružiny se pružina roztáhne do původní délky a obě tělesa se začnou pohybovat v opačných směrech. Určete velikost jejich rychlostí. Hmotnost pružiny a tření neuvažujeme.

Použitý princip: **D**

Poznámka: Při řešení této úlohy nezáleží na pořadí použití zákonu zachování hybnosti a zákonu zachování energie. Oba principy je potřeba použít společně a sestavit pomocí nich soustavu dvou rovnic.

Výsledek: Tělesa se budou pohybovat v opačných směrech rychlostmi o velikostech  $2 \text{ m s}^{-1}$  a  $1 \text{ m s}^{-1}$ .

6. Míč o hmotnosti 0,20 kg dopadl kolmo na pevnou stěnu rychlostí  $20 \text{ m s}^{-1}$  a odrazil se rychlostí  $15 \text{ m s}^{-1}$ . Náraz trval po dobu 0,005 s. Jak velkou průměrnou silou působila po dobu nárazu stěna na míč?

Použitý princip: **A**

Poznámka 1: Při řešení této úlohy se používá pohybová rovnice ve tvaru  $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ .

Výsledek: 1400 N

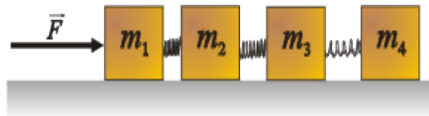
7. Po vodorovné desce se stálou rychlostí v pohybuje těleso o hmotnosti  $m$ . Toto těleso se nepružně srazí s tělesem o hmotnosti  $M$ , které bylo na počátku v klidu. Obě tělesa následně vyjedou na nakloněnou rovinu s úhlem sklonu  $\alpha$ . Do jaké maximální vzdálenosti na nakloněné rovině tato tělesa vyjedou? Tření a odporové síly neuvažujte.

Použitý princip: D

Poznámka: Při řešení této úlohy je jasně oddělené pořadí použití obou zákonů zachování. V první části úlohy, kde se nepružně srážejí dvě tělesa, je potřeba pomocí zákona zachování hybnosti určit výslednou rychlost těles po srážce. Ve druhé části úlohy pak ze zákona zachování mechanické energie lze určit výšku, do které jsou tělesa schopna vyjet.

Rozdíl mezi úlohami, kde se oba zákony používají společně (úloha 5) a v jasně daném pořadí (tato úloha), je vhodné se studenty prodiskutovat.

8. Čtyři stejné dřevěné kostky o hmotnostech  $m$  jsou navzájem spojeny za sebou třemi stejnými pružinami o tuhosti  $k$ . Kolmo na stěnu krajní kostky tlačíme silou  $F$ , a tak vyvoláváme rovnoměrně zrychlený pohyb kostek se zrychlením o velikosti  $a$ . Určete velikost této síly  $F$  a zkrácení každé pružiny, jestliže  $f$  je koeficient smykového tření mezi kostkami a vodorovnou podložkou. Hmotnost pružin neuvažujte.



Použitý princip: A

9. Těleso, které má tvar kvádra a pohybuje se po vodorovné rovině, se začne pohybovat vzhůru po nakloněné rovině počáteční rychlostí  $10 \text{ m s}^{-1}$ . Úhel sklonu nakloněné roviny je  $30^\circ$ . Určete vzdálenost, kterou těleso na nakloněné rovině urazí až do okamžiku zastavení. Tíhové zrychlení je  $9,81 \text{ m s}^{-2}$ . Tření a odporové síly neuvažujte.

Použitý princip: B

Výsledek: 5 m

10. Ocelová koule o hmotnosti  $1 \text{ kg}$  pohybující se rychlostí  $3 \text{ m s}^{-1}$  ve směru osy  $x$  se srazí dokonale pružným centrálním rázem s jinou ocelovou koulí o hmotnosti  $0,5 \text{ kg}$ , která byla na začátku v klidu. Určete rychlosti obou koulí po rázu.

Použitý princip: D

Poznámka: Při řešení této úlohy nezáleží na pořadí použití zákonů zachování hybnosti a zákona zachování energie. Oba zákony je potřeba použít společně a sestavit soustavu dvou rovnic.

Výsledek:  $1 \text{ m s}^{-1}$  a  $4 \text{ m s}^{-1}$

**Použitá literatura s označením úloh ve zdrojích:**

BARTUŠKA, K. *Sbírka řešených úloh z fyziky pro střední školy I.* 2.vyd. Praha: Prometheus, 1997. ISBN: 80-7196-236-8.

- úlohy: **2** (č. 108), **4** (č. 112), **5** (č. 115), **9** (č. 108), **10** (č. 116)

BEDNAŘÍK, M., ŠIROKÁ, M. *Fyzika pro gymnázia – Mechanika.* 4. vyd. Praha: Prometheus, 2010. ISBN: 978-80-7196-382-0.

- úlohy: **6** (mechanika, 3.6/2)

LEONARD, W. J., DUFRESNE, R. J. & MESTRE, J. P. Using qualitative problem-solving strategies to highlight the role of conceptual knowledge in solving problems. *American Journal of Physics.* 1996, 64(12), pp. 1495-1503.

- úlohy: **7**

KOUPILOVÁ, Z. *Sbírka řešených úloh z fyziky* [online]. [cit. 21. 11. 2013] Dostupné z: <http://fyzikalniulohy.cz>

- úlohy: **3** (č. 215), **8** (č. 140)

ŽÁK, V. *Fyzikální úlohy pro střední školy.* Praha: Prometheus, 2011. ISBN: 978-80-7196-411-7.

- úlohy: **1** (mechanika, A 3.9)

## Mechanika

Asi jste si všimli, že úlohy v mechanice, se kterými jste se doposud setkali, se dají řešit různými postupy, resp. podle použitého postupu se dají úlohy rozdělit na několik skupin. Obecně můžeme odlišit dva rozdílné přístupy k řešení úloh. Prvním je řešení pomocí pohybové rovnice, kdy pracujeme s časovými závislostmi jednotlivých veličin, jako je poloha, rychlost a zrychlení. Druhá možnost spočívá v zaměření se na veličiny, které se při pohybu zachovávají – tj. použití zákonů zachování hybnosti a mechanické energie. V tomto přístupu se nezabýváme vývojem v čase. Někde lze dokonce úlohu řešit pomocí obou přístupů nebo je potřeba tyto přístupy zkombinovat. Který přístup lze použít k vyřešení úlohy nebo je pomocí něho řešení jednodušší, záleží na tom, co je v úloze zadáno a co je třeba nalézt.

### **Zadání:**

Níže je uvedeno 6 možností označených písmeny A-F, které obsahují jeden nebo více základních fyzikálních principů. Pod nimi naleznete 10 úloh, jež lze pomocí některých těchto fyzikálních principů vyřešit. Vaším úkolem je vybrat ke každé úloze právě jednu z možností A-F tak, aby byla pomocí daného fyzikálního principu vyřešena co možná nejefektivnějším způsobem.

Zadané úlohy nemusíte řešit až do získání výsledku.

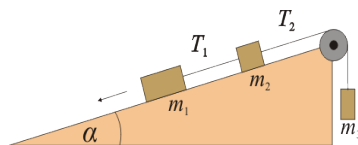
### **Fyzikální principy:**

- A) Newtonovy zákony, pohybová rovnice
- B) Zákon zachování mechanické energie (resp. přeměny energie)
- C) Zákon zachování hybnosti
- D) Použití dvou fyzikálních principů: zákon zachování hybnosti – zákon zachování mechanické energie
- E) Použití dvou fyzikálních principů: zákon zachování mechanické energie – Newtonovy zákony
- F) Použití dvou fyzikálních principů: zákon zachování hybnosti – Newtonovy zákony

### **Úlohy:**

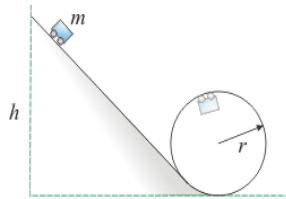
1. Kulička o hmotnosti 20 g byla vržena svisle dolů z výšky 70 cm nad deskou stolu počáteční rychlostí  $2 \text{ m s}^{-1}$ . Do jaké výšky by vyskočila po odrazu od stolu, kdyby kulička i deska stolu byly dokonale pružné? Tíhové zrychlení je  $10 \text{ m s}^{-2}$ .
2. Výtahová kabina má hmotnost 250 kg, nosnost výtahu je 5 lidí (400 kg). Hmotnost protizávaží je volena tak, aby vyrovnávala poloviční nosnost výtahu. Jakou silou udržuje motor kabinu výtahu v rovnoměrném pohybu, jestliže výtah jede prázdný nahoru?

3. Těleso o hmotnosti  $0,5 \text{ kg}$  se pohybuje po dokonale hladké vodorovné rovině rychlostí  $6 \text{ m s}^{-1}$ . Do tělesa vnikla střela o hmotnosti  $0,01 \text{ kg}$ , která se pohybovala kolmo ke směru pohybu tělesa rychlostí  $600 \text{ m s}^{-1}$ . Určete výslednou rychlost tělesa po vniknutí střely a úhel, který svírá směr této rychlosti se směrem původní rychlosti.
4. Vozík o hmotnosti  $250 \text{ kg}$  jede po vodorovných kolejích rychlostí  $2,4 \text{ m s}^{-1}$  a srazí se s vozíkem o hmotnosti  $500 \text{ kg}$ , který jede rychlostí  $1,8 \text{ m s}^{-1}$ . Při srážce se oba vozíky spolu spojí a dále se pohybují společně. Vypočtete úbytek mechanické energie vozíků při srážce, jestliže vozíky před srážkou jedou za sebou.
5. Chlapci Tomáš a Petr sáňkovali na kopci. Sáňky i s nimi měly hmotnost  $87 \text{ kg}$ . Aby jeli co nejrychleji, vždy se nahoře rozběhli, naskočili na sáňky a jeli dolů. Počáteční rychlost sáněk už s oběma chlapci je  $7 \text{ km h}^{-1}$ . Kopec je vysoký  $15 \text{ m}$ . Jak velkou rychlost mají sáňky s chlapci na úpatí kopce? Předpokládejte, že chlapci nebrzdí nohama a že tření sáněk při pohybu po svahu lze zanedbat. Odpor vzduchu rovněž neuvažujte.
6. Chlapec táhne sáňky vzhůru po zasněženém svahu se stoupáním  $\beta$  za provázek, který svírá s rovinou svahu úhel  $\alpha$ . Najděte takovou velikost úhlu  $\alpha$ , při kterém bude síla vynaložená na tažení saní nejmenší. Koeficient smykového tření mezi saněmi a sněhem je  $f = 0,1$  a rychlost saní zůstává stálá.
7. Vyobrazená soustava klouže dolů po nakloněné rovině. Určete velikost zrychlení soustavy a velikosti tahových sil provázků  $T_1$ ,  $T_2$ . Koeficient smykového tření mezi bloky a nakloněnou rovinou je  $f$ . Moment setrvačnosti kladky a hmotnost provázku zanedbejte.



8. Loupežník Zlomený Zub opouští svoje sídlo v koruně stromu pomocí lana na pevné kladce. Jeho tělo vyvažuje zavěšený kámen. Jakou rychlostí dopadne Zlomený Zub na zem? Loupežník má hmotnost  $75 \text{ kg}$ . Spouští se z výšky  $8,0 \text{ m}$ . Kámen má hmotnost  $65 \text{ kg}$ , na počátku je na nataženém laně právě na zemi.
9. Loupežník Zlomený Zub opouští svoje sídlo v koruně stromu pomocí lana na pevné kladce. Tělo mu přitom vyvažuje zavěšený kámen. Loupežník má hmotnost  $75 \text{ kg}$ . Spouští se z výšky  $8,0 \text{ m}$ . Kámen má hmotnost  $65 \text{ kg}$ , na počátku je na nataženém laně právě na zemi. Hmotnost lana můžete zanedbat. S jakým zrychlením klesá Zlomený Zub k zemi?

10. Malý vozík o hmotnosti  $m$  sjíždí bez prokluzování po nakloněné dráze zakončené válcovou plochou o poloměru  $r$ . Z jaké výšky  $h$  musí vozík sjíždět, aby projel celou kruhovou smyčku této válcové plochy? Moment setrvačnosti a valivý odpor koleček zanedbejte.



## Mechanika

Asi jste si všimli, že úlohy v mechanice, se kterými jste se doposud setkali, se dají řešit různými postupy, resp. podle použitého postupu se dají úlohy rozdělit na několik skupin. Obecně můžeme odlišit dva rozdílné přístupy k řešení úloh. Prvním je řešení pomocí pohybové rovnice, kdy pracujeme s časovými závislostmi jednotlivých veličin, jako je poloha, rychlost a zrychlení. Druhá možnost spočívá v zaměření se na veličiny, které se při pohybu zachovávají – tj. použití zákonů zachování hybnosti a mechanické energie. V tomto přístupu se nezabýváme vývojem v čase. Někde lze dokonce úlohu řešit pomocí obou přístupů nebo je potřeba tyto přístupy zkombinovat. Který přístup lze použít k vyřešení úlohy nebo je potřeba tyto přístupy zkombinovat. Který přístup lze použít k vyřešení úlohy nebo je potřeba tyto přístupy zkombinovat. Který přístup lze použít k vyřešení úlohy nebo je potřeba tyto přístupy zkombinovat. Který přístup lze použít k vyřešení úlohy nebo je potřeba tyto přístupy zkombinovat.

### Zadání:

Níže je uvedeno 6 možností označených písmeny A-F, které obsahují jeden nebo více základních fyzikálních principů. Pod nimi naleznete 10 úloh, jež lze pomocí některých těchto fyzikálních principů vyřešit. Vaším úkolem je vybrat ke každé úloze právě jednu z možností A-F tak, aby byla pomocí daného fyzikálního principu vyřešena co možná nejefektivnějším způsobem.

Zadané úlohy nemusíte řešit až do získání výsledku.

### Fyzikální principy:

- A) Newtonovy zákony, pohybová rovnice
- B) Zákon zachování mechanické energie
- C) Zákon zachování hybnosti
- D) Použití dvou fyzikálních principů: zákon zachování hybnosti – zákon zachování mechanické energie
- E) Použití dvou fyzikálních principů: zákon zachování mechanické energie – Newtonovy zákony
- F) Použití dvou fyzikálních principů: zákon zachování hybnosti – Newtonovy zákony

### Úlohy:

1. Kulička o hmotnosti 20 g byla vržena svisle dolů z výšky 70 cm nad deskou stolu počáteční rychlostí  $2 \text{ m s}^{-1}$ . Do jaké výšky by vyskočila po odrazu od stolu, kdyby kulička i deska stolu byly dokonale pružné? Tíhové zrychlení je  $10 \text{ m s}^{-2}$ .

Použitý princip: **B**

Poznámka: Po kompletním vyřešení úlohy bychom zjistili, že kulička by vyskočila do výšky větší než počáteční výška 70 cm. Tento výsledek je možné se žáky prodiskutovat.

Výsledek: 0,9 m

2. Výtahová kabina má hmotnost 250 kg, nosnost výtahu je 5 lidí (400 kg). Hmotnost protizávaží je volena tak, aby vyrovnávala poloviční nosnost výtahu. Jakou silou udržuje motor kabinu výtahu v rovnoměrném pohybu, jestliže výtah jede prázdný nahoru?

Použitý princip: A

Poznámka 1: Pokud se kabina výtahu pohybuje rovnoměrným pohybem, musí být výsledná síla, která na ni působí, nulová (jedná se o 1. Newtonův zákon). Aby byla tato podmínka splněna, záleží nejen na velikosti síly motoru výtahu, ale i na jejím směru.

Poznámka 2: Věta, ve které se říká, že hmotnost protizávaží vyrovnává poloviční nosnost výtahu, je myšlena tak, že protizávaží vyrovnává zároveň i hmotnost kabiny, tj. jeho hmotnost je 450 kg. To znamená, že prázdný výtah jedoucí směrem nahoru musí „brzdit“. Tato věta ale může být pochopena i tak, že hmotnost protizávaží je rovna jedné polovině nosnosti výtahu. Protizávaží by pak mělo hmotnost 200 kg. Na principu, kterým se úloha řeší, však tato interpretace nic nemění.

Výsledek: 2000 N

3. Těleso o hmotnosti 0,5 kg se pohybuje po dokonale hladké vodorovné rovině rychlostí 6 m s<sup>-1</sup>. Do tělesa vnikla střela o hmotnosti 0,01 kg, která se pohybovala kolmo ke směru pohybu tělesa rychlostí 600 m s<sup>-1</sup>. Určete výslednou rychlost tělesa po vniknutí střely a úhel, který svírá směr této rychlosti se směrem původní rychlosti.

Použitý princip: C

Poznámka: Při řešení úlohy nelze použít zákon zachování mechanické energie, protože se jedná o nepružnou srážku. Po srážce se obě tělesa spojí dohromady a část původní energie obou těles se použije k tomu, aby se střela „zavrtala“ do tělesa (jedná se o nevratnou deformaci). Tento fakt doporučujeme se studenty prodiskutovat. Lze také vypočítat změnu vnitřní energie soustavy obou těles.

Výsledek: 13 m s<sup>-1</sup>, 63°, (vnitřní energie soustavy se zvýší o 1,8 kJ)

4. Vozík o hmotnosti 250 kg jede po vodorovných kolejích rychlostí 2,4 m s<sup>-1</sup> a srazí se s vozíkem o hmotnosti 500 kg, který jede rychlostí 1,8 m s<sup>-1</sup>. Při srážce se oba vozíky spolu spojí a dále se pohybují společně. Vypočtěte úbytek mechanické energie vozíků při srážce, jestliže vozíky před srážkou jedou za sebou.

Použitý princip: C

Výsledek: 30 J



5. Chlapci Tomáš a Petr sáňkovali na kopci. Sáňky i s nimi měly hmotnost 87 kg. Aby jeli co nejrychleji, vždy se nahoře rozběhli, naskočili na sáňky a jeli dolů. Počáteční rychlost sáňek s oběma chlapci je  $7 \text{ km h}^{-1}$ . Kopec je vysoký 15 m. Jak velkou rychlost mají sáňky s chlapci na úpatí kopce? Předpokládejte, že chlapci nebrzdí nohama a že tření sáňek při pohybu po svahu lze zanedbat. Odpor vzduchu rovněž neuvažujte.

Použitý princip: **B**

Výsledek:  $61 \text{ km h}^{-1}$  ( $17 \text{ m s}^{-1}$ )

6. Chlapec táhne sáňky vzhůru po zasněženém svahu se stoupáním  $\beta$  za provázek, který svírá s rovinou svahu úhel  $\alpha$ . Najděte takovou velikost úhlu  $\alpha$ , při kterém bude síla vynaložená na tažení saní nejmenší. Koeficient smykového tření mezi saněmi a sněhem je  $f = 0,1$  a rychlost saní zůstává stálá.

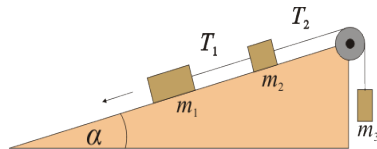
Použitý princip: **A**

Poznámka 1: Sáňky se pohybují rovnoměrným přímočarým pohybem, a proto je výsledná síla působící na saně nulová.

Poznámka 2: Pro určení úhlu  $\alpha$ , při kterém bude síla vynaložená na tažení saní nejmenší, je nutná znalost diferenciálního počtu.

Výsledek:  $5^\circ 43'$

7. Vyobrazená soustava klouže dolů po nakloněné rovině. Určete velikost zrychlení soustavy a velikosti tahových sil provázků  $T_1$ ,  $T_2$ . Koeficient smykového tření mezi bloky a nakloněnou rovinou je  $f$ . Moment setrvačnosti kladky a hmotnost provázku zanedbejte.



Použitý princip: **A**

8. Loupežník Zlomený Zub opouští svoje sídlo v koruně stromu pomocí lana na pevné kladce. Jeho tělo vyvažuje zavěšený kámen. Jakou rychlostí dopadne Zlomený Zub na zem? Loupežník má hmotnost 75 kg. Spouští se z výšky 8,0 m. Kámen má hmotnost 65 kg, na počátku je na nataženém laně právě na zemi.

Použitý princip: **B**

Poznámka: Úlohu lze počítat i pomocí 2. Newtonova zákona (viz další úloha), pomocí kterého určíme zrychlení a z něho vypočítáme rychlost. Jedná se ale o výrazně komplikovanější postup.

Výsledek:  $3,4 \text{ m s}^{-1}$

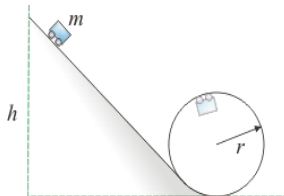
9. Loupežník Zlomený Zub opouští svoje sídlo v koruně stromu pomocí lana na pevné kladce. Tělo mu přitom vyvažuje zavěšený kámen. Loupežník má hmotnost 75 kg. Spouští se z výšky 8,0 m. Kámen má hmotnost 65 kg, na počátku je na nataženém laně právě na zemi. Hmotnost lana můžete zanedbat. S jakým zrychlením klesá Zlomený Zub k zemi?

Použitý princip: **A**

Poznámka: Úlohu lze počítat i pomocí zákona zachování energie (viz předchozí úloha) – určíme rychlost při dopadu na zem a z této rychlosti zrychlení. Výpočet je ale výrazně komplikovanější.

Výsledek:  $0,70 \text{ m s}^{-2}$

10. Malý vozík o hmotnosti  $m$  sjíždí bez prokluzování po nakloněné dráze zakončené válcovou plochou o poloměru  $r$ . Z jaké výšky  $h$  musí vozík sjíždět, aby projel celou kruhovou smyčkou této válcové plochy? Moment setrvačnosti a valivý odpor koleček zanedbejte.



Použitý princip: **E** (případně **B**)

Poznámka 1: Aby vozík projel celou dráhu, musí mít v nejvyšším bodě smyčky nenulovou rychlost. K tomu, abychom zjistili minimální hodnotu této rychlosti (resp. zrychlení), použijeme 2. Newtonův zákon. Podmínka pro udržení se v nejvyšším bodě smyčky má tvar  $F_G = F_d$ . Tedy, velikost tíhové síly se musí rovnat velikosti dostředivé síly, která působí na vozík. Toto je limitní případ, při kterém vozík ještě nevypadne z dráhy.

Poznámka 2: Použití Newtonových zákonů v této úloze je nezvyklé. (Vozík se pohybuje po zakřivené dráze a v nejvyšším bodě smyčky počítáme s normálovým zrychlením vozíku a ne s tečným, které je pro žáky běžnější.) Z tohoto důvodu nemusí žáci tuto část řešení považovat za aplikaci Newtonových zákonů, a proto i odpověď **B** může být přijata za správnou.

**Použitá literatura s označením úloh ve zdrojích:**

BARTUŠKA, K. *Sbírka řešených úloh z fyziky pro střední školy I.* 2.vyd. Praha: Prometheus, 1997. ISBN: 80-7196-236-8.

- úlohy: **1** (č. 111), **3** (č. 109)

BEDNAŘÍK, M., ŠIROKÁ, M. *Fyzika pro gymnázia – Mechanika.* 4. vyd. Praha: Prometheus, 2010. ISBN: 978-80-7196-382-0.

- úlohy: **4** (teoretická cvičení 7, úloha 5)

KOUPILOVÁ, Z. *Sbírka řešených úloh z fyziky* [online]. [cit. 21. 11. 2013] Dostupné z: <http://fyzikalniulohy.cz>

- úlohy: **5** (č. 217), **6** (č. 139), **7** (č. 96), **10** (č. 148)

NAHODIL, J. *Sbírka úloh z fyziky kolem nás pro střední školy.* Praha: Prometheus, 2011.

ISBN: 978-80-7196-409-4.

- úlohy: **2** (č. 2.41), **8** (č. 3.27), **9** (č. 2.45)

## Stavová rovnice ideálního plynu

Stavovou rovnici ideálního plynu lze psát ve dvou základních tvarech:

$$1.1. \quad pV = nRT$$

$$2.0. \quad \frac{pV}{T} = \text{konst.}, \quad \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$$

První rovnici můžeme použít k řešení úloh, u nichž se zajímáme o aktuální stav ideálního plynu.

Druhou rovnici je naopak vhodné použít při hledání změn mezi dvěma různými stavy téhož ideálního plynu. Zabýváme se průběhem děje, který v daném plynu probíhá. Tuto rovnici lze použít, pokud se v úloze zachovává množství plynu.

Pravou stranu rovnice 1.1 můžeme napsat ještě dalšími způsoby, podle toho, známe-li látkové množství  $n$ , počet molekul  $N$ , nebo hmotnost plynu  $m$ . První případ stavové rovnice pak můžeme psát ve tvarech:

$$1.1. \quad pV = nRT \quad \dots \text{pokud známe látkové množství } n,$$

$$1.2. \quad pV = NkT \quad \dots \text{pokud známe počet molekul } N,$$

$$1.3. \quad pV = \frac{m}{M_m}RT \quad \dots \text{pokud známe hmotnost plynu } m \text{ (} M_m \text{ je molární hmotnost plynu).}$$

Rovnice 2.0 se často modifikuje pro různé speciální případy, speciální děje. Rovnice pro tyto děje pak mají následující tvary:

$$2.1. \quad \text{izotermický děj: } pV = \text{konst.}, \quad p_1V_1 = p_2V_2$$

$$2.2. \quad \text{izochorický děj: } \frac{p}{T} = \text{konst.}, \quad \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

$$2.3. \quad \text{izobarický děj: } \frac{V}{T} = \text{konst.}, \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

**Úlohy:**

U každé z níže uvedených úloh 1-7 rozhodněte, která rovnice (1.1 – 1.3, 2.0 – 2.3) je nejvhodnější k jejímu vyřešení.

1. Nádoba tvaru válce je naplněna plynem o teplotě 20 °C a shora uzavřena pístem. Na pístu se nachází takové závaží, že tlak plynu uvnitř nádoby je 140 kPa. Nádobu budeme zahřívat.
  - a) Píst zajistíme proti pohybu. Určete tlak plynu při zvýšení jeho teploty na 180 °C.
  - b) Píst necháme volný. Určete teplotu plynu ve válci, zvětší-li se objem plynu o 30 %.
2. V nádobě o objemu 1 l je uzavřen plyn, který je sloučeninou kyslíku a dusíku. Hmotnost plynu je 1 g, teplota 17 °C a tlak 31,7 kPa. Určete chemický vzorec a název sloučeniny.
3. Jak se změní tlak plynu při poklesu jeho teploty z 80 °C na 20 °C při současném zmenšení jeho objemu a) na jednu třetinu, b) o jednu třetinu.
4. Vzduch o teplotě 20 °C a tlaku 100 kPa zaujímá ve válci s pístem objem 1 l. Určete konečný tlak vzduchu při velmi pomalém (tj. přibližně izotermickém) stlačení na objem 0,6 l.
5. Určete konečnou teplotu plynu při poklesu jeho tlaku o 30 % a zvětšení jeho objemu o 50 %. Počáteční teplota plynu je 0 °C.
6. V ocelové nádobě je 300 g plynného amoniaku při tlaku 1,35 MPa a teplotě 77 °C.
  - a) Jaký je objem nádoby?
  - b) Po určité době teplota nádoby poklesla na teplotu okolí 22 °C a uvnitř byl naměřen tlak 0,87 MPa. Kolik plynu uniklo stěnami nádoby?
7. Vzduchová bublina o poloměru 5,0 mm stoupá ode dna jezera hlubokého 20,7 m. Teplota u dna jezera je 7 °C a u hladiny 27 °C. Atmosférický tlak je 100 kPa. Jak velká bude bublina, až dospěje ke hladině?

## Stavová rovnice ideálního plynu

Stavovou rovnici ideálního plynu lze psát ve dvou základních tvarech:

$$1.1 \quad pV = nRT$$

$$2.0 \quad \frac{pV}{T} = \text{konst.}, \quad \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$$

První rovnici můžeme použít k řešení úloh, u nichž se zajímáme o aktuální stav ideálního plynu.

Druhou rovnici je naopak vhodné použít při hledání změn mezi dvěma různými stavy téhož ideálního plynu. Zabýváme se průběhem děje, který v daném plynu probíhá. Tuto rovnici lze použít, pokud se v úloze zachovává množství plynu.

Pravou stranu rovnice 1.1 můžeme napsat ještě dalšími způsoby, podle toho, známe-li látkové množství  $n$ , počet molekul  $N$ , nebo hmotnost plynu  $m$ . První případ stavové rovnice pak můžeme psát ve tvarech:

$$1.2 \quad pV = nRT \quad \dots \text{pokud známe látkové množství } n,$$

$$1.3 \quad pV = NkT \quad \dots \text{pokud známe počet molekul } N,$$

$$1.4 \quad pV = \frac{m}{M_m} RT \quad \dots \text{pokud známe hmotnost plynu } m \text{ (} M_m \text{ je molární hmotnost plynu).}$$

Rovnice 2.0 se často modifikuje pro různé speciální případy, speciální děje. Rovnice pro tyto děje pak mají následující tvary:

$$2.4. \quad \text{izotermický děj: } pV = \text{konst.}, \quad p_1V_1 = p_2V_2$$

$$2.5. \quad \text{izochorický děj: } \frac{p}{T} = \text{konst.}, \quad \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

$$2.6. \quad \text{izobarický děj: } \frac{V}{T} = \text{konst.}, \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

**Úlohy:**

U každé z níže uvedených úloh 1-7 rozhodněte, která rovnice (1.1 – 1.3, 2.0 – 2.3) je nejvhodnější k jejímu vyřešení.

1. Nádoba tvaru válce je naplněna plynem o teplotě 20 °C a shora uzavřena pístem. Na pístu se nachází takové závaží, že tlak plynu uvnitř nádoby je 140 kPa. Nádobu budeme zahřívat.
- a) Píst zajistíme proti pohybu. Určete tlak plynu při zvýšení jeho teploty na 180 °C.
- b) Píst necháme volný. Určete teplotu plynu ve válci, zvětší-li se objem plynu o 30 %.

**Řešení:** V této úloze se zabýváme změnou stavu ideálního plynu, jehož hmotnost zůstává konstantní. K řešení je vhodná tedy některá z rovnic druhého typu. V části a) se jedná o izochorický děj, proto k řešení využijeme vztah **2.2**, tedy  $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$ . Při ději probíhající v části b) zůstane tlak v nádobě konstantní a pro řešení použijeme vztah **2.3**  $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ .

**Výsledek:** a) 220 kPa b) 108 °C

2. V nádobě o objemu 1 l je uzavřen plyn, který je sloučeninou kyslíku a dusíku. Hmotnost plynu je 1 g, teplota 17 °C a tlak 31,7 kPa. Určete chemický vzorec a název sloučeniny.

**Řešení:** Chemický vzorec sloučeniny odvodíme z její molární hmotnosti, kterou určíme pomocí vztahu **1.3**  $pV = \frac{m}{M_m} RT$ .

**Poznámka:** Ze stavové rovnice vypočítáme neznámou molární hmotnost sloučeniny, resp. její relativní molekulovou hmotnost. Poté hledáme dvě malá přirozená čísla taková, že pokud každé z těchto čísel vynásobíme relativní molekulovou hmotností jednoho prvku a následně tato „přenásobená“ čísla sečteme, získáme vypočítanou relativní molekulovou hmotnost sloučeniny.

**Výsledek:** oxid dusitý N<sub>2</sub>O<sub>3</sub>

3. Jak se změní tlak plynu při poklesu jeho teploty z 80 °C na 20 °C při současném zmenšení jeho objemu a) na jednu třetinu, b) o jednu třetinu.

**Řešení:** V obou částech úlohy použijeme k řešení vztah **2.0**  $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ , neboť ze zadání úlohy víme, že nás zajímá změna stavu ideálního plynu, množství plynu se nemění, ale nejedná se o žádný ze speciálních případů.

**Výsledek:** a) tlak vzroste 2,5 krát; b) tlak vzroste 1,25 krát

4. Vzduch o teplotě 20 °C a tlaku 100 kPa zaujímá ve válci s pístem objem 1 l. Určete konečný tlak vzduchu při velmi pomalém (tj. přibližně izotermickém) stlačení na objem 0,6 l.

**Řešení:** Pro vyřešení této úlohy s izotermickým dějem využijeme vztahu **2.1**  $p_1 V_1 = p_2 V_2$ .

**Výsledek:** 170 kPa

5. Určete konečnou teplotu plynu při poklesu jeho tlaku o 30 % a zvětšení jeho objemu o 50 %. Počáteční teplota plynu je 0 °C.

Řešení: K řešení úlohy využijeme vztah **2.0**  $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ .

Výsledek: 14 °C

6. V ocelové nádobě je 300 g plynného amoniaku při tlaku 1,35 MPa a teplotě 77 °C.
- Jaký je objem nádoby?
  - Po určité době teplota nádoby poklesla na teplotu okolí 22 °C a uvnitř byl naměřen tlak 0,87 MPa. Kolik plynu uniklo stěnami nádoby?

Řešení: V této úloze se zajímáme o aktuální stav ideálního plynu. Obě části úlohy můžeme vyřešit pomocí vztahu **1.3**  $pV = \frac{m}{M_m} RT$ , protože známe hmotnost plynu v nádobě. Ačkoli objem nádoby zůstává v části b) stejný jako v části a), změní se množství plynu v nádobě. Z toho důvodu nelze použít rovnici 2.

Poznámka: K řešení části b) využijeme hodnoty objemu nádoby, kterou jsme získali v řešení části a).

Výsledek: a) 38 l; b) 71 g, což představuje asi 24 % původní hmotnosti

7. Vzduchová bublina o poloměru 5,0 mm stoupá ode dna jezera hlubokého 20,7 m. Teplota u dna jezera je 7 °C a u hladiny 27 °C. Atmosférický tlak je 100 kPa. Jak velká bude bublina, až dospěje ke hladině?

Řešení: Úlohu můžeme vyřešit s použitím vztahu **2.0**  $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ .

Poznámka: K řešení úlohy je třeba vyjádřit si tlak vody u dna jezera pomocí hydrostatického a atmosférického tlaku.

Výsledek: 7,4 mm

#### Použitá literatura s označením úloh ve zdrojích:

KOUPILOVÁ, Z. *Sbírka řešených úloh z fyziky* [online]. [cit. 21. 11. 2013] Dostupné z: <http://fyzikalniulohy.cz>

- úlohy: **2** (č. 330), **7** (č. 331)

*cdstudent škola v pohodě...* [CD]. Praha: AMOS – Jiří Kadlec, 2000.

- úlohy: **1** (Příklad 7), **3** (Příklad 4), **4** (Příklad 8), **5** (Příklad 5)  
Všechny příklady jsou z kapitoly *Molekulová fyzika a termika – Struktura a vlastnosti plynného skupenství látek*.



## Stavová rovnice ideálního plynu

Stavovou rovnici ideálního plynu lze psát ve dvou základních tvarech:

$$1. \quad pV = nRT$$

$$2. \quad \frac{pV}{T} = \text{konst.}, \quad \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$$

- A) Popište, v čem spočívá jejich rozdíl. Zkuste naformulovat, na jaký typ úloh se hodí typ 1. a na jaký typ 2.
- B) Pravá strana rovnice 1. se dá napsat ještě dalšími různými způsoby, uveďte je.
- C) Rovnice 2. se často modifikuje pro různé speciální případy, speciální děje. Napište alespoň některé.
- D) Níže uvedené úlohy 1-8 rozdělte podle toho, zda k jejich řešení je vhodnější rovnice 1 nebo 2. Případně specifikujte, která varianta těchto typů (viz úkol B a C).
- E) Po vyřešení úkolu D se vraťte znovu k úkolu A a upravte/zpřesněte svůj popis.

### Úlohy:

- Nádoba tvaru válce je naplněna plynem o teplotě 20 °C a shora uzavřena pístem. Na pístu se nachází takové závaží, že tlak plynu uvnitř nádoby je 140 kPa. Nádobu budeme zahřívat.
  - Píst zajistíme proti pohybu. Určete tlak plynu při zvýšení jeho teploty na 180 °C.
  - Píst necháme volný. Určete teplotu plynu ve válci, zvětší-li se objem plynu o 30 %.
- Vzduch o teplotě 20 °C a tlaku 100 kPa zaujímá ve válci s pístem objem 1 l. Určete konečný tlak vzduchu při velmi pomalém (tj. přibližně izotermickém) stlačení na objem 0,6 l.
- Jak se změní tlak plynu při poklesu jeho teploty z 80 °C na 20 °C při současném zmenšení jeho objemu a) na jednu třetinu, b) o jednu třetinu.
- Určete konečnou teplotu plynu při poklesu jeho tlaku o 30 % a zvětšení jeho objemu o 50 %. Počáteční teplota plynu je 0 °C.
- V ocelové nádobě je 300 g plynného amoniaku při tlaku 1,35 MPa a teplotě 77 °C.
  - Jaký je objem nádoby?
  - Po určité době teplota nádoby poklesla na teplotu okolí 22 °C a uvnitř byl naměřen tlak 0,87 MPa. Kolik plynu uniklo stěnami nádoby?
- V nádobě o objemu 1 l je uzavřen plyn, který je sloučeninou kyslíku a dusíku. Hmotnost plynu je 1 g, teplota 17 °C a tlak 31,7 kPa. Určete chemický vzorec a název sloučeniny.
- Vzduchová bublina o poloměru 5,0 mm stoupá ode dna jezera hlubokého 20,7 m. Teplota u dna jezera je 7 °C a u hladiny 27 °C. Atmosférický tlak je 100 kPa. Jak velká bude bublina, až dospěje ke hladině?

8. Nádoba A obsahuje ideální plyn o teplotě 300 K a tlaku  $5,0 \cdot 10^5$  Pa a je úzkou trubicí propojena s nádobou B. Nádoba B má čtyřikrát větší objem, obsahuje stejný plyn ohřátý na teplotu 400 K a o tlaku  $1,0 \cdot 10^5$  Pa. Jaký bude výsledný tlak celého systému, jestliže otevřeme kohoutek na spojovací trubici a zároveň budeme obě nádoby udržovat na původních teplotách?

## Stavová rovnice ideálního plynu

Stavovou rovnici ideálního plynu lze psát ve dvou základních tvarech:

1.  $pV = nRT$
2.  $\frac{pV}{T} = \text{konst.}, \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$

- A) Popište, v čem spočívá jejich rozdíl. Zkuste naformulovat, na jaký typ úloh se hodí typ 1. a na jaký typ 2.
- B) Pravá strana rovnice 1. se dá napsat ještě dalšími různými způsoby, uveďte je.
- C) Rovnice 2. se často modifikuje pro různé speciální případy, speciální děje. Napište alespoň některé.
- D) Níže uvedené úlohy 1-8 rozdělte podle toho, zda k jejich řešení je vhodnější rovnice 1 nebo 2. Případně specifikujte, která varianta těchto typů (viz úkol B a C).
- E) Po vyřešení úkolu D se vraťte znovu k úkolu A a upravte/zpřesněte svůj popis.

### Řešení:

- A) První rovnici můžeme použít k řešení úloh, u nichž se zajímáme o aktuální stav ideálního plynu.

Druhou rovnici je naopak vhodné použít při hledání změn mezi dvěma různými stavy téhož ideálního plynu. Zabýváme se průběhem děje, který v daném plynu probíhá. Tuto rovnici lze použít, pokud se v úloze zachovává množství plynu.

Poznámka: Na skutečnost, že lze druhou rovnici použít, pokud se v úloze zachovává množství plynu, studenti často zapomínají. Může se jednat o jednu z věcí, kterou si studenti uvědomí až při řešení úkolu D či E.

- B) Pravou stranu rovnice 1. můžeme napsat ještě dalšími způsoby, podle toho, známe-li látkové množství  $n$ , počet molekul  $N$ , nebo hmotnost plynu  $m$ . První případ stavové rovnice pak můžeme psát ve tvarech:

- 1.4.  $pV = nRT$  ... pokud známe látkové množství  $n$ ,

- 1.5.  $pV = NkT$  ... pokud známe počet molekul  $N$ ,

- 1.6.  $pV = \frac{m}{M_m}RT$  ... pokud známe hmotnost plynu  $m$  ( $M_m$  je molární hmotnost plynu).

- C) Rovnice 2. se často modifikuje pro různé speciální případy, speciální děje. Rovnice pro tyto děje pak mají následující tvary:

- 2.7. izotermický děj:  $pV = \text{konst.}, p_1V_1 = p_2V_2$

- 2.8. izochorický děj:  $\frac{p}{T} = \text{konst.}, \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$

- 2.9. izobarický děj:  $\frac{V}{T} = \text{konst.}, \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ .

D)

1. Nádoba tvaru válce je naplněna plynem o teplotě 20 °C a shora uzavřena pístem. Na pístu se nachází takové závaží, že tlak plynu uvnitř nádoby je 140 kPa. Nádobu budeme zahřívat.

a) Píst zajistíme proti pohybu. Určete tlak plynu při zvýšení jeho teploty na 180 °C

b) Píst necháme volný. Určete teplotu plynu ve válci, zvětší-li se objem plynu o 30 %.

Řešení: V této úloze se zabýváme změnou stavu ideálního plynu, jehož hmotnost zůstává konstantní. K řešení je vhodná tedy některá z rovnic druhého typu. V části a) se jedná o izochorický děj, proto k řešení využijeme vztah **2.2**, tedy  $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$ . Při ději probíhající v části b) zůstane tlak v nádobě konstantní a pro řešení použijeme vztah **2.3**  $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ .

Výsledek: a) 220 kPa b) 108 °C

2. Vzduch o teplotě 20 °C a tlaku 100 kPa zaujímá ve válci s pístem objem 1 l. Určete konečný tlak vzduchu při velmi pomalém (tj. přibližně izotermickém) stlačení na objem 0,6 l.

Řešení: Pro vyřešení této úlohy s izotermickým dějem využijeme vztahu **2.1**

$$p_1 V_1 = p_2 V_2.$$

Výsledek: 170 kPa

3. Jak se změní tlak plynu při poklesu jeho teploty z 80 °C na 20 °C při současném zmenšení jeho objemu a) na jednu třetinu, b) o jednu třetinu.

Řešení: V obou částech úlohy použijeme k řešení vztah **2.**  $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ , neboť ze zadání úlohy víme, že nás zajímá změna stavu ideálního plynu, množství plynu se nemění, ale nejedná se o žádný ze speciálních případů.

Výsledek: a) tlak vzroste 2,5 krát; b) tlak vzroste 1,25 krát

4. Určete konečnou teplotu plynu při poklesu jeho tlaku o 30 % a zvětšení jeho objemu o 50 %. Počáteční teplota plynu je 0 °C.

Řešení: K řešení úlohy využijeme vztah **2.**  $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ .

Výsledek: 14 °C

5. V ocelové nádobě je 300 g plynného amoniaku při tlaku 1,35 MPa a teplotě 77 °C.  
 a) Jaký je objem nádoby?  
 b) Po určité době teplota nádoby poklesla na teplotu okolí 22 °C a uvnitř byl naměřen tlak 0,87 MPa. Kolik plynu uniklo stěnami nádoby?

Řešení: V této úloze se zajímáme o aktuální stav ideálního plynu. Obě části úlohy můžeme vyřešit pomocí vztahu **1.3**  $pV = \frac{m}{M_m}RT$ , protože známe hmotnost plynu v nádobě. Ačkoliv objem nádoby zůstává v části b) stejný jako v části a), změní se množství plynu v nádobě. Z toho důvodu nelze použít rovnici 2.

Poznámka: K řešení části b) využijeme hodnoty objemu nádoby, kterou jsme získali v řešení části a).

Výsledek: a) 38 l; b) 71 g, což představuje asi 24 % původní hmotnosti

6. V nádobě o objemu 1 l je uzavřen plyn, který je sloučeninou kyslíku a dusíku. Hmotnost plynu je 1 g, teplota 17 °C a tlak 31,7 kPa. Určete chemický vzorec a název sloučeniny.

Řešení: Chemický vzorec sloučeniny odvodíme z její molární hmotnosti, kterou určíme pomocí vztahu **1.3**  $pV = \frac{m}{M_m}RT$ .

Poznámka: Ze stavové rovnice vypočítáme neznámou molární hmotnost sloučeniny, resp. její relativní molekulovou hmotnost. Poté hledáme dvě malá přirozená čísla taková, že pokud každé z těchto čísel vynásobíme relativní molekulovou hmotností jednoho prvku a následně tato „přenásobená“ čísla sečteme, získáme vypočítanou relativní molekulovou hmotnost sloučeniny.

Výsledek: oxid dusitý  $N_2O_3$

7. Vzduchová bublina o poloměru 5,0 mm stoupá ode dna jezera hlubokého 20,7 m. Teplota u dna jezera je 7 °C a u hladiny 27 °C. Atmosférický tlak je 100 kPa. Jak velká bude bublina, až dospěje ke hladině?

Řešení: Úlohu můžeme vyřešit s použitím vztahu **2.**  $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$ .

Poznámka: K řešení úlohy je třeba vyjádřit si tlak vody u dna jezera pomocí hydrostatického a atmosférického tlaku.

Výsledek: 7,4 mm

8. Nádoba A obsahuje ideální plyn o teplotě 300 K a tlaku  $5,0 \cdot 10^5$  Pa a je úzkou trubicí propojena s nádobou B. Nádoba B má čtyřikrát větší objem, obsahuje stejný plyn ohřátý na teplotu 400 K a o tlaku  $1,0 \cdot 10^5$  Pa. Jaký bude výsledný tlak celého systému, jestliže otevřeme kohoutek na spojovací trubici a zároveň budeme obě nádoby udržovat na původních teplotách?

Řešení: Po otevření kohoutku mezi nádobami se změní počet částic v obou nádobách. Proto je pro výpočet potřeba použít rovnici **1.1**  $pV = nRT$ .

Poznámka: Při řešení úlohy je potřeba si z rovnice 1.1 vyjádřit počet částic zvlášť pro každou nádobu před otevřením a po otevření kohoutku. Celkový počet částic v nádobách se však po otevření kohoutku nezmění. Tohoto faktu lze využít a dát do rovnosti součet částic v nádobě A a B před otevřením kohoutku a součet částic v nádobě A a B po otevření kohoutku.

Výsledek:  $2,0 \cdot 10^5$  Pa

### Použitá literatura s označením úloh ve zdrojích:

*cdstudent škola v pohodě...* [CD]. Praha: AMOS – Jiří Kadlec, 2000.

- úlohy: **1** (Příklad 7), **2** (Příklad 8), **3** (Příklad 4), **4** (Příklad 5),  
Všechny příklady jsou z kapitoly *Molekulová fyzika a termika – Struktura a vlastnosti plynného skupenství látek*.

KOUPILOVÁ, Z. *Sbírka řešených úloh z fyziky* [online]. [cit. 21. 11. 2013] Dostupné z: <http://fyzikalniulohy.cz>

- úlohy: **5** (č. 321), **6** (č. 330), **7** (č. 331), **8** (č. 332)

## Magnetické pole

### Zadání:

U každé následující úlohy rozhodněte, které z níže popsaných jevů jsou potřeba pro vyřešení dané úlohy (může jich být i více než jeden).

Své zdůvodnění vysvětlete.

Úlohy nemusíte řešit.

### Jevy:

- A) Na vodič, kterým protéká proud, působí v magnetickém poli síla.
- B) Vodič s proudem kolem sebe vytváří magnetické pole.
- C) Vodič se pohybuje v magnetickém poli a indukuje se na něm napětí.
- D) V uzavřeném vodiči se indukuje napětí a díky tomu vodičem protéká proud.

### Ukázka:

Dva rovnoběžné vodiče délky 50 m, ve vzájemné vzdálenosti 5 cm, se navzájem přitahují silou 18 N. Určete velikost proudu ve vodičích a jeho směr.

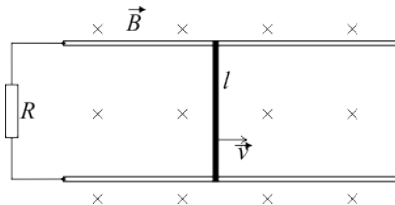
Potřebný jev: **B, A**

Vysvětlení: Oběma vodiči protéká proud, a tudíž kolem sebe oba vodiče vytvářejí magnetické pole (jev **B**). Díky tomu jsou vodiče umístěny v magnetickém poli a působí na ně magnetická síla (jev **A**). K vyřešení úlohy jsou tedy potřeba oba dva jevy **A** i **B**.

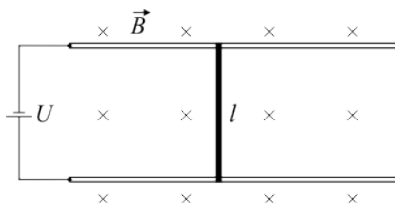
### Úlohy:

1. Vodič délky 8,0 cm je umístěn kolmo k indukčním čarám magnetického pole o magnetické indukci 0,12 T. Určete velikost síly působící na vodič, jestliže jím prochází proud 0,5 A.
2. K přímému vodiči, kterým prochází proud, se přibližuje druhý přímý, rovnoběžný vodič. Určete směr indukovaného proudu v druhém vodiči.
3. Jakou rychlostí se musí pohybovat v homogenním magnetickém poli přímý vodič délky 20 cm, aby při magnetické indukci pole 0,2 T bylo na koncích vodiče napětí 2 mV?

4. Vodič délky  $l$  klouže bez tření po dvou rovnoběžných vodivých tyčích, umístěných v homogenním magnetickém poli tak, že vektor magnetické indukce je kolmý k rovině, v níž tyče leží. Konce tyčí jsou navzájem spojeny rezistorem o odporu  $R$ . Určete velikost síly, kterou musíme na vodič působit, aby se pohyboval rovnoměrně rychlostí  $\vec{v}$ .



5. Vodič délky  $l$  je položen na dvou rovnoběžných vodivých tyčích, umístěných v homogenním magnetickém poli tak, že vektor magnetické indukce je kolmý k rovině, v níž tyče leží. Konce tyčí jsou navzájem spojeny zdrojem napětí  $U$ . Určete velikost síly, která působí na vodič.



6. V homogenním magnetickém poli o magnetické indukci 10 mT, jehož magnetické indukční čáry jsou vodorovné, je zavěšen na dvou lehkých vláknech vodorovný vodič délky 10 cm, který je kolmý k indukčním čárám. Určete změnu tahové síly působící na každé z vláken, jestliže vodičem začne procházet proud 10 A.
7. Dvěma rovnoběžnými vodiči procházejí stejné proudy o velikosti 320 A. Určete, v jaké vzdálenosti se od sebe vodiče nacházejí, jestliže na 1 m délky vodičů působí síla 0,2 N.
8. V homogenním magnetickém poli se kolmo k indukčním čárám pohybuje přímý vodič délky 1,8 m rychlostí  $6,0 \text{ m s}^{-1}$ . Na koncích vodiče naměříme napětí 1,44 V. Určete magnetickou indukci pole.



## Magnetické pole

### Zadání:

U každé následující úlohy rozhodněte, které z níže popsaných jevů jsou potřeba pro vyřešení dané úlohy (může jich být i více než jeden).

Své zdůvodnění vysvětlete.

Úlohy nemusíte řešit.

### Jevy:

- A) Na vodič, kterým protéká proud, působí v magnetickém poli síla.
- B) Vodič s proudem kolem sebe vytváří magnetické pole.
- C) Vodič se pohybuje v magnetickém poli a indukuje se na něm napětí.
- D) V uzavřeném vodiči se indukuje napětí a díky tomu vodičem protéká proud.

### Ukázka:

Dva rovnoběžné vodiče délky 50 m, ve vzájemné vzdálenosti 5 cm, se navzájem přitahují silou 18 N. Určete velikost proudu ve vodičích a jeho směr.

Potřebný jev: **B, A**

Vysvětlení: Oběma vodiči protéká proud, a tudíž kolem sebe oba vodiče vytvářejí magnetické pole (jev **B**). Díky tomu jsou vodiče umístěny v magnetickém poli a působí na ně magnetická síla (jev **A**). K vyřešení úlohy jsou tedy potřeba oba dva jevy **A** i **B**.

Výsledek: 300 A, souhlasným směrem

### Úlohy:

1. Vodič délky 8,0 cm je umístěn kolmo k indukčním čarám magnetického pole o magnetické indukci 0,12 T. Určete velikost síly působící na vodič, jestliže jím prochází proud 0,5 A.

Potřebný jev: **A**

Vysvětlení: Vodič je umístěn v magnetickém poli a prochází jím proud, a tedy na vodič působí magnetická síla (jev **A**). Protože je vodič umístěn ve vnějším magnetickém poli a jeho vlastní magnetické pole se nijak neuplatní, není pro řešení úlohy potřeba uvažovat jev **B**.

Výsledek: 50 mN

2. K přímému vodiči, kterým prochází proud, se přibližuje druhý přímý, rovnoběžný vodič. Určete směr indukovaného proudu v druhém vodiči.

Potřebný jev: **B, C, D**

Vysvětlení: Přímý vodič, kterým prochází proud, kolem sebe vytváří magnetické pole (jev **B**). V tomto poli se pohybuje druhý přímý vodič, na kterém se indukuje napětí (jev **C**). Protože se podle zadání úlohy v pohybujícím se vodiči indukuje

elektrický proud, lze předpokládat, že je vodič částí uzavřené smyčky. Jev **D** tedy využijeme k určení směru indukovaného proudu.

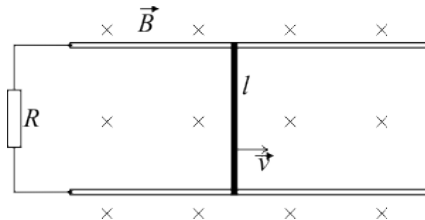
3. Jakou rychlostí se musí pohybovat v homogenním magnetickém poli přímý vodič délky 20 cm, aby při magnetické indukci pole 0,2 T bylo na koncích vodiče napětí 2 mV?

Potřebný jev: **C**

Vysvětlení: Vodič se pohybuje v magnetickém poli a indukuje se na něm napětí (jev **C**).

Výsledek:  $5 \text{ cm s}^{-1}$

4. Vodič délky  $l$  klouže bez tření po dvou rovnoběžných vodivých tyčích, umístěných v homogenním magnetickém poli tak, že vektor magnetické indukce je kolmý k rovině, v níž tyče leží. Konce tyčí jsou navzájem spojeny rezistorem o odporu  $R$ . Určete velikost síly, kterou musíme na vodič působit, aby se pohyboval rovnoměrně rychlostí  $\vec{v}$ .

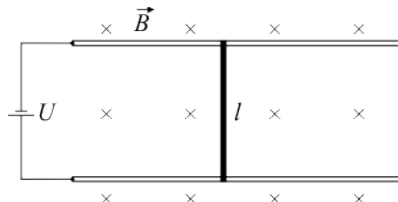


Potřebný jev: **C, D, A**

Vysvětlení: Vodič se pohybuje v homogenním magnetickém poli kolmo na indukční čáry, a tudíž se na něm indukuje napětí (jev **C**). Protože je vodič součástí uzavřené smyčky, prochází jím proud (jev **D**). Důsledkem indukovaného elektrického proudu ve vodiči je, že na tento vodič bude působit magnetická síla (jev **A**).

Poznámka: Aby se vodič pohyboval rovnoměrně, musíme na něj působit silou, která má stejnou velikost jako tato magnetická síla, ale opačný směr.

5. Vodič délky  $l$  je položen na dvou rovnoběžných vodivých tyčích, umístěných v homogenním magnetickém poli tak, že vektor magnetické indukce je kolmý k rovině, v níž tyče leží. Konce tyčí jsou navzájem spojeny zdrojem napětí  $U$ . Určete velikost síly, která působí na vodič.



Potřebný jev: **A**

Vysvětlení: Vodič je součástí obvodu a protéká jím proud (velikost proudu závisí na odporu vodiče). Vodič je umístěn v homogenním magnetickém poli, a proto na něj působí magnetická síla (jev **A**).

Poznámka: Na rozdíl od předchozí úlohy se zde neindukuje napětí. Je to z toho důvodu, že vodič v této úloze zůstává v konstantním magnetickém poli v klidu (nepohybuje se).

6. V homogenním magnetickém poli o magnetické indukci 10 mT, jehož magnetické indukční čáry jsou vodorovné, je zavěšen na dvou lehkých vláknech vodorovný vodič délky 10 cm, který je kolmý k indukčním čárám. Určete změnu tahové síly působící na každé z vláken, jestliže vodičem začne procházet proud 10 A.

Potřebný jev: **A**

Vysvětlení: Vodič, kterým prochází proud, je umístěn v magnetickém poli, a proto na něj působí magnetická síla (jev **A**), která způsobí změnu tahové síly na vlákna.

Výsledek: 5 mN

7. Dvěma rovnoběžnými vodiči procházejí stejné proudy o velikosti 320 A. Určete, v jaké vzdálenosti se od sebe vodiče nacházejí, jestliže na 1 m délky vodičů působí síla 0,2 N.

Potřebný jev: **B, A**

Vysvětlení: Oběma vodiči protéká proud, a tudíž kolem sebe oba vodiče vytvářejí magnetické pole (jev **B**). To se projevuje tak, že na druhý vodič, který je umístěn v tomto poli, působí magnetická síla (jev **A**).

Výsledek: 10 cm

8. V homogenním magnetickém poli se kolmo k indukčním čárám pohybuje přímý vodič délky 1,8 m rychlostí 6,0 m s<sup>-1</sup>. Na koncích vodiče naměříme napětí 1,44 V. Určete magnetickou indukci pole.

Potřebný jev: **C**

Vysvětlení: V homogenním magnetickém poli se pohybuje vodič, na kterém se indukují napětí (jev **C**).

Výsledek: 0,13 T

### Použitá literatura s označením úloh ve zdrojích:

LEPIL, O., ŠEDIVÝ, P. *Fyzika pro gymnázia – Elektřina a magnetismus*. 4. upravené vyd. Praha: Prometheus, 1992. ISBN: 80-7196-088-8.

- úlohy: **ukázka** (č. 7.4/4), **1** (č. 7.3/1), **2** (č. 8.4/5), **3** (č. 8.4/6)

LEPIL, O. & KOL. *Sbírka úloh pro střední školy Fyzika*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1995. ISBN: 80-7196-048-9.

- úlohy: **4** (č. 5.308), **6** (č. 5.263), **7** (č. 5.271), **8** (č. 5.301)

## B.4 Klasifikace vztahů

Tato sekce obsahuje:

- Metodický list (str. 181)
- Zadání pracovního listu (str. 183)
- Pracovní list – mechanická práce a energie (str. 184)
- Řešení pracovního listu – mechanická práce a energie (str. 186)
- Pracovní list – energie rotujícího tělesa (str. 190)
- Řešení pracovního listu – energie rotujícího tělesa (str. 193)

## Klasifikace vztahů

Výsledky výzkumu\* zabývajícího se tím, jak žáci nahlíží na řešení početních fyzikálních úloh, ukazují, že pro žáky jsou při řešení úloh velmi důležité vzorce a rovnice. Žáci mají představu, že je potřeba si pro řešení úloh zapamatovat tolik vzorců, kolik je jen možné. Není však žádoucí, aby se žáci učili všechny vzorce či rovnice, které se při výuce objeví, z paměti. Měli by se naučit rozlišovat mezi důležitějšími a méně podstatnými vztahy, vnímat souvislosti mezi nimi. Je proto vhodné žákům ukázat, že některé vztahy je možné použít pouze v určitých speciálních případech, či že je lze snadno odvodit z jiných vztahů, a zdůraznit, které vztahy je dobré si zapamatovat a u kterých to není nutné.

**Cíl:** Žáci začnou rozlišovat mezi důležitými vztahy, které je vhodné k řešení úloh znát z paměti, a vztahy, které jsou méně důležité.

**Vhodné kapitoly:** Všechna témata, ve kterých se pracuje ve větší míře se vzorci a rovnicemi.

**Časová náročnost:** středně dlouhá aktivita (15 – 20 minut, záleží na počtu vztahů v pracovním listě)

### **Průběh v hodině:**

Žáci dostanou pracovní list s několika vztahy, každý vztah je na zvláštní kartičce. Kartičky je vhodné před začátkem aktivity rozstříhat.

**Jiná možnost zadání aktivity:** Učitel napíše vztahy na tabuli a žáci si je opíšou na kartičky (každý vztah na zvláštní kartičku). Tato možnost je organizačně jednodušší. Není potřeba, aby učitel měl připravených 30 sad kartiček – pro každého žáka jednu.

Úkolem žáků je rozhodnout, které vztahy jsou důležité (tj. je vhodné si je pamatovat) a které jsou méně důležité (není potřeba si je pamatovat, dají se snadno odvodit z důležitých vzorců, nepoužívají se příliš často, ...).

Nejprve by žáci měli u každého vztahu určit, čeho se vztah týká, tj. vlastními slovy vyjádřit, co vztah říká. Není potřeba bazírovat na přesném názvu, spíše žáky podpořit ve vlastní formulaci. Dále by měli žáci pojmenovat všechny veličiny ve vztahu. Poté rozhodnout o důležitosti vztahu a u vztahů, které označí jako méně důležité, uvést, proč je považují za méně důležité.

**Poznámka:** Velmi vhodným doplněním k této aktivitě je po žácích požadovat, aby ke každému vztahu nakreslili nebo popsali situaci, ve které se daný vztah uplatní.

Žáci pracují jednotlivě nebo ve dvojicích a svá řešení zapisují k daným vztahům na kartičky. Kartičky si mohou na lavici libovolně přeskupovat a vytvářet tak mezi vztahy strukturu, která jim nejvíce vyhovuje (např. pod důležité vztahy umísťovat méně podstatné, které z těch důležitých vycházejí). Nakonec žáci spolu s učitelem kontrolují a komentují správná řešení.

---

\* Výzkum byl proveden v rámci disertační práce, jejíž součástí bylo i vytvoření této aktivity.

Učitel přitom může na tabuli (jako příklad) navrhnout vlastní strukturu mezi vztahy, kterou považuje za užitečnou.

**Poznámka:** Důležitost vztahů, resp. to, zda si vztah zapamatovat či ne, budou žáci pravděpodobně posuzovat hlavně podle toho, zda se daný vztah objeví v písemce či při zkoušení – žáci se učí zejména proto, aby uspěli v hodnocení. Cíl této aktivity je však ukázat žákům jiný pohled. Označení vztahu jako „důležitý“ chápeme v této aktivitě tak, že je tento vztah potřebný a užitečný a vede k lepšímu a efektivnějšímu řešení úloh. U takovýchto vztahů je tedy vhodné, aby si je žáci zapamatovali, i když jejich pragmatický přístup bude i nadále převažovat.

Dále je vhodné si uvědomit, že u této aktivity neexistuje jediné správné řešení a výběr důležitých vztahů vždy záleží na mnoha okolnostech (např. na přístupu učitele, hodinové dotaci, stupni vzdělávání). Záleží tedy vždy na učiteli, které vztahy bude označovat jako důležité a které jako méně důležité. Je vhodné, aby před začátkem aktivity učitel s touto skutečností seznámil své žáky.

**Příklad:**

1. vztah pro celkovou kinetickou energii soustavy  $n$  hmotných bodů:

$$E_{\text{celk}} = E_{k_1} + E_{k_2} + \dots + E_{k_n} = \sum_{i=1}^n E_{k_i}$$

2. vztah pro celkovou kinetickou energii soustavy 2 hmotných bodů:

$$E_{\text{celk}} = E_{k_1} + E_{k_2}$$

U některých tříd bude první vztah (pro  $n$  hmotných bodů) považován za důležitý a druhý vztah (pro 2 hmotné body) za méně důležitý, jelikož je speciálním případem prvního.

Avšak u jiných tříd, např. s menší hodinovou dotací, lze jako důležitý označit druhý vztah (pro kinetickou energii dvou těles), neboť obecný vztah by byl pro žáky příliš komplikovaný, nevyužijí ho, a bude pro ně mnohem praktičtější si pamatovat jen ten speciální tvar.

**Doporučení, co dělat v následujících hodinách:**

Při výkladu i počítání úloh učitel zdůrazňuje, které vzorce či rovnice jsou důležité, a je proto užitečné si je pamatovat.

Učitel by měl vždy při počítání úloh vycházet jen z důležitých vztahů, aby žákům ukazoval, že opravdu není potřeba si všechny vztahy pamatovat. Pokud vyučující počítá úlohu, k jejímuž řešení potřebuje speciální vztah, je vhodné takový vztah buď odvodit, pokud je složitost odvození úměrná schopnostem žáků, nebo společně se žáky vyhledat v tabulkách či jiném zdroji.

## Klasifikace vztahů

### Zadání:

U každé z níže uvedených kartiček rozhodněte, čeho se daný vztah týká (co říká), a určete, co znamenají všechny veličiny ve vztahu.

Dále rozhodněte, zda jde o vztah důležitý (tj. je dobré si ho zapamatovat) nebo zda se jedná o vztah méně důležitý, např. vztah, který není potřeba si pamatovat, neboť se dá odvodit z nějakého hlavního vztahu, používá se velmi málo, či vztah, který je jen obecným řešením konkrétní úlohy.

U vztahů, které neoznačíte jako důležité, napište, proč je považujete za méně důležité.

Důležité vztahy výrazně označte (např. podbarvěte).

Ke každému vztahu zkuste navíc nakreslit nebo popsat situaci, ve které by se daný vztah uplatnil.

### Ukázka řešení:

$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$
<p><u>Co vztah říká:</u> Jak vypočítat, jakou dráhu urazilo těleso, které se pohybuje rovnoměrně zrychleným přímočarým pohybem</p> <p><u>Význam veličin:</u>  <math>s</math> – celková dráha, kterou těleso urazilo  <math>s_0</math> – počáteční dráha tělesa  <math>v_0</math> – počáteční rychlost tělesa  <math>t</math> – čas, po který se těleso pohybovalo rovnoměrně zrychleným přímočarým pohybem  <math>a</math> – zrychlení, se kterým se těleso pohybovalo</p> <p>Jedná se o vztah <b>důležitý</b>.</p>

$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$
<p><u>Co vztah říká:</u> Jak vypočítat čas, za který dopadne těleso na zem při volném pádu</p> <p><u>Význam veličin:</u>  <math>t</math> – čas, po který těleso padá  <math>h</math> – výška, ze které těleso padá  <math>g</math> – tíhové zrychlení</p> <p>Jedná se o vztah <b>méně důležitý</b>.</p> <p>Vztah vychází ze vztahu pro dráhu při rovnoměrně zrychleném přímočarém pohybu <math>s = \frac{1}{2} g t^2</math>, při němž má těleso nulovou počáteční dráhu i počáteční rychlost a pohybuje se s tíhovým zrychlením <math>g</math>.</p>

$$W = \Delta E_k = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$



$$E = E_k + E_p$$



$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$W = F s$$



$$E = E_k + E_p = \text{konst.}$$



$$E_p = mgh$$



$$W = \Delta E_p = mg(h_2 - h_1)$$

$$W = F s \cos \alpha$$

## Mechanická práce a energie

### Zadání:

U každé z níže uvedených kartiček rozhodněte, čeho se daný vztah týká (co říká), a určete, co znamenají všechny veličiny ve vztahu.

Dále rozhodněte, zda jde o vztah důležitý (tj. je dobré si ho zapamatovat) nebo zda se jedná o vztah méně důležitý, např. vztah, který není potřeba si pamatovat, neboť se dá odvodit z nějakého hlavního vztahu, používá se velmi málo, či vztah, který je jen obecným řešením konkrétní úlohy.

U vztahů, které neoznačíte jako důležité, napište, proč je považujete za méně důležité.

Důležité vztahy výrazně označte (např. podbarvěte).

Ke každému vztahu zkuste navíc nakreslit nebo popsat situaci, ve které by se daný vztah uplatnil.

### Důležitá poznámka:

Cílem tohoto pracovního listu je, aby žáci začali rozlišovat mezi důležitými a méně důležitými vztahy. Označení „důležitý“ chápeme ve smyslu praktický, potřebný užitečný. Je tedy možné, že výběr důležitých vztahů může být v některých třídách nebo školách (např. s menší hodinovou dotací) jiný, než je uváděno ve vzorovém řešení. Výběr důležitých vztahů vždy záleží na přístupu učitele.

### Ukázka řešení:

$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$
<p><u>Co vztah říká:</u> Jak vypočítat, jakou dráhu urazilo těleso, které se pohybuje rovnoměrně zrychleným přímočarým pohybem</p> <p><u>Význam veličin:</u>  <math>s</math> – celková dráha, kterou těleso urazilo  <math>s_0</math> – počáteční dráha tělesa  <math>v_0</math> – počáteční rychlost tělesa  <math>t</math> – čas, po který se těleso pohybovalo rovnoměrně zrychleným přímočarým pohybem  <math>a</math> – zrychlení, se kterým se těleso pohybovalo</p> <p>Jedná se o vztah <b>důležitý</b>.</p>

$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$
<p><u>Co vztah říká:</u> Jak vypočítat čas, za který dopadne těleso na zem při volném pádu</p> <p><u>Význam veličin:</u>  <math>t</math> – čas, po který těleso padá  <math>h</math> – výška, ze které těleso padá  <math>g</math> – tíhové zrychlení</p> <p>Jedná se o vztah <b>méně důležitý</b>.</p> <p>Vztah vychází ze vztahu pro dráhu při rovnoměrně zrychleném přímočarém pohybu <math>s = \frac{1}{2} g t^2</math>, při němž má těleso nulovou počáteční dráhu i počáteční rychlost a pohybuje se s tíhovým zrychlením <math>g</math>.</p>

**Řešení pracovního listu:**

$$\bullet \quad E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

Řešení: Co vzorec říká: Kinetická energie

Význam veličin:  $E_k$  – kinetická energie tělesa (resp. hmotného bodu)

$m$  – hmotnost tělesa

$v$  – rychlost, kterou se těleso pohybuje

Jedná se o vzorec **důležitý**.

$$\bullet \quad E_p = mgh$$

Řešení: Co vzorec říká: Tíhová potenciální energie

Význam veličin:  $E_p$  – tíhová potenciální energie tělesa (resp. hmotného bodu)

$m$  – hmotnost tělesa

$g$  – tíhové zrychlení

$h$  – výška hmotného bodu nad nulovou hladinou tíhové potenciální energie (nad vodorovnou rovinou, kterou jsme si určili a přiřadili jí nulovou tíhovou potenciální energii)

Jedná se o vzorec **důležitý**.

$$\bullet \quad W = Fs \cos \alpha$$

Řešení: Co vzorec říká: Mechanická práce

Význam veličin:  $W$  – mechanická práce vykonaná silou  $F$

$F$  – síla působící na těleso (resp. hmotný bod)

$s$  – dráha, kterou těleso urazí

$\alpha$  – úhel mezi působící silou a směrem pohybu tělesa

Jedná se o vzorec **důležitý**.

$$\bullet \quad W = Fs$$

Řešení: Co vzorec říká: Mechanická práce

Význam veličin:  $W$  – mechanická práce vykonaná silou  $F$

$F$  – síla působící na těleso (resp. hmotný bod)

$s$  – dráha, kterou těleso urazí

Tento vzorec platí ve speciálním případě, kdy na těleso (resp. hmotný bod) působí konstantní síla, jejíž směr je stejný jako směr pohybu tělesa.

Jedná se o vzorec **méně důležitý**.

Vzorec je odvozen z obecnějšího tvaru  $W = Fs \cos \alpha$  (ve vektorovém tvaru:  $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$ ), kde  $\alpha$  je konstantní úhel, který svírá působící síla se směrem pohybu tělesa.

$$\bullet \quad W = \Delta E_k = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

Řešení: Co vzorec říká: Mechanická práce se mění v kinetickou energii

Význam veličin:  $W$  – mechanická práce

$\Delta E_k$  – změna kinetické energie tělesa (resp. hmotného bodu)

$m$  – hmotnost tělesa

$v_1$  – počáteční rychlost tělesa

$v_2$  – koncová rychlost tělesa

Vzorec lze odvodit ze vztahu pro mechanickou práci  $W = Fs$ .

Jedná se o vzorec **méně důležitý**.

Poznámka: Vzorec lze odvodit ze vztahu pro mechanickou práci  $W = Fs$ , kde velikost síly  $F$  vyjádříme z druhého Newtonova zákona  $F = ma$ . Protože předpokládáme, že má těleso nenulovou počáteční rychlost  $v_1$ , zrychlení si vyjádříme jako  $a = \frac{v_2 - v_1}{t}$  a dráha  $s$  rovnoměrně zrychleného pohybu je

$s = \frac{1}{2}at^2 + v_1t$ . Dosazením dostaneme:

$$\begin{aligned} W = Fs &= ma \left( \frac{1}{2}at^2 + v_1t \right) = m \frac{v_2 - v_1}{t} \left( \frac{1}{2} \frac{v_2 - v_1}{t} t^2 + v_1t \right) \\ &= m \frac{v_2 - v_1}{t} \left( \frac{1}{2}v_2t - \frac{1}{2}v_1t + v_1t \right) = \\ &= m \frac{v_2 - v_1}{t} \left[ \frac{1}{2}(v_2 + v_1)t \right] = \frac{1}{2}m(v_2 - v_1)(v_2 + v_1) = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \end{aligned}$$

Daný vzorec můžeme interpretovat takto: Jestliže těleso účinkem stálé síly  $\vec{F}$  změní na dráze  $s$  svoji rychlost z hodnoty  $v_1$  na hodnotu  $v_2$ , změní se jeho kinetická energie o  $\Delta E_k$  a síla vykonala práci  $W$ .

$$\bullet \quad W = \Delta E_p = mg(h_2 - h_1)$$

Řešení: Co vzorec říká: Mechanická práce se mění v tíhovou potenciální energii

Význam veličin:  $W$  – mechanická práce

$\Delta E_p$  – změna tíhové potenciální energie tělesa

$m$  – hmotnost tělesa

$g$  – tíhové zrychlení

$h_1$  – počáteční výška tělesa

$h_2$  – koncová výška tělesa

Vzorec lze odvodit ze vztahu pro mechanickou práci  $W = Fs$ .

Jedná se o vzorec **méně důležitý**.

Poznámka 1: Stejně jako v minulém případě, i nyní lze daný vzorec odvodit ze vztahu pro mechanickou práci  $W = Fs$ . Nyní je však silou  $F$ , která vykonává tuto práci, tíhová síla  $F_G = mg$  a dráhou  $s$  je rozdíl výšek tělesa na konci a na počátku pohybu ( $s = h_2 - h_1$ ).

Poznámka 2: Práce vykonaná tíhovou silou (resp. změna tíhové potenciální energie hmotného bodu) závisí na hmotnosti hm. bodu, na tíhovém zrychlení a na počáteční a konečné výšce hm. bodu. Práce však nezávisí na tvaru trajektorie, po níž se hm. bod pohybuje, ani na délce jeho dráhy.

$$\bullet \quad E = E_k + E_p$$

Řešení: Co vzorec říká: Mechanická energie

Součet kinetické a potenciální energie tělesa (resp. hmotného bodu) nazýváme mechanickou energií tělesa (resp. hmotného bodu).

*Význam veličin:*  $E$  – mechanická energie tělesa (resp. hmotného bodu)

$E_k$  – kinetická energie tělesa

$E_p$  – tíhová potenciální energie tělesa

Jedná se o vzorec **důležitý**.

$$\bullet \quad E = E_k + E_p = \text{konst.}$$

Řešení: Co vzorec říká: Zákon zachování mechanické energie

*Význam veličin:*  $E$  – mechanická energie tělesa (resp. hmotného bodu)

$E_k$  – kinetická energie tělesa

$E_p$  – tíhová potenciální energie tělesa

Jedná se o vzorec **důležitý**.

Poznámka 1: Ač je zákon zachování mechanické energie „pouze“ speciálním případem celkového zákona zachování energie, je v mechanice velmi důležitý a je vhodné si jej pamatovat. Proto jej označujeme jako důležitý.

Poznámka 2: Zákon zachování mechanické energie platí pouze v izolované soustavě. V takové soustavě dochází pouze k přeměnám potenciální energie v kinetickou a naopak.

Tento zákon vychází ze zákona zachování energie, který říká, že při všech dějích v soustavě těles se mění jedna forma energie v jinou, nebo přechází energie z jednoho tělesa na druhé. Celková energie soustavy těles však zůstává konstantní.

$$W = \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{4} m_2 r^2 \omega^2$$



$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} J \omega^2$$



$$E_k = \frac{1}{2} J \omega^2$$

$$W = \frac{1}{2} m \left( v^2 + \frac{1}{2} r^2 \omega^2 \right)$$

$$E = E_{kr} + E_{kp} + E_p$$



$$E_k = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} mr^2 \omega^2$$



## Energie rotujícího tělesa

### Zadání:

U každé z níže uvedených kartiček rozhodněte, čeho se daný vztah týká (co říká), a určete, co znamenají všechny veličiny ve vztahu.

Dále rozhodněte, zda jde o vztah důležitý (tj. je dobré si ho zapamatovat) nebo zda se jedná o vztah méně důležitý, např. vztah, který není potřeba si pamatovat, neboť se dá odvodit z nějakého hlavního vztahu, používá se velmi málo, či vztah, který je jen obecným řešením konkrétní úlohy.

U vztahů, které neoznačíte jako důležité, napište, proč je považujete za méně důležité.

Důležité vztahy výrazně označte (např. podbarvěte).

Ke každému vztahu zkuste navíc nakreslit nebo popsat situaci, ve které by se daný vztah uplatnil.

### Důležitá poznámka:

Cílem tohoto pracovního listu je, aby žáci začali rozlišovat mezi důležitými a méně důležitými vztahy. Označení „důležitý“ chápeme ve smyslu praktický, potřebný užitečný. Je tedy možné, že výběr důležitých vztahů může být v některých třídách nebo školách (např. s menší hodinovou dotací) jiný, než je uváděno ve vzorovém řešení. Výběr důležitých vztahů vždy záleží na přístupu učitele.

### Ukázka řešení:

$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$
<p><u>Co vztah říká:</u> Jak vypočítat, jakou dráhu urazilo těleso, které se pohybuje rovnoměrně zrychleným přímočarým pohybem</p> <p><u>Význam veličin:</u>  <math>s</math> – celková dráha, kterou těleso urazilo  <math>s_0</math> – počáteční dráha tělesa  <math>v_0</math> – počáteční rychlost tělesa  <math>t</math> – čas, po který se těleso pohybovalo rovnoměrně zrychleným přímočarým pohybem  <math>a</math> – zrychlení, se kterým se těleso pohybovalo</p> <p>Jedná se o vztah <b>důležitý</b>.</p>

$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$
<p><u>Co vztah říká:</u> Jak vypočítat čas, za který dopadne těleso na zem při volném pádu</p> <p><u>Význam veličin:</u>  <math>t</math> – čas, po který těleso padá  <math>h</math> – výška, ze které těleso padá  <math>g</math> – tíhové zrychlení</p> <p>Jedná se o vztah <b>méně důležitý</b>.</p> <p>Vztah vychází ze vztahu pro dráhu při rovnoměrně zrychleném přímočarém pohybu <math>s = \frac{1}{2} g t^2</math>, při němž má těleso nulovou počáteční dráhu i počáteční rychlost a pohybuje se s tíhovým zrychlením <math>g</math>.</p>



**Řešení pracovního listu:**

$$\bullet \quad E_k = \frac{1}{2} J \omega^2$$

Řešení: Co vztah říká: Kinetická energie tuhého tělesa při rotačním pohybu kolem nehybné osy

Význam veličin:  $E_k$  – kinetická energie tuhého tělesa při rotačním pohybu

$J$  – moment setrvačnosti tělesa

$\omega$  – úhlová rychlost, kterou se těleso otáčí

Jedná se o vztah **důležitý**.

$$\bullet \quad E_k = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} J \omega^2$$

Řešení: Co vztah říká: Celková kinetická energie tuhého tělesa, které koná současně posuvný a otáčivý pohyb kolem osy procházející těžištěm tělesa (tzv. Königova věta)

Význam veličin:  $E_k$  – celková kinetická energie tělesa

$m$  – hmotnost tělesa

$v$  – rychlost, kterou se těleso (resp. jeho těžiště) pohybuje posuvným pohybem

$J$  – moment setrvačnosti tělesa vzhledem k ose jdoucí těžištěm tělesa

$\omega$  – úhlová rychlost, kterou se těleso otáčí

Celková kinetická energie tělesa je dána součtem energie posuvného a otáčivého pohybu.

Jedná se o vztah **méně důležitý**.

Poznámka: Tuto energii má např. kolo automobilu, které se otáčí kolem své osy a zároveň se pohybuje ve směru rychlosti automobilu.

$$\bullet \quad E_k = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} m r^2 \omega^2$$

Řešení: Co vztah říká: Celková kinetická energie obruče (nebo pláště válce bez podstav), která koná současně posuvný pohyb a otáčivý pohyb vzhledem k ose procházející kolmo jejím středem

Význam veličin:  $E_k$  – celková kinetická energie tělesa

$m$  – hmotnost tělesa

$v$  – rychlost, kterou se těleso pohybuje posuvným pohybem

$r$  – vzdálenost bodů tělesa od osy otáčení

$\omega$  – úhlová rychlost, kterou se těleso otáčí

Tento vztah je speciálním případem vztahu pro celkovou kinetickou energii tělesa  $E_k = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} J \omega^2$ , jehož moment setrvačnosti  $J$  se rovná  $m r^2$  (jedná se např. o moment setrvačnosti obruče o poloměru  $r$ , která se otáčí kolem osy procházející jejím středem)

Jedná se o vztah **méně důležitý**.

$$\bullet \quad W = \frac{1}{2} m \left( v^2 + \frac{1}{2} r^2 \omega^2 \right)$$

Řešení: Co vztah říká: Mechanická práce se rovná kinetické energii tělesa, které koná posuvný i otáčivý pohyb

Význam veličin:  $W$  – mechanická práce

$m$  – hmotnost tělesa

$v$  – rychlost, kterou se těleso pohybuje posuvným pohybem

$r$  – vzdálenost bodů tělesa od osy otáčení

$\omega$  – úhlová rychlost, kterou se těleso otáčí

Vztah lze odvodit ze vztahu pro kinetickou energii tělesa

$E_k = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} J \omega^2$ . Moment setrvačnosti tělesa  $J$  je v tomto případě roven  $\frac{1}{2} m r^2$  – jedná se tedy o kruhovou desku nebo válec otáčející se kolem své středové osy a zároveň konající posuvný pohyb (např. kolo automobilu)

Jedná se o vztah **méně důležitý**.

$$\bullet \quad W = \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{4} m_2 r^2 \omega^2$$

Řešení: Co vztah říká: Mechanická práce se rovná kinetické energii soustavy dvou těles, z nichž jedno koná posuvný a jedno otáčivý pohyb

Význam veličin:  $W$  – mechanická práce

$m_1$  – hmotnost tělesa, které koná posuvný pohyb

$v$  – rychlost, kterou se těleso pohybuje posuvným pohybem

$m_2$  – hmotnost tělesa, které koná otáčivý pohyb

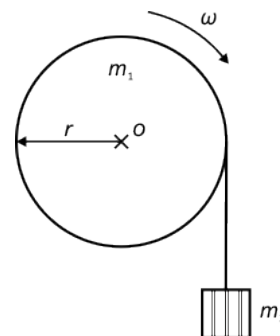
$r$  – vzdálenost bodů tělesa od osy otáčení (resp. poloměr kruhové desky či válce)

$\omega$  – úhlová rychlost, kterou se těleso otáčí

Vztah jde stejně jako v předchozím případě odvodit ze vztahu pro kinetickou energii  $E_k = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} J \omega^2$ . Je však důležité si uvědomit, že v tomto případě se jedná o celkovou kinetickou energii soustavy dvou těles, z nichž jedno koná posuvný a jedno otáčivý pohyb. Kinetická energie tělesa, které koná posuvný pohyb, je  $E_k = \frac{1}{2} m_1 v^2$ . Kinetická energie tělesa konajícího otáčivý pohyb je  $E_k = \frac{1}{2} J \omega^2 = \frac{1}{4} m_2 r^2 \omega^2$ . Moment setrvačnosti otáčejícího se tělesa je tedy roven  $\frac{1}{2} m_2 r^2$ , z čehož můžeme usuzovat, že se jedná o kruhovou desku nebo válec.

Jedná se o vztah **méně důležitý**.

Poznámka: Soustavou, kterou tvoří dvě výše popsaná tělesa, může v našem případě být např. kolo o hmotnosti  $m_1$  a poloměru  $r$ , které se otáčí kolem osy jdoucí jeho středem. Na obvodu kola je navinuto vlákno, na jehož konci je zavěšeno závaží o hmotnosti  $m_2$  (viz obrázek).



$$\bullet \quad E = E_{kr} + E_{kp} + E_p$$

Řešení: Co vztah říká: Mechanická energie tělesa je tvořena součtem kinetické energie otáčivého a posuvného pohybu tělesa a potenciální energie.

*Význam veličin:*  $E$  – mechanická energie tělesa

$E_{kr}$  – kinetická energie otáčivého pohybu tělesa

$E_{kp}$  – kinetická energie posuvného pohybu tělesa

$E_p$  – tíhová potenciální energie tělesa

Tento vztah vyplývá ze vztahu pro mechanickou energii  $E = E_k + E_p$ , kde  $E_k$  je kinetická energie tělesa a  $E_p$  je jeho tíhová potenciální energie. V našem případě je kinetická energie tělesa rozepsána jako součet kinetické energie otáčivého a posuvného pohybu tělesa.

Jedná se o vztah **méně důležitý**.

## B.5 Smysluplnost odpovědí

Tato sekce obsahuje:

- Metodický list (str. 197)
- Pracovní list – kinematika (str. 198)
- Řešení pracovního listu – kinematika (str. 199)
- Pracovní list – dynamika (str. 200)
- Řešení pracovního listu – dynamika (str. 201)

## Smysluplnost odpovědí

Důležitou součástí řešení úlohy je diskuze výsledků. Po vypočítání úlohy je vhodné se zamyslet, zda jsou hodnoty výsledku reálné. Tato aktivita pracuje s ověřováním číselných údajů na základě vlastní zkušenosti a pomáhá žákům utvářet si představu o reálných hodnotách výsledků úlohy.

**Cíl:** Žáci si uvědomí, že je třeba přemýšlet o tom, zda výsledky, které získají při řešení úloh, mohou být reálné, a tím si ověřit, zda je jejich řešení správné.

**Poznámka:** Pokud má uvedená skutečnost fungovat, je nutné, aby se v úlohách, které učitel žákům běžně zadává a žáci je řeší, nevyskytovaly nereálné hodnoty.

Pokud učitel tuto aktivitu při hodinách použije a i nadále bude žáky systematicky vést k tomu, aby nad reálností spočtených výsledků přemýšleli, je vhodné, aby pak žáci, kteří v písemce nebo při zkoušení „odhalí“, že mají výsledek špatně, protože číselný výsledek je nerealistický, byli nějakým způsobem kladně ohodnoceni.

**Vhodné kapitoly:** Pro tuto aktivitu jsou vhodné kapitoly, ve kterých se vyskytují číselné údaje, s nimiž mají žáci zkušenost z reálného života.

**Časová náročnost:** krátká aktivita (10 – 15 minut, záleží na počtu zadaných otázek)

### **Průběh v hodině:**

Žáci dostanou pracovní list s uvedenými „odpověďmi na fyzikální úlohy“ a jejich úkolem je rozhodnout, které z daných odpovědí jsou reálné a které jsou nesmyslné. Svá tvrzení by měli podepřít i nějakými argumenty.

Žáci pracují jednotlivě nebo ve dvojicích, pak spolu s učitelem kontrolují a komentují správná řešení.

### **Doporučení, co dělat v následujících vyučovacích hodinách:**

V každé fyzikální partii je vhodné uvést typické, ale i nějaké extrémní hodnoty, aby žáci měli možnost porovnat veličiny, se kterými nemají přímou či každodenní zkušenost.

## Kinematika

### Zadání:

U následujících pěti odpovědí určete, zda se může jednat o reálnou hodnotu (označte tyto odpovědi **R**), či zda je odpověď nesmyslná (označte **N**), tj. není ve skutečnosti reálná. Svá tvrzení zdůvodněte.

### Ukázka:

Odpověď: Pokud pustíme kámen ze střechy vysoké 12 m, dopadne na zem za 150 s.

Reálnost/nereálnost odpovědi: odpověď je nereálná – **N**

Zdůvodnění: 150 s = 2,5 min; to je moc dlouhá doba na pád tělesa z výšky 12 m, což je výška asi 4. podlaží domu

### Odpovědi:

1. „Piráť silnic“ jel po dálnici rychlostí 190 km h<sup>-1</sup>.
2. Policejní vrtulník letěl rychlostí 0,5 km s<sup>-1</sup>.
3. Turista ušel za 45 min vzdálenost 3 km.
4. Velikost rychlosti spolužačky, která běží „stovku“, je 20 km h<sup>-1</sup>.
5. Rychlík jedoucí rychlostí 90 km h<sup>-1</sup> začal brzdit 12 m před zastávkou, na které pak zastavil.

## Kinematika

### Zadání:

U následujících pěti odpovědí určete, zda se může jednat o reálnou hodnotu (označte tyto odpovědi **R**), či zda je odpověď nesmyslná (označte **N**), tj. není ve skutečnosti reálná. Svá tvrzení zdůvodněte.

#### **Ukázka:**

Odpověď: Pokud pustíme kámen ze střechy vysoké 12 m, dopadne na zem za 150 s.

Rozhodnutí o reálnosti: odpověď je nereálná – **N**

Zdůvodnění: 150 s = 2,5 min; to je moc dlouhá doba na pád tělesa z výšky 12 m, což je výška asi 4. podlaží domu

### Odpovědi s řešením:

1. „Piráta silnic“ jel po dálnici rychlostí 190 km h<sup>-1</sup>.

Rozhodnutí: Odpověď je reálná – **R**. Rychlostní omezení na dálnici je sice 130 km h<sup>-1</sup>, ale někteří řidiči předpisy nedodržují a jezdí i rychlostmi vyššími než 200 km h<sup>-1</sup>.

2. Policejní vrtulník letěl rychlostí 0,5 km s<sup>-1</sup>.

Rozhodnutí: Odpověď je nereálná – **N**. Hodnota 0,5 km s<sup>-1</sup> je 500 m s<sup>-1</sup>, což je vyšší hodnota než pro rychlost zvuku ve vzduchu, která je pro běžné teploty přibližně 340 m s<sup>-1</sup>. Nadzvukové vrtulníky neexistují.

#### Několik zajímavostí:

- Maximální rychlost letu vrtulníku se v praxi pohybuje kolem 300 km h<sup>-1</sup>, tj. asi 83 m s<sup>-1</sup> (zdroj: fyzmatik.pise.cz).
- Rekordní rychlost vrtulníku byla více než 450 km h<sup>-1</sup> (technet.cz „Rekordní vrtulník letěl rychlostí více než 450 km/h“).
- Vzdušná vzdálenost mezi nejzápadnějším a nejvýchodnějším místem ČR je téměř 500 km (www.czso.cz uvádí vzdálenost 493 km). Policejní vrtulník v naší odpovědi by tuto vzdálenost překonal za necelých 1000 sekund, tedy asi za 16,5 minuty.

3. Turista ušel za 45 min vzdálenost 3 km.

Rozhodnutí: Odpověď je reálná – **R**. Průměrná rychlost chodce se uvádí asi 4 km h<sup>-1</sup>.

4. Velikost rychlosti spolužačky, která běží „stovku“, je 20 km h<sup>-1</sup>.

Rozhodnutí: Odpověď je reálná – **R**. 100 m by uběhla asi za 18 s, což je možné.

Zajímavost: Současný světový rekord mužů má hodnotu 9,58 s, jeho autorem je jamajský sprinter Usain Bolt, který ho zaběhl 16. srpna 2009 na Mistrovství světa v atletice 2009 v Berlíně (zdroj: wikipedia, říjen 2013).

5. Rychlík jedoucí rychlostí 90 km h<sup>-1</sup> začal brzdit 12 m před zastávkou, na které pak zastavil.

Rozhodnutí: Odpověď je nereálná – **N**. Vlak brzdí mnohem dříve než 12 m před zastávkou. Na této vzdálenosti by zabrzdil nestihl.

Poznámka: Na tratích s maximální rychlostí do 100 km h<sup>-1</sup> je zábrzdňá vzdálenost 700 m, to odpovídá zrychlení 0,55 m s<sup>-2</sup> (zdroj: <http://fyzweb.cz/clanky/index.php?id=150>).

## Dynamika

### Zadání:

U následujících pěti odpovědí určete, zda se může jednat o reálnou hodnotu (označte tyto odpovědi **R**), či zda je odpověď nesmyslná (označte **N**), tj. není ve skutečnosti reálná. Svá tvrzení zdůvodněte.

#### **Ukázka:**

Odpověď: Pokud pustíme kámen ze střechy vysoké 12 m, dopadne na zem za 150 s.

Rozhodnutí o reálnosti: odpověď je nereálná – **N**

Zdůvodnění: 150 s = 2,5 min; to je moc dlouhá doba na pád tělesa z výšky 12 m, což je výška asi 4. podlaží domu

### Odpovědi:

1. Země působí na chodidlo stojícího dospělého člověka silou 350 N.
2. Výsledná síla působící na automobil jedoucí z kopce konstantní rychlostí  $30 \text{ km h}^{-1}$  je 2000 N.
3. Malý osobní automobil a plně naložený nákladní automobil, které jedou po silnici stejnou rychlostí a při brzdění na ně působí stejná brzdicí síla, se zastaví za stejný čas.
4. Osobní automobil se rozjížděl se zrychlením  $0,1 \text{ m s}^{-2}$ .
5. Železniční vagon, který jel po přímé vodorovné trati rychlostí  $2 \text{ m s}^{-1}$  a narazil do stejně těžkého stojícího vagonu, se po srážce pohyboval rychlostí  $4 \text{ m s}^{-1}$ .



## Dynamika

### Zadání:

U následujících pěti odpovědí určete, zda se může jednat o reálnou hodnotu (označte tyto odpovědi **R**), či zda je odpověď nesmyslná (označte **N**), tj. není ve skutečnosti reálná. Svá tvrzení zdůvodněte.

#### **Ukázka:**

Odpověď: Pokud pustíme kámen ze střechy vysoké 12 m, dopadne na zem za 150 s.

Rozhodnutí o reálnosti: odpověď je nereálná – **N**

Zdůvodnění: 150 s = 2,5 min; to je moc dlouhá doba na pád tělesa z výšky 12 m, což je výška asi 4. podlaží domu

### Odpovědi s řešením:

1. Země působí na chodidlo stojícího dospělého člověka silou 350 N.

Rozhodnutí: Odpověď je reálná – **R**. Ze zákona akce a reakce vyplývá, že Země působí na člověka stejně velkou (ale opačně orientovanou) silou, než člověk na Zemi. Pokud stojí člověk v klidu na obou nohou, působí Země na obě chodidla stejně velkou silou. V našem případě by tedy Země působila na člověka silou 700 N, a člověk na Zemi také silou 700 N. To by znamenalo, že dospělý člověk váží asi 70 kg (tíha člověka  $G = mg$ ).

2. Výsledná síla působící na automobil jedoucí z kopce konstantní rychlostí 30 km h<sup>-1</sup> je 2000 N.

Rozhodnutí: Odpověď je nereálná – **N**. Pokud se automobil pohybuje konstantní rychlostí (tj. rychlost se s časem nemění), je zrychlení automobilu rovno nule. Výsledná síla, která působí na automobil, musí být tedy také nulová.

3. Malý osobní automobil a plně naložený nákladní automobil, které jedou po silnici stejnou rychlostí a při brzdění na ně působí stejná brzdicí síla, se zastaví za stejný čas.

Rozhodnutí: Odpověď je nereálná – **N**. Z druhého Newtonova zákona víme, že síla působící na těleso je přímo úměrná jeho hmotnosti a zrychlení, které tato síla tělesu udává ( $F = ma$ ). V našem případě je síla působící na osobní i nákladní automobil konstantní, liší se ale hmotnosti automobilů – osobní automobil bude lehčí než nákladní. Z toho důvodu se musí lišit i zrychlení, se kterým budou oba automobily zpomalovat. Těžší nákladní automobil bude zpomalovat s menším zrychlením.

Zrychlení je přímo úměrné počáteční rychlosti a nepřímo úměrné času, po který automobil zastavuje ( $a = \frac{v}{t}$ ). Protože se oba automobily původně pohybují stejnou rychlostí, platí, že čím menší zrychlení automobil má, tím delší dobu mu bude trvat, než zastaví. Nákladní automobil tudíž zastaví později než osobní automobil.

Zajímavost: Za osobní automobil je považováno motorové vozidlo (kategorie M1) s nejméně čtyřmi koly konstruované a vyrobené pro dopravu osob, s nejvýše osmi sedadly kromě sedadla řidiče (směrnice 2007/46/ES, příloha II). Hmotnost osobního automobilu nepřesahuje 3,5 t.

4. Osobní automobil se rozjížděl se zrychlením  $0,1 \text{ m s}^{-2}$ .

Rozhodnutí: Odpověď je reálná – **R**. Tato hodnota je reálná, nicméně v takovémto případě se automobil rozjíždí velmi opatrně. Za 10 s svého pohybu by zvýšil svou rychlost ( $v = at$ ) z  $0 \text{ m s}^{-1}$  na  $1 \text{ m s}^{-1}$ , tj. na  $3,6 \text{ km h}^{-1}$ .

Pokud by například osobní automobil měl hmotnost 1200 kg, byla by velikost tažné síly motoru tohoto automobilu rovna ( $F = ma$ ) 120 N.

Zajímavost: U automobilu Bugatti Veyron, který je považován za jeden z nejvýkonnějších sériově vyráběných osobních automobilů na světě, výrobce uvádí, že dosáhne zrychlení z nuly na sto (tedy z klidu na  $100 \text{ km h}^{-1}$ ) za 2,5 s. Pokud budeme předpokládat, že automobil zrychluje rovnoměrně, pak by jeho zrychlení činilo více než  $11 \text{ m s}^{-2}$ .

5. Železniční vagon, který jel po přímé vodorovné trati rychlostí  $2 \text{ m s}^{-1}$  a narazil do stejně těžkého stojícího vagonu, se po srážce pohyboval rychlostí  $4 \text{ m s}^{-1}$ .

Rozhodnutí: Odpověď je nereálná – **N**. Vagon se po srážce se stejně těžkým stojícím vagonem nemůže pohybovat větší rychlostí než před srážkou.

Pokud by se jednalo o pružnou srážku (vagony se svými nárazníky od sebe odrazí), musí být zachována hybnost i mechanická energie soustavy. V takovém případě by se první vagon při srážce zastavil a druhý vagon by se rozjel rychlostí  $2 \text{ m s}^{-1}$ .

Pokud by se jednalo o nepružnou srážku (vagony se do sebe zaklesnou a dále se pohybují společně), zachovává se pouze hybnost soustavy. Vagony by se pak pohybovaly společně rychlostí  $1 \text{ m s}^{-1}$ .

## B.6 Řešení úloh nahlas

Tato sekce obsahuje:

- Metodický list (str. 204)
- Ukázka, jak lze úlohu se žáky řešit (str. 206)
- Pracovní list – dynamika (str. 208)
- Řešení pracovního listu – dynamika (str. 209)
- Pracovní list – Archimédův zákon (str. 211)
- Řešení pracovního listu – Archimédův zákon (str. 212)

## Řešení úloh nahlas

Řešení úloh, resp. rozbor nějakého komplexního problému, je aktivita, která z velké části probíhá v naší hlavě a není tak pro okolí patrná. To znesnadňuje práci jak učitelům, kteří chtějí své žáky této dovednosti naučit, tak žákům, kteří se snaží dovednost si osvojit. Tato aktivita pracuje s jednoduchými fyzikálními úlohami, při jejichž řešení žáci „přemýšlejí nahlas“, a vede je tak k pečlivějšímu analyzování vlastních myšlenek.

**Cíl:** Žáci si uvědomí jednotlivé kroky řešení a nebudou je přeskakovat, budou pečlivější v analyzování myšlenek.

**Vhodné kapitoly:** Lze použít kdykoli. Pro tuto aktivitu jsou vhodné jednoduché úlohy s krátkým zadáním.

**Poznámka:** Tato aktivita je vhodná spíše pro studenty výběrového semináře, použití v normální hodině je třeba zvážit.

**Časová náročnost:** středně dlouhá aktivita (15-30 minut, podle počtu řešených úloh)

### **Průběh v hodině:**

#### **První část:**

Učitel bude na tabuli řešit jednoduchou fyzikální úlohu. Zadání této úlohy je napsáno na tabuli nebo promítnuto dataprojektorem, aby jej měli na očích i všichni žáci.

Učitel si se žáky domluví signál, který mohou žáci během řešení úlohy použít k přerušení učitelovy práce. Signálem může být např. zvednutí ruky či vyřčení slova STOP. Vhodnější je zvukový signál, který pomůže zabránit tomu, že učitel při řešení úlohy smluvený signál neuvídí.

#### **Role učitele (řešitel):**

Při řešení úlohy říká učitel všechny kroky řešení i vše ostatní, nad čím přemýšlí, nahlas a postupně na tabuli zapisuje jednotlivé kroky řešení tak, aby po skončení aktivity byl na tabuli zápis řešení úlohy v takové podobě, jak by podle učitele měl ideálně vypadat (tj. napsat skutečně celý zápis, včetně odpovědi).

Během řešení úlohy učitel občas některé kroky řešení vynechá, potichu přemýšlí, část řešení neokomentuje nahlas, nebo udělá chybu. V tuto chvíli by se měli ozvat žáci smluveným signálem a měli by upozornit učitele na jeho pochybení.

Pokud se žáci ozvou, učitel nahlas okomentuje danou část řešení a pokračuje dál. Pokud by se žáci neozvali, učitel je upozorní, že jej měli zastavit, okomentuje opět danou část řešení nahlas a opět pokračuje v řešení úlohy.

Učitel řeší úlohu tak, aby žáci chápali všechny kroky jeho řešení. Tato aktivita je zaměřena na pečlivost, ne na rychlost, není proto vhodné s řešením úlohy spěchat, a to i v případě, že se úloha zdá jednoduchá.

*Role žáků (pozorovatel):*

Žáci učitele sledují a kontrolují, zda nezapomněl nějaký myšlenkový krok dostatečně podrobně nahlas popsat. Do samotného řešení nezasahují, ale pokud se učitel na delší dobu odmlčí či vykoná více kroků řešení najednou bez vhodného komentáře, zastaví jej smluveným signálem a poprosí jej, aby nahlas řekl, co právě udělal.

Žáci si po vyřešení úlohy opíšou z tabule do svých sešitů zápis řešení.

**Druhá část:**

**Poznámka:** U této části aktivity je třeba důkladně promyslet, zda druhou část žáci zvládnou. Pokud ne, lze řešit více úloh v hodině způsobem popsaným v první části.

Žáci pracují ve dvojicích a řeší jednoduchou fyzikální úlohu. Jeden žák má úlohu řešitele, druhý úlohu pozorovatele. Učitel prochází mezi dvojicemi a sleduje žakovská řešení úloh.

Řešitel řeší úlohu a vše, co ho k řešení napadne (všechny myšlenky) říká nahlas. Přitom si zapisuje řešení úlohy do sešitu.

Pozorovatel poslouchá, do samotného řešení úlohy nezasahuje, ale snaží se donutit svého spolužáka, aby vyslovil opravdu všechny své myšlenky nahlas. Pokud se řešitel odmlčí, např. protože neví, jak dál, pozorovatel ho vybědne, aby říkal vše, co ho napadá, nahlas, i když to třeba nebude správně. Také pokud řešitel přeskóčí, tj. udělá, ale slovně neokomentuje při řešení nějaký myšlenkový krok, pak ho pozorovatel zastaví a poprosí ho, aby i tyto myšlenkové kroky vyslovil nahlas. Pokud řešitel udělá při řešení úlohy chybu, pozorovatel ho na chybu upozorní. Ukáže mu, kde a jakou chybu učinil, ale chybu za něj neopravuje. Řešitel pak své myšlenkové operace projde ještě jednou a pokusí se svou chybu opravit.

Po vyřešení úlohy si pozorovatel opíše od řešitele zápis řešení – oba žáci mají v sešitě zapsaný stejný postup řešení úlohy. Žáci si vymění role a pokračují s řešením další úlohy.

**Poznámka:** Ve druhé části aktivity mohou žáci pracovat místo ve dvojicích ve trojicích. V tomto případě mají roli pozorovatele dva žáci. Řešení úlohy pak probíhá stejně jako v případě práce ve dvojicích.

**Velmi důležitá poznámka:**

Role pozorovatele je velice podstatná. Každý krok, který řešitel při řešení provede, by měl být pozorovatelem kontrolován. Pokud řešitel např. udělá chybu, měl by na ni být okamžitě upozorněn. To ovšem vyžaduje několik činností.

Za prvé, pozorovatel musí také aktivně pracovat na řešení úlohy. Měl by sledovat každý krok, který řešitel provede, a měl by si být jistý, že rozumí každému kroku.

Za druhé, pozorovatel by neměl řešiteli prozradit, jak nad úlohou přemýšlí on. To často může znamenat, že pozorovatel požádá řešitele, aby chvíli s dalším řešením počkal, a pozorovatel tak měl možnost ověřit si své závěry.

Za třetí, pozorovatel by měl poslouchat. To znamená, že by měl aktivně pracovat spolu s řešitelem, neměl by úlohu řešit zcela vlastním způsobem.

Konečně, pokud řešitel udělá chybu, měl by jej pozorovatel pouze upozornit na chybu, ale nikdy by mu neměl říkat správnou odpověď. Řešitel by měl celou úlohu vyřešit sám.

## Řešení úloh nahlas

Učitel řeší úlohu před žáky a všechny kroky řešení i vše ostatní, nad čím přemýšlí, říká nahlas. Žáci jej kontrolují, tj. dávají pozor na řešení úlohy a upozorňují učitele, pokud vynechal nějaký myšlenkový proces.

Po vyřešení úlohy by měl na tabuli vzniknout zápis o řešení úlohy tak, jak by učitel chtěl, aby vypadal v ideálním případě.

### **Poznámka:**

Je potřeba mít se žáky stanovený signál, který znamená, že byl přeskočen nějaký krok (např. zvednutí ruky, zvukový signál - slovo STOP, ...).

### **Úloha:**

**Jakou práci vykoná elektromotor za pět hodin při výkonu 2,5 kW?**

(úloha je napsána na tabuli nebo promítána dataprojektorem)

### Ukázka, jak lze úlohu se žáky řešit:

Učitel (U), žáci (Ž)

**U:** Takže se podívejme, co tu máme. *(Přečte úlohu nahlas.)* Mám určit práci elektromotoru *(ukazuje na slovo „práci“ v zadání úlohy)*, který má výkon 2,5 kW *(ukazuje na výkon a hodnotu 2,5 kW v textu úlohy)* a pracuje 5 hodin *(ukazuje na „pět“ v textu úlohy)*. Práci značíme  $W$ , výkon  $P$  a čas  $t$ . Budu tedy používat toto označení i při řešení této úlohy a napíši si nejprve zápis.

*Učitel napíše zápis úlohy na tabuli.*

**U:** Ještě jednou si projdu zadání, zda mám v zápise opravdu vše a na nic jsem nezapomněl. *(Učitel ještě jednou pomalu přečte zadání.)* Nic dalšího mi tam neprijde jako důležitý údaj, asi to bude všechno.

**U:** Pustím se tedy do řešení. Jak asi souvisí práce s výkonem? Na to máme vzoreček  $W = P \cdot t$ . Nebo to bylo  $P/t$ ? Nejsem si jist, jak jen bych to mohl rychle rozhodnout? *(Na malou chvíli se odmlčí ...)*

**U:** Jasně, takže to je  $P \cdot t$ . Takže můžeme pokračovat v řešení.

**Metodická poznámka:** *Toto je první místo v řešení úlohy, kde by studenti měli smluveným signálem zareagovat na to, že učitel přemýšlí nad řešením, ale přitom nic neříká. Z toho důvodu může být učitelovo mlčení trochu strojené, aby se žáci osmělili upozornit na něco, co nebylo řečeno.*

**Ž:** Jak jste to tedy odvodil? Řekl jste, že si to odvodíte, ale mlčel jste. Neřekl jste nic nahlas.

**U** *(pokud žáci nereagují):* Teď jsem přemýšlel a neříkal jsem nic nahlas. Měli jste mě upozornit, že jsem nic neříkal. Omlouvám se, zkusím své myšlenky zformulovat nahlas. Příště mě upozorněte, když se odmlčím nebo když vynechám nějaký logický krok, který vede k řešení.

**Metodická poznámka:** Další krok v řešení úlohy závisí na způsobu, jakým učitel učí studenty pracovat se vzorci. Níže jsou nabídnuty tři varianty, každá z nich pracuje se vzorci jiným způsobem. Učitel si tak může vybrat variantu, která mu nejvíce vyhovuje.

**U1:** Hmm, jak ten vzoreček rychle sestavit. Pamatuju si, že ty vzorečky kolem práce a výkonu znamenaly buď nějaké násobení, nebo dělení. Ale co s čím? Zkusím se zamyslet. Čím je stroj výkonnější, tím udělá víc práce, takže když hledám vztah pro práci, musí být výkon nahoře ve zlomku, protože jí je přímo úměrný. A teď kam s tím časem. Když nechám stroj pracovat delší čas, tak by toho měl udělat taky více, takže čas je práci taky přímo úměrný, tj. taky bude nahoře ve zlomku. (Zároveň učitel píše postupně vzorec na tabuli.) Takže práce se rovná výkon krát čas.

**U2:** Nejsem si tím vzorcem jistý, zkusím si jej ověřit v sešitě/tabulkách. (Najde příslušný vzorec.) Takže práce se rovná výkon krát čas.

**U3:** (Učitel trvá na naučení základních vzorců a po žácích je vyžaduje. V takovém případě možnost neznalosti vzorce vůbec nepřipouští.) Je to základní vzorec, který si musíte pamatovat. Práce se rovná výkon krát čas.

**U:** Mám vzorec, takže zbývá dosadit. Výsledek je tedy 12,5. (Učitel si viditelně oddychne, číslo dvakrát na tabuli podtrhne a tváří se, že je hotovo. – Dá žákům nějaký čas na reakci.)

**Ž:** Jak jste přišel na těch 12,5? A jaká je vlastně jednotka toho výsledku?

**U:** Víím, že práci vypočítám jako součin času, po který stroj pracuje, a výkonu stroje. (Učitel ukazuje na tabuli na daná čísla v zápisu úlohy: Potom výpočet zapíše na tabuli.) Když vynásobím 2,5, to je výkon, a 5, což je čas, dostanu výsledek 12,5. (Dá žákům opět nějaký čas na reakci.)

**Ž:** A jaká je tedy jednotka výsledku?

**U:** Vynásobil jsem kW s hodinami. Jednotka je tedy kWh. Tahle jednotka se běžně používá, takže ten výsledek v těchto jednotkách můžu nechat. Jinak bych musel jednotky převést na základní. Takhle je to v pořádku. Výsledek je tedy 12,5 kWh.

**Metodická poznámka:** Samozřejmě, že na začátku řešení úlohy, po zapsání zápisu, lze veličiny převést na základní jednotky a celou úlohu pak vyřešit v základních jednotkách. Zde opět záleží na přístupu, který učitel upřednostňuje.

**U:** Ještě zkontroluji, jestli odpovídám na správnou otázku (podívá se na zadání úlohy). Je to tak, ptali se mne na práci. Odpověď tedy bude znít: Elektromotor vykoná práci 12,5 kWh. To je konečný výsledek. (A odpověď napíše na tabuli.)

## Dynamika

### Zadání:

Při řešení následujících úloh pracujte ve dvojicích. Jeden ze dvojice má úlohu řešitele a druhý úlohu pozorovatele. Řešitel řeší úlohu a vše, co ho k řešení napadne (všechny myšlenky) říká nahlas. Přitom si normálně zapisuje řešení úlohy do sešitu. Pozorovatel poslouchá, při řešení úlohy nenapovídá, ale snaží se donutit svého kolegu, aby vyslovil opravdu všechny své myšlenkové pochody nahlas. Pokud se řešitel odmítí nebo např. přeskočí při řešení nějaký myšlenkový krok, pak ho pozorovatel zastaví a poprosí ho, aby tyto myšlenkové kroky vyslovil nahlas. Pokud řešitel udělá při řešení úlohy chybu, pozorovatel ho na tuto chybu upozorní. Řešitel pak své myšlenkové operace projde ještě jednou a pokusí se svou chybu opravit. V případě, že pozorovatel nestíhá sledovat řešení řešitele, zastaví ho a případně ho poprosí o zopakování části řešení, které neporozuměl. Po vyřešení úlohy si pozorovatel opíše od řešitele zápis řešení.

Po vyřešení každé úlohy si vyměňte role a pokračujte s řešením dalších úloh.

### Úlohy:

1. Síla 60 N uděluje tělesu zrychlení  $0,8 \text{ m s}^{-2}$ . Jak velká síla udělí témuž tělesu zrychlení  $2 \text{ m s}^{-2}$ ?
2. Dva vagony různých hmotností se pohybují stálou rychlostí. Který vagon se dříve zastaví, působí-li na oba vagony stejně velká brzdící síla?
3. Těleso, které bylo na začátku v klidu, se začalo působením stálé síly pohybovat rovnoměrně zrychleně a urazilo při tom za 10 s dráhu 25 m. Jaká je jeho hmotnost?
4. Po vodorovné podlaze posunujeme bednu o hmotnosti 80 kg. Jak velkou silou vodorovného směru na ni musíme působit, aby konala rovnoměrný pohyb? Součinitel smykového tření mezi bednou a podlahou je 0,7.
5. Kvádr o hmotnosti 5 kg táhneme po vodorovné podložce vodorovnou silou o velikosti 30 N. Součinitel smykového tření mezi kvádrem a vodorovnou podložkou je 0,4. Určete velikost zrychlení kvádrů.



## Dynamika

### Zadání:

Při řešení následujících úloh pracujte ve dvojicích. Jeden ze dvojice má úlohu řešitele a druhý úlohu pozorovatele. Řešitel řeší úlohu a vše, co ho k řešení napadne (všechny myšlenky) říká nahlas. Přitom si normálně zapisuje řešení úlohy do sešitu. Pozorovatel poslouchá, při řešení úlohy nenapovídá, ale snaží se donutit svého kolegu, aby vyslovil opravdu všechny své myšlenkové pochody nahlas. Pokud se řešitel odmlčí nebo např. přeskočí při řešení nějaký myšlenkový krok, pak ho pozorovatel zastaví a poprosí ho, aby tyto myšlenkové kroky vyslovil nahlas. Pokud řešitel udělá při řešení úlohy chybu, pozorovatel ho na tuto chybu upozorní. Řešitel pak své myšlenkové operace projde ještě jednou a pokusí se svou chybu opravit. V případě, že pozorovatel nestíhá sledovat řešení řešitele, zastaví ho a případně ho poprosí o zopakování části řešení, které nepochopil. Po vyřešení úlohy si pozorovatel opíše od řešitele zápis řešení.

Po vyřešení každé úlohy si vyměňte role a pokračujte s řešením dalších úloh.

### Úlohy:

1. Síla 60 N uděluje tělesu zrychlení  $0,8 \text{ m s}^{-2}$ . Jak velká síla udělí tělesu zrychlení  $2 \text{ m s}^{-2}$ ?

Výsledek: 150 N

2. Dva vagony různých hmotností se pohybují stálou rychlostí. Který vagon se dříve zastaví, působí-li na oba vagony stejně velká brzdící síla?

Výsledek: Vagon s menší hmotností se zastaví dříve

3. Těleso, které bylo na začátku v klidu, se začalo působením stálé síly pohybovat rovnoměrně zrychleně a urazilo při tom za 10 s dráhu 25 m. Jaká je jeho hmotnost?

Výsledek: 40 kg

4. Po vodorovné podlaze posunujeme bednu o hmotnosti 80 kg. Jak velkou silou vodorovného směru na ni musíme působit, aby konala rovnoměrný pohyb? Součinitel smykového tření mezi bednou a podlahou je 0,7.

Výsledek: 560 N

5. Kvádr o hmotnosti 5 kg táhneme po vodorovné podložce vodorovnou silou o velikosti 30 N. Součinitel smykového tření mezi kvádrem a vodorovnou podložkou je 0,4. Určete velikost zrychlení kvádrů.

Výsledek:  $2 \text{ m s}^{-2}$

**Použitá literatura s označením úloh ve zdrojích:**

BARTUŠKA, K. *Sbírka řešených úloh z fyziky pro střední školy I.* 2.vyd. Praha: Prometheus, 1997. ISBN: 80-7196-236-8.

- úlohy: **1** (č. 47), **3** (č. 50)

LEPIL, O. & KOL. *Sbírka úloh pro střední školy Fyzika.* 1. vyd. Praha: Prometheus, 1995. ISBN: 80-7196-048-9.

- úlohy: **2** (č. 2.91), **4** (č. 2.111), **5** (č. 2.121)

## Archimédův zákon

### Zadání:

Při řešení následujících úloh pracujte ve dvojicích. Jeden ze dvojice má úlohu řešitele a druhý úlohu pozorovatele. Řešitel řeší úlohu a vše, co ho k řešení napadne (všechny myšlenky) říká nahlas. Přitom si normálně zapisuje řešení úlohy do sešitu. Pozorovatel poslouchá, při řešení úlohy nenapovídá, ale snaží se donutit svého kolegu, aby vyslovil opravdu všechny své myšlenkové pochody nahlas. Pokud se řešitel odmlčí nebo např. přeskočí při řešení nějaký myšlenkový krok, pak ho pozorovatel zastaví a poprosí ho, aby tyto myšlenkové kroky vyslovil nahlas. Pokud řešitel udělá při řešení úlohy chybu, pozorovatel ho na tuto chybu upozorní. Řešitel pak své myšlenkové operace projde ještě jednou a pokusí se svou chybu opravit. V případě, že pozorovatel nestihá sledovat řešení řešitele, zastaví ho a případně ho poprosí o zopakování části řešení, které neporozuměl. Po vyřešení úlohy si pozorovatel opíše od řešitele zápis řešení.

Po vyřešení každé úlohy si vyměňte role a pokračujte s řešením dalších úloh.

### Úlohy:

1. Jak velkou silou zvedneme ve vodě kámen o hmotnosti 10 kg a objemu 4 dm<sup>3</sup>?
2. Chlapec zvedá žulový kámen ve vodě silou 32 N, na vzduchu silou 52 N. Jakou hustotu má žula?
3. Dřevěná kláda plovoucí na vodě má ponořené dvě třetiny svého objemu. Jaká je hustota dřeva?
4. Ledovec hustoty 920 kg m<sup>-3</sup> plave na mořské hladině. Jaká část objemu ledovce je nad hladinou, jestliže hustota mořské vody je 1025 kg m<sup>-3</sup>?
5. Siloměr, na kterém je ve vzduchu zavěšeno těleso, ukazuje 2,3 N. Pokud celé těleso ponoříme do vody, ukazuje siloměr 0,3 N. Jak se bude chovat toto těleso, když ho sundáme ze siloměru a dáme na hladinu glycerolu? Hustota glycerolu je 1261 kg m<sup>-3</sup>.
6. Trajekt, který převáží auta přes zátoku sladkovodního jezera, má v půdorysu tvar přibližně obdélníku o stranách 22 m a 12 m. Vypočítejte, o kolik centimetrů se ponoří, když na něj najede patnáctitunové nákladní auto.

## Archimédův zákon

### Zadání:

Při řešení následujících úloh pracujte ve dvojicích. Jeden ze dvojice má úlohu řešitele a druhý úlohu pozorovatele. Řešitel řeší úlohu a vše, co ho k řešení napadne (všechny myšlenky) říká nahlas. Přitom si normálně zapisuje řešení úlohy do sešitu. Pozorovatel poslouchá, při řešení úlohy nenapovídá, ale snaží se donutit svého kolegu, aby vyslovil opravdu všechny své myšlenkové pochody nahlas. Pokud se řešitel odmítí nebo např. přeskočí při řešení nějaký myšlenkový krok, pak ho pozorovatel zastaví a poprosí ho, aby tyto myšlenkové kroky vyslovil nahlas. Pokud řešitel udělá při řešení úlohy chybu, pozorovatel ho na tuto chybu upozorní. Řešitel pak své myšlenkové operace projde ještě jednou a pokusí se svou chybu opravit. V případě, že pozorovatel nestíhá sledovat řešení řešitele, zastaví ho a případně ho poprosí o zopakování části řešení, které neporozuměl. Po vyřešení úlohy si pozorovatel opíše od řešitele zápis řešení.

Po vyřešení každé úlohy si vyměňte role a pokračujte s řešením dalších úloh.

### Úlohy:

1. Jak velkou silou zvedneme ve vodě kámen o hmotnosti 10 kg a objemu 4 dm<sup>3</sup>?  
Výsledek: 60 N
2. Chlapec zvedá žulový kámen ve vodě silou 32 N, na vzduchu silou 52 N. Jakou hustotu má žula?  
Výsledek: 2600 kg m<sup>-3</sup>
3. Dřevěná kláda plovoucí na vodě má ponořené dvě třetiny svého objemu. Jaká je hustota dřeva?  
Výsledek: 666,7 kg m<sup>-3</sup>
4. Ledovec hustoty 920 kg m<sup>-3</sup> plave na mořské hladině. Jaká část objemu ledovce je nad hladinou, jestliže hustota mořské vody je 1025 kg m<sup>-3</sup>?  
Výsledek: 10 %
5. Siloměr, na kterém je ve vzduchu zavěšeno těleso, ukazuje 2,3 N. Pokud celé těleso ponoříme do vody, ukazuje siloměr 0,3 N. Jak se bude chovat toto těleso, když ho sundáme ze siloměru a dáme na hladinu glycerolu? Hustota glycerolu je 1261 kg m<sup>-3</sup>.  
Výsledek: těleso plove na hladině – hustota tělesa je cca 1200 kg m<sup>-3</sup>
6. Trajekt, který převáží auta přes zátoku sladkovodního jezera, má v půdorysu tvar přibližně obdélníku o stranách 22 m a 12 m. Vypočítejte, o kolik centimetrů se ponoří, když na něj najede patnáctitunové nákladní auto.  
Výsledek: 5,7 cm

**Použitá literatura s označením úloh ve zdrojích:**

KUBÍNEK, R., KOLÁŘOVÁ, H. *Fyzika v příkladech a testových otázkách*. Olomouc: Rubico, 1996.

ISBN: 80-85839-07-5.

- úlohy: **3** (mechanika kapalin a plynů, č. 5), **4** (mechanika kapalin a plynů, č. 6)

LEPIL, O. *Fyzika – Sběrka úloh pro střední školy*. 3. vydání. Praha: Prometheus, 1995.

ISBN: 978-80-7196-266-3.

- úlohy: **1** (č. 2.336), **2** (č. 2.337)

ŽÁK, V. *Fyzikální úlohy pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2011.

ISBN: 978-80-7196-411-7.

- úlohy: **5** (mechanika, č. A 7.6), **6** (mechanika, č. A 7.7)

## **B.7 Vytváření plánu řešení kvantitativních úloh**

Tato sekce obsahuje:

- Metodický list (str. 215)
- Strategie řešení úloh (str. 218)

## Vytváření plánu řešení kvantitativních fyzikálních úloh

Při řešení početních fyzikálních úloh je třeba žáky naučit vhodný postup, pomocí kterého si mohou usnadnit práci a snadněji překonat případné obtíže, s nimiž se při řešení úloh setkají. Přestože neexistuje jediná ideální strategie, která by se vztahovala ke každému fyzikálnímu problému, je i tak účelné dodržovat určitý postup.

**Cíl:** Žáci si uvědomí, jaké kroky či strategie používají při řešení fyzikálních úloh a které kroky jsou pro řešení úloh důležité. Žáci se seznámí s postupy a strategiemi doporučovanými v odborné literatuře.

**Použití:** Aktivitu lze zadat při probírání libovolného tématu, v rámci kterého se řeší výpočtové úlohy. Tuto aktivitu lze do výuky zařadit různými způsoby, např.:

- po projití většího celku z fyziky, kdy už mají žáci s řešením úloh zkušenosti
- v polovině prvního ročníku, kdy už mají žáci zkušenosti nejen s řešením středoškolských úloh, ale i s požadavky, které na řešení, případně zápis řešení, má jejich vyučující
- ve 2. – 4. ročníku na začátku školního roku před tím, než žáci začnou řešit úlohy

**Poznámka:** Tato aktivita není vhodná pro úplné začátečníky. Při jejím zadávání je nutné, aby již žáci měli nějakou zkušenost s řešením úloh a zvládli tak popsat, jak toto řešení probíhá.

**Časová náročnost:** velmi časově náročná aktivita (aktivita na celou vyučovací hodinu, resp. na 2 vyučovací hodiny)

**Potřebný materiál:** nalepovací lístečky v dostatečném množství (cca 5 kusů na každého žáka), větší archy papíru (pro každou osmičlennou skupinu jeden), fixy, pastelky, tužky (pro každou skupinu, žáci mohou použít vlastní), přiložený materiál „Strategie řešení“ nebo sbírka úloh, ve které je popsán postup řešení kvantitativních fyzikálních úloh (pro každou osmičlennou skupinu), lepidlo, izolepa.

### **Průběh v hodině:**

Vytváření plánu řešení úloh je časově velmi náročná aktivita a je vhodné ji zadávat v rámci dvou vyučovacích hodin. Nejlépe, pokud na sebe tyto vyučovací hodiny navazují. Aktivitu lze zadat i během jedné vyučovací hodiny, ale v takovém případě je potřeba velmi striktně dodržovat časy jednotlivých fází aktivity.

Tato aktivita má čtyři fáze:

#### **1. Práce ve dvojicích**

Žáci jsou rozděleni do dvojic. Jejich úkolem je sepsat svoje nápady k otázce „*Jak postupují a na co si dávám pozor, když řeším početní fyzikální úlohu*“. Každá myšlenka či nápad se zapíše na samostatný lísteček. Každá dvojice má k dispozici asi 10 lístečků (v případě potřeby

dostanou další). Je vhodné žáky povzbudit, že mohou psát i drobnější tipy, co dělat nebo na co si dát při řešení úlohy pozor.

Žáci mají na práci 5 minut.

## 2. Práce ve čtveřicích

Po vypršení zadaného časového limitu se spojí vždy dvě dvojice dohromady a tyto dvojice dále pracují se všemi lístečky společně (vhodné je lístečky promíchat). Žáci nad nápady napsanými na lístečcích diskutují. Každá čtveřice projde všechny své lístečky a seskupí stejné a podobné. Na základě vzájemné inspirace může čtveřice dopsat lístečky s dalšími nápady.

Tato část aktivity opět trvá 5 minut.

## 3. Práce v osmičlenných skupinách

Poté se spojí vždy dvě čtveřice žáků a pracují opět se všemi svými lístečky dohromady. I v této fázi mohou žáci ještě připsat nový nápad na další lísteček, ale pozornost by měla být už od vymyšlení dalších nápadů zaměřena na třízení již napsaných nápadů. Žáci nad nápady na lístečcích diskutují, hodnotí jejich užitečnost, smysluplnost.

Úkolem osmičlenných skupinek je uspořádat lístečky do vhodné struktury tak, aby vytvořily návod, jak řešit početní fyzikální úlohy. Pro řazení nápadů dostane skupina k dispozici balící papír. Jednotlivé skupiny lístečků je možné pojmenovávat, spojovat šipkami, či jinak graficky začleňovat do vytvářené struktury.

Tato část aktivity probíhá cca 10 minut.

### ***Několik poznámek:***

- Je vhodné studentům doporučit, aby při vytváření návodu začali tím, že stejné či podobné věci přiřadí k sobě.
- Skupinám, které si neví rady s vytvářením návodu, je možné poradit, že mohou rovnat lístečky s nápady např. podle pořadí, jak se dá daný nápad uplatnit v průběhu řešení úlohy (tj. chronologicky).
- Na lístečcích se mohou vyskytnout i nápady, které souvisí s řešením fyzikálních úloh, ale nepodaří se je začlenit do struktury. I tyto lístečky by měly být nějak zapracovány do výsledného výstupu.

## 4. Prezentace výsledků

Po ukončení práce v osmičlenných skupinách proběhne krátká výstava prací. Návod, které jednotlivé skupiny vytvořily, se umístí na dobře dostupné místo a žáci si během krátké doby (cca 2 minuty) prohlédnou díla všech ostatních skupin a porovnají je se svým návodem. Poté každá skupina prezentuje svou práci (max. 3 minuty na každou prezentaci). Během prezentace žáci zdůrazní důležité body svého návodu. Po prezentaci všech skupin vede učitel řízenou diskusi se všemi žáky. Zjišťuje, jak vypadal jejich návod na řešení fyzikálních úloh, co přijde žákům při řešení úloh nejdůležitější, kde se jednotlivé skupiny shodují, ...

Na konci diskuze poskytne učitel žákům připravený materiál *Strategie řešení*. Žáci tak mohou porovnat svůj návod s názorem v literatuře, vyhledat, v čem se od návodu uvedeném v literatuře liší, kde se naopak shodují, kde mají zapsáno něco navíc, či zda jim připadá, že na něco důležitého zapomněli.



Pokud mají studenti doporučenu nějakou sbírku, která obsahuje popis strategie řešení úloh, mohou žáci porovnávat svůj návod se strategiemi uvedenými v této sbírce.

Pozorování, která žáci učiní během porovnání svého návodu s odbornou literaturou, je vhodné opět prodiskutovat.

**Poznámka:** Učitel může požádat jednoho žáka z každé skupiny, aby do příští hodiny přepsal vytvořený návod např. na počítači. Studenti si pak mohou svůj návod vlepít či vložit do sešitu.

***Doporučení, co dělat v následujících vyučovacích hodinách:***

Při běžném řešení úloh lze podle vytvořených návodů průběžně komentovat, kterých kroků z návodu se právě daná část řešení týká, či na konci řešení zkontrolovat, zda se podle uvedených kroků postupovalo. Pokud byly některé kroky vynechány, je vhodné okomentovat, proč tomu tak bylo (např. údaje v úloze nebyly zadány číselně, proto neprovedeme číselný výpočet).

K této aktivitě se může učitel se žáky po určité době (např. po měsíci či půl roce) vrátit. Žáci si tím znovu připomenou jednotlivé kroky, které jsou důležité pro řešení kvantitativních úloh. Žáci reflektují, zda některé body uvedené ve vlastním návodu skutečně při řešení úloh používají. Na základě nových zkušeností doplní či upraví své „návody“ a označí v nich důležité body.

## Strategie řešení úloh

Při řešení problémů je vhodné si vybudovat určitý postup a toho se pak snažit do jisté míry držet. Ve fyzice, při řešení početních úloh, tomu je nejinak. V odborné literatuře či článkách můžeme nalézt mnoho strategií, které jejich autoři doporučují používat. Všechny tyto strategie jsou si však velmi podobné. Níže je popsána jedna taková strategie, která byla převzata z tureckého výzkumu\*.

### 1. Porozumění úloze

- Pozorné čtení problému
- Přeformulování/zapsání úlohy vlastními slovy
- Zápis všech zadaných veličin (i s jednotkami)
- Výpis všech hledaných veličin (i s jednotkami)
- Znázornění problému pomocí obrázku/diagramu
- Určení, které veličiny jsou skalární a které vektorové

### 2. Kvalitativní analýza úlohy

- Stanovení hlavních fyzikálních principů v úloze
- Rozhodnutí, jak k úloze přistupovat
- Vyjádření základního zákona/základních pravidel souvisejících s úlohou a proč/jak je použít

### 3. Vypracování plánu řešení úlohy

- Naplánování, jak získat hledanou veličinu ze zadaných
- Sepsání vzorců souvisejících s úlohou
- Rozhodnutí, zda jsou fyzikální vzorce pro danou úlohu použitelné nebo ne (např. zda splňují podmínky platnosti)
- Zformulování konečného vzorce před tím, než se začnou provádět algebraické úpravy
- Kontrola, zda v konečném vzorci je zahrnuta hledaná veličina

### 4. Použití plánu řešení

- Doplnění zadaných veličin z úlohy i s jejich jednotkami do konečného vzorce
- Pečlivé provedení matematických operací

### 5. Kontrola

- Kontrola, zda byly nalezeny všechny veličiny, na které se úloha ptala
- Zvážení, zda je získaný výsledek rozumný či nikoli
- Kontrola jednotky výsledku
- Překontrolování celého řešení

---

\* Çaliskan, S., Selçuk, G. S., Erol, M.(2010). Instruction of Problem Solving Strategies: Effects on Physics Achievement and Self-efficacy Beliefs. *Journal of Baltic Science Education*, 9(1).

## Appendix C

### Activities in English language

In this appendix, developed activities are enclosed. The activities contain methodical materials, worksheets and their solutions and other materials that were created as a supporting material to the activities. The activities were originally designed in Czech, nevertheless all the methodical materials and examples of worksheets and their solutions were translated to English.

This appendix contains the following activities:

- Careful reading (p. 220)
- Conditions of law's applicability (p. 226)
- Principles needed for solution (p. 234)
- Classifying the equations (p. 239)
- Reasonableness of the answers (p. 250)
- Solving aloud (p. 255)
- Creating own problem solving plan (p. 262)

## C.1 Careful reading

The section contains:

- Methodical material (p. 221)
- Worksheet – Mechanics (p. 223)
- Answer sheet – Mechanics (p. 224)

## Careful reading

Reading the task assignment attentively is one of the very important steps in problem solving. It is desirable for students to be able to distinguish important information from unimportant. Many students write down all numeric values from the assignment but they do not pay much attention to the remaining text. However, students should also give attention to the nonnumeric information in the assignment that is crucial for the solution. This activity works purposefully with an analysis of the assignment for that reason. Explicit focus and emphasizing of the careful reading of the assignment within the described activity should lead students to treat each physics task in a similar manner.

**Main aim:** The activity emphasizes the necessity of attentive reading of the assignment. It shows students that nonnumeric data in the task assignment are also important in solving of physics tasks.

**Use of the activity:** The activity can be used almost at any time. It is ideal for topics where many tasks are solved (e.g. kinematics or dynamics of a mass point in mechanics). Tasks with long text or with excess information are very suitable for this activity. In such tasks, students have to think about the importance of particular information.

**Note:** The activity is suitable especially for younger students (at the age of 12-15).

**Time demand:** Low; the activity takes from 10 to 15 minutes, depending on the number of tasks (the solving of the physics tasks itself is not included in the time demand).

### **How to proceed in class:**

Every student receives a worksheet with several assignments of tasks (3-5) from the current schoolwork. Their task is to read through the first assignment and to highlight the numeric as well as nonnumeric data significant for the solution. The students write a list of important information then.

Afterwards, the students check their highlighted data with their neighbouring classmate.

The teacher with the assistance of the students solves the first task on the board. He or she reads through the assignment of the first task, marks the significant data (or read them aloud), and writes the list of the significant numeric and nonnumeric values on the board.

### **Recommendation:** Three readings

- 1<sup>st</sup> reading – I read the assignment to get a short overview of the situation
- 2<sup>nd</sup> reading – I read carefully one sentence after another, mark the data significant for the solution and write them
- I check the list of the significant data whether it is understandable
- 3<sup>rd</sup> reading – I look over the task assignment once more whether I have not missed something; I focus especially on the parts that I have not marked as significant

After that, the students go through and write down the significant data from the remaining tasks in the worksheet. They work individually again and after finishing, they check their results with their neighbouring classmate again. At the end of the activity, students check their results with the teacher.

**Note:** The students' solutions can differ in the form how the significant data are written. It is important however to write them all.

The students can solve the tasks at the end of the activity (or as homework). In such a case, students can mark the parts of solution where the chosen nonnumeric data were used. The importance of the data is shown in this way.

***Recommendation what to do in following classes:***

It is appropriate to put this activity into the class more often. It is a short activity reminding students of the importance of attentive reading.

## Mechanics

### Assignment:

Six task assignments from mechanics are printed below. Underline numeric as well as nonnumeric data significant for the solution in each assignment. Write a list of all important information gained from the assignment.

### Tasks:

1. A car is going at a speed of  $30 \text{ km h}^{-1}$  in a steep rise. In the subsequent equally long descent, the car is going at a speed of  $90 \text{ km h}^{-1}$ . Determine the average speed.
2. A rushing motorist tries to cover a hill. The ascent as well as descend have the length of 3.5 km. The motorist has an old car, so he is able to drive at a maximal speed of  $45 \text{ km h}^{-1}$  uphill. Determine how fast the motorist has to drive downhill to keep the average speed of  $60 \text{ km h}^{-1}$ .
3. Anne went on a bike trip. She went uphill at an approximately constant speed of  $10 \text{ km h}^{-1}$  at the start and she travelled one sixth of her whole route this way. The next stretch was a straight road equalled to one third of the whole route. However, Anne went through a beautiful landscape and she wanted to look around. For this reason she sped up only slightly on the straight road and went at a constant speed of  $20 \text{ km h}^{-1}$ . During the remaining part of her route, Anne hurried to get to the finish. Therefore she went roughly at a constant speed of  $30 \text{ km h}^{-1}$ . Determine Anne's average speed on the whole route.
4. Mark picked up a pack of six 1.5 litre plastic bottles filled with water from the floor and put it on a table which height was 75 cm. He lifted the pack with an acceleration of  $2 \text{ m s}^{-2}$ . Determine how much work Mark did.
5. In the Kamýk Hydroelectric Power Station, the altitude difference between water level in a reservoir and turbines is 14 m. Volume of water that flows through the Kaplan turbine per one second is  $360 \text{ m}^3$ . Output power of a generator is 40 MW. Determine the efficiency of the hydroelectric power station.
6. The Vltava River is 120 metres wide in Velká near Kamýk nad Vltavou. A boat is able to move with a speed of  $1.5 \text{ m s}^{-1}$  relative to a still water. The river current flows at a speed of  $2 \text{ km h}^{-1}$ . Determine the direction, relative to the river bank, the boat needs to be pointed to to move straight across the river.

## Mechanics

### Assignment:

Six task assignments from mechanics are printed below. Underline the numeric as well as nonnumeric data significant for the solution in each assignment. Write a list of all important information gained from the assignment.

### Tasks:

1. A car is going at a speed of 30 km h<sup>-1</sup> up a steep rise. In the subsequent equally long descent, the car is going at a speed of 90 km h<sup>-1</sup>. Determine the average speed of the car.

*Note:* In solving this task, it is not important whether the car is going down- or uphill. The significant information is that both these stretches of the road have equal length. It is possible to discuss this fact with students.

*Numerical result:* 45 km h<sup>-1</sup>

2. A rushing motorist tries to cover a hill. The ascent as well as descend have the length of 3.5 km. The motorist has an old car, so he is able to drive at a maximal speed of 45 km h<sup>-1</sup> uphill. Determine how fast the motorist has to drive downhill to keep the average speed of 60 km h<sup>-1</sup>.

*Note:* The situation in this task is equal to the situation in the previous task. In this task, the equal length of the two stretches of road is important again, not the fact that the car is going down- and uphill.

*Numerical result:* 90 km h<sup>-1</sup>

3. Anne went on a bike trip. She went uphill at an approximately constant speed of 10 km h<sup>-1</sup> at the start and she travelled one sixth of her whole route this way. The next stretch was a straight road equalled in length to one third of the whole route. However, Anne went through a beautiful landscape and she wanted to look around. For this reason she sped up only slightly on the straight road and went at a constant speed of 20 km h<sup>-1</sup>. During the remaining part of her route, Anne hurried to get to the finish. Therefore she went roughly at a constant speed of 30 km h<sup>-1</sup>. Determine Anne's average speed on the whole route.

*Numerical result:* 20 km h<sup>-1</sup>



4. Mark picked up a pack of six 1.5 litre plastic bottles filled with water from the floor and put it on a table which height was 75 cm. He lifted the pack with an acceleration of  $2 \text{ m s}^{-2}$ . Determine how much work Mark did.

Note: Very important information for solving this task is what kind of liquid the plastic bottles contain (in our situation it is water). Weight of the liquid can be calculated thanks to this information.

Numerical result: 80 J

5. In the Kamýk Hydroelectric Power Station, the altitude difference between water level in a reservoir and turbines is 14 m. Volume of water that flows through the Kaplan turbine per one second is  $360 \text{ m}^3$ . Output power of a generator is 40 MW. Determine the efficiency of the hydroelectric power station.

Note: Kamýk Hydroelectric Power Station is one of hydroelectric power stations in the Czech Republic. It is located on the Vltava River and forms a part of Vltava Cascade.

(<http://www.cez.cz/en/power-plants-and-environment/hydraulic-power-plants/kamyk.html>)

Numerical result: 81 %

6. The Vltava River is 120 metres wide in Velká near Kamýk nad Vltavou. A boat is able to move with a speed of  $1.5 \text{ m s}^{-1}$  relative to a still water. The river current flows at a speed of  $2 \text{ km h}^{-1}$ . Determine the direction, relative to the river bank, the boat needs to be pointed to to move straight across the river.

Note 1: The width of the river is not essential for solution to this task. Nevertheless, this fact may come out for less competent students only when they try to solve the task. For this reason, underlining the width of the river as important information is not considered to be a mistake. (Numeric value in the task assignment that turns out to be unimportant during the task solution is underlined with a dashed line in the sample solution.)

Note 2: It is very important to realize that when we speak about direction or angle it is necessary to specify with respect to what we determine the direction or the angle. Therefore, the words “relative to ...” are underlined in the sample solution.

Numerical result:  $110^\circ$  relative to the river bank

## C.2 Conditions of law's applicability

The section contains:

- Methodical material (p. 227)
- Worksheet – Earth's gravitational field (p. 229)
- Answer sheet – Earth's gravitational field (p. 231)

## Conditions of law's applicability

The qualitative analysis is for students both one of the most difficult and one of the most important parts of solving. It can be very hard for students to determine what physics formula should be used to solve the assigned task. Simultaneously, the students should be able to decide whether conditions of applicability for a particular physics formula are fulfilled in the given situation. Therefore, this activity exercises purposefully the qualitative analysis of the physics tasks and determining the conditions allowing or preventing applicability of some physics principles.

**Main aim:** Students should realize that it is not possible to use each physical principle in every situation and that there can be situations in which using the formula might be incorrect, because some conditions prevent applicability of this formula.

**Use of the activity:** The activity can be used mostly in topics containing physics laws or principles where validity of the principles does not have to be always necessarily fulfilled. For example:

- movement in gravitational field – the applicability of conservation of mechanical energy or conservation of momentum have to be determined
- equations of state for an ideal gas
- principles from electromagnetism concerning relations between electric current and magnetic field

**Time demand:** Medium-long activity (15-30 minutes); the duration of the activity depends on number of the tasks in prepared worksheet.

**How to proceed in class:**

The students receive worksheets with several described physics situations or physics tasks (with not very long text of the assignment) and a list of physics principles. The aim is to determine whether each of these principles is or is not applicable in each assigned situation and why. The students make the decision about applicability of the principles regardless of necessity for using the principles in the task solutions.

**Example:** Two blocks with masses of 3 kg and 5 kg, respectively, hang from ends of a rope that passes over a frictionless pulley attached to the ceiling. The lighter block is 2 meters under the heavier block. The initial speed of both blocks is zero. Determine the acceleration of the system. Consider both the pulley and the rope to be massless.

While it is possible to use the conservation of mechanical energy in this task, the conservation of momentum is not valid here, because an external force – the gravitational force – acts on the blocks.

At first the students think over the answers individually, afterwards they discuss the answers in pairs or small groups. In the end they present the answer to the whole class and together with the teacher they find the correct solutions.

It is possible to assign solving of the physics tasks in worksheet to the students after finishing the activity. But it is not necessary.

***Recommendation what to do in following classes:***

The teacher emphasizes which physics law or principle from the discussed topic meets the conditions of applicability when he or she solves some task on a board.

## Earth's gravitational field

### **Assignment:**

Six physics tasks that you do not need to solve are below.

Your job is to decide whether **conservation of mechanical energy** and **conservation of momentum** is or is not applicable in each of the assigned situation. Give reasons for your decision.

Do the decision about applicability of the laws regardless of necessity for using the laws in the task solution.

### **Example:**

Two blocks with masses of 3 kg and 5 kg, respectively, hang from ends of a rope that passes over a frictionless pulley attached to the ceiling. The lighter block is 2 meters under the heavier block. The initial speed of both blocks is zero. Determine the acceleration of the system. Consider both the pulley and the rope to be massless.

*Solution:* While it is possible to use conservation of mechanical energy in this task, conservation of momentum is not valid here. Since we consider the pulley to be frictionless, the loss of mechanical energy that would be caused by the effect of friction is neglected. In such a case gravitational potential energy will be converted only to kinetic energy and vice versa – conservation of mechanical energy is valid in this situation.

Momentum of the system is not the same at the beginning and at the end of the movement because an external force (the gravitational force) acts on the blocks. It causes that the whole system picks up speed, and it increases its momentum – therefore, conservation of momentum is not applicable in this situation.

### **Tasks:**

1. A cart of a mass of 250 g is going on a straight track at a speed of  $2.4 \text{ m s}^{-1}$  and it crashes into a cart of a mass of 500 g that is going at a speed of  $1.8 \text{ m s}^{-1}$ . The carts join during the collision, and they are moving together afterwards. Determine the loss of mechanical energy during the collision, if the carts are going in the same direction before the collision.

2. An apple is hanging on a tree in a height of 1.8 metres. The apple breaks off and it is falling to the ground. Determine the speed of the apple just before it crashes to the ground.
  
3. Two boys, Tom and Peter sledged on a hill. The sledge together with the boys has a weight of 87 kg. To go as fast as possible, the boys started running on top of the hill, they jumped into the sledge and were going downhill. The initial speed of the sledge with both boys is  $7 \text{ km h}^{-1}$ . The height of the hill is 15 metres. Determine the speed of the sledge with both boys at the foot of the hill. Assume that the boys do not break the sledge with their feet and that the movement of the sledge downhill is frictionless. Assume also that the air resistance is negligible.
  
4. A cart moving on a frictionless linear air track strikes a second cart at rest. The collision between the carts is elastic. After the collision, the carts are moving with the same speed in opposite directions. Find the ratio between masses of the two carts.
  
5. A block with a mass of 0.5 kg is moving with a speed of  $6 \text{ m s}^{-1}$  on a smooth horizontal plane. A bullet with a mass of 0.01 kg and initial speed of  $600 \text{ m s}^{-1}$  moving perpendicularly to the motion of the block collides with the block and gets stuck in it. Determine the final speed of the block and the bullet together. What is the angle the final speed forms with the initial speed of the block?
  
6. A wooden block is sliding down an inclined plane set at an angle of  $30^\circ$  to the horizontal. Find the acceleration of the wooden block, if the friction coefficient between the wooden block and the inclined plane is equal to 0.4.

## Earth's gravitational field

### **Assignment:**

Six physics tasks that you do not need to solve are below.

Your job is to decide whether **conservation of mechanical energy** and **conservation of momentum** is or is not applicable in each of the assigned situation. Give reasons for your decision.

Do the decision about applicability of the laws regardless of necessity for using the laws in the task solution.

### **Example:**

Two blocks with masses of 3 kg and 5 kg, respectively, hang from ends of a rope that passes over a frictionless pulley attached to the ceiling. The lighter block is 2 meters under the heavier block. The initial speed of both blocks is zero. Determine the acceleration of the system. Consider both the pulley and the rope to be massless.

*Solution:* While it is possible to use conservation of mechanical energy in this task, conservation of momentum is not valid here. Since we consider the pulley to be frictionless, the loss of mechanical energy that would be caused by the effect of friction is neglected. In such a case gravitational potential energy will be converted only to kinetic energy and vice versa – conservation of mechanical energy is valid in this situation.

Momentum of the system is not the same at the beginning and at the end of the movement because an external force (the gravitational force) acts on the blocks. It causes that the whole system picks up speed, and it increases its momentum – therefore, conservation of momentum is not applicable in this situation.

### **Summary of when conservation of mechanical energy and conservation of momentum are valid:**

**Conservation of mechanical energy** is valid in such situations when effect of resistance forces (friction, air resistance ...), effect of forces that cause deformation, and internal energy change of a body or system of bodies are negligible.

**Conservation of momentum** is valid in a case that the given body (or system of bodies) is located in an isolated system, i.e. the resultant external force acting on the system is zero.

**Tasks:**

1. A cart of a mass of 250 g is going on a straight track at a speed of  $2.4 \text{ m s}^{-1}$  and it crashes into a cart of a mass of 500 g that is going at a speed of  $1.8 \text{ m s}^{-1}$ . The carts join during the collision, and they are moving together afterwards. Determine the loss of mechanical energy during the collision, if the carts are going in the same direction before the collision.

Solution: An inelastic collision of two bodies happens in this task. A part of the original kinetic energy converted into internal energy of the system (the internal energy shows for example by a temperature increase or by a deformation in the area of the collision). For this reason **conservation of mechanical energy is not valid** in this situation.

**Conservation of momentum is valid** in this task because the resultant external force acting on the system is zero, and the described situation can be considered as an isolated system. Although the carts act on each other at the instant of the collision, the concerned forces are internal forces that do not influence the conservation of momentum at all.

Numeric result: 30 J

2. An apple is hanging on a tree in a height of 1.8 metres. The apple breaks off and it is falling to the ground. Determine the speed of the apple just before it crashes to the ground.

Solution: If we neglect the resistant forces, then the gravitational potential energy of the apple is converted gradually into the kinetic energy of the apple. Because this energy is not converted into another one, nor any other energy is added to the apple, the **conservation of mechanical energy is valid** in this task.

A nonzero external force – the Earth's gravitational force – is acting on the apple. For this reason, the **conservation of momentum is not valid** in this situation.

Numeric result:  $6 \text{ m s}^{-1}$

3. Two boys, Tom and Peter, sledged on a hill. The sledge together with the boys has a weight of 87 kg. To go as fast as possible, the boys started running on the top of the hill, then jumped into the sledge and were going downhill. The initial speed of the sledge with both boys is  $7 \text{ km h}^{-1}$ . The height of the hill is 15 metres. Determine the speed of the sledge with both boys at the foot of the hill. Assume that the boys do not break the sledge with their feet and that the movement of the sledge downhill is frictionless. Assume also that the air resistance is negligible.

Solution: The **conservation of mechanical energy is valid** in this task. On the top of the hill, the sledge has gravitational potential energy (because of the height of the hill) as well as kinetic energy (thanks to the initial speed of the sledge). During the ride downhill, the gravitational potential energy of the sledge converts into the kinetic energy. Because we neglect air resistance and friction, there is not any other energy conversion.



If the boys broke the sledge with their feet or if the friction was too large to be neglected, the conservation of mechanical energy would not be valid.

The conservation of momentum is not valid in this situation, because an external force (the Earth's gravitational force) is acting on the sledge.

Numeric result:  $61 \text{ km h}^{-1}$  ( $17 \text{ m s}^{-1}$ )

4. A cart moving on a frictionless linear air track strikes a second cart at rest. The collision between the carts is elastic. After the collision, the carts are moving with the same speed in opposite directions. Find the ratio between masses of the two carts.

Solution: An elastic collision is defined as one in which both conservation of momentum and conservation of mechanical energy are observed. Both laws are also valid in this situation, unless we consider friction and resistance forces acting against the movement.

Numeric result: The weight of the cart that is moving before the collision is three times higher than the weight of the cart at rest.

5. A block with a mass of  $0.5 \text{ kg}$  is moving with a speed of  $6 \text{ m s}^{-1}$  on a smooth horizontal plane. A bullet with a mass of  $0.01 \text{ kg}$  and initial speed of  $600 \text{ m s}^{-1}$  moving perpendicularly to the motion of the block collides with the block and gets stuck in it. Determine the final speed of the block and the bullet together. What is the angle the final speed forms with the initial speed of the block?

Solution: **The conservation of mechanical energy is not valid** in this task, because the collision is inelastic. The bullet gets stuck in the block and part of the initial kinetic energy of both bodies is consumed to embed the bullet in the block.

**The conservation of momentum is valid** in this situation, because the block and the bullet can be considered as an isolated system. (Both the block and the bullet were moving with a constant speed. Therefore, the final force acting on the system is zero.)

Note: Another goal of this task can be to find the internal energy change.

Numeric result:  $13 \text{ m s}^{-1}$ ,  $63^\circ$ , (the internal energy of the system increases by  $1.8 \text{ kJ}$ )

6. A wooden block is sliding down an inclined plane set at an angle of  $30^\circ$  to the horizontal. Find the acceleration of the wooden block, if the friction coefficient between the wooden block and the inclined plane is equal to  $0.4$ .

Solution: **Neither the conservation of mechanical energy nor the conservation of momentum are valid** in this situation. The conservation of mechanical energy is not valid, because part of the mechanical energy is consumed in overcoming the frictional force (the mechanical energy of the wooden block is converted to the internal energy of the block and of the plane). The conservation of momentum is not valid, because an external force – the Earth's gravitational force – acts on the wooden block.

Numeric result:  $1.5 \text{ m s}^{-2}$

### **C.3 Principles needed for solution**

The section contains:

- Methodical material (p. 235)
- Worksheet – Mechanics – elementary level (p. 236)
- Answer sheet – Mechanics – elementary level (p. 237)

## Principles needed for solution

Analysis of physics tasks belongs to one of the most difficult and simultaneously the most important steps during solving physics tasks. However, description of the situation of the physics task is often more important than the physics principles for students. For this reason, this activity works purposefully with qualitative analysis of the physics situations and with determination of physics principles that are needed for solving the assigned tasks.

**Main aim:** Students should realize that it is important to take a look under the surface when they solve physics tasks and that seemingly equal tasks can demand considering different physics principles to be solved.

**Use of the activity:** It is possible to use this activity after going over a larger physics topic. It is optimal to assign the activity after topics in which similar tasks are solved by using different physics principles. Physics tasks with short assignment are suitable for this activity.

**Time demand:** Long activity (20-40 minutes), the duration of the activity depends on number of the physics tasks in worksheets and whether students solve the tasks or not.

### **How to proceed in class:**

The students are given a worksheet with several assignments of physics tasks and a list of physics principles. Their job is to decide which of the assigned principles is necessary to solve each of the tasks in the most efficient manner.

The students do not need to solve the tasks completely.

The same list of physics principles is used for all assigned tasks. Only one principle can be chosen to each task.

The students work individually at first and then they check their solutions in pairs or in small groups with their classmates. Afterwards, the students discuss the correct answers with their teacher.

**Note:** The discussion about the correct answers is a necessary part of the activity.

It is possible to let the students solve the tasks included in the worksheet after the final discussion about results (in the class or as homework).

### **Recommendation what to do in following classes:**

Before solving of each task in class, students try to determine the physics principle needed to be applied to solve the task.

The teacher points out the needed physics principle when he or she solves a task on a blackboard.

## Mechanics

You have probably noticed that tasks in mechanics you have met up to now can be solved by using different techniques. Respectively, the tasks can be divided into several groups according to methods used to solve them. In general, there are two different approaches to solving of physics tasks in mechanics. The first approach is solving of the tasks by using motion equations. In this case we work with time dependence of particular quantities as position, velocity, and acceleration. The second possibility consists in focusing on quantities that are preserved during motion – i.e. application of momentum and mechanical energy conservation. In this approach, we do not consider time development. Sometimes it is even possible to solve a task by using both these approaches, or it is necessary to combine them. Which of these approaches can be used to solve a task or which one makes the solution easier depends on available information and searched quantities in the task assignment.

### **Assignment:**

Four choices marked A-D are stated below. They contain one or more basic physical principles. Beneath the choices you can find five tasks that can be solved by using some of the physical principles. Your goal is to choose just one from the choices A-D that is needed to be applied to solve each task in the most efficient manner.

You don't need to solve the assigned tasks.

### **Physical principles:**

- A) Newton's Second Law
- B) Conservation of Mechanical Energy (or conversion of different forms of energy)
- C) Conservation of Linear Momentum
- D) Use of Two Physical Principles in the given order: Conservation of Linear Momentum – Conservation of Mechanical Energy

### **Tasks:**

1. Two carriages of different masses are moving with equal constant speed. Which of the carriages stops earlier, if the break forces acting on the carriages are equal?
2. A railway carriage of a mass of 20 t moves in a horizontal track at a speed of  $1 \text{ m s}^{-1}$ . It crashes into another carriage of a mass of 30 t that is going in the same direction at a speed of  $0.5 \text{ m s}^{-1}$ . The carriages join during the collision, and they are moving together afterwards. Determine the speed the carriages have after the collision.
3. A bullet of a mass of 1 kg was shot from a cannon of a mass of 1 t. Determine kinetic energy of the cannon recoil at the moment when the bullet is leaving the cannon's barrel at a speed of  $400 \text{ m s}^{-1}$ .
4. A shot moving at a speed of  $20 \text{ m s}^{-1}$  explodes into two parts of masses 10 kg and 5 kg. The lighter part of the shot has a speed of  $90 \text{ m s}^{-1}$  and it moves in the same direction as it had before the explosion. Determine the speed of the heavier part of the shot.
5. Determine the speed of the water spurting from a fountain tube, if the water rises to 5 m.

## Mechanics

You have probably noticed that tasks in mechanics you have met up to now can be solved by using different techniques. Respectively, the tasks can be divided into several groups according to methods used to solve them. In general, there are two different approaches to solving of physics tasks in mechanics. The first approach is solving of the tasks by using motion equations. In this case we work with time dependence of particular quantities as position, velocity, and acceleration. The second possibility consists in focusing on quantities that are preserved during motion – i.e. application of momentum and mechanical energy conservation. In this approach, we do not consider time development. Sometimes it is even possible to solve a task by using both these approaches, or it is necessary to combine them. Which of these approaches can be used to solve a task or which one makes the solution easier depends on available information and searched quantities in the task assignment.

### Assignment:

Four choices marked A-D are stated below. They contain one or more basic physical principles. Beneath the choices you can find five tasks that can be solved by using some of the physical principles. Your goal is to choose just one from the choices A-D that is needed to be applied to solve each task in the most efficient manner.

You don't need to solve the assigned tasks.

### Physical principles:

- A) Newton's Second Law
- B) Conservation of Mechanical Energy (or conversion of different forms of energy)
- C) Conservation of Linear Momentum
- D) Use of Two Physical Principles in the given order: Conservation of Linear Momentum – Conservation of Mechanical Energy

### Tasks:

1. Two carriages of different masses are moving with equal constant speed. Which of the carriages stops earlier, if the break forces acting on the carriages are equal?

Used principle: **A**

Note: Newton's second law is used in a form of  $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$  in this task.

Result: The carriage with the smaller mass stops sooner.

2. A railway carriage of a mass of 20 t moves in a horizontal track at a speed of  $1 \text{ m s}^{-1}$ . It crashes into another carriage of a mass of 30 t that is going in the same direction at a speed of  $0.5 \text{ m s}^{-1}$ . The carriages join during the collision, and they are moving together afterwards. Determine the speed the carriages have after the collision.

Used principle: **C**

Result:  $1,6 \text{ m s}^{-1}$

3. A bullet of a mass of 1 kg was shot from a cannon of a mass of 1 t. Determine kinetic energy of the cannon recoil at the moment when the bullet is leaving the cannon's barrel at a speed of  $400 \text{ m s}^{-1}$ .

Used principle: **D**

Note: The order of the use of the physical principles is clearly divided in this task. At first it is necessary to determine speed of the cannon during recoil from the conservation of momentum. Only then the kinetic energy of the cannon recoil can be calculated from the speed.

Result: 80 J

4. A shot moving at a speed of  $20 \text{ m s}^{-1}$  explodes into two parts of masses of 10 kg and 5 kg. The lighter part of the shot has a speed of  $90 \text{ m s}^{-1}$  and it moves in the same direction as it had before the explosion. Determine the speed of the heavier part of the shot.

Used principle: **C**

Result:  $15 \text{ m s}^{-1}$

5. Determine the speed of the water spurting from a fountain tube, if the water rises to 5 m.

Used principle: **B**

Result:  $10 \text{ m s}^{-1}$

## C.4 Classifying the equations

The section contains:

- Methodical material (p. 240)
- Worksheet assignment (p. 243)
- Worksheet – Mechanical work and energy (p. 244)
- Answer sheet – Mechanical work and energy (p. 246)

## Classifying the equations

Results of the research\* of students' view on problem solving in physics show that equations and formulas are very important for students when they solve quantitative tasks. The students believe it is necessary to memorize as much physics equations as possible to be better to solve physics tasks. Nevertheless, it is not desirable for students to memorize all equations that appear in physics classes. The students should learn to distinguish between important and less important equations and perceive connection between them. Therefore, it is important to show students that some equations can be used only in some special cases or that some equations can be easily derived from other equations.

**Main aim:** Students start to distinguish between important physics equations useful to learn by heart and less important physics equations.

**Use of activity:** The activity can be used in all topics where the work with equations appears to a higher extent.

**Time demand:** long activity (30-45 minutes); the duration of the activity depends on number of assigned physics equations

**How to proceed in class:**

Students receive a set of physics equations. Each equation is written on a separate card.

**Another way how to use the activity:** The teacher writes the equation on a black board and the students copy them down on the prepared cards (one card = one equation). This possibility is organizationally easier. It is not necessary to prepare (and pay attention to do not mix up) 30 sets of cards – one set per student.

The students' job is to determine which of the assigned equations can be considered as important (i.e. it is appropriate to memorize them) and which are "less" important (it is not necessary to memorize them, they can be easily derived from the more important equations, they are not used too often ...).

Firstly, the students determine what each equation is concerned with, i.e. the students should describe by their own words what each equation says. It is not necessary to insist on an exact title of the equation, more likely the teacher should support the students in their own choice of words. Further, the students name all physics quantities in the equations. Afterwards the students determine the importance of each equation and they state why they consider that particular equations as less important.

**Note:** Very good addition to this activity is to demand from students to draw or describe some suitable situation in which the given equation can be applied.

---

\* The research is described in subchapter 2.5.2.



The students work individually or in pairs. They note their solution down on the prepared cards. The cards offer the opportunity to rearrange them and thus to create a structure between the equations (e.g. the less important equations can be put under the important ones from which they are derived). At the end of the activity, the students check and comment the correct solutions together with their teacher. The teacher can suggest (as an example) his or her own structure between the equations that he or she consider to be of use.

**Note:** The importance of the equations, or rather the necessity of memorizing some equations, will be probably judged by the students according to the fact whether the given equation appears in a written or oral exam – the students learn especially to be successful in evaluation. Nevertheless, the aim of this activity is to let the students look at the importance of the equations from a different angle. In this activity, marking the equation as “important” is understood “how the equation is necessary and useful and leads to better and more efficient solution of physics tasks.” It is convenient for students to remember such equations, although their pragmatic approach is likely to predominate.

In addition it is necessary to realize that there is not the only right solution during choosing the important and less important equations. The choice of the important equations always depends on many factors (e.g. the teacher’s approach, the number of physics classes per week, the level of education). Thus, it depends always on the teacher which equations he or she marks as important and which as less important. It is suitable to present this fact to the students before beginning of the activity.

**Example:**

1. Equation for total kinetic energy of the system of  $n$  mass points:

$$E_{k_{total}} = E_{k_1} + E_{k_2} + \dots + E_{k_n} = \sum_{i=1}^n E_{k_i}$$

2. Equation for total kinetic energy of the system of 2 mass points:

$$E_{k_{total}} = E_{k_1} + E_{k_2}$$

In some classes, the first equation (the system of  $n$  mass points) will be considered as important and the second equation will be less important because it is a special case of the first one.

Nevertheless, in other classes, for example in a class that has less physics classes during a week, the second equation (the system of 2 mass points) is possible to be marked as important, because the first general form of the equation can be too complicated for students, they do not use it, and it is more practical for them to remember only the particular form of the equation.

***Recommendation what to do in following classes:***

In the class, the teacher points out the important equations that are worth remembering during solving of physics tasks.

The teacher should always proceed from the important equations when he or she solves a physics task. Thus, he or she should show the students that it is really not necessary to remember all physics equations. If the teacher solves a physics task in which some special equation is needed to gain the solution, it is suitable to derive the equation or to find the equation in the Physics Reference Tables or in some other source of information.

## Classifying the equations

### Assignment:

Look at the cards listed below and determine what each of the given equations represents (what it says). Determine also what all the quantities in the equation stand for.

Decide whether each of the equations can be considered as important (it is convenient to memorize it) or whether it is less important (e.g. it is not necessary to memorize it, because it is easily derived from some more important equation; it is very seldom used; or the equation is only an algebraic solution of some particular task).

If you classify some equations as less important, give reasons for your decision.

Highlight the important equations (e.g. mark them with some colour).

Draw or describe some situation in each card in which the stated equation would be applied.

### Example of solution:

$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$
<p><u>What the equation represent:</u> How to calculate the distance some object covers when it moves in a straight line with a constant acceleration</p> <p><u>Meaning of the quantities:</u>  <math>s</math> – total distance the object covered  <math>s_0</math> – initial distance of the object  <math>v_0</math> – initial speed of the object  <math>t</math> – time during which the object moves in a straight line with a constant acceleration  <math>a</math> – acceleration of the object</p> <p>The equation is <b>important</b>.</p>

$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$
<p><u>What the equation represent:</u> How to calculate the time during which some object falls down to the ground in free fall</p> <p><u>Meaning of the quantities:</u>  <math>t</math> – time during which the object falls  <math>h</math> – height from which the object falls  <math>g</math> – gravitational acceleration</p> <p>The equation is less <b>important</b>.</p> <p>The equation follows from the equation describing distance the object moves in a straight line with constant acceleration. The initial distance and initial speed of the object are zero, and the object moves with gravitational acceleration <math>g</math>.</p>

$$W = \Delta E_k = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$



$$E = E_k + E_p$$



$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$W = Fs$$

$$E = E_k + E_p = \text{konst.}$$



$$E_p = mgh$$



$$W = \Delta E_p = mg(h_2 - h_1)$$

$$W = Fs \cos \alpha$$

## Mechanical work and energy

### Assignment:

Look at the cards listed below and determine what each of the given equations represents (what it says). Determine also what all the quantities in the equation stand for.

Decide whether each of the equations can be considered as important (it is convenient to memorize it) or whether it is less important (e.g. it is not necessary to memorize it, because it is easily derived from some more important equation; it is very seldom used; or the equation is only an algebraic solution of some particular task).

If you classify some equations as less important, give reasons for your decision.

Highlight the important equations (e.g. mark them with some colour).

Draw or describe some situation in each card in which the stated equation would be applied.

### Example of solution:

$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$	$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$
<p><u>What the equation represent:</u> How to calculate the distance some object covers when it moves in a straight line with a constant acceleration</p> <p><u>Meaning of the quantities:</u>  <math>s</math> – total distance the object covered  <math>s_0</math> – initial distance of the object  <math>v_0</math> – initial speed of the object  <math>t</math> – time during which the object moves in a straight line with a constant acceleration  <math>a</math> – acceleration of the object</p> <p>The equation is <b>important</b>.</p>	<p><u>What the equation represent:</u> How to calculate the time during which some object falls down to the ground in free fall</p> <p><u>Meaning of the quantities:</u>  <math>t</math> – time during which the object falls  <math>h</math> – height from which the object falls  <math>g</math> – gravitational acceleration</p> <p>The equation is less <b>important</b>.</p> <p>The equation follows from the equation describing distance the object moves in a straight line with constant acceleration. The initial distance and initial speed of the object are zero, and the object moves with gravitational acceleration <math>g</math>.</p>

**Solution of the worksheet:**

$$\bullet \quad E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

Solution: What the equation represents: Kinetic energy

Meaning of the quantities:

$E_k$  – kinetic energy of some object (or rather a mass point)

$m$  – mass of the object

$v$  – speed of the object

The equation is **important**.

$$\bullet \quad E_p = mgh$$

Solution: What the equation represents: Gravitational potential energy

Meaning of the quantities:

$E_p$  – gravitational potential energy of some object (or rather a mass point)

$m$  – mass of the object

$g$  – gravitational acceleration

$h$  – height of the mass point above zero level of the potential energy

The equation is **important**.

$$\bullet \quad W = Fs \cos \alpha$$

Solution: What the equation represents: Mechanical work

Meaning of the quantities:

$W$  – mechanical work that is performed by a force  $F$

$F$  – force acting on an object (or rather a mass point)

$s$  – distance that the object covers

$\alpha$  – angle between the acting force and the direction of motion

The equation is **important**.

$$\bullet \quad W = Fs$$

Solution: What the equation represents: Mechanical work

Meaning of the quantities:

$W$  – mechanical work that is performed by a force  $F$

$F$  – force acting on an object (or rather a mass point)

$s$  – distance that the object covers

This equation is valid only in a special case when the constant force acting on the object (mass point) has the same direction as the direction of the object's motion is.

The equation is **less important**.

The equation is derived from the more general form  $W = F s \cos \alpha$  (vector form:  $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$ ), where  $\alpha$  means constant angle that forms the direction of the acting force with the direction of motion of the object.

$$\bullet \quad W = \Delta E_k = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

Solution: What the equation represents: Mechanical work changes into kinetic energy

*Meaning of the quantities:*

$W$  – mechanical work

$\Delta E_k$  – change of the kinetic energy of an object (or rather a mass point)

$m$  – mass of the object

$v_1$  – initial speed of the object

$v_2$  – terminal speed of the object

The equation can be derived from the equation describing mechanical work  $W = Fs$ .

The equation is **less important**.

Note: The equation can be derived from the equation describing mechanical work, where the magnitude of the force  $F$  can be expressed from the Newton's second law. Because we assume that the object has a non-zero initial speed, the acceleration can be expressed as  $a = \frac{v_2 - v_1}{t}$  and the distance  $s$  of the straightforward movement with the constant acceleration is  $s = \frac{1}{2}at^2 + v_1t$ . By substitution of the quantities we gain:

$$\begin{aligned} W = Fs = ma \left( \frac{1}{2}at^2 + v_1t \right) &= m \frac{v_2 - v_1}{t} \left( \frac{1}{2} \frac{v_2 - v_1}{t} t^2 + v_1t \right) \\ &= m \frac{v_2 - v_1}{t} \left( \frac{1}{2}v_2t - \frac{1}{2}v_1t + v_1t \right) = \\ &= m \frac{v_2 - v_1}{t} \left[ \frac{1}{2}(v_2 + v_1)t \right] = \frac{1}{2}m(v_2 - v_1)(v_2 + v_1) = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \end{aligned}$$

The stated equation can be interpreted as follows: If the body changes its speed from the value  $v_1$  to  $v_2$  on trajectory  $s$  by action of constant force  $\vec{F}$ , then the change of kinetic energy is  $\Delta E_k$  and the force performs work  $W$ .

$$\bullet \quad W = \Delta E_p = mg(h_2 - h_1)$$

Solution: What the equation represents: Mechanical work changes into gravitational potential energy

*Meaning of the quantities:*

$W$  – mechanical energy

$\Delta E_p$  – change of the gravitational potential energy of an object

$m$  – mass of the object

$g$  – gravitational acceleration

$h_1$  – initial height of the object

$h_2$  – terminal height of the object

The equation can be derived from the formula for mechanical work  $W = Fs$ .

The equation is **less important**.



Note 1: Equally as in the previous case, the stated equation can be derived from the formula for mechanical work  $W = Fs$ . However, the force  $F$  that performs the mechanical work is the gravitational force  $F_G = mg$  and the object covers distance that is equal to difference of the initial and terminal height of the ( $s = h_2 - h_1$ ).

Note 2: The work that is performed by the gravitational force (or rather the change of the gravitational potential energy of a mass point) depends on the mass of the mass point, on the gravitational acceleration, and on the initial and terminal height of the mass point. Nevertheless, the work does not depend on the shape of the trajectory the mass point moves along. The work does not depend even on the length of the trajectory.

$$\bullet \quad E = E_k + E_p$$

Solution: What the equation represents: Mechanical energy

Sum of the kinetic and the potential energy of an object (or rather a mass point) is called the mechanical energy of the object.

*Meaning of the quantities:*

$E$  – mechanical energy of an object (or rather a mass point)

$E_k$  – kinetic energy of the object

$E_p$  – gravitational potential energy of the object

The equation is **important**.

$$\bullet \quad E = E_k + E_p = \text{konst.}$$

Solution: What the equation represents: Conservation of mechanical energy

*Meaning of the quantities:*

$E$  – mechanical energy of an object (or rather a mass point)

$E_k$  – kinetic energy of the object

$E_p$  – gravitational potential energy of the object

The equation is **important**.

Note 1: Although the law of conservation of mechanical energy is “only” a special case of the total conservation of energy, it is very important in mechanics and it is worth to be remembered. For this reason, we consider it as important.

Note 2: The law of conservation of mechanical energy is valid only in an isolated system. In such a system, only transformation of potential energy into kinetic energy (and vice versa) arises.

This law proceeds from the law of conservation of energy that says that one form of energy is transformed to another in all actions in the system, or the energy pass from one object to another. Nevertheless, the total energy of the system of objects remains constant.

## C.5 Reasonableness of the answers

The section contains:

- Methodical material (p. 251)
- Worksheet – Kinematics (p. 252)
- Answer sheet – Kinematics (p. 253)

## Reasonableness of answers

Discussion of task results is a very important part of the task solution in physics. After gaining the solution, it is expedient that the solver thinks about reasonableness of the answer. This activity exercises the verification of the numeric results based on solver's own experience. The activity helps students to form an idea about real values of physics tasks.

**Main aim:** To help students to realize that it is necessary to think about the task results and their plausibility. This will help students to verify the correctness of the solution.

**Note:** It is necessary to present to students only physics tasks with real values in order to reach the stated aim.

If the teacher uses this activity during physics classes and he or she will continue to lead students methodically to thinking about the reasonableness of the answers, it is suitable to evaluate positively the students who "reveal" in test or during oral examination that their result is incorrect because of its unreality.

**Use of the activity:** Chapters containing tasks with physics quantities and numeric values with which students have experience from the real life are suitable for this activity.

**Time demand:** short activity (10-15 minutes); the duration depends on the number of assigned physics answers

**How to proceed in class:**

Students receive worksheet with several "answers to physics tasks". Their aim is to decide which answers are real and which are nonsensical. The students should support their statements by some arguments.

The students work individually or in pairs. At the end of their work, the students check and comment the correct solution together with their teacher.

**Recommendation what to do in following classes:**

The teacher should state some typical as well as extreme values of physics quantities in each discussed physics topic. This way the students have an opportunity to compare values with which they do not have direct experience.

## Kinematics

### Assignment:

Decide which of the next five answers to physics tasks are reasonable (mark the answers with the letter **R**) and which are nonsensical (mark the answers with the letter **N**). Support your decision with some argument.

#### Example:

Answer: If we drop a stone from a roof that is 12 m high, it falls down on the ground in 150 s.

Decision whether the answer is reasonable: The answer is nonsensical – **N**.

Explanation: 150 s = 2.5 min; the time is too long for a fall of a dense solid body from the 12 m height (which is roughly the height of the fourth floor of a house).

### Answers:

1. A “speed demon” is driving his car on a motorway at a speed of  $190 \text{ km h}^{-1}$ .
2. A police helicopter flew at a speed of  $0.5 \text{ km s}^{-1}$ .
3. It took the tourist 45 minutes to walk 3 kilometres.
4. A classmate is running the 100-metre dash at a speed of  $20 \text{ km h}^{-1}$ .
5. An express train traveling at a speed of  $90 \text{ km h}^{-1}$  started to slow down 12 metres short of the station and it managed to stop at the station.

## Kinematics

### Assignment:

Decide which of the next five answers to physics tasks are reasonable (mark the answers with the letter **R**) and which are nonsensical (mark the answers with the letter **N**). Support your decision with some argument.

#### Example:

Answer: If we drop a stone from a roof that is 12 m high, it falls down on the ground in 150 s.

Decision whether the answer is reasonable: The answer is nonsensical – **N**.

Explanation:  $150 \text{ s} = 2.5 \text{ min}$ ; the time is too long for a fall of a dense solid body from the 12 m height (which is roughly the height of the fourth floor of a house).

### Answers with solution:

1. A “speed demon” is driving his car on a motorway at a speed of  $190 \text{ km h}^{-1}$ .

Decision: The answer is reasonable – **R**.

The speed limit on a motorway is  $130 \text{ km h}^{-1}$  in the Czech Republic, nevertheless some drivers do not only disregard the traffic rules but they are also driving faster than at a speed of  $200 \text{ km h}^{-1}$ .

2. A police helicopter flew at a speed of  $0.5 \text{ km s}^{-1}$ .

Decision: The answer is nonsensical – **N**.

The value of  $0.5 \text{ km s}^{-1}$  is equal to  $500 \text{ m s}^{-1}$ , which is a speed greater than the speed of sound (the speed of sound is approximately  $340 \text{ m s}^{-1}$  in dry air at  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ ). Supersonic helicopters do not exist.

#### Several interesting facts:

- Today’s working helicopters tend to top out at around  $270 \text{ km h}^{-1}$  which is equal to  $75 \text{ m s}^{-1}$ .  
(<http://spectrum.ieee.org/aerospace/aviation/the-fastest-helicopter-on-earth>)
- The fastest helicopter is the Sikorsky X2 that broke the world’s helicopter speed record and it flew at a speed higher than  $450 \text{ km h}^{-1}$  (i.e.  $125 \text{ m s}^{-1}$ ).  
(<http://gizmodo.com/5659576/watch-the-sikorsky-x2-breaking-the-worlds-helicopter-speed-record>)
- Flight distance between the westernmost and the easternmost point of the Czech Republic is almost 500 km ([www.czso.cz](http://www.czso.cz) states that the distance is 493 km). The police helicopter from our answer would cover this distance in less than 1000 seconds, which means around 16.5 minutes.

3. It took the tourist 45 minutes to walk 3 kilometres.

**Decision:** The answer is reasonable – **R**.

The average speed of a pedestrian is stated as approximately  $4 \text{ km h}^{-1}$ .

4. A classmate is running the 100-metre dash at a speed of  $20 \text{ km h}^{-1}$ .

**Decision:** The answer is reasonable – **R**.

At the average speed of  $20 \text{ km h}^{-1}$ , the classmate would run the 100 metres long distance in 18 second, which is possible.

**Interesting thing:** The current men's world record in the 100-metre dash is 9.85 seconds, set by Jamaica's Usain Bolt. This record was set at the 2009 Berlin World Championships in August 16.

([http://en.wikipedia.org/wiki/100\\_metres](http://en.wikipedia.org/wiki/100_metres) & <https://www.youtube.com/watch?v=ICEfRBRrzR0>)

5. An express train traveling at a speed of  $90 \text{ km h}^{-1}$  started to slow down 12 metres short of the station and it managed to stop at the station.

**Decision:** The answer is nonsensical – **N**.

The express train has to start to slow down in a larger distance than 12 metres short of the station. It would not manage to stop in that distance. (Of course it also depends on the length of the station.)

**Note:** In the Czech Republic, the braking distance is 700 metres on the railways with the speed limit of  $100 \text{ km h}^{-1}$ . That corresponds to the deceleration of  $0.55 \text{ m s}^{-2}$ .

(<http://fyzweb.cz/clanky/index.php?id=150>)

## C.6 Solving aloud

The section contains:

- Methodical material (p. 256)
- Illustration how it is possible to solve physics tasks (p. 259)

## Solving aloud

Solving physics tasks, or more generally, analysis of some complex problem is an activity that runs in our head for the most part and thus it is not visible to our surroundings. This is a problem that hampers teachers' attempts to teach their students how to solve physics tasks properly and it also hampers students in acquisition of the problem solving skill. This activity works with easy physics tasks, during solving of which students "think aloud". The activity guides the students to careful analysis of their own thoughts.

**Main aim:** Students come to realize individual steps in the solution of physics tasks. They do not skip the steps and are more careful in analysis of their thought processes.

**Use of the activity:** The activity can be used in any physics topic. Easy tasks with a short assignment are suitable for this activity.

**Note:** This activity is more likely suitable for students of a selective seminar. In general classes, it is necessary for teachers to carefully consider use of the activity.

**Time demand:** Medium-long activity (15-30 minutes); the duration of the activity depends on number of the prepared tasks.

### **How to proceed in class:**

#### **First part:**

The teacher solves an easy physics task on a blackboard. Assignment of the task is written on the blackboard or it is shown on a wall by a projector.

The teacher and the students arrange a signal that the students can use to stop teacher's work during solving of the problem. The signal can be for instance to put hand up or to shout a word STOP. An acoustic signal is more suitable, preventing the teacher not noticing the arranged signal.

#### *The teacher's role (solver):*

During solution of the task, the teacher says aloud all steps of the solution and everything what he or she is thinking about. The teacher writes down the task solution on the blackboard step by step, in order to create a perfect notation of the solution (i.e. to write whole notation of the task solution, including the answer).

During the task solution, the teacher sometimes intentionally skips some steps of the solution, thinks silently, does not comment a part of the solution, or he or she makes a mistake. This is the time when the students should use the arranged signal and notify the teacher of his or her oversight or mistake.

If the students let the teacher know with the signal, the teacher comments aloud the given part of the solution and he or she continues with the solution. If the students do not let the teacher know, the teacher points out their omission. Then he or she comments the given part of the solution and again he or she continues with the solution.



The teacher solves the task in such a way that all students understand all steps of the task solution. This activity is focused on carefulness and not on quickness. Therefore it is not suitable to rush the task solution, even in the case that the task seems very easy.

*The students' role (observer):*

The students observe the teacher and they check whether he or she does not forget to describe some problem solving step aloud. The students do not intervene in the problem solving, but if the teacher falls silent for a longer time or if the teacher does several steps without a proper comment, the students stop him or her by using the arranged signal. After that, the teacher explains aloud his or her last steps.

After solving the task, the students copy down into their exercise books the notation of the task solution.

**Second Part:**

**Note:** It is necessary to consider thoroughly, whether the students can handle the second part of the activity. If they do not, it is possible to solve more physics tasks in the way that is described in the first part of the activity.

The students work in pairs and they solve an easy physics task. One student has the role of the solver, the second is the observer. The teacher walks around the class and observes the students' work.

The solver solves the tasks and he or she says aloud everything what cross his or her mind (concerning the solution). At the same time, the solver writes down into the exercise book notation of the solution.

The observer listens to the solver, does not meddle in the solution, but he or she tries to compel the solver to say all thoughts aloud. If the solver falls silent (e.g. because he or she does not know how to continue), the observer invites the solver to say what crosses his or her mind, even if it is not correct. Also, if the solver skips some step of thought (i.e. he or she does the step but does not comment it verbally) during the solution, then the observer stops the solver and asks him or her to say his or her thoughts aloud. If the solver makes a mistake during solving of the task, the observer points out the mistake. The observer can show the solver where the mistake is, but he or she does not correct it in place of the solver. Afterwards, the solver goes once more through his or her thoughts and tries to correct the mistake.

After solving the task, the observer copies the solution into his or her exercise book – both students have the same problem solving procedure written in their exercise books. The students change their roles and they continue with solving of other physics task.

**Note:** The students can also work in trios in the second part of the activity. In this case, two students have the role of observer. The solution of the task runs identically as with the work in pairs.

***Very important note:***

The role of the observer is very substantive. Each step the solver makes should be checked by the observer. For example, if the solver makes a mistake, the observer should point out the mistake immediately. Naturally, that demands several activities.

Firstly, the observer has to work actively on the task solution. He or she should watch each step that the solver makes. The observer should also be sure that he or she understands each step.

Secondly, the observer should not reveal to the solver, how he or she thinks about the task. That can often mean that the observer asks the solver to wait with the solution for a while, in order that the observer has an opportunity to verify his or her conclusions.

Thirdly, the observer should listen closely. That means the observer should work actively together with the solver, and he or she should not solve the task in his or her own way.

Finally, if the solver makes a mistake, the observer should point out the mistake, but he or she should never say the correct answer. The solver should solve the whole task by his or her own effort.

## Solving aloud

A teacher solves a physics task in front of students. She says aloud all steps of the solution and everything what she thinks about. The students supervise her, i.e. they pay attention to the task solution and notify the teacher if she silently passed some train of thought.

After solving of the task, a protocol about the solution should be written on a blackboard. The protocol should look as the teacher want it to be in the ideal case.

### **Note:**

It is necessary to establish some signal with the students (put hands up, sound signal – the word STOP, ...) that means that some step was skipped.

### **Task:**

**What work does an electric motor carry out during five hours if its output power is 2.5 kW?**

(the task is written on a blackboard or it is projected by a data projector)

### Illustration how it is possible to solve the task with students:

Teacher (T), students (S)

**T:** So, let's see what we have here. (*She reads the task aloud.*) I need to determine the work of the electric motor (*she points to the word "work" in the task assignment*), output power of which is 2.5 kW (*she points to the output power and the value 2.5 kW in the text of the task*), and it works during 5 hours (*she points to the "five" in the text*). The work is marked  $W$ , the power  $P$ , and the time  $t$ . Thus, I will use this marks in solution of this task. At first I will write the list of the knowns and unknowns.

*The teacher writes the list on the blackboard.*

**T:** Once again, I check the task assignment whether I wrote everything to the list and I didn't forget about anything. (*The teacher reads slowly the task assignment once more.*) I think there aren't any other important data. The list is complete.

**T:** I will set about the solution now. I wonder how the work is related to the output power. We have the formula  $W = P \cdot t$ . Or it was  $P/t$ ? I'm not sure. How could I decide it? (*She falls silent for a while...*)

**T:** I've got it! It is  $P \cdot t$ . So, we can continue with the solution.

**Methodical note:** This is the first place in the solution where the students should react by the prearranged signal to the fact that the teacher thinks about something but she does not say anything aloud. For this reason, the teacher's silence can be a little bit affected so that the students venture to point out something what has not been said.

**S:** How did you derive the formula? You said you will derive it but you kept silent. You didn't say anything aloud.

**T** (*if the students do not react*): Now I was thinking but I didn't say anything aloud. You should have pointed me out that I didn't say anything. I'm sorry, I should try to formulate my ideas aloud. Next time, point me out if I fall silent or miss some logical step that leads to the solution.

**Methodical note:** *The following step in the task solution depends on the way how the teacher instructs students in the work with formulas. Below you can find three options; each of them works with the formulas in a different way. The teacher can choose the option that suits her the most.*

**T1:** I wonder how to put the formula together as fast as possible. I remember that the formulas dealing with work and output power include some multiplication or division. But how? I try to think about it. The more powerful some machine is, the more work it does. So, if I am looking for a relation between work and output power, the output power has to be up in a fraction because the output power is directly related to the work. Now, what about the time? If I let the machine work for a long time, it should also do more work. It means that the time is also directly related to the work and the time will be also up in the fraction. (*Simultaneously, the teacher writes the formula on the blackboard.*) So, the work equals the output power multiplied by the time.

**T2:** I'm not sure with the formula; I try to check it in my exercise book/in some physical science formula sheet. (*She looks up the relevant formula.*) So, the work equals the output power multiplied by the time.

**T3:** (*The teacher insists on learning of basic formulas and she demands them from the students. In such a case, she does not allow the possibility of unknowingness at all.*) It is the basic formula that you have to know. The work equals the output power multiplied by the time.

**T:** I have the formula. Now, it remains to do the substitution. The result is 12.5 then. (*The teacher takes a breather visibly. She writes the result on the blackboard and underlines it twice. The teacher looks like the solution is completed. – She gives the students some time to react.*)

**S:** How did you get the number 12.5? And what is actually unit of the result?

**T:** I know that the work can be calculated as product of the power of a machine and the time during which the machine works. (*The teacher points to the stated numbers in the task assignment. Afterwards she writes the calculation on the black board.*) If I multiplies 2.5, this is the power, by 5, which is the time, I get the result 12.5. (*Again, she gives the students some time to react.*)

**S:** And what is the unit of the result?

**T:** I multiplied the unit kW by hours. The final unit is kWh, then. This unit is used commonly, so the result can be left with this unit. Otherwise, I had to convert the units into the basic ones. This way, it is OK. The result is 12.5 kWh.

**Methodical note:** Of course, at the beginning of the solution after writing the list of knowns and unknowns, it is possible to convert the units of the quantities to the basic ones. The whole task can be solved then in basic units. It depends again on the approach that the teacher prefers.

**T:** I check if I am answering the right question (*she looks at the task assignment*). It's all right, the task asks me about the work. So, the answer sounds: The electric machine carries out the work of 12.5 kWh. This is the final result. (*She writes the answer on the blackboard.*)

## C.7 Creating own problem solving plan

The section contains:

- Methodical material (p. 263)
- Problem solving plan (p. 266)

## Creating own problem solving plan for quantitative physics tasks

It is useful to teach students some suitable plan for solution of quantitative physics tasks. The plan can help students to make their work easier and to get over difficulties that they can meet during problem solving. Although there is not a sole problem solving plan suitable for all physics tasks, it is purposeful to keep a particular plan.

**Main aim:** Students realize what steps and strategies they use when solving physics tasks. They also become conscious of steps that are significant for solving tasks. The students acquaint themselves with problem solving methods and strategies that are recommended in professional literature.

**Use of the activity:** The activity can be assigned during going through an arbitrary physics topic in which quantitative physics tasks are solved. It is possible to use the presented activity in several different cases, for example:

- after going through a bigger part of physics, when the students have some experience with solving physics tasks
- in the middle of first grade, when the students have some experience not only with the solving physics tasks but also with demands concerning problem solving that a teacher place on his or her students
- in higher grades (from 2<sup>nd</sup> to 4<sup>th</sup>), at the beginning of the school year, before the students start to solve some physics tasks

**Note:** This activity is not suitable for complete beginners in problem solving. Before using the activity, the teacher should consider whether his or her students have sufficient experience in solving physics tasks to be able to create their own problem solving plan.

**Time demand:** Very high; the activity takes one whole lesson or rather two lessons.

**Material needed for the activity:** self-stick notes in sufficient amount (ca. 5 pieces per student), sheets of paper of big format (one piece for each octad), felt-tip pens, coloured pencils (for each octad; students can use their own pencils and pens), the enclosed document called “Problem solving plan” or some collection of physics tasks in which the problem solving procedure is described (one piece for each octad), adhesive paste and adhesive tape.

### **How to proceed in class:**

Creation of own problem solving plan is a time-consuming activity and for this reason it is suitable to assign it in two consecutive lessons. The activity can be carried out also during one class. However, the suggested time limits must be very strictly adhered to in such a case.

The activity is divided into four phases:

**Work in pairs**

The students are divided into pairs. Their task is to write down all their ideas to the question “How do I proceed and what do I pay attention to while solving quantitative physics task?” Every single idea should be written on a separate piece of paper. Each pair has about 10 self-stick notes at their disposal and they can receive more in case of need. It is appropriate to encourage the students to write down also smaller tips or hints what to do or what to watch out for during solving physics tasks.

The students have 5 minutes for their work.

**Work in tetrads**

The pairs of students join together and create tetrads after the first phase of the activity. These tetrads work with all their ideas together (it is useful to shuffle their self-stick notes). The students discuss their ideas, group similar ideas together, and they can add other notions based on their mutual inspiration.

This phase of the activity lasts again 5 minutes.

**Work in octads**

The students group into octads and the created octads work together with all their self-stick notes. Even in this phase of the activity the students can add new ideas, but the attention should be paid especially to the sorting of the written ideas. The octads of students discuss their ideas, evaluate their usefulness and meaningfulness.

The task of the octads is to arrange the self-stick notes with the ideas in a proper structure and to create a plan how to solve quantitative physics tasks. Each octad draws their plan on a sheet of paper of big format. The particular groups of ideas can be named, linked together by arrows or depicted graphically in another way.

This phase of the activity lasts approximately 10 minutes.

**Several notes:**

- It is useful to recommend to the students to start the creation of the problem solving plan by grouping similar ideas together.
- The octads which do not know how to deal with the creation of the problem solving plan can be advised to arrange the ideas written on the self-stick notes for example in order in which they are used during solving physics tasks (i.e. in chronological order).
- There can be ideas on the self-stick notes that are related to the solving physics tasks but cannot be integrated into the created structure. Nevertheless, even these ideas should be integrated into the problem solving plan somehow.



**Presentation of the problem solving plans**

After finishing the students' work in octads, a short display of the created problem solving plans is held. The plans are put on a visible place and the students take a look at all the plans in short time (ca. 2 minutes). They should compare their plan with the plans of other groups.

Afterwards, each group presents its problem solving plan briefly (no more than 3 minutes per group). The students point out the main items of their plan during the presentation. A controlled discussion with the students is headed by the teacher after all presentations. During the discussion, the teacher tries to find out how the students' problem solving plans look like, what is the most important for students during solving physics tasks, whether there are some points in which all groups of students (the octads) are in agreement, etc.

The teacher gives a prepared material called "Problem solving plan" or some collection of physics tasks in which the problem solving procedure is described to the students at the end of the discussion. The students can compare their problem solving plan with a view of experts this way. It is apt to discuss observations that the students make during the comparison.

**Note:** The teacher can ask one student from each octad to copy their created plan for the next class (for example on a computer). The students can then stick their plans into their notebooks.

***Recommendation what to do in following classes:***

Teacher can use results of this activity during standard physics class when solving quantitative tasks. He or she can refer to the created students' problem solving plans and show which part of the plan (which step) he or she follows this very moment. When the teacher skips some step, it is useful to comment why (for example, the data in the task were not assigned in numbers and therefore the numeric calculation cannot be executed).

The teacher and the students can also return to the created plans after a longer period (for example, after half a year). The students can remind themselves of the problem solving plan and its individual steps this way, and they can discuss whether they really use these steps or whether some steps are necessary to be added with hindsight.

## Problem solving plan

It is useful to teach students some suitable plan for solution of quantitative physics tasks. The plan can help students to make their work easier and get over difficulties that the students can meet during problem solving. Although there is not any sole problem solving plan suitable for all physics tasks, it is purposeful to keep a particular plan.

Many problem solving plans can be found in professional physics literature or papers. As an example, “**UQAPAC+SE**” problem solving plan adapted from Turkish research is stated below.\*

### 1. Understanding the Problem

- Reading the problem carefully
- Restating / writing the problem in his/her own words
- Listing the given variables in the problem (with their units)
- Listing the asked variables in the problem (with their units)
- Visualizing the problem by drawing – drawing diagrams (or establishing correlation between given diagram and the problem)
- Determining the scalar and vectorial properties of the given and asked variables

### 2. Qualitative Analysing of the Problem

- Determining the significant (main) concepts of the problem in physics
- Determining the general approach of the problem
- Expressing the fundamental law/rules related to the problem and why/how to use them

### 3. Solution Plan for the Problem

- Planning how to achieve the asked variables from the given variables
- Writing the formulas related to the problem
- Considering whether the physics formulas written for the problem were reasonable or not
- Formulating the final formula before making algebraic operations
- Checking whether there was an unknown variable or not in the final formula

### 4. Applying the Solution Plan

- Using the given variables in the problem with their units in the formulas
- Making the mathematical operations carefully

### 5. Checking

- Checking whether all asked variables in the problem were found or not
- Considering whether the found result for the problem was reasonable or not
- Checking the unit of the result
- Reviewing whole solution

+ **Self Evaluation:** It is a general strategy containing the activities related to the quality and progress of students' work. The problem solver uses this strategy at the end of the problem solving session, in order to evaluate him/ herself.

---

\* Çaliskan, S., Selçuk, G. S., Erol, M.(2010). Instruction of Problem Solving Strategies: Effects on Physics Achievement and Self-efficacy Beliefs. *Journal of Baltic Science Education*, 9(1).

## Appendix D

### Used research method

To analyse the usability and usefulness of the developed problem solving activities (stated in chapter 3), a case study was used. Main characteristics of the case study are summarized in the following text. Further, interview and observational method as a chosen data collecting methods are described.

### Main characteristics of case study

Case study is one of qualitative research methods. It is frequently characterized as an in depth study of a single (or small number of) instance – a case. The case is designed to illustrate a more general principle (e.g. Merriam, 1998; Cohen et al., 2000).

It is very important that the case study aims for understanding of the case in its natural environment, and it often combines more data collecting methods. The aim of the case study is to explain the case as an integrated system rather than to point out its partial components.

Yin (2003) has identified three specific types of case studies. **Descriptive case study** is often used to illustrate events and their specific context. It provides narrative information. **Exploratory case study** analyses an unknown case and its structure. It is often carried out to define research questions and hypotheses. The reports of the exploratory studies create groundwork for further research, or they can serve as pilot studies. **Explanatory case study** submits a complex explanation of the case. It is suitable for investigating causality.

### Observational methods

Observational methods involve the observation and description of subject's behavioural patterns. The subject of observation may be people, behaviours, or for example events (Merriam, 1998).

There are many different ways to design observational research. Following are several features that we should consider when designing the observational research (Švaříček & Šedřová, 2007).

**Natural or contrived:** The natural observation involves observing behaviour in its natural environment, whereas in the contrived observation, the subject's behaviour is observed in situations that the observer creates.

**Participant or non-participant:** The participant observation means that the observer examines studied phenomena directly in the environment where they are taking place. During the participant observation, interaction between the observer and the participants of the research often arise, even when the observer does not interfere in the situation.

Cohen et al. (2000) state a classification of a researcher role in the observation: *complete participant* – *participant-as-observer* – *observer-as-participant* – *complete observer*. The role of the researcher lies on a continuum that moves from a complete participation to a complete detachment.

**Disguised or non-disguised:** During the disguised observation, the subjects do not know they are being observed. Contrarily, when the subjects are aware they are being observed, it is called a non-disguised observation.

**Direct or indirect:** The direct observation involves looking at the actual behaviour rather than results of that behaviour, which would be the indirect observation. In the indirect observation, a record of the recent activity is examined. It involves using and subsequent analysis records made by video camera or voice recorder.

**Structured or unstructured:** In the structured observation, the researcher specifies in detail the aim of the observation, the intention, the observed categories, he or she prepares the observational tools, etc. It is appropriate when the problem is clearly defined and the information needed is specified before the initiation of the observation. The non-structured observation is much more flexible and spontaneous. The unstructured observation begins rather with vaguely formulated questions that allow openness to unexpected situations.

## Interviews

### Type of interviews

Interview as a method of collecting data is suited to use especially in those cases, when the aim of the researcher is to gain information about the views, experiences, beliefs and motivations of individual participants (Gill et al., 2008). As Cohen et al. (2000) state, the number of types of interviews varies. In this text, I mention four types of interviews that Patton (1980) outlines in his book: (a) Informal conversational interviews; (b) interview guide approaches; (c) standardized open-ended interviews; (d) closed quantitative interviews. These approaches are described in more detail for example in Patton (1980), Merriam (1998), or Cohen et al. (2000).

In **informal conversational interviews**, questions are performed with little or no organisation. The questions flow, primarily, from the immediate context. The strength of such an interview can be seen in increasing the salience and relevance of the questions. The interview can be matched to individuals and circumstances. On the other hand, these interviews are often very time-consuming and their data organisation and analysis can be quite difficult.

When employing the **interview guide approach**, topics and issues to be covered are specified in outline form. The interviewer decides sequence and wording of questions in the course of the interview. The outline can increase the comprehensiveness of the data and can make the data collection systematic for each interviewee. In this approach, the interview remains rather conversational and situational. However, the interviewer's option to ask questions in different order and different formulation can lead to considerably different responses, thus decreasing their comparability.

The **standardized open-ended interview** includes a set of exact wording and sequence of questions that are arranged for the purpose of minimising variation in the questions posed to the interviewees. The respondents answer the same question, thus the comparability of responses increases. This method is often preferred for collecting interviewing data when several interviewers are used. As a weakness of this approach can be seen that it offers little flexibility for questions than the other two mentioned previously.

**Closed quantitative interviews** can be considered as a verbal form of a questionnaire. It consists of predetermined questions, and the participants choose from fixed responses. Although data analysis is quite simple and the responses can be directly compared, the respondents must fit their experiences and beliefs into the researcher's categories. Such an approach has little use for qualitative research. It is mostly used to gain basic socio-demographics characteristics of the respondents (age, sex, marital status, education, income, etc.).

The first three approaches can be used to conducting qualitative research; the last approach is a type of quantitative approach interview.

### Recording of the interview

Answers of the respondent are results of an interview. It is possible to make an audio (or video) or written recording of the answers. Both of these methods have their strengths and weaknesses.

The **audio and video recording** can be made only with a permission of the interviewee. According to Mishler (1986) (stated in Cohen et al., 2000), the audiotape is selective. It does not record the visual and nonverbal aspects of the interview that often give more information than the verbal communication. Moreover, the record processing is very time-consuming to analyse. Sometimes, it is possible to replace audio with video recording that enables an analysis of the nonverbal communication. But video recording becomes even more time-consuming to analyse than the audio recording. A big advantage of the audio recording is that the researcher can fully concentrate on the interview. Another benefit of the audio recording is that the interview can be analysed by several independent researchers afterwards.

The **written recording** of the answers can be done by two ways – directly during the interview, or after its finish (Chráska, 2007). The transcript during the interview decreases the risk of forgetting or misrepresenting some relevant information, thus it decreases the risk of giving a distorted picture of the results. On the other hand, the researcher can establish contact with the respondent with more difficulties and it can create an unfavourable atmosphere during the interview. Making the transcript after the interview places greater demands on exact remembering of the interview, nevertheless, it is more comfortable for the respondents from the psychological point of view.

## Appendix E

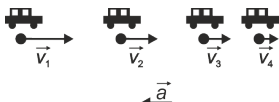
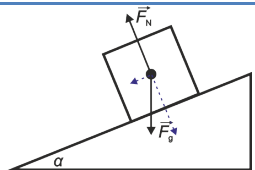
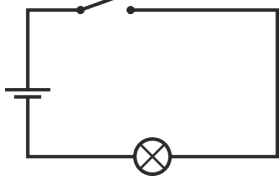
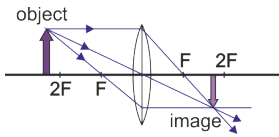
### Other ideas for problem solving activities in physics

During development of the activities focused on problem solving in physics, other ideas appeared. These ideas have not been converted into other activities yet; nevertheless, they can serve as other source of ideas that would broaden the already existing set of activities developed within this thesis (chapter 3).

Two examples – *Drawing diagrams* and *Find-the-flaw* – are stated below.

## E.1 Drawing diagrams

I presented an example of how to draw diagrams as a strobe-light photo of the object's motion in one-dimensional constant acceleration tasks in subchapter 1.5.5. Nevertheless, particular physics domains in secondary school education differ from each other. Ditto drawing diagrams – the diagrams representing physics situations look differently when students solve physics tasks from different domains. As an example, I compile Table 11 that shows these differences.

Type of diagram (physics domain)	Short description of a physics situation	Diagram
Motion diagram (kinematics)	A car with a constant acceleration opposite to the direction of the motion.	 <p>(the dots represent the positions of the object at equal time intervals)</p>
Free body/Force diagram (dynamics)	An object slides down a frictionless inclined plane under only the influence of gravity.	
Circuit diagram (electricity)	Electric circuit with a light bulb, a battery and a switch.	
Ray diagram (optics)	Image formation by a converging lens	

**Table 11:** Examples of different diagrams in different physics domains.

For this reason, it would be very interesting to make a “cook book” for teachers on how to draw diagrams in particular physics topics, and to show them various methods and small tips that is possible to use in drawing diagrams. A book *Active Learning Guide for College Physics* (Etkina et al., 2014) can serve as a rich source of these recommendations.



## E.2 Find-the-flaw

This activity was described in a paper (Styer, 2011). It is focused on evaluation of answers gained during solving of physics tasks. Discussion of the results is often part of problem solving plans (see subchapter 1.5.4), nevertheless, discussing a result can be perceived by the students as a vague demand that hardly helps them (Styer, 2011). This activity shows a way how to teach the students to check that the gained equation has the correct dimensions, or the proper qualitative behaviour.

In the activity, students receive a physics task that they are not supposed to solve and four or five possible candidates for final equations. The aim of the students is to determine, which one of the equations is the correct result and why (or why the others are not). An example of the Find-the-Flaw task borrowed from Styer (2011) follows:

*A thin non-conducting rod of length  $L$  has a charge  $+q$  spread uniformly along it. The electric field magnitude at distance  $y$  above the rod's midpoint is given by which expression? (Provide simple reasons showing why the incorrect candidates must be flawed.)*

- a)  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{y\sqrt{y^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}}$
- b)  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{y\sqrt{y^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2}}$
- c)  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{y\sqrt{y^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2}}$
- d)  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{y\sqrt{2y^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2}}$

*[Candidate (a) gives imaginary values when  $y < \frac{L}{2}$ . Candidate (b) is dimensionally incorrect. Candidate (d) has the wrong limit when  $L = 0$ .]*

Find-the-Flaw tasks can be used for all sorts of physics topics. It is not difficult to generate them and to set their level of difficulty.