Univerzita Karlova v Praze
Pedagogická fakulta

DIPLOMOVÁ PRÁCE

2016 Jana Loulová

Univerzita Karlova v Praze

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Stovková tabulka ve vyučování matematice na 1. stupni ZŠ

Hundred table in mathematics teaching in primary school

Jana Loulová

Vedoucí práce:	PhDr. Jana Slezáková, Ph.D.
Studijní program:	Učitelství pro základní školy
Studijní obor:	Učitelství pro 1. stupeň základní školy

2016

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma Stovková tabulka ve vyučování matematice na 1. stupni ZŠ vypracovala pod vedením vedoucího práce samostatně za použití v práci uvedených pramenů a literatury. Dále prohlašuji, že tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

Praha, 11. 3. 2016

....

podpis

Tímto děkuji PhDr. Janě Slezákové, Ph.D. za odborné vedení této práce a za cenné rady a věcné připomínky.

ABSTRAKT

Prostředí Stovková tabulka je jedno z matematických prostředí vytvořených autory učebnic matematiky nakladatelství FRAUS s Hejného metodou a v této práci je více prozkoumáno.

Teoretická část pojednává o současném vyučování matematice a o teorii poznávacího procesu žáků. Dále definuje pojem tabulka a práci s ní sleduje v učebnicích matematiky FRAUS s Hejného metodou. Stěžejní jsou zde úlohy z prostředí Stovkové tabulky, které jsou podle typů blíže charakterizovány. Zmíněné jsou i cíle úloh z tohoto prostředí. Taktéž je v teoretické části popsáno, jak se stovková tabulka objevuje v různých učebnicích, materiálech a jiných matematických situacích.

V experimentální části jsou popsány tři experimenty, ve kterých jsem při realizaci hledala vhodný způsob zavedení Stovkové tabulky do výuky. Pro experimenty jsem vytvořila několik nových úloh a sledovala jsem, jakými postupy žáci úlohy řeší.

KLÍČOVÁ SLOVA

prostředí Stovková tabulka, motivace, poznávací proces žáků, tabulka, způsoby řešení úloh, učebnice matematiky pro 1. stupeň ZŠ, cesty po stovkové tabulce, součet středově souměrných útvarů, obdélníky na stovkové tabulce

ABSTRACT

The Hundred Table environment is one of the mathematical environments created by the authors of mathematics textbooks published by FRAUS using the Hejný Method, and this paper investigates it further.

The theoretical section looks at the current teaching of mathematics and theories of pupils' cognitive process. It further defines the term 'table' and looks at work with it within FRAUS mathematics textbooks using the Hejný Method. Key here are tasks using the Hundred Table environment, which are further described according to type. The objectives of tasks using this environment are also stated. The theoretical section also gives a description of how Hundred Tables appear in various textbooks, materials and other mathematical situations.

The experimental section describes three experiments which I undertook to find an appropriate method for implementing Hundred Tables within teaching. I created a number of new tasks for these experiments and investigated what methods pupils used to solve these tasks.

KEY WORDS

Hundred Table environment, motivation, pupils' cognitive process, table, task solving methods, mathematics textbooks for Primary School, ways of Hundred Tables, sum of centrally symmetric figures, rectangles in Hundred Tables

Obsah

ÚVOD

Má cesta k tématu diplomové práce

Matematika byla vždy mým oblíbeným předmětem na základní i střední škole. Když jsem nastoupila na Pedagogickou fakultu Univerzity Karlovy a začala studovat obor Učitelství pro první stupeň základní školy, můj pozitivní vztah k matematice se nezměnil. V hodinách jsme řešili pro mě neznámé typy úloh. Z počátku jsem si říkala, k čemu takové úlohy řešíme, když mi nepřipomínají matematiku, kterou znám, ale neprotestovala jsem, protože mě velmi bavily. S postupem času, prvními zkušenostmi z praxe a s vysvětlením didaktického záměru úloh jsem smysl pochopila a matematickou metodu prof. Hejného jsem si velmi oblíbila. Proto jsem se ve čtvrtém ročníku přihlásila na prohlubující matematický modul, abych se o vyučování matematice a také o metodě dozvěděla mnohem více a hlavně si vše prakticky vyzkoušela s žáky. Radost z výuky jak moje tak i žáků mě přesvědčila, že budu vyučovat matematiku ráda a také že chci, aby téma mé závěrečné práce bylo z oblasti didaktiky matematiky.

Když jsem se později rozhodovala, o čem budu psát svou závěrečnou práci, listovala jsem sešity a narazila jsem na prostředí Stovkové tabulky[1].

S tímto prostředím jsem se poprvé setkala v druhém ročníku studia na pedagogické fakultě v semináři Aritmetiky pod vedením PhDr. Slezákové.

Když jsem tabulku poprvé dostala do ruky, říkala jsem si, co s ní budeme dělat, protože na základní škole jsme ji měli na stěně vyvěšenou pouze jako pomůcku pro uvědomění si čísel do sta.

Najednou jsme se stovkovou tabulkou začali doslova kouzlit. Objevovali jsme pravidelnosti u součtů čísel, vybarvovali jsme určitá pole z tabulky podle zadání a překvapivě nám vznikaly pravidelné obrazce, cestovali jsme po ní a cesty zapisovali

[1] Jelikož spatřuji, že slovní spojení *stovková tabulka* má dva významy, snažím se je rozlišovat pomocí počátečního písmene. Stovkovou tabulku s velkým *S* na začátku vnímám jako název didaktického matematického prostředí vytvořeného autory učebnice matematiky FRAUS s Hejného metodou. S malým *s* na začátku pojmenovávám tabulku, ve které je seřazených sto čísel do rastru a není vnímána jako níže vymezené matematické prostředí.

pomocí šipek, a dokonce jsme po tabulce chodili šachovou figurkou koně. V dalších hodinách jsme vytvářeli obecné vzorce pro součet všech polí v středově souměrných útvarech. To mě velmi zaujalo, takže jsem si doma zkoušela vytvářet vlastní útvary a k nim vzorce pro součet všech polí. [2]

Po konzultaci s paní doktorkou Slezákovou jsem se rozhodla stovkovou tabulku více prozkoumat a zjistit, jak žáci se stovkovou tabulkou pracují.

Cíle diplomové práce

1) Prozkoumat míru výskytu úloh z matematického prostředí Stovková tabulka v dostupných materiálech (učebnice, sbírky, …).
2) Hledat matematické situace, ve kterých bychom mohli využít zkušenosti ze Stovkové tabulky a hledat prostředí, ve kterých by se stovková tabulka mohla stát jeho součástí.
3) Rozšířit prostředí Stovkové tabulky o nové úlohy.
4) Hledat vhodný způsob, jak prostředí Stovkové tabulky do výuky zavádět, aby bylo pro žáky atraktivním.
5) Zkoumat jak žáci řeší úlohy ze Stovkové tabulky.

Cíle 1 a 2 budou zpracovány v teoretické části. Jejich podkladem bude studování odborné literatury a učebnic matematiky pro 1. stupeň základní školy.

Na základě prozkoumání prostředí Stovkové tabulky v učebnicích matematiky nakladatelství FRAUS s Hejného metodou vytvořím nové úlohy (cíl 3), které se stanou podkladem pro experimentální část. Taktéž cíle 4 a 5 budou předmětem zkoumání v experimentální části.

[2] Příloha I. - Mnou vytvořené pravidelné útvary a jejich vzorce pro rychlý součet.

TEORETICKÁ ČÁST

1 Styly ve vyučování matematice

Nyní se budu zabývat styly ve vyučování matematice. Jedná se o styly transmisivní a konstruktivistický. Tyto dva styly stojí proti sobě na odlišných pólech a v praxi se v krajních podobách, tak jak je následně popisuji, neobjevují. Styly se odlišují především v interakci mezi žákem a učitelem a způsobem, jakým si žák osvojuje nové poznatky. (Hejný, M., 2014, s. 112 - 113)

1.1 Transmisivní vyučovací styl

Transmisivní vyučovací styl je charakterizován v odborné literatuře následujícím způsobem. *„Jde o vyučování zaměřené na výkon žáka spíše než na rozvoj jeho osobnosti."* (Hejný, M., Novotná, J., Vondrová, N., 2004, s. 19) Učitel se ve výuce prezentuje jako ten, kdo musí žákům výkladem předat všechny své znalosti. Výklad je podle něj časově nejúspornější a nejjednodušší způsob, jak učit neznalé žáky. Žák je v přijímání informací velmi pasivní a ukládá je do paměti bez hlubšího pochopení. (Hejný, M., Novotná, J., Vondrová, N., 2004, s. 19 – 21; Spilková, V., 2005, s. 30 – 32)

V tomto stylu výuky převládá verbální stránka komunikace, ve které je hlavním řečníkem učitel. Žáci často nemají možnost objevovat poznatky a musejí si je pouze slovně osvojovat a drilovat *„jako hotové produkty ..., jako slova, věty, teorie, za nimiž nemají často žádné konkrétní představy. Umějí s pojmy verbálně operovat ..., ale už méně skutečně chápou podstatu, vidí vztahy a souvislosti, umějí používat."* (Spilková, V., 2005, s. 31) (Hejný, M., Novotná, J., Vondrová, N., 2004, s. 19 – 21, Spilková, V., 2005, s. 30 – 32)

Již od počátku 20. století je tento vyučovací styl kritizován a v současnosti je považován za překonaný. Přesto se ale stále ve výuce některých učitelů objevuje. (Spilková, V., 2005, s. 30 – 32)

1.2 Konstruktivistický vyučovací styl

Konstruktivistické pojetí výuky matematiky považuje za důležité *„aktivní vytváření části matematiky v mysli žáka".* (Hejný, M., Novotná, J., Vondrová, N., 2004, s. 13) Učitel žákům své zkušenosti netlumočí, ale naopak jim dává prostor, aby matematiku objevovali sami.

Konstruktivistické pojetí výuky matematiky nejlépe ukážu na tzv. desateru konstruktivismu, které formulovali M. Hejný a F. Kuřina.

1. *Matematika je chápána jako specifická lidská aktivita, ne jen jako její výsledek.*
2. *Podstatnou složkou matematické aktivity je hledání souvislostí, řešení úloh a problémů, tvorba pojmů, zobecňování tvrzení, jejich prověřování a zdůvodňování.*
3. *Poznatky jsou nepřenosné, vznikají v mysli poznávajícího člověka.*
4. *Tvorba poznatků se opírá o zkušenosti poznávajícího.*
5. *Základem matematického vzdělávání je vytváření prostředí podněcujícího tvořivost.*
6. *K rozvoji konstrukce poznatků přispívá sociální interakce ve třídě.*
7. *Důležité je použití různých druhů reprezentace a strukturální budování matematického světa.*
8. *Značný význam má komunikace ve třídě a pěstování různých jazyků matematiky.*
9. *Vzdělávací proces je nutno hodnotit minimálně ze tří hledisek: porozumění matematice, zvládnutí matematického řemesla, aplikace matematiky.*
10. *Poznání založené na reprodukci informací vede k pseudopoznání, k formálnímu poznání.* (Hejný, M., Novotná, J., Vondrová, N., 2004, s. 13)

K poznávání matematiky žáci potřebují motivaci. Motivaci v dětech probouzí učitel, který žákům klade otázky, *„podněcuje žáky, aby formulovali vlastní nápady, názory, námitky, … Podaří-li se mu to, je tím nastartován konstruktivní poznávací proces u žáků, kteří si vytvářejí vlastní představy a budují si vlastní poznatkovou strukturu."* (Hejný, Kuřina, 2004, s. 159)

1.3 Hejného edukační[3] matematická metoda VOBS

Na základě konstruktivistického pojetí výuky Hejný se svými spolupracovníky rozpracoval edukační styl nazývaný Vyučování orientované na budování schémat. Název je autory zkracován jako VOBS.

„VOBS je zaměřeno na optimální rozvoj nejen matematického orgánu žáka, ale i na rozvoj žákovy osobnosti.“ (Hejný 2014, s. 127) Výchova je zde považována za důležitější než vzdělání, protože *„kvalitu společnosti více určují hodnoty mravní než hodnoty znalostní.“* (Hejný, M., 2009, s. 8) Ve VOBS je tudíž velmi důležitá role učitele, kterou charakterizuji v zásadách, které jsou formulované v publikaci Hejný 2014. Zásady budu zkracovat.

1. Učitel vytváří optimální pracovní klima a žáka maximálně motivuje pro práci.
2. Učitel ponechává žákům prostor pro jejich úvahy. Nepodsouvá jim svoje postupy. Nevstupuje žákovi do jeho myšlenkového pochodu.
3. Učitel vede žáky k vzájemným diskusím. Při diskusi nezavrhuje chybné myšlenky a zapojuje do ní i slabší žáky. Nepřiklání se k žádnému názoru, ale nechá žáky, aby si každý zvolil pro sebe to správné.
4. Učitel dává žákům přiměřené úlohy podle jejich schopností.
5. Vlastním přístupem k matematice vede žáky k potřebě rozumět matematice. Učitel vysoce hodnotí tvůrčí práci žáků.
6. S chybou žáka učitel pracuje promyšleně. Vede žáka k tomu, aby vlastní chybu i její příčinu odhalil. (Hejný, M., 2014, s. 127)

1.4 Poznávací proces žáka v matematice a tvorba mentálních schémat

Předpokladem úspěšného vyučování matematice je znalost poznávacího procesu žáků. Poznávacímu procesu se Hejný věnuje v několika svých pracích, kde jej podrobně rozpracovává (Hejný, M., 2014, Hejný, M in Spilková, V., 2005, Hejný,

[3] *„Ve filozofii výchovy znamená edukace proces celkové výchovy vztahující se jen na člověka. … Edukace se zde považuje za celkové a celoživotní rozvíjení osobnosti člověka působením formálních (školských) výchovných institucí i neformálních (rodina aj.) prostředí.“*(Průcha, J., Walterová, E., Mareš, J., 2013, s. 63)

M., Kuřina, F., 2001). Na základě jmenovaných publikací také stručně poznávací proces žáků popíši.

Teorie *„vychází z toho, že v poznávacím procesu člověk obvykle nejdříve porozumí několika konkrétním příkladům, všímá si, co mají společného, a dochází tak k obecnějším a abstraktnějším poznatkům."* (Hejný, M., Kuřina, F., 2001, s. 103). Teorie poznávacího procesu žáků nese název Teorie generických modelů, protože *„generický model je běžný nástroj dětského myšlení"* (Hejný, M., 2014, s. 40) a v této teorii je klíčovým pojmem.

Poznávací proces žáka lze rozdělit do pěti etap: motivace, izolované modely, generické modely, abstraktní poznatek, krystalizace.[4] Mezi etapami se objevují dva mentální zdvihy. Mezi izolovanými a generickými modely je to zdvih zobecnění a mezi generickými modely a abstraktním poznatkem je zdvih abstrakce. Všechny etapy a zdvihy následně více charakterizuji.

Motivace je úplným počátkem poznávacího procesu. Motivace je *„souhrn vnitřních a vnějších faktorů, které: 1. spouštějí lidské jednání, aktivují ho, dodávají mu energii; 2. zaměřují jeho jednání určitým směrem …; 3. udržují ho v chodu, řídí jeho průběh i způsob dosahování výsledků; 4. navozují hodnocení vlastního jednání a prožívání, vlastních úspěchů a neúspěchů, vztahů s okolím"* (Průcha, J., Walterová, E., Mareš, J., 2013, s. 159) Dítěti je přirozená vnitřní motivace, protože je zvídavé a pro činnost motivované tím, že ono nezná a chce znát.

Motivace v matematice může mít různé podoby. Ideální je touha po školním poznání, které *„pramení z předchozích radostných AHA-okamžiků, které žák již dříve zažil, a rozporu mezi existujícím stavem „nevím" a intencí „potřebuji znát"."* (Hejný, M., 2014, s. 43) Často se ale stává, že nevhodným způsobem výuky žáci v matematice vnitřní motivaci a touhu k poznávání ztratili a k činnosti jsou hnáni s jiným záměrem, než je objevovat matematiku. Jejich poznatky nebudou tak intenzivní, hluboké a komplexní jako tomu bude u žáka, který přirozenou motivaci má. (Hejný, M., 2014, s 42 – 43)

[4] Izolované modely nacházíme ve starších publikacích i pod názvem separované modely. Generické modely byly dříve pojmenovávány jako univerzální modely. Ke změně terminologie se rozhodli autoři při překladu teorie do angličtiny, aby se termíny v obou jazycích sjednotily.

Aby učitelé u žáků opět vnitřní motivaci probudili, používají v hodinách zajímavé úkoly, soutěže nebo vkládají *„úlohy do atraktivního kontextu. ... Tento způsob motivace bývá účinný, ale je jen krátkodobý a žádá od učitele vynalézavost.“* (Hejný, M., 2014, s. 44) Důležité je hledat způsoby, které by dlouhodobě udržely pozornost a motivaci.

Izolované modely jsou prvotní konkrétní zkušenosti, které jsou izolované, a na základě stejných znaků se postupně shlukují a jsou předpokladem pro budoucí poznatky.

1. zdvih – zobecnění Přechod od izolovaných ke generickým modelům je časově různý. Někdy je otázka vteřiny, kdy žák od izolovaných modelů přejde ke generickým, jindy je tento zdvih velmi zdlouhavý. Dítě zjišťuje, *„že modely v jednom shluku mají společnou podstatu a že se případně mohou navzájem zastupovat.“* (Hejný, M. in Spilková, V., 2005, s. 185) Takto se poznatek stává generickým modelem.

Generický model vzniká zobecněním několika izolovaných modelů. Dítě již nyní ví, že jednotlivé izolované modely může mezi sebou zaměňovat a může t pro ně používat jednoho zástupce.

2. zdvih – abstrakce Z generického modelu se pomocí abstrakce vytváří abstraktní poznatek. Většinou zde dochází ke změně jazyka, kdy konkrétní předměty zastupují symboly.

Abstraktní poznatek je již oproštěný od sémantické opory. *„Abstraktní poznatek, který je konstruován jako výsledek určitého poznávacího procesu, se může později stát univerzálním (generickým) nebo separovaným (izolovaným) modelem jiného poznávacího procesu.“* (Hejný, M., Kuřina, F., 2001, s. 111)

„Ke ***krystalizaci*** *nového poznatku dochází již od okamžiku objevení se prvního generického modelu, někdy ji dokonce najdeme i u izolovaného modelu.“* (Hejný, M., 2014, s. 73) Ve fázi krystalizace se nové poznatky dostávají do struktury, kterou nezřídka kdy mění. Tento proces je často velmi zdlouhavý a probíhá i v situacích, kdy se žák matematikou nezabývá.

Teorii generických modelů dále Hejný rozšířil tak, aby sledovala poznávání žáka v matematice jako celek, v němž se nacházejí mentální schémata a matematické struktury.

Předstupněm Schématu je **proto-schéma**, do něhož se ukládají izolované modely. Z niž se pak vytvoří generické modely. S proměnou v generické modely dochází ke změně proto-schématu ve schéma.

Schéma je paměťový prostor složený z generických modelů, dílčích schémat, akcí, situací, procesů, … a vztahů mezi nimi. V matematice se o schématech začne hovořit tehdy, když se objeví generický model, který do schématu náleží. Schéma je organizované a dynamické. Organizované proto, že jednotlivé jeho prvky jsou v mysli žáka utříděné, a dynamické z důvodu neustálé proměny schématu s příchodem nových izolovaných modelů. Někdy dochází k rozporu mezi schématem a novým příchozím modelem a tím se stávající schéma rozšiřuje nebo upravuje.

Tvorba matematického myšlení se u žáků prvního stupně základní školy většinou zastavuje na úrovni schématu, ale u starších žáků dochází ke tvorbě matematických struktur. **Struktura** vzniká tehdy, když žák začne zjišťovat, proč daná pravidla v matematice platí a hledá pro ně argumenty. Proces strukturace je v různých oblastech matematiky různě dlouhý a může trvat i několik let.

1.5 Didaktická matematická prostředí

Nástrojem VOBS jsou didaktická matematická prostředí, která Hejný (2014) definuje jako *„soubor vzájemně propojených pojmů, vztahů, procesů a situací, který dovoluje tvořit úlohy:*

- *umožňující žákům odhalovat hluboké matematické myšlenky*
- *obdařené silným motivačním potenciálem*
- *přiměřené žákům jak 1., tak i 2. stupně*
- *s nastavitelnou obtížností“.* (Hejný, M., 2014, s. 13)

Didaktická matematická prostředí, tak jak byly vytvořeny autory učebnic FRAUS s metodou prof. Hejného, můžeme rozdělit do dvou skupin. Jedná se o prostředí aritmetická a geometrická.

Aritmetická prostředí dále rozdělujeme na sémantická, strukturální.

Sémantická prostředí vycházejí z reálného života a zkušeností dětí. Patří sem například prostředí Autobus, Krokování, Rodina, Děda Lesoň, Biland, Cyklotrasy, …

Strukturální prostředí již nevycházejí z reálného života, ale jsou to prostředí, která pracují s číslem jako takovým. Strukturálními prostředími jsou Součtové trojúhelníky, Algebrogramy, Hadi, Násobilkové obdélníky, Stovková tabulka, Sousedé, Barevné trojice, …

Geometrická prostředí můžeme dále rozdělit na prostředí pracující s 2D a 3D prostorem.

Do matematických geometrických prostředí zabývajících se 2D prostorem zařazujeme Geodesku, Parkety, Dřívka, Čtvercovou mříž, … Do prostředí s 3D patří Krychlové stavby.

Je nutné říci, že všechny druhy prostředí se prolínají. V sémantických aritmetických prostředích se představy čísel postupem času desémantizují. Některá prostředí, jako je např. Výstaviště, vzájemně propojují geometrii s aritmetikou. Prostředí sítí krychle se zabývá jak 2D tak i 3D prostorem. Geometrická prostředí taktéž mohou vycházet ze zkušenosti žáků při hrách (např. Krychlové stavby, Parkety, …).

2 Tabulka

Ke stovkové tabulce je pojem tabulka slovem nadřazeným, a proto se jím budu více zabývat. Slovník současné spisovné češtiny definuje pojem tabulka jako *„přehledný graficky členěný seznam, soupis údajů, čísel"*.

Internetová encyklopedie Wikipedia tabulku pojímá takto: *„Tabulka představuje jednoduchý způsob uspořádání informací do sloupců a řádků. Tabulky představují nejjednodušší možný způsob ukládání strukturovaných dat."*

Na základě těchto definic tabulku vnímám jako jednoduchý způsob jak přehledně podle systému sloupců a řádků strukturovat data v podobě údajů nebo čísel.

Mnoho tabulek pracuje se souřadnicovým systémem[5], neboť v nich vyhledáváme údaje jistých vlastností na základě záhlaví. V příslušném sloupci a řádku hledám průsečík, který mi dává požadovanou informaci.

2.1 Tabulka v učebnicích matematiky FRAUS s Hejného metodou

Řada učebnic matematiky FRAUS s Hejného metodou pracuje především s tabulkami, v nichž se nacházejí čísla. Tabulek se zde nachází několik druhů a vybrané z nich popíši.

2.1.1 Stovková tabulka

Autoři učebnic matematiky FRAUS s Hejného metodou nejčastěji používají stovkovou tabulku 0 – 99. Tuto tabulku považuji z hlediska desítkové soustavy za nejpřehlednější. V těchto učebnicích se v jednom případě vyskytuje stovková tabulka 1 – 100. Ta se dále využívá v učebnicích matematiky s Hejného metodou pro 2. stupeň základní školy.

[5] Internetová encyklopedie Wikipedie definuje souřadnicový systém takto: „*Soustava souřadnic (též souřadnicová soustava či systém souřadnic) umožňuje jednoznačně popsat polohu bodu pomocí čísel jakožto souřadnic"*

2.1.2 Příklady jiných tabulek v učebnicích matematiky FRAUS s Hejného metodou

Sčítací tabulka

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Obrázek 1

Tato tabulka bývá někdy označována i jako „sčítalka“. Znak plus v tabulce vlevo nahoře nám udává, že jednotlivá pole tabulky jsou součty čísel v záhlavích. Používáním tabulky „sčítalky“ se postupně žákům zautomatizují sčítací spoje. (Hejný, Kuřina, 2001, s. 117)

Násobící tabulka

✖	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Obrázek 2

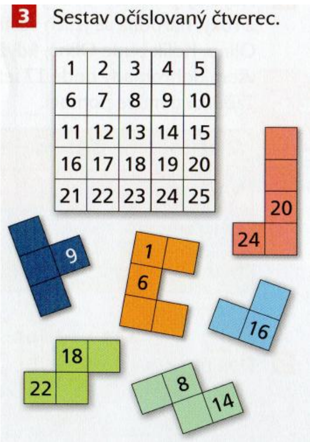
Násobící tabulka funguje na stejném principu jako sčítací tabulka, pouze se v ní používá operace násobení. Jejím používáním si žáci opět automatizují násobící spoje.

Další tabulky

Dalších různých tabulek je v těchto učebnicích několik. Vybrané z nich zde představím.

Prostředí Parkety

2. ročník, 2. díl, strana 48



Obrázek 3

Tabulka čísel

3. ročník, strana 51

Pracuj s tabulkou čísel:

a) Vypiš všechna čísla, která můžeš získat součtem dvou sousedních čísel v této tabulce, např. čísla 13 (6 + 7) a 26 (11 + 15) takto získat lze, číslo 9 nikoli.

b) Vypiš všechna čísla, která můžeš získat součtem tří sousedních (do obdélníku) čísel v této tabulce. Jsou to např. 18 (5 + 6 + 7) a 33 (7 + 11 + 15). Číslo 32 takto získat nelze.

c) Čtveřice čísel 2, 7, 9, 16 je v tabulce rozmístěna tak, že se v každém sloupci i v každém řádku nachází jedno číslo této čtveřice. Takové čtveřici budeme říkat *pěkná*. Její součet je 34. Najdi *pěknou* čtveřici s co největším součtem.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Obrázek 4

Tabulka k třídění předmětů podle vlastností

1. ročník, 1. díl, staran65

Obrázek 5

2.1.3 Tabulka jako nástroj k řešení úloh

To, jak může tabulka fungovat jako nástroj k řešení úloh, je popsáno v publikaci Dítě, škola a matematika. (Hejný, M, Kuřina, F, 2001, s. 115 – 117)

Tabulek jako nástrojů k řešení úloh se v této řadě učebnic objevuje několik. Já jako ilustraci uvádím 2 příklady.

1) V matematickém prostředí Autobus se tabulka taktéž objevuje. Zde je schématem, které zaznamenává proces cesty autobusu. V tomto schématu pak žáci následně řeší úlohy.
   Ilustrativní úloha
   2. ročník, 1. díl, strana 28

Doplň tabulku.

	A	B	C	D	E
V			4		19
N		3		6	0
J	9	11	15		

Na zastávce __ nastoupilo do autobusu 2× více lidí, než z něj vystoupilo.

Na zastávce D nastoupilo do autobusu __× více lidí, než z něj vystoupilo.

Obrázek 6

2) V Diofantovských rovnicích je tabulka přímým nástrojem jak úlohu vyřešit.
   Ilustrativní úloha
   3. roční, strana 57

Kolik aut a kolik motocyklů stojí na parkovišti, když víme, že všech je dohromady 15 a mají celkem:
a) 32; b) 40; c) 56; d) 60 kol?

Obrázek 7

2.2 Tabulka v RVP

O významu práce s tabulkou na prvním stupni ZŠ se přesvědčujeme v Rámcovém vzdělávacím programu. Tabulka a závislosti jsou zde učivem a to formuje žáka k očekávaným výstupům, že žák *„vyhledává, sbírá a třídí data, čte a sestavuje jednoduché tabulky“.* (Jeřábek, J., 2005, s. 31) Proto práce s různými druhy tabulek nesmí být na prvním stupni opomíjena.

3 Prostředí Stovková tabulka

Matematické prostředí Stovková tabulka je jedno z aritmetických strukturálních prostředí vytvořených autory učebnic matematiky FRAUS s Hejného metodou.

Prostředí stovková tabulka se začíná v učebnicích objevovat od druhé poloviny 3. ročníku základní školy. Jak jsem již zmiňovala výše, autoři používají nejčastěji tabulku 0-99.

V této kapitole dále prostředí Stovkové tabulky rozpracovávám z hlediska jeho obsahu, matematických cílů, vnímání tabulky jinými autory učebnic, propojeností stovkové tabulky a jejích činností do jiných matematických situací nebo prostředí.

3.1 Obsah matematického prostředí Stovková tabulka

Po nastudováních všech úloh z 3. až 5. ročníku učebnic a pracovních sešitů matematiky nakladatelství FRAUS a všech dostupných materiálů k tomuto prostředí jsem úlohy ve Stovkové tabulce podle tematické příbuznosti rozřadila do několika skupin. Spíše do miniprostředí v rámci prostředí Stovkové tabulky. Miniprostředím jsem vymyslela své názvy.

3.1.1 Zkoumání stovkové tabulky

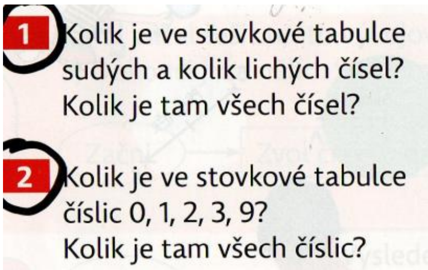
Do této skupiny jsem zařadila úlohy, ve kterých žáci zkoumají stovkovou tabulku jako takovou. Nevnášejí do ní žádné cesty, obdélníky ani útvary.

Seznamují se se strukturou stovkové tabulky, rozmístěním čísel a jejich posloupností. Tyto úlohy jsou především v učebnici pro 3. a 5. ročník a taktéž v příručce vydané Českou školní inspekcí.

Sem zařazuji úlohy, v nichž žáci počítají číslice v tabulce, sčítají sloupce, řádky a úhlopříčky, vybarvují každé n-té číslo, a tak jim vznikají pravidelné vzory.

Ilustrativní úlohy[6]

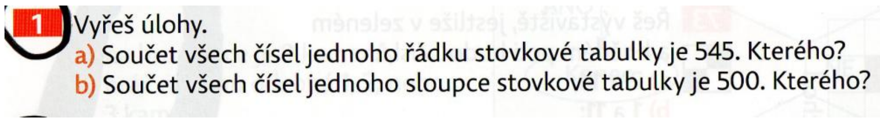
3. ročník, strana 73


1 Kolik je ve stovkové tabulce sudých a kolik lichých čísel? Kolik je tam všech čísel?

2 Kolik je ve stovkové tabulce číslic 0, 1, 2, 3, 9? Kolik je tam všech číslic?

Obrázek 8

5. ročník, strana 20


1 Vyřeš úlohy.
a) Součet všech čísel jednoho řádku stovkové tabulky je 545. Kterého?
b) Součet všech čísel jednoho sloupce stovkové tabulky je 500. Kterého?

Obrázek 9

3.1.2 Cestování po stovkové tabulce

Tato skupina obsahuje různé typy úloh, ale vždy se vychází ze sousedních[7] čísel stovkové tabulky, které tvoří cestu. Vždy se jedná o krátkou cestu, což znamená, že při vytváření cesty musíme navštívit co nejméně polí. V tabulce se cestuje vodorovně nebo svisle. Při cestování se žáci řídí symboly šipek, podle kterých postupují.

Úlohy o cestování mají různou podobu. V některých úlohách žáci hledají krátkou cestu mezi dvěma zadanými čísly, jindy znají počáteční číslo i šipky a mají doplnit čísla do cesty a zjistit její součet. Jiným typem jsou takové úlohy s cestami, kdy žáci znají součet cesty, vědí kolik má polí a podle součtu mají právě takovou cestu v tabulce najít. Další variantou jsou úlohy s tvrzením o cestě a žáci mají rozhodovat, zdali je tvrzení pravdivé či nikoli.

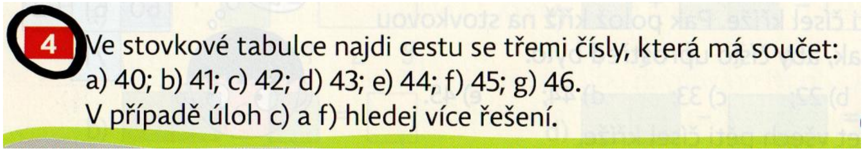
---

[6] Všechny ilustrativní úlohy v této kapitole jsou převzaté z citovaných publikací. (Hejný, M., 2009; Hejný, M., 2010; Hejný, M., 2011; Hejný, M., 2013)

[7] Sousedními čísly ve stovkové tabulce jsou například i čísla 4 a 14. Tudíž i ta, která jsou v tabulce ve svislém směru.

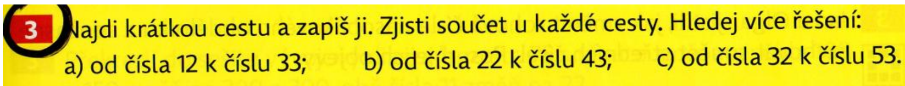
Ilustrativní úlohy

3. ročník, strana 84


4 Ve stovkové tabulce najdi cestu se třemi čísly, která má součet:
a) 40; b) 41; c) 42; d) 43; e) 44; f) 45; g) 46.
V případě úloh c) a f) hledej více řešení.

Obrázek 10

3. ročník, strana 87


3 Najdi krátkou cestu a zapiš ji. Zjisti součet u každé cesty. Hledej více řešení:
a) od čísla 12 k číslu 33; b) od čísla 22 k číslu 43; c) od čísla 32 k číslu 53.

Obrázek 11

3.1.3 Součet středově souměrných útvarů ve stovkové tabulce

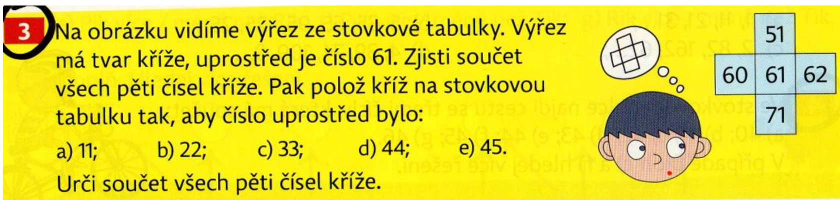
Úlohy tohoto typu se objevují pouze v učebnici pro 3. ročník. Podrobněji jsou rozpracované v publikaci vydané Českou školní inspekcí v roce 2013 Čtenářské, matematické a přírodovědné úlohy pro první stupeň základního vzdělání: Náměty pro rozvoj kompetencí žáků na základě zjištění šetření TIMSS a PIRLS 2011.

V těchto úlohách žáci umísťují útvar, u kterého znají středové číslo, na stovkovou tabulku a hledají jeho součet. Druhá varianta úlohy je s opačným postupem. Žáci znají součet polí útvaru a hledají, kde je v tabulce umístěný.

Postupně se snaží najít co nejrychlejší způsob, jak pole sečíst. V příručce od České školní inspekce autoři přímo žákům říkají *„najdi trik, jak rychle zjistit součet všech čísle pokrytých útvarem“.* (Hejný, M., 2013, s. 63) V učebnicích se o triku nemluví a je tak na dětech a jejich schopnostech, zdali „trik“ objeví. Při hledání triku žáci začnou objevovat obecné vzorce pro součet polí, v němž se středové číslo vynásobí počtem polí daného útvaru.

Ilustrativní úlohy

3. ročník, strana 83


3 Na obrázku vidíme výřez ze stovkové tabulky. Výřez má tvar kříže, uprostřed je číslo 61. Zjisti součet všech pěti čísel kříže. Pak polož kříž na stovkovou tabulku tak, aby číslo uprostřed bylo:
a) 11; b) 22; c) 33; d) 44; e) 45.
Urči součet všech pěti čísel kříže.

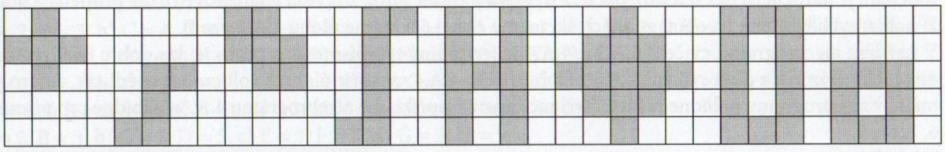
Obrázek 12

Příručka české školní inspekce strana 63

3.D.5 Najdi trik, jak rychle zjistit součet všech čísel pokrytých útvarem **a)** z obrázku 2; **b)** z obrázku 3; **c)** z obrázku 4, když znáš číslo ve středovém poli.

3.D.6 Stejnou úlohu řeš pro útvar **a)** z obrázku 5; **b)** z obrázku 6; **c)** z obrázku 7.

3.D.7 Z obrázků 1 až 8 vyber takový útvar, který má tuto vlastnost: součet čísel pokrytých útvarem je osminásobek čísla na středovém poli.



obr. 1 obr. 2 obr. 3 obr. 4 obr. 5 obr. 6 obr. 7 obr. 8

Obrázek 13

3.1.4 Obdélníky na stovkové tabulce

Tento typ úlohy se vyskytuje pouze v 5. ročníku. Úlohy s obdélníky jsou v učebnici velmi málo rozpracované, jak z hlediska množství, tak i gradace.

Žáci zde na stovkovou tabulku umísťují obdélníky určitého obsahu, které obsahují předepsaná čísla, a všechna pole nalezeného obdélníku mají sečíst. V obměně úlohy se pracuje s obráceným postupem, kdy žáci znají součet polí obdélníku a právě takový obdélník s určitým počtem polí v tabulce hledají.

V tomto typu úlohy se propojuje strukturální aritmetické prostředí s geometrickým prostředím. Žáci zde pracují s pojmem obsah obdélníku, který má jednotku jedno pole.

Nosnou půdou úloh s obdélníky je procvičení sčítání více čísel a rozvoj kombinatorického myšlení.

Ilustrativní úlohy

5. ročník, strana 20

7 Vyznač ve stovkové tabulce obdélník zahrnující šest čísel tak, aby obsahoval i čísla:

a) 13 a 18; b) 11 a 61; c) 63 a 84; d) 56 a 68.

Obrázek 14

3.2 Cíle úloh v prostředí Stovkové tabulky

Prvním z hlavních cílů prostředí Stovkové tabulky, jakož i jiných prostředí je *„vést žáky k mnohému počítání, které žák nepociťuje jako nudu“* (Hejný, M., 2014, s. 24), protože pátrá po tzv. vyšších cílech.

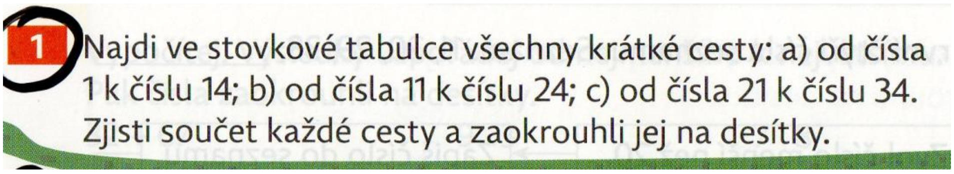
Druhým hlavním cílem je porozumět zákonitostem ve stovkové tabulce a desítkové soustavě. *(článek Mladé fronty dnes)*. To se žáci učí ve všech zmiňovaných miniprostředích.

Mimo zmiňovaných cílů se skrze všechny skupiny úloh (miniprostředí) v prostředí rozvíjejí další matematické schopnosti:

- kombinatorického myšlení,
- orientace v prostoru,
- schopnost vytvářet obecné vzorce k součtům středově souměrných útvarů,
- objevit rytmus,
- hledat další členy posloupnosti.

To ilustruji na analýze řešení úlohy z oblasti cestování po stovkové tabulce.

3. ročník, strana 99


1 Najdi ve stovkové tabulce všechny krátké cesty: a) od čísla 1 k číslu 14; b) od čísla 11 k číslu 24; c) od čísla 21 k číslu 34. Zjisti součet každé cesty a zaokrouhli jej na desítky.

Obrázek 15

Začínám variantou a). Žák již z předchozích úloh ví, co znamená pojem krátká cesta, kterou vnímá jako konvenci vytvořenou autory učebnice. Při hledání cesty ve stovkové tabulce, žák rozumí jazyku šipek, které znázorňují směr, jakým má postupovat. Tím se rozvíjí orientace v prostoru. Aby přišel na všechny krátké cesty, musí si žák vytvořit systém, podle kterého bude při hledání cest postupovat. Tím dochází k rozvoji kombinatorického myšlení. Jelikož má žák zjišťovat součty cest, dochází zde k mnohému procvičení sčítání dvouciferných čísel. Po získání součtů žák součty zaokrouhluje. Tím může žákovo poznání u této úlohy skončit.

Předpokládám ale, že žáci u této úlohy začnou objevovat posloupnost u součtů jednotlivých cest. Z vytvořeného systému objeví, že součty sousedních cest mají rozdíl 9. Začnou hledat příčiny a zjistí, že rozdíl sousedních čísel v úhlopříčkách rovnoběžných s úhlopříčkou 9 – 90 je vždy 9. Proto se rozdíl součtu cest liší o 9. Právě tak žáci odhalili jednu ze zákonitostí stovkové tabulky.

Když žák přistoupí k variantě b), celý proces, jako tomu bylo u a), zopakuje. Pokud zvolí stejný systém jako u a), objeví, že součty cest jsou vždy o 50 větší. Zde tak dojde k poznání, že když objekt složený z 5 polí posune o 1 pole dolů, zvýší se jeho součet o 50. Zde se žák seznámil s posouváním útvaru po stovkové tabulce a objevil, jak se zvětšuje součet polí tohoto útvaru.

Při řešení varianty c) se celý proces opakuje a žáci mohou využít všechny získané zkušenosti z předchozích zadání.

Tato úloha rozvíjela všechny tyto matematické jevy: orientace v prostoru, sčítání dvojciferných čísel, vytvoření systému při hledání všech řešení, zaokrouhlování, objevování vztahů mezi čísly ve stovkové tabulce, posloupnost.

3.3 Stovková tabulka v jiných učebnicích matematiky pro 1. stupeň základní školy a v jiných dostupných materiálech

V této kapitole mapuji to, jak se autoři učebnic z různých nakladatelství staví ke stovkové tabulce. Studovala jsem pouze některé řady učebnic, které mají platnou doložku MŠMT a jsou vydávány v souladu s RVP.

Taktéž jsem studovala učebnice, jež navazují na ucelenou řadu učebnic matematiky FRAUS s Hejného metodou, které jsou vydané společností H-mat, o. p. s..

Neopominula jsem ani příručku vydanou Českou školní inspekcí Čtenářské, matematické a přírodovědné úlohy pro první stupeň základního vzdělávání: Náměty pro rozvoj kompetencí žáků na základě zjištění šetření TIMSS a PIRLS 2011.

3.3.1 Učebnice nakladatelství SPN

Stovková tabulka v učebnicích autorky Čížkové nakladatelství SPN přichází v 2. ročníku v 1. díle učebnice na straně 54. Tabulka obsahuje čísla 1 – 100. Autorka ji začlenila v době, kdy se žáci začínají učit všechna čísla do 100. Do tabulky mají žáci doplňovat čísla před a za zadaným číslem, dále doplňovat konkrétní čísla do tabulky, vyhledávat číslo v tabulce podle souřadnicového systému. Zde si žáci nacvičují orientaci v číselné řadě do sta. Na jiných místech se stovková tabulka v učebnicích nepoužívá.

3.3.2 Učebnice Matematika se Čtyřlístkem nakladatelství FRAUS

V této řadě učebnic se stovková tabulka objevuje v učebnici pro 2. ročník na straně 26. Žákům předkládají číselnou tabulku 1 – 100. V metodické příručce ale kladou důraz na to, že existují i jiná uspořádání čísel ve stovkových tabulkách a vyzdvihují tabulku 0 – 100, přičemž číslo 100 je osamocené v 11 řádku. Popisují tyto důvody: tabulka *„ukazuje, že i 0 je číslo určitého obsahu a je tedy právem zařazena mezi ostatní čísla. Třídí čísla na jednociferná a dvojciferná. Je uspořádána podle toho, jak děti i v dalších ročnících získávají vědomosti o narůstání číselné řady. Usnadňuje chápání pozičních hodnot číslic v numeraci, předchází možným chybám.“*

Stovková tabulka zde slouží především k orientaci v číselné řadě 1 až 100. Žáci také zde pracují s prázdnou tabulkou, do níž dopisují čísla. Ihned na další straně pracují s tabulkou 0 – 100 (100 na 11. řádku), která žákům pomáhá při rozkladu čísel na jednotky a desítky.

Ve třetím ročníku se žáci na straně 21 učí, co jsou lichá a sudá čísla. V učebnici je znázorněna tabulka 1 – 100, ve které jsou jednotlivé sloupce podle sudých/lichých čísel vybarveny a pod tabulkou jsou k tabulce vysvětlivky. Ve 4. a 5. ročníku se již stovková tabulka neobjevuje.

3.3.3 Učebnice nakladatelství ALTER

Stovková tabulka se v učebnicích nakladatelství ALTER objevuje v 5. díle, který je určený pro druhou třídu.

Tabulka je zde znázorněna jako hlediště v divadle, které má 10 řad a v každé řadě 10 sedadel. Všechna cvičení jsou motivována divadlem a místenkami do divadla. Žáci podle popisu zjišťují, kde vymyšlené postavy sedí a vedle koho sedí.

Děti se učí orientovat v číselné řadě 1 – 100. Na zadních deskách této učebnice je znázorněna stovková tabulka 0 – 100, přičemž 0 tvoří samostatný -1 sloupec. V učebnicích pro 3., 4. a 5. ročník se práce se stovkovou tabulkou neobjevuje.

3.3.4 Učebnice navazující na učebnice nakladatelství FRAUS s Hejného metodou vydané společností H-mat, o. p. s

Tyto učebnice jsou určené pro 2. stupeň základní školy a víceletá gymnázia. Jelikož je tvorba této řady učebnic v počátku, jsou v roce 2015 vydané pouze dva díly A a B, které jsou určené pro 6. ročník základní školy. S každým dalším rokem vzniknou další díly určené vždy pro následující ročník.

I v těchto učebnicích se objevují cvičení v prostředí Stovkové tabulky. Toto prostředí již zde má svůj piktogram[8] a nese název Tabulka 100. V každém díle učebnice jsou stovkové tabulce věnovány 2 strany.

V učebnici se pracuje s tabulkou 1 – 100. V díle A jsou všechny úlohy postavené na cestování po stovkové tabulce. Ovšem záznam cesty je tentokrát jiný. Je vyjádřený pouze počátečním číslem a šipkami v různých směrech. V úvodu dvoustránky je vysvětlení, jak se cesty zapisují, a jak se zjišťuje jejich součet. Do prostředí se dostává algebra, protože do něj vstupuje řeč písmen a symbolů, které zastupují konkrétní čísla. Prostředí tak směřuje k algebraickým výrazům.

V díle B úlohy navazují na předchozí a opět jsou z oblasti cestování. Většinou se zde zjišťuje a dokazuje dělitelnost součtu vybraných cest a pravidla se zobecňují pro všechny stejné cesty v tabulce.

3.3.5 Příručka vydaná Českou školní inspekcí

Práce se stovkovou tabulkou se objevuje i v příručce Čtenářské, matematické a přírodovědné úlohy pro první stupeň základní školy – Náměty pro rozvoj kompetencí žáků na základě zjištění šetření TIMSS a PIRLS 2011 vydanou Českou školní inspekcí. Matematickou část této publikace připravili Milan Hejný a Darina Jirotková.

Stovkové tabulce 0 – 99 jsou zde věnovány 4 strany a úlohy jsou všech typů a odpovídají prostředí Stovkové tabulky v učebnici matematiky FRAUS s Hejného metodou. Více než v učebnici je zde rozpracovaná oblast středově souměrných útvarů.

---

[8] Většina matematických prostředí mají svůj piktogram, který pomáhá žákům v orientaci v úlohách. Pomocí něj ihned vědí, z jakého prostředí daná úloha je. V učebnicích pro 1. stupeň základní školy stovková tabulka svůj piktogram nemá.

3.4 Propojenost Stovkové tabulky s jinými matematickými prostředími a situacemi

Zde mapuji činnosti a prostředí rozvíjející schopnosti, které jsem uvedla v cílech prostředí Stovkové tabulky (kapitola 3.2 – Cíle úloh v prostředí Stovkové tabulky)

Rozvoj schopnosti orientace v prostoru se objevuje k podkapitole 3.4.1 Cestování po čtvercové mříži. Schopnost objevit rytmus zmiňuji v podkapitole 3.4.2 Úlohy na rytmus. V podkapitole 3.4.3 Schody sleduji, jak se stovková tabulka jako pomůcka propojuje právě s prostředím Schody.

Také jsem mapovala prostředí, do kterých by se stovková tabulka mohla promítnout, kde by se s ní pracovalo jako s materiálem jiného prostředí. To popisuji v podkapitole 3.4.4 Parkety a 3.4.5 Hra Sova.

3.4.1 Cestování po čtvercové mříži

Pohybování podle šipek po čtvercové mříži prohlubuje schopnost orientace v rovině. S šipkami se v prostředí stovkové tabulky setkáme při úlohách o cestování. Úlohy o cestování ve stovkové tabulce taktéž rozvíjejí schopnost orientovat se v rovině.

Když se žáci setkají s úlohami o cestování ve stovkové tabulce, mají už mnoho zkušeností s cestováním po čtvercové mříži a mohou je zde využít.

3.4.2 Úlohy na rytmus

Již od 1. ročníku se žáci seznamují s rytmem, který má určitou periodu[9]

a) v podobě vybarvování obrázků např.: podkolenek, korálků, rybiček, …

Ilustrativní úloha

1. ročník, 2. díl, strana 11

Obrázek 16

[9] Perioda je část rytmu, který se neustále opakuje. Příklad: řada čísel 1 2 3 4 1 2 3 4 1 2 3 4. Tato řada čísel má pravidelný rytmus, jež obsahuje periodu 4 (1 2 3 4), jež se objevuje v řadě třikrát.

b) v podobě stavění z krychlí podle obrázku.

Ilustrativní úloha

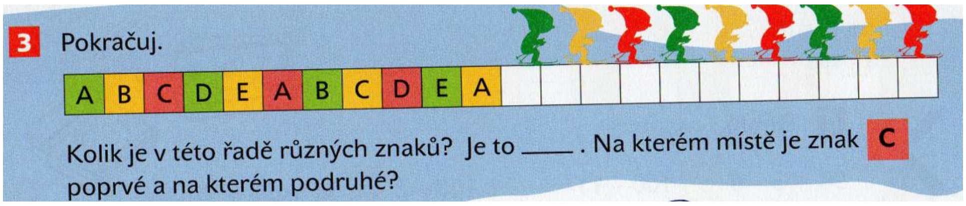
1. ročník, 1. díl, strana12

Obrázek 17

Často bývají zařazovány úlohy, které obsahují dva rytmy a každý z rytmů má periodu jinou. Žáci pak sledují, kdy se potkají například začátky obou period.

Ilustrativní úloha

2. ročník, 2. díl, strana 44



Obrázek 18

Úlohy rozvíjející schopnost rytmu pomáhají žákům ve stovkové tabulce tehdy, když se do ní začnou vkládat násobky čísel. Tento typ úlohy se objevuje v učebnici pro 2. ročník v 3. díle na straně 34.

Obrázek 19

Žáci zde mají za úkol do části stovkové tabulky odlišnými barvami vybarvovat násobky čísla 3 a 5 a hledat, jaké pole bude vybarveno oběma barvami. Tento typ úloh „*je propedeutikou pro oblast dělitelnosti. Připravuje například i porozumění pojmům největší společný dělitel a nejmenší společný násobek*.“ (Hejný, M., 2014, s. 161) Při vybarvování násobků zjišťují, že jednotlivé násobky vytvářejí ve stovkové tabulce pravidelné vzory.

3.4.3 Schody

Situaci, ve které jsem si uvědomila spojitost stovkové tabulky s prostředím Schody, ilustruji v následujícím příběhu. Situace se odehrála při hospitaci během praxe ve druhém ročníku na základní škole.

Příběh Martin: Žáci řešili úlohu, v níž odčítali 35 – 8. Všichni žáci řekli správný výsledek a pouze jeden žák tvrdil, že 35 – 8 je 28. Za svým tvrzením si stál, a tak ho vyučující vyzvala, aby šel ke stovkové tabulce, kterou mají neustále vyvěšenou ve třídě, ukázat, jak odčítal. Položil prst na číslo 35 a řekl jedna, posunul prst na 34 a řekl dva, opět posouval prst, až došel k číslu 28, u kterého řekl osm. Zde ihned paní učitelka viděla, že žák nepočítá pohyby (kroky) mezi čísly, ale počítá pole s čísly. Učitelka žákovi ukázala, že nesmí počítat jednotlivá pole, ale že musí počítat pohyby mezi nimi. Takto situace skončila.

Díky paní učitelce, která vyzvala Patrika ke stovkové tabulce, jsem si uvědomila podobnost stovkové tabulky s prostředím Schody. Podobnost vidím v tom, že stovková tabulka je v podstatě číselnou řadou, jako tomu je u schodiště v prostředí Schodů, jen je vždy po desítkách rozdělena do řádků.

Po zavedení prostředí Schodů nemají někteří žáci potřebu chůze po schodišti a stačí jim, když si například posouvají figurkou po páse na lavici. Stejným způsobem může fungovat i stovková tabulka, ale žáci si musí uvědomit, že z konce řádku je nutné skočit na začátek nového řádku. Tento proces je důležité počítat jako jeden krok. Podobnost v prostředích ale žák nespatřoval a pravděpodobně nebyl na takové mentální úrovni, aby se odpoutal od krokování na schodišti.

Stálo by za to, tento příběh hlouběji rozebrat a zjistit, kde u žáka nastala při odčítání chyba a jakých chyb proti konstruktivistickému pojetí výuky se dopustila paní učitelka.

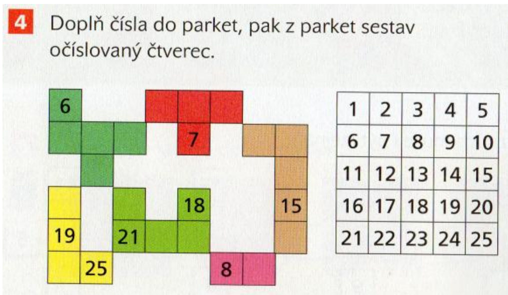
3.4.4 Parkety

V prostředí Parkety se pracuje s rastrem čtverečkovaného papíru, který se pokrývá parketami. Parkety mají různé tvary a velikosti a musí se jimi zaplnit celý rastr.

Ve druhém ročníku v 1. díle učebnice (Hejný, M., Jirotková, D., Slezáková-Kratochvílová, J., Michnová, J., 2008) se začínají objevovat úlohy, kde jsou v parketách čísla. Rastr čtverečkovaného papíru se nyní mění na číselnou tabulku, na níž žáci na správná místa přikládají očíslované parkety.

Ilustrativní úloha

2. ročník, 1. díl, strana 36



Obrázek 20

V návaznosti na tento typ úloh s parketami mě napadlo, že by se číselnou tabulkou pro skládání parket mohla stát stovková tabulka.

3.4.5 Hra Sova

I u hry Sova[10] mě napadá, že by se mohla hrát s čísly ze stovkové tabulky. Hra v tomto provedení by se hrála s žáky, kteří by již znali pravidla hry i její nejlepší strategii[11]. Taktéž by již žáci měli znát stovkovou tabulku. Při hře se stovkovou tabulkou by žáci kladli otázky týkající se vlastností čísel 0 – 99, např.: velikost čísel, dělitelnost čísel, sudost a lichost čísel, ciferný součet, …, které by si lépe uvědomovali.

[10] Pravidla a podrobnosti o hře Sova jsou uvedena v publikaci Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky v kapitole 14 D. Jirotkové. (Hejný, M., Novotná, J., Vondrová, N., 2004)

[11] Nejlepší strategie hry je klást otázky takovým způsobem, aby se galerie čísel vždy zmenšila na polovinu.

EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST

V následujících kapitolách budu popisovat experimenty se stovkovou tabulkou, které jsem s dětmi provedla. Všechny experimenty jsem realizovala osobně a uskutečnily se v časovém rozmezí březen 2015 až listopad 2015.

V experimentech jsem používala jak mnou vytvořené úlohy, tak i úlohy z učebnice matematiky nakladatelství FRAUS s Hejného metodou. U mých i převzatých úloh budu v přípravné části experimentu popisovat záměr, s nímž jsem úlohu žákům předkládala. U úloh převzatých z učebnic budu odkazovat na jejich zdroj. Kurzívou budu psát přesná zadání tak, jak je žáci dostali. Ve všech odučených lekcích jsem se snažila řídit principy edukačního stylu VOBS, které jsem specifikovala v teoretické části.

Experimenty byly zaznamenané na videozáznamu a DVD s vybranými záznamy je přiloženo k diplomové práci. Všichni rodiče dětí, které se experimentů zúčastnily, dali písemný souhlas k jejich nahrávání a k následnému použití záznamu do diplomové práce. V textu práce jména žáků zkracuji. Taktéž jsem si uschovávala žákovská písemná řešení úloh.

Všechny úlohy v experimentu pracují se stovkovou tabulku 0 – 99.

Všechny experimenty budou mít následující strukturu:

- datum
- ročník
- počet přítomných žáků
- charakteristika skupiny žáků
- klima ve skupině
- způsob záznamu
- cíl experimentu
- příprava experimentu, konkrétní zadání úlohy včetně jejího záměru a mých očekávání
- komentář k realizaci úlohy včetně popisu způsobů řešení úloh žáky a ilustrací vybraných žákovských řešení
- shrnutí experimentu

4 Přehled mých experimentů

Experiment č.:	Datum:	Věk žáků:	Počet žáků:	Typ záznamu:
1	30. 3. 2015	3. ročník	13 (6D, 7CH[12])	Písemná žákovská řešení, poznámky popisující průběh lekce, videozáznam.
	27. 4. 2015	3. ročník	10 (6D, 4 CH)	Písemná žákovská řešení, poznámky popisující průběh lekce, videozáznam.
2	29. 7. 2015	předškolní – 5. ročník	12 (5D, 7CH)	Písemná žákovská řešení, poznámky popisující průběh lekce, videozáznam.
3	26. 10. 2015	5. ročník	7 (4D, 3CH)	Videozáznam, písemná žákovská řešení.
	2. 11. 2015	5. ročník	8 (5D, 3CH)	Videozáznam, písemná žákovská řešení.
	9. 11. 2015	5. ročník	10 (7D, 3CH)	Videozáznam, písemná žákovská řešení.

[12] V tabulce D představuje dívky a CH chlapce.

5 Experiment č. 1

Experiment č. 1. se skládá z dvou částí. Jsou to dvě lekce se stejnou skupinou žáků na matematickém kroužku. Každá trvá 1 hodinu a je celá zaměřená na úlohy z prostředí Stovkové tabulky. Části na sebe navazují, proto jsem je spojila v jeden experiment.

Kroužek vedu se svými dvěma spolužačkami z PedF UK. Já jsem v experimentu byla hlavní vedoucí a mé kolegyně byly v roli mých asistentek, kameramanek a občas žákům individuálně kladly otázky.

Datum experimentu: 1. část 30. 3. 2015, 2. část 27. 4. 2015

Ročník: 3. ročník

Způsob záznamu: Experiment byl nahráván na kameru a video záznamy byly rozebírány. Taktéž jsem si ihned po skončení lekce psala vlastní poznámky a k rozboru používala materiály, které vznikaly při řešení úloh žáky.

Cíl experimentu: Já jako vyučující provedu se žáky první experiment se stovkovou tabulkou. Objevím jejich reakce při tomto způsobu zavádění stovkové tabulky, seznámím se s žákovskými způsoby řešení úloh a zjistím, jaké žáci mají problémy při řešení úloh ve stovkové tabulce. Tento experiment se pro mě stane vstupní informací, jak postupovat při plánování dalších experimentů.

Charakteristika skupiny žáků pro experiment č. 1: Pro tento experiment jsem si zvolila skupinu žáků, kteří chodí na kroužek Matematika podle prof. Hejného pod vedením PhDr. Slezákové na jedné pražské škole. Všichni žáci v této skupině navštěvují 3. ročník základní školy, ovšem skupina je vytvořena ze dvou třetích ročníků, tudíž ne všichni jsou spolužáci. Žáci z této skupiny se učí matematiku tradiční formou. S matematikou podle prof. Hejného se nikdy nesetkali. Pouze jedna žákyně má sestru, která se učí matematiku podle učebnic FRAUS s Hejného metodou, a s ní často doma řeší, jak ona říká „zajímavé úlohy“.

Většina žáků navštěvuje kroužek dobrovolně ve svém volném čase. Dá se tudíž předpokládat, že se jedná o žáky, které matematika baví, zajímají se o ni a jde jim. Dva chlapci chodí na kroužek proto, že je přihlásili rodiče a ve škole nenašli pro matematiku zalíbení. Tyto informace jsem se dozvěděla z rozhovoru s žáky při prvním setkání, kdy jsme si povídali o tom, jaký mají vztah k matematice. Z reakcí těchto chlapců si ale myslím, že matematika na kroužku je pro ně atraktivní.

Ve skupině je jedna velmi nadaná a taktéž pilná dívka. Právě ona se již setkala s učebnicemi FRAUS s Hejného metodou. Také jeden chlapec je velmi chytrý, ale ten je hyperaktivní, takže se nedokáže plně soustředit na práci. Ostatní žáci jsou chytří a matematika je baví. Dvě dívky mají matematiku rády, ale dělá jim problémy.

Klima skupiny: Žáci ve skupině jsou velmi přátelští, všichni se dobře znají a v lekcích nevznikají žádné kázeňské problémy. Dozvěděla jsem se od nich, že ve škole pracují spíše samostatně. Jelikož vedeme kroužek čtvrtým měsícem, žáci se již do značné míry naučili spolupracovat a diskutovat.

5.1 První část experimentu č. 1.

Datum: 30. 3. 2015

Počet přítomných žáků: 13 – 6 dívek, 7 chlapců

Cíle pro žáka jsou v příloze[13]

<u>Příprava 1. části experimentu č. 1:</u>

Jelikož se jednalo o můj první experiment se Stovkovou tabulkou, příliš jsem nevěděla, jak mám lekci naplánovat a jak budou žáci na úlohy z prostředí Stovkové tabulky reagovat. Tento kroužek je se žáky 3. ročníku, proto jsem si prostudovala učebnici matematiky FRAUS s Hejného metodou pro 3. ročník a zde se inspirovala a nějaké úlohy i použila.

Řekla jsem si, že nejprve se žáci musí se stovkovou tabulkou seznámit a až později v ní mohou řešit úlohy různých typů. Pro tuto lekci jsem zvolila úlohy o součtu středově souměrných útvarů ve stovkové tabulce. V nich se budeme zabývat posouváním útvarů po tabulce různými směry a při tom sledovat posloupnost součtu útvarů.

[13] Příloha IV – Příprava experimentu č. 1 – 1. část

Aby se žákům lépe úlohy řešily, připravila jsem několik stovkových tabulek, do kterých si mohou psát nebo vybarvovat. Myslím, že když si žáci mohou vše znázornit, více je práce baví a i jim lépe jde. Všechny pravidelnosti ve stovkové tabulce po vybarvení jednotlivých polí ihned vidí a mohou je tak zobecnit pro celou desítkovou soustavu.

Úloha 1:

Příprava úlohy:

Na začátek lekce jsem použila úlohy z učebnice matematiky FRAUS s Hejného metodou, ve nichž se žáci seznámí se stovkovou tabulkou tak, aby později mohli řešit složitější úlohy. (úloha 1, 2)

Kolik je v tabulce lichých čísel? Vybarvi ve stovkové tabulce všechna lichá čísla.

Kolik je v tabulce sudých čísel? Vybarvi v tabulce všechna sudá čísla. (Hejný, M., 2009, s. 73)

V učebnici je pouze zadání, kolik je v tabulce sudých nebo lichých čísel. Já jsem přidala dodatek, aby lichá a sudá pole žáci vybarvovali. Předpokládám, že tak snadněji objeví všechna lichá a sudá čísla, protože uvidí, že jsou pod sebou ve sloupcích.

Komentář k realizaci úlohy:

Všichni začali vybarvovat všechna lichá čísla v prvním řádku, pak postupovali do druhého řádku, kde si většina žáků všimla (někdo dříve, někdo později, někteří žáci až na třetím řádku), že všechna lichá čísla jsou vždy ve sloupci. Toto své tvrzení zobecnili a bez kontroly vybarvili celé sloupce, protože již věděli, kde lichá čísla jsou.

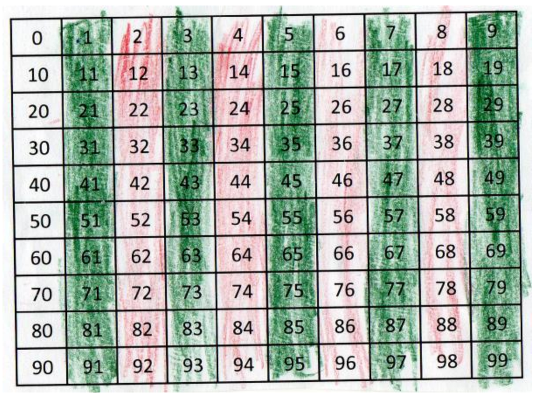
U sudých čísel již žáci nepotřebovali objevovat a vybarvovat postupně po řádcích, ale ihned všichni vybarvili celé sloupce. Žáci byli svým objevem mile překvapení.

Dále jsem se žáků ptala, zdali jsou si jisti, že všechna čísla v tabulce mají být vybarvena. Všichni odpovídali, že ano, a argumentovali tím, že každé číslo je buď sudé, nebo liché, a že neexistuje číslo, které by nebylo sudé, nebo liché.

Všimla jsem si, že někteří žáci mají trochu problém s číslem 0. Zde jsem jim řekla, že 0 je číslo sudé a žáci toto tvrzení přijali. Bohužel jsem s nimi o tomto problému nezačala diskutovat.[14]

Někteří žáci počítali všechna lichá čísla po jedné, než se dobrali výsledku. U tohoto způsobu se často objevily chyby z přepočítání, nebo přehlédnutí čísla. Jiní spočetli čísla v jednom sloupci, pak je vynásobili 5 sloupci a dostali se k počtu 50. U sudých čísel rovnou řekli, že jich je také padesát. Celkový počet čísel jim byl tedy ihned jasný.

Při procházení materiálů od žáků jsem narazila na jedno žákovské řešení, ve kterém byla všechna pole vybarvena správně, pouze 1. sloupec byl prázdný. A to mně zaujalo. Myslím si, že žák má špatně uchopený poznatek o sudých a lichých číslech. Pravděpodobně ví, že sudá čísla jsou ta, která končí na 2, 4, 6, 8 a lichá na 1, 3, 5, 7, 9. Čísla končící na 0 nedokázal zařadit, a proto pole nevybarvil. Je škoda, že jsem si tohoto řešení nevšimla již při realizaci a nezeptala se na vysvětlení, jak postupoval.



Obrázek 21

[14] V danou chvíli jsem nevěděla, jak děti dovést k tomu, že 0 je číslo sudé, a proto jsem jim ihned řekla, jak to je. Nyní bych je nechala, aby rozdělily čísla vždy na dva stejné díly, ale ovšem by musely pracovat pouze s celými čísly. Po chvíli by došli k tomu, že sudá čísla lze rozdělit bez zbytku a u lichých čísel vždy zbude jedna. Po té by na dvě části dělily nulu a zjistili by, že když nic rozdělím na dvě hromádky, nikde mi nic nezbude. To by byl argument proto, že nula je číslo sudé.

<u>Úloha 2:</u>

Příprava úlohy:

Další úloha je opět použita z učebnice matematiky FRAUS s Hejného metodou a zabývá se počtem jednotlivých číslic v tabulce.

Kolik je v tabulce číslic 0, 1, 2, 3, 9? (Hejný, M., 2009, s. 73)

Předpokládám, že žáci budou mít problémy s rozlišením pojmů číslo a číslice. Také ale doufám, že někteří budou rozdílu rozumět a ostatním to vysvětlí.

Komentář k realizaci úlohy:

Začali jsme číslicí 0. Žáci bez problémů ihned spočítali, že jich je 10. Do tabulky měli vhled a viděli, kde se 0 objevuje.

Při počítání číslice 1 se už objevilo několik výsledků. Ihned někdo vykřikl, že jich je 10, stejně jako nul. To ale žáci s jiným výsledkem vyvrátili. Ve třídě se objevovali počty 11, 19, 21. Ani jeden žák neměl správný výsledek 20. Proto jsem žáky vyzvala, aby jednotlivé počty šli ukázat na tabuli.

Chyba, která nastala u výsledku 11, byla ta, že žáci pracovali s poznatkem z předešlé úlohy, že číslic 0 je 10, ale pak si všimli, že v čísle 11 jsou dvě jedničky.

U výsledku 19 objevili, že číslice 1 je v řádku a ve sloupci, ale již u čísla 11 zapomněli započítat jednu jedničku.

Když jsem žáky vyzvala, aby ukázali, jak došli k počtu 21, nebyli schopni ukázat svůj postup a sami řekli, že je to chyba.

Žáci se sami opravovali a po dlouhém hledání došli k číslu 20. Argumentovali, že číslice 1 se vyskytuje v jednom sloupci a jednom řádku.

Jelikož hledání správného výsledku trvalo docela dlouho, žáci pomalu ztráceli koncentraci.

Stejně žáci pracovali s číslicí 2. Opět začali počítat a zjistili, že platí vše jako u 1. U 3 již nikdo čísla dlouze nepočítal, pouze tabulku prohlédl a řekl, že jich je taky 20.

Zeptala jsem se, zdali to platí i u 9. Žáci se opět vrátili do tabulky a očekávali, že se počet možná změní. Při pohledu do tabulky ale brzy zjistili, že počet číslic 9 je opět 20. Nyní již žáci pochopili, proč je v tabulce každá číslice, kromě 0, zastoupená 20krát.

Při hledání dalších čísel se ale pozornost žákům vrátila, protože je zaujala pravidelnost ve stovkové tabulce. Všichni se soustředili a pracovali.

Shrnutí:

Myslela jsem, že někteří žáci nebudou znát rozdíl mezi číslem a číslicí. Tento problém se ale vůbec neobjevil.

Žáci svůj objev s číslicí 1 zobecnili pro všechny číslice. U číslice 9 trochu znejistěli, protože si uvědomili, že u krajní číslice 0 výsledek nebyl 20. Proto si vše u číslice 9 museli znovu ověřit.

<u>Úloha 3:</u>

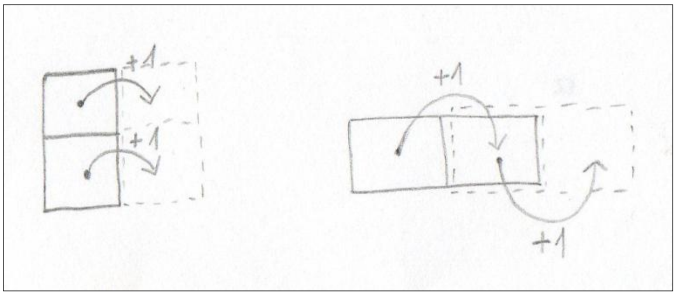
Příprava úlohy:

Po seznámení žáků se stovkovou tabulkou a její strukturou se chci v další části lekce zabývat úlohami dvou typů. Úlohami za a) se součtem 3 sousedních polí (obdélník 3x1) ve stovkové tabulce, v nichž žáci objeví pravidlo prostředního čísla vynásobeného 3, a za b) s posloupností součtů 3 polí tohoto útvaru při posouvání v horizontálním a vertikálním směru po tabulce. Domnívám se, že pokud dám žákům řešit úlohy, ve kterých se objeví oba tyto problémy, budou pro ně moc náročné. Proto tyto dvě fáze úlohy oddělím a ke každé fázi žákům předložím přípravné snazší zadání.

> *Na tabulku přilož barevný obdélníček 2x1 tak, aby překrýval čísla 21 a 31. Zjisti součet těchto dvou polí. Posuň obdélníček o jedno pole doprava. Zjisti součet těchto dvou polí. Opět posuň čtvereček o jedno pole doprava. Jaký je nyní součet? Posuň obdélníček o jedno pole dolů a zjisti součet. Opět posuň o jedno pole dolů a zjisti součet.*

Jako první žákům zadám mnou vytvořenou úlohu, která se zabývá posouváním obdélníku 2x1 po tabulce a sleduje posloupnost součtu jeho polí při posouvání o jedno pole všemi směry. Myslím, že součet pouze dvou polí bude pro žáky snazší, protože nebudou muset vynaložit tolik energie při sčítání čísel.

V úloze je zadáno, že obdélníček mají přiložit na pole 21 a 31. Tato dvě pole jsem zvolila proto, že jsou pod sebou. Myslím si, že když je posunou o jedno pole vpravo, snáze spatří, že k vrchnímu číslu přičtou jedna a k spodnímu číslu přičtou také jedna. Kdyby pole byla při posunutí vpravo vedle sebe, myslím, že by to pro žáky nebylo tolik přehledné a k objevu by nemuselo dojít. Ilustrace je na obrázku 22.



Obrázek 22

K manipulaci pro lepší přehlednost budou mít žáci k dispozici průsvitnou žlutou folii dané velikosti, kterou budou přikládat na stovkovou tabulku a posouvat s ní.

Předpokládám, že žáci dokážou popsat, proč se součet při posunutí útvaru o 1 pole vpravo zvýší o 2. Nebude to, při prvním posunutí vpravo, ale postupem času, si posloupnosti součtu někdo všimne a dokáže jí vysvětlit.

Komentář k realizaci úlohy:

Při zjišťování součtu dvou polí jsem pomáhala žákům s evidencí součtů na tabuli.

Žáci posouvali obdélníčkem nejdříve ve směru doprava. Po třech posunutích vpravo, si jeden žák všiml, že součty pravidelně narůstají, protože když posune obdélníček směrem doprava o jedno pole, součet těchto dvou polí bude o 2 větší než součet předchozích dvou polí. Tento objev žák dobře argumentoval: „Když mám dvě sousední pole a posunu je doprava, tak je to +2, protože spodní pole je +1 a horní pole je také +1. Dohromady je to +2.“ Většina žáků toto vysvětlení přijala. Jedna dívka vysvětlení nepochopila, ale spolužáci ji vše znovu vysvětlili a v tabulce ukázali. Stejně již většina žáků argumentovala při posunu obdélníčku směrem dolů. Říkali, že je to stejné jako při posunutí vpravo, jen se ke každému poli přičte 10.

Následně jsem se žáků zeptala, o kolik by se zvětšil součet, kdybychom místo dvou polí posouvali vpravo po tabulce třemi poli. Všichni ihned odpověděli, že o tři.

Shrnutí:

Bohužel jsem nedala žáků příležitost, aby po tabulce posouvali pole, která jsou vedle sebe (např. 35 a 36), aby si uvědomili zvýšení součtu u takto umístěného obdélníku. Ale když došlo v následující úloze k posouvání tří polí, která byla vodorovně, všichni věděli, jak se součet polí bude zvyšovat.

Správným vyřešením této úlohy všichni porozuměli posouvání útvaru po stovkové tabulce a zvyšování součtu jeho polí.

<u>Úloha 4:</u>

Příprava úlohy:

Dále budou žáci řešit úlohu, ve které budou objevovat součet 3 sousedních polí a pokoušet se najít pravidlo – prostřední číslo vynásobené 3. Tato úloha je použita z učebnice matematiky FRAUS s Hejného metodou.

Na tabulku přilož barevný obdélníček 3x1 tak, aby překrýval čísla 60, 61, 62. Zjisti součet těchto tří polí.

Přemísti obdélníček na takové místo, aby součet tří polí byl 15, 60, 63, 72, 105. Urči vždy prostřední číslo z trojice. (Hejný, M., 2009, s. 72)

Předpokládám, že s první částí úlohy žáci nebudou mít problém a druhou část budou řešit pomocí pokusů a omylů. V této části si možná někdo uvědomí pravidlo pro rychlý součet polí.

Komentář k realizaci úlohy:

První část úlohy všichni žáci řešili stejným způsobem. Všichni si vzali průsvitný obdélníček, přiložili ho na čísla 60, 61, 62 a všechna tři čísla sečetli. Již zde jsem si všimla, že několik žáků udělalo numerickou chybu, a tak se výsledky lišily.

Při hledání tří sousedních polí dle jejich součtu žáci podle předpokladu pracovali metodou pokusu a omylu. Vždy nejdříve zkoušeli nějaká libovolná čísla a pak podle součtu těchto čísel se rozhodovali, jestli mají dát pole doprava, doleva, dolů, nahoru. Takto postupovali, dokud tři pole nenašli.

Překvapovalo mě, že asi polovina žáků neuměla odhadnout, kde by se asi mohla tři pole nacházet. Např.: u součtu 60 hledali tři pole kolem čísla 70.

U malých čísel neměli žádné problémy tři sousední pole objevit, ale jakmile se přešlo do čísel větších, dělalo jim problémy opět sčítání čísel. Žáci dělali numerické chyby, které jim ztěžovaly práci při objevování pravidla součtu tří sousedních čísel ($x + y + z = 3y$). U prvních zadání žáci měli vždy radost, když po usilovném hledání právě tři pole našli. S řešením dalších zadání bylo vidět, že nemohou již dobře udržet pozornost a sčítání velkých čísel je unavuje.

<u>Úloha 5:</u>

Příprava úlohy:

Doplň tabulku. Vždy pracuj se třemi čísly.

Prostřední číslo	Součet tří sousedních čísel
23	
	99
	39
8	
	54
55	
35	
	135
46	
47	
	144

V následující úloze se oba typy předchozích úloh spojí a ukáže se, zdali žákům pomohly. Doufám, že žáci při řešení úlohy využijí zkušeností z předešlých úloh a k výsledku dojdou snadněji. V některých případech jsou zadání sestavená tak, že na sebe navazují, a tak žáci mohou pracovat s předchozími výsledky.

Komentář k realizaci úlohy:

Někteří žáci řešili tabulku popořadě, avšak větší množství nejprve začalo řešit úlohy, kde znali prostřední číslo. Tento typ úlohy je pro žáky snazší, tudíž jím začali. Také jim nedělal téměř žádné problémy. Objevilo se pouze několik chyb z nepozornosti. Žádný žák neřešil úlohu vzorcem prostřední číslo krát 3. Všichni nejprve umístili obdélníček zvýrazňující tři pole na stovkovou tabulku a pak všechna tři čísla sečetli.

Hledání prostředního čísla podle součtu tří polí dělalo žákům větší problémy. Všichni, kromě jedné dívky, úlohu řešili pokusem a omylem. Opět se ukázalo, že žáci nedokážou správně odhadnout, v jakých místech tabulky mají trojici hledat.

Při řešení úloh jsem si všimla, že někteří žáci si podpírají hlavu, ošívají se, vzdychají a nejsou plně soustředění.

Při závěrečné reflexi jsem se ptala žáků, jak čísla podle jejich součtu hledali. Právě již zmiňovaná dívka řekla, že když znala součet tří čísel, vydělila ho 3 a dostala číslo prostřední. Pak už jenom našla čísla okolní. Při obráceném postupu, kdy k prostřednímu číslu hledala součet, ale takto nepostupovala. Dívka objevila zákonitost, ale ještě jí natolik nerozuměla, aby tuto svou zkušenost mohla aplikovat i při hledání součtu k zadanému prostřednímu číslu. *Video 1*

Jeden chlapec při řešení využíval předchozí výsledky a orientoval se podle zvyšování/snižování součtů sousedních polí při posouvání po tabulce. *Video 2*

Shrnutí:

Před začátkem lekce jsem si myslela, že žáci nebudou mít žádný problém při objevení pravidla součtu tří sousedních čísel. Uvědomila jsem si, že na takovéto poznatky žáci musí mít více času, aby jejich myšlenky mohly lépe krystalizovat.

5.2 Druhá část experimentu č. 1

Datum: 27. 4. 2015

Počet přítomných žáků: 10 – 6 dívek, 4 chlapci

Cíle pro žáka jsou v příloze[15]

<u>Příprava 2. části experimentu č. 1</u>

Tato část experimentu se odehrála necelý měsíc po 1. části experimentu. Předpokládám proto, že žáci si nebudou úplně pamatovat, jak přesně jsou čísla v tabulce rozmístěna a co jsme minule objevili. Proto úlohy v tomto experimentu budou jiného typu.

Při přípravě 2. části experimentu jsem také nevěděla, zdali všichni žáci, kteří se jí zúčastní, byli přítomni při 1. části. Pokud by přišel někdo nový, neznal by vůbec stovkovou tabulku a nevěděl by, jak jsou v ní čísla seřazena. Tento problém se budu snažit vyřešit v úloze 1.

Žáci budou mít opět k dispozici po celou lekci mnoho malých stovkových tabulek, do kterých si budou moci zakreslovat a psát.

<u>Úloha 1:</u>

Příprava úlohy:

Na úvod lekce jsem vytvořila dva typy tabulek pro tutéž úlohu. První tabulka (a) je pro žáky, kteří na minulé lekci nebyli, a druhá (b) je pro žáky, kteří se minulé části zúčastnili.

Do prázdné stovkové tabulky umísti čísla 18, 22, 99, 86, 54, 37, 81, 72, 66, 86, 107.

[15] Příloha VI - Příprava experimentu č. 1 – 2. část

0								8	
			13				17		
	21								
40									
						56			
		62	63						
				94					

Obrázek 23 - Tabulka (a)

0									

Obrázek 23 - Tabulka (b)

Mým záměrem, proč tuto úlohu zařazuji, je to, aby si žáci osvěžili strukturu stovkové tabulky, anebo se s ní seznámili. Předpokládám, že u žáků, kteří na minulé lekci byli, vznikne diskuse nad doplňováním čísel, a tak s ní nebudou mít problém. Pro nově příchozí žáky bude pravděpodobně úloha složitější, ale myslím si, že s pomocí spolužáků se jim podaří objevit uspořádání celé stovkové tabulky.

Jsem zvědavá, jak žáci vyřeší číslo 107, které do tabulky nepatří. Předpokládám, že by někoho mohlo zmást, ale věřím tomu, že ho ihned žáci zavrhnou.

Komentář k realizaci úlohy:

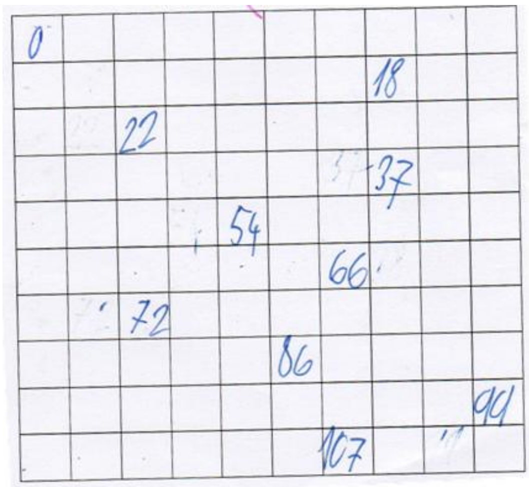
Nestalo se, že by přišel nějaký žák, který na minulé lekci chyběl, tudíž všichni pracovali s tabulkou 1.b.

Většina žáků si z minulé lekce pamatovala, jak byla čísla v tabulce rozmístěná, a úlohu řešila pomocí souřadnicového systému. Odpočítali si jednotky ve vodorovném směru a desítky ve svislém směru a číslo zapsali do příslušného políčka. Někteří například u prvního čísla 18 odpočítávali od 0 až do 18. U ostatních čísel již postupovali podle souřadnic. Všimla jsem si, že žáci i u takto zdánlivě lehké úlohy chybovali, ale jak zapisovali další a další čísla, na své chyby většinou přicházeli a opravovali je.

Již před zadáním první úlohy jsem si všimla, že jsou žáci divočejší a roztěkanější, než bývají obvykle. Když ale začali řešit tuto úlohu, koncentrovali se.

Velmi mě zajímalo, jak se žáci „popasují" s číslem 107. Někteří si ihned uvědomili, že 107 do tabulky nepatří. Jiní zase po doplnění všech čísel zjistili, že se 107 do tabulky nevejde. Tito žáci většinou pro 107 přikreslili jedno políčko kamkoli vedle tabulky.

Jedna žákyně, jak je tomu na obrázku 26, do tabulky 107 zařadila. Tato chyba nastala pravděpodobně proto, že v zadání bylo napsané: „*umísti čísla do tabulky*". Toho se striktně držela a nenapadlo ji, že 107 v tabulce být nemá. I kdyby 107 byla v tabulce o řádek níže, umístila ji dívka chybně o jeden sloupec vlevo, protože v řádku odpočítávala od 1 a ne od 0. Takto chybně počítala i při umísťování dalších čísel (86 a 18). Při doplňování ostatních čísel se dívka pravděpodobně někdy řídila již umístěnou 107, a proto je mnoho čísel posunutých o jeden řádek výše.



Obrázek 25 – Chybné řešení žákyně

<u>Úloha 2:</u>

Příprava úlohy:

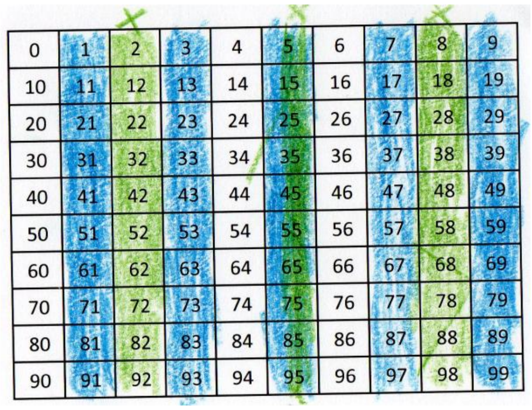
Jdi postupně po číslech stovkové tabulky a vybarvi každé 2. číslo (3. číslo) (Hejný, M., 2013, s. 61)

Jako další jsem zvolila úlohu, ve které se objevuje pravidelný rytmus stovkové tabulky. Předpokládám, že žáci po chvíli objeví, jak se utváří pravidelný vzor a budou vybarvovat podle něho. Vzpomenou si, že každé druhé číslo je číslem lichým.

Komentář k realizaci úlohy:

Při vybarvování každého druhého pole žáci postupovali stejně jako u sudých/lichých čísel. Šli po řádcích a vybarvovali. Tentokrát si všimli již dříve, že jsou to pole ve sloupcích. Dokonce zaznělo: „To jsou zase lichá čísla."

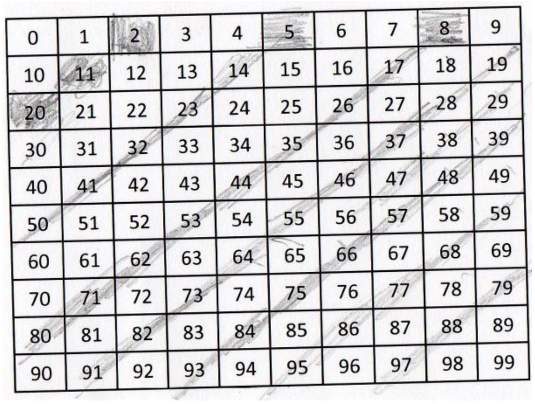
Když žáci vybarvovali každé třetí číslo, polovina z nich vybarvila pole správně a druhá polovina vybarvila každý třetí sloupec (viz obrázek 27). Ti, kteří vybarvili celé sloupce, byli nejspíše ovlivnění předchozí úlohou, kde sloupce vycházely.



Obrázek 24

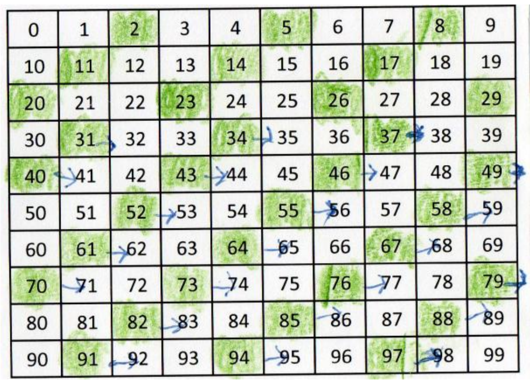
Proto jsem nechala žáky, aby si mezi sebou svá řešení předvedli a navzájem si vše vyjasnili. Nakonec všichni přijali správné řešení a svou chybu začali opravovat. Většina žáků si během třetího řádku všimla, že vychází pravidelný vzor. Svůj poznatek zobecnili pro celou tabulku a pole již neodpočítávali.

Na následujícím obrázku 28 chci ukázat, jak jeden žák pravidelnost v podobě vybarvených úhlopříček v tabulce viděl. Proto úhlopříčky doplňoval, ale již si neověřoval, zdali vybarvuje každé 3. číslo.



Obrázek 27

Našli se i ti, kteří pravidelně vybarvená pole v tabulce neviděli, nebo pravidelnosti nevěřili, a tak pole neustále odpočítávali. Tímto způsobem vznikaly chyby z přepočítání. Na obrázku 29 se žák přepočítal u čísla 31.



Obrázek 28

Myslím, že tato úloha žáky zaujala, protože je překvapilo vznikání úhlopříček při vybarvení každého třetího čísla. V této části pracovali více méně všichni klidně a se zaujetím.

<u>Úloha 3:</u>

Příprava úlohy:

Další úloha je z oblasti cestování po stovkové tabulce. Jejím hlavním cílem je rozvoj kombinatorického myšlení a hledání všech možných řešení.

Na těchto úlohách žáci budou pracovat ve dvojicích.

Hledej všechny krátké cesty mezi čísly

a) *Najdi cesty mezi čísly 11 a 22.*

b) *Najdi všechny cesty mezi čísly 4 a 25.*
c) *Najdi všechny cesty mezi čísly 62 a 70.*
d) *Najdi cesty mezi čísly 1 a 23. Hledej všechna řešení.*
e) *Najdi cesty mezi čísly 3 a 26. Hledej co nejvíce řešení.*

Tyto úlohy budu motivovat tím, že po tabulce chodí panenka, která je velmi líná, tudíž chodí nejkratší možnou cestou. Předpokládám, že vznikne diskuse o tom, co je to krátká cesta. Také žákům vysvětlím, jakými směry se po tabulce chodí.

Při řešení těchto úloh budu sledovat, jaké mají žáci zkušenosti s úlohami, které mají více řešení. Myslím si, že žáci příliš takových zkušeností nemají, a proto je budu vést k tomu, aby si vytvářeli systém, na kterém dokážou, že našli všechny cesty.

Komentář k realizaci úlohy:

V úvodu většina žáků klidně poslouchala motivaci s panenkou, ale 4 chlapci moc nevnímali, přetahovali se o různé věci a já jsem je musela neustále napomínat.

a) *Najdi cesty mezi čísly 11 a 22 (čtverec 2x2).* S touto úlohou neměli žáci žádný problém. Ihned objevili dvě řešení a cesty znázornili do tabulky jednou barvou. Někteří se tvářili, že je to jasné a nudí je to. Jeden chlapec čáral po celé tabulce a nepracoval. Ten se příliš nezapojil ani v dalších variantách.

b) *Najdi všechny cesty mezi čísly 4 a 25 (obdélník 2x3).* Většina žáků správně objevila tři řešení. Kdo je nenašel, tomu poradil mu spolužák.

Zde od žáků vzešel požadavek vyjasnit si, co je nejkratší možná cesta. Chvíli jsme diskutovali a nakonec žáci vhodně argumentovali.

Sledovala jsem, jestli si žáci při řešení této úlohy vytvářejí systém, kterým by dokázali všechna řešení. V tuto chvíli byl pro ně ale ještě zbytečným, protože cesty viděli ihned.

c) *Najdi všechny cesty mezi čísly 62 a 70 (obdélník 2x3)* Další úloha byla velmi podobná - také obdélník 2x3, pouze ale naležato. Žáci již neměli žádný problém. Pravděpodobně spatřovali podobnost s předchozí úlohou.

d) *Najdi cesty mezi čísly 1 a 23. Hledej všechna řešení. (čtverec 3x3)* Když žáci začali do tabulky zakreslovat co nejvíce cest, viděla jsem, že nemají žádný systém. V cestách jim vznikl chaos a bylo vidět, že si potřebují vše zpřehlednit. Několik žáků hledání cest vzdávalo a pouze sledovalo ostatní, jak se snaží všechny cesty najít. Někteří žáci začali používat barevné pastelky, aby každou cestu barevně odlišili.

Následně jsme kontrolovali všechny možné cesty na velké tabuli a společnými silami jsme je našli. Čtyři již zmiňovaní chlapci s námi nechtěli příliš spolupracovat a velmi hlučeli a neustále se ošívali.

e) *Najdi cesty mezi čísly 3 a 26. Hledej co nejvíce řešení. (obdélník 3x4)* Jelikož je tato úloha nejtěžší a má 10 řešení, dělala žákům největší problémy. Nejdříve se ji snažili řešit samostatně, ale spíše v ní byli ztracení. Při kontrole jsem chtěla, abychom na tabuli zaznamenali všechny cesty. Kvůli nepřehlednosti jsme tím strávili příliš mnoho času a na žácích bylo vidět, že jsou z té dlouhé kontroly otráveni. Ti, co se stále snažili cesty nacházet, byli vyčerpáni.

5.3 Shrnutí experimentu č. 1

Po skončení experimentu jsem si uvědomila, že obě lekce byly příliš monotematické ve smyslu: já zadám úlohu, ty ji řeš a pak ji zkontrolujeme. Taktéž žáci celé lekce seděli v lavici, což pro ně bylo těžké vydržet, když se měli koncentrovat. Příště chci, aby se žáci při řešení úloh více pohybovali.

To, že jsou žáci z práce unavení a práce je nebaví, jsem si uvědomila z jejich projevů chování především při řešení 3. úlohy v druhé části experimentu. Poslední dvě varianty této úlohy byly pro tuto skupinu žáků náročné, já se jimi zdlouhavě zabývala a u kontroly chtěla najít všechna řešení. V následujících experimentech bych se měla zdlouhavé kontroly vyvarovat.

Na začátku jsem si myslela, že žáci budou vnitřně motivovaní a úlohy je samy o sobě zaujmou. I když žákům výsledky některých úloh přišly zajímavé a překvapivé, radost z objevů do dalších úloh u nich nepřetrvala.

Po skončení celého kroužku na konci roku, kdy jsme se žáků ptaly, jak je jednotlivé lekce bavily, mi potvrdili, že lekce se Stovkovou tabulkou je nebavila. Myslím si, že by se žáci matematikou měli bavit. Probudit v žácích vnitřní motivaci se budu snažit v dalších experimentech.

V následujících experimentech bych ráda našla lepší způsob, jak prostředí Stovkové tabulky žákům předložit, aby se při řešení úloh bavili.

6 Experiment č. 2

V červenci 2015 se mi naskytla skvělá příležitost realizovat se svými dvěma spolužačkami z PedF UK příměstský tábor zaměřený na matematiku podle prof. Hejného. Tábor byl organizován společností H-mat a my jsme zde byly lektorkami.

Abychom propojily všech činností na táboře, vymyslely jsme celotáborovou hru, která byla inspirovaná filmem Mimoni. Děti za splněné úkoly dostávaly indicie. Ty je v závěru dovedly k pokladu, který střežila jedna z postav filmu Padouch.

Jelikož se tábor odehrával na statku uprostřed lesů, chtěly jsme být s dětmi co nejvíce v přírodě. Proto jsme se snažily přenést matematická prostředí z běžných školních tříd do přírody. Realizovat lekci se strukturálním prostředím Stovkové tabulky v přírodě pro mě bylo výzvou.

V přírodě nejsou žádné lavice, ve kterých by děti seděly, proto jsem si řekla, že to chce zapojit co nejvíce pohybu. Jak ale pohyb propojit se stovkovou tabulkou? Tak, že úlohy budou děti řešit pomocí chůze po stovkové tabulce. Této myšlenky jsem se držela a vše plánovala v tomto duchu. Aby se děti po tabulce mohly pohybovat, vytvořila jsem velkou tabulku složenou z jednotlivých polí vyrobených z kartonu. Rozměr jednoho pole byl 50 x50 cm.

Datum: 29. 7. 2015

Ročník: Předškolní – 5. ročník

Počet přítomných dětí: 12 (7dívek, 5 chlapců)

Charakteristika skupiny žáků: Jelikož se jednalo o tábor, děti na něm byly víceméně dobrovolně. Tato skupina se skládala z dětí různého věku, a tudíž i znalosti a schopnosti se lišily. Nejmladší zde byla dívka M., které byly čtyři roky. Neuměla číst ani psát. Dívka byla velmi hravá, hodná a všechny činnosti ji velmi bavily. Chlapec D a dívka V byli taktéž předškolního věku, ale do školy nastupovali už v září po prázdninách. Oba dva se do všech činností zapojovali a snažili se řešit jim určené úlohy. Nebyl s nimi žádný problém. Dva chlapci J a L měli ukončenou 1. třídu. Chlapec L byl velmi matematicky nadaný a zvídavý. Chlapec J byl hyperaktivní a příliš dlouho nevydržel u žádné činnosti. Jelikož neuměl své projevy ovládat, stále někde pobíhal a vymýšlel hlouposti, ostatní děti se s ním nebavily a vyčleňovaly ho z kolektivu. Další děti byly ve věkovém rozpětí 3. až 5. třídy. Dívka

B byla panovačná a vše chtěla řešit sama. Předpokládám, že to vyplývá z její touhy poznávat matematiku a také z toho, že byla pohlcena motivací, která provázela celý tábor. Dívka K byla nejstarší ze všech (ukončená 5. třída) a protože u ní pravděpodobně už nastupovala puberta, motivace dětským filmem ji tolik nezaujala. Ostatní dívky byly průměrně chytré a matematicky zvídavé. Chlapci K, F byli velmi chytří. Pocházeli z podnětného rodinného prostředí a to se projevovalo na jejich znalostech jak z oblasti matematiky, tak i jiných věd.

Klima ve skupině: Většina dětí v této skupině se navzájem znala, jen některé děti byly „cizí" a ty se příliš do skupiny nevčlenily. Někdy se dokonce vyskytly výchovné problémy. Některé starší děti dávaly mladším najevo, že jsou hloupé.

Zhruba polovina dětí pocházela ze statku, nebo jeho okolí a chovaly se zde jako doma. Jejich projevy byly jiné, než kdyby byly v cizím prostředí.

Způsob záznamu: Experiment byl nahrávaný na kameru a videozáznamy byly rozebírány. Taktéž jsem si ihned po skončení lekce psala vlastní poznámky.

Cíl experimentu: Při tomto experimentu si chci vyzkoušet, zdali je možné se stovkovou tabulkou pracovat tak, že děti po ní budou chodit a vše řešit pomocí pohybu. Také se chci pokusit najít způsob, jak tabulku pro děti zatraktivnit, aby je řešení úloh v ní více bavilo. Mimo to se budu snažit vytvořit úlohy ve stovkové tabulce tak, aby je byly schopné řešit i děti, které ještě nezačaly navštěvovat 3. ročník základní školy.

Cíle pro děti jsou v příloze[16]

<u>Příprava experimentu č. 2:</u>

Před plánováním programu na tábor jsem věděla, že děti budou ve věku 4 – 11 let, a toho jsem se při plánování držela. Snažila jsem se vytvořit široké spektrum úloh tak, aby některé úlohy mohly řešit i velmi malé děti.

Jelikož je celý tábor motivován hledáním indicií, přeměnila jsem stovkovou tabulku v mnoho úkolů, které když děti vyřeší, získají jednu z indicií vedoucí k pokladu. Celá lekce bude řízena dopisy od Padoucha, který jim úlohy zadává, tudíž děti budou pracovat převážně samostatně podle jeho pokynů. Při řešení úloh ze

[16] Příloha VII – Příprava experimentu č. 2

Stovkové tabulky děti musí získat 5 indicií (slova: KRUH, SVĚTLO, TEPLO, BUŘT a symbol přeškrtnuté kapky vody), které je dovedou k ohništi, ve němž se bude nacházet poslední indicie. Slova získají tak, že po vyřešení úlohy 3 najdou překladovou tabulku[17], která je stejná jako stovková tabulka, avšak u každého čísla je písmeno. Ke správnému řešení jednotlivých úloh si děti vždy najdou písmena, z nichž složí slova.

Na zemi bude z jednotlivých čísel složená velká stovková tabulka, po níž se děti budou pohybovat. Dále budou mít k dispozici papíry, tužky, malé stovkové tabulky, pastelky.

<u>Úloha 1 a první dopis od Padoucha:</u>

Příprava úlohy:

Nazdárek Mimoňové,

takže vám se povedlo dojít až na úplný konec a potřebujete už jen poslední symbol? Nemyslete si, že ho dostanete jen tak zadarmo. Na zemi leží velká tabulka plná úkolů. Pokud je všechny správně vyřešíte, získáte 5 indicií, které vás dovedou k poslednímu symbolu. Bude to ale chtít nažhavit hlavu.

První úkol je takovýto:

Kolik má tabulka řádků?

Další zadání je pod číslem, na které jste přišli.

Zde děti dojdou k číslu 10, pod kterým bude v tabulce schované další zadání úlohy. Zde předpokládám, že si děti odkrokují řádky, nebo na ně budou pouze ukazovat a na počet řádků tak přijdou snadno.

Komentář k realizaci úlohy:

Po přečtení dopisu se děti rozběhly k tabulce, která byla na dvoře. Ihned řádky spočetly a vrhly se na 10, pod níž byl ukryt další úkol.

U této úlohy se neobjevil žádný řešitelský problém. Všechny děti řádky spočítaly pouze ukazováním na tabulku. Předškolní děti přihlížely.

---

[17] Příloha V - Obrázek překladové tabulky

<u>Úloha 2:</u>

Příprava úlohy:

Vytvořte 5 skupinek. Každá skupinka si vezme jednu číslici (na kartičkách budou čísla 0, 1, 2, 3, 9). *Nyní zjisti,* ***kolikrát se tvoje číslice v tabulce objevuje.*** *Výsledné počty jednotlivých skupin sečtěte. Pod tímto číslem je další úkol.* (Hejný, M., 2009, s. 73)

Další zadání bude pod číslem 90.

Myslím, že děti nebudou řešit pouze svou číslici, navzájem si skupiny pomohou a brzo zjistí, že jich mají všichni kromě nuly 20. Následně čísla sečtou.

Jsem zvědavá, jak tuto úlohu budou řešit v takto velké tabulce. Zdali ihned uvidí, kde jsou číslice umístěné, nebo jestli budou po tabulce chodit a pomůže jim to při hledání.

Komentář k realizaci úlohy:

Děti utvořily 5 skupin tak, že většinou všichni členové skupiny byly stejně nebo podobně staří.

V první části úlohy se objevil obrovský rozdíl u vnímání tabulky u mladších (děti věkově do ukončené druhé třídy) a starších dětí. Starší děti si chvíli tabulku prohlížely nebo po ní chodily a pak zjistily, že jim přidělená číslice je vždy v jednom řádku a jednom sloupci. Také pochopily, že všechny číslice kromě 0 jsou v tabulce vždy 20krát a nula je tam 10krát. Z tohoto objevu byli všichni nadšeni.

U mladších dětí bylo jasně vidět, že si u tabulky neuvědomují vlastnosti sloupců a řádků, ale čísla vnímají tak, že jsou náhodně umístěná na zemi. Mladší děti chodily po celé tabulce a hledaly jim přiřazenou číslici. Tím, že neobjevily sloupec a řádek obsahující přiřazenou číslici a chodily volně většinou nesystematicky po tabulce, se dopouštěly při počítání chyb. Proto jsem nechávala starší děti, aby se snažily mladším vše vysvětlit a barevně pole s číslicí označit, aby „kříž" z tabulky vyvstal. Některé mladší děti tento fakt přijaly, některé ne. Především ho nepřijal chlapec L, který vše chtěl pochopit, ale přesto ostatním nerozuměl. Z toho byl velmi smutný. *Video 3*

Všichni si vzájemně poradili, počet svých číslic našli správně, počty sečetli a dostali se k součtu 90. Vydali se tam a našli další zadání úlohy.

Shrnutí:

Myslím, že především mladší dětí, které umějí čísla do sta, by měly mít v ruce malou tabulku, kterou by vnímaly jako celek. Vše by si samy do ní znázornily a číslice by tak lépe našly.

Úloha 3:

Příprava úlohy:

Zjistěte ***kolik je v tabulce lichých čísel****. Pokud se vám to povede, získáte už 1. indicii a věci, které budete dále potřebovat.* (Hejný, M., 2009, s. 73)

Protože předpokládám, že by nyní velká tabulka mohla spíše způsobit zmatek, řeknu dětem, že mají k dispozici malé tabulky, do nichž si mohou vybarvovat.

Děti získají první indicii (přeškrtnutá kapka vody), dopis s dalším úkolem a překladový klíč. Překladový klíč je stovková tabulka, která má v každém poli jedno písmeno. Po celou dobu budou děti všechny výsledky přenášet do překladového klíče a z příslušných písmen poskládají slova (indicie).

Komentář k realizaci úlohy:

Strategie řešení u této úlohy byly různé. Chlapec F ihned začal počítat 9x9=81, 81:2= 40,5. Chlapec věděl, že musí počet polí vydělit dvěma, protože každé číslo je buď sudé, nebo liché. Udělal ale chybu, protože si myslel, že řádků a sloupců je po 9. Nevím, jak se chyby dopustil, protože v první úloze jsem se ptala, kolik je v tabulce řádků. Jelikož výsledek 40,5 se mu zdál nesprávný, tento způsob řešení odstoupil a vrhl se na tabulku, po které začal chodit.

Některé děti chodily po tabulce a vždy, když narazily na liché číslo, přičetly ho. Tímto způsobem docházelo k mnoha chybám. Děti se přepočítaly.

Děti jsem zde upozornila na malé tabulky, ve kterých si mohou vybarvovat. Dívka M si ji vzala. Vybarvovala jednotlivá čísla a postupně zjistila, že lichá čísla se nacházejí vždy ve sloupcích. Svůj objev všem předvedla a ostatní vysvětlovali svůj postup. Nakonec všichni uvěřili dívce M, protože její důkaz na malé tabulce byl přesvědčující. *Video 4*

Následně všichni odkryli pole 50 a získali další zadání, překladový klíč a první indicii, kterou pečlivě uschovali.

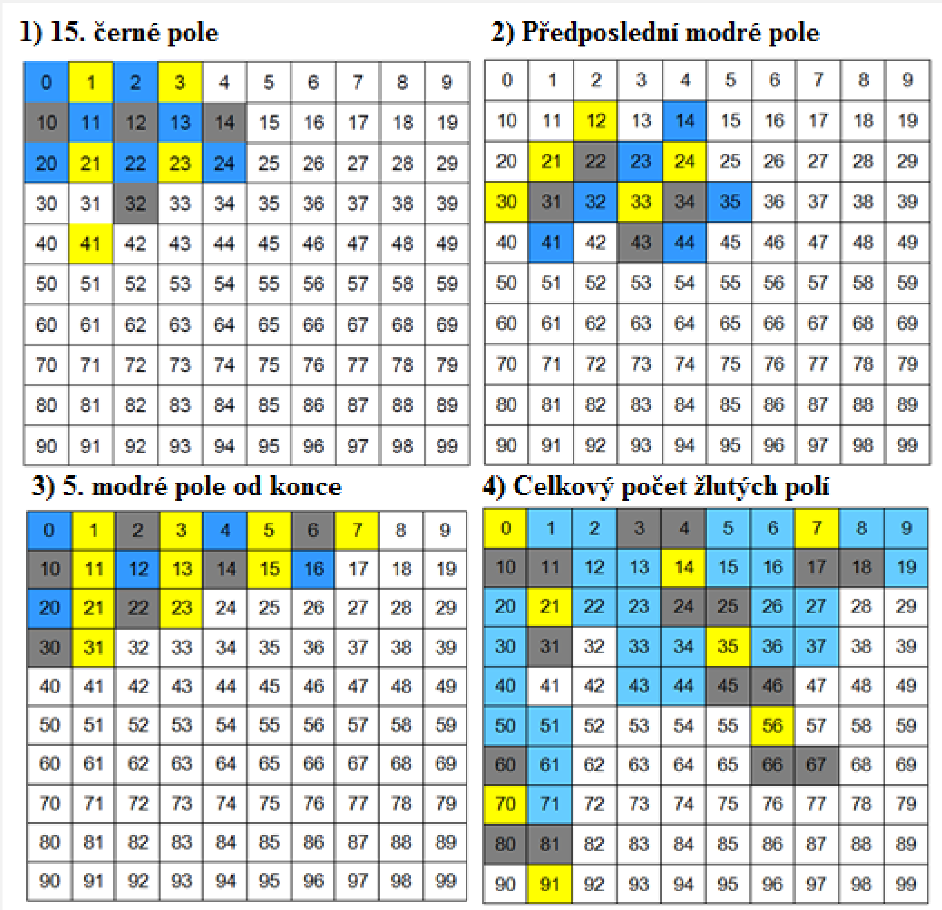
Úloha pro mladší děti:

Příprava úlohy:

Po vyřešení prvních třech úloh rozdělím děti na dvě skupiny podle věku a další práci přizpůsobím jejich možnostem.

Mladším dětem jsem vytvořila úlohy, v nichž budou pole ze stovkové tabulky vybarvovat podle předkresleného vzoru. Děti v nich mohou odhlédnout od světa čísel, protože budou vybarvovat pouze pole. Za pomoci starších dětí, které umějí číst, získají podle zadání u každé tabulky jedno číslo, k němu si najdou v překladovém klíči písmeno a ze čtyř písmen složí slovo, které je jednou z indicií.

Mladší Mimoňové, pracujte všichni dohromady/ ve dvojicích (podle počtu dětí). Vybarvujte tabulku podle již začatého vzoru. Z každé tabulky vyberte podle pokynu jedno číslo, k němu najdete písmeno a složíte indicii.



Zde vyjde slovo BUŘT.

Komentář k realizaci úlohy:

Již u řešení druhé úlohy jsem si všimla, že předškoláci a prvňáci se vůbec nezapojují, protože jsou na ně úlohy velmi obtížné. Proto jsem je poslala za svou kolegyní, aby začali řešit úlohy s vybarvováním polí podle zadaného rytmu.

Děti se do vybarvování pustily, ale příliš si nevěděly rady a předkreslený vzor nedodržovaly. Ale po pěkném vedení mé kolegyně většina dětí pravidelnost vzoru objevila a pole správně vybarvila. Všechny děti u vybarvování byly šťastné.

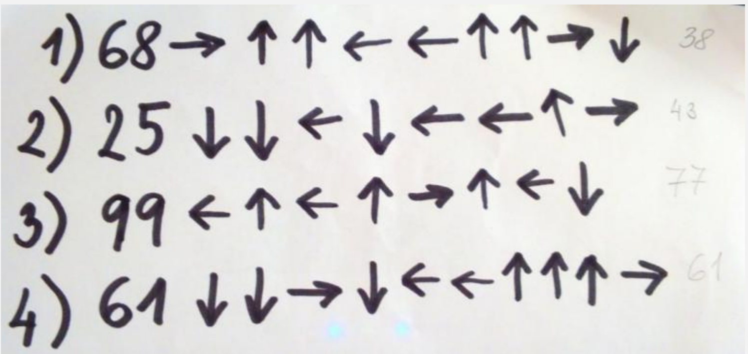
Shrnutí:

Příště bych vzor pro takto malé děti měla zjednodušit.

<u>Úloha 4 – pokračování se staršími žáky:</u>

Příprava úlohy:

Vytvořte 4 dvojice. Každá dvojice má jedno zadání. Jeden si stoupne na číslo ze začátku cesty, druhý ho bude navigovat a dovede ho podle šipek k poslednímu číslu. Společně sestavte slovo a to je další indicie.



Zde vyjde slovo KRUH.

Tato úloha je z oblasti cestování po stovkové tabulce. Je to nejjednodušší verze těchto úloh. Děti se zde učí především orientaci v prostoru.

Jelikož se bude pracovat ve dvojici, je důležité, jak se děti budou domlouvat. Děti si musí uvědomit, že když stojí naproti sobě, každý má vpravo a vlevo jinde, a taktéž používání slov nahoru a dolů není vhodné, protože tabulka je položená na rovné zemi, tudíž nevede do kopce. Tato situace nastává pouze při fyzické chůzi po tabulce, když se děti navzájem navigují. Při práci v malé tabulce v sešitě toto nenastane.

Také by někdo mohl zvolit strategii, že si seškrtá šipky v opačných směrech a bude chodit pouze podle zbylých šipek.

Komentář k realizaci úlohy:

Děti při řešení této úlohy pracovaly ve dvojicích. Jeden z dvojice šel na tabulku, druhý stál mimo ni a navigoval. V tomto úkolu bylo pro děti nejtěžší utříbit si jazyk, který budou používat. Když navigátor s chodcem stáli čelem k sobě, nastával zde problém zrcadlení. Navigátor měl nakreslenou šipku vpravo, ale kdyby řekl vpravo, chodec by šel na opačnou stranu, protože jeho pravá strana byla na druhé straně. To ale děti brzy zjistily a hledaly vhodnější slova pro navigování. Často tedy docházelo k tomu, že děti říkaly k domu, ke stodole. Někteří se domluvili, že budou postupovat tak, jako by tabulka visela na zdi, a budou používat povely nahoru a dolů. Některé dvojice ukazovaly povely pohybem paží. *Video 5*

Všichni své číslo našli a ze získaných písmen zkusili složit slovo. Z písmen se však žádné slovo složit nedalo, a proto si všichni šli výsledek zkontrolovat. Ve dvojici si vyměnili role. Některé děti svůj výsledek opravily a již se jim slovo podařilo složit. Děti cestování podle povelů bavilo a z nalezeného slova měly velkou radost.

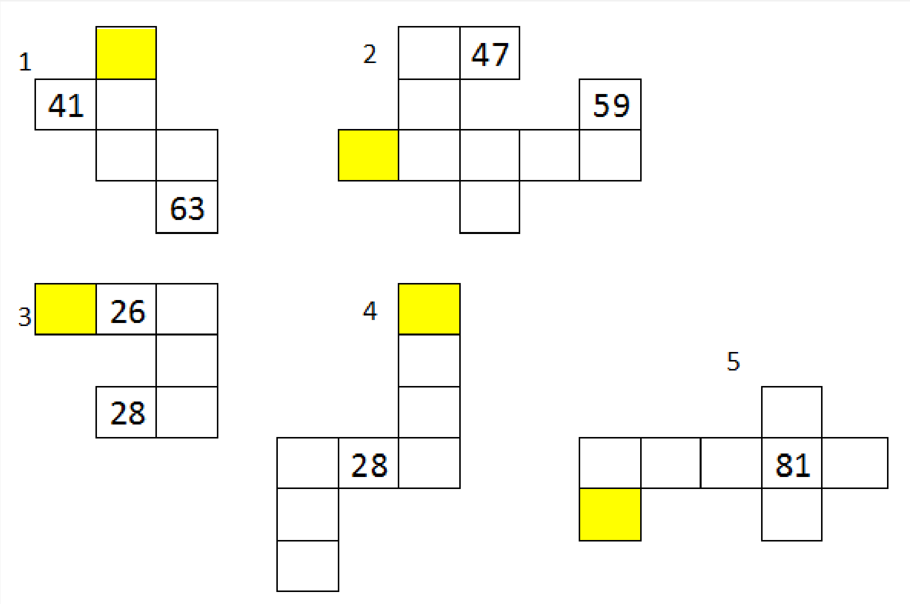
Shrnutí:

Protože každá dvojice řešila pouze jednu cestu, nikdo nepřišel na to, jak si cestu zkrátit vyškrtáním opačných šipek a jít pouze po zbývajících šipkách. K tomu by pravděpodobně docházelo při ještě složitějších cestách.

Úloha 5:

Příprava úlohy:

Rozdělte se do 5 skupin. Každá skupina si vezme jeden výřez z tabulky. Doplňte čísla podle tabulky, ze žlutého pole si zjistěte písmeno a složte slovo.



Zde vznikne slovo SVĚTLO.

K vytvoření úlohy mě motivovalo prostředí Parkety, které jsem si upravila. Úlohy postupně gradují, avšak každou úlohu bude řešit pouze jedna dvojice podle svých schopností.

U tohoto typu úloh musí děti hledat správné umístění parket v tabulce. Předpokládám, že dětem bude dělat problémy otáčet s parketami, protože je budou mást čísla napsaná v určitém směru.

Komentář k realizaci úlohy:

K této úloze jsem děti do dvojic rozdělila já podle matematických schopností.

Žádné dítě zatím nemělo uchopenou tabulku tak, aby ihned podle sloupců a řádků dokázalo doplnit zvýrazněné číslo. Některé děti stály na čísle, které bylo na výřezu, a pohybovaly se po tabulce, jako kdyby výřez ležel na zemi. Jiné děti ihned viděly, odkud výřez je a pouze doplňovaly čísla. Jiné si otáčely zadáním, aby směrově souhlasilo s tabulkou.

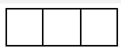
Některé děti měly problém s otočením tabulky, protože respektovaly směr napsaného čísla. Čísla podle tohoto směru doplnily. Pak ale zjistily, že jim to nevychází, a samy na otočení přišly. Chlapcům, jejichž úloha měla dvě řešení, jsem řekla, ať se zamyslí nad tím, zdali to nejde vyřešit ještě nějak jinak. Ihned přišli na to, že má úloha dvě řešení a cítili se výjimečně, protože pouze oni přispěli dvěma písmeny. Po nalezení všech písmen se dětem podařilo složit slovo světlo.

Shrnutí:

Úlohy byly gradované, ale každá dvojice dostala pouze jednu úlohu, což bych příště udělala určitě jinak a zadala dětem celou kaskádu úloh.

<u>Úloha 6:</u>

Příprava úlohy:

Najděte tři sousední pole v tomto tvaru,  *aby jejich součet byl 1) 15, 2) 24, 3) 33, 4) 60, 5) 153. Až tři čísla najdete, najděte písmeno k prostřednímu číslu a složte slovo.*

Zde děti složí slovo TEPLO.

Tato úloha je zaměřená na součet tří sousedních polí (obdélník 3x1). Do programu tábora jsem ji zařadila, i když vím, že děti z jednoho zadání zákonitost součtu tří polí neobjeví. Ale je to zase jiný typ úlohy a děti si na něm procvičí sčítání dvouciferných čísel.

Komentář k realizaci úlohy:

Děti se rozdělily, jak chtěly. Společně„bloumaly" po tabulce a zkoušely sčítat tři čísla. Podle špatného součtu se posouvaly v tabulce jiným směrem, dokud nedorazily na požadovaná tři čísla. Hledání čísel některým trvalo dlouho a bylo na nich vidět, že jejich motivace vyřešit úlohu klesá. Děti, které své zadání vyřešily, buď pomáhaly ostatním v hledání tří čísel, anebo se přidaly k mladším dětem a pomáhaly jim číst zadání.

S hledáním tří sousedních čísel měla největší problém dívka K, která hledala čísla se součtem 60. Tato tři čísla totiž nejsou vodorovně, ale svisle. Tato možnost ji vůbec nenapadla a mě při plánování nedošlo, že by se svislým obdélníkem někdo mohl mít problém.

Po dlouhém hledání se všem dětem podařila tři čísla najít a z písmen opět složily slovo.

Složení indicií:

Příprava:

Dejte všechny indicie dohromady a pořádně přemýšlejte, kde by se poslední symbol mohl ukrývat. Pokud víte, začněte hledat.

Symbol bude ukrytý v krabičce pod dřívím v ohništi. Až ho žáci najdou, skončí tato lekce.

Komentář k realizaci:

Děti měly symbol přeškrtnuté kapky a všechny indicie (buřt, kruh, teplo, světlo) napsané na papírech a ihned je napadlo, kde by měly hledat. Nadšeně se rozběhly k ohništi a objevily krabičku s chybějící indicií, která je nakonec přivedla k pokladu. Takto lekce skončila.

6.1 Shrnutí experimentu č. 2:

V tomto experimentu se dle mého pozorování dětí vydařilo zavedení Stovkové tabulky tak, že práce s ní děti bavila. Myslím, že zasadit Stovkovou tabulku do jiného než matematické kontextu je vhodný způsob, jak ji dětem přiblížit. Děti řešily mnoho úloh s tím cílem, aby našly poslední indicii, která je dovede k pokladu. Myslím si ale, že i samotné řešení úloh některé především starší děti bavilo.

U několika úloh (např. úloha 2 a 3) se ukázalo, že takto velká tabulka, po které se dá chodit, je spíše ku škodě než přínosem, protože se v její velikosti děti někdy ztrácely.

Naopak při řešení úlohy č. 4 ve velké stovkové tabulce přibylo mnoho dalších situací, které by na malé tabulce nenastaly. Především zde docházelo k velkému rozvoji orientace v prostoru a také ke kultivaci matematického jazyka.

Pro hlubší matematická poznání by bylo lepší, kdyby si každý řešil úlohy samostatně a až později o nich diskutoval s kamarády. Také by bylo dobré, aby od každého druhu úlohy řešili všichni kaskádu gradovaných úloh. Tyto dvě situace ale nenastaly, protože to nebylo mým hlavním záměrem. Já chtěla, aby se děti bavily a u toho řešily nestandardní matematické úlohy z prostředí Stovkové tabulky.

Stovková tabulka, která byla vyrobená z kartonů, nebyla moc dobrým řešením, poněvadž nám vítr jednotlivá pole odfoukával. Měla jsem buď zvolit těžší materiál, nebo jednotlivá pole zatěžkat. Na to jsem před plánováním nepomyslela.

7 Experiment č. 3

Experiment č. 3 se skládá ze tří částí. Každá část je jednou hodinovou lekcí matematického kroužku a probíhá se stejnou skupinou žáků. Celá lekce je vždy vystavěná z úloh z prostředí Stovkové tabulky. Lekce na sebe navazují motivací, proto jsem je spojila v jeden experiment.

Jelikož v experimentu č. 2 se mi podařilo zatraktivnit prostředí Stovkové tabulky pro děti tak, že je bavilo, řídila jsem se tím a vytvořila jsem i pro experiment č. 3 vhodný nematematický kontext, do kterého bude Stovková tabulka zasazena. Celý tento experiment je motivován pátráním po ukradeném školním trezoru, v němž jsem já (učitelka) v roli vedoucí detektivní kanceláře a žáci jsou detektivní skupinou, která má za úkol najít trezor. Myslím si, že detektivní tématika je pro žáky pátého ročníku vhodnou motivací k jejich věku a mohla by je zaujmout. Během všech tři lekcí žáci budou nacházet důkazy, které budou úlohami z prostředí Stovkové tabulky. Pomocí nich se na konci druhé lekce dopátrají ke klíči od trezoru a v úplném závěru experimentu objeví samotný trezor.

Experiment proběhl pod mým vedením a asistovaly mi dvě moje spolužačky, které mi pomáhaly se sledováním žáků a natáčením na kameru. Taktéž občas žákům kladly vhodné otázky během řešení úloh.

Datum: 1. část experimentu 26. 10. 2015, 2. část 2. 11. 2015, 3. část 9. 11. 2015

Ročník: 5.

Charakteristika skupiny žáků: Experiment č. 3 jsem uskutečnila v jedné skupině žáků na kroužku Matematika podle prof. Hejného pod vedením PhDr. Slezákové na jedné pražské škole. Všichni žáci v této skupině navštěvují 5. ročník základní školy, ale skupina je vytvořena ze třech pátých ročníků, tudíž žáci nejsou spolužáci. V pátých ročnících této školy se žáci učí matematiku tradiční formou a s matematikou podle prof. Hejného se setkali pouze ti žáci, kteří již na kroužek chodili v minulém roce. Z rozhovoru s jejich lektorkami z minulého roku jsem se dozvěděla, že úlohy z prostředí Stovkové tabulky nedělali a jsou pro ně nové.

Chlapci AD, AL a M jsou velmi matematicky nadaní. AD je velmi chytrý a svědomitý chlapec. Matematika ho baví, vždy se snaží vše co nejlépe vyřešit, avšak není příliš průbojný, a tak si často nechá svůj názor vyvrátit. AL je velký „frajer“ a ve skupině je oblíbený. AL velmi rychle přichází na řešení úloh, ale úlohy ho musejí zaujmout, aby je s radostí řešil. M je taktéž velmi chytrý, ale v jeho poznávání matematiky mu brání jeho chování, které nedokáže ovládat. Tento žák má s něčím neustále problém, pořád si na něco stěžuje a nedokáže se zabrat do práce. Tito tři chlapci v kroužku často pracují spolu, protože jsou kamarádi, ale je na nich vidět, že nevhodné chování M jim často brání v práci.

Dívka A je z této skupiny nejvíce matematicky nadaná. Vždy má úlohy brzy a správně vyřešené a ty, co nestihne v lekci, si bere domů. Taktéž EC je velmi chytrá a na vše hned přijde, ale ona se nerada dělí o svoje poznatky s ostatními žáky a „pracuje na sebe“. Zbylé dívky EK, EJ, EP jsou průměrné. Dvě dívky H a N nejsou průbojné a ostatní je vždy „překřičí“. Tyto dívky jsou kamarádky a pracují vždy spolu. Většinu úloh spíše vyřeší H a N od ní vše opíše. Dívka N je ve skupině matematicky nejslabší.

Klima ve skupině: Jelikož žáci chodí do pátého ročníku, začíná se již u většiny z nich projevovat puberta. Neustále se všemu chichotají, vše jim z počátku připadá trapné, ovšem když je práce zaujme a zaberou se do ní, poctivě pracují.

Z rozhovorů s žáky jsem se dozvěděla, že jsou zvyklí pracovat samostatně. Žáci příliš neumějí konstruktivně diskutovat a nemají snahu hledat správná řešení. Také jim chybí vnitřní motivace a pracují jen podle jasných pokynů vyučujícího.

Způsob záznamu: Experiment byl nahráván na kameru a videozáznamy byly rozebírány. K rozboru jsem používala materiály, které vznikaly při řešení úloh žáky.

Cíl experimentu: Cílem tohoto experimentu je přiblížit prostředí Stovkové tabulky žákům 5. ročníku tak, aby se při řešení úloh bavili a zároveň objevovali hluboké matematické myšlenky. Druhým cílem je vyzkoušet v praxi mnou vytvořené úlohy a sledovat u žáků jejich reakce při řešení úloh.

7.1 První část experimentu č. 3

Datum: 26. 10. 2015

Počet přítomných žáků: 7 (4 dívky, 3 chlapci)

Cíle pro žáka jsou v příloze[18]

<u>Příprava 1. části experimentu č. 3:</u>

V úvodu lekce jsem žákům jako majitelka detektivní kanceláře řekla, že někdo ve škole ukradl z ředitelny školní trezor a my, jako tajná detektivní skupina ho musíme najít. Všichni jsme si vymysleli krycí jména, u čehož jsme se velmi nasmáli. Také jsem žákům řekla, že se na místě činu našlo mnoho důkazů a jedním z nich byla stovková tabulka. Každý důkaz se musí pečlivě prozkoumat a musejí se o něm vést záznamy. Zde jsem žákům předala připravený „protokol“, který obsahoval úlohy ke stovkové tabulce. *Video 6* Po úvodní vyprávění byli žáci velmi motivovaní k vyplňování „protokolů“.

Zadání úloh píši tak, jak bylo napsané v „protokolu“ [19], který byl sestaven jako formulář. Při vyplňování „protokolů“ budou žáci pracovat ve dvojicích nebo trojicích, aby nad vším mohli diskutovat. Po několika úlohách vždy práci žáků zastavím a budeme společně kontrolovat žákovská řešení a odhalovat, jak žáci k řešení došli.

<u>Úloha 1:</u>

Příprava úlohy:

Počet řádků a počet sloupců.

Předpokládám, že nikdo nebude mít žádný problém řádky a sloupce spočítat.

Komentář k realizaci úlohy:

Jak jsem předpokládala, všichni úlohu vyřešili správně. Pouze dvě dívky nevěděly, že se celý protokol týká stovkové tabulky, ale když jsme je na to upozornily, vše vyřešily dobře.

[18] Příloha IX – Příprava experimentu č. 3 – 1. část

[19] Příloha VI – Protokol k 1. části experimentu č. 3

Úloha 2:

Příprava úlohy:

Počet číslic a) 0, b) 1, c) 2, d) 5, e) 9. (Hejný, M., 2009, s. 73)

Po předchozích zkušenostech si myslím, že ani tuto úlohu nebudou mít žáci pátého ročníku problém vyřešit. Věřím, že rozdíl mezi číslicí a číslem znají. Pokud neznají, mohou si rozdíl na této úloze dobře uvědomit.

Komentář k realizaci úlohy:

U žáků jsem si všimla, že mají problém rozlišovat pojmy číslo a číslice.

Chlapci pracovali společně a ze začátku nerozuměli zadání úlohy. Chlapec M se začal ptát, co je číslo a číslice, a chvíli nad pojmy diskutovali. Této diskuse jsem se nezúčastnila, ale bohužel jsem žákům do ní vstoupila, abych jim vysvětlila zadání této úlohy. Řekla jsem: „Kolikrát se v tabulce objevuje číslice 0.“ Chlapci přestali diskutovat a ihned věděli, jak mají úlohu řešit. Během společného řešení došli ke správnému výsledku a myslím si, že všichni rozuměli, proč je v tabulce právě tolik číslic a kde se vyskytují.

Dívkám jsem zadání vysvětlila stejně jako chlapcům. Některé ihned řekly, že 0 je v tabulce jednou, ale po vzájemné diskusi si uvědomily, že je v tabulce 10x. Při dalších číslicích již neměly s hledáním problémy. U číslice 1 procesuálně přičítali po jedné, při dalších číslicích již svůj poznatek zobecnily a všude napsaly výsledek 20.

Touto pravidelností byli žáci překvapeni a myslím, že je motivovala pro řešení dalších úloh. Taktéž v nich stále přetrvávalo nadšení z pátrání po trezoru.

Úloha 3:

Příprava úlohy:

Celkový počet číslic. (Hejný, M., 2009, s. 73)

Úloha ověřuje, zdali žáci chápou rozdíl mezi pojmy číslo a číslice. Doufám, že všichni úlohu vyřeší správně.

Komentář k realizaci úlohy:

Někteří žáci, především dívky, napsali jako celkový počet číslic ihned 100. Chlapec AL rozdílu mezi pojmy číslo a číslice rozuměl dobře a řekl správný výsledek 190. Vše vysvětlil zbylým chlapcům, s nimiž pracoval, a ti výsledek přijali. *Video7*

Při následném kontrolování výsledků se tudíž ve třídě objevily dva výsledky – 100 a 190. Vyzvala jsme jednotlivé žáky, aby argumentovali a obhajovali své tvrzení. Chlapci měli výsledek správný, ale dívky ho nechtěly přijmout a stály si za svým. Zde probíhala dlouhá diskuse a vyjasňování toho, co je číslo a co číslice. Zde jsem se dopustila chyby proti konstruktivistickému pojetí výuky a příliš instruktivně jsem žáky naváděla k tomu, jak rozlišit číslo a číslici. Myslím si, že některé dívky tento fakt přijaly, ale stejně rozdílu mezi dvěma pojmy nerozuměly. Příště bych žáky spíše odkázala na předchozí úlohu, kde již s počtem číslic pracovali. Myslím si, že by zde žáci našli dobrý argument pro správný počet číslic v tabulce.

Nakonec všechny dívky uznaly, že chlapci mají pravdu a že správný výsledek je 190. *Video 8*

__Úloha 4:__

Příprava úlohy:

Součet všech čísel v úhlopříčce a) 0 – 99, b) 90 – 9.[20]

Tato úloha je zaměřená na pravidelnost ve stovkové tabulce. Budu sledovat, jak žáci reagují na stejný součet obou úhlopříček. Zajímá mě, jestli je to překvapí a jak budou vysvětlovat, proč jsou součty stejné. Taktéž mě bude zajímat, jak žáci sčítají jednotlivá pole a zdali vůbec vědí, co je to úhlopříčka.

Komentář k realizaci úlohy:

Všichni žáci věděli, co je to úhlopříčka.

Většina žáků si vždy sepsala dvě čísla pod sebe, sečetla je a k součtu si připsala další číslo z úhlopříčky. Takto postupovali, dokud nepřičetli všechna čísla.

[20] Úloha je použita ze semináře Aritmetika I. od PhDr. Slezákové, ale nikde není oficiálně publikována.

Tato strategie ale byla velmi náročná a žáci se u ní dopouštěli chyb. Bohužel jsem si během lekce nevšimla, jakým způsobem řešila EC. Mohla jsem ji vyzvat, aby předvedla svůj „úsporný“ postup ostatním žákům. Tato dívka si napsala všechna čísla z úhlopříčky 90 – 9 pod sebe a všimla si, že na pozici jednotek i desítek jsou zastoupeny všechny číslice. Začala tak, že sčítala čísla na pozici jednotek vždy z opačných konců řady: 9 + 1, 8 + 2, … Totéž udělala i u desítek a nakonec k součtům přičetla číslo 55. *Video 9*

To že obě úhlopříčky mají stejný součet čísel, žákům vůbec nepřišlo zvláštní. Dívka EJ své spolužačce ihned řekla, že tu druhou nemusí vůbec počítat, že součty jsou stejné. Později se to snažila všem vysvětlit, ale myslím, že jí nikdo nepochopil. Všichni ostatní sčítali čísla i z druhé úhlopříčky. Když získali i druhý součet a uviděli, že jsou stejné, pravděpodobně intuitivně věděli proč, ale nebyli schopni to vysvětlit.

Úloha 5:

Příprava úlohy:

Počet všech krátkých cest od čísla a) 77 – 98, b) 57 – 44, c) 24 – 10. Popis cesty.

Zde předpokládám, že si žáci budou potřebovat vyjasnit pojem krátká cesta. Taktéž budu sledovat, jestli si žáci pátého ročníku u kombinatorické úlohy vytvářejí systém jak evidovat jednotlivé výsledky.

Komentář k realizaci úlohy:

Na začátku řešení této úlohy jsme žákům řekla, jakými směry se budeme po tabulce pohybovat. Někteří žáci se zarazili nad pojmem krátká cesta. Každý ale chvíli přemýšlel a sám došel ke správnému závěru. Překvapilo mě, že nikdo nepotřeboval ode mě vysvětlení, co to krátká cesta vlasně je.

Všichni žáci našli všechny cesty.

Shrnutí:

Tato úloha byla mnou špatně zvolená. Zjistila jsem, že úlohy pro žáky pátého ročníku nebyly obtížné. Měly málo variant cest, a tak žáci při jejich řešení nebyli nuceni vytvářet přehledný systém. U některých žáků ale i na takto snadné úloze systém vidět byl.

Úloha 6:

Příprava úlohy:

Následující úloha je z oblasti středově souměrných útvarů.

Součet tří sousedních polí, jejichž prostřední číslo je a) 11, b) 21, c) 31, d) 32, e) 33, f) 42

U této úlohy budu sledovat, jestli se žákům 5. ročníku podaří objevit pravidlo pro rychlý součet 3 sousedních polí a jestli využijí posloupnosti součtů při posouvání trojice čísel po tabulce.

Komentář k realizaci úlohy:

U této úlohy někteří žáci potřebovali vysvětlit, co mají přesně dělat, kde se nachází prostřední číslo a co kam mají doplnit.

Všichni řešili úlohu tak, že si našli prostřední číslo, k němu dvě krajní a čísla sečetli. Chlapec AL na součty přicházel velmi rychle, aniž by se musel podívat do tabulky. Ale nemyslím si, že by zatím objevil pravidlo tří sousedních polí v tabulce, protože při následující úloze toto pravidlo nevyužíval. U ostatních nebyl náznak, že by pravidlo pro rychlý součet objevili.

Motivace ze začátku lekce byla pravděpodobně tak silná, že i zde byli žáci naprosto koncentrovaní, protože chtěli vyřešit případ. Taktéž si ale myslím, že byli pro práci motivováni samotnými úlohami, které pro ně byly zajímavé.

Úloha 7:

Příprava úlohy:

Prostřední číslo tří sousedních polí, jejichž součet je a) 36, b) 39, c) 41, d) 159, e) 189, f) 126

Tato úloha možná lépe žáky dovede k objevení pravidla součtu tří sousedních polí v stovkové tabulce, protože předpokládám, že žáci při hledání tří polí budou součet dělit 3, aby našli místo, kde se asi tři čísla nacházejí. Postupem času objeví, že po vydělení je právě to získané číslo číslem prostředním.

Komentář k realizaci úlohy:

V zadání úlohy se mi vyskytla chyba, a to ve variantě c) 41. Žádná tři sousední pole ze stovkové tabulky nemohou mít součet 41. Kdyby žáci již měli poznatek, že součet musí být dělitelný třemi, ihned by řekli, že toto zadání nemá řešení.

Chlapci se při hledání prostředního čísla u zadání a) 36 vrátili do předchozí úlohy, aby se orientovali podle již zjištěných součtů. Našli, že v předchozí úloze k prostřednímu číslu 11 byl součet 33, a proto se posunuli pouze na 12, aby získali součet 36. Další čísla v tabulce hledali náhodně. U součtu 41 se zarazili a dlouho hledali. Nakonec u něj udělali chybu. U varianty d) 159 se chlapec M nemusel ani podívat do tabulky a ihned řekl prostřední číslo k součtu. Takto rychle postupoval i u dalších variant. Když jsem se ho ptala, jak to tak rychle ví, jeho neovladatelné chování mu v tom bránilo. Nedozvěděla jsem se nic já a bohužel ani ostatní na kroužku, kterým by jeho poznatek velmi pomohl. *Video 10*

Po nějaké chvíli má kolegyně vrátila chlapce k zadání 41 a ptala se, jak na to přišli. Oni se snažili trojici čísel najít a po chvíli M řekl, že to nejde, že nemá úloha řešení. Opět ale nebyl ostatním schopný vysvětlit, proč to nejde.

Všechny dívky řešily úlohy pomocí pokusu a omylu, kdy náhodně hledaly tři sousední čísla. Dívky měly celkem dobrý odhad, byly vytrvalé a stále úlohu řešily se zájmem.

Při závěrečné kontrole žák M řekl, že součet vzal a vydělil ho 3, a tak získal prostřední číslo. Chlapec AL s ním souhlasil, ale myslím, že ostatní jejich myšlenku nepochytili. Bohužel už byl konec lekce a někteří žáci již museli odejít, a proto nebyla možnost se objevem více zabývat a diskutovat o něm.

<u>Úloha 8:</u>

Příprava úlohy:

Součet 5 sousedních polí, jejichž prostřední číslo je a) 12, b) 15, c) 5.

Pokud žáci v předchozích úlohách objevili, jak rychle zjistit součet tří sousedních polí, tento poznatek přenesou i pro 5 sousedních čísel.

Komentář k realizaci úlohy:

Tuto úlohu vyřešili pouze chlapci. Chlapec M ihned vypočítal součty pěti sousedních polí, aniž by opět ostatním vysvětlil, jak na to přicházel. Na AD bylo vidět, že nechápe, jak M na součty může tak rychle přicházet a že mu vadí, že on to neví a M s ním nechce spolupracovat.

Na konci lekce byla velmi krátká diskuse o způsobech řešení a o výsledcích úloh. Někteří již museli odcházet, proto jsem kontrolu zastavila, lekci ukončila a žáky pustila domů.

Moje poznámky po skončení 1. části experimentu č. 3

Když jsem „protokol“ sestavovala, myslela jsem si, že je jasné, kam jaké číslo patří a na co se v jednotlivých položkách ptám, a žáci nebudou potřebovat nic vysvětlovat. Ukázalo se, že jsem se mýlila a často jsem jim musela říkat, na co se „protokol“ ptá a co kam mají vyplnit. Možná tato situace nastala proto, že žáci nemají dostatek zkušeností s vyplňováním formulářů. To ovšem nemohu posoudit.

Při řešení úloh v protokolu bylo dobré, že žáci pracovali ve skupinkách, protože nad vším mohli diskutovat a dobrat se tak správného výsledku.

I když žáci téměř celou lekci seděli v lavici, bylo na nich vidět, že je úlohy zaujaly a s nadšením je řešili po celou dobu.

7.2 Druhá část experimentu č. 3

Datum: 2. 11. 2015

Počet přítomných žáků: 8 (5 dívek, 3 chlapci)

Cíle pro žáka jsou v příloze[21]

[21] Příloha XI – Příprava experimentu č. 3 – 2. část

Příprava 2. části experimentu č. 3:

Tato část navazuje na předchozí lekci a budeme v ní hledat klíč k odcizenému trezoru. Lekce bude na střídání činností pestřejší, proto nejdříve popíši v bodech scénář, jak budou jednotlivé činnosti na sebe navazovat.

- Rekapitulace minulé lekce
- Úloha 1 – podle šipek žáci objeví písmena WC
- Pátrání na WC po důkazech
- Představení písmenové tabulky
- Samostatná práce nad nově nalezenými listy z deníku – žáci si volí své úlohy a své tempo
- Spojení všech slov nalezených v písmenové tabulce
- Pátrání v Přístavní ulici
- Rozbor lekce

Nevím, zdali nepřijdou žáci, kteří na minulé části nebyli. Pokud ano, zrekapitulujeme minulou lekci a při této diskusi jim rozdám „protokoly“, aby do nich nahlédli a s tabulkou se taktéž trochu seznámili.

Rekapitulace minulé lekce:

Příprava rekapitulace:

Jelikož v minulé lekci nezbyl pro diskusi čas, zařadila jsem ji sem a doufala, že si žáci vybaví, jak jednotlivé úlohy řešili.

Na začátku lekce žáci zrekapitulují, co jsme dělali minulou lekci. Žákům rozdám zpět jejich protokoly. Ti si je opět přečtou, aby si osvěžili typy úloh, které minule řešili. Pozastavím se u posledních úloh (součet tří sousedních polí), kde se budu tázat, jak žáci úlohy řešili. Já jim předvedu svou vnitřní řeč při řešení této úlohy, protože minule žáci nebyli příliš schopni popsat své řešení úloh. Samozřejmě jim neprozradím pravidlo $x + y + z = 3y$. Nechám žáky předvádět, jak minule úlohy řešili. Doufám, že tentokrát chlapci M a AL popíšou ostatním, jak na výsledky úloh se třemi sousedními čísly přicházeli. Této části vyhradím asi 10 minut.

Komentář k realizaci rekapitulace:

Tentokrát do kroužku přišly dvě dívky A a EP, které se minulé lekci neúčastnily. Nechala jsem žáky vyprávět, co jsme minule dělali, aby se dívky s problémem seznámily. Taktéž si dívky vymyslely svá krycí jména. Byla jsem mile překvapena, že žáci vyprávěli s velkým zájmem a že jim motivace pro pátrání po trezoru přetrvala i do dnešní lekce.

Žákům jsem rozdala jejich vyplněné protokoly a nově příchozím dívkám jsem dala čisté s tím, aby se také na zadání podívaly, ale nemusejí jej vyplňovat. Dívky se ale ihned pustily do řešení jednotlivých úloh.

První, na co jsem se ptala, bylo: Proč jsou součty obou úhlopříček stejné? Chlapci v této úloze měli jasno a věděli, proč jsou součty stejné. AD ukázal svůj postup na krajních číslech úhlopříček a říkal 0 + 99 = 99 a 9 + 90 = 99. Takto postupoval i s dalšími čísly a to bylo jeho důkazem pro shodnost úhlopříček. Ke stejnému názoru se přidali i další žáci. *Video 11*

Další mou otázkou bylo: Jak jste postupovali, když jste řešili součet tří sousedních čísel? Co jste si říkali v hlavě?. Chlapec M ihned začal vše vysvětlovat a ukazovat na číslech 10, 11, 12. Překvapilo mě jeho dnešní chování, které oproti minulé lekci bylo mnohem klidnější. Byl schopný spolupracovat a s ostatními v klidu komunikovat. Řekl, že si vzal 11 a vynásobil třemi, protože když 12 rozloží, tak 1 z ní přidá k 10 a má tři čísla 11. *Video 12*

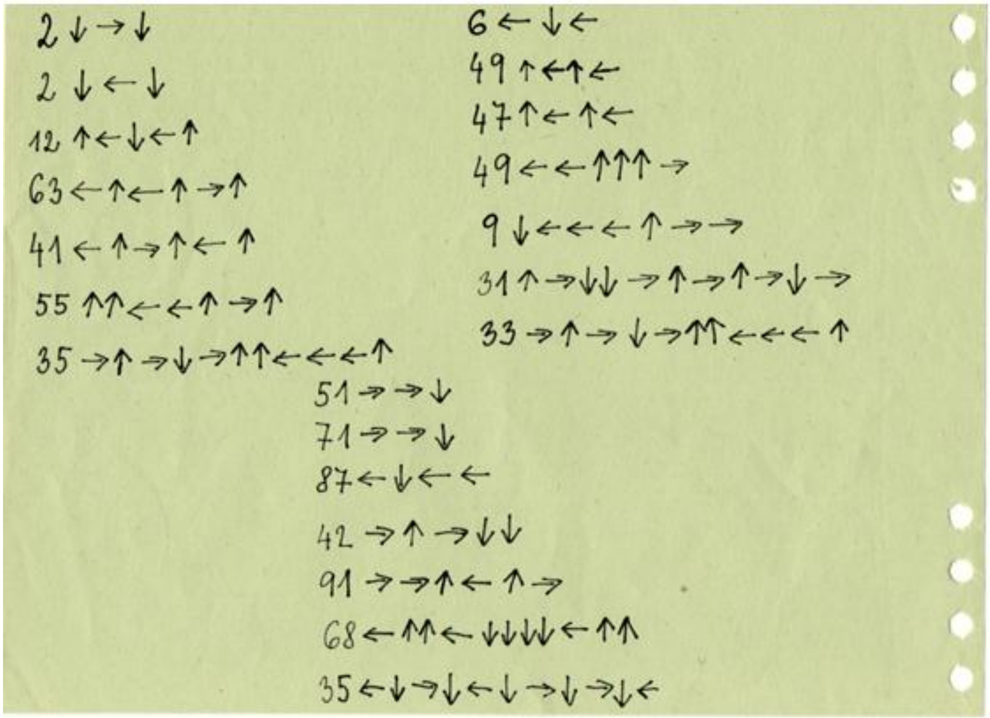
Můj komentář k chlapcovu vysvětlování: Zajímavé na tom je, že minulou lekci tento objev používal pouze tehdy, když znal součet polí a hledal prostřední číslo a u tohoto typu naopak říkal, že tři čísla prostě sečetl. Je zde vidět, že se během týdne jeho poznatek (součet vydělit 3) měnil a krystalizoval, až si uvědomil, že ho dokáže použít i v opačném postupu – prostřední číslo vynásobit 3.

Při zadání, kdy známe součet tří polí, žáci M a AL ihned řekli, že součet vydělíme třemi. Viděla jsem ale, že ostatní jejich postupu nerozumí. Chtěla jsem, aby i dívky řekly, jak postupovaly, ale ty nedokázaly svůj postup vysvětlit. Ukázala jsem, jak bych postupovala já, aby se žáci naučili popisovat svou vnitřní řeč. Chlapci mi ale na můj způsob řešení řekli, že součet prostě můžu jenom vydělit. Řekli, že to tak funguje u všech čísel a dokonce i u pěti sousedních čísel. Když jsem se dívek ptala, jestli jejich způsobu řešení rozumí, všechny odpověděly, že ano. Myslím ale, že tento objev nemají ještě osvojený a potřebovaly by několik úloh, na kterých by si ho procvičily. Jestli objevu rozumí, se uvidí v této lekci, kdy budou řešit podobné úlohy. *Video 13*

<u>Úloha 1:</u>

Příprava úlohy:

Následně žákům předvedu další důkaz, který se našel na místě činu. List ze zápisníku s šipkami. Budou pracovat ve třech skupinách a každá skupina bude řešit jeden sloupec úloh, který odpovídá části písmen WC. Další důkazy se budou nacházet na WC.



Tato úloha je z oblasti cestování po stovkové tabulce. Žáci se v ní učí orientaci v rovině. Při složitých šipkových zápisech předpokládám, že si žáci budou krátit šipky v opačných směrech, aby si cesty zpřehlednili.

Komentář k realizaci úlohy:

Žákům jsem předvedla další důkaz a nechala jsem je, aby přišli na to, jak se úloha bude řešit. Způsob řešení byl pro všechny jasný, a tak se ihned vrhli do práce.

Všichni žáci zapíchli tužku na počáteční číslo a pomocí pokynů nahoru, dolů, doprava, doleva se po tabulce pohybovali. Když úlohy začaly být složitější, několikrát si vše překontrolovali, ale nikdo nezvolil strategii vyškrtávání opačných šipek.

Konečná pole všech cest jsme znázornili do jedné tabulky a vyšla písmena WC.

<u>Pátrání na WC a představení písmenové tabulky:</u>

Příprava:

Následně půjdeme hledat na WC, kde se najdou 4 listy z pachatelova zápisníku s poznámkami. „Poznámky" jsou zadáním dalších úloh.

Nyní žákům předvedu další důkaz – písmenovou tabulku a řeknu jim, že si myslím, že by tyto důkazy mohly spolu souviset, když je v nově nalezených poznámkách od pachatele všude psáno písmeno.

Písmenová tabulka je tabulka10 x 10, v každém okně má jedno písmeno. Písmenová tabulka s úlohami souvisí tak, že když žáci dojdou k výsledku, najdou si číslo ve stovkové tabulce a na stejné pozici si k němu najdou v písmenové tabulce písmeno. Složením všech písmen budou žákům vycházet slova (ULICE, LOĎ, KOTVA, MOŘE, MAJÁK), která je dovedou do Přístavní ulice v budově školy, kam si pachatel schoval klíč od trezoru.

Přenášením čísel do písmenové tabulky si žáci budou procvičovat orientaci v souřadnicovém systému. Myslím, že jim to nebude dělat problémy a slova snadno získají.

Komentář k realizaci této části:

Na WC jsme našli 4 zadání úloh a žáci zkoumali, jak se budou řešit. Při tom jsem jim předvedla písmenovou tabulku a hledali jsme souvislosti mezi oběma tabulkami.

Samostatná práce nad listy z deníku:

Příprava:

Na každém listě papíru bude jeden typ úloh. Papíry rozmístím po třídě a žáci si budou moci vybrat, jaký typ úlohy budou chtít řešit. Podmínkou bude, že všechny úlohy musí být vyřešeny, protože by nám jejich výsledky mohly scházet k nalezení důkazu. Každý žák si sám vybere zadání. Předpokládám, že ve skupince u jednoho zadání budou žáci společně nad správným řešením diskutovat. Každý bude muset úlohy řešit po celou dobu vymezeného času. Této části budeme věnovat 20 – 30 minut.

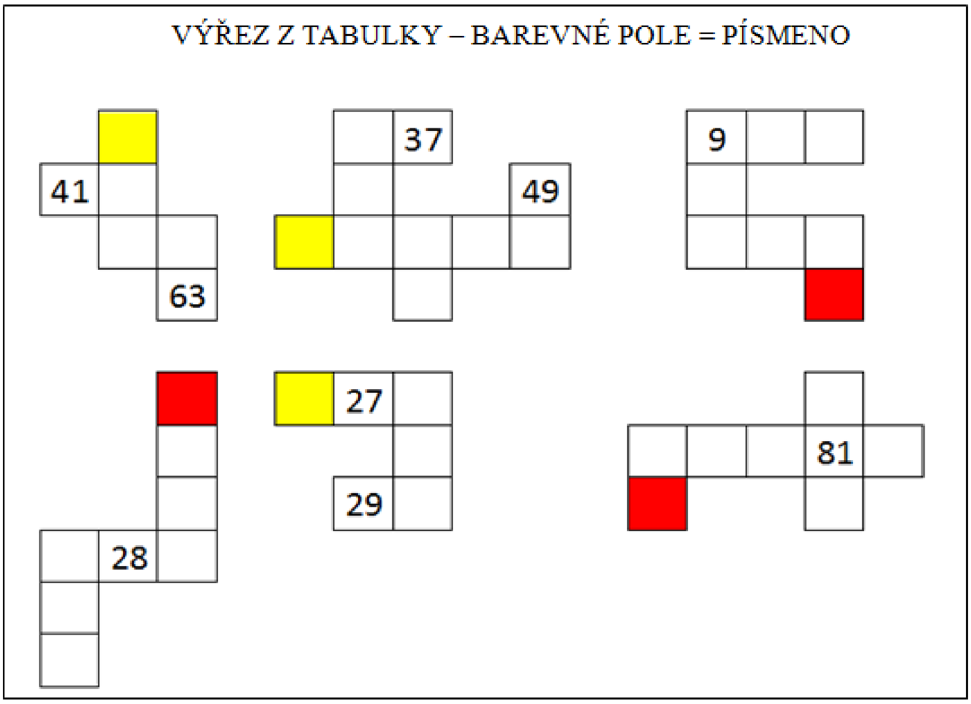
Komentář k realizaci této části:

Bohužel předchozí činnosti trvaly déle, než jsem myslela, proto na řešení dalších úloh zbylo pouze 15 minut.

Všichni žáci po celou dobu vymezeného času se zaujetím pracovali. Přecházeli od zadání k zadání, diskutovali a navzájem se nerušili.

Úloha 2 = první nalezený list ze zápisníku:

Příprava úlohy:



Zde vzniknou dvě slova LOĎ, MOŘE (barevně odlišená pole).

Podobná varianta úlohy se již nachází v experimentu č. 2. Zde jsem zvolila jiné rozmístění čísel a přidala jedno zadání.

Každý žák bude řešit celou sérii gradovaných úloh. Předpokládám, že žákům bude dělat problémy zadání, které má více řešení. Taktéž je může zmást otáčení výřezů.

Komentář k realizaci úlohy:

Tuto úlohu začali řešit tři chlapci. M zadání nerozuměl, proto se zvedl a šel řešit jinam. Chlapci AD a AL zde zůstali a snažili se vše vypátrat. Chlapci vyřešili ta zadání, ve kterých se nemuselo s výřezem otáčet. Tam, kde se otáčet mělo, nějakou dobu tvrdili, že to nejde. Najednou AL přišel s návrhem, že by se to mohlo otočit, ale to AD zatím nepřijal.

Vymysleli svou teorii, že z konce řádku přeskočí na začátek. Chvíli se této strategie drželi, ale když moje kolegyně viděla, že se dostávají do slepé uličky, upozornila je, že v zadání mají daný tvar a ten nesmí porušit. Opět se vrátili k otáčení výřezů, ale moc tomuto postupu nevěřili. Přesto to vyzkoušeli a podařilo se jim zadání vyřešit. *Video 14*

I když chlapci strávili u této úlohy celý vymezený čas, bylo na nich vidět, že se nechtějí vzdát a všechna zadání chtějí vyřešit.

Po chvíli si chlapci všimli, že některá pole jsou červená a jiná žlutá. Napadlo je, že musí zjistit dvě slova. Ta jim ale nedávala smysl, protože u zadání s číslem 81 neobjevili obě řešení.

Dále přišly tuto úlohu řešit dívky. Řekla jsem chlapcům, kteří tuto úlohu již vyřešili, aby dívkám ukázali, co objevili. Dívka EC, aniž by vnímala chlapcovo vysvětlení, ihned vyřešila všechny úlohy, ale taktéž nenašla dvě řešení u úlohy s 81. Všichni tušili, že jim ještě chybí písmeno E, proto jsem je neustále nabádala, aby se k zadání vrátili a zkusili ještě poslední písmeno najít. Po chvíli jsem jim řekla, aby se podívali, zdali všechna zadání mají pouze jedno řešení. Následně chlapec AL objevil i druhé řešení a všem ho ukázal.

Všichni, co tuto úlohu řešili, byli po celou dobu zabráni do práce.

Úloha 3 = druhý nalezený list ze zápisníku:

Příprava úlohy:

KRÁTKÉ CESTY OD 5 K 19 – SOUČTY CEST ZAKRESLIT

DO TABULKY –

SOUČET = PÍSMENO

Zde vznikne slovo ULICE

Úloha je z oblasti cestování po tabulce a je zaměřená na rozvoj kombinatorického myšlení. V této úloze chci, aby si žáci všimli toho, že když zakreslí všechny součty cest do tabulky, budou se nacházet ve stoupající úhlopříčce. Tím by si mohli uvědomit, že rozdíl cest mezi dvěma čísly je vždy 9.

Komentář k realizaci úlohy:

Tuto úlohu začaly řešit dívky H a N. Přesto, že dívka N na minulé části experimentu byla, vyznačila do tabulky cestu, která nebyla krátká. Proto jsem se ptala, jak krátká cesta vypadá. Dívka H ukázala N, že cest je pět, ale ta jí oponovala, že jich bude více. Nechala jsem obě dívky zdůvodnit svá tvrzení. Nakonec jsme si jasně řekly, co je krátká cesta. *Video 15* Dívka H bez problémů začala pole sčítat. Dívka N si nebyla jistá v tom, co má dělat, a vše od H opsala. Dívky potřebovaly poradit, jaká čísla mají do tabulky zakreslovat. Po usilovném sčítání polí z jednotlivých cest součty zakreslily do tabulky a písmena získaly.

Dívka EC neměla s touto úlohou žádný problém, věděla, co jsou krátké cesty, rychle se jí je podařilo sečíst a součty zakreslit do tabulky.

Nikdo nepoukázal na to, že součty jsou umístěné ve stoupající úhlopříčce.

Úloha 4 = třetí nalezený list ze zápisníku:

Příprava úlohy:

SOUČET 3 SOUSEDNÍCH POLÍ = PÍSMENO

	2	

	12	

	22	

	23	

	33	

Zde vznikne slovo KOTVA

Úloha je z oblasti středově souměrných útvarů. Žáci zde buď využijí poznatek, který jim, jak pevně doufám, bude sdělen chlapcem M v úvodu této lekce, nebo si procvičí sčítání. Taktéž někdo může využít posloupnosti součtů při posouvání útvaru po tabulce. Jsem zvědavá, zdali si někdo této zákonitosti stovkové tabulky všimne a využije ji při řešení.

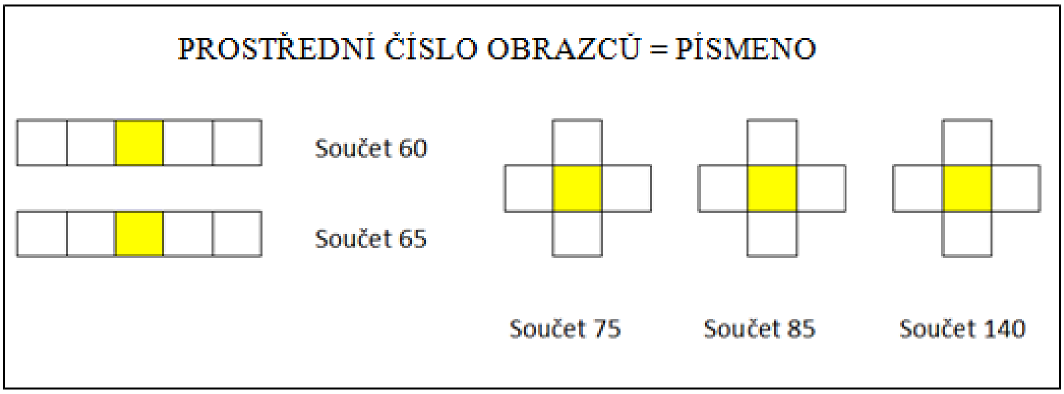
Komentář k realizaci úlohy:

Úlohu nejdříve řešily dívky EL, A, EP. Dívky mezi sebou ale bohužel vůbec nekomunikovaly a ze záznamu není patrné, jak na výsledky, které měly správně, přicházely. Všechny si ale psaly rovnou součty a nepotřebovaly si psát všechna tři čísla. Dívky si k součtům ihned psaly písmena, která byla v písmenové tabulce

Jestli někdo využíval posloupnosti součtů při posouvání útvarů po tabulce, nemohu z videonahrávky posoudit. Ani to nikdo nezmínil při závěrečné reflexi.

<u>Úloha 5 = čtvrtý nalezený list ze zápisníku:</u>

Příprava úlohy:



Zde vznikne slovo MAJÁK

Tato úloha je taktéž z oblasti středově souměrných útvarů. Předpokládám, že pokud již žáci budou rozumět poznatku o součtu tří sousedních polí v tabulce, svůj poznatek přenesou i na jiné středově souměrné útvary. Pokud pravidlo pro rychlý součet neznají, mohou ho zde objevit, nebo si procvičí sčítání.

Komentář k realizaci úlohy:

Řekla jsem, že si myslím, že tato úloha je nejnáročnější. Chlapec M to vzal jako výzvu a šel ji řešit. U pěti čísel v řadě využil ihned svůj poznatek ze součtu 3 sousedních polí a součet dělil 5. Výsledkem si byl jistý, že ani neměl potřebu kontroly. U první úlohy s pěti čísly seřazenými do kříže postupoval metodou pokusu a omylu, dokud prostřední pole neobjevil. Pravděpodobně si všiml, že součet je opět pětinásobkem prostředního čísla a na další zadání ihned použil výpočet 85 : 5 a odpověděl 15. Stejným způsobem postupoval i u součtu 140.

Dívky A postupovala metodou pokusu a omylu u všech zadání. Svá chybná řešení pěkně evidovala, aby co nejdříve našla správné řešení. Nejdříve vyzkoušela kříž umístit na prostřední číslo 21. Po sečtení polí zjistila, že součet je vysoký. Posunula se o jeden řádek výše a jeden sloupec vpravo na 12. Opět sečetla a zjistila, že součet je malý. Zkusila se posunout na 15, pole sečetla a zjistila, že našla správný výsledek. Při hledání prostředního pole k součtu 85 ihned řeka: „Teď musím posunout o dvě vpravo“. Své tvrzení zkontrolovala sečtením polí a potvrdilo se jí. V tuto chvíli se u ní projevil náznak toho, že rozumí nejen posouvání útvaru po tabulce, ale i zvyšování součtu čísel, které je s posouváním útvaru spojeno. Kříž se součtem 140 nedořešila.

Spojení všech slov a pátrání v Přístavní ulici:

Příprava:

Po objevení všech slov ULICE, LOĎ, KOTVA, MOŘE, MAJÁK se žáci budou snažit přijít na to, kde by mohla být další stopa. Myslím si, že je ihned napadne Přístavní ulice. Následně se tam všichni vydáme a najdeme krabičku, ve které bude skrytý klíč od trezoru. Tímto bude pátrání v dnešní lekci končit.

Komentář k realizaci této části:

Během překládání čísel do písmenové tabulky žáci často chybovali. Většinou pole posunuli o jedno pole vlevo. To bylo způsobeno tím, že žáci při odpočítávání polí v prvním řádku zapomínali začít od 0, ale začínali od 1. Neustále jsem žáky nabádala, aby si písmena překontrolovali.

Po objevení všech slov žáky ihned napadlo, že další stopa bude v Přístavní ulici. Tam se žáci rozběhli a klíč k trezoru našli, z čehož byli všichni nadšeni. *Video 16*

<u>Rozbor lekce:</u>

Příprava:

V posledních asi 10 minutách budeme rekapitulovat, jak žáci jednotlivé úlohy řešili. Budu žákům klást otázky: Jaká úloha vám dělala problémy?, Jak jste řešili úlohy?, Objevili jste něco zajímavého, překvapivého?.

Komentář k realizaci rozboru lekce:

V závěru lekce nám nezbylo tolik času, jak jsem plánovala. Proto jsem se žáků pouze ptala, jaká úloha jim přišla nejjednodušší a která nejobtížnější. Zde se nejvíce mluvilo o výřezech z tabulky. Pro chlapce tato úloha byla nejtěžší, pro EC byla úloha nejjednodušší.

Taktéž mě zajímalo, jak řešili úlohu 5. Chlapci, kteří rozuměli rychlému součtu polí v útvaru, řekli, že součet vydělili 5. U ostatních dívek se ukázalo, že tomuto pravidlu ještě nerozumí.

Jako výzvu na doma jsem žákům zadala otázku: Proč se vyskytují součty cest v úhlopříčce. Jsem zvědavá, jestli se někdo pokusí na mou otázku najít odpověď.

U výzvy na doma mě velmi překvapila reakce jedné dívky, která se zeptala, co dostane za to, že se pokusí nad otázkou přemýšlet. Popravdě mi její dotaz vyrazil dech. Doufám, že její reakce je způsobena pouze vstupem do puberty.

Takto jsem lekci uzavřela a řekla žákům, že příště budeme v pátrání pokračovat.

<u>Moje poznámky po skončení 2. části experimentu č. 3</u>

Po této lekci jsem měla velmi dobrý pocit. Všichni žáci byli zcela pohlceni motivací. Řešili úlohy po celou dobu lekce a diskutovali mnohem lépe než v předchozí části experimentu. Lekce již nebyla tolik pohybově statická, ba naopak v ní pohyb převažoval. Každý si mohl řešit úlohy podle své preference a dle svého tempa.

7.3 Třetí část experimentu č. 3

Datum: 9. 11. 2015

Počet přítomných žáků: 10 (7 dívek, 3 chlapci)

Cíle pro žáka jsou v příloze.[22]

Příprava 2. části experimentu č. 3:

Tato část navazuje na předchozí 2 lekce. Tentokrát vypátráme trezor a tím bude blok lekcí se Stovkovou tabulkou uzavřený. Opět nejdříve popíši průběh lekce v bodech tak, jak budou jednotlivé činnosti na sebe navazovat.

- Úvod, výzva z minulé lekce
- Předvedení nového důkazu – úloha
- Samostatné řešení jednotlivých zadání
- Zaznamenání všech řešení do jedné společné tabulky
- Přenesení prázdných polí do písmenové tabulky
- Hledání na chodbě u květiny
- Složení puzzlů
- Hledání v šatně
- Rozdělení odměny
- Reflexe
- Pasování správného detektiva

Úvod a výzva z minulé lekce:

Příprava:

Po přivítání detektivní skupiny se na začátku lekce budu žáků ptát, zdali někdo řešil domácí výzvu a pokud ano, tak aby ostatním ukázal, na co přišel.

[22] Příloha XII - Příprava experimentu č. 3 – 3. část

Komentář k realizaci této části:

Žáky jsem v kruhu na koberci uvítala a bylo na nich vidět, že jsou dobře naladění a těší se na pátrání po trezoru. Bohužel jsem úplně na výzvu z minule zapomněla, ale myslím si, že kdyby někdo nad otázkou doma přemýšlel, chtěl by nám svůj objev sdělit, ale to se nestalo.

Úloha:

Příprava úlohy:

Následně žákům předvedu nově nalezený důkaz, který mi přinesla policie a my se ho budeme snažit vyřešit. Tím bude zadání úlohy z oblasti obdélníků na stovkové tabulce. Tento typ úlohy je v učebnicích matematiky FRAUS s Hejného metodou velmi málo rozpracovaný, proto jsem se jím více zabývala. Tato úloha rozvíjí především kombinatorické myšlení. Je složená z několika gradovaných zadání. Gradace je zde v počtu řešení a taktéž v četnosti poměrů délek stran obdélníku se stejným obsahem. Žáci pracují s pojmem obsah obdélníku a uvědomují si, že obdélníky, které mají stejný obsah, se mohou lišit délkami stran.

Zadání úloh:

OBDÉLNÍK Z ___ ČÍSEL OBSAHUJÍCÍ ČÍSLA ___ A ___

- VŠECHNA ŘEŠENÍ – VŠECHNA POLE ZAČERNIT – POČET ŘEŠENÍ

1) OBDÉLNÍK Z 6 ČÍSEL OBSAHUJÍCÍ ČÍSLA 32 A 44

2) OBDÉLNÍK Z 3 ČÍSEL OBSAHUJÍCÍ ČÍSLO 20

3) OBDÉLNÍK Z 8 ČÍSEL OBSAHUJÍCÍ ČÍSLA 65 A 86

4) OBDÉLNÍK Z 6 ČÍSEL OBSAHUJÍCÍ ČÍSLA 88 A 79

5) OBDÉLNÍK Z 6 ČÍSEL OBSAHUJÍCÍ ČÍSLA 3 A 13

6) OBDÉLNÍK Z 8 ČÍSEL OBSAHUJÍCÍ ČÍSLA 71 A 72

7) OBDÉLNÍK Z 12 ČÍSEL OBSAHUJÍCÍ ČÍSLA 27 A 39

Zadání žákům rozstříhám a oni je podle vlastního tempa budou od nejjednoduššího řešit. Až někdo jako první vyřeší všechny varianty a začerní všechna řešení do tabulky, bude vymezený čas (20 – 30 min) končit. Při řešení budou mít žáci k dispozici dostatek prázdných stovkových tabulek

Předpokládám, že takovýto druh úlohy nebude pro žáky snadný, protože se objevuje ve zmiňované učebnici až v pátém ročníku a pouze ve velmi jednoduché variantě. Myslím si, že největší potíže budou mít žáci s tím, aby nalezli různé varianty obdélníků se stejným obsahem.

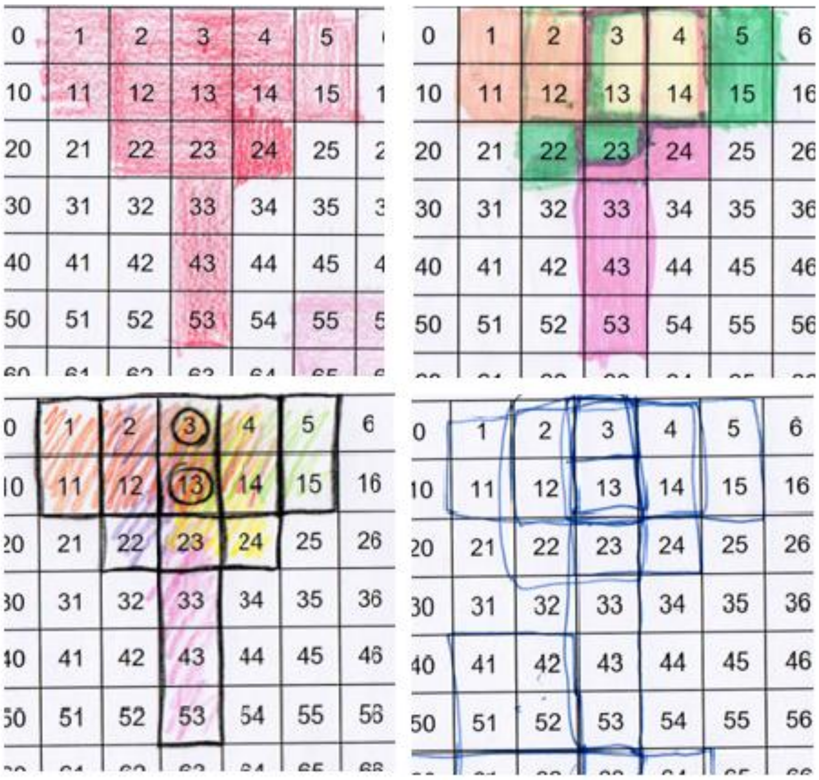
Komentář k realizaci úlohy:

Žákům jsem předvedla nový důkaz, který jsem dostala od policie. Vysvětlila jsem, jak bude lekce probíhat, a žáci se ihned pustili do řešení. Přišla za mnou dívka EK, která na minulých lekcích chyběla, a tudíž netušila, po čem pátráme. Řekla jsem žákům, aby jí vyprávěli, co se stalo, ale ti už byli natolik zabraní do řešení nové úlohy, že s ní příliš nekomunikovali. Proto jsem jí vše dovyprávěla já. *Video 17*

Způsoby evidence řešení do tabulky:

Mezi žáky se objevilo mnoho způsobů toho, jak si varianty do tabulky evidovali.

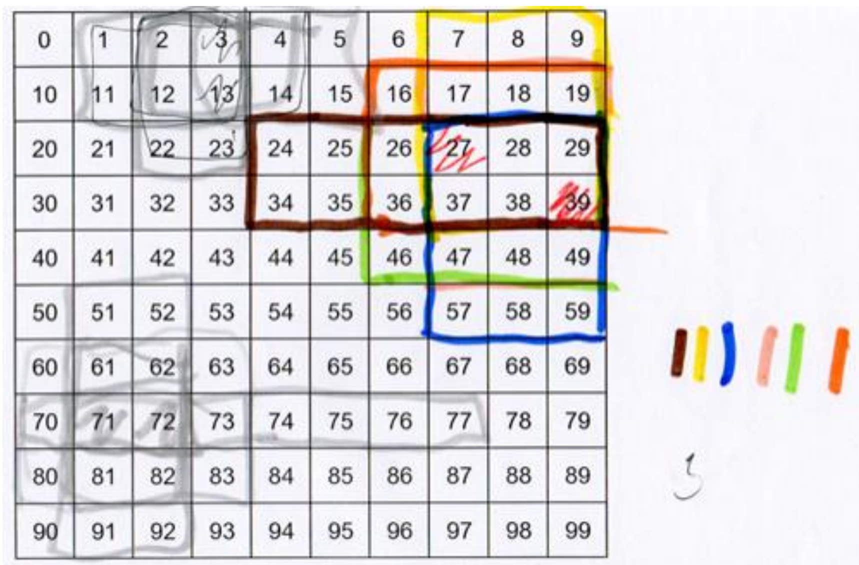
První rozdíl byl v tom, že někteří si vždy na nové zadání vzali prázdnou tabulku, ale jiní do stejné tabulky zakreslovali více řešení. Druhý rozdíl byl v tom, jak žáci zaznamenávali jednotlivá řešení. To ilustruji na obrázku 36. Někdo všechna řešení jednoho zadání vybarvoval stejnou barvou. Jiný každé řešení k jednomu zadání barevně odlišoval. Někdo obdélníky pouze obtahoval. Každý si zvolil takový způsob, který mu nejvíce vyhovoval. Někteří své způsoby evidence v průběhu změnili. Někde se ukázalo, že způsob zaznamenávání není dostatečně přehledný a brání ve správném řešení. Různé způsoby evidování ilustruji na následujícím obrázku.



Obrázek 29

Zajímavé postupy při řešení:

Na obrázku 37 je vidět, jak dívka H a chlapec AL si u úloh s více řešeními nejdříve obdélníky každý jinou barvou ohraničili, následně všemi použitými barvami udělali čárku mimo tabulku a pak všechny čárky spočítali. Tak přišli na počet řešení. *Video18*



Obrázek 30

Mnoho žáků si nejdříve do tabulky vyznačilo ta pole, která má obdélník obsahovat, a později hledali různé varianty obdélníků. To je vidět i na předchozím obrázku37.

Průběh řešení:

Překvapilo mě, že žáci neměli se zadáním úlohy problém. Pouze dívka N zadání nerozuměla, tak jsem nechala její kamarádku H, aby jí vše vysvětlila na již vyřešeném obdélníku ze zadání 1. Následně již dívka neměla žádné potíže s řešením dalších úloh. *Video 19*

U první varianty se všichni seznamovali se zadáním, jež má dvě podmínky – počet čtverečků a čísla, která má obdélník obsahovat. Všichni, kromě chlapce AD řešili správně a obě podmínky respektovali. Pouze AD říkal, že takových obdélníků, které obsahují tato čísla, může být nekonečno, ale po upozornění mou kolegyní si uvědomil, že si nevšiml první podmínky, a to počtu čtverečků. Následně již našel jedno řešení a při dalších zadáních pracoval s oběma podmínkami. *Video 20*

Od začátku většina žáků pracovala ve dvojicích. Zaujatě diskutovali nad všemi možnými řešeními a možnost více řešení nikoho nepřekvapovala. Když vyřešili jedno zadání, ihned si rychle šli pro zadání další.

Chlapec AL u posledního zadání řekl, že nemá řešení, protože když se má obdélník skládat z 12 polí, do tabulky se nevejde, protože ani řádek a ani sloupec nemají vedle sebe 12 polí. Pravděpodobně byl ovlivněn předchozím zadání, ve kterém se objevil obdélník 8x1. Spolužák mu ihned vysvětlil, že čísla přeci jsou i v jiném uskupení než jen v jednom řádku. Chlapec si to uvědomil a začal úlohu řešit.

Spontánní kontrola na koberci:

Jelikož jsem viděla, že žáky úloha velmi baví, nechala jsem všechny řešit co nejvíce zadání. Kdo již vše splnil, šel s ostatními spolužáky svoje výsledky kontrolovat na koberec. Tam se řízení kontroly ujala dívka A. Žáci si navzájem ukazovali svá řešení, a ta, která jim chyběla, si doplnili. Při společné kontrole se ukázala kvalita evidování obdélníků. Někteří žáci se ve svých zápisech orientovali bezpečně, jiní se v nich nevyznali.

Během kontroly dívka A přišla s návrhem, jak by šifra mohla být skryta. Protože přišla na správné tvrzení, řekla jsem, že to vyzkoušíme.

<u>Zaznamenání všech řešení do jedné společné tabulky a přenesení prázdných polí do písmenové tabulky:</u>

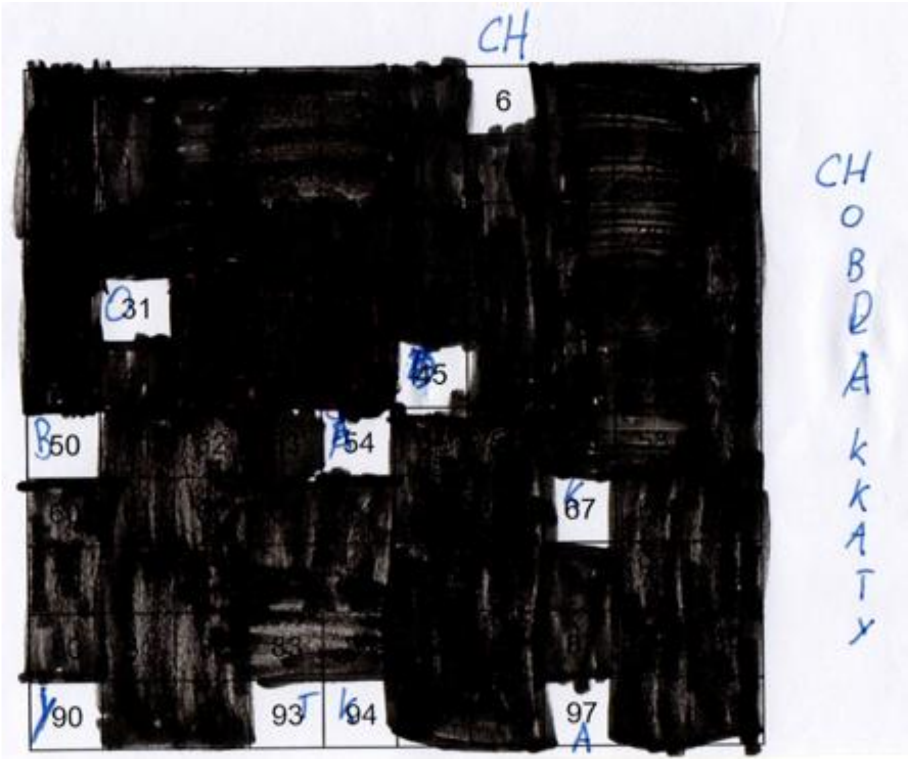
Příprava:

Po vyřešení všech zadání půjdeme hromadně všechna řešení zaznamenat do jedné společné tabulky. Šifra bude následující. Po začernění všech polí žákům zbudou pole, která když přenesou do písmenové tabulky, vytvoří slova CHODBA, KYTKA. Zde žáky trochu podvedu, protože zaměním písmenovou tabulku z minulé lekce za novou písmenovou tabulku. Nedokázala jsem totiž zadání úloh vytvořit tak, aby se mohlo pracovat pouze s jednou písmenovou tabulkou. Doufám, že si záměny nikdo nevšimne.

Komentář k realizaci této části:

Na zaznamenávání všech řešení do tabulky nezbylo tolik času, jak jsem plánovala. Jelikož jsem věděla, že musíme udělat ještě mnoho činností, abychom trezor našli, kontrolu a zaznamenávání všech řešení do jedné tabulky jsem urychlovala. Proto nedošlo k větší diskusi o způsobech řešení jednotlivých žáků. Obdélníky jsme doplňovali do jedné malé tabulky, což bylo úskalím, protože kdyby tabulka byla větší, všichni by na ni lépe viděli a byla by přehlednější. Proto někteří žáci kontrole pouze přihlíželi a trochu se nudili. Nejlepší variantou pro kontrolu by bylo, kdybychom ji prováděli na počítači v programu Malování, kde bychom rychle začernili všechna pole. Tato varianta mě ale napadla až po skončení kroužku.

Když byla všechna pole vybarvená, dala jsem žákům písmenovou tabulku, aby z bílých polí složili slovo. Zde se opět ukázal problém při přenášení čísel do písmenové tabulky, neboť si žáci opět neuvědomovali, že první řádek nezačíná 1 ale nulou. Musela jsem je nabádat, aby si vše překontrolovali a nakonec se jim slova podařilo objevit. Na obrázku 38 je vidět tabulka, do níž se všechna řešení zaznamenávala. *Video 21*



Obrázek 31

<u>Hledání na chodbě u květiny, složení puzzlí, hledání v šatně, rozdělení odměny:</u>

Příprava:

Následně půjdou žáci hledat na chodbu ke květinám, kde najdou obálku s rozstříhaným papírem, který budou společně skládat jako puzzle[23]. Po složení se objeví slovo ŠATNA 5. D. Všichni se tam vydáme a najdeme zde „školní trezor“. Po odemčení trezoru na žáky budou čekat čokoládové peníze, které si rozdělí. Pro zajímavost připravím do trezoru tolik mincí, aby počet nebyl dělitelný počtem žáků, a budu sledovat, jak se žáci při rozdělování budou domlouvat.

Komentář k realizaci této části:

Žáci se vrhli na chodbu ke kytce, avšak obálku s puzzly neviděli a chtěli běžet jinam. Musela jsem je tam tedy udržet a říci, že my s asistentkami tam něco vidíme. Nyní už žáci obálku našli.

Při skládání puzzlů jsme zjistila, že jsou nastříhané na velmi malé kusy, a tudíž jsou velmi obtížné na složení. I když to žákům trvalo déle, nakonec je složili a

[23] Příloha VII – Obrázek puzzlů

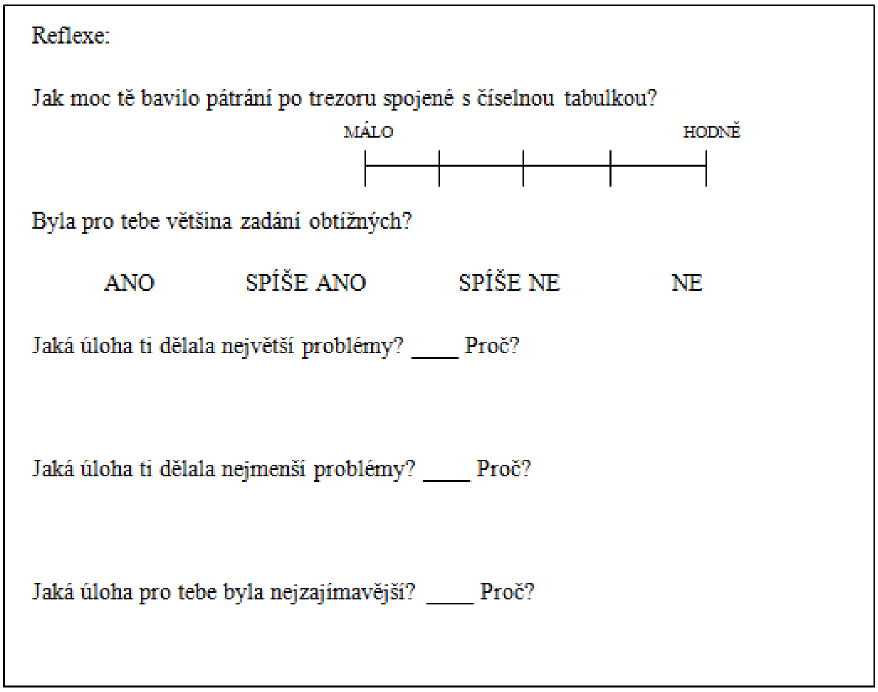
rozběhli se do šatny 5. D, kde k jejich radosti objevili trezor. Vzali ho do třídy, kde byl klíč, a odemkli ho.

Řekla jsem žákům, že čokoládové mince si mohou spravedlivě rozdělit. Každý si vzal jednu minci, pak dvě a tři. Jeden chlapec nejí čokoládu, a tak se jí vzdal. Já jsem mu řekla, že je pouze na něm, co s ní udělá. On ji dal svým kamarádům. Stále ještě bylo v trezoru dostatek mincí a ty si vzali ti, kteří nedostali čokoládu od chlapce, který ji nejí. Na závěr zbyla jedna poslední mince a já jsem se zeptala, co s ní uděláme. Některé dívky řekly, že si ji mám vzít já jako vedoucí. Chlapec M vykřikl, že musí některá mince zůstat v trezoru. Všichni souhlasili s tím, že to bude ta moje mince, a tak jsem ji do trezoru vrátila. *Video 22*

Reflexe, pasování správného detektiva:

Příprava:

Na závěr bude probíhat reflexe všech tří lekcí. Zrekapitulujeme, co vše jsme dělali a jak se nám to dařilo. Následně žákům rozdám dotazník k reflexi (viz obrázek 39), který samostatně vyplní. Dotazník je zaměřený na pocity při řešení úloh. Při reflexi budou mít žáci před sebou všechny úlohy, které jsme řešili, aby si je osvěžili a dotazník tak byl co nejpravdivější.


Reflexe:

Jak moc tě bavilo pátrání po trezoru spojené s číselnou tabulkou?

MÁLO HODNĚ

Byla pro tebe většina zadání obtížných?

ANO SPÍŠE ANO SPÍŠE NE NE

Jaká úloha ti dělala největší problémy? ____ Proč?

Jaká úloha ti dělala nejmenší problémy? ____ Proč?

Jaká úloha pro tebe byla nejzajímavější? ____ Proč?

Obrázek 32

Po vyplnění dotazníku bude následovat pasování na správného detektiva, při kterém žáci dostanou odznak se svým krycím jménem.

Komentář k realizaci reflexe:

Zde jsem blok tří lekcí uzavřela a žák M se začal ptát, jaká bude odměna. Řekla jsem, že dostali čokoládu, ale on vyžadoval peníze za vyřešený případ. Sdělila jsem, že jsme si hráli na to, že hledáme školní trezor a k mému velkému překvapení většina žáků řekla: „My jsme si jenom hráli?“. Překvapilo mě, že po celou dobu byli přesvědčení, že se opravdu trezor ztratil a oni ho hledají.

Předvedla jsem jim, co vše vyřešili a poprosila je o vyplnění reflexe. Všechny úlohy měly své číslo, aby žáci nemuseli pojmenovávat typy úloh.[24]

Když žáci odevzdali reflexe, každému jsem dala odznak[25] a pogratulovala mu k vyřešenému případu. Takto lekce skončila a žáci odcházeli domů.

Shrnutí – výsledky reflexe:

Reflexi vyplnilo 8 žáků. Pouze jsem chtěla vědět, jestli pro žáky bylo pátrání spojené se Stovkovou tabulkou zábavné, což bylo velkým cílem tohoto experimentu. Ostatními otázkami jsem chtěla docílit toho, aby si žáci sami uvědomili, co jim šlo a nešlo a jaký to má důvod. Zde uvádím přehled odpovědí žáků.

První otázka byla, jak moc je pátrání bavilo. Na škále 1 – 5 měli žáci podle sebe vyznačit míru zábavnosti. 4 žáci zaškrtli, že hodně zábavná, 4 žáci zaškrtli prostřední pozici.

U druhé otázky, jestli většina úloh byla pro ně obtížná, 2 žáci zakroužkovali spíše ano, 5 žáků zakroužkovalo spíše ne, jeden žák neodpověděl.

Jako nejnáročnější určili dva žáci úlohu 9. Jedním z důvodů bylo, že řešení splývala dohromady a nevědělo se, kolik jich je. Tři žáci za nejnáročnější považovali úlohu č. 5, protože pro ně bylo těžké otáčet s výřezy po tabulce. Úloha č. 3 přišla

[24] 1) Úlohy 1, 2, 3, 4 z první části; 2) Úloha 5 z první části; 3) Úlohy 6, 7, 8 z první části; 4) Úloha 1 z druhé části; 5) Úloha 2 z druhé části; 6) Úloha 3 z druhé části; 7) Úloha 5 z druhé části; 8) Úloha 4 z druhé části; 9) Úloha z třetí části.

[25] Příloha XIV – Obrázek odznaků pro správného detektiva

nejnáročnější jednomu žákovi, protože se mu nechtělo sčítat. Jiný žák označil jako obtížnou úlohu 2, protože se mu nedařilo cesty nacházet. Jednomu žákovi při řešení ani jedna úloha nedělala problémy.

Za nejjednodušší 2 žáci považovali úlohu 9 a přidávali ten důvod, že ji řešili samostatně. Úloha 4 byla také pro dva žáky nejsnazší, protože cesty dělali po několikáté. Po jednom hlase získala úloha 1, 8, 2, 5.

Dva žáci odpověděli, že všechny úlohy jim přišly zajímavé. Pro dva byla zajímavá úloha 4, protože mají rádi šipky a byla složitá. Pro tři byla nejzajímavější úloha 5 a jedním z důvodů je, že výřezy se musely otáčet a pracovalo se ve skupině. Pro jednoho žáka byla nejatraktivnější úloha 3, protože se dělala ve skupině.

Moje poznámky po skončení 3. části experimentu č. 3

Po skončení této lekce jsem byla spokojená s jakým zápalem a nadšením žáci úlohy po celou dobu řešili.

Nemohla jsem ovšem zapomenout na situaci, jak se žáci dohadovali při rozdělování mincí.

Překvapivá pro mě byla reakce žáků, když jsem jim řekla, že jsme si na hledání trezoru pouze hráli. Nenapadlo mě, že to vše berou vážně. Pravděpodobně to pro ně byla první zkušenost, kdy si ve škole na něco hráli, a proto mi uvěřili.

7.4 Shrnutí experimentu č. 3

Myslím, že se mi pro pátý ročník podařilo vybrat vhodný nematematický kontext, do kterého jsem úlohy ze Stovkové tabulky začlenila. Detektivní tematika žáky zaujala, bavila je a udržela je motivované po celou dobu tří lekcí. To mi potvrzují nejen odpovědi žáků v závěrečné reflexi, ale i jejich projevy emocí ve všech lekcích. V napětí po hledání trezoru je také myslím drželo neustálé střídání činností. Navíc si myslím, že byli zaujati i samotnými úlohami, což je ideální forma motivace.

V tomto experimentu jsem v praxi vyzkoušela několik mnou vytvořených úloh, které žáci dokázali vyřešit. Na úlohy většinou reagovali tak, jak jsem předpokládala. Některé úlohy ovšem byly pro několik žáků snadné.

Bohužel ne všichni žáci porozuměli pravidlu pro rychlý součet středově souměrných útvarů. Pravděpodobně by potřebovali ještě několik úloh, aby všichni k tomuto objevu dospěli, nebo ho přijali od spolužáků. Naopak chlapec M tomuto pravidlu porozuměl dobře.

Velmi mě zaujalo, že někteří žáci měli problémy s přenášením čísel do písmenové tabulky. Nebylo to pro ně tak snadné, jak jsem si při plánování myslela.

Reflexi v závěru celého experimentu považuji za velmi přínosnou. Nejen, že žáci hodnotili svou práci a pro svá hodnocení hledali důvody, ale i odpovědi reflexe mi ukázaly, jak pestré úlohy byly. Uvědomila jsem si, že i v rámci jednoho prostředí může zaujmout každého jiný typ úloh. Také se ukázalo, že tutéž úlohu (úlohy 5, 9, 2) může někdo považovat za nejtěžší, ale pro jiného může být nejjednodušší. Pravděpodobně také byla vhodně zvolená úroveň úloh. Přes to, že většina žáků napsala, že úlohy pro ně byly spíše snadnými, si myslím, že tolik jednoduché pro ně nebyly, protože řešení snadných úloh by žáky nebavilo. Kdyby byly úlohy naopak příliš obtížné a žáci by je nedokázali vyřešit, taktéž by je nebavily.

8 Závěr

V diplomové práci jsem blíže charakterizovala matematické prostředí Stovková tabulka, které nacházíme v učebnicích matematiky FRAUS s Hejného metodou. Hejného metoda se nazývá Vyučování orientované na budování schémat (VOBS). Jejími zásadami by se měl řídit učitel, který vyučuje podle již zmiňovaných učebnic. Tyto učebnice jsou vytvořené na základě Teorie generických modelů (TGM). Teorie generických modelů je charakteristická pro VOBS – Hejného metodu, ve které se pracuje s prostředím Stovkové tabulky. Proto jsem v práci stručně charakterizovala jak TGM, tak i VOBS.

V teoretické části jsem se po vymezení pojmu tabulka a představení používání tabulek v učebnicích matematiky FRAUS s Hejného metodou zabývala především samotným prostředím Stovkové tabulky.

Úlohy z tohoto prostředí jsem podle typu rozdělila do čtyř skupin a skupiny jsem blíže popsala. Taktéž jsem se zabývala cíli úloh v prostředí Stovkové tabulky.

Studovala jsem vybrané řady učebnic a jiné dostupné materiály a sledovala jsem, jak se v nich stovková tabulka prezentuje. V mnou sledovaných učebnicích se, kromě publikací zhotovených prof. Hejným a jeho spolupracovníky, se stovkovou tabulkou nepracuje jinak, než s rastrem, ve kterém jsou žákům představena čísla do 100. Pouze prof. Hejný a jeho spolupracovníci dělají z rastru sta čísel matematické prostředí, do něhož vkládají netradiční matematické úlohy, které vedou k hlubokým matematickým myšlenkám.[26]

V poslední kapitole teoretické části jsem popsala matematické činnosti nebo prostředí, do kterých se stovková tabulka může promítnout.

Při tvorbě příprav jednotlivých experimentů jsem vytvářela gradované úlohy a nové typy úloh v prostředí Stovkové tabulky. Před tvorbou nových úloh jsem vyřešila všechny úlohy tohoto prostředí z učebnic FRAUS s Hejného metodou, abych věděla, jaký mají cíl a jak by žáci při jejich řešení asi mohli postupovat. Při tvorbě úloh do experimentů č. 2 a 3 jsem také využívala pozorování žáků a rozbor

[26] Ještě navíc již z dřívějších let existují nepublikované materiály k prostředí Stovkové tabulky vytvořené prof. Milanem Komanem, které slouží k výuce předmětu Aritmetika pro obor Učitelství pro 1. stupeň ZŠ na PedF UK.

žákovských způsobů řešení těchto úloh z experimentu č. 1. Při sledování žákovských postupů řešení jsem lépe pochopila myšlení jednotlivých žáků. Do této doby jsem se přemýšlením žáků nad řešením úloh nikdy nezabývala. Nyní již tuším, co žáci při řešení úloh potřebují. Například je to jemná gradace úloh, dostatek času na řešení úloh, společnou diskusi, střídání činností, pohyb, … To mi bude pomáhat i v mé budoucí praxi učitelky.

Dále jsem se zabývala způsobem zavedení úloh ze Stovkové tabulky do výuky. Na základě experimentu č. 1, kdy práce žáky příliš nebavila, protože neměli vnitřní potřebu matematiku poznávat, jsem se snažila pro další experimenty hledat lepší způsob, jak úlohy z tohoto prostředí žákům předložit. Uvědomila jsem si, že prvotní motivace žáků je rozhodující a pokud vnitřní motivaci nemají, musí se učitel co nejvíce snažit, aby ji v žácích opět probudil. Zaměřila jsem se na jeden druh motivace, podle kterého jsem prostředí Stovkové tabulky zasadila do nematematického kontextu. Tento druh motivace se stal vhodným již v experimentu č. 2, protože jsem na dětech při řešení úloh viděla nadšení. Proto jsem od něj neustoupila a v experimentu č. 3 se mi dokonce podařilo tímto způsobem žáky pro řešení úloh motivovat dlouhodobě po dobu tří šedesátiminutových lekcí. Dokonce si myslím, že později žáci byli motivováni samotnými úlohami. Věřím, že kdybych nyní této skupině žáků předložila úlohy z prostředí Stovkové tabulky bez jakékoli okolní motivace, řešili by je s nadšením, protože již vědí, že dříve je úlohy bavily a jejich výsledky je často mile překvapovaly.

Všechny výše uvedené činnosti (studování odborné literatury, analýza prostředí Stovkové tabulky, příprava úloh do experimentů, realizace experimentů, rozbor žákovských řešení úloh, …) velmi rozvíjely mou osobnost budoucí učitelky. K velkému rozvoji mé schopnosti vyučovat matematiku podle zásad edukační metody VOBS, mi pomáhalo natáčení na kameru. Při zpětném sledování videí při mém působení ve třídě vidím mnoho chyb proti této edukační metodě. Ty jsem se snažila v průběhu experimentů odstranit, ale zcela se mi to samozřejmě nepovedlo, protože je to „běh na dlouhou trať“. V natáčení proto budu určitě pokračovat, abych se já jako učitelka v dodržování zásad VOBS zlepšovala.

Jak je výše napsáno zpracování diplomového úkolu mě rozvíjelo v mnoha aspektech. Kromě přínosu pro mě bych byla ráda, aby text byl užitečný i pro učitele prvního stupně základní školy a vedoucí kroužků matematiky. Ti si mohou převzít mnou vytvořené motivace, nebo se v nich alespoň inspirovat. Také mohou svým žákům předložit nově vytvořené úlohy.

Je nutné říci, že prostředí Stovkové tabulky jsem zcela nevyčerpala. Kdo by se jím chtěl více zabývat, mohl by se například zaměřit na prozkoumání výskytu stovkové tabulky v zahraničních učebnicích matematiky. Taktéž by se více mohlo rozpracovat propojení stovkové tabulky s prostředím Parkety a Hra Sova.

9 Seznam použitých informačních zdrojů

HEJNÝ, Milan a František KUŘINA. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2001, 187 s. Pedagogická praxe. ISBN 80-7178-581-4

HEJNÝ, Milan, Jarmila NOVOTNÁ a Naďa VONDROVÁ (eds.). *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova v Praze - Pedagogická fakulta, 2004, 212 s. ISBN 80-7290-189-3

HEJNÝ, Milan. *Čtenářské, matematické a přírodovědné úlohy pro první stupeň základního vzdělávání: náměty pro rozvoj kompetencí žáků na základě zjištění šetření TIMSS a PIRLS 2011*. Praha: Česká školní inspekce, 2013, 126 s. ISBN 978-80-905370-7-1.

HEJNÝ, Milan. *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně*. 1. vyd. V Praze: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2014, 229 s. ISBN 978-80-7290-776-2.

HOŠPESOVÁ, Alena, Naďa VONDROVÁ a Marie TICHÁ (eds.). *Cesty zdokonalování kultury vyučování matematice*. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2007. ISBN 978-80-7394-052-2.

JEŘÁBEK, Jaroslav. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání: s přílohou upravující vzdělávání žáků s lehkým mentálním postižením*. Praha: Výzkumný ústav pedagogický v Praze, 2005, 126, 92 s. ISBN 80-87000-02-1.

PRŮCHA, Jan, Eliška WALTEROVÁ a Jiří MAREŠ. *Pedagogický slovník*. 7., aktualiz. a rozš. vyd. Praha: Portál, 2013. ISBN 978-80-262-0403-9.

SPILKOVÁ, Vladimíra. *Proměny primárního vzdělávání v ČR*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2005, 311 s. Pedagogická praxe. ISBN 80-7178-942-9.

Školní slovník současné češtiny. 1. vyd. V Brně: Lingea, 2012. ISBN 978-80-87471-59-3.

Internetové zdroje

In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2016-03-08]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Soustava_sou%C5%99adnic

In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2016-03-08]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Tabulka_(informace)

Učebnice matematiky nakladatelství FRAUS s Hejného metodou

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ a Jitka MICHNOVÁ. *Matematika: pro 1. ročník základní školy*. 1. vyd. Ilustrace Dana Raunerová. Plzeň: Fraus, 2007-. ISBN 978-80-7238-626-0.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ a Jitka MICHNOVÁ. *Matematika: pro 1. ročník základní školy*. 1. vyd. Ilustrace Dana Raunerová. Plzeň: Fraus, 2007-. ISBN 978-80-7238-627-7.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ a Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ. *Matematika pro 2. ročník základní školy: pro 1. ročník základní školy*. 1. vyd. Ilustrace Lukáš Urbánek, Dana Raunerová. Plzeň: Fraus, 2008. ISBN 978-80-7238-768-7.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ a Jitka MICHNOVÁ. *Matematika: učebnice pro 2. ročník základní školy*. 1. vyd. Ilustrace Lukáš Urbánek, Dana Raunerová. Plzeň: Fraus, 2008. ISBN 978-80-7238-769-4.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ a Jitka MICHNOVÁ. *Matematika: učebnice pro 2. ročník základní školy*. 2. vyd. Ilustrace Lukáš Urbánek, Dana Raunerová. Plzeň: Fraus, 2011. ISBN 978-80-7238-982-7.

HEJNÝ, Milan. *Matematika: učebnice pro 3. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2009, 109 s. ISBN 978-80-7238-824-0.

HEJNÝ, Milan. *Matematika: pro 4. ročník základní školy*. 1. vyd. Ilustrace Lukáš Urbánek, Dana Raunerová. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-940-7.

HEJNÝ, Milan. *Matematika: učebnice pro 5. ročník základní školy*. 1. vyd. Ilustrace Lukáš Urbánek, Dana Raunerová. Plzeň: Fraus, 2011. ISBN 978-80-7238-966-7.

Příručky učitele

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ a Jitka MICHNOVÁ. *Matematika: pro 3. ročník základní školy*. 1. vyd. Ilustrace Lukáš Urbánek. Plzeň: Fraus, 2009. ISBN 978-80-7238-824-0.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ a Jitka MICHNOVÁ. *Matematika: pro 4. ročník základní školy*. 1. vyd. Ilustrace Lukáš Urbánek, Dana Raunerová. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-940-7.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ a Jitka MICHNOVÁ. *Matematika: pro 5. ročník základní školy*. 1. vyd. Ilustrace Lukáš Urbánek. Plzeň: Fraus, 2011. ISBN 978-80-7238-969-8.

Učebnice matematiky nakladatelství SPN

ČÍŽKOVÁ, Miroslava. *Matematika pro 1. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2007. ISBN 978-80-7235-348-4.

ČÍŽKOVÁ, Miroslava. *Matematika pro 1. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2007. ISBN 978-80-7235-346-0.

ČÍŽKOVÁ, Miroslava. *Matematika pro 1. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2007. ISBN 978-80-7235-352-1.

ČÍŽKOVÁ, Miroslava. *Matematika: pro 2. ročník základní školy*. 1. vyd. Ilustrace Antonín Šplíchal. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2007. ISBN 978-80-7235-370-5.

ČÍŽKOVÁ, Miroslava. *Matematika: pro 2. ročník základní školy*. 1. vyd. Ilustrace Antonín Šplíchal. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2007. ISBN 978-80-7235-376-7.

ČÍŽKOVÁ, Miroslava. *Matematika pro 3. ročník základní školy*. 1. vyd. Ilustrace Antonín Šplíchal. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2009. ISBN 978-80-7235-405-4.

EIBLOVÁ, Ladislava, Jan MELICHAR, Miroslava ŠESTÁKOVÁ a Marie AUSBERGEROVÁ. *Matematika pro 4. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2010. ISBN 978-80-7235-434-4.

VACKOVÁ, Ivana, Ludmila FAJFRLÍKOVÁ a Zdeňka UZLOVÁ. *Matematika pro 5. ročník základní školy*. 1. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2011. ISBN 978-80-7235-471-9.

Učebnice matematiky nakladatelství FRAUS se Čtyřlístkem

HALASOVÁ, Jitka, Marie KOZLOVÁ a Šárka PĚCHOUČKOVÁ. *Matematika 1 se Čtyřlístkem: pro 1. ročník základní školy*. 1. vyd. Ilustrace Jaroslav Němeček. Plzeň: Fraus, 2011. ISBN 978-80-7238-978-0.

HALASOVÁ, Jitka, Marie KOZLOVÁ a Šárka PĚCHOUČKOVÁ. *Matematika 1 se Čtyřlístkem: pro 1. ročník základní školy*. 1. vyd. Ilustrace Jaroslav Němeček. Plzeň: Fraus, 2011. ISBN 978-80-7238-979-7.

KOZLOVÁ, Marie, Šárka PĚCHOUČKOVÁ a Alena RAKOUŠOVÁ. *Matematika 2 se Čtyřlístkem: učebnice pro 2. ročník základní školy*. 1. vyd. Ilustrace Jaroslav Němeček. Plzeň: Fraus, 2012. ISBN 978-80-7238-983-4.

KOZLOVÁ, Marie, Šárka PĚCHOUČKOVÁ a Alena RAKOUŠOVÁ. *Matematika 3 se Čtyřlístkem: pro 3. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2013. ISBN 978-80-7238-581-2.

PĚCHOUČKOVÁ, Šárka, Marie KOZLOVÁ a Alena RAKOUŠOVÁ. *Matematika 4: [pro 4. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2014. ISBN 978-80-7489-017-8.

PĚCHOUČKOVÁ, Šárka, Martina KAŠPAROVÁ, Alena RAKOUŠOVÁ a Marie KOZLOVÁ. *Matematika 5*. 1. vydání. Plzeň: Fraus, 2015-. ISBN 978-80-7489-062-8.

Učebnice matematiky nakladatelství ALTER

LANDOVÁ, Vlasta, Hana STAUDKOVÁ a Věra TŮMOVÁ. *Matematika*. Vyd. 11. Všeň: Alter, 2012. ISBN 978-80-7245-115-9.

LANDOVÁ, Vlasta, Hana STAUDKOVÁ a Věra TŮMOVÁ. *Matematika*. Vyd. 11. Ilustrace Marie Tichá. Všeň: Alter, 2011. ISBN 978-80-7245-254-5.

LANDOVÁ, Vlasta, Hana STAUDKOVÁ a Věra TŮMOVÁ. *Matematika*. Vyd. 11. Ilustrace Marie Tichá. Všeň: Alter, 2011. ISBN 978-80-7245-175-3.

LANDOVÁ, Vlasta, Hana STAUDKOVÁ a Věra TŮMOVÁ. *Matematika*. Vyd. 11. Ilustrace Olga Ptáčková. Všeň: Alter, 2011. ISBN 978-80-7245-225-5.

LANDOVÁ, Vlasta, Hana STAUDKOVÁ a Věra TŮMOVÁ. *Matematika*. Vyd. 10. Ilustrace Olga Čechová. Všeň: Alter, 2011. ISBN 978-80-7245-257-6.

BLAŽKOVÁ, Růžena. *Matematika pro 3. ročník základních škol: učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace*. Vyd. 2. Všeň: Alter, 2009. ISBN 978-80-7245-206-4.

BLAŽKOVÁ, Růžena, Květoslava MATOUŠKOVÁ a Milena VAŇUROVÁ.*Matematika pro 4. ročník základních škol*. Vyd. 1. Všeň: Alter, 2010. ISBN 978-80-7245-145-6.

JUSTOVÁ, Jaroslava. *Matematika pro 5. ročník základních škol*. Vyd. 1. Všeň: Alter, 2009. ISBN 978-80-7245-154-8.

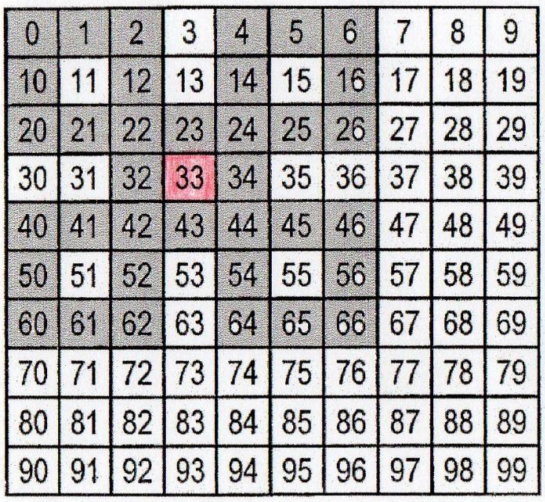
Učebnice matematiky s Hejného metodou pro 2. stupeň ZŠ

HEJNÝ, Milan, Pavel ŠALOM, Darina JIROTKOVÁ, Jana HANUŠOVÁ, Anna SUKNIAK a Eva BOMEROVÁ. *Matematika*. 1. vydání. Ilustrace Lukáš Urbánek. Praha: H-mat, o.p.s., 2015-. ISBN 978-80-905756-0-8.

HEJNÝ, Milan, Pavel ŠALOM, Darina JIROTKOVÁ, Jana HANUŠOVÁ a Anna SUKNIAK. *Matematika*. 1. vydání. Ilustrace Lukáš Urbánek. Praha: H-mat, o.p.s., 2015-. ISBN 978-80-905756-1-5.

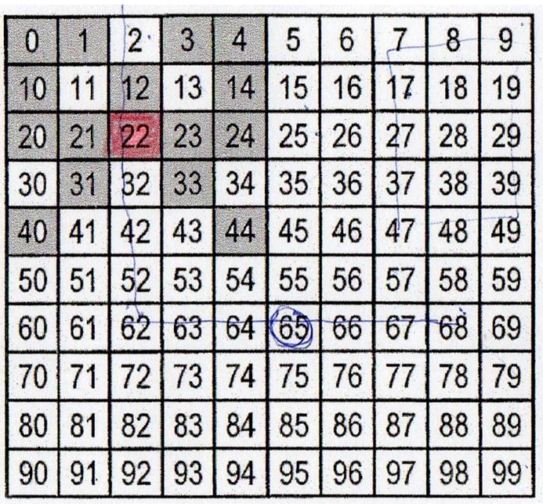
10 Seznam příloh

Příloha I – Mnou vytvořené pravidelné útvary a jejich vzorce pro rychlý součet.



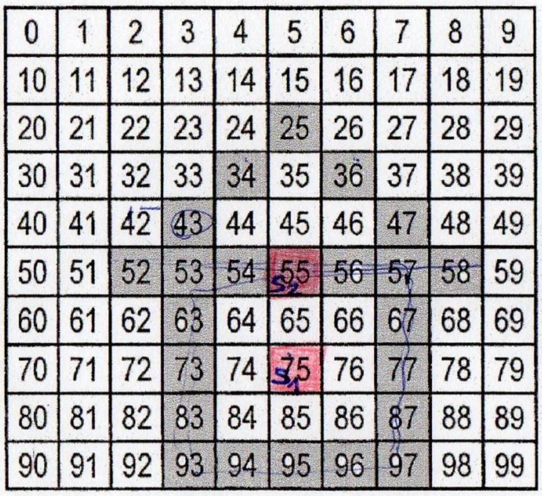
$S \cdot 36$

$33 \cdot 36 = 1188$



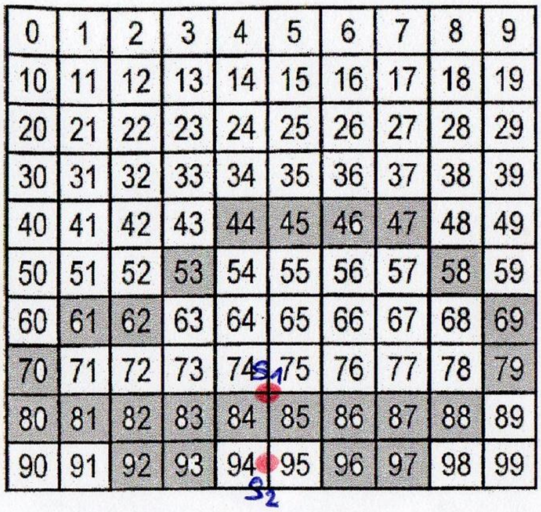
$S \cdot 16 - 50$

$22 \cdot 16 - 50 = 302$



$S_1 \cdot 16 + S_2 \cdot 7 - 90$

$75 \cdot 16 + 55 \cdot 7 - 90 = 1495$



$S_1 \cdot 20 - 200 + S_2 \cdot 4 =$

$79{,}5 \cdot 20 - 200 + 94{,}5 \cdot 4 = 1768$

Příloha II - Přehled druhů stovkových tabulek, které se objevují v učebnicích na 1. stupni ZŠ

Tabulka 0 - 99

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
100									

Tabulka 0 – 99 + 100

Tabulka 1 - 100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Tabulka 1 - 100 + 0

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Příloha III – Seznam videonahrávek

Číslo videa	Číslo kapitoly	Část experimentu	Úloha v experimentu	Minutáž	Strana v textu
Video 1	7.1	E 1, 1. část	5	00:10	45
Video 2	7.1	E 1, 1. část	5	00:47	45
Video 3	8	E 2	2	01:22	56
Video 4	8	E 2	3	03:27	57
Video 5	8	E 2	4	05:33	60
Video 6	9.1	E 3, 1. část	Příprava 1. části …	06:41	67
Video 7	9.1	E 3, 1. část	3	12:04	69
Video 8	9.1	E 3, 1. část	3	13:06	69
Video 9	9.1	E 3, 1. část	4	18:06	70
Video 10	9.1	E 3, 1. část	7	18:56	72
Video 11	9.2	E 3, 2. část	Rekapitulace minulé lekce	20:20	75
Video 12	9.2	E 3, 2. část	Rekapitulace minulé lekce	22:36	75
Video 13	9.2	E 3, 2. část	Rekapitulace minulé lekce	23:22	76
Video 14	9.2	E 3, 2. část	2	25:38	79
Video 15	9.2	E 3, 2. část	3	28:35	80
Video 16	9.2	E 3, 2. část	Spojení všech slov …	30:49	83
Video 17	9.3	E 3, 3. část	Úloha	32:15	86
Video 18	9.3	E 3, 3. část	Zajímavé postupy …	33:01	87
Video 19	9.3	E 3, 3. část	Průběh řešení	34:21	88
Video 20	9.3	E 3, 3. část	Průběh řešení	35:14	88
Video 21	9.3	E 3, 3. část	Zaznamenání všech řešení …	36:16	89
Video 22	9.3	E 3, 3. část	Hledání na chodbě u květiny …	38:06	91

Příloha IV – Příprava experimentu č. 1 – 1. část

Příprava na kroužek matematiky 30. 3. 2015 Vyučující: Jana Loulová

Třída: 3. třída

Téma lekce: **Stovková tabulka**

Cíle: Žáci se seznámí se strukturou a systémem stovkové tabulky.

Vědí, proč jsou čísla v tabulce takto rozmístěna.

Vědí, co jsou sudá a lichá čísla. Objevují jejich pravidelnost ve struktuře stovkové tabulky.

Žáci vidí rozdíl mezi pojmem číslo a číslice.

Žáci hledají zákonitost tří sousedních čísel $x + y + z = 3y$.

Žáci se seznamují s posloupností součtu třech polí při posouvání po stovkové tabulce ve vertikálním směru (součet tří polí + posunutí o jedno pole vpravo = součet na původní pozici +3)

Žáci se seznamují s posloupností součtu třech polí při posouvání po stovkové tabulce v horizontálním směru (součet tří polí + posunutí o jedno pole dolů = součet na původní pozici +30)

Forma práce: Žáci budou sedět v lavicích a pracovat ve dvojicích. Já budu zadávat pokyny a žáci je budou plnit. Po jednotlivých úlohách proběhne společná kontrola.

Pomůcky: Velká stovková tabulka, spousta malých stovkových tabulek, tabulka pro úlohu

---

Úvod do tématu. Rozdělení do dvojic. Představení stovkové tabulky.

Kolik je v tabulce lichých čísel? Vybarvi ve stovkové tabulce všechna lichá čísla.

Kolik je v tabulce sudých čísel? Vybarvi v tabulce všechna sudá čísla.

Kolik je v tabulce číslic 0, 1, 2, 3, 9?

Na tabulku přilož barevný obdélníček 2x1 | | | tak, aby překrýval čísla 21 a

31. Zjisti součet těchto dvou polí. Posuň obdélníček o jedno pole doprava. Zjisti součet těchto dvou polí. Opět posuň čtvereček o jedno pole doprava. Jaký je nyní součet? Posuň obdélníček o jedno pole dolů a zjisti součet. Opět posuň o jedno pole dolů a zjisti součet.

Na tabulku přilož barevný obdélníček 3x1 | | | | tak, aby překrýval čísla 60, 61, 62. Zjisti součet těchto tří polí.

Přemísti obdélníček na takové místo, aby součet tří polí byl 15, 60, 63, 72, 105. Urči vždy prostřední číslo z trojice.

Doplň tabulku. (vždy pracuj se třemi čísly)

Prostřední číslo	Součet tří sousedních čísel
23	
	99
	39
8	
	54
55	
35	
	135
46	
47	
	144

---

[27]Na tabulku přilož barevný obdélníček tak, | | | | | | aby prostřední číslo bylo 4, 6, 7, 12, 40, 22. Zjisti součet této pětice.

Jak nejrychleji přijdeš na součet pěti polí vedle sebe?

Najdi pětici sousedních čísel, jejíž součet je 85. Tuto pětici posuň o jedno pole nahoru a pak dolů a zjisti součty jednotlivých pětic.

Závěrečná diskuse s představením různých žákovských řešení

[27] Tato úloha v textu práce není, protože z důvodu nedostatku času jsem ji se žáky nerealizovala. V druhé části experimentu č. 1 jsem se k ní již nevracela, protože jsem usoudila, že je pro žáky náročná.

Příloha V - Přepis videa - ukázka

Přepis videa k experimentu č. 1. V závěru lekce je diskuse o způsobech řešení úloh. Všichni sedíme v kruhu na koberci v zadní části třídy.

Učitelka: Mě by zajímalo, jak jste na to přicházeli, na ty vaše výsledky. Když, když jste měli nějaký ten součet, věděli jste, že tam máte součet třeba 39, tak jak jste si řekli, kde, kam ta čísla umístíte, aby jejich součet byl 39. … Zuzi.

Zuzka: Já jsem si řekla 39 děleno třemi …

Učitelka: Proč třemi?

Zuzka: Protože, əəə, ta, tenhleten dlouhý *(ukazuje barevný průsvitný obdélníček)* tak ty əəə ty tři políčka zabírá. Takže 39 děleno třemi je třináct, takže už znám prostřední číslo, … takže jsem si to žlutý dala …

Učitelka: Kluci posloucháte, co říká Zuzka?

Zuzka: …uprostřed byla třináctka a pak jsem ty čísla sečetla.

Chlapec 1: Jo posloucháme.

Učitelka: Víš co, ještě jednou jim to řekni. Kluci, poslouchejte Zuzku.

Zuzka: Já jsem si řekla 39 děleno třemi, protože jsou tajdle tři políčka, zabírá to celý *(ukazuje na barevný průsvitný obdélníček).* Třicet devět děleno třemi je třináct, takže vím prostřední číslo třináct. Dám si ten žlutej čtvereček tak, aby prostřední číslo bylo třináct a pak əə mám əəə ještě ty čísla kolem něj, nalevo a napravo, pak to všechno sečtu a takhle mi to všechno jakoby vzniklo.

Učitelka: Takže takovou kontrolu uděláš…

Chlapec 2: Ještě jednou.

Učitelka: …áá počítal to někdo nějak jinak?

Chlapec 1: əə əəəə

Učitelka: Jak na to přišla Natálka?

Natálka: Já teprve přišla.

Učitelka: Jo ty jsi teprve přišla.

Učitelka: Jak na to přicházel əəəə Patrik? … Když jsi věděl, že máš součet tří polí třicet devět, jak jsi přišel na to číslo prostřední.

Patrik: əəəə … əə *(dívá se do tabulky)*

Učitelka: Jestli jsi měl nějakou úvahu, kam to zkusíš asi tak položit, nebo jestli si to prostě někam položil … a zkoušel jsi to…

Patrik: əə že … əə *(dívá se do tabulky)* to dvacet tři tak jsem si dal kartičku dvacet tři doprostřed a když jsou ty tři políčka tak jsem je sečetl a …

Asistentka: Ale paní učitelka se tě ptala, jak jsi to dělal opačně, kdyby si tam měl ten součet tří polí

Učitelka: Když tam máš součet třicet devět.

Chlapec 1: Tak si to musíš prostě sečíst a pak to dát na ty čísla a zkusit, vyzkoušet všechny čísla jestli je to devadesát devět a pak to tam napsat.

Učitelka: Vyzkoušet všechny čísla?

Chlapec 1: Hmm.

Učitelka: Tak tolikrát jsi to počítal? Všechny, všechna čísla jsi vyzkoušel?

Chlapec 1: Hmm.

Učitelka: Jak to počítal Lukáš?

Lukáš: Já jsem to počítal tak, …u tý devadesát devítky tady jsem měl to už vypočítaný to šedesát devět *(ukazuje do svých výpočtů)* a devadesát devět je větší o třicet, tak když jsem to měl na tý dvacet trojce tak jsem si to posunul na třicet trojku, protože to číslo je větší o deset, abych to měl větší o třicet a potom jsem si to radši ještě spočítal a vyšlo mi to.

Učitelka: (přitakává) ə

Tak əəə Jak jste přišli əə, když jste věděli, že prostřední číslo je osm, jak jste přišli na součet? Jak jste k němu došli?

Adam: Lehce.

Učitelka: Adame, když to bylo tak lehké, tak povídej.

Adam: Hezky, česky, politicky.

Učitelka: Tak povídej, jak jsi na to přišel? … Řekni mi přesně, co si ta tvoje hlavička říkala.

Adam: Sčítal jsem to.

Učitelka: A co jsi sčítal?

Adam: Čííísla jsem sčítal.

Učitelka: To vím, že jsi nesčítal housky a rohlíky … Tak jaká čísla jsi spočítal? Jsi sečetl? *(čeká na odpověď)*

Adame, děkuji ti za tvoji odpověď, byla vynikající.

Adam: Není zač.

Učitelka: Ještě nějak jinak jste na to přicházeli než Adam, že sčítal nějaká čísla? *(Hlásí se Zuzka)* Zuzi.

Zuzka: Já jsem si dala ten žlutej proužek tak, aby əəəə uprostřed bylo číslo osm. A pak jsem věděla, že jakože za sebou, to může být jenom … za sebou jenom jednou může být položený, aby uprostřed byla osmička. Takže sedm, osm, devět, tak jsem to potom jenom sečetla.

Učitelka: Dobře. Takže jsi to sečetla.

Zuzka: *(přitaká)*

Učitelka: Tak jo, už máme končit.

Příloha VI - Příprava experimentu č. 1 – 2. část

Příprava na kroužek matematiky 27. 4. 2015 Vyučující: Jana Loulová

Třída: 3. třída

Téma lekce: **Stovková tabulka**

Cíle: Žáci rozumí struktuře a systému stovkové tabulky.

Žáci řeší kombinatorickou úlohu z prostředí Stovkové tabulky a vytvářejí si systém pro evidenci.

Žáci hledají zákonitost tří sousedních čísel x + y + z = 3y.

Žáci objevují pravidelný rytmus ve stovkové tabulce a pracují s ním.

Forma práce: Žáci budou pracovat samostatně, ale mohou spolu diskutovat. Já budu zadávat úlohy. Po jednotlivých úlohách bude následovat kontrola a diskuse nad způsoby řešení úloh.

Pomůcky: Velká stovková tabulka, mnoho malých stovkových tabulek, postavička panenky

---

Do prázdné stovkové tabulky umísti čísla 18, 22, 99, 86, 54, 37, 81, 72, 66, 86, 107.

0								8	
			13				17		
	21								
40									
						56			
		62	63						
				94					

0									

Jdi postupně po číslech stovkové tabulky a vybarvi každé 2. číslo (3. číslo)

Hledej všechny krátké cesty mezi čísly

2) Najdi cesty mezi čísly 11 a 22.
3) Najdi všechny cesty mezi čísly 4 a 25.
4) Najdi všechny cesty mezi čísly 62 a 70.
5) Najdi cesty mezi čísly 1 a 23. Hledej všechna řešení.
6) Najdi cesty mezi čísly 3 a 26. Hledej co nejvíce řešení.

[28]Najdi 3 sousední čísla, jejichž součet je 3, 9, 11, 15, 24, 33, 45, 159

Umísti obdélníček na tabulku tak, aby prostřední číslo bylo 4, 6, 12, 15, 40. Zjisti součet tří polí.

Výsledky eviduji to tabulky na tabuli. Řeknu dětem, že budu zapisovat vždy jen prostřední číslo, abych nemusela vypisovat všechna čísla.

Jak nejrychleji zjistíš součet tří sousedních polí ve stovkové tabulce?

Diskuse nad způsoby řešení úloh.

[28] Tato úloha v textu práce není, protože z důvodu nedostatku času jsem ji se žáky nerealizovala.

Příloha VII – Příprava experimentu č. 2

Příprava na tábor 29. 7. 2015 Vyučující: Jana Loulová

Třída: předškolní až 5. třída

Téma lekce: **Stovková tabulka**

Cíle: Děti se seznámí se strukturou a systémem stovkové tabulky.

Vědí, proč jsou čísla v tabulce takto rozmístěna.

Vědí, co jsou sudá a lichá čísla. Objevují jejich pravidelnost ve struktuře stovkové tabulky.

Žáci vidí rozdíl mezi pojmem číslo a číslice.

Žáci hledají zákonitost tří sousedních čísel $x + y + z = 3y$.

Žáci pracují s prostorovou orientací.

Žáci spolupracují.

Žáci objevují barevný rytmus, ve kterém pokračují.

Forma práce: Na zemi bude položená z jednotlivých čísel složená velká stovková tabulka s čísly 0 – 99, na které se děti budou pohybovat. Celá lekce je řízena dopisy od Padoucha, tudíž děti budou pracovat převážně samostatně podle pokynů Padoucha. Děti musí získat 5 indicií (slova: KRUH, SVĚTLO, TEPLO, BUŘT a symbol přeškrtnuté kapky vody), které je dovedou k ohništi, ve kterém se bude nacházet poslední mimoňské písmeno.

Pomůcky: Velká stovková tabulka na zemi, velké množství malých stovkových tabulek, papíry, tužky, dopisy od Padoucha, překladová tabulka

---

Nazdárek Mimoňové,

takže vám se povedlo dojít až na úplný konec a potřebujete už jen poslední symbol? Nemyslete si, že ho dostanete jen tak zadarmo. Na zemi leží velká tabulka plná úkolů. Pokud je všechny správně vyřešíte, získáte 5 indicií, které vás dovedou k poslednímu symbolu. Bude to ale chtít nažhavit hlavu.

První úkol je takovýto:

Kolik má tabulka řádků?

Další zadání je pod číslem, na které jste přišli.

Zde děti dojdou na číslo 10, kde bude další zadání.

Vytvořte 5 skupinek. Každá skupinka si vezme jednu číslici (na kartičkách budou čísla 0, 1, 2, 3, 9). Nyní zjisti, **kolikrát se tvoje číslice v tabulce objevuje.** Výsledné počty jednotlivých skupin sečtěte. Pod tímto číslem je další úkol. (Hejný, M., 2009, s. 73)

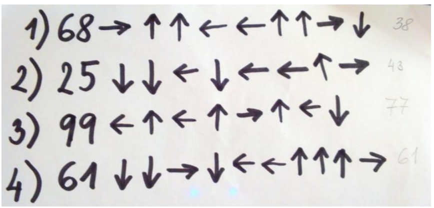
0 je 10x, 1, 2, 3, 9 je 20. Součet tedy je 90. Pod 90 je další úkol.

Zjistěte **kolik je v tabulce lichých čísel**. Pokud se vám to povede, získáte už 1. indicii a věci, které budete dále potřebovat.

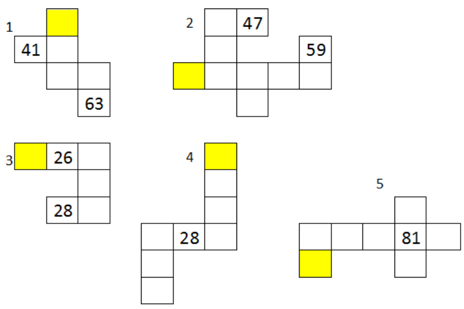
Lichých čísel je 50. Pod 50 je první indicie – přeškrtnutá kapka vody a další dopis.

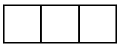
Rozdělení na dvě skupiny: starší a mladší děti

Vytvořte 4 dvojice. Každá dvojice má jedno zadání. Jeden si stoupne na číslo ze začátku cesty, druhý ho bude navigovat a dovede ho podle šipek k poslednímu číslu. Společně sestavte slovo a to je další indicie.



Rozdělte se do 5 skupin. Každá skupina si vezme jeden výřez z tabulky. Doplňte čísla podle tabulky, ze žlutého pole si zjistěte písmeno a složte slovo.



Najděte tři sousední pole v tomto tvaru,  aby jejich součet byl 1) 15, 2) 24, 3) 33, 4) 60, 5) 153. Až tři čísla najdete, najděte písmeno k prostřednímu číslu a složte slovo.

Mladší Mimoňové, pracujte všichni dohromady/ve dvojicích (podle počtu dětí). Vybarvujte tabulku podle již začatého vzoru. Z každé tabulky vyberete podle pokynu jedno číslo, k němu najdete písmeno a složíte indicii.

1) 15. černé pole

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

2) Předposlední modré pole

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

3) 5. modré pole od konce

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

4) Celkový počet žlutých polí

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Dejte všechny indicie dohromady a pořádně přemýšlejte, kde by se poslední symbol mohl ukrývat. Pokud víte, začněte hledat.

Symbol bude ukrytý v krabičce pod dřívím v ohništi.

Příloha VIII – Překladový klíč k experimentu č. 2

Příloha IX – Příprava experimentu č. 3 – 1. část

Příprava na kroužek matematiky 26. 10. 2015 Vyučující: Jana Loulová

Téma lekce: Stovková tabulka

Motivace: Pátrání po odcizeném školním trezoru

Cíle lekce: Žáci se seznámí se strukturou a systémem stovkové tabulky.

Žáci objevují zákonitost tří sousedních čísel $x + y + z = 3y$.

Žáci objevují zákonitost pěti sousedních čísel $u + v + x + y + z = 5x$.

Žáci se seznamují s posloupností součtu třech polí při posouvání po stovkové tabulce ve vertikálním směru (součet tří polí + posunutí o jedno pole vpravo = součet na původní pozici +3)

Žáci se seznamují s posloupností součtu třech polí při posouvání po stovkové tabulce horizontálním směru (součet tří polí + posunutí o jedno pole dolů = součet na původní pozici +30)

Žáci si procvičí pamětné sčítání většího počtu dvouciferných čísel.

Žáci si v kombinatorických úlohách vytvářejí systém, podle kterého dokazují všechna možná řešení.

Forma práce: Žáci budou ve dvojicích pracovat na vyplnění protokolu. Po částech jejich práci zastavím a vše budeme kontrolovat a o všem diskutovat.

Pomůcky: PPT prezentace, protokoly, malé stovkové tabulky, důkazy, rukavice

---

Motivace, vyprávění příběhu o ukradeném trezoru, vymyšlení krycího jména.

Dobrý den, vítám Vás v mojí detektivní kanceláři. Musím Vám něco říci, stala se tady ve škole katastrofa. Dnes ráno někdo uloupil z ředitelny školní trezor. Již tady byla policie a povolala moji detektivní kancelář Školní záhady, na které se mimochodem specializuji. Požádala mě, abych si vytvořila tajný tým odborníků, se kterým školní trezor vypátráme. Je jasné, že se trezor nachází ještě v budově školy. Z kamer umístěných u východů školy je zřetelně vidět, že trezor nikdo ven nepronesl. Na celý případ je uvaleno přísné informační embargo, to znamená, že je přísně tajný a nesmíme vynášet žádné informace.

K úvodu lekce je vytvořená prezentace, ve které jsou bližší informace k případu.

3. slide – *Moje krycí jméno je Zvědavá úča. Mít krycí jméno je velmi důležité, proto*

si ho také vymyslete.

5. slide – *Na místě činu se našlo mnoho důkazů a také otisků prstů. Proto, kdybyste objevili něco podezřelého, na nic nesahejte, abyste na předměty nepřenesli vaše otisky prstů. Já mám s sebou rukavice, takže se o všechno postarám.*

7. slide – *Byl shledán také velmi zajímavý důkaz, který nikomu z kanceláře nenáleží, a proto se domnívám, že pachateli zřejmě při lupu vypadl z kapsy, a tak nám nechtíc zanechal stopu. My nyní musíme tento důkaz pečlivě prozkoumat, aby nám nic podstatného neuniklo. Připravila jsem zde protokoly, které se k důkazům vyplňují a následně se zakládají do složky případu.*

A pokud jste se někdy dívali na detektivku, jistě víte, že je vždy dobré mít po ruce parťáka, který vám bude krýt záda. Tudíž na případu budete pracovat ve dvojicích (trojicích).

Vyplňování protokolu.

Diskuse nad způsoby řešení úloh.

Příloha X – Protokol k 1. části experimentu č. 3

PROTOKOL K NALEZENÉMU DŮKAZU

Vyšetřovaný případ	Odcizení školního trezoru FZŠ Barrandov
Název důkazu	Tabulka s čísly
Místo nalezení	místo činu ředitelna FZŠ Barrandov
Datum nalezení	26.10.2015

Popis důkazu

Počet řádků	
Počet sloupců	

Počet číslic	0	1	2	5	9

Celkový počet číslic	

Součet všech čísel v úhlopříčce	0 - 99	
	90 - 9	

Počet všech krátkých cest od čísla	77 k 98		Popis cesty
	57 k 94		Popis cesty
	24 k 10		Popis cesty

Součet 3 sousedních polí jejichž prostřední číslo je:	11		32	
	21		33	
	31		42	

Prostřední číslo tří sousedních polí jejichž součet je:	36		159	
	39		189	
	41		126	

Součet 5 sousedních polí jejichž prostřední číslo je:	12	
	15	
	5	

podpis

Příloha XI – Příprava experimentu č. 3 – 2. část

Příprava na kroužek matematiky 2. 11. 2015 Vyučující: Jana Loulová

Téma lekce: prostředí stovková tabulka

Motivace: Pátrání po odcizeném školním trezoru – 2. část. V této lekci budeme hledat klíč k odcizenému trezoru.

Cíle lekce: Žáci rozumí struktuře a systému stovkové tabulky.

Žáci prohlubují poznání zákonitosti součtu tří sousedních čísel $x + y + z = 3y$.

Žáci objeví zákonitost pěti sousedních čísel $u + v + x + y + z = 5x$.

Žáci si procvičí pamětné sčítání většího počtu dvouciferných čísel.

Žáci si v kombinatorických úlohách vytvářejí systém, podle kterého dokazují všechna možná řešení úlohy.

Žáci pracují s prostorovou představivostí.

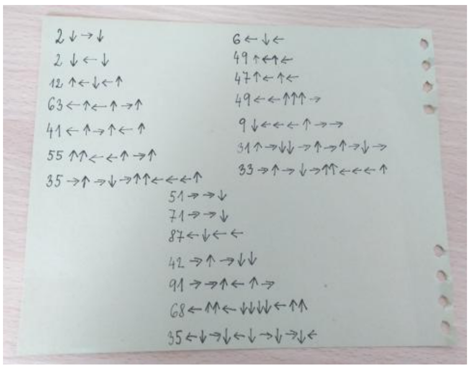
Forma práce: Žáci budou ve skupinách pracovat nad jednotlivými úlohami. V závěru bude velká diskuse.

Pomůcky: malé stovkové tabulky, důkazy, klíč od trezoru, velká stovková tabulka, písmenová tabulka, protokoly z minulé lekce

---

Rekapitulace minulé lekce a diskuse nad způsoby řešení úloh.

Předvedení dalšího důkazu a řešení šipek. Podle šipek žáci objeví písmena WC, kam dojdeme, a najdeme tam listy papíru z pachatelova deníku.



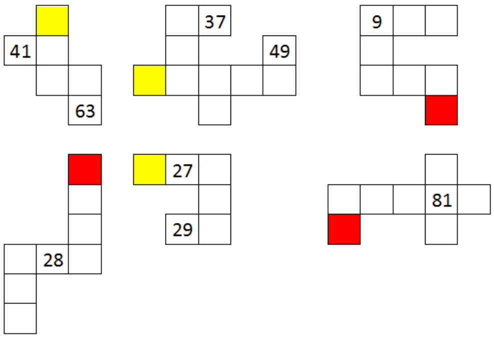
Představení písmenové tabulky.

Práce nad listy z deníku.

1. list papíru – výřezy ze stovkové tabulky

Zadání pro žáky:

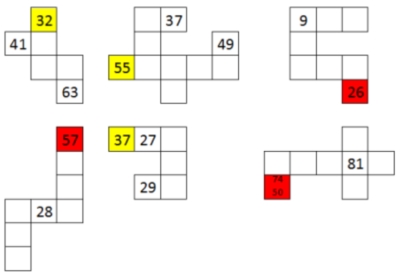
VÝŘEZ Z TABULKY – BAREVNÉ POLE = PÍSMENO



Zde vzniknou dvě slova LOĎ, MOŘE (barevně odlišená písmena).

Řešení: 32 - Ď
55 – O
37 – L

57 - M
26 - O
74 - Ř
50 - E



---

2. list papíru – kombinatorická úloha na hledání všech krátkých cest mezi čísly, součet těchto cest

KRÁTKÉ CESTY OD 5 K 19 – SOUČTY CEST ZAKRESLIT DO TABULKY-

SOUČET = PÍSMENO

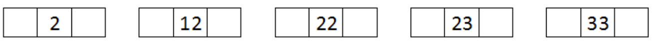
Zde vznikne slovo ULICE

Řešení: 5. cest, součty: 54 – U, 63 – C, 72 – L, 81 – I, 90 – E

---

3. list papíru – součet tří sousedních polí s prostředním číslem …

SOUČET 3 SOUSEDNÍCH POLÍ = PÍSMENO

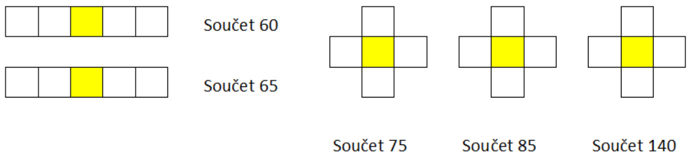


Zde vznikne slovo KOTVA

Řešení: 6 – O, 36 – K, 66 – V, 69 – T, 99 – A

4. list papíru – prostřední číslo obrazců, které mají součet …

PROSTŘEDNÍ ČÍSLO OBRAZCŮ = PÍSMENO



Zde vznikne slovo MAJÁK

Řešení: 12 – A, 13 – K, 15 – M, 17 – J, 28 – Á

Po objevení všech slov se žáci budou snažit přijít na to, kde by mohla být další stopa. Následně se tam všichni vydáme a najdeme krabičku, ve které bude skrytý klíč od trezoru.

Na závěr lekce bude následovat rozbor jednotlivých úloh.

Jaká úloha vám dělala problémy?

Jak jste řešili úlohy?

Objevili jste něco zajímavého, překvapivého?

Výzva na doma: Proč součty cest z cvičení z druhého papíru jsou všechny v tabulce pravidelně? Je to náhoda, nebo to takto funguje vždy?

Příloha XII – Příprava experimentu č. 3 – 3. část

Příprava na kroužek matematiky 9. 12. 2015 Vyučující: Jana Loulová

Téma lekce: Stovková tabulka

Motivace: Pátrání po odcizeném školním trezoru – 3. část. V této lekci vypátráme trezor a tím bude blok lekcí se stovkovou tabulkou uzavřený.

Cíle lekce: Žáci rozumí struktuře a systému stovkové tabulky.

Žáci si v kombinatorických úlohách vytvářejí systém, podle kterého dokazují všechna možná řešení úlohy.

Žáci do strukturálního prostředí stovkové tabulky promítají geometrické útvary – obdélníky.

Žáci hledají různé rozměry stran obdélníka v závislosti na jeho obsahu.

Forma práce: Žáci pracují samostatně, postupně si chodí pro zadání úloh od nejjednoduššího.

Pomůcky: Důkazy, trezor s klíčem, mnoho stovkových tabulek, zadání úloh, obálka s puzzly, písmenová tabulka, odznaky, čokoládové mince, reflexe

---

Úvod, výzva z minulé lekce

Předvedení nového důkazu, který přinesla policie a samostatné řešení.

OBDÉLNÍK Z ___ ČÍSEL OBSAHUJÍCÍ ČÍSLA ___ A ___

- VŠECHNA ŘEŠENÍ – VŠECHNA POLE ZAČERNIT – POČET ŘEŠENÍ

1) OBDÉLNÍK Z 6 ČÍSEL OBSAHUJÍCÍ ČÍSLA 32 A 44
2) OBDÉLNÍK Z 3 ČÍSEL OBSAHUJÍCÍ ČÍSLO 20
3) OBDÉLNÍK Z 8 ČÍSEL OBSAHUJÍCÍ ČÍSLA 65 A 86
4) OBDÉLNÍK Z 6 ČÍSEL OBSAHUJÍCÍ ČÍSLA 88 A 79
5) OBDÉLNÍK Z 6 ČÍSEL OBSAHUJÍCÍ ČÍSLA 3 A 13
6) OBDÉLNÍK Z 8 ČÍSEL OBSAHUJÍCÍ ČÍSLA 71 A 72
7) OBDÉLNÍK Z 12 ČÍSEL OBSAHUJÍCÍ ČÍSLA 27 A 39

Řešení: 1) 1 řešení 2) 4 řešení

3) 2 řešení 4) 3 řešení

5) 7 řešení

6) 9 řešení

7) 6 řešení

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Zaznamenání všech řešení do jedné společné tabulky a přenesení prázdných polí do písmenové tabulky.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

D	B	X	U	Ž	M	CH	A	E	Ž
K	U	N	D	Á	A	D	É	O	K
V	J	É	Š	V	Ž	Á	M	Ů	Y
CH	O	X	K	B	Ě	Q	C	Á	Ú
B	P	É	V	Ě	D	Ů	Í	H	W
B	Ů	M	A	A	Ý	Ř	R	D	J
D	Z	N	I	L	D	Ř	K	N	S
Ů	S	É	V	C	M	Ž	K	Č	S
Ž	L	Í	É	F	Č	Ě	Š	F	O
Y	D	G	T	K	B	Y	A	S	V

Hledání obálky s puzzly na chodbě u květiny a složení puzzlí.

Hledání v šatně, otevření trezoru a rozdělení sladké odměny.

Reflexe a pasování správného detektiva

Příloha XIII – Obrázek puzzlů

Příloha XIV – Obrázek odznaků pro správného detektiva

Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta

M. Rettigové 4, 116 39 Praha 1

Evidenční list žadatelů o nahlédnutí do listinné podoby práce

Jsem si vědom/a, že závěrečná práce je autorským dílem a že informace získané nahlédnutím do zveřejněné závěrečné práce nemohou být použity k výdělečným účelům, ani nemohou být vydávány za studijní, vědeckou nebo jinou tvůrčí činnost jiné osoby než autora.

Byl/a jsem seznámen/a se skutečností, že si mohu pořizovat výpisy, opisy nebo rozmnoženiny závěrečné práce, jsem však povinen/povinna s nimi nakládat jako s autorským dílem a zachovávat pravidla uvedená v předchozím odstavci tohoto prohlášení.

Poř. č.	Datum	Jméno a příjmení	Adresa trvalého bydliště	Podpis
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				
6.				
7.				
8.				
9.				
10.				