

Univerzita Karlova v Praze, Přírodovědecká fakulta  
Ústav hydrogeologie, inženýrské geologie a užití geofyziky

Studijní program: Geologie  
Studijní obor: Geotechnologie



Jakub Pokorný

**Možnosti hydraulického štěpení při využívání geotermální energie**  
**Possibilities of hydraulic fracturing in geothermal energy exploitation**

Bakalářská práce

Vedoucí: prof. RNDr. Tomáš Fischer, Ph.D.

Praha 2016

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem závěrečnou práci zpracoval samostatně a že jsem uvedl všechny použité informační zdroje a literaturu. Tato práce ani její podstatná část nebyla předložena k získání jiného nebo stejného akademického titulu.

V Praze, 2016

Podpis.....

Poděkování:

Rád bych touto cestou poděkoval svému školiteli prof. RNDr. Tomáši Fischerovi, Ph.D. za možnost výběru atraktivního tématu, odborné vedení, přátelský přístup a přínosné rady. Dále děkuji mému konzultantovi Mgr. Josefu Vlčkovi za pomoc při vyhledávání informací a konečně rodičům a přítelkyni za pomoc a podporu.

## ABSTRAKT

Hydraulická stimulace je metoda sloužící ke zvýšení propustnosti rezervoáru vznikem nových a propojením stávajících puklin. Cílem této bakalářské práce je shrnutí a vysvětlení základních principů mechaniky kontinua a základů hydrauliky tekutin, které jsou neodmyslitelnou součástí celkového pochopení problematiky stimulace a jejího pozdějšího podrobnějšího studia. Po obecném úvodu jsou tyto poznatky následně dávány do souvislostí ve smyslu mechanismu štěpení horniny a proudění tekutiny v nově vznikajícím stimulovaném geotermálním systému. Celá práce je završena uvedením příkladu geotermálního projektu Groß Schönebeck od začátku stimulace až do závěrečných hydraulických testů, které byly provedeny s cílem vyhodnocení efektivity zvyšování puklinové propustnosti.

## ABSTRACT

Hydraulic stimulation is a technique used to increase the permeability of reservoir formation by creation of new and connection of existing cracks. The aim of this bachelor thesis is to collect and explain the basic principles of continuum mechanics and fundamentals of fluid hydraulics that are an integral part of the overall understanding of the issue of stimulation and its later more detailed study. After a general introduction, these findings are put into context in terms of mechanism of rock fracturing and fluid flow in the emerging stimulated geothermal systems. This thesis is completed by placing the example of geothermal project Groß Schönebeck from the start of stimulation to the final hydraulic tests, which were carried out with the aim of assessing the efficiency of fracture permeability enhancement.

# Obsah

1. Úvod .....	1
2. Základy mechaniky kontinua .....	2
2.1. Vektor a tenzor napětí.....	2
2.2. Tenzor deformace .....	3
2.3. Zobecněný Hookův zákon.....	5
2.4. Elementární Hookův zákon .....	5
2.5. Neelastická deformace .....	6
2.6. Objemové, plošné síly a podmínky jejich rovnováhy .....	7
2.7. Podmínky rovnováhy.....	10
2.8. Porušení horniny .....	10
2.9. Terzagioho princip efektivních napětí .....	11
3. Základy hydrauliky kapalin .....	12
3.1. Trajektorie, proudnice a tortuozita .....	12
3.2. Zákonitosti proudění tekutiny .....	13
3.3. Newtonův zákon viskozity .....	15
3.4. Rovnice kontinuity.....	16
3.5. Bernoulliho rovnice .....	18
4. Hydraulické štěpení a jeho mechanicko-hydraulické parametry .....	19
4.1. Proppant.....	20
4.2. Injektovaný objem tekutiny a její bilance.....	21
4.3. Výška a šířka trhliny.....	23
4.4. Proudění v trhlinách .....	24
4.5. Uzavírací tlak trhliny .....	25
5. Příklady hydraulické stimulace ve světě (Groß Schönebeck) .....	25
5.1. Hydraulická stimulace ve vrtu E GrSk 3/90 .....	27
5.2. Hydraulická stimulace ve vrtu Gt GrSk 4/05.....	30
5.3. Hydraulické testy v propojeném rezervoáru .....	32
6. Závěr .....	34
7. Literatura .....	36

# 1. Úvod

V dnešní době, kdy se naše populace neustále rozrůstá a rozvíjí, je vyvíjen stále větší tlak na využívání takových zdrojů energie, které minimálním způsobem anebo vůbec nepoškozují životní prostředí. Jedním z takových zdrojů je geotermální energie, tedy zemské teplo, které využíváme například pro následnou výrobu energie elektrické. Abychom však tuto energii mohli využívat je ve většině případů třeba vytvořit pod zemským povrchem tepelný výměník, kde dochází k předání tepla mezi horninou a médiem a propojit cesty mezi injektážními a produkčními vrty k zaručení jeho cirkulace. K tomuto účelu se využívá právě hydraulická stimulace, kterou se tato bakalářská práce zabývá. Za pomoci tlaku tekutiny<sup>1</sup> tato metoda vytváří v horninovém prostředí nové a propojuje staré pukliny, aby tak dala vzniknout novým přístupovým cestám, kdy například vodu v systému HDR (hot dry rock) injektujeme za pomoci vysokého tlaku do horninového prostředí, necháme extrahovat teplo a druhým vrtem čerpáme zpět k povrchu (Armstead and Tester, 1987). Zajímavým faktem bezesporu je, že se nemusí jednat pouze o vodu, kterou v těchto systémech využíváme. O netradičních systémech HDR pojednává například (Brown, 2000) ve svém článku o využití superkritického oxidu uhličitého namísto vody. V první části mé práce se tedy budu zabývat hlavně obecnými poznatky z mechaniky kontinua, a následně také hydrauliky tekutin. Pochopení těchto dvou disciplín je zcela nezbytné pro pochopení složitějších mechanicko-hydraulických principů samotné stimulace, které se pokusím přiblížit v prostřední části této práce. V poslední části si dávám za úkol nastudovat a popsat hydraulickou stimulaci geotermálního projektu Groß Schönebeck a popsat průběh stimulace a následných hydraulických testů.

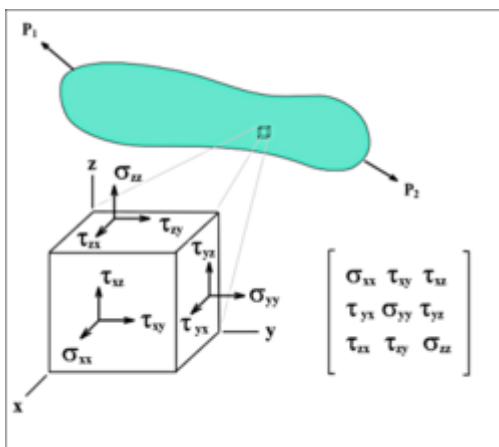
---

<sup>1</sup> Neměli bychom používat slovo kapalina, protože v některých případech byl využit například oxid uhličitý v superkritickém stavu.

## 2. Základy mechaniky kontinua

### 2.1. Vektor a tenzor napětí

Před samotným popisem vektoru a tenzoru napětí jako takových, nebude na škodu připomenout některé základní pojmy. V mechanice kontinua vektorem rozumíme veličinu, která má velikost směr a orientaci. Tím se liší od skaláru, který má pouze velikost. Tenzor můžeme naopak chápat jako zobecnění vektoru. Na rozdíl od vektoru, který lze rozložit na tři složky rovnoběžné s jednotlivými osami souřadnic, můžeme všem komponentám tenzoru přiřadit dva indexy, což nám ve trojdimenzionálním prostoru dovoluje každé z osových rovin přiřadit tři složky tenzoru, což vlastně můžeme chápat jako jeden vektor pro každou rovinu. V konečném důsledku to znamená, že lze tenzor druhého řádu<sup>2</sup> rozložit až na devět komponent, jak můžeme vidět níže na Obr.1. Ve své podstatě můžeme skalár i vektor také nazvat tenzory. Skalár je tenzor nultého a analogicky pak vektor chápeme jako tenzor řádu prvního.



Obr.1 tenzor napětí druhého řádu. Rozložení devíti komponent. Převzato z commons.wikimedia.org

Vektor napětí nám tedy udává směr, velikost a orientaci síly působící na námi sledovanou plochu s normálou  $\mathbf{n}$  (ný) vztahenou na jednotku této plochy. Při určování napjatosti v nějakém určitém bodě kontinua je nesmírně důležité určit normálu plochy, na které vektor napětí určujeme, protože daným libovolným bodem kontinua, ve kterém nás zajímají podmínky napjatosti, lze vést nekonečně mnoho plošek. Obecně nemůžeme předpokládat, že je směr vektoru napětí totožný se směrem normály. Je-li tomu tak, nebo provedeme-li pravouhlej průmět

vektoru napětí do směru normály  $\mathbf{n}$ , pak o vektoru mluvíme jako o normálovém. Abychom mohli sestavit tenzor napětí, který představuje konkrétnější a ucelenější představu o napjatosti v námi sledovaném elementu objemu, potřebujeme znát vektory napětí na třech různých a zároveň navzájem kolmých plochách, které procházejí bodem, ve kterém takový

<sup>2</sup> Tenzorem druhého řádu rozumíme matici 3x3.

tenzor chceme určit. Jelikož se může jednat o libovolné tři plochy, může vzniknout potřeba transformovat soustavu souřadnic do takové podoby, aby se komponenty nově vzniklého tenzoru, jehož fyzikální význam však zůstane zachovaný, sestávaly pouze z normálových složek (budou nás zajímat pouze normálové vektory na těchto plochách), tedy jinak řečeno vektory napětí tvořící tenzor budou rovnoběžné s příslušnými souřadnými osami. Výše popsanou transformaci můžeme realizovat podle následujícího vztahu:

$$T'_{i_1, i_2} = \sum_{j_1, j_2=1}^N A_{i_1, j_1} A_{i_2, j_2} T_{j_1, j_2} \quad (1)$$

kde  $T'$  je nově vzniklý transformovaný tenzor,  $T$  je původní tenzor a  $A$  je transformační matice. Jak jsem již zmiňoval výše a jak je vidět na (Obr. 1), jednotlivé komponenty tenzoru se označují dvěma indexy. První z nich nám říká, o jakou plochu se jedná a druhý z nich popisuje orientaci dílčího vektoru ve smyslu rovnoběžnosti s jednou ze souřadných os. V maticovém zápisu na pravé straně obrázku (Obr.1) můžeme vidět, že komponenty na hlavní diagonále značíme písmenem  $\sigma$  a nazýváme je normálovými napětími. Zbylé komponenty značíme řeckým písmenem  $\tau$  a hovoříme o nich jako o napětích tečných. Jestliže jsou normálová napětí s kladným znamínkem, znamená to, že bude docházet k protažení materiálu. Naopak záporné znaménko značí namáhání tlakem, a tedy dochází ke kompresi materiálu. Tenzor napětí je tenzor symetrický, což znamená, že jeho složky, které se nacházejí proti sobě přes diagonálu, jsou si rovny. Tuto skutečnost můžeme matematicky vyjádřit jako  $T_{ij} = T_{ji}$  a analogicky pak antisymetrický tenzor jako  $T_{ij} = -T_{ij}$ . Kdyby tenzor napětí nebyl symetrický, znamenalo by to, že se daný element kontinua nebude deformovat, ale bude docházet k jeho rotaci. Z poznatku, že je tenzor napětí symetrický implikujeme, že z jeho devíti složek je pouze šest nezávislých a tedy zbylé tři jsou nutně závislé. Tato kapitola byla psána podle publikace *Mechanika Kontinua* (Brdička, Samek, Sopko, 2011).

## 2.2. Tenzor deformace

Stejně jako u tenzoru napětí se jedná o symetrický tenzor druhého řádu. Pokud na námi sledovaný element kontinua působí síla a dojde-li následkem působení této síly ke geometrické změně tvaru, říkáme, že došlo k jeho deformaci. Rozlišujeme dva druhy deformace. Deformaci elastickou (pružnou), která má tu vlastnost, že při odstranění působící síly nabývá těleso původního tvaru a deformaci plastickou, při níž jsou změny tvaru trvalé.



Pod pojmem deformace si můžeme představit nejen změny vzájemných poloh hmotných bodů, které tvoří kontinuum, ale také translaci a rotaci takového tělesa jako celku. Pro popis tenzoru deformace nemají však dva naposledy zmíněné pohyby význam a nás nyní bude zajímat pouze taková elastická deformace, při níž dochází k vzájemné změně vzdálenosti dvou libovolných, avšak nekonečně blízkých hmotných bodů tělesa. Deformaci kontinua lze popsat například tak, že pro každý jeho bod definujeme vektor posunutí  $\mathbf{u}(x_1, x_2, x_3)$  z bodu  $A(x_1, x_2, x_3)$  do bodu  $A'(y_1, y_2, y_3)$ . V případě je-li bod  $A$  místo, kde se element nacházel před deformací,  $A'$  je bod, kde se element nacházel po deformaci a je-li  $\mathbf{u}$  vektor posunutí, musí platit následující vztah:  $y_i = x_i + u_i(x_j)$ . Abychom mohli posoudit míru deformace, musíme vzít v potaz i deformaci v nekonečně málo vzdáleném bodě  $B$ , protože popis, který jsem uvedl výše, by mohl ekvivalentně popisovat i například translační pohyb. Protože má bod  $A$  polohový vektor  $\mathbf{r}$ , bude mít bod  $B$  polohový vektor roven  $\mathbf{r} + d\mathbf{r}$ , z čehož vyplývá, že se jeho posun bude značit  $dy_i$  a tedy tvar vektoru posunutí bude:  $dy_i = dx_i + du_i(x_j)$ . Dále nás budou zajímat rozdíly čtverců vzdáleností vektorů  $\mathbf{AB}$  a  $\mathbf{A'B'}$ , protože právě ten nám bude udávat míru změny polohy dvou nekonečně málo vzdálených bodů kontinua a tedy i jejich deformace. Kdyby byl rozdíl čtverců vzdáleností roven nule, znamenalo by to, že se tyto dva body vůči sobě navzájem nepohnuli a tudíž nedošlo ke geometrické změně tvaru. Analogicky k tenzoru napětí, můžeme chápat tenzor deformace jako lokální míru deformace, tedy jinak řečeno pohybu vůči nekonečně málo vzdálenému okolí, rozložitelnou do třech navzájem kolmých ploch. Vztahy pro jednotlivé členy tenzoru deformace, které pro naše účely není třeba odvozovat a který byl popsán výše, jsou velice složité vzhledem k tomu, že v nich vystupují nejen lineární, ale tak i kvadratické derivace posunutí. Práce s nimi je tudíž velice náročná. Aby se celá situace dala pojmut jednodušeji, musíme se ve svých představách omezit pouze na deformace, jejichž posunutí a tudíž i jejich derivace jsou zanedbatelné vůči 1, z čehož vyplývá, že

$(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \ll 1, i, j, k = 1, 2, 3)$ . Poté můžeme některé členy vystupující ve vyjádření členů tenzoru deformace zanedbat a mluvíme o tak zvané teorii malých deformací, která je popsána tenzorem malých deformací. Podobně jako složky tenzoru napětí, mají i složky tohoto tenzoru své vlastní geometrické významy. Složky nacházející se na diagonále vyjadřují relativní lineární prodloužení, která jsou rovnoběžná s jednotlivými souřadnicovými osami.

Členy vyskytující se mimo diagonálu pak vyjadřují úhlovou deformaci, přesněji jsou tyto členy ekvivalentní polovině stejnojmenných úhlů smyku (Brdička, Samek, Sopko, 2011).

### 2.3. Zobecněný Hookův zákon

Jak již bylo naznačeno výše, vlastnosti kontinua, kterými se zabýváme, jsou definovány vzájemným vztahem napětí a deformace. Pokud se omezíme pouze na lineární průběh napětí a deformace, můžeme vzájemný vztah mezi těmito tenzory popsat zobecněným Hookovým zákonem, který má následující tvar:

$$\tau_{ij} = C_{ijkl} e_{kl} \quad (2)$$

- $\tau$ -tenzor napětí
- $e$ -tenzor deformace
- $C$ -tenzor elastických koeficientů

Vzhledem k tomu, že v případě  $\tau$  a  $e$  se jedná o tenzory symetrické, musí v zájmu zachování platnosti rovnice (2) být tenzor  $C$  také symetrický. Je také nutno poznamenat, že rovnice (2) se vztahuje na situaci v blízkém okolí nějakého vybraného bodu kontinua. Počet nezávislých elastických koeficientů se z prvotních 81, jedná se o tenzor čtvrtého řádu, se po uvážení symetričnosti redukuje na 36 a vzhledem k tomu, že je tento tenzor symetrický i pro záměnu dvojic koeficientů jak je vidět v rovnici (3), dojdeme nakonec k číslu 21 (Brdička, Samek, Sopko 2011).

$$C_{ijkl} = C_{klij} \quad (3)$$

### 2.4. Elementární Hookův zákon

Pokud se nyní vzdálíme od obecného tenzorového popisu vztahů mezi napětím a jím vyvolanou deformací, dostaneme se ke zjednodušené verzi Hookova zákona, který popisuje Interakci mezi jednosměrným normálovým napětím a jím vyvolanou deformací. Tento vztah má následující tvar:

$$\sigma = E \varepsilon \quad (4)$$

- $\sigma$ -napětí
- $\varepsilon$ -relativní zkrácení

- E-Youngův modul

Youngův modul je jeden z elastických koeficientů, vyskytujících se v tenzoru  $C_{ijkl}$ , udávající poměr mezi napětím a jím vyvolané deformace

Relativní zkrácení udává změnu délky, vztaženou k délce původní (je tedy bezrozměrná). Tento vztah můžeme matematicky vyjádřit následovně:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (5)$$

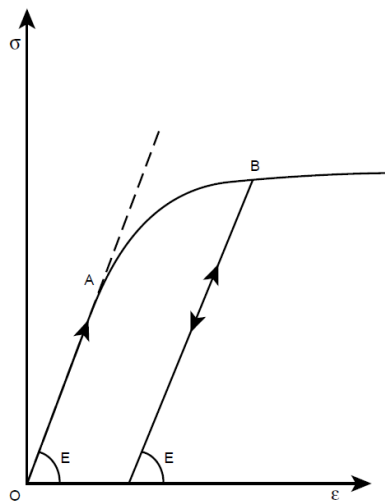
kde  $\Delta l$  je změna délky a  $l$  délka původní.

Je naprosto logické, že při změně délky nějakého tělesa musí zákonitě dojít k jeho prodloužení v laterálním směru. Tutu skutečnost vyjadřuje Poissonovo číslo, které udává poměr mezi laterálním rozšířením a vertikálním zkrácením a lze spočítat podle následujícího vztahu:

$$\mu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \quad (6)$$

Kde  $\varepsilon_y$  je vertikální zkrácení a  $\varepsilon_x$  laterální rozšíření.

## 2.5. Neelastická deformace



Obr.2-závislost mezi napětím a deformací elasto-plastického materiálu. Převzato z Economides a Nolte (2000).

Princip elastické deformace, který byl popsán v předešlé kapitole, nemůže být obecně aplikován na všechny druhy hornin, protože naopak většina z nich stejně jako vysoký počet jiných pevných látek vykazuje při každé, byť minimální deformaci, část z ní plastickou. Což znamená, že po odlehčení sebemenšího napětí zůstává ve vzorku zachována nějaká změna uspořádání (Brdička, Samek, Sopko, 2011). Na níže přiloženém Obr.2, můžeme vidět napětově-deformační závislost elasto-plastického cylindrického vzorku. Od počátku souřadného systému až do bodu A je vztah lineární, derivace křivky konstantní a rovna Youngovu modulu  $E$ . Jestliže v této oblasti (O-A) dojde k odlehčení, vztahy mezi napětím a deformací se nezmění a materiál nabude původních geometrických vlastností. Pokud nyní budeme pokračovat dále(A-B), je evidentní, že derivace

dojde k odlehčení, vztahy mezi napětím a deformací se nezmění a materiál nabude původních geometrických vlastností. Pokud nyní budeme pokračovat dále(A-B), je evidentní, že derivace

křivky se bude postupně zmenšovat a dojde-li v bodě  $B$  k odlehčení vzorku, cesta zpět k nulovému napětí nebude kopírovat tu přitěžující, ale bude zcela lineární s  $E$ . Dojdeme-li potom k nulovému napětí je patrné, že část deformace se nenavrátila. Při následném zatěžování nebude platit lineární vztah do bodu  $A$ , ale bude to právě bod  $B$ , který se stane novým hraničním bodem mezi elastickou a plastickou deformací. Takovému to posouvání hraničního bodu mezi elastickou a plastickou částí deformace se říká deformační zpevňování. Docházelo-li by k opačnému případu, jednalo by se o deformační změkčování. Jak lze předpokládat z výše uvedených informací, v elasto-plastickém modelu platí, že se celková deformace sestává z elastické a plastické části, podle následujícího vztahu:

$$d\varepsilon = d\varepsilon_e + d\varepsilon_p \quad (7)$$

Kde  $d\varepsilon$  je tedy totální přírůstek deformace,  $d\varepsilon_e$  přírůstek elastické deformace a  $d\varepsilon_p$  přírůstek deformace plastické (Thiercelin and Roegiers in Economides, Nolte, 2000).

## 2.6. Objemové, plošné síly a podmínky jejich rovnováhy

Následující kapitola o objemových a plošných silách je psána podle publikace Mechanika kontinua (Brdička, Samek, Sopko, 2011).

Obecně v mechanice kontinua rozeznáváme dva druhy sil. První z nich se nazývají objemové. Jsou projevem působení nějakého fyzikálního pole, nejčastěji pak pole gravitačního a prostupují celým objemem zkoumaného tělesa. Druhou skupinou jsou síly plošné, které vznikají na povrchu tělesa a do vnitřních částí tělesa se přenášejí za pomoci vzájemného silového působení mezi molekulami. Typicky se jedná o tlaky a tahy.

Pokud budeme popisovat objemové síly za pomoci gravitačního pole, víme, že na objemový element kontinua bude působit síla, která je přímo úměrná jeho hustotě  $\rho$  a tíhovému zrychlení  $g^3$  podle následujícího vztahu:

$$F = \rho g \quad (8)$$

---

<sup>3</sup> Tíhové zrychlení je výslednicí gravitačního a odstředivého zrychlení planety Země. Jeho velikost pro Prahu je 9,81373 m/s<sup>2</sup>.

Vzhledem k tomu, že nemůžeme obecně předpokládat hustotu za konstantní pro celý objem kontinua, bude vektor síly  $\mathbf{F}$  funkcí souřadnic bodu, okolo kterého si představujeme objemový element s danou hustotou. Na objemový element tedy bude působit síla rovna:

$$dF = F dv \quad (9)$$

Budeme-li nyní chtít vyjádřit celkovou objemovou sílu, působící na konečný objem kontinua, učiníme tak podle principu superpozice, která říká, že celková síla (označme ji třeba  $\mathbf{F}^v$ ), bude dána příspěvky od jednotlivých infinitezimálních objemů. Platí tedy vztah:

$$F^v = \int_v F dv \quad (10)$$

Jak bylo zmíněno dříve, plošné síly vznikají na hranici kontinua a okolního prostředí a do jeho vnitřních částí se dostávají prostřednictvím molekulárních sil jedné vrstvy k nejbližší vedlejší vrstvě. Podle zákona akce a reakce platí, že silové působení z jedné strany libovolné vrstvy je vyrovnáváno stejně velkou silou opačného směru z druhé strany dané vrstvy. Nyní budeme předpokládat elementární plošku o plošném obsahu  $dS$ , nacházející se v jakémkoliv bodě kontinua s libovolnou orientací<sup>4</sup>. Obdobně jako u objemových sil definujeme sílu, která působí na plošný element vztahem:

$$dF = T dS \quad (11)$$

Kde  $\mathbf{T}$  je napětí na dané ploše. Součin  $\mathbf{T}dS$  vyjadřuje vzájemné silové působení na ploše  $dS$  ze dvou stran kontinua, které přiléhá k této ploše. Protože obecně vektor napětí  $\mathbf{T}$  není totožný s normálou této plochy (vyplývá ze skutečnosti, že daným místem kontinua můžeme proložit nekonečně mnoho ploch), značí se vektor napětí  $\mathbf{T}^v$ . Tímto označením máme na mysli vektor napětí, který působí na plochu s normálou  $\mathbf{v}^5$ . Uděláme-li pravouhlý průmět takového to vektoru do směru normály  $\mathbf{v}$ , dostaneme normálové napětí a podobně promítneme-li vektor  $\mathbf{T}$  do roviny plošky  $dS$  dostaneme napětí tečné. Budeme-li nyní požadovat výslednici plošných sil (označme ji například  $\mathbf{F}^s$ ), působících na ploše kontinua, která vymezuje nějaký daný objem, dojdeme k ní stejně jako u objemových sil:

$$F^s = \int_s T^v dS \quad (12)$$

---

<sup>4</sup> Libovolná orientace neplatí pro plošky na povrchu kontinua.

<sup>5</sup> Řecké písmeno  $\nu$ .

Pokud bychom nyní situaci zobecnili, mohli bychom psát, že

$$F_i^S = \int_S \tau_{ij} v_j dS \quad (13)$$

Kde  $\tau_{ji}$  je tenzor napětí a  $v_j$  je vektor normály k ploše na které chceme určit celkovou plošnou sílu.

Podle Gauss-Ostrogradského věty můžeme rovnici (13) psát následovně:

$$F_i^S = \int_S \tau_{ij} v_j dS = \int_V \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} dV \quad (14)$$

Kde  $\int_V \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} dV$  vyjadřuje součet divergencí infinitezimálních objemů, který dohromady tvoří celý prostor ohraničený plochou, která nás zajímá. Tento převodní vztah podle Gauss-Ostrogradského věty se v případě plošných sil nazývá Cauchyho zákon.

Gauss-Ostrogradského věta je věta matematické analýzy, která dává do souvislosti tok vektoru přes uzavřenou plochu s integrálním součtem infinitezimálních divergencí náležícím danému objemu touto plochou uzavřenou. Jinými slovy tato věta popisuje skutečnost, že to co danou plochou proteče za jednotku času, musí zároveň v daném objemu v tom samém čase vzniknout.

Operace divergence popisuje tok libovolného vektoru uzavřenou plochou vymežující určitý objem  $\Delta V$  za jednotku času. Pokud bychom význam divergence demonstrovali například na vektoru rychlosti proudění kapaliny, který v každém bodě kapaliny popisuje rychlost z hlediska velikosti a směru, bude divergence vyjadřovat objem tekutiny, který za jednotku času proteče námi sledovanou plochou, která obklopuje objem  $\Delta V$  limitně se blížíci nule. Budeme-li dělit vyteklý objem, objemem  $\Delta V$ , vůči kterému divergenci určujeme, dostaneme výtok z objemové jednotky. Matematicky můžeme tuto operaci popsat následovně:

$$\text{div } u = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta V} \int_S u dS = \frac{d\Phi}{dV} \quad (15)$$

Kde  $d\Phi$  je výtok vektoru  $u$  z objemu  $dV$ .

## 2.7. Podmínky rovnováhy

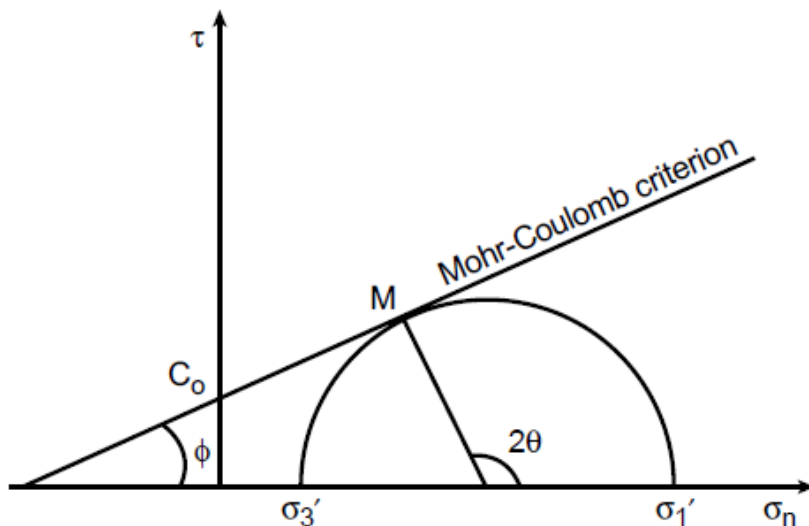
Kontinuum je v přirozeném stavu, nepůsobili na něj žádné vnější síly. Stane-li se tak, jednotlivé části kontinua jsou vůči sobě v pohybu a působící vnější síla vyvolává určitý stav napětí uvnitř kontinua, při čemž dochází k deformaci. V okamžiku kdy se vnější síly a napětí dostanou do rovnovážného stavu, říkáme, že je kontinuum v rovnovážném stavu. Abychom tento stav mohli popsat matematicky, použijeme tak zvaný princip ztuhnutí, který dovoluje nahradit vzájemný účinek jednotlivých částí kontinua ekvivalentními plošnými silami. Protože je naším cílem stanovit podmínky rovnováhy uvnitř tělesa musíme nějakým způsobem zařídit, aby se plošné síly působící uvnitř dostali na povrch, protože jak bylo zmíněno výše, platí pro každou plochu uvnitř kontinua zákon akce a reakce, takže by tyto síly neměli na rovnováhu vliv (jejich působení by nevstupovalo do rovnováhy, ale rušilo by se se stejně velkou silou opačného směru z druhé strany dané plochy). Využijeme znalosti, že pokud je v rovnováze celé kontinuum, musí být zákonitě v rovnováze i každá jeho část. Což znamená, že plošné síly působící v kterékoliv části kontinua jsou pro ní zároveň silami vnějšími. Pokud tímto způsobem vyjmeme část objemu kontinua, na který působí jednak síly objemové a jednak síly plošné vnější, jakožto výsledek interakce se zbylým obklopujícím objemem můžeme říci, že jsou síly v rovnováze, pokud je jejich součet roven nule podle následujícího vztahu:

$$\int_V F DV = \int_S T^v ds \quad (16)$$

(Brdička, Samek, Sopko, 2011).

## 2.8. Porušení horniny

K porušení horniny dojde v okamžiku, kdy napětí na ní vyvíjené překročí kritickou hodnotu smykové složky, kterého je možno dosáhnout pro danou složku normálovou. Pak spojnice všech těchto kombinací smykových a normálových napětí, při kterých dojde k porušení, se nazývá obálka pevnosti a úhel, který svírá tato obálka s horizontální osou, se nazývá úhel vnitřního tření. Všechny výše popsané skutečnosti jsou vyjádřeny pomocí Mohrovi kružnice, která je ukázána na následujícím obrázku (Obr.3).



Obr.3-Mohrova kružnice, jako grafické vyjádření vztahu mezních hodnot normálového a smykového napětí, při kterých dochází k porušení hornin. Převzato z Economides a Nolte (2000).

Na horizontální ose se nachází normálové napětí a na vertikální můžeme pozorovat napětí smykové. Veličina  $C_0$  se nazývá soudržnost, neboli koheze a udává maximální přípustné smykové napětí pro nulové napětí normálové. Kohezi

můžeme chápat jako míru sil, která horninu drží pohromadě bez vnějšího působení, tím máme na mysli normálové napětí, které horninu stlačuje a tím jí pomáhá odolávat smykovému napětí, které se jí snaží porušit. Úhel  $\phi$  pak označuje úhel vnitřního tření, který vyjadřuje odpor horniny proti tření. Vztah mezi Maximálním smykovým a jemu příslušící normálovým napětím, můžeme popsat pomocí následujícího vztahu:

$$\tau_{max} = C_0 + \tan(\phi) (\sigma_n - p) \quad (17)$$

Kde  $(\sigma_n - p)$  je tak zvané efektivní napětí (Thiercelin and Roegiers in Economides, Nolte, 2000).

## 2.9. Terzaghiho princip efektivních napětí

Princip efektivních napětí je založen na skutečnosti, že tekutiny vyplňující pórový prostor způsobují všesměrný tlak, z čehož vyplývá, že proti normálovému napětí působícímu na horninu, bude působit tlak pórový a tak zákonitě tlak, který bude ve výsledku způsobovat všechny měřitelné změny napětí způsobující deformaci horniny, musí být roven rozdílům



těchto tlaků. Tento princip popsal Terzaghi v roce 1936 (Atkinson, 2007) a popíšeme jej pomocí zcela triviálního vztahu, jež byl slovně popsán výše:

$$\sigma' = (\sigma - u) \quad (18)$$

Kde  $\sigma$  je působící normálové napětí na horninu a  $u$  pórový tlak.

Pórové tlaky mají na svědomí dvě významné skutečnosti a to sice:

- Jeho zvyšování indukuje dilatanci horniny
- Pokud tekutina nemůže unikát z pórů, pórový tlak se zvyšuje

(Detournay and Cheng in Economides and Nolte, 2000).

### 3. Základy hydrauliky kapalin

V předešlé kapitole byly více či méně probrány základy mechaniky kontinua, bez jejichž pochopení, stejně tak jako bez pochopení hydrauliky kapalin, kterou pojednám v této kapitole, by nebylo dost dobře možné blíže nahlédnout do problematiky hydraulického štěpení. Nyní si tedy přiblížíme základy hydrauliky kapalin, které jsou podstatné nejen pro proudění a chování kapaliny při samotném štěpení horniny, ale také v pozdější cirkulaci v geotermálních systémech.

#### 3.1. Trajektorie, proudnice a tortuozita

Trajektorie částice tekutiny je označení, obdobně jako v mechanice hmotného bodu, pro dráhu, po níž by se částice, pro kterou trajektorii stanovujeme, pohybovala, měla-li by v bodě  $X(x,y,z)$  a v čase  $t$  rychlost  $\mathbf{v}(x,y,z,t)$ . Trajektorie je určena proudovým polem a polohou dané částice v čase  $t_0$ , který ohraničuje časový interval, v němž se částice pohybovala (Valentová, 2010).

Proudnice je taková křivka proudového pole, pro kterou platí, že v daném časovém okamžiku  $t_0$  je pro každý bod směr vektoru rychlosti její tečnou. Každým bodem námi sledované oblasti prochází vždy právě jedna proudnice, nejedná-li se o body, ve kterých je rychlost nulová (pak nemluvíme o proudění), nebo ve kterých není definována. Zajímavé je, že pokud se bude jednat o stacionární proudění, které bude konstantní v čase, budou proudnice zároveň trajektoriemi (Valentová, 2010).

Tortuozita, neboli křivost, je jedna z charakteristik porézního prostředí, která vyjadřuje jeho zakřivení. Jedná se tedy o poměr dráhy reálného zakřiveného pórového prostoru, kterou tekutina musí urazit mezi body  $A-B$ , ku přímé dráze mezi těmito body. Je evidentní, že hodnota tortuozity bude vždy větší, nebo rovna jedné (pak bychom ale mohli polemizovat, jestli takový poměr můžeme nazývat tortuozitou, vzhledem k tomu, že by obě dráhy, které vstupují do výpočtu, byly sobě rovny, a tudíž by prostor, kudy by tekla tekutina, nebyl zakřiven).

Matematicky jde výše popsany parametr vyjádřit následovně:

$$\tau = \frac{t'}{t} \quad (19)$$

Kde  $t'$  je tedy zakřivená dráha a  $t$  dráha přijímá.

Pokud bychom výše uvedený vztah chtěli vyjádřit exaktněji, můžeme k tomu využít křivkové integrály. Potom platí, že:

$$\tau = \frac{\int_{t'} dt'}{\int_t dt} \quad (20)$$

(Valentová, 2010).

### 3.2. Zákonitosti proudění tekutiny

Termín potenciální energie známe například z teorie gravitačního pole. I v případě proudění tekutiny v podzemí to bude hlavní faktor, který bude rozhodovat o poměrech proudění v tomto prostředí. Proudění tekutiny je mechanický proces, při kterém musí síly, které takové proudění způsobují, překonat tření mezi tekutinou a horninovým prostředím. Potenciál v každém bodě prostředí bude vyjádřen tak zvanou mírou mechanické energie, která je definována jako práce potřebná pro přemístění hmotnostní jednotky tekutiny (1 Kg) z místa o nulové úrovni takovéto energie do místa, kde potenciál určujeme. Míru mechanické energie, můžeme vyjádřit podle následujícího vztahu:

$$\psi_{gravit.} = gz \quad (21)$$

Kde  $g$  je tíhové zrychlení a  $z$  je dráha, kterou překonáváme.

Gravitační potenciál nebude však jediný faktor, který bude rozhodovat o tom, jak bude tekutina proudit. Neméně malý podíl bude představovat vliv tlakového potenciálu, který je definován jako práce, která je třeba vykonat pro zvýšení tlaku z nulové hladiny do hodnoty tlaku  $p$ , podle rovnice (22):

$$\psi_{tlak} = \int_{p_0}^p \frac{dP}{\rho} \quad (22)$$

Kde  $dP$  je změna tlaku a  $\rho$  hustota dané tekutiny.

Tento vztah bude mít při omezení se na nestlačitelné kapaliny, kdy  $\rho = 0$ , tvar:

$$\psi_{tlak} = \frac{P}{\rho} \quad (23)$$

Z toho vyplývá, že celkový potenciál proudění je roven součtu obou výše uvedených potenciálů (označíme ho  $\phi$ ):

$$\phi = gz + \frac{P}{\rho} \quad (23)$$

Spíše nežli s potenciálem proudění se pracuje s hydraulickou výškou (označíme ji písmenem  $H$ ), která je vyjádřena následovně:

$$H = \frac{\phi}{g} = \frac{gz + \frac{P}{\rho}}{g} = z + \frac{P}{g\rho} \quad (24)$$

Jak je zřetelné z výše uvedeného vztahu, je hydraulická výška rovna součtu polohy libovolného bodu  $z$  (nazýváme geodetická výška) a tlakové výšky, která vyjadřuje výšku, do které by se dostala tekutina z bodu, kde takovou výšku určujeme za přičinění tlaku, který v tomto bodě můžeme naměřit. Tekutina se tedy bude pohybovat právě tehdy, jestliže hodnoty hydraulické výšky v libovolných bodech budou různé a to sice z bodu s větší hodnotou hydraulické výšky do bodu s menší hodnotou tohoto parametru (Valentová, 2010).

Neméně důležitým parametrem pohybu tekutiny v horninovém prostředí bude bezesporu její rychlost, kterou vyjadřujeme za pomoci Darcyho zákona. Darcyovská rychlost je ekvivalentním názvem hustoty toku, který je definovaný jakožto objem vody proteklý vzorkem za jednotku času. Není to však taková rychlost, jak jí známe z klasické mechanicky, protože voda neproudí celou plochou vzorku, nýbrž je limitována systémem póru.

V nejobecnějším případě a za předpokladu, že hustota kapaliny je konstantní, můžeme Darcyho zákon vyjádřit následovně:

$$v_i = -K_{ij} \left( \frac{\partial x_3}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho g} \frac{\partial P}{\partial x_j} \right) \quad (25)$$

Kde  $K_{ij}$  je tenzor hydraulické vodivosti (pojem hydraulická vodivost bude vysvětlen dále) a  $\left( \frac{\partial x_3}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho g} \frac{\partial P}{\partial x_j} \right)$  je hydraulická výška vyjádřená obecně pomocí gradientu.

Hydraulická vodivost, nebo také filtrační koeficient je tedy koeficientem vystupujícím v Darcyho zákoně, který popisuje vliv prostředí a proudící kapaliny na rychlost proudění. Jeho rozměr je stejný jako rozměr rychlosti [m/s] a to proto, že  $K$  může být definováno jako rychlost proudění při jednotkovém gradientu hydraulické výšky (lze vidět v rovnici (25)). Velikost hydraulické vodivosti je přímo úměrná propustnosti daného prostředí, hustotě kapaliny, tíhovému zrychlení  $g$  a nepřímo úměrná viskozitě kapaliny podle následujícího vztahu:

$$K = \frac{k \rho g}{\mu} \quad (26)$$

- $k$ =propustnost porézního prostředí, závisující pouze na jeho charakteristice. Na její výpočet existuje několik empirických vzorců.
- $\rho$ =hustota kapaliny
- $\mu$ =viskozita kapaliny (bude vysvětleno dále)

(Valentová, 2010).

### 3.3. Newtonův zákon viskozity

Viskozita je parametr tekutiny, který udává míru její vazkosti. Je to jakási míra napětí mezi jednotlivými vrstvami kapaliny, způsobené mezimolekulárními silami. Představa může být taková, že čím větší má tekutina viskozitu, tím větší má tendenci držet pohromadě a tudíž inklinuje k tomu, aby se málo přizpůsobovala okolí. Matematicky popisujeme viskozitu pomocí Newtonova zákona viskozity, který definuje viskozitu na základě napětí mezi vrstvičkami tekutiny a gradientu rychlosti, který je kolmý na směr vektoru rychlosti proudění, následovně:

$$\tau_{yx} = \mu \frac{\partial v_x}{\partial y} \quad (27)$$

Kde  $\tau_{yx}$  je tenzor napětí,  $\mu$  viskozita  $\frac{\partial v_x}{\partial y}$  gradient rychlosti ve směru kolmém na vektor rychlosti (Brdička, Samek, Sopko, 2011). Pro lepší porozumění tohoto podstatného pojmu, si můžeme například představit, že na pravé straně rovnice (27) osamostatníme viskozitu. Potom si můžeme představit, že když bude mezi vrstvičkami panovat veliké napětí, při čemž gradient rychlosti v kolmém směru bude minimální, musí to jednoznačně znamenat, že molekulární síly, které odolávají tomuto napětí, způsobenému vnitřním třením pohybující se kapaliny, musí být velké.

### 3.4. Rovnice kontinuity

Rovnice kontinuity je jeden z nejzákladnějších vztahů pro proudící kapalinu. Tato rovnice využívá zákona zachování hmotnosti, pomocí něhož popisuje vztah mezi pěti veličinami, které společně dokonale popisují proudící kapalinu. Těmito veličinami jsou tři složky vektoru rychlosti  $\mathbf{v}_i(x_1, x_2, x_3, t)$ , kde  $(i = 1, 2, 3)$ , tlak  $P(x_1, x_2, x_3, t)$  a hustota  $\rho(x_1, x_2, x_3, t)$ . Jistě není velikým překvapením, že poslední dvě z výše uvedených veličin, popisují kapalinu z termodynamického hlediska. Ke tvaru rovnice kontinuity dojdeme následující úvahou. V proudící kapalině zvolíme libovolnou uzavřenou kontrolní plochu  $S$  obklopující objem  $V$ , přičemž v obou směrech, tedy dovnitř i ven může kapalina volně proudit. Elementem námi definované kontrolní plochy projde směrem ven za jednotku času kapalina o hmotnosti:

$$\rho v_i v_i dS = \rho u_v dS \quad (28)$$

kde  $\rho$  je hustota kapaliny a  $\mathbf{u}_v$  je složka rychlosti ve směru vnější normály plošky  $dS$ , která vyjadřuje plošný obsah elementu kontrolní plochy.

Pokud bychom chtěli vyjádřit celkovou hmotnost kapaliny, která vytéká přes celou kontrolní plochu z objemu  $V$  za jednotku času, učiníme tak za pomoci následujícího integrálu:

$$\int_S \rho u_v dS \quad (29)$$

Vzhledem k tomu, že hmotnost kapaliny uvnitř kontrolní plochy lze vyjádřit jako

$$\int_V \rho dV, \quad (30)$$

musí být zcela logicky změna hmotnosti v tomto objemu za jednotku času rovna:

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV \quad (31)$$

A předpokládáme-li zároveň, že v daném objemu neexistují žádná zřídla, tak v rámci zachování zákona hmotnosti musí platit, že:

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = \int_S \rho u_n dS \quad (32)$$

vyjádřeno slovy musí platit, že změna hustoty v libovolném objemu kontinua se za předpokladu nepřítomnosti zřídla musí rovnat výtoku kapaliny přes kontrolní plochu, která tento objem ohraničuje.

Jako výsledné vyjádření rovnice kontinuity můžeme psát následující vztah:

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_S \rho u_n dS = 0$$

Budeme-li nyní uvažovat část proudové trubice, která bude reprezentovat uzavřenou plochu  $S$  a která je zároveň omezena dvěma řezy a to sice  $s_1$  a  $s_2$  a je-li tato trubice natolik úzká, abychom rychlost  $u_n$  mohli považovat za konstantní, na celé ploše daného řezu, musí platit:

$$v_1 s_1 = v_2 s_2 \quad (33)$$

Kde  $v_1$  a  $v_2$  jsou rychlosti, kterými proudí kapalina při průchodu kontrolními plochami  $s_1$  a  $s_2$ .

Je evidentní, že rychlost za jednotku času bude vyjadřovat dráhu, která po vynásobení kontrolní plochou dává objem. Pokud se chceme dostat k vyjádření hmotnosti, která se musí podle již dříve zmíněného zákona zachovávat, není nic jednoduššího, než předešlý vztah vynásobit hustotou kapaliny:

$$\rho_1 v_1 s_1 = \rho_2 v_2 s_2 \quad (34)$$

Tedy,

$$\rho v s = \text{konst.} \quad (35)$$

Jinými slovy za jednotku času musí danými řezy projít ekvivalentní množství kapaliny, tedy na základě změny průřezu se mění i rychlost proudění (Brdička, Samek, Sopko, 2011).

### 3.5. Bernoulliho rovnice

Obdobně jako rovnice kontinuity popisuje v zásadě vztah mezi rychlostí proudění a profilem, přes který protéká, existuje v mechanice tekutin vztah popisující vztah mezi rychlostí proudění a tlakem, který proudící kapalina způsobuje. Bernoulliho rovnice vychází z Eulerových pohybových rovnic, které jsou nelineárními parciálními diferenciálními rovnicemi prvního řádu a díky jejich složitosti jsou matematicky obtížně řešitelné. Za určitých předpokladů, které zjednoduší rovnice natolik, že některé složité členy vymizí a je-li pohyb tekutiny stacionární, tedy časová derivace rychlosti je rovna nule, získáme integrací Eulerových pohybových rovnic tento vztah:

$$\frac{1}{2} v^2 + U + P = C \quad (36)$$

Kde  $v$  je rychlost,  $U$  je potenciál objemových sil, který je roven součinu  $gz$ , za předpokladu míří-li osa  $z$  svisle vzhůru,  $P$  je tlaková funkce ekvivalentní vyjádření  $p/\rho$  a  $C$  je tak zvaná Bernoulliho konstanta. Po dosazení výše uvedených parametrů lze vztah po úpravě vyjádřit takto:

$$z + \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} = konst. \quad (37)$$

Kde první člen značí geodetickou výšku, druhý člen se nazývá rychlostní výška, neboť z výšky  $\frac{v^2}{2g}$  musí těleso padat volným pádem ve vakuu, aby dosáhlo rychlosti  $v$ . Třetí člen pak vyjadřuje výšku tlakovou.

Zjednodušeně řečeno, jak lze tedy vidět na výše uvedených vztazích, součet rychlosti a tlaku musí být ve všech místech průtoku kapaliny při stejné hodnotě potenciální energie konstantní, což znamená, že pokud se kapalina dostane do míst užšího průtočného profilu, bude díky rovnici kontinuity nucena proudit rychleji, což bude implikovat její menší tlakové působení vůči jejímu okolí (Brdička, Sopko, Samek, 2011).

Výsledný vztah může vycházet i zcela triviální představy, ve které není obsažena znalost Eulerových pohybových rovnic.

Představme si kapalinu o jednotkové hmotnosti proudící rychlostí  $v$  trubicí, jehož průtočný profil je  $S$ . Pro tuto kapalinu bude bezesporu platit základní pohybová rovnice a to sice, že:

$$dm \frac{dv}{dt} = -dF \quad (38)$$

Pokud tuto rovnici upravíme tak, aby se zde vyskytoval průřez trubice a hustota kapaliny, snadno pak nalezneme obdobný tvar, jakého nabývá rovnice (36).

#### 4. Hydraulické štěpení a jeho mechanicko-hydraulické parametry

Hydraulické stimulace je metoda, sloužící ke zvýšení průlinové a puklinové propustnosti horninového prostředí za pomoci tlaku injektované tekutiny. Jedná-li se o puklinovou, nebo průlinovou propustnost závisí na typu horniny, kde se stimulace realizuje. Puklinovou propustnost budeme sledovat ve skalních horninách, jako jsou například vyvřeliny a některé zpevněné klastické sedimenty a karbonáty. Naopak průlinovou propustnost nalezneme například v pískovcích a eluviích skalních hornin. Budeme-li se nyní bavit například o systémech HDR, půjde hrubě řečeno o to, abychom vytvořili systém vzájemně neizolovaných puklin, který bude propojovat injektážní a produkční vrt. Jedině tak bude zajištěna cirkulace tekutiny a bude vytvořena teplosměnná plocha umožňující výměnu tepla mezi horninou a tekutinou. Při hydraulické stimulaci tedy dochází ke zvyšování tlaku injektované tekutiny v puklinách a pórech. Pokud dojde k překročení minimálního napětí  $\sigma_{min}$ , které udává pevnost horniny, hornina se začne štěpit a vznikají nové trhliny. V některých horninách však díky masivnímu úniku štěpného média do okolí, nejsme schopni takového napětí dosáhnout. Při tlacích tekutiny, které nepřevyšují minimální složku napětí, však může dojít ke snížení tření a tedy i normálového napětí mezi jednotlivými vrstvami, díky čemuž se snižuje hodnota smykové složky napětí potřebná pro porušení horniny, respektive skluz těchto vrstev. Vztah mezi normálovým a smykovým napětím byl popsán podrobněji v podkapitole porušení horniny. Takovýto skluz často vede ke zvětšení prostoru mezi vrstvami a tudíž i ke zvýšení propustnosti. Tento druh hydraulické stimulace, kdy nedochází ke štěpení, ale pouze ke snížení napětí potřebného ke smyku horniny se nazývá shearing (Smith and Shlyapobersky in Economides and Nolte 2000).

Nezákladnější vztah, udávající představu o bilanci injektované tekutiny, ve smyslu objemu, který uniká do okolí a objemu přispívajícího k samotnému štěpení, vypadá následovně a můžeme ho označit jako bilanční rovnici injektované tekutiny:

$$q = q_L + q_f \tag{39}$$



Kde  $q$  je průměrný injektovaný objem,  $q_L$  představuje objem, který uniká do okolních hornin a  $q_f$  je tedy objem tekutiny podílející se na štěpení, což jinými slovy znamená, že vyplňuje nově vzniklé trhliny. Díky znalosti tohoto vztahu můžeme růst trhlín aproximovat (Fischer et al. 2008). V rámci udržení šíření trhlín je třeba mít na paměti, že je zcela nezbytné neustále držet v převaze objem tekutiny podílející se na štěpení nad objemem unikajícím do okolí, což může být někdy obtížné vzhledem k tomu, že s přibývajícimi trhlinami se zvětšuje plocha, kudy tekutina může unikat do okolí. Tento problém by měl být snadno řešitelný vzhledem k tomu, že máme informaci nejen o injektovaném množství, ale také o tlaku. Jak bylo představeno již v roce 1957 (Carter), může být zvýšení úniku tekutiny vlivem vzniku nových puklin popsáno následovně

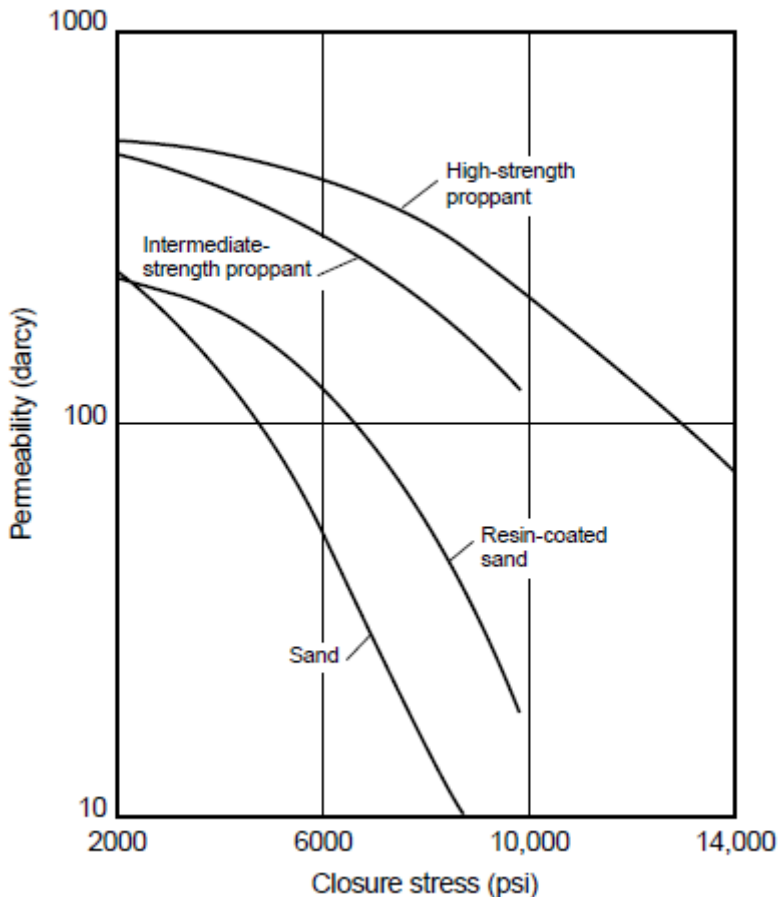
$$q_L = \frac{2C_L A}{\sqrt{t-\tau}} \quad (40)$$

Kde  $C_L$  je koeficient úniku tekutiny,  $A$  je element zvětšení únikové oblasti,  $t$  je čas od počátku injektování a  $\tau$  je čas vzniku nebo otevření elementu oblasti trhliny. Je zajímavé si uvědomit, že k největší ztrátě tekutiny dochází vždy na čele trhliny a to sice proto, že nově otevíraná trhlina má na svém čele rozdíl  $(t-\tau)$  limitně blízký se nule, což má za následek únik limitně blízký se nekonečnu. V okamžiku kdy nastane opačný scénář a to sice, že unikající množství tekutiny převládá nad injektovaným, nebo v případě, kdy injektáž ukončíme, a štěpící tekutina unikne do okolí, začne v horninovém prostředí převládat původní litostatické napětí a trhliny se začnou uzavírat (Smith and Shlyapobersky in Economides and Nolte 2000).

#### 4.1. Proppant

Abychom předešli výše uvedené situaci, přidáváme v pozdějších fázích injektáže do frakturační tekutiny tak zvaný proppant. Většinou se jedná o písek, který trhlínu částečně vyplní, čímž zabrání jejímu uzavření, ale zároveň umožňuje nadále proudění kapaliny. Je očividné, že podmínky v trhlinách se postupem času budou měnit, ať už to bude díky tekutině, která se v nich bude ohřívat, nebo díky uhlovodíkům, které přes ně budeme těžit. Mezi faktory ovlivňující vodivost horninovým fraktur patří bezesporu uspořádání proppantu a jeho časově závislá degradace, ale také fyzikální vlastnosti proppantu, mezi které například patří jeho hustota, tvary jednotlivých zrn a jejich velikost a pokud je různá tak i rozdělení různě velkých zrn v prostoru trhliny. Pokud bychom chtěli zůstat u vlivu velikosti zrn na vodivost trhliny, jistě

můžeme poznamenat, že permeabilita proppantu se zvětšuje se čtvercem průměru jednotlivých zrn, což můžeme demonstrovat na Obr.4 (Gulbis nad Hodge in Economides and Nolte, 2000).



Obr.4-Vztah mezi tlakem potřebným pro zahájení uzavírání trhlin a jejich permeabilitou. Převzato z Economides and Nolte (2000).

#### 4.2. Injektovaný objem tekutiny a její bilance

Jedním z prvních vztahů popisujících bilanci injektované tekutiny byla rovnice (39), která popisovala injektovaný objem a jeho separaci na tekutinu, která unikne do horninového prostředí a na tu, která se bude aktivně podílet na vzniku trhlin. Pojdme se nyní podívat trochu podrobněji na tuto problematiku a vezměme v potaz celkový objem tekutiny, kterým rezervoár disponoval. Toho dosáhneme, pokud objem injektovaný za jednotku času vynásobíme celkovým injektážním časem podle následujícího vztahu:

$$V_i = q_i t_p \tag{41}$$

Kde  $q_i$  je střední injektované množství za jednotku času, což v zásadě znamená rychlost injektáže a  $t_p$  je doba po kterou injektáž probíhá. Řekli jsme, že se tento objem rozdělí na tekutinu, která bude vyplňovat nově vzniklé trhliny, kterou vyjádříme podle vztahu:

$$V_f = h_f w 2L = \eta V_i \quad (42)$$

Kde  $h_f$  je průměrná výška trhliny,  $w$  její průměrná šířka,  $2L$  značí délku trhliny,  $\eta$  se nazývá efektivita tekutiny a jak již bylo řečeno  $V_i$  je celkový injektovaný objem. Tekutinu, která uniká do okolí lze přibližně vyjádřit následovně:

$$V_{Lp} \cong 6C_L h_L L \sqrt{t_p} + 4L h_L S_p \quad (43)$$

kde  $C_L$  je koeficient úniku tekutiny,  $h_L$  je výška uniklé tekutiny,  $L$  je ekvivalentní polovině délky trhliny a  $S_p$  ztráta proudu.

Efektivita štěpení (fluid efficiency)  $\eta$  je ekvivalentní poměru objemu vytvořených trhlín na konci štěpení a celkového objemu injektované tekutiny, podle vztahu:

$$\eta = \frac{V_f}{V_i} \quad (44)$$

Jak jsme poznamenali již dříve, jedná se o bilanční rovnici, což znamená, že platí:

$$V_i = V_f + V_{Lp} \quad (45)$$

Jak lze snadno demonstrovat, jsou rovnice (42) a (43) svázány společným parametrem, kterým je  $L$ . Na základě této skutečnosti můžeme oba tyto vztahy transformovat do jednoho, který dává do souvislosti vztahy mezi hlavními hydraulicko-štěpnými parametry a vypadá následovně:

$$L \cong \frac{q_i t_p}{6C_L h_L \sqrt{t_p} + 4h_L S_p + 2wh_f} \quad (46)$$

(Smith a Shlypobersky in Economides a Nolte, 2000).

### 4.3. Výška a šířka trhliny

Jak již bylo řečeno, jsou v rovnici (46) uvedeny všechny důležité parametry, které rozhodují o celkovém průběhu a výsledku frakování. Mezi ty nejvýznamnější patří samozřejmě výška a šířka trhliny.

Na rozdíl od výšky uniklé tekutiny, která je ovlivněna hlavně porozitou a permeabilitou prostředí, ve které se nachází, je výška trhliny ovlivněna především poměrem napětí působícím na stěny nově vznikající trhliny (47) a rozdílů mezi napětím ohraničujících vrstev zájmové oblasti a napětím vně takovéto oblasti (Simonson et al in Economides and Nolte, 2000)

$$P_{net} = p_f - \sigma_c \quad (47)$$

Kde  $p_f$  je napětí uvnitř trhliny a  $\sigma_c$  je tlak, který je potřebný k uzavírání trhliny.  $P_{net}$  tedy představuje jakési efektivní napětí působící v trhlíně.

Z rovnice (47) také vyplývá, že pokud se trhlina začne otevírat je to způsobeno napětím, které bude ekvivalentní součtu efektivního napětí  $P_{net}$ , jak jsme ho označili v předchozím odstavci a uzavírajícího napětí  $\sigma_c$ . Trhliny se otevírají ve většině případů do eliptického tvaru, jehož maximální šířka se dá vyjádřit podle následujícího vztahu:

$$W_{max} = \frac{2P_{net}d}{E'} \quad (48)$$

Kde  $d$  je nejmenší rozměr trhliny a  $E'$  je tak zvaný modul rovinné deformace, který lze spočítat podle vztahu:

$$E' = E(1 - \nu^2) \quad (49)$$

Kde  $E$  je Youngův modul a  $\nu$  je Poissonovo číslo (Smith and Shlyapobersky in Economides and Nolte, 2000).

#### 4.4. Proudění v trhlínách

Budeme-li uvažovat Newtonskou<sup>6</sup> tekutinu, která proudí skrze vertikální a zároveň rovnou trhlínu laminárním prouděním, můžeme toto proudění popsat podle následující rovnice:

$$\frac{\Delta P_{net}}{\Delta x} = \frac{12\mu q}{h_f w^3}, \quad (50)$$

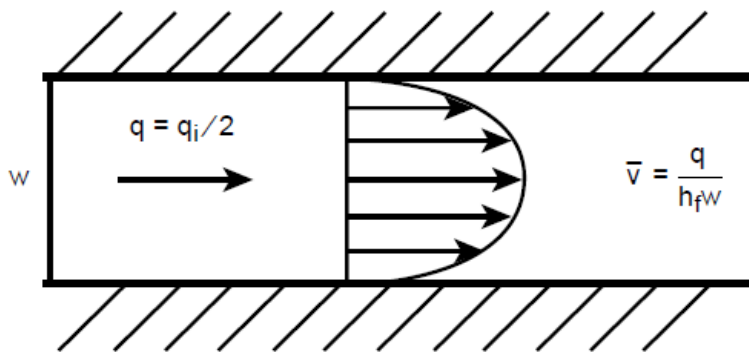
Kde  $x$  značí délku trhlíny, z čehož vyplývá, že člen na levé straně rovnice vyjadřuje pokles tlaku podél této délky,  $\mu$  je viskozita tekutiny a  $q$  je objem tekutiny pro dané křídlo:

$$(q = q_i/2) \quad (51)$$

Vztah (50) bude platit pro případ, kdy uvažujeme trhlínu o konstantní výšce a šířce s nulovým únikem tekutiny do okolí, uvážíme-li navíc, že tato trhlína má dvě křídla, což vyplývá ze vztahu (51). Poté můžeme stanovit průměrnou rychlost v takovéto trhlíně pomocí vztahu:

$$v_{průměr} = \frac{q}{h_f w} \quad (52)$$

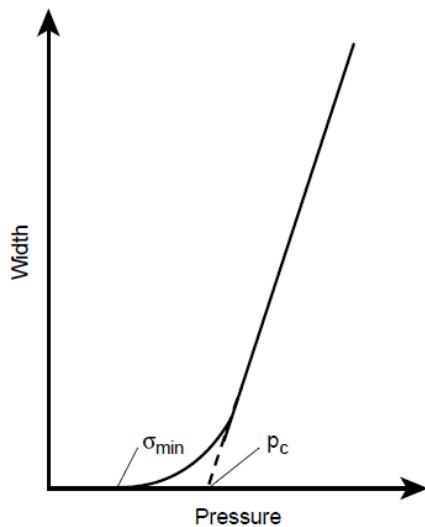
(Smith and Shlyapobersky in Economides and Nolte, 2000).



Obr.5-Proudění tekutiny v rovné vertikální trhlíně. Převzato z Economides and Nolte (2000). Můžeme zde také sledovat mechanickou disperzi tekutiny v podobě zpomalení krajních vrstviček v důsledku tření se stěnami trhlíny.

<sup>6</sup> Newtonská tekutina-Je to tekutina řídící se Newtonovým zákonem viskozity.

#### 4.5. Uzavírací tlak trhliny



Obr.6-Vztah mezi šířkou trhliny a tlakem tekutiny uvnitř. Převzato z Economides and Nolte (2000).

Uzavírací tlak trhliny, značíme  $p_c$ , je definován jako tlak tekutiny, při kterém se začne trhlina uzavírat, z čehož vyplývá vztah:

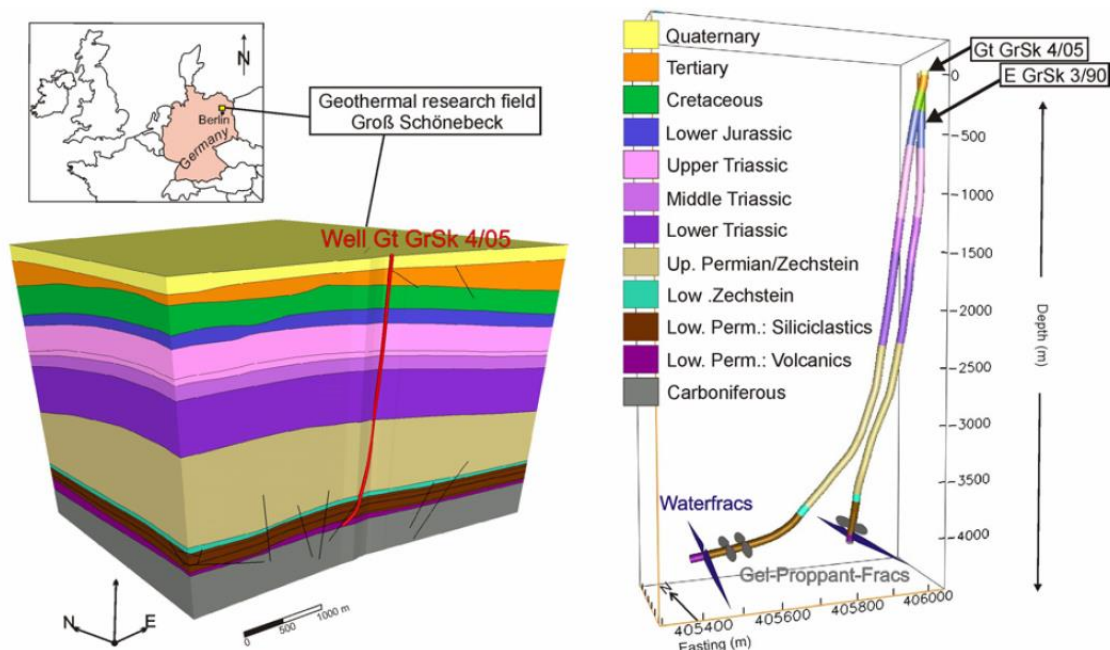
$$p_c = \sigma_{min} \quad (53)$$

Kde  $\sigma_{min}$  reprezentuje hlavní minimální napětí. Logicky je uzavírací tlak ekvivalentně velký vůči tlaku, který je potřebný ke vzniku trhliny. Na Obr.6 můžeme sledovat závislost šířky trhliny na tlaku tekutiny, který ji vyplňuje (Gulrajani and Nolte in Economides and Nolte, 2000).

### 5. Příklady hydraulické stimulace ve světě (Groß Schönebeck)

Geotermální projekt Groß Schönebeck, nacházející se přibližně 40 kilometrů severně od Berlína v severovýchodní německé pánvi, byl primárně vytvořen za účelem ověření, zda je v této oblasti možné generovat elektrickou energii s využitím geotermálního rezervoáru (Henninges et al, 2015).

Systém využívá jednoho injektážního a jednoho produkčního vrtu, které společně propojují geotermální rezervoár nacházející se v hloubce 4100-4200 metrů pod povrchem. Teplota hornin v jeho okolí se pohybuje okolo 150°C (Henninges et al., 2012). Rezervoár je tvořen pískovcem permského stáří, který byl vytvořen sedimentací fluviálního materiálu v jihovýchodní oblasti pánve a vulkanickými horninami, přesněji andezity také permského stáří. Celou geologickou situaci můžeme sledovat na Obr.7.



Obr.7-Geologický model pánve vytvořený s použitím seismických dat. Převzato z Zimmermann et al (2010).

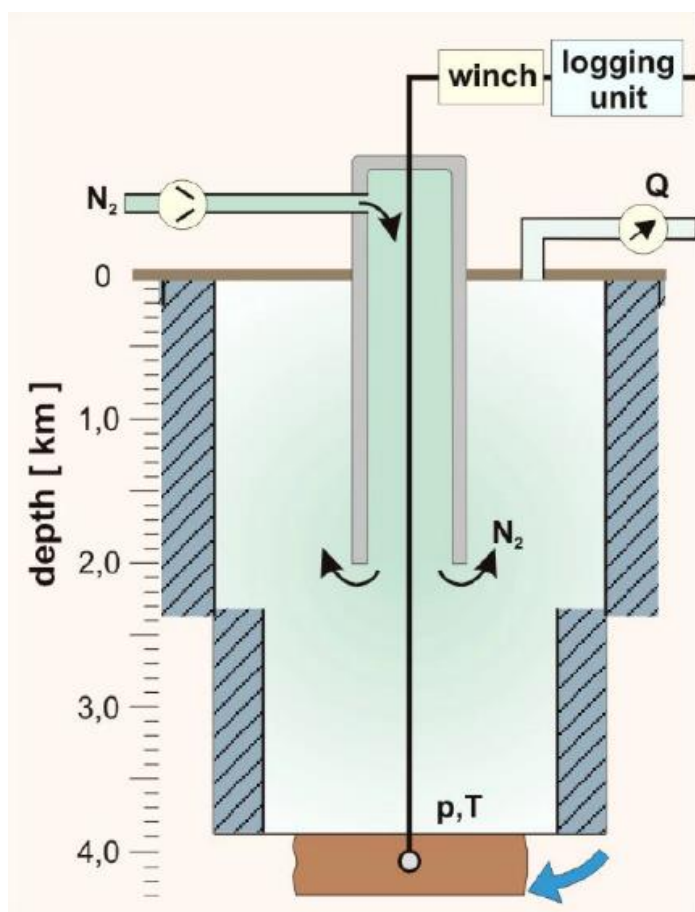
Výše zmíněný pískovcový horizont je složený z dobře vytříděného<sup>7</sup> a slabě cementovaného klastického materiálu. Jeho efektivní pórovitost se pohybuje v rozmezí 8-10% a propustnost in-situ byla stanovena na 16,5 mD (Trautwein and Huenges, 2005). Díky zakřivení vrtu je zdánlivá mocnost rezervoáru 150 metrů, ve skutečnosti však dosahuje pouze 80 metrů (Zimmermann et al., 2010).

Jak bylo řečeno již dříve, geotermální rezervoár v Groř Schönebeck disponuje dvěma vrty, které jsou používány jako injektážní a produkční. První z nich **E GrSk 3/90**, dnes používaný jako injektážní, byl dokončen již v roce 1990 pro průzkum plynu, ale nedlouho poté byl jeho provoz ukončen. Později byl pro účely geotermálního projektu znovu otevřen v roce 2000 a prohlouben z 4264 do 4309 metrů (Huenges et al, 2007). Druhý vrt s označením **Gt GrSk 4/05**, sloužící jako produkční, je hluboký přibližně 4400 metrů a byl dokončen v roce 2007, tentokrát prvoplánově pro účely geotermální energie. V intervalu rezervoáru dosahuje jeho inklinace až 49° (Moeck et al., 2009). Vzdálenost mezi těmito dvěma vrty je v hloubce geotermálního rezervoáru 475m (Zimmermann et al., 2008).

<sup>7</sup> Čím je sediment lépe vytříděn, tím méně zrnitostních frakcí obsahuje (Petránek, 1993).

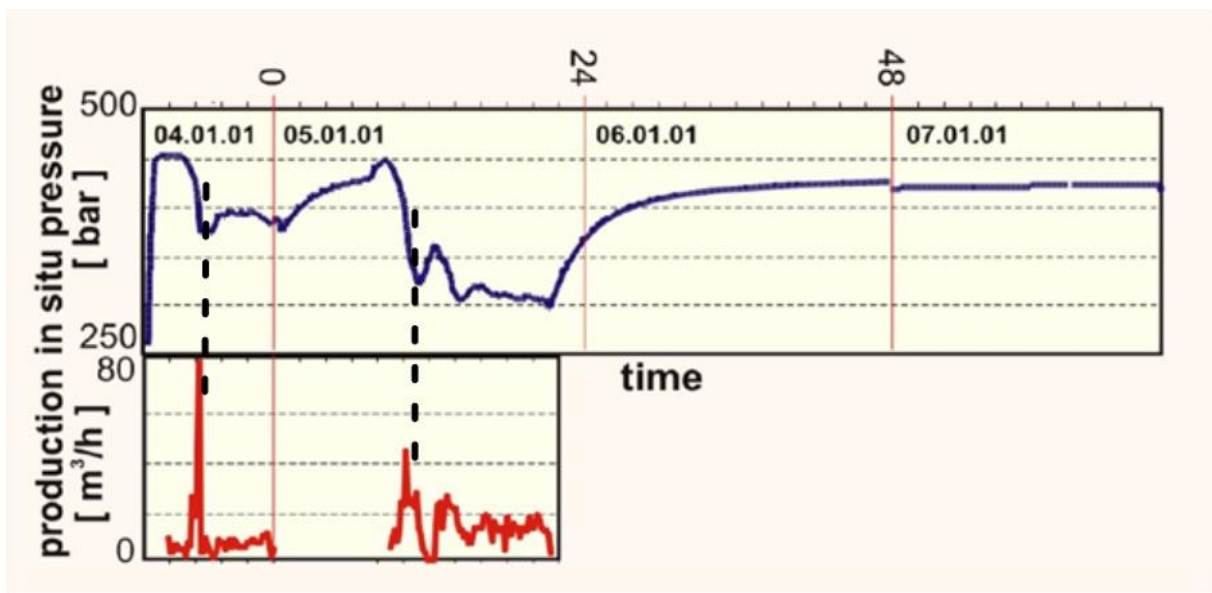
## 5.1. Hydraulická stimulace ve vrtu E GrSk 3/90

Po znovu otevření vrtu bylo potřeba ověřit, jaká je jeho produktivita a funkčnost. Z toho důvodu byl ve stejném roce proveden produkční test, ve kterém byl použit dusík jako tlakové činidlo. Teplota a tlak byla měřena v hloubce 4100 metrů, jak ostatně můžeme vidět na Obr.8. Během testu bylo z vrtu vyčerpáno 335 m<sup>3</sup> termální vody s průměrným čerpaným objemem 11m<sup>3</sup>/h a maximálním tlakem 14 MPa. Čerpané množství a tlak jako funkce času jsou znázorněny na Obr.9. Pro bližší informaci o rezervoáru a vodách v něm obsažených byly odebrány tři vzorky z hloubky 4200 metrů. Voda z této formace byla klasifikována jako **Ca-Na-Cl** typ s celkovým rozpuštěným množstvím pevných látek v hodnotě 256 g/l (Huenges et al., 2002).



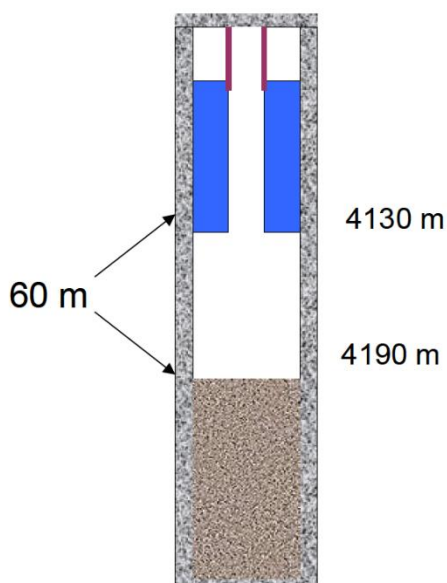
Obr.8-Produkční test ve vrtu E GrSk 3/90. Jako tlakové činidlo byl použit dusík. Měřicí přístroje byly umístěny do hloubky 4100 m. Převzato z Huenges et al. (2002).





Obr.9-Čerpané množství a tlak jako funkce času. Převzato a upraveno z Huenges et al.(2002). Dvě přerušované čáry spojující lokální minima a maxima obou grafů označují situaci, kdy dochází ke zvýšení průtoku ekvivalentně se snížením produkčního tlaku. Takovýto vzájemný vztah těchto dvou parametrů implikuje vznik puklin. Jinými slovy, vznikne nový prostor, kudy může tekutiny proudit, ale zároveň se díky tomuto prostotu sníží tlak tekutiny.

Celkem se do roku 2003 uskutečnily čtyři stimulační (Blöcher et al., 2015). Na přelomu roku



Obr.10-kompozice vrtu při SFrac 1. Převzato z Huenges et al. (2002). Modrou barvou je znázorněna horní zátka daného intervalu.

2001/2002 byly provedeny dvě stimulační na dvou pískovcových intervalech, pomocí gel-proppantového (carbolite<sup>8</sup>) média. První z nich na metrů 4130-4190 metrů (**SFrac 1**) a druhá v intervalu 4080-4121 metrů (**SFrac 2**). Na Obr.10 můžeme vidět situaci vrtu **SFrac 1**, kdy pod 60 metrů dlouhý otevřený interval byla aplikována zátka v podobě písku. Interval od 4130 do 4179 byl perforován s cílem hydraulického štěpení formace na spodu sledovaného intervalu. Tento pokus však nebyl zcela úspěšný a ukázalo se, že trhlinka se vytvořila přímo pod horní zátka.

Podobný pokus, s označením **SFrac 2**, byl realizován s mírně odlišnou kompozicí. Perforace byla zcela

<sup>8</sup> Carbolite je druh keramického proppantu o nízké hustotě. Keramické proppanty se využívají v rezervoárech o vyšších teplotách, kvůli jejich vyšší tepelné odolnosti, než můžeme pozorovat u pískových proppantů.

vynechána a pískové dno bylo zvednuto na hodnotu 4121 metrů. Nová výstroj byla umístěna do 4080 metrů, jak napovídá výše uvedený interval a hydraulický test byl opakován (Huenges et al., 2002). Vzhledem k absenci perforace mi není zcela jasné, kudy se štěpící tekutina dostala k hornině. V materiálech, které jsem o této problematice studoval, se mi však nepodařilo nalézt větší podrobnosti o této stimulační události. Testy produktivity, které proběhly několik týdnů po samotné stimulaci, následně ukázaly, že se produkované množství zvětšilo přibližně třiapůlkrát a to sice z původních 7 m<sup>3</sup>/h na 25 m<sup>3</sup>/h. Tento test byl proveden za vysokého průtoku. Je ale také nutné sledovat, co se bude dít s rezervoárem, budeme-li čerpat malé množství po delší dobu. Pro ověření byl tedy uskutečněn další test. Do hloubky 330 metrů byla umístěna pumpa, která měla čerpat přibližně 1 m<sup>3</sup>/h po dobu několika týdnů. V ustáleném stavu bylo dosaženo indexu produktivity (PI)<sup>9</sup> 0,6 m<sup>3</sup>/h\*MPa a celkové čerpané množství bylo po několika týdnech 700 m<sup>3</sup> (Holl et al., 2003).

V roce 2003 se ve stejném vrtu uskutečnily dvě masivní stimulační testy, jejichž médiem byla oproti minulým stimulacím pouze voda. První z nich započala v lednu téhož roku injektážním testem trvajícím 200 hodin, jehož cílem bylo objasnit počáteční injektážní vlastnosti. Po 48 hodinách se průtok z počáteční hodnoty 3.6 m<sup>3</sup>/h snížil na 1.15 m<sup>3</sup>/h a poté až na konečných 0.83 m<sup>3</sup>/h (Tischner in Zimmermann et al., 2006). Po dokončení testu bylo přistoupeno k samotnému štěpení. Celkem bylo injektováno 4284 m<sup>3</sup> tekutiny. V první fázi stimulace byl proveden tlakový test z počátečního průtoku 8 l/s na konečných 24 l/s. Tlakový pokles byl vysvětlen vznikem nových puklin a zvětšením puklin, které zde existovaly již dříve (Huenges et al in Zimmermann et al., 2006). Při samotné stimulaci bylo injektováno 250 m<sup>3</sup> za 5 hodin, což implikuje průtok 50 m<sup>3</sup>/h (přibližně 14 l/s). Oproti předešlým gel-proppantovým stimulacím bylo dosaženo výrazného zvýšení indexu produktivity a to přibližně o 90% (přesné hodnoty jsou uvedeny ve shrnující tabulce (tabulka 3)).

Druhá stimulace proběhla v říjnu roku 2003. Celkem bylo injektováno 7291 m<sup>3</sup>. Při stimulaci bylo injektováno mezi 30 a 40 l/s po dobu několika dnů. Průtok dosáhl největší hodnoty 80 l/s (pouze po dobu necelých dvou minut). Následný test produktivity prokázal přibližně zdvojnásobení PI (Zimmermann et al., 2006).

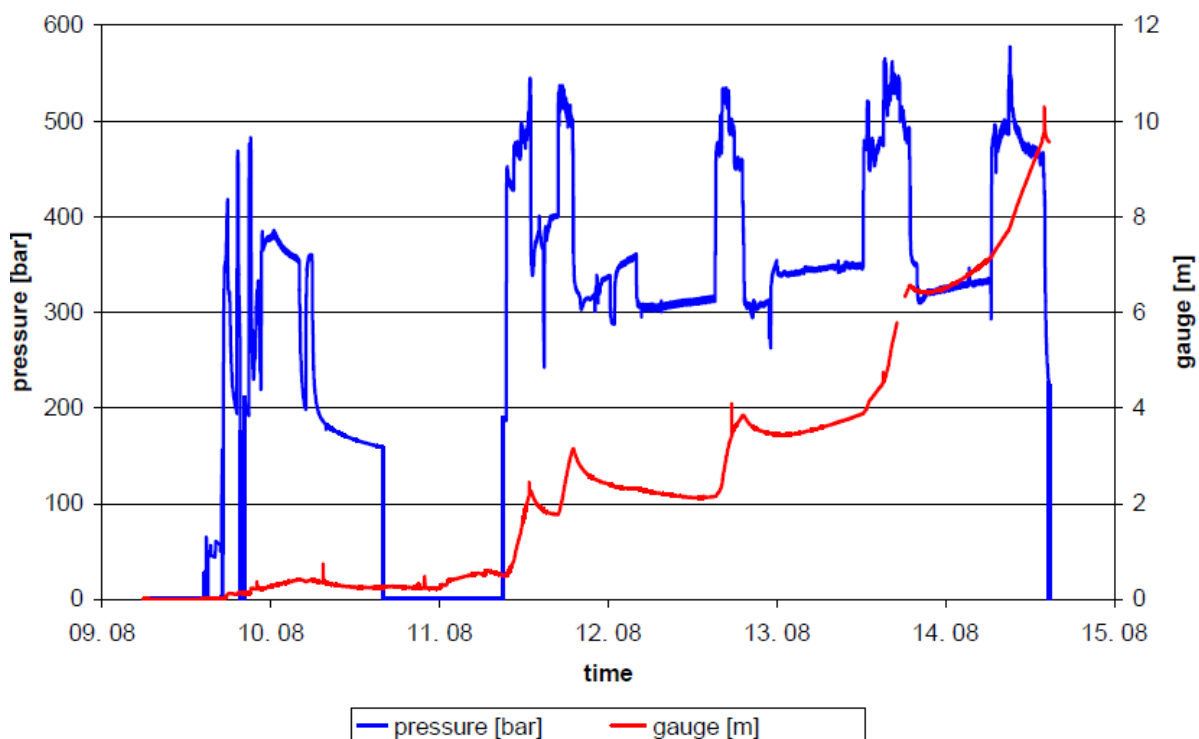
---

<sup>9</sup> Index produktivity je celkové čerpané množství za jednotku času při jednotkovém injektážním tlaku (Craft and Hawkins, 1960).

## 5.2. Hydraulická stimulace ve vrtu Gt GrSk 4/05

Ve vrtu **Gt GrSk 4/05** proběhly celkem tři hydraulické stimulace.

První z nich, trvající šest dní, se uskutečnila ve vulkanických horninách (9-14 srpen 2007). V některých částech injektáže bylo třeba kvůli vysokým průtokům přidávat do štěpného média tekutinu snižující tření ve vrtu, aby se předešlo přetlaku ve zhlaví vrtu. Při těchto vysokých průtocích pohybujících se okolo hodnoty 150 l/s se také přidávala nízká koncentrace písku, aby byla zaručena přibližně stejná šířka trhlin. Transport písku probíhal výhradně díky vysoké rychlosti toku. Gel na podporu transportu nemohl být přidán z důvodu nízké hodnoty pH, která byla snížena uměle přidáním kyseliny octové (CH<sub>3</sub>COOH). Její přítomnost měla zabránit usazování železa ve vrtu. V konečném součtu bylo do vulkanických hornin injektováno 13170 m<sup>3</sup> tekutiny a 24,4 tun písku. Maximální tlak ve zhlaví vrtu dosáhl hodnoty 586 barů při maximálním průtoku 9m<sup>3</sup>/min (150 l/s). Během stimulace byla sledována hladina podzemní vody v sousedním vrtu **E GrSk 3/90**. Průběh tlaku hladiny podzemní vody můžeme vidět na přiloženém grafu (Obr.11). Celková doba stimulace byla přibližně 106 hodin (Zimmermann et al.,2008).



Obr.11-Sledování průběhu tlaku a hladiny podzemní vody ve vrtu **E GrSk 3/90** při stimulaci **Gt GrSk 4/05**. Převzato z Zimmermann et al. (2008).

Zbývající dvě stimulační události proběhly v nadložních pískovcích. První z nich, trvající přibližně jeden den (18-19 srpen 2007), se uskutečnila v intervalu 4204-4208 metrů. Tento interval byl izolován ve 4300 metrech pomocí tak zvaného *bridge plug*<sup>10</sup> a následně perforován (20 děr na m<sup>2</sup> obvodu vrtu).

Na podporu tvorby trhlin se stejnými parametry a jejich následné udržení byl použit proppant (high strength proppant<sup>11</sup>) o velikosti zrn v rozmezí 0,4 až 0,8 mm. Druhá stimulace proběhla mezi 23.-24. srpnem roku 2007. Tentokrát však byl interval stimulace určen na 4118-4122 a *bridge plug* byl umístěn do hloubky 4123 metrů (Zimmermann et al.,2008). Technické parametry z obou stimulačních událostí a mechanické parametry hornin nacházejících se v rezervoáru nalezneme v níže přiložených tabulkách (tabulka 1 a tabulka 2).

Tabulka 1. Technické parametry stimulací v pískovcích. Vrt Gt GrSk 4/05. Převzato z (Zimmermann et al.,2008).

	Stimulace 1	Stimulace 2
injektováno celkem[m <sup>3</sup> ]	250	170
Maximální tlak ve zhlaví vrtu[MPa]	41,6	-
celková hmotnost proppantu[Kg]	95000	113000
celkový objem gelu[m <sup>3</sup> ]	280	310
průtok injektážního testu[m <sup>3</sup> /min]	0,3-0,57	0,3-0,62
průtok při stimulaci[m <sup>3</sup> /min]	4	3-3,5

Tabulka 2. Mechanické parametry hornin nacházejících se v rezervoáru. Převzato z (Zimmermann et al., 2007).

	Vulkanity	Spodní pískovcový horizont	horní pískovcový horizont
Štěpící tlak[MPa]	68,4	52,2	59,3
gradient zavíracího tlaku[MPa/m]	0,016	0,0125	0,0145
permeability porové tekutiny[mD]	1	10	10
Youngův modul[GPa]	55	55	55
Poissonovo číslo	0,2	0,18	0,18
pevnost puklin[MPa m <sup>1/2</sup> ]	1,72	0,59	0,59

<sup>10</sup> Vrtné nářadí, které odděluje dvě části vrtu. Většinou za účelem izolace stimulovaného intervalu od spodnějších částí vrtu.

<sup>11</sup> High strength proppants- Proppant využívaný pro aplikace do vyšších tlaků. Jedná se většinou o slinutý bauxit.

V roce 2009 proběhla stimulace kyselinou, která způsobila rapidní zvětšení indexu produktivity, který se následně pohyboval mezi hodnotami 13-15 m<sup>3</sup>/h MPa (Henninges et al., 2012). Stimulace kyselinou, neboli acidizace, je uskutečněna za pomoci injektáže tekutiny s nízkou hodnotou pH, za účelem rozpuštění, či rozptýlení materiálu, který ucpává okolí vrtu jako následek vrtání, nebo stimulace. Většinou se jedná o silikátové částice (Rae and di Lullo in Zimmermann et al., 2010). Mezi 22.-24. dubnem výše zmíněného roku bylo za pomoci *coil tubing* zavedeno přibližně 10 m<sup>3</sup> kyseliny chlorovodíkové (koncentrace roztoku-7,5%) do hloubky 4100-4360 metrů. Kyselina zde setrvala přibližně 30 minut a poté byla vypláchnuta vodou (Zimmermann et al., 2010). Test produktivity, který následoval po acidizaci, ukázal výrazné zlepšení indexu produktivity přibližně o 40-50 %. Více viz Tabulka 3.

### 5.3. Hydraulické testy v propojeném rezervoáru

Mezi 8. Červnem roku 2011 a 8. Listopadem 2013 bylo uskutečněno celkem 139 cirkulačních hydraulických testů, trvajících v rozmezí 1-165 hodin. Ekvivalentně k časové dotaci bylo čerpáno v rozmezí **4,4-2567 m<sup>3</sup>**. Jako injektážní byl použit vrt **E GrSk 3/90** a jako produkční vrt **Gt GrSk 4/05**. Pro všech 139 testů byl zachován konstantní index injektivit o hodnotě přibližně **4 m<sup>3</sup>/h MPa** s mírnými odchylkami. Zajímavé je, že ve výše uvedeném časovém rozmezí byl sledován nelineární pokles indexu produktivity (PI) z počátečních **8,9 m<sup>3</sup>/h MPa** (8. Červen 2011) na konečných **0,6 m<sup>3</sup>/h MPa** (8. listopad 2013). Pouze v 17 případech hydraulických testů bylo zaznamenáno mírné zvýšení PI, které může být vysvětleno například akumulací a následným uvolněním volného plynu. Jednoznačná příčina však není známá. Takovýto výše uvedený dlouhodobý pokles produktivity nemůže být vysvětlen jediným procesem, který se odehrál v hloubkách rezervoáru. Můžeme uvažovat hned o několika příčinách, jako je například změna hydraulických vlastností stimulovaného rezervoáru v důsledku změn v mechanickém zatížení způsobeného dlouhodobou injektáží, nebo usazování minerálů, které vede ke kolmataci vrtu (Blöcher et al., 2015). Aby bylo možné lépe rozhodnout o příčině a následně ji odstranit, byly na přelomu ledna a února roku 2014 uskutečněny dva výplachy s cílem odstranit materiál, který by mohl způsobovat ucpávání vrtu a následné snížení PI (Regenspurg et al., 2015). Odhadem bylo odstraněno 600 litrů materiálu pevné fáze. Mezi minerály, které se zde podařilo nalézt, patří například měď, baryt a magnetit. Mohlo by se zdát, že takové množství usazeného materiálu může mít na svědomí snížení produktivity. Následné laboratorní testy však ukázaly velkou propustnost těchto

materiálů a hydraulické testy zase malé zlepšení PI. Z toho vyplývá, že příčinu dlouhodobého poklesu produktivity je třeba hledat jinde (Blöcher et al., 2015). Krom výše zmíněné akumulace pevných částic bylo diskutováno hned několik příčin, žádná z nich však nebyla zcela potvrzena. Jedná se například o uzavírání hydraulicky vytvořených trhlin, kvůli degradaci proppantu a z toho vyplývající sníženou propustnost rezervoáru. Na druhou stranu změny indexu injektivit mohou být vysvětleny změnou viskozity a hustoty tekutin v rezervoáru, které byly způsobeny injektáží studenější tekutiny s proměnnou koncentrací solí. Tyto přechodné jevy způsobily pokles ve štěpícím tlaku uvnitř rezervoáru, což mělo za následek změny v indexu injektivit.

Ať již docházelo v čase po hydraulické stimulaci k postupnému snižování PI z různých důvodů, je jisté že v prvotních fázích stimulace došlo ke zvýšení propustnosti a produktivity jednotlivých vrtů. V níže přiložené tabulce (Tabulka 3) jsou shrnuty parametry hydraulických testů, uskutečněných za účelem zjištění efektivity jednotlivých stimulačních událostí.

**Tabulka 3. Shrnutí parametrů hydraulických testů, uskutečněných na injektážním a produkčním vrtu. Převzato a upraveno z (Blöcher et al., 2015) a z odpovídajících zdrojů v této publikaci uvedených.**

REZERVOÁR	Groß Schönebeck								
	E GrSk 3/90						Gt GrSk 4/05		
VRT									
ROK	2001	2002		2002	2003		2007	2007	2009
FÁZE	POČÁTEČNÍ TEST	po prvním gel/proppant štěpení	po druhém gel/proppant štěpení	po prvním štěpení vodou	po druhém štěpení vodou	před štěpením vodou	po štěpení vodou	po acidizaci	
DÉLKA TESTU [h]	12,24	8	13,92	5,76	24	13,4	11,8	4	
PRŮTOK [m <sup>3</sup> /h]	13,5	14,8	22,4	59	35,8	31,6 (b)	30,2	35	
CELKOVÝ OBJEM [m <sup>3</sup> ]	167	100	307	338	859	424 (c)	356	140	
INJEKTAŽNÍ TLAK [MPa]	14	7,5	10,5	14,7	6,7	13,3	3,5	2,8	
INDEX PRODUKTIVITY [m <sup>3</sup> /h MPa]	0,97	2	2,1	4	7,5	2,4	10,1	14,7	
PER (productivity enhancement ratio) (a)	počáteční	2,1	2,2	4,1	7,7	počáteční	4,3	6,2	
(a)-míra zlepšení produktivity									
(b)-průměr ze tří jednotlivých testů v různých hloubkách									
(c)-součet hodnot ze tří testů v různých hloubkách									

**Tabulka 4. Vybrané cirkulační testy mezi vrtu E GrSk 3/90 (injektážní) a Gt GrSk 4/05 (produkční) v období od 8. Červnem 2011 do 8. Listopadu 2013. Převzato a upraveno z (Blöcher et al., 2015). Na těchto datech můžeme sledovat klesající trend poměru INDEX PRODUKTIVITY/INDEX INJEKTIVITY, který může být způsoben například kolmatací vrtu. Z uvedených materiálů není zcela jasné, jak bylo zjištěno množství produkované z rezervoáru. Tento objem se dá zjistit například za pomoci stopovací zkoušky.**

REZERVOÁR	Groß Schönebeck							
	DATUM	27.06.2011	06.10.2011	05.04.2012	08.08.2012	17.12.2012	19.06.2013	08.11.2013
DÉLKA TESTU [h]	1,9	2,2	1,6	2,2	13	2,4	1,1	
PRODUKOVANÉ MNOŽSTVÍ Z REZERVOÁRU [m <sup>3</sup> ]	54,3	43,5	24,5	36,1	213,3	6,9	-	
PRODUKOVANÉ MNOŽSTVÍ MĚŘENÉ VE ZHLAVÍ [m <sup>3</sup> ]	87,4	100,9	75,5	101,7	269,8	61,3	22	
INJEKTOVANÉ MNOŽSTVÍ MĚŘENÉ VE ZHLAVÍ [m <sup>3</sup> ]	87,4	100,9	75,5	101,7	269,8	61,3	22	
INDEX PRODUKTIVITY [m <sup>3</sup> /h MPa]	8,9	3,9	3,2	2,8	1,9	0,8	0,6	
INDEX INJEKTIVITY [m <sup>3</sup> /h MPa]	4,5	4,8	5,3	5	2,8	4,1	-	
VYPÖČTENÝ INDEX INJEKTIVITY [m <sup>3</sup> /h MPa]	3,8	3,7	-	3,1	2,9	-	-	

## 6. Závěr

Hydraulická stimulace je velice komplexní disciplína, skládající se z více geologicko-vědních oborů. Jak bylo nejméně zmíněno výše, je pro pochopení hydraulické stimulace nesmírně důležitá znalost mechaniky hornin, hydrauliky tekutin a jejich vzájemné propojení ve smyslu jejich interakce při samotné stimulaci rezervoáru. V první a druhé části mé práce jsem se pokusil vybrat a vysvětlit nejzákladnější, ale také jedny z nejdůležitějších poznatků z výše uvedených disciplín. Toho se mi podle mého názoru podařilo dosáhnout, i když jsem si vědom toho, že pro budoucí podrobnější studium této problematiky bude nutné tyto poznatky ještě více prohloubit. V poslední části jsem se věnoval studiu a popisu geotermálního projektu Groß Schönebeck, na jehož dvou vrtech bylo uskutečněno několik stimulačních procesů, které vedly ke zvýšení propustnosti tohoto rezervoáru. Na prvním injektážním vrtu **E GrSk 3/90**, který nebyl původně určen pro účely geotermálního systému, byly provedeny celkem čtyři stimulační procesy. První dvě z nich na bázi gel-proppantového média. U dvou posledních událostí se jednalo o injektáž velkého množství vody. Index produktivity se z původní hodnoty  $0,97 \text{ m}^3/\text{h MPa}$  zvýšil na konečných  $7,5 \text{ m}^3/\text{h MPa}$ , přičemž největšího zlepšení produktivity bylo dosaženo po stimulaci vodou a to sice z  $2,1 \text{ m}^3/\text{h MPa}$  (dosaženo gel-proppantovou stimulací) na výše uvedenou konečnou hodnotu. Otázkou zůstává, zda by injektáž vody byla stejně efektivní, kdyby nepředcházela injektáž gelu a proppantu, protože právě proppant zajišťuje otevřenost puklin. Na rozdíl od prvního případu byla v produkčním vrtu **Gt GrSk 4/05** použita chemie a to hned dvakrát. Použití chemické stimulace a její případná efektivita v porovnání s efektivitou hydraulické stimulace byla jednou z hlavních otázek, které mne osobně nejvíce na tomto projektu zajímaly. Poprvé byla chemie použita v rámci hydraulické stimulace ve vulkanických horninách za účelem snížení hodnoty pH a po druhé v rámci chemické stimulace rezervoáru kyselinou chlorovodíkovou. Z původní hodnoty  $2,4 \text{ m}^3/\text{h MPa}$  se hydraulickou stimulací podařilo dosáhnout zlepšení indexu produktivity přibližně čtyřikrát na hodnotu  $10,1 \text{ m}^3/\text{h MPa}$ . V poslední fázi operací na tomto vrtu byla uskutečněna stimulace za pomoci injektáže velkého množství kyseliny chlorovodíkové (acidizace), která hodnotu PI zvýšila na konečných  $14,7 \text{ m}^3/\text{h MPa}$ . Za pomoci chemie se tedy podařilo dosáhnout zvýšení produktivity přibližně o 45 %. I když hydraulická stimulace v tomto vrtu dosáhla většího procentuálního zlepšení, je efektivita chemické stimulace v případě tohoto vrtu úspěchem v porovnání s jinými projekty stejného typu.

Jak již bylo naznačeno, existuje více stimulačních technologií, jejichž aplikace je závislá na geologické situaci a technických parametrech zájmového rezervoáru. Porovnávání jejich využitelnosti a efektivnosti je velice zajímavé nejen z technického hlediska, ale je také nadmíru důležité pro budoucí projekty stejného typu, v nichž tyto poznatky mohou výrazně pomoci při návrhu samotné stimulace.

Problematika geotermálních rezervoárů a hlavně jejich stimulace mne v průběhu zpracování této bakalářské práce velice zaujala a proto bych rád prohloubil své znalosti a dovednosti v této problematice v rámci svého budoucího studia. Rád bych více pronikl do detailů jednotlivých stimulačních technologií a vytvořil souhrn jejich technických parametrů. Pro dosažení tohoto cíle je důležité pokračovat ve studiu jednotlivých světových geotermálních projektů.



## 7. Literatura

Armstead, H. Christopher H., Jefferson W. Tester. Heat mining: a new source of energy. New York: E. & F.N. Spon, 1987. ISBN 0419122303.

Atkinson, J. The mechanics of soils and foundations. 2nd ed. New York: Taylor & Francis, 2007. ISBN 9780415362559.

Blöcher, G., Reinsch, T., Henniges, J., Milsch, H., Regenspurg, S., Kummerow, J., & Huenges, E. (2015). Hydraulic history and current state of the deep geothermal reservoir Groß Schönebeck. *Geothermics*.

Brdička, M., Samek, L. a Sopko, B. *Mechanika kontinua*. Vyd. 4., rev. a upr. Praha: Academia, 2011. Gerstner. ISBN 978-80-200-2039-0.

Brown, Donald W. "A hot dry rock geothermal energy concept utilizing supercritical CO<sub>2</sub> instead of water." *Proceedings of the twenty-fifth workshop on geothermal reservoir engineering*, Stanford University. 2000.

Carter, R.D. [1957] "Derivation of the General Equation for Estimating the Extent of the Fractured Area," Appendix I of "Optimum Fluid Characteristics for Fracture Extension," *Drilling and Production Practice*, G.C. Howard and C.R. Fast, New York, New York, USA, American Petroleum Institute (1957), 261–269.

Craft, B. C., Hawkins, M. F. "Applied Petroleum Reservoir Engineering." (1960): 569-570.

Economides, M.J., Nolte, K.G. *Reservoir stimulation*. 3rd ed. New York: Wiley, c2000. ISBN 0471491926.

Fischer, T., Hainzl, S., Eisner, L., Shapiro, S.A., Le Calvez, J. [2008] *Microseismic signature of hydraulic fracture growth in sediment formations: Observations and modeling*.

Henniges, J., Blöcher, G., Kranz, S., Regenspurg, S., Reinsch, T., Saadat, A., Zimmermann, G., Huenges, E. (2015): *Reservoir Behaviour and Borehole Processes during EGS Operation: Experiences from Three Years of Production and Injection at the Groß Schönebeck Site - Proceedings, World Geothermal Congress (Melbourne, Australia 2015)*, pp. 7.

Henniges, J., Brandt, W., Erbas, K., Moeck, I., Saadat, A., Reinsch, T., & Zimmermann, G. (2012, January). Downhole monitoring during hydraulic experiments at the in situ geothermal lab Gross Schönebeck. In *Proceedings of 37th Workshop on Geothermal Reservoir Engineering*, Stanford, USA (pp. 51-56).

Holl, H. G., Hurter, S., Saadat, A., Köhler, S., Wolfgramm, M., Zimmermann, G., ... & Huenges, E. (2003, September). First hand experience in a second hand borehole: Hydraulic experiments and scaling in the geothermal well Groß Schönebeck after reopening. In *Proc. Internat. Geotherm. Conf., IGC-2003 Reykjavik, Multiple integrated uses of geothermal resources S (Vol. 1, pp. 8-13)*.

Huenges, E., Hurter, S., Saadat, A., Köhler, S., & Trautwein, U. (2002, January). The in-situ geothermal laboratory Groß Schönebeck: learning to use low permeability aquifers for geothermal power. In *Proceedings of the 27th Stanford Geothermal Workshop*.

Huenges E, Moeck I. The geothermal group of the GFZ (2007) *Directional drilling and stimulation of a deep sedimentary geothermal reservoir*. *Sci Drill* 5:47–49.

Moeck, I., Kwiatek, G., Zimmermann, G. (2009) Slip tendency analysis, fault reactivation potential and induced seismicity in a deep geothermal reservoir. *J Struct Geol* 31 (10):1174-1182.

Petránek, J. Encyklopedie geologie. České Budějovice: Jih, 1993. ISBN 80-900351-2-4.

Regenspurg, S., Feldbusch, E., Byrne, J., Deon, F., Driba, D. L., Hennings, J., & Schubert, C. (2015). Mineral precipitation during production of geothermal fluid from a Permian Rotliegend reservoir. *Geothermics*, 54, 122-135.

Trautwein, U., and E. Huenges. "Poroelastic behaviour of physical properties in Rotliegend sandstones under uniaxial strain." *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* 42.7 (2005): 924-932.

Valentová, J. *Hydraulika podzemní vody*. Vyd. 3. Praha: Nakladatelství ČVUT, 2007. ISBN 978-80-01-03625-9.

Zimmermann, G., Blöcher, G., Reinicke, A., & Brandt, W. (2011). Rock specific hydraulic fracturing and matrix acidizing to enhance a geothermal system—Concepts and field results. *Tectonophysics*, 503(1), 146-154.

Zimmermann, G., Huenges, E., Saadat, A., Legarth, B., Blöcher, G., Reinicke, A., & Brandt, W. (2006). Enhancement of productivity after reservoir stimulation of the hydro-thermal reservoir Gross Schönebeck with different fracturing concepts. In *Engine Workshop 3: Stimulation of Reservoir and Induced Microseismicity* (pp. 81-86).

Zimmermann, G., MOECK, I., Blöcher, G. Cyclic waterfrac stimulation to develop an Enhanced Geothermal System (EGS)—Conceptual design and experimental results. *Geothermics* [online]. 2010, 39(1), 59-69 [cit. 2016-06-27]. DOI: 10.1016/j.geothermics.2009.10.003. ISSN 03756505.

Zimmermann, G., Reinicke, A., Blöcher, G., Milsch, H., Gehrke, D., Holl, H. G., ... & Huenges, E. (2007, January). Well path design and stimulation treatments at the geothermal research well GtGrSk4/05 in Groß Schönebeck. In *Proceedings Thirty-Second Workshop on Geothermal Reservoir Engineering* (pp. 22-24). Stanford University Stanford, California.

Zimmermann, G., A. Reinicke, W. Brandt, G. Blöcher, H. Milsch, H.-G. Holl, I. Moeck, T. Schulte, A. Saadat, and E. Huenges (2008), Results of stimulation treatments at the geothermal research wells in GroßSchönebeck/Germany, paper presented at the Thirty-Third Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford University.