

## POSUDEK VEDOUcíHO BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

**Název:** Struktura nekomutativních těles

**Autor:** Tomáš Reichel

### SHRNUTÍ OBSAHU PRÁCE

Práce obsahuje konstrukci nekomutativních těles, jejichž maximální komutativní podtěleso je cyklickým rozšířením konečného stupně nad centrem zkonstruovaného nekomutativního tělesa. Zatímco fakt, že nalezený objekt tvoří nekomutativní algebru je téměř zřejmý, důkaz, že se skutečně jedná o těleso je značně obtížný. Meze prezentované teorie jsou ilustrovány na několika jednoduchých příkladech.

### CELKOVÉ HODNOCENÍ PRÁCE

**Téma práce.** Ačkoli práce vycházela z jediné monografie R.S.Pierce Associative Algebras, která se zabývá podstatně širší problematikou, bylo téma práce poměrně obtížné. Po studentovi vyžadovalo jednak pochopení širšího kontextu otázky, především náhled na nekomutativní tělesa jako speciální případ jednoduchých algeber, a poté adaptování obecných homologických a kategoriálních nástrojů, s nimiž se studenti matematických struktur běžně setkávají až v magisterském studiu, na vyřešení partikulárního úkolu. Studentu se přes jistou restrikcí rozsahu zpracované teorie podařilo zadání práce naplnit.

**Vlastní příspěvek.** Student vedle zpracování značně rozsáhlé teorie a jejího použití na zodpovězení partikulární otázky uvážil, jak prezentovaná konstrukce funguje v obecně známém příkladu nekomutativního tělesa kvaternionů a proč nemůže fungovat pro konečná tělesa. Vlastním studentovým výsledkem je rovněž důkaz Lemmatu 14, který v Piercově monografii využívá hlubších poznatků z teorie kategorií modulů.

**Matematická úroveň.** Text je napsán se snahou o maximální zjednodušení používaného matematického aparátu a o stručnost vyjadřování, což je sice hlavní předností práce, občas to ovšem bohužel vede spíše k zamlčení než k zjednodušení argumentace (příklady viz níže). Úroveň práce rovněž zbytečně snižuje značné množství drobných matematických nepřesností, které bylo možné při důkladnější revizi textu odstranit. Jeho výsledná forma přesto svědčí o autorově vhledu do zkoumané problematiky.

**Práce se zdroji.** Hlavní použitý zdroj zabývá obecnějšími otázkami a naopak u mnohých využívaných faktů, která nejsou součástí standardního bakalářského studia obecné matematiky, je u čtenáře monografie předpokládána jejich znalost. To od studenta vyžadovalo netriviální adaptování a doplňování postupů.

**Formální úprava.** Množství jazykových a stylistických nepřesností je úměrné délce textu, čtenář by občas přivítal podrobnější komentáře prezentovaných postupů.

### PŘÍPOMÍNKY A OTÁZKY

1. V důkazu Tvrzení 11 je nejasné proč lze  $f : A_{\Phi} \rightarrow B$  uvažovat jako  $E$ -lineární zobrazení.
2. V důkazu Lemmatu 12 není vysvětleno jaká je struktura  $S$  jako  $S \otimes S^{op}$ -modulu a není tudíž jasné proč jde o jednoduchý  $S \otimes S^{op}$ -modul.

3. Proč je Lemma 15 formulováno až na straně 14, když je využíváno dříve (ve Větě 6 či Lemmatu 12)?
4. *První část Tvrzení 17 je zřejmá*, pokud víme, že je zobrazení  $\kappa$  z předchozí definice homomorfismus, ale odkud to víme?
5. V definici grupy  $H^2$  na straně 17 bychom jasně měli říct, jaké má grupové operace.
6. Některé matematické nepřesnosti:
  - s.7: ve formulaci Věty 7 na s. 7 má být  $k < n$  nikoli  $k \leq n$ ,
  - s.8: v Lemmatu 9 (i jinde) bychom měli psát raději  $(i + j)_{-n}$  než  $i + j_{-n}$ .
  - s.8: Poznámka za Lemmatem 10 patří spíše do formulace Věty 7.
  - s.9: v Tvrzení 11 dokazujeme, že je jádro nulové, nikoli neprázdné, dále by mělo být uvedeno odkud bereme  $i$  a  $j$ ,
  - s.9, ř.-8: v normě prvku  $x + iy$  nemá být odmocnina,
  - s.12: v důkazu "opačné inkluze" v Tvrzení 13 nám stačí nejprve ukázat, že  $Z(A \otimes B) \subseteq C_A \otimes B(A \otimes F) \cap C_A \otimes B(F \otimes B)$  (což se poněkud zmatečně také dokazuje), navíc bychom zde (i jinde) mělo vysvětlit proč stačí pracovat s generátory tvaru  $a \otimes b$  nikoli s obecnými prvky  $\sum_i a_i \otimes b_i$ ,
  - s.13: v důkazu "jednoduchost" v Tvrzení 13 uvažujeme jiné  $n$  než to ze začátku důkazu,
  - s.13, ř.-6: ve výrazu vlevo má být  $d_{ik}$  a  $\tilde{d}_{kj}$ ,
  - s.15, ř.-7 a -6: předposlední člen v řadě rovností postrádá smysl,
  - s.16: v (poněkud zmatečném) důkazu bodů (1) a (2) Tvrzení 17 není vysvětleno značení, navíc občas chybí  $x$ ,
  - s.18, ř.3: místo  $\delta_{\delta^{(1)}}^{(2)}$  má být  $\delta^{(2)}\delta^{(1)}$ ,

## ZÁVĚR

Přes uvedené výhrady práce podle mého názoru splnila zadání a doporučuji ji uznat jako bakalářskou práci.

*Návrh klasifikace vedoucí sdělí předsedovi zkušební (sub)komise.*

Jan Žemlička  
 Katedra algebry  
 25.8.2015