

OPONENTSKÝ POSUDEK NA DIPLOMOVOU PRÁCI

Autor diplomové práce: Eva Buriánková

Vedoucí diplomové práce: Prof. RNDr. Luboš Pick, DrSc.

Oponent: Doc. RNDr. Aleš Někvinda, CSc.

Rok podání diplomové práce: 2013

Diplomová práce Evy Buriánkové zobecňuje její bakalářskou práci a zabývá se studiem vlastností operátoru

$$S_a f(t) = \int_0^\infty a(st)f(s)ds$$

na Banachových prostorech funkcí invariantních vůči nerostoucímu přerovnání (píšeme RI prostor). Hlavním cílem práce je nalezení optimálního cílového prostoru Y v rámci RI prostorů k danému zdrojovému RI prostoru X za jistých předpokladů na funkci a . To je obsahem věty 2.1.17, kde je Y charakterizován pomocí asociovaného prostoru a operátoru S_a . Dále jsou tyto výsledky aplikovány na speciální případ $a(t) = e^{-t}$, což dává dobře známou Laplaceovu transformaci.

Autorka se dobře zorientovala v rozsáhlé oblasti funkcionální analýzy a teorii prostorů funkcí, zejména v teorii RI prostorů a s tím souvisejícími pojmy jako nerostoucí přerovnání či Lorentzovy prostory. Navíc je zde použita technika K -funkcionálu, což je zase pojem z teorie interpolací prostorů funkcí.

V práci lze najít několik nepřesností, jejichž seznam přikládám.

Nepřesnosti:

- (1) str 2, ř. 2. Hned v úvodu je napsáno, že S_a je jednodimenzionální operátor. Jak je to myšleno?
- (2) str 6, Remark 1.1.12. Opravdu je možné nahradit $\int_R |fg|$ výrazem $\int_R f^*g^*$? Nepředpokládá se totiž, že jde o RI normu. Navíc by snad mělo být spíše $\int_0^{\mu(R)} f^*g^*$ místo $\int_R f^*g^*$.
- (3) str 7. Rád bych viděl citaci na Větu 1.1.22.
- (4) str 9. Ve větě 1.2.6 by bylo dobré uvést význam konstant M_0, M_1 .
- (5) str 12. ř 26. Co znamená $(E_t g)_t^*(y)$? Nemá být spíše $(E_t g)^*(y)$?
- (6) str. 17. ř 17-18, 22-23. Proč je pravda

$$\mu\{s \in (0, \infty) : \min\{|f(s)|, f^*(t)\} > \lambda\} = \mu\{s \in (0, \infty) : \min\{f^*(s), f^*(t)\} > \lambda\}$$

a podobně

$$\begin{aligned} & \mu\{s \in (0, \infty) : \max\{|f(s)| - f^*(t), 0\} > \lambda\} \\ & = \mu\{s \in (0, \infty) : \max\{f^*(s) - f^*(t), 0\} > \lambda\} \end{aligned}$$

- (7) str. 17. ř 20. Má snad být $\chi_{(0,t)}$ místo $\chi_{(0,1)}$.
- (8) str. 19. ř 8. Má snad být $\sup s f^*(s)$ místo $\sup f^*(s)$.
- (9) str. 21. ř 16. Má snad být \leq místo $=$.
- (10) str. 21. ř 25. Nerozumím podmínce, že $\frac{1}{x} \int_0^x a(y)dy$ je konečné. Co tam má vlastně být?
- (11) str. 23. ř 20. Chybí na dvou místech dy .
- (12) str. 23. ř 25. Ve skutečnosti je pouze dokázána nerovnost $\|S_a f\|_{X'} \leq C \|f\|_{Y'}$ pro $f \geq 0$. Mělo by se ještě dokázat, že to potom platí i pro funkce ne nutně nezáporné.

- (13) str. 25. ř 4. Co znamená ve větě 2.2.1 výraz $\frac{p}{q}$ v případě $p = q = \infty$?
- (14) str. 27. ř 15,16,17. Má snad být ydz místo dzy a jednou chybí dz .
- (15) str. 27. ř 23. Co je \exp^{-t} ?
- (16) str. 28. ř 10,12. Lepší je psát L místo S_a .
- (17) str. 28. ř 10. Opět, co je $\frac{q}{p}$ pro $p = q = \infty$.
- (18) str. 28. ř 19, 20. Jsou opravdu nutné ve větě 2.2.4 oba předpoklady?
- (19) str. 29. ř 7. Má snad být \leq místo $=$.
- (20) str. 29. ř 10,13,21. Tady všude není jasné, jak je to s hodnotou $p = 1$. Příslušné integrály pak mohou být nekonečné.
- (21) str. 30. ř 7. Má snad být $\|h\|_{Z_X}$ místo $\|h\|_Z$.
- (22) str. 32. ř 20. Co jsou \tilde{p}, \tilde{q} ?
- (23) str. 35. ř 4. Pro která p platí $(\Lambda^p(u))' = \Gamma^{p'}(\tilde{u})$? Předpokládá se $0 < p \leq \infty$.

Práce je přehledně sepsána. Také oceňuji úroveň použití anglického jazyka. I přes výše uvedené nedostatky se jedná o dobrou práci, která splňuje požadavky kladené na diplomovou práci.

Aleš Nekvinda