

Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta

DIPLOMOVÁ PRÁCE



David Korda

Světelné křivky zákrytových dvojhvězd

Astronomický ústav UK

Vedoucí diplomové práce: RNDr. Petr Zasche, Ph.D.

Studijní program: Fyzika

Studijní obor: Astronomie a astrofyzika

Praha 2016

Na tomto místě bych chtěl poděkovat vedoucímu práce doktorovi Petrovi Zaschemu za četné připomínky, odborné vedení, velkou trpělivost a rychlost, se kterou reagoval na mé dotazy. Doktorovi Michalu Švandovi za poznámky ke struktuře textu a k formální a estetické stránce textu. Dále bych rád poděkoval docentovi Marku Wolfovi, paní Haně Kučákové, slečně Kateřině Hoňkové a panu Janu Vraštilovi za pomoc při zaplňování světelných křivek.

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova v Praze má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle §60 odst. 1 autorského zákona.

V dne Podpis autora

Název práce: Světelné křivky zákrytových dvojhvězd

Autor: David Korda

Ústav: Astronomický ústav UK

Vedoucí diplomové práce: RNDr. Petr Zasche, Ph.D., Astronomický ústav UK

Abstrakt: Byla provedena fotometrická CCD pozorování deseti krátkoperiodických LMB (Low Mass Binaries) s dosud neurčenými parametry. Data byla získána pomocí dalekohledu s průměrem 65 cm v Ondřejově ve filtrech I, R a V v letech 2014 až 2016. Světelné křivky byly zpracovány pomocí programu PHOEBE. Získané hmotnosti a poloměry jednotlivých hvězd byly porovnány s teoretickou závislostí. Ukazuje se, že v dvojhvězdných krátkoperiodických systémech jsou poloměry hvězd v průměru o 4% větší, než odpovídá modelům vývoje hvězd.

Klíčová slova: zákrytové dvojhvězdy - fotometrie - světelná křivka - fundamentální parametry

Title: The light curves of eclipsing binaries

Author: David Korda

Department: Astronomical Institute of Charles University

Supervisor: RNDr. Petr Zasche, Ph.D., Astronomical Institute of Charles University

Abstract: New CCD photometric observations of ten short-period LMB (Low Mass Binaries) were carried out. Data were obtained using 65 cm telescope in Ondřejov in the filters I, R and V from 2014 to 2016. Light curves were analysed using the program PHOEBE. The obtained masses and radii of the stars were compared with the theoretical mass-radii relation. There arises that the short-period binaries have the radii of about 4% larger than the theoretical prediction from the stellar evolution models.

Keywords: eclipsing binaries - photometry - light curve - fundamental parameters

Obsah

Úvod	3
1 Teoretický úvod	4
1.1 Klasifikace hvězdných spekter	4
1.1.1 Harvardská klasifikace	4
1.1.2 Morganova–Keenanova klasifikace hvězdných spekter	4
1.2 Hvězdy pozdních spektrálních typů	5
1.3 Klasifikace zákrytových dvojhvězd podle tvaru světelné křivky	6
1.4 Rocheův model	7
1.4.1 Předpoklady a odvození	7
1.4.2 Rozdělení dvojhvězd podle Rocheova modelu	9
1.5 Řešení světelných křivek zákrytových dvojhvězd	10
1.5.1 Zákryty při sklonu 90°	10
1.5.2 Úplné zákryty při obecném sklonu	11
1.5.3 Gravitační ztemnění	14
1.5.4 Hvězdné skvrny a třetí světlo	14
1.6 Rozpor mezi poloměry a hmotnostmi	15
2 Pozorování	19
2.1 Použité přístroje	19
2.2 Použitá měření	19
2.3 Základní informace o měřených hvězdách	19
3 Zpracování	21
3.1 MuniWin	21
3.2 Programy FTV a VarPlot	22
3.3 PHOEBE	22
3.3.1 Modely	22
3.3.2 Počáteční nastavení programu	23
3.3.3 Fitovací proces	24
4 Výsledky	26
4.1 NSVS 363024	26
4.2 NSVS 401928	28
4.3 V345 Cam (NSVS 524615)	30
4.4 V0514 Dra (NSVS 1090740)	32
4.5 NSVS 2285307	34
4.6 NSVS 2517147	36
4.7 NSVS 3151384	38
4.8 NSVS 3243815	40

4.9	NSVS 3630887	42
4.10	NSVS 6127917	44
4.11	Další nalezené proměnné hvězdy	45
5	Diskuze	48
5.1	Hmotnosti a poloměry	48
5.2	Poloha hvězd na H–R diagramu	51
5.3	Statistická rozdělení	52
5.4	Chyby pozorování a výsledků	55
	Závěr	56
	Literatura	57
	Seznam tabulek	63

Úvod

Málo hmotné hvězdy jsou v hvězdné populaci galaxií nejzastoupenější. Přesto se zdá, že jejich vývoji ne zcela rozumíme. Existuje totiž rozpor mezi pozorovaným poloměrem při dané hmotnosti a poloměrem, který bychom odvodili z modelů vývoje hvězd při stejné hmotnosti (Feiden a Chaboyer, 2012). Relativní rozdíl poloměrů

$$\frac{\delta R}{R_{\text{obs}}} \equiv \frac{R_{\text{obs}} - R_{\text{model}}}{R_{\text{obs}}} \quad (1)$$

udává, kolikrát je poloměr hvězdy větší, než odpovídá modelu. Hmotnost a poloměr jsou veličiny, které se nejlépe získávají pozorováním zákrytových dvojhvězd. Největší rozdíl mezi R_{obs} a R_{model} je zaznamenáván pro málo hmotné krátkoperiodické zákrytové dvojhvězdy, jak ukázali například (Feiden a Chaboyer, 2012). Proto se v této práci budeme věnovat pouze krátkoperiodickým zákrytovým systémům s nízkou hmotností.

Pro přesné určení hmotností a poloměrů je zapotřebí kombinovat fotometrická a spektroskopická pozorování. Výhodou fotometrických pozorování je nepochybně vysoký počet naměřených světelných křivek (například z družic CoRoT nebo Kepler) a časová nenáročnost pozorování (měří se celé hvězdné pole najednou). Hlavní motivací je proto otestovat, zda budou ke statistickému potvrzení, výše zmíněného rozporu, stačit právě jen fotometrická pozorování.

1. Teoretický úvod

Ačkoli se v této práci zabýváme výhradně dvojhvězdami pozdního spektrálního typu, bude užitečné nastínit obecné názvosloví nebo klasifikace.

Spektrální klasifikace hvězd je obsahem sekce 1.1 a základní rysy hvězd pozdního spektrálního typu rozebíráme v sekci 1.2. Zejména informace o teplotách daných spektrálních typů a jim příslušné přibližné hmotnosti budou klíčové.

Klasifikace zákrytových dvojhvězd podle tvaru světelné křivky je popsána v sekci 1.3. Správné určení typu světelné křivky může výrazně snížit čas potřebný k získání parametrů dvojhvězdy.

Při zpracovávání fotometrických měření zabere nejvíce času samotné řešení světelné křivky. To znamená hledání takového modelu dvojhvězdy, který nejlépe odpovídá tvaru světelné křivky. Protože hmotnosti hvězd jsou silně koncentrované k jejich středu, používá se v těchto modelech zjednodušený Rocheův model. Ten si připomeneme v sekci 1.4. Rocheův model navíc umožňuje klasifikovat dvojhvězdy (viz část 1.4.2).

Samotný tvar světelné křivky a to, co lze ve velmi zjednodušených případech analyticky vypočítat nastíníme v sekci 1.5. Předpoklady, které v této kapitole budeme uvažovat splněny nejsou. I tak nám ale dává jistou představu o tom, jak některé veličiny ovlivňují tvar světelné křivky. V této sekci je stručně popsán i efekt gravitačního ztemnění, na který budeme později odkazovat a efekt tzv. „třetího světla“ a hvězdných skvrn.

V práci se zabýváme dvojhvězdami s nízkou hmotností. Důvodem je nesrovnalost mezi pozorovanými a teoreticky spočtenými poloměry při dané hmotnosti. Tato nesrovnalost se vysvětluje přítomností hvězdných skvrn na površích hvězd. O problematice je podrobněji pojednáno v sekci 1.6.

1.1 Klasifikace hvězdných spekter

1.1.1 Harvardská klasifikace

Harvardská klasifikace třídí hvězdná spektra podle výskytu a výraznosti spektrálních čar. Přibližně platí, že čím teplejší hvězda, tím méně výrazných čar její spektrum obsahuje. Naopak ve spektrech chladných hvězd se vyskytuje velké množství spektrálních čar kovů. Hvězdy se (sestupně podle teploty) dělí na O, B, A, F, G, K, M, L a T. Každý typ se dále dělí na podtypy 0 až 9. Například u typu B na B0 až B9, kde B0 je nejteplejší, ale je chladnější než O9.

1.1.2 Morganova–Keenanova klasifikace hvězdných spekter

Jedná se o nejpoužívanější spektrální klasifikaci hvězd. Byla publikována Morganem, Keenanem a Kellmanem roku 1943 v článku (Morgan a kol., 1943)¹ a kromě Harvardské

¹V tomto článku se ještě nevyskytují třídy VI a VII.

klasifikace, která je založena jen na spektrálních čarách, přidává označení jasnosti (stupně vývoje) hvězdy.

- **I:** veleobři
- **II:** jasní obři
- **III:** obři
- **IV:** podobři
- **V:** hvězdy hlavní posloupnosti
- **VI:** podtrpaslíci
- **VII:** bílí trpaslíci

Navíc ke skupinám **I** až **V** se často přidává písmeno **a** pro označení jasné hvězdy v dané skupině, **ab** pro hvězdy s normální jasností v dané skupině a **b** pro hvězdy s nižší jasností v dané skupině. Například Deneb je spektrálního typu A2Ia.

1.2 Hvězdy pozdních spektrálních typů

Společným znakem spektrálních typů G, K a M je hluboká podpovrchová konvektivní zóna, jejímž důsledkem je vznik chromosfér a korón. V polovině pobytu na hlavní posloupnosti, mají podle (Harmanec a Brož, 2011) tyto spektrální typy přibližně následující charakteristiky²

- **Spektrální typ G:** $T_{\text{eff}} = 5\,200 - 5\,900\text{ K}$, $M = 0,91 - 1,16 M_{\odot}$, $R = 1,01 - 1,25 R_{\odot}$
- **Spektrální typ K:** $T_{\text{eff}} = 3\,900 - 5\,200\text{ K}$, $M = 0,45 - 0,91 M_{\odot}$, $R = 0,52 - 1,01 R_{\odot}$
- **Spektrální typ M:** $T_{\text{eff}} = 2\,600 - 3\,900\text{ K}$, $M = 0,10 - 0,45 M_{\odot}$, $R = 0,12 - 0,52 R_{\odot}$

Chromosféra navazuje na fotosféru a ačkoli je dále od zdroje energie hvězdy, její teplota se vzdáleností od hvězdy roste. Ve větších vzdálenostech od hvězdy se nachází koróna, kde teplota dosahuje až 10^6 K . Musí tedy existovat způsob, jak přenést energii, aby se tato teplotní inverze vysvětlila. Modely ohřevu chromosféry a koróny se dají rozdělit do tří skupin:

- **Nemagnetické:** disipace zvukových vln
- **Magnetické „stejnoseměrné“:** disipace elektrických proudů, rekonexe, erupce
- **Magnetické „střídavé“:** magnetoakustické a Alfénovy vlny

²Podrobnější a při zpracovávání použité hodnoty najdeme na adrese http://www.pas.rochester.edu/~emamajek/EEM_dwarf_UBVIJHK_colors_Teff.txt.

Nemagnetické modely mají problémy s přenosem energie skrz chromosféru a byly pro ohřev koróny experimentálně vyloučeny, jak ukázali (Mandrini a kol., 2000).

Modely magnetické „stejnsměrné“ vysvětlují ohřev elektrickými proudy podél smyček, které se rozpadají Jouleovým teplem, rekonexemi a celým spektrem erupcí, od nejmenších a nejčtenějších, až po ty velké, málo čtené.

Naopak modely magnetické „střídavé“ uvažují disipaci magnetoakustických a Alfénových vln. Numerické simulace našeho Slunce ukazují, že v přechodové vrstvě mezi chromosférou a korónou mohou Alfénovy vlny konvertovat na vlny magnetoakustické, které pak v koróně disipují.

Dodnes nepanuje shoda, který ze dvou magnetických modelů je lepší a pravděpodobně se na ohřevu podílejí oba. Navíc pokud vezmeme všechny modely pro ohřev koróny dostaneme teplotu, která je větší než teplota, kterou pozorujeme. Problémem tedy není ohřev koróny, ale právě naopak. Vzhledem k vyšší teplotě chromosféry a koróny než má fotosféra a k jejich geometrické rozlehlosti, se tyto „obálky“ projevují jako plynový závoj okolo hvězd nebo horký, řídký oblak plynu mezi námi a hvězdou. To má za důsledek vznik emisních čar, pomocí kterých se existence chromosfér a korón dokazují. U hvězd těchto spektrálních typů se také často vyskytují rozsáhlé hvězdné skvrny, které deformují světelnou křivku a ztěžují tím její řešení.

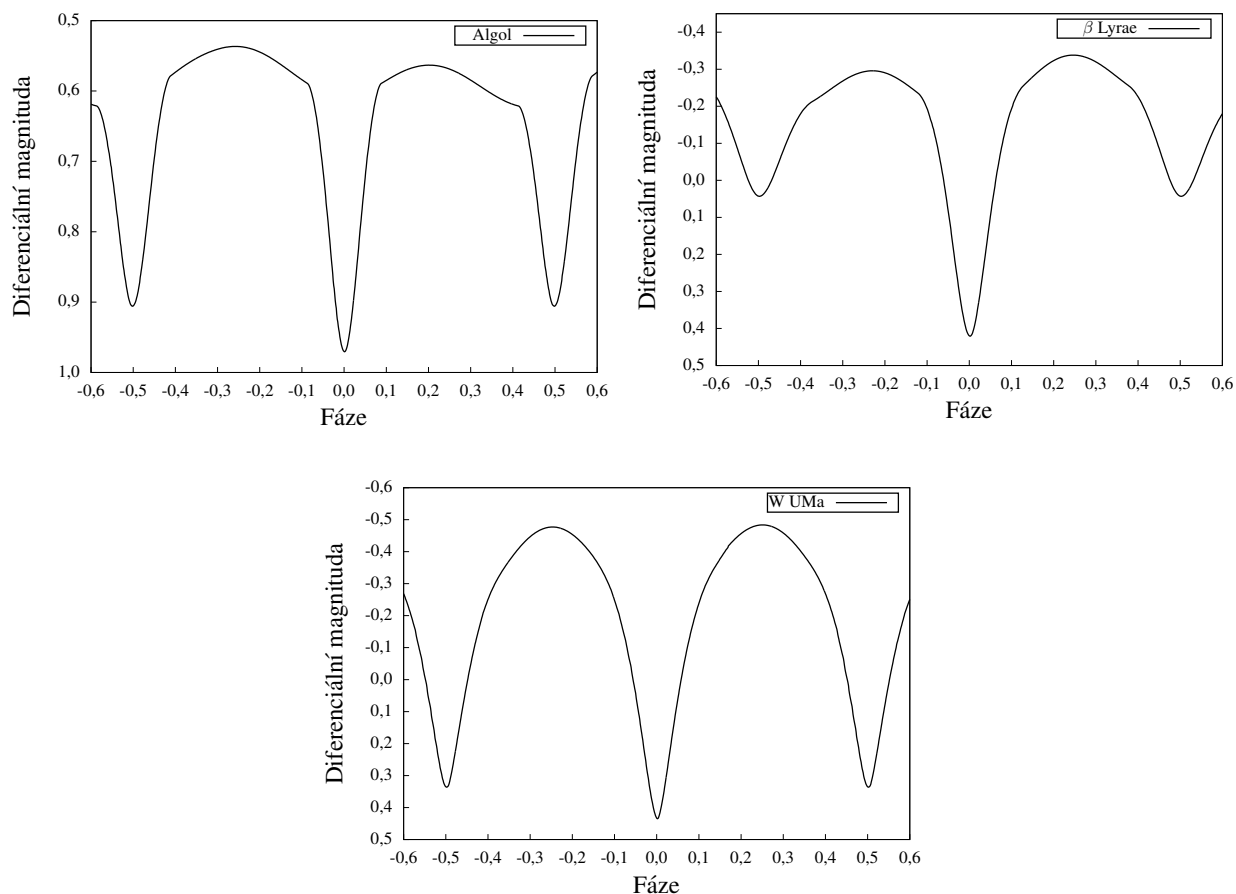
1.3 Klasifikace zákrytových dvojhvězd podle tvaru světelné křivky

Podle tohoto rozdělení můžeme rozlišit tři typy světelných křivek, jak uvádí například (Harmanec a Mayer, 2015):

- **Světelná křivka typu Algol** je charakterizována konstantní intenzitou světla mimo dobu zákrytu. Jde o nejčastěji se vyskytující typ zákrytových dvojhvězd. Může zde být velmi výrazný rozdíl mezi hloubkou primárního a sekundárního minima. Tvar světelné křivky se může lišit v různobarevných filtrech.
- **Světelná křivka typu β Lyrae** se pozoruje u hvězd, které obíhají blízko sebe. V důsledku toho se tvar hvězd deformuje slapovými silami. Světelná křivka je bez konstantní fáze. Spektrální vlastnosti obou hvězd jsou odlišné. Proto je různá i hloubka obou minim.
- **Světelná křivka typu W UMa** se vyznačuje krátkou oběžnou periodou, protože hvězdy se již téměř dotýkají. Jejich tvary jsou slapovými silami silně deformované a mají společnou atmosféru. Hloubka obou minim je v tomto případě podobná.

Příklad ke každému z těchto typů světelných křivek je na obrázku 1.1.

Obrázek 1.1: Světelná křivka typu Algol, světelná křivka typu β Lyrae, světelná křivka typu W UMa.



1.4 Rocheův model

1.4.1 Předpoklady a odvození

Při odvození budeme předpokládat, že hvězdy můžeme aproximovat hmotnými body a jejich pohyb kruhovou dráhou. Označme M_1 a M_2 hmotnosti hvězdy 1 a 2 a ω úhlovou oběžnou rychlost. Definujme hmotový poměr $q \equiv \frac{M_2}{M_1}$.

Zvolme neinerciální pravoúhlý souřadný systém, kde osa x míří od M_1 k M_2 , osa y je k ní kolmá a leží v oběžné rovině a osa z je kolmá na oběžnou rovinu. Do počátku souřadné soustavy umístíme hvězdu 1 a vzdálenost hvězd označme a . Dále označme x_1 a x_2 vzdálenost těžiště dvojhvězdy od hvězdy 1 a hvězdy 2. Zřejmě platí

$$x_1 + x_2 = a, \quad (1.1)$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{x_2}{x_1}. \quad (1.2)$$

Na testovací těleso o hmotnosti m nacházející se v bodě (x, y, z) působí gravitační síla od

prvního a druhého tělesa \mathbf{F}_1 a \mathbf{F}_2 a odstředivá síla \mathbf{F}_ω , jako důsledek neinerciální souřadné soustavy. Označme \mathbf{r}_1 , \mathbf{r}_2 a \mathbf{r}_3 postupně vektor mířící od hvězdy 1, od hvězdy 2 a od těžiště dvojhvězdy k testovacímu tělesu a r_1 , r_2 a r_3 velikosti příslušných vektorů.

$$\mathbf{F}_1 = -G \frac{mM_1}{r_1^3} \mathbf{r}_1 \quad (1.3)$$

$$\mathbf{F}_2 = -G \frac{mM_2}{r_2^3} \mathbf{r}_2 \quad (1.4)$$

$$\mathbf{F}_\omega = m\omega^2 \mathbf{r}_3 \quad (1.5)$$

$$\mathbf{r}_1 = (x, y, z) \quad (1.6)$$

$$\mathbf{r}_2 = (x - a, y, z) \quad (1.7)$$

$$\mathbf{r}_3 = \left(x - \frac{aq}{1+q}, y, 0 \right) \quad (1.8)$$

Celkový potenciál těchto tří sil můžeme zapsat ve tvaru

$$W = \frac{GM_1}{r_1} + \frac{GM_2}{r_2} + \frac{1}{2}\omega^2 r_3^2. \quad (1.9)$$

S využitím sférických souřadnic

$$x = r \cos \varphi \sin \vartheta \equiv r\lambda, \quad (1.10)$$

$$y = r \sin \varphi \sin \vartheta \equiv r\mu, \quad (1.11)$$

$$z = r \cos \vartheta \equiv r\nu \quad (1.12)$$

a 3. Keplerova zákona přepíšeme potenciál do podoby

$$\frac{aW}{GM_1} = \frac{a}{r} + q \left(\frac{a}{\sqrt{r^2 - 2ar\lambda + a^2}} - \frac{r\lambda}{a} \right) + \frac{1+q}{2} \frac{r^2}{a^2} (1 - \nu^2) + \frac{q^2}{2(1+q)}. \quad (1.13)$$

Pokud se navíc nemění hmotový poměr, je poslední člen konstantní a můžeme definovat nový potenciál

$$\Omega \equiv \frac{aW}{GM_1} - \frac{q^2}{2(1+q)}. \quad (1.14)$$

Definujme parametr synchronicity F vztahem

$$F \equiv \frac{\omega_{\text{rot}}}{\omega_{\text{orbit}}}, \quad (1.15)$$

který charakterizuje rotaci hvězdy vázané v dvojhvězdě. Označme okamžitou vzdálenost hvězd v jednotkách hlavní poloosy $\delta \equiv d/a$, kde d je okamžitá vzdálenost hvězd a $\rho \equiv \frac{r}{a}$. Pomocí těchto veličin můžeme napsat potenciál v obecnějším tvaru, který uvádí například (Kallrath a Milone, 1999):

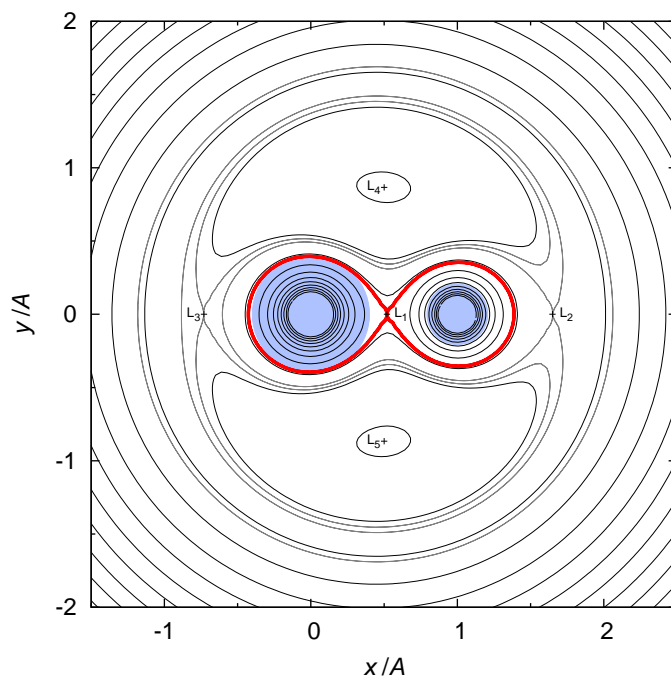
$$\Omega = \rho^{-1} + q \left(\frac{1}{\sqrt{(\rho^2 - 2r\lambda\delta + \delta^2)}} - \frac{\rho\lambda}{\delta^2} \right) + \frac{1+q}{2} F^2 \rho^2 (1 - \nu^2). \quad (1.16)$$

Pokud bychom zvolili počátek souřadné soustavy do bodu, kde leží hvězda 2, tvar potenciálu bychom našli ve tvaru

$$\Omega' = \frac{\Omega}{q} + \frac{q-1}{2q}. \quad (1.17)$$

Tento potenciál má 5 stacionárních řešení, které se nazývají Lagrangeovy body a značí se L_1 až L_5 . Lagrangeovy body nám dovolují zavést rozdělení dvojhvězd na základě jejich vztahu ke kritické ekvipotenciále. Polohy stacionárních bodů a kritická ekvipotenciála jsou naznačeny na obrázku 1.2.

Obrázek 1.2: Potenciál pro dvojhvězdu s hmotnostmi $M_1 = 4,0 M_\odot$ a $M_2 = 3,2 M_\odot$. Červeně je znázorněna kritická ekvipotenciála (tzv. Rocheova mez), při jejímž překročení by docházelo k přetoku hmoty. Naznačeny jsou i kulové hvězdy, ty by avšak nezůstaly kulové, ale zaujaly by tvar příslušné ekvipotenciály. Převzato z (Harmanec a Brož, 2011).



1.4.2 Rozdělení dvojhvězd podle Rocheova modelu

Pokud „poloměr“ hvězdy překročí Rocheovu mez, stane se hvězda dynamicky nestabilní a bude docházet k přetoku hmoty přes bod L_1 . Jak naznačuje obrázek 1.2, lze dvojhvězdy rozdělit podle jejich vztahu k Rocheově mezi. Pro zavedení tohoto rozdělení nejprve definujme tzv. **fill-out faktor** f vztahem

$$f \equiv \frac{\Omega(L_1) - \Omega}{\Omega(L_1) - \Omega(L_2)}, \quad (1.18)$$

viz (Kallrath a Milone, 1999).

Jak zavedl (Kopal, 1955), dvojhvězdy se dělí na:

- **Oddělené systémy**, $f_1 < 0$, $f_2 < 0$, kdy obě složky jsou uvnitř své Rocheovy meze. Obvykle se jedná o světelnou křivku typu Algol.
- **Polodotykové systémy**, $f_1 < 0$, $f_2 = 0$ nebo $f_1 = 0$, $f_2 < 0$, kdy jedna složka je uvnitř Rocheovy meze a druhá ji právě vyplňuje³. Tvar světelné křivky polodotykových hvězd je nejčastěji typu β Lyrae.
- **Dotykové systémy**, $0 < f_{1,2} < 1$, kdy obě složky vyplňují nebo spíše přesahují Rocheovu mez a mají tím pádem společnou atmosféru. Dotykové hvězdy můžeme podle tvaru světelné křivky řadit do typů W UMa nebo β Lyrae.

1.5 Řešení světelných křivek zákrytových dvojhvězd

Značné úsilí při psaní této práce bylo věnováno právě řešením světelných křivek zákrytových dvojhvězd. Následující část obsahuje sice velmi zjednodušené případy, ale i tak nám dává jistou představu o tom, jaké parametry můžeme řešením světelné křivky odvodit. Odvození zákrytů je převzato ze skript (Harmanec a Mayer, 2015).

1.5.1 Zákryty při sklonu 90°

Kromě sklonu předpokládejme dále, že obě hvězdy jsou kulové a obíhají po kruhových drahách. Označme R_1 a R_2 poloměry první a druhé složky, D dobu trvání zákrytu a d dobu trvání totálního zákrytu (tzv. totality) a čas t měřme od středu primárního zákrytu (viz obrázek 1.3). Pro fázový úhel ϑ definovaný obrázkem 1.3 zřejmě platí rovnice $\vartheta = \frac{2\pi}{P}t$, kde P je oběžná perioda. Z geometrie zákrytu musí platit následující vztahy:

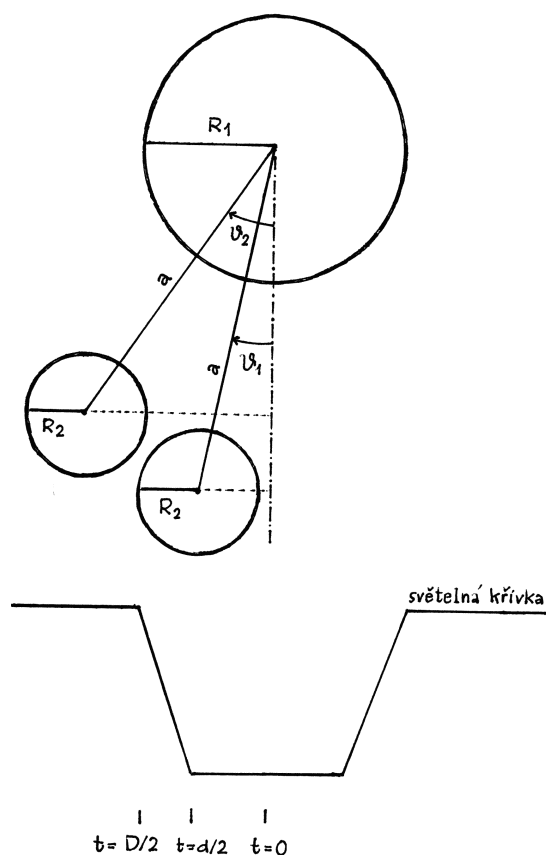
$$R_1 + R_2 = a \sin \vartheta_2 = a \sin \left(\frac{2\pi D}{P} \frac{D}{2} \right), \quad (1.19)$$

$$R_1 - R_2 = a \sin \vartheta_1 = a \sin \left(\frac{2\pi d}{P} \frac{d}{2} \right). \quad (1.20)$$

Ze světelné křivky lze snadno získat oběžnou periodu P , dobu trvání zákrytu D a dobu trvání totality d . Pomocí nich poté můžeme vypočítat relativní poloměry $r_i \equiv \frac{R_i}{a}$ obou složek.

³Pokud by byla druhá hvězda větší než Rocheova mez, dojde k přenosu hmoty na první hvězdu. V důsledku toho bude druhá hvězda zaujímat právě kritickou konfiguraci.

Obrázek 1.3: Geometrie úplného zákrytu a definice veličin. Převzato z (Harmanec a Mayer, 2015).



1.5.2 Úplné zákryty při obecném sklonu

Pokud opustíme předpoklad sklonu $i = 90^\circ$, situace se významně zkomplikuje. Stále budeme uvažovat pouze úplné zákryty, kdy celý hvězdný kotouč menší hvězdy přechází přes hvězdu větší. Mějme situaci, kdy hvězda s indexem 1 bude zakrývána hvězdou s indexem 2. Označme L_1 a L_2 svítivosti první a druhé složky, L_0 svítivost soustavy v době úplného zákrytu, $L = L(t)$ celkovou svítivost soustavy o obecném čase t a $S = S(t)$ plochu disku hvězdy 1, která je v čase t zakryta hvězdou 2.

Pro svítivost soustavy platí:

$$L(t) = L_1 + L_2 - \frac{S(t)}{\pi R_1^2} L_1, \quad (1.21)$$

$$L_0 = L_1 + L_2 - \frac{\pi R_2^2}{\pi R_1^2} L_1. \quad (1.22)$$

Pokud zavedeme relativní svítivost l vztahem

$$l(t) \equiv \frac{L(t)}{L_1 + L_2}, \quad (1.23)$$

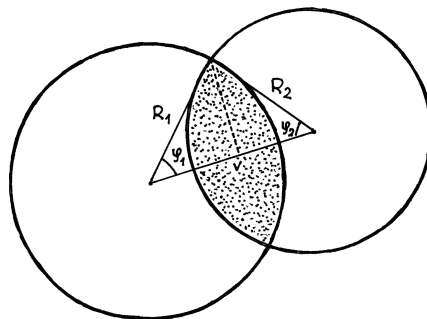
$$l_0 \equiv \frac{L_0}{L_1 + L_2}, \quad (1.24)$$

můžeme kombinací rovnic (1.21) a (1.22) odvodit vztah

$$1 - l(t) = (1 - l_0) \frac{S(t)}{\pi R_2^2}. \quad (1.25)$$

Nyní musíme nějakým způsobem z geometrie problému vyjádřit plochu $S(t)$. K tomu nám poslouží obrázek 1.4.

Obrázek 1.4: Vyjádření zakryté plochy $S(t)$. Převzato z (Harmanec a Mayer, 2015).



Pokud bychom chtěli vypočítat celou plochu výseče trojúhelníku s úhlem $2\varphi_1$, použili bychom vztah

$$S_{\text{výseč}} = \frac{2\varphi_1}{2\pi} \pi R_1^2, \quad (1.26)$$

pokud od této plochy odečteme trojúhelník tvořený středem hvězdy 1 a průsečíky kotoučů hvězd, dostaneme „pravou polovinu“ plochy vyznačené na obrázku 1.4. Stejným způsobem vyčíslíme i „levou polovinu“ této plochy, a tedy celou zakrytou plochu. Výsledný vztah pro plochu $S(t)$ nabývá tvaru

$$S(t) = \frac{2\varphi_1}{2\pi} \pi R_1^2 - (R_1 \sin \varphi_1) (R_1 \cos \varphi_1) + \frac{2\varphi_2}{2\pi} \pi R_2^2 - (R_2 \sin \varphi_2) (R_2 \cos \varphi_2). \quad (1.27)$$

Ten můžeme dále zjednodušit, pokud si všimneme, že musí platit

$$R_1 \sin \varphi_1 = R_2 \sin \varphi_2, \quad (1.28)$$

a to do tvaru

$$S = \frac{2\varphi_1}{2\pi} \pi R_1^2 + \frac{2\varphi_2}{2\pi} \pi R_2^2 - (R_1 \sin \varphi_1) R_1 (\cos \varphi_1 + k \cos \varphi_2), \quad (1.29)$$

kde $k \equiv \frac{R_2}{R_1} = \frac{r_2}{r_1}$.
 Označme část

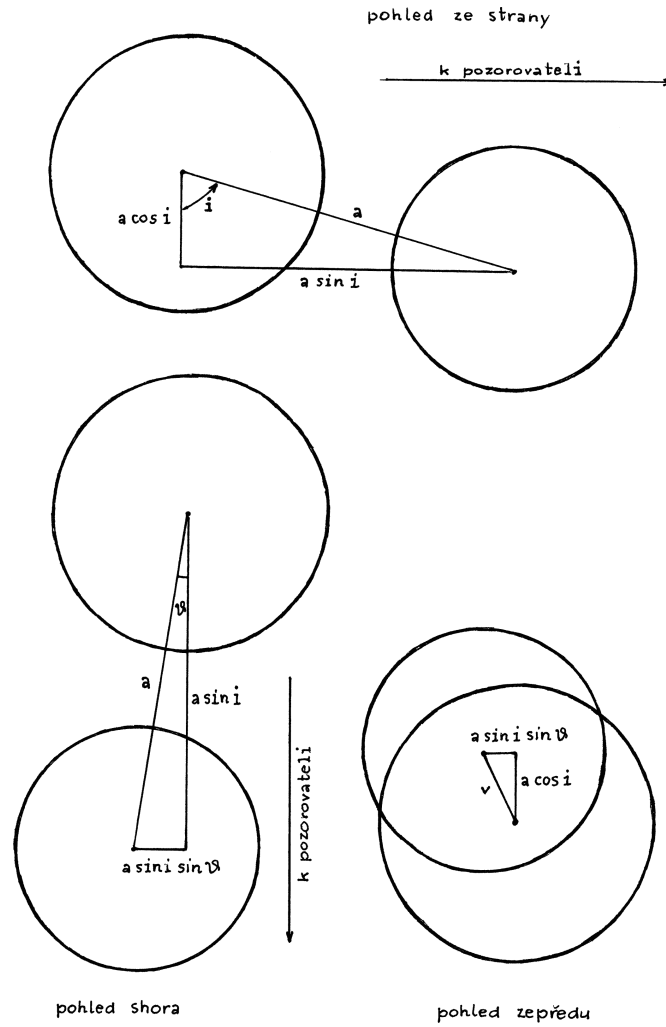
$$v \equiv R_1 (\cos \varphi_1 + k \cos \varphi_2), \quad (1.30)$$

která vyjadřuje zdánlivou vzdálenost středů obou hvězd. Tu můžeme vyjádřit pomocí sklonu i a fázového úhlu ϑ ve tvaru

$$v^2 = a^2 (\sin^2 i \sin^2 \vartheta + \cos^2 i), \quad (1.31)$$

jak lze snadno vyčíst z obrázku 1.5.

Obrázek 1.5: Geometrie úplného zákrytu při $i \neq 90$. Převzato z (Harmanec a Mayer, 2015).



Kombinací vztahů (1.25) a (1.27) můžeme vyjádřit modelovou světelnou křivku ve tvaru

$$1 - l = \frac{1}{\pi} (1 - l_0) \left(\frac{\varphi_1 - \sin \varphi_1 \cos \varphi_1}{k^2} + \varphi_2 - \sin \varphi_2 \cos \varphi_2 \right). \quad (1.32)$$

Spolu s rovnicemi (1.28), (1.30) a (1.31) můžeme hledáním nejlepší shody modelové světelné křivky s pozorovanou světelnou křivkou odvodit relativní poloměry obou složek a sklon dráhy.

1.5.3 Gravitační ztemnění

Na rotující hvězdu působí kromě gravitace i odstředivá síla, která v blízkosti rovníku vzdoruje gravitaci. Jak uvedl již (von Zeipel, 1924), pro tok záření platí rovnice

$$F_{\lambda} = -\frac{16\sigma T^3}{3\kappa\rho} \frac{dT}{d\Omega} g^{\beta}, \quad (1.33)$$

kde σ je Stefan–Boltzmannova konstanta, κ Rosselandova opacita, ρ hustota a β koeficient gravitačního ztemnění. Protože na rovníku je díky odstředivé síle nižší hodnota gravitačního zrychlení g než na pólech, bude rovník oproti pólům chladnější.

Von Zeipel ukázal (viz von Zeipel, 1924), že pro čistě zářivé prostředí bude platit $\beta = 1$. Naopak pro čistě konvektivní obálky toto zkoumal poprvé (Lucy, 1967) a odvodil průměrnou hodnotu $\beta = 0,32$, kterou pozorováním 28 systémů potvrdili (Rafert a Twigg, 1980).

Vztah pro gravitační ztemnění lze zapsat ve tvaru

$$F = F_{\text{pól}} \left(\frac{g}{g_{\text{pól}}} \right)^{\beta} \quad (1.34)$$

nebo v řeči lokální teploty

$$T = T_{\text{pól}} \left(\frac{g}{g_{\text{pól}}} \right)^{\beta/4}. \quad (1.35)$$

1.5.4 Hvězdné skvrny a třetí světlo

Jako hvězdné skvrny označujeme skvrny, vyskytující se na hvězdách s výjimkou Slunce. Skvrny vyskytující se na Slunci označujeme jako sluneční skvrny. Protože je Slunce mnohem blíže, než ostatní hvězdy, dají se sluneční skvrny pozorovat přímo a můžeme na nich testovat teorie a míru poznání o původu a vývoji skvrn.

Modely slunečních skvrn můžeme rozdělit na dva druhy podle toho, jestli předpokládají existenci jedné velké magnetické silotrubice a nebo mnoha malých magnetických silotrubic. V obou modelech jsou důležité tzv. proudové vrstvy, které tepelně izolují centrální část skvrny (umbru). Skvrna má obecně odlišnou teplotu, než okolní povrch⁴.

Existence hvězdné skvrny u pozorovaného systému velmi ztěžuje řešení světelné křivky. Pomocí dostatečného počtu hvězdných skvrn se dá namodelovat libovolná světelná křivka. Proto by uživatel měl zvážit, zda je nutné do modelu řešené světelné křivky hvězdnou skvrnu zahrnout či nikoli. Skvrny se projevují deformací světelné křivky a narušení její

⁴Kromě tradičních chladných skvrn se mohou vyskytovat i horké skvrny. Ty vznikají například v místech, kde na hvězdu dopadají částice, které pochází například z druhé složky dvojhvězdného systému, která překročila svou Rocheovu mez.

symetrie (viz například obrázek 1.1: Algol nebo Beta Lyrae). Deformace je způsobena právě rozdílnou teplotou skvrny a zbytku hvězdy.

Na tvaru světelné křivky se kromě pozorované dvojhvězdy může podílet i světlo, přicházející z jiných zdrojů (tzv. třetí světlo). Těmito zdroji mohou být například hvězdy, které do dvojhvězdného systému nepatří, ale jsou mu úhlově tak málo vzdáleny, že se při pohledu ze Země překrývají nebo téměř překrývají. Zdrojem dodatečného světla může být i další složka pozorovaného systému. Existence takového zdroje má za následek nenulovou hodnotu třetího světla. Ta má za následek snížení hloubky primárního i sekundárního minima světelné křivky.

1.6 Rozpor mezi poloměry a hmotnostmi

Ačkoli jsou málo hmotné hvězdy v hvězdné populaci galaxií nejzastoupenější, zdá se, že o vývoji jejich základních parametrů (hmotností a poloměrů) nemáme přesné informace.

Pokud budeme chtít z pozorování odvodit poloměr a hmotnost hvězdy, je nejjednodušší a nejpřesnější pozorovat zákrytové dvojhvězdy, pro které lze s dobrou přesností pořídit spektroskopická i fotometrická data. Řešením křivky radiálních rychlostí a světelné křivky můžeme velice přesně odvodit hmotnosti i poloměry obou hvězd. Problém však nastane, pokud se budeme snažit stejný postup aplikovat i pro méně jasné málo hmotné dvojhvězdy. Protože jsou méně jasné, můžeme s požadovanou přesností měřit jen ty, které jsou ve slunečním okolí. Donedávna bylo známo jen málo vhodných systémů. To se však změnilo díky družici Kepler (například Coughlin a kol., 2011).

Při vynesení bodů do grafu závislosti poloměru na hmotnosti se zjistilo, že poloměry málo hmotných složek dvojhvězd jsou o 4% větší, než jaké bychom vypočetli z modelů vývoje hvězd. Ukazuje se, že modely vývoje hvězd jsou pro hmotnosti do asi $0,7 M_{\odot}$ téměř nezávislé na metalicitě na níž je nezávislý i relativní rozdíl pozorovaného a spočteného poloměru

$$\frac{\delta R}{R_{\text{obs}}} \equiv \frac{R_{\text{obs}} - R_{\text{model}}}{R_{\text{obs}}}. \quad (1.36)$$

Navíc se zdá, že pro složky dvojhvězd s krátkou oběžnou periodou jsou tyto rozdíly mezi pozorováním a modelem větší, než pro složky s vyšší oběžnou periodou (viz například Spada a kol., 2013; Feiden a Chaboyer, 2012).

Tento jev může být vysvětlen jakožto projev zvýšené magnetické aktivity, jak uvádí (Chabrier a kol., 2007). Ta na hvězdě indukuje množství hvězdných skvrn. Ty sníží efektivní teplotu hvězdy, a protože svítivost $L \propto R^2 T^4$ zůstává konstantní, pozorujeme větší poloměr než jaký by vyplynul z modelu vývoje hvězd, který nezapočítává magnetické pole. Hvězdy s nízkou oběžnou periodou a vysokou rychlostí rotace⁵ budou magneticky aktivnější, proto by u nich měl být tento rozpor výraznější, což souhlasí s pozorováním.

Tabulka 1.1 obsahuje informace o hmotnostech, poloměrech a periodách některých⁶ málo hmotných složek dvojhvězd. Na obrázku 1.6 je vynesena závislost poloměru na hmotnosti

⁵Ta je synchronizována slapovými silami tak, aby periody oběžné a rotační byly shodné.

⁶Necelá polovina z nalezeného množství.

spolu se všemi nalezenými málo hmotnými složkami dvojhvězd, u kterých byla pořízena fotometrická a spektroskopická data.

Tabulka 1.1: Hmotnosti, poloměry a oběžné periody málo hmotných složek dvojhvězd.

Název systému	Hmotnost [M_{\odot}]	Poloměr [R_{\odot}]	Perioda [d]	Zdroj
UV Psc A	$0,9829 \pm 0,0077$	$1,110 \pm 0,023$	0,861	1, 2
UV Psc B	$0,7644 \pm 0,0045$	$0,835 \pm 0,018$	0,861	1, 2
IM Vir A	$0,981 \pm 0,012$	$1,061 \pm 0,016$	1,309	3
IM Vir B	$0,6644 \pm 0,0048$	$0,681 \pm 0,013$	1,309	3
GU Boo A	$0,6101 \pm 0,0064$	$0,627 \pm 0,016$	0,489	1, 4
GU Boo B	$0,5995 \pm 0,0064$	$0,624 \pm 0,016$	0,489	1, 4
YY Gem A	$0,5992 \pm 0,0047$	$0,6194 \pm 0,0057$	0,814	1, 5
YY Gem B	$0,5992 \pm 0,0047$	$0,6194 \pm 0,0057$	0,814	1, 5
MG1-116309 A	$0,567 \pm 0,002$	$0,552 \pm 0,017$	0,827	6
MG1-116309 B	$0,532 \pm 0,002$	$0,532 \pm 0,012$	0,827	6
MG1-1819499 A	$0,557 \pm 0,001$	$0,569 \pm 0,025$	0,630	6
MG1-1819499 B	$0,535 \pm 0,001$	$0,500 \pm 0,017$	0,630	6
NSVS 01031772 A	$0,5428 \pm 0,0027$	$0,5260 \pm 0,0028$	0,368	7
NSVS 01031772 B	$0,4982 \pm 0,0025$	$0,5088 \pm 0,0030$	0,368	7
CM Dra A	$0,23102 \pm 0,00089$	$0,2534 \pm 0,0019$	1,268	1, 8
CM Dra B	$0,21409 \pm 0,00083$	$0,2398 \pm 0,0018$	1,268	1, 8
NGC2204-S892 A	$0,733 \pm 0,005$	$0,719 \pm 0,014$	0,452	9
NGC2204-S892 B	$0,662 \pm 0,005$	$0,680 \pm 0,017$	0,452	9
NN Ser B	$0,111 \pm 0,004$	$0,149 \pm 0,002$	0,130	10
GJ 3236 A	$0,375 \pm 0,016$	$0,3829 \pm 0,0057$	0,771	11
GJ 3236 B	$0,280 \pm 0,015$	$0,2828 \pm 0,0043$	0,771	11
2M 1533+3759 A	$0,376 \pm 0,055$	$0,166 \pm 0,007$	0,162	12
2M 1533+3759 B	$0,113 \pm 0,017$	$0,152 \pm 0,005$	0,162	12
SDSS-MEB-1 A	$0,272 \pm 0,020$	$0,268 \pm 0,010$	0,407	13
SDSS-MEB-1 B	$0,240 \pm 0,022$	$0,248 \pm 0,009$	0,407	13
TrES-Her0-07621 A	$0,493 \pm 0,003$	$0,453 \pm 0,060$	1,121	14
TrES-Her0-07621 B	$0,489 \pm 0,003$	$0,452 \pm 0,050$	1,121	14
OGLE-TR 5 B	$0,271 \pm 0,035$	$0,263 \pm 0,012$	0,808	15
CG Cyg A	$0,941 \pm 0,014$	$0,893 \pm 0,012$	0,631	1, 16
CG Cyg B	$0,814 \pm 0,013$	$0,838 \pm 0,011$	0,631	1, 16
RT And B	$0,907 \pm 0,017$	$0,906 \pm 0,011$	0,629	1, 16
AE For A	$0,6314 \pm 0,0035$	$0,67 \pm 0,03$	0,918	17
AE For B	$0,6197 \pm 0,0034$	$0,63 \pm 0,03$	0,918	17
BW3 V38 A	$0,44 \pm 0,07$	$0,51 \pm 0,04$	0,198	18
BW3 V38 B	$0,41 \pm 0,09$	$0,44 \pm 0,06$	0,198	18
KIC 6131659 A	$0,922 \pm 0,007$	$0,8800 \pm 0,0028$	17,528	19
KIC 6131659 B	$0,685 \pm 0,005$	$0,6395 \pm 0,0061$	17,528	19

Tabulka 1.1: Pokračování tabulky

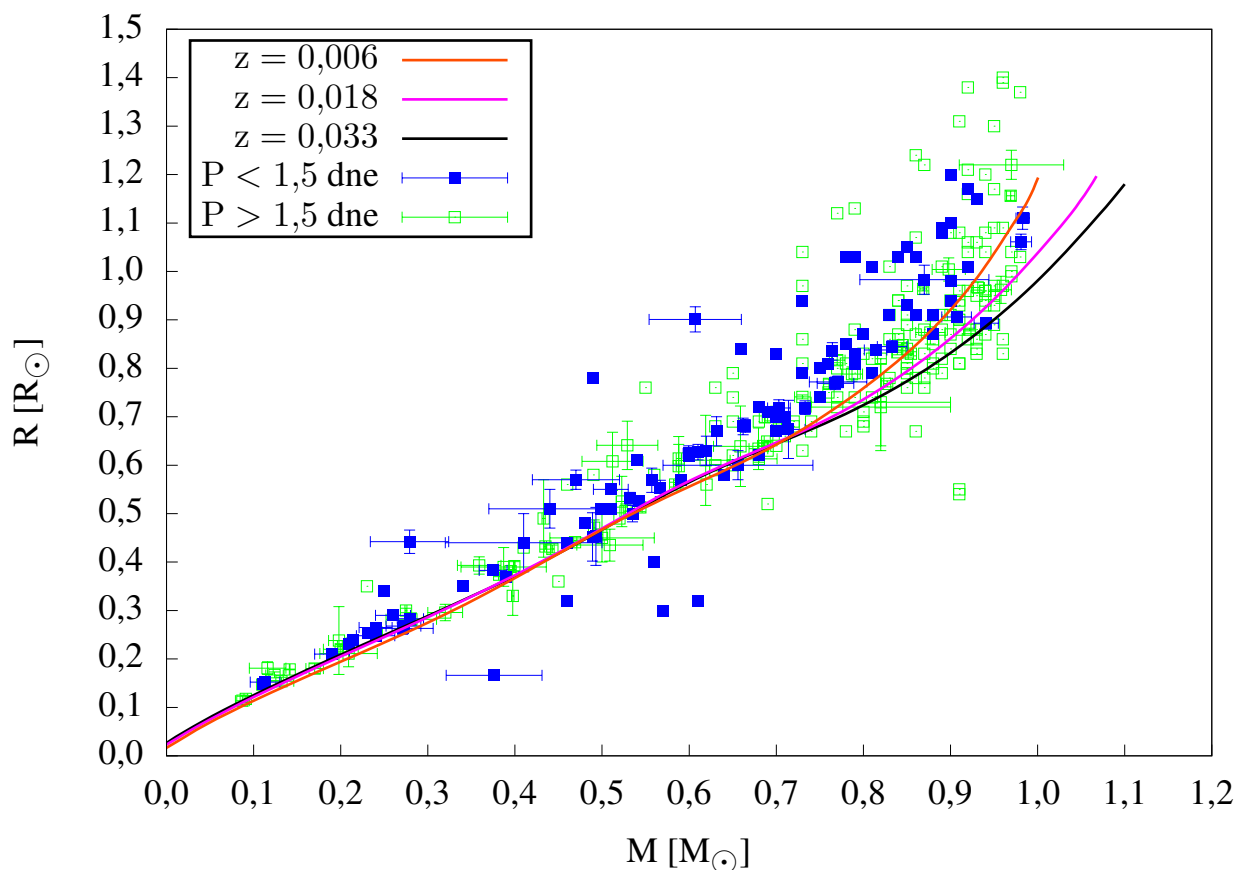
Název systému	Hmotnost [M_{\odot}]	Poloměr [R_{\odot}]	Perioda [d]	Zdroj
RX J0239.1-1028 A	$0,7300 \pm 0,0090$	$0,7410 \pm 0,0040$	2,072	20, 21
RX J0239.1-1028 B	$0,6930 \pm 0,0060$	$0,7030 \pm 0,0020$	2,072	20, 21
Kepler-16 A	$0,6897 \pm 0,0035$	$0,6489 \pm 0,0013$	41,079	22
Kepler-16 B	$0,20255 \pm 0,00066$	$0,22623 \pm 0,00059$	41,079	22
MG1-506664 A	$0,584 \pm 0,002$	$0,560 \pm 0,005$	1,548	6
MG1-506664 B	$0,544 \pm 0,002$	$0,513 \pm 0,009$	1,548	6
MG1-78457 A	$0,527 \pm 0,002$	$0,505 \pm 0,015$	1,586	6
MG1-78457 B	$0,491 \pm 0,001$	$0,471 \pm 0,016$	1,586	6
MG1-646680 A	$0,499 \pm 0,002$	$0,457 \pm 0,010$	1,638	6
MG1-646680 B	$0,443 \pm 0,002$	$0,427 \pm 0,008$	1,638	6
MG1-205616 A	$0,469 \pm 0,002$	$0,441 \pm 0,004$	1,723	6
MG1-205616 B	$0,382 \pm 0,001$	$0,374 \pm 0,004$	1,723	6
CU Cnc A	$0,4349 \pm 0,0012$	$0,4323 \pm 0,0055$	2,771	1, 23
CU Cnc B	$0,39922 \pm 0,00089$	$0,3916 \pm 0,0094$	2,771	1, 23
FBS 1109+767 A	$0,3951 \pm 0,0022$	$0,3814 \pm 0,0031$	41,032	24
FBS 1109+767 B	$0,2749 \pm 0,0011$	$0,3001 \pm 0,0045$	41,032	24
KOI-126 B	$0,2413 \pm 0,0030$	$0,2543 \pm 0,0014$	1,767	25
KOI-126 C	$0,2127 \pm 0,0026$	$0,2318 \pm 0,0013$	1,767	25
V818 Tau B	$0,7605 \pm 0,0062$	$0,768 \pm 0,010$	5,609	20, 26
KIC 1571511 B	$0,14136 \pm 0,00036$	$0,17831 \pm 0,00062$	14,022	27
HATS550-016 A	$0,97 \pm 0,06$	$1,22 \pm 0,03$	2,052	28
HATS550-016 B	$0,110 \pm 0,006$	$0,147 \pm 0,004$	2,052	28
HATS551-019 B	$0,17 \pm 0,01$	$0,18 \pm 0,01$	4,687	28
HATS551-021 B	$0,132 \pm 0,014$	$0,154 \pm 0,008$	3,636	28
HATS553-001 B	$0,20 \pm 0,02$	$0,22 \pm 0,01$	3,804	28
V1236 Tau A	$0,787 \pm 0,012$	$0,788 \pm 0,015$	2,588	29
V1236 Tau B	$0,770 \pm 0,009$	$0,817 \pm 0,010$	2,588	29
UNSW-TR-2 A	$0,529 \pm 0,035$	$0,64 \pm 0,05$	2,117	30
UNSW-TR-2 B	$0,512 \pm 0,035$	$0,61 \pm 0,06$	2,117	30
FL Lyr B	$0,958 \pm 0,012$	$0,962 \pm 0,028$	2,347	1, 31
HS Aur A	$0,898 \pm 0,019$	$1,004 \pm 0,024$	9,815	1, 31
HS Aur B	$0,877 \pm 0,017$	$0,874 \pm 0,024$	9,815	1, 31
V1061 Cyg B	$0,9315 \pm 0,0074$	$0,967 \pm 0,011$	2,347	1, 32
RW Lac B	$0,8688 \pm 0,0040$	$0,9638 \pm 0,0040$	10,369	1, 33
OGLE-TR 6 B	$0,359 \pm 0,025$	$0,393 \pm 0,018$	4,549	15
OGLE-TR 7 B	$0,281 \pm 0,029$	$0,282 \pm 0,013$	2,718	15
OGLE-TR 18 B	$0,387 \pm 0,049$	$0,390 \pm 0,040$	2,228	15
OGLE-TR 34 B	$0,509 \pm 0,038$	$0,435 \pm 0,033$	8,576	15
OGLE-TR 78 B	$0,32 \pm 0,02$	$0,296 \pm 0,017$	5,319	34
OGLE-TR 106 B	$0,116 \pm 0,021$	$0,181 \pm 0,013$	2,536	34
OGLE-TR 114 A	$0,82 \pm 0,08$	$0,73 \pm 0,09$	3,422	34

Tabulka 1.1: Pokračování tabulky

Název systému	Hmotnost [M_{\odot}]	Poloměr [R_{\odot}]	Perioda [d]	Zdroj
OGLE-TR 114 B	$0,82 \pm 0,08$	$0,72 \pm 0,09$	3,422	34
OGLE-TR 120 B	$0,50 \pm 0,06$	$0,45 \pm 0,05$	9,166	34
OGLE-TR 122 B	$0,087 \pm 0,008$	$0,114 \pm 0,009$	7,270	34
OGLE-TR 125 B	$0,209 \pm 0,033$	$0,211 \pm 0,027$	5,304	34

Zdroje: 1 (Torres a kol., 2010), 2 (Popper, 1997), 3 (Morales a kol., 2009b), 4 (López-Morales a Ribas, 2005), 5 (Torres a Ribas, 2002), 6 (Kraus a kol., 2011), 7 (López-Morales a kol., 2006), 8 (Morales a kol., 2009a), 9 (Rozyczka a kol., 2009), 10 (Parsons a kol., 2010), 11 (Irwin a kol., 2009), 12 (For a kol., 2010), 13 (Blake a kol., 2008), 14 (Creevey a kol., 2005), 15 (Bouchy a kol., 2005), 16 (Popper, 1994), 17 (Rozyczka a kol., 2013), 18 (Maceroni a Montalbán, 2004), 19 (Bass a kol., 2012), 20 (López-Morales a Shaw, 2007), 21 (Feiden a Chaboyer, 2012), 22 (Doyle a kol., 2011), 23 (Ribas, 2003), 24 (Irwin a kol., 2011), 25 (Carter a kol., 2011), 26 (Kreiner, 2004), 27 (Ofir a kol., 2012), 28 (Zhou a kol., 2014), 29 (Bayless a Orosz, 2006), 30 (Young a kol., 2006), 31 (Popper a kol., 1986), 32 (Torres a kol., 2006), 33 (Lacy a kol., 2005), 34 (Pont a kol., 2005)

Obrázek 1.6: Závislost poloměru na hmotnosti.



2. Pozorování

2.1 Použité přístroje

Pozorování probíhalo s dalekohledem Cassegrainova typu s průměrem 65 cm a ohniskovou vzdáleností 234 cm umístěném v Astronomickém ústavu Akademie věd ČR v Ondřejově. Před CCD kamerou je umístěn komakorektor Paracorr PLA-2001, který prodlouží ohniskovou vzdálenost na 267,5 cm.

V ohnisku dalekohledu je umístěna CCD kamera typu G2-3200 s filtry systému BVRI, jejíž čip značky Kodak má rozlišení 2184×1472 pixelů a jeden pixel na tomto čipu má rozměr $6,8 \mu\text{m} \times 6,8 \mu\text{m}$. Kamera nám umožňuje snímat hvězdné pole, které má rozměr $19,1 \times 12,8$ obloukových minut.

2.2 Použitá měření

Naše pozorování probíhala mezi daty 16. 2. 2015 a 12. 4. 2016 ve filtrech I, R a V. K dispozici byla i starší pozorování, zejména ve filtru R. Celkem máme k dispozici data ze 46 pozorovacích nocí. Tabulka 2.1 shrnuje informace o pozorování jednotlivých dvojhvězdných systémů. Počet měření udává počet nocí, kdy byl k dané hvězdě pořízen alespoň jeden datový bod.

Tabulka 2.1: Shrnutí pozorování jednotlivých systémů.

Název systému	Počet měření	Počet bodů ve filtrech I, R a V
NSVS 363024	6	299, 422, 294
NSVS 401928	7	525, 703, 512
V345 Cam	6	313, 353, 290
V0514 Dra	5	237, 507, 224
NSVS 2285307	11	463, 462, 457
NSVS 2517147	2	128, 126, 130
NSVS 3151384	11	616, 695, 697
NSVS 3243815	12	501, 573, 506
NSVS 3630887	4	400, 340, 410
NSVS 6127971	4	214, 227, 223

2.3 Základní informace o měřených hvězdách

Měřené systémy byly vytipovány z článku (Hoffman a kol., 2008). Výběrová kritéria byla nastavena tak, aby oběžná perioda nebyla delší než 4 dny, deklinace byla větší než 30° , foto-

metrický index J-H byl větší než 0,45, což na hlavní posloupnosti odpovídá málo hmotným hvězdám pozdního spektrálního typu.

Z fotometrických indexů převzatých z přehledky 2MASS (Cutri a kol., 2003) byl pomocí tabulky uvedené na http://www.pas.rochester.edu/~emamajek/EEM_dwarf_UBVIJHK_colors_Teff.txt odhadnut spektrální typ. Toto přiřazení si můžeme dovolit z několika důvodů. Prvním z nich je to, že jde jen o odhad spektrálního typu. Dalším důvodem je fakt, že infračervené fotometrické indexy jsou méně ovlivněné mezihvězdnou extinkcí. Navíc se jedná o blízké hvězdy, extinkce je tedy malá.

Tabulka 2.2 obsahuje základní informace o námi studovaných systémech.

Tabulka 2.2: Souřadnice a přibližný spektrální typ.

Název systému	Rektascenze	Deklinace	Spektrální typ
NSVS 363024	01 h 53 m 59 s	+71° 41' 24''	K5
NSVS 401928	03 h 26 m 18 s	+69° 56' 24''	K5
V345 Cam	04 h 25 m 55 s	+69° 15' 42''	M3
V0514 Dra	17 h 19 m 55 s	+69° 47' 42''	K2
NSVS 2285307	06 h 09 m 22 s	+58° 32' 54''	K7
NSVS 2517147	09 h 19 m 31 s	+57° 16' 30''	K4
NSVS 3151384	20 h 19 m 49 s	+65° 34' 12''	K6
NSVS 3243815	20 h 38 m 58 s	+58° 04' 54''	K4
NSVS 3630887	23 h 55 m 40 s	+39° 12' 12''	K7
NSVS 6127971	22 h 49 m 57 s	+38° 43' 48''	K4

3. Zpracování

Data, která získáme z dalekohledu trpí systematickými chybami. Ty vznikly v důsledku nenulové teploty CCD čipu, který snímá hvězdné pole, kvůli nehomogenitám v citlivosti CCD čipu a nepřesnostem optické soustavy. Tyto vady získaných dat se opravují korekčními snímky (dark frame a flat field).

Takto upravená data nám vytvoří světelnou křivku. Tu se budeme snažit nafitovat modelem dvojhvězdy tak, abychom dostali nejlepší shodu modelu s pozorováním.

3.1 MuniWin

Program MuniWin je volně dostupný program pro zpracování fotometrických měření, jehož cílem je získání světelné křivky v diferenciálních magnitudách¹. Tu obdržíme po aplikaci korekčních snímků na změřená data a po výběru srovnávací hvězdy. Pro správné zřazování světelné křivky je nutné provést heliocentrickou korekci.

Srovnávací hvězdu vybíráme podle dvou kritérií:

- **Jasnost** srovnávací hvězdy by měla být podobná jasnosti zkoumané hvězdy. Pokud by byla mnohem větší, nedala by se použít, protože by v důsledku saturace CCD čipu došlo ke znehodnocení informací o její skutečné jasnosti v důsledku vzniku velkých systematických chyb. Tomu bychom mohli zabránit zvolením kratší expoziční doby. To by však vedlo k horšímu poměru signálu a šumu pro zkoumanou hvězdu. Naopak pokud by srovnávací hvězda byla mnohem méně jasná, opět by to vedlo k větším rozptylům v hodnotách jednotlivých bodů z důvodu horšího poměru signálu a šumu tentokrát na srovnávací hvězdě.
- **Spektrální typ** srovnávací hvězdy by měl být co nejpodobnější spektrálnímu typu zkoumané hvězdy. Při odlišném spektrálním typu je odlišná i extinkce v atmosféře Země. To by mělo za důsledek „umělou“ deformaci světelné křivky.

Rozdíl spektrálních typů můžeme odhadnout z fotometrických indexů², pokud máme měření ve více než jednom filtru. Vykreslíme si světelnou křivku v diferenciálních magnitudách pro všechny filtry, co máme k dispozici, do jednoho grafu. V závislosti na výběru srovnávací hvězdy budou světelné křivky jednotlivých filtrů posunuty o konstantu ve vertikálním směru. Pro hvězdu stejného spektrálního typu bude tato konstanta nulová.

¹Závislost rozdílů jasností zkoumané a srovnávací hvězdy na čase.

²Rozdílů jasností hvězdy v různých filtrech.

3.2 Programy FTV a VarPlot

Program FTV počítá okamžik, kdy nastává minimum ve světelné křivce. Po vložení datových bodů jednoho ze změřených minim³ program vykreslí tyto body do grafu závislosti jasnosti na čase. Uživatel následně metodou minimalizace rozdílu přímého a zrcadlového obrazu ručně určí počáteční podmínky. Ty program metodou nejmenších čtverců upraví a body proloží polynomem druhého stupně.

Program VarPlot slouží k zpřesnění oběžné periody za předpokladu, že se oběžná perioda nemění. Program vykresluje světelnou křivku s danou periodou, periodu přímo nepočítá. Pokud máme více ideálně časově odlehklých měření primárního nebo sekundárního minima, můžeme v závislosti na časové odlehlosti daných měření ručně hýbat s periodou a metodou minimalizace fázového rozptylu periodu určit. Tímto jsme schopni dosáhnout jen omezené přesnosti⁴.

K dalšímu zpřesnění periody nám poslouží konstrukce tzv. $O - C$ diagramů. Ty udávají závislost rozdílu časů naměřeného a podle dané periody spočítaného minima na pořadovém čísle periody (tzv. epoše) E . Pokud námi zvolená perioda P neodpovídá přesně periodě systému, které odpovídá hodnota $P_{ok} = P + \Delta P$, dá se ukázat, že platí vztah

$$O - C = E\Delta P. \quad (3.1)$$

Minimalizací směrnice přímky na $O - C$ diagramu lze tedy zpřesnit periodu systému.

$O - C$ diagramy se využívají zejména ke studiu změn periody dvojhvězdných systémů (ta se může měnit například v důsledku přetoku hmoty) nebo k odhalování třetích složek systémů. Tato analýza v našem případě není možná, protože nemáme změřený dostatečný počet minim.

3.3 PHOEBE

Phoebe (Prša a Zwitter, 2005) je volně dostupný program na fitování světelných křivek zákrytových dvojhvězd a křivek radiálních rychlostí pomocí parametrů dané dvojhvězdy.

Program je založen na modelu Wilson–Devinney (Wilson a Devinney, 1971). Pro výpočet modelu dvojhvězdy si můžeme zvolit buď metodu diferenčních korekcí nebo simplexovou metodu (Nelder a Mead, 1965). Pro zpracování jsme použili první z metod.

3.3.1 Modely

Pro usnadnění výpočtu a zrychlení konvergence modelu je vhodné z tvaru světelné křivky odhadnout nejpravděpodobnější třídu studovaného systému podle následujícího výčtu.

- **Dotykový W UM_a typ**, kde potenciály Rocheova modelu na površích hvězd Ω_1 a Ω_2 (dále povrchové potenciály) jsou si rovny stejně tak jako koeficienty gravitačního

³Zpravidla se bere minimum, které je nejlépe pokryté a body, které ho tvoří, mají malé chyby.

⁴Počet platných cifer závisí na časové odlehlosti měření a oběžné periodě.

ztemnění, okrajového ztemnění a albeda. Navíc se teplota polární části sekundární hvězdy počítá ze zákona gravitačního ztemnění pro celou společnou obálku (viz část 1.5.3).

- **Oddělený systém** omezuje povrchové potenciály obou hvězd zdola tak, aby hvězdy nepřekročily svou Rocheovu mez.
- **Polodotykový systém** klade omezení na povrchový potenciál té hvězdy, která vyplňuje Rocheovu mez a jeho hodnota je touto mezí pevně zvolena.
- **Dotykový systém** podobně jako polodotykový svazuje povrchové potenciály obou hvězd právě tak, aby vyplňovaly Rocheovu mez, jsou tedy pevně zvoleny.

3.3.2 Počáteční nastavení programu

Podle typu světelné křivky zvolíme jeden z výše zmíněných modelů. Jako příklad dále uvažujme například oddělený systém. Vzhledem ke zvolené fitovací metodě je časově výhodnější odhadnout počáteční hodnoty některých parametrů z tvaru světelné křivky a až následně tyto hodnoty korigovat a zpřesňovat ve fitovacím procesu popsaném níže. Jde zejména o:

- **Relativní svítivosti hvězd L_1 a L_2** , které změní jasnost systému a tím posunou světelnou křivku ve vertikálním směru.
- **Povrchové gravitační potenciály obou hvězd Ω_1 a Ω_2** , které ovlivňují šířku obou minim.
- **Sklon i** , který ovlivňuje hloubku obou minim.

Dále musíme do programu vložit okamžik primárního minima a oběžnou periodu, které jsme získali pomocí výše zmíněných programů a postupů a teplotu primární hvězdy T_1 , kterou musíme odhadnout ze spektrálního typu nebo fotometrických indexů. Koefficienty okrajového ztemnění získáme interpolací v tabulkách (van Hamme, 1993).

I bez spektroskopických dat můžeme získat představu o hmotnosti hvězd⁵. Hmotnost hvězd lze měnit nastavením velikosti hlavní poloosy⁶. Protože zatím nemáme představu o teplotě sekundární složky, nastavíme hmotnosti obou hvězd tak, jak odpovídá teplotě primární složky. Poměr hmotností q zatím necháme rovný jedné.

⁵K tomu využijeme tabulku vycházející z článku (Pecaut a Mamajek, 2013) a dostupnou na adrese http://www.pas.rochester.edu/~emamajek/EEM_dwarf_UBVIJHK_colors_Teff.txt.

⁶Součet hmotností se počítá z 3. Keplerova zákona. Vzhledem k tomu, že perioda se nemění, závisí součet hmotností jen na velikosti hlavní poloosy.

3.3.3 Fitovací proces

Zvolené hodnoty parametrů použijeme v počátečním modelu. Jejich hodnoty zpřesňujeme konvergencí tohoto modelu. Je možné fitovat následující parametry: okamžik primárního minima HJD_0 , sklon i , parametry synchronicity F_1 a F_2 , teplotu sekundární složky T_2 , povrchové gravitační potenciály Ω_1 a Ω_2 , albedo A_1 a A_2 , koeficienty gravitačního ztemnění β_1 a β_2 , relativní svítivost primární složky L_1 , třetí světlo L_3 a pokud je světelná křivka nesymetrická, tak i úhlovou velikost R_{spot} , teplotu T_{spot} a pozici hvězdné skvrny ϑ_{spot} a φ_{spot} . Přidáním hvězdné skvrny do modelu zvýšíme počet volných parametrů o čtyři a funkce χ^2 musí nutně klesat. Pomocí BIC kritéria (Schwarz a kol., 1978) se dá určit počet hvězdných skvrn, který je pro danou světelnou křivku optimální.

Zpočátku jsme téměř všechny parametry zafixovali a nechali fitovat jen L_1 , i , Ω_1 a Ω_2 . Když se již funkce χ^2 nezmenšovala, zafixovali jsme oba povrchové potenciály a uvolnili teplotu T_2 . Ta konverguje během maximálně tří iterací. Při její změně je potřeba znovu interpolovat v tabulkách okrajového ztemnění a změnit příslušné koeficienty. Následně znovu uvolníme i oba potenciály a HJD_0 a necháme hodnoty konvergovat společně. Poté všechny parametry zafixujeme a po jednom necháme konvergovat parametry synchronicity, albedo a koeficienty gravitačního ztemnění. Dále necháme opět konvergovat parametry L_1 , i , Ω_1 , Ω_2 , T_2 , HJD_0 a F_1 . Když již funkce χ^2 neklesá, znovu tyto parametry zafixujeme a necháme konvergovat společně obě albedo a oba koeficienty gravitačního ztemnění.

Toto opakujeme tak dlouho, dokud hodnoty nedokonvergují a funkce χ^2 již neklesá. V tuto chvíli zavedeme do modelu hvězdnou skvrnu. Z tvaru světelné křivky lze odhadnout přibližné souřadnice skvrny a její teplotu i poloměr. Následně spolu necháme polohu skvrny a její teplotu konvergovat, poté zafixujeme teplotu a k souřadnicím přidáme úhlový poloměr skvrny. Teplota a poloměr skvrny mají velmi podobný vliv na tvar modelové křivky. Proto klademe omezení na teplotu skvrny. Konkrétně takové, aby teplota skvrny nebyla menší, než 0,65 násobku teploty povrchu hvězdy v daném místě, kdybychom skvrnu odstranili. Znovu musíme fitovat všechny parametry například způsobem popsáním výše.

Nyní můžeme zkusit fitovat i třetí světlo. Tento parametr dává rozumné (kladné) svítivosti, pokud systém obsahuje třetí složku nebo je úhlově velmi málo vzdálen od jiné hvězdy.

Kromě fitovaných parametrů známe i odvozené parametry jako například: hmotnosti hvězd M_1 a M_2 , poloměry hvězd R_1 a R_2 , absolutní bolometrické magnitudy $M_{\text{bol}1}$ a $M_{\text{bol}2}$ nebo logaritmus gravitačního zrychlení na površích hvězd $\log g_1$ a $\log g_2$.

Z bolometrických magnitud můžeme spočítat svítivosti obou hvězd. Ty následně využijeme a pomocí M–L vztahu (viz Graczyk, 2003; Eker a kol., 2015) spočítat hmotový poměr

$$\log q = \frac{\log L_2 - \log L_1}{4,481} \quad (3.2)$$

a upravit jeho hodnotu v modelu. Znovu upravíme hodnotu velikosti hlavní poloosy tak, aby hmotnost primární složky odpovídala její teplotě. Celý tento postup opakujeme tak dlouho, dokud se hodnota q mění o alespoň 0,02.

Výše uvedený fitovací algoritmus byl s malými odchylkami použit pro zpracování všech systémů, kterými se v této práci zabýváme.

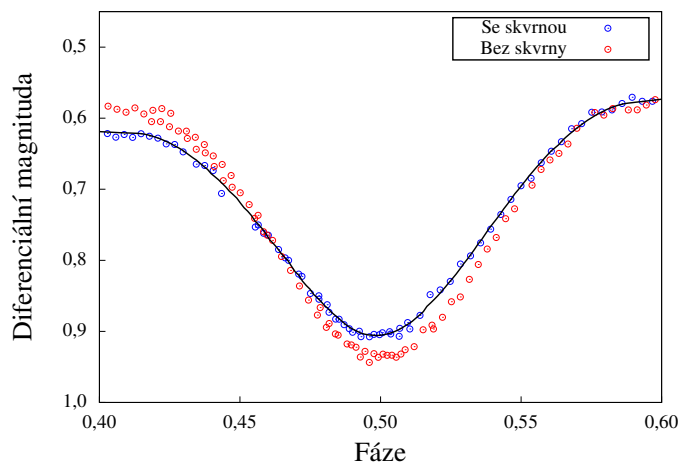
4. Výsledky

4.1 NSVS 363024

Při zpracování se potvrdila dřívější hypotéza, že NSVS 363024 je oddělený systém. Data byla sbírána mezi daty 31. 1. 2015 a 24. 2. 2016. V tomto období se podařilo naměřit dvě primární minima, dvě celá sekundární minima a dvě necelá sekundární minima. Díky tomu se nám podařilo zpřesnit oběžnou periodu o dva řády. Jako nejlepší srovnávací hvězda v pozorovaném poli byla vybrána 2MASS J01545478+7139110. Ve filtru R je hloubka primárního minima asi 0,43 magnitudy a sekundárního minima asi 0,37 magnitudy. Přibližná poloha hvězd na H–R diagramu je vynesena na obrázku 5.4 a na grafu závislosti poloměru na hmotnosti na obrázku 5.2.

Asymetrie ve světelné křivce (viz obrázek 4.2) byla vysvětlena hvězdnou skvrnou na primární složce. Ta díky své poloze ovlivňuje zejména tvar sekundárního zákrytu. Primární minimum ve filtru V není dobře nafitováno. To je důsledek větších chyb datových bodů v tomto filtru a tedy jejich menší váze při hledání nejlepšího řešení. Pět a šest měsíců po posledním měření sekundárního minima jsme tuto část světelné křivky proměřili znovu. Při obou těchto pozorováních nebyla data ovlivněna špatným počasím. Tvar nově naměřených minim se neshoduje s tvarem z předchozích měření. Data z nových měření se shodují se situací, kdy hvězdná skvrna změnila svou pozici tak, že sekundární minimum dále neovlivňuje, popřípadě zcela zanikla. Z těchto důvodů jsme tato dvě pozorování do konečného zpracování nezahrnuli. Naměřená sekundární minima jsou na obrázku 4.1, modře jsou označena stará pozorování se skvrnou a červeně nová pozorování bez skvrny. Popis vývoje

Obrázek 4.1: Sekundární minimum systému NSVS 363024.



hvězdných skvrn hvězdy pozdního spektrálního typu publikovali například (Künstler a kol., 2015). Skvrny zkoumané v tomto článku se výrazně vyvíjejí již na škále desítek dnů.

Fotometrické indexy J-H a H-K odvozené přehlídkou 2MASS (Cutri a kol., 2003) byly klíčové pro určení hmotností hvězd. Avšak oba fotometrické indexy napovídají o odlišném

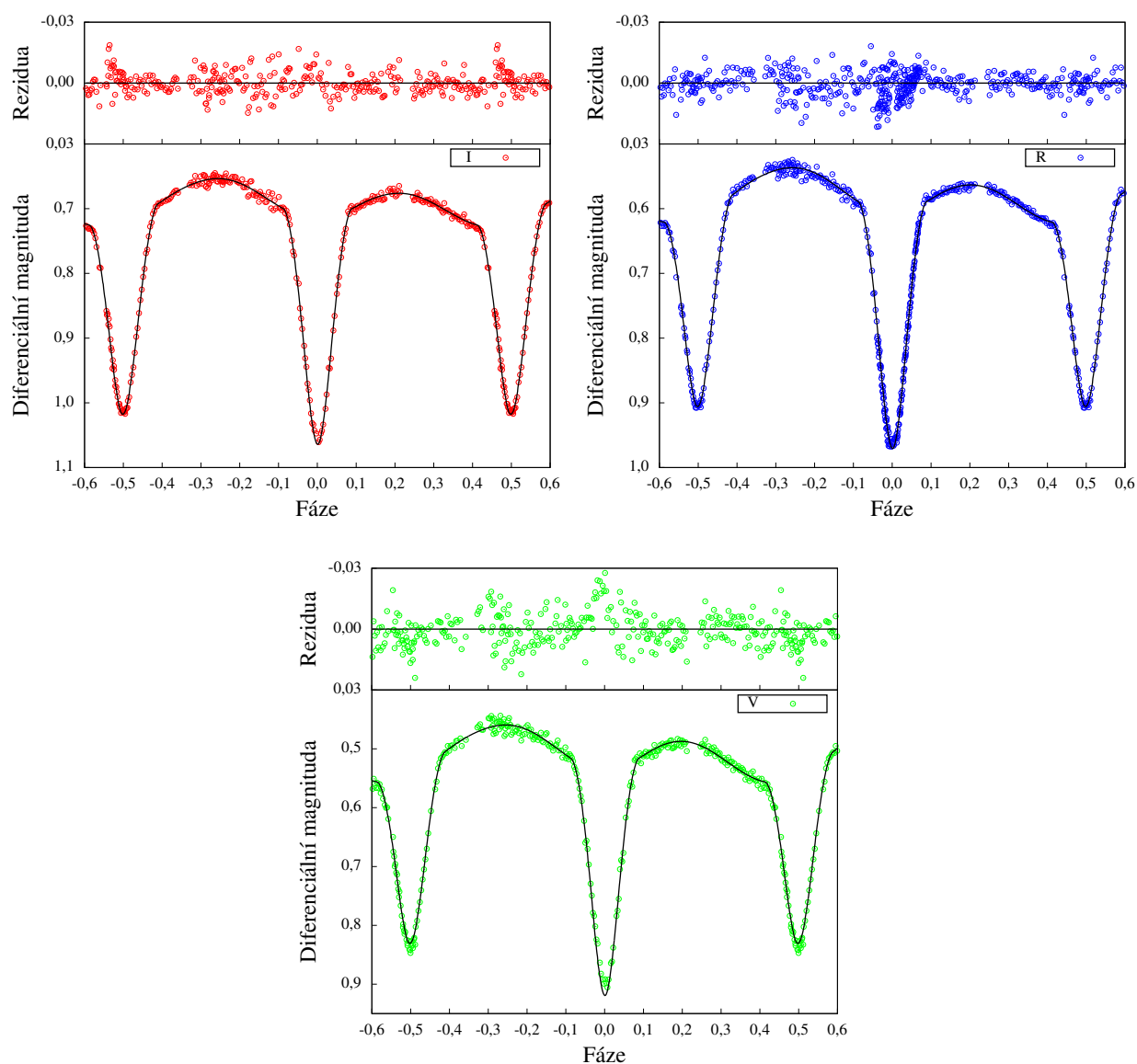
spektrálním typu, teplotě a hmotnosti. U tohoto systému byl však rozdíl malý (mezi K3 a K6). To se promítlo do velikosti chyby určení hmotnosti a poloměru. Nejmenší odchylka byla pro typ K5. Přibližný spektrální typ sekundární složky dvojhvězdy je K6. Třetí světlo nebylo detekováno. Nejlepší shodu parametrů modelu s pozorováním uvádí tabulka 4.1.

Tabulka 4.1: Parametry NSVS 363024.

HJD_0	57 268,482 44	\pm 0,000 03	A_2	0,92	\pm 0,02
P_{orb} [d]	0,433 205 5	\pm 0,000 000 5	β_1	0,33	\pm 0,01
a [R_{\odot}]	2,68	\pm $^{+0,05}_{-0,05}$	β_2	0,84	\pm 0,03
q	0,91	\pm 0,05	L_1 (I) [%]	61,43	\pm 0,49
i [°]	77,06	\pm 0,03	L_1 (R) [%]	62,75	\pm 0,34
F_1	0,58	\pm 0,03	L_1 (V) [%]	64,47	\pm 0,21
F_2	1,30	\pm 0,02	L_2 (I) [%]	38,57	\pm 0,51
T_1 [K]	4 500	\pm 200	L_2 (R) [%]	37,25	\pm 0,36
T_2 [K]	4 309	\pm 188	L_2 (V) [%]	35,53	\pm 0,28
Ω_1	4,298	\pm 0,018	L_3 (I) [%]	0	\pm 0
Ω_2	4,643	\pm 0,012	L_3 (R) [%]	0	\pm 0
A_1	0,65	\pm 0,02	L_3 (V) [%]	0	\pm 0
ϑ_{spot} [rad]	1,23	\pm 0,10	φ_{spot} [rad]	3,92	\pm 0,02
R_{spot} [rad]	0,30	\pm 0,04	T_{spot} [K]	3 690	\pm 246
M_1 [M_{\odot}]	0,72	\pm $^{+0,05}_{-0,05}$	M_2 [M_{\odot}]	0,66	\pm $^{+0,05}_{-0,06}$
R_1 [R_{\odot}]	0,80	\pm $^{+0,08}_{-0,08}$	R_2 [R_{\odot}]	0,69	\pm $^{+0,07}_{-0,07}$
$M_{\text{bol}1}$ [mag]	6,32	\pm 0,46	$M_{\text{bol}2}$ [mag]	6,81	\pm 0,36
$\log g_1$	4,49	\pm $^{+0,09}_{-0,09}$	$\log g_2$	4,58	\pm $^{+0,10}_{-0,10}$
f_1	-2,61	\pm 0,55	f_2	-3,65	\pm 0,86

Grafické zpracování pro jednotlivé filtry a zbylá rezidua jsou na obrázku 4.2. Mimo zákryty je vidět asymetrie křivky, kterou způsobila hvězdná skvrna. Podobná hloubka zákrytů napovídá, že obě hvězdy by mohly mít podobnou teplotu, což se potvrdilo (viz tabulku 4.1). Z rozptylu dat v jednotlivých filtrech je na reziduiích patrné, že data ve filtru V byla nejméně kvalitní.

Obrázek 4.2: Výsledky fitu systému NSVS 363024.



4.2 NSVS 401928

Ze získaných dat, která byla často ovlivněna špatným počasím se nedá spolehlivě rozhodnout, zda je systém NSVS 401928 oddělený nebo polodotykový, kde primární složka vyplňuje Rocheovu mez. Systém byl pozorován od 4. 4. 2015 do 24. 4. 2016. V tomto rozmezí bylo naměřeno jen jedno celé primární minimum. Sekundární minimum nebylo celé během jedné noci naměřené ani jednou. Kvůli špatnému počasí byla pozorována vždy jen část tohoto minima. Pro zpřesnění periody však bylo klíčové dřívější pozorování primárního minima ze 4. 4. 2015. Díky tomu se nám i v tomto případě podařilo zpřesnit periodu o 2 řády. Pro zpracování byla vybrána jako srovnávací hvězda 2MASS J03261195+6956176.

Hloubka primárního minima respektive sekundárního minima ve filtru R je asi 0,49 magnitudy respektive 0,33 magnitudy.

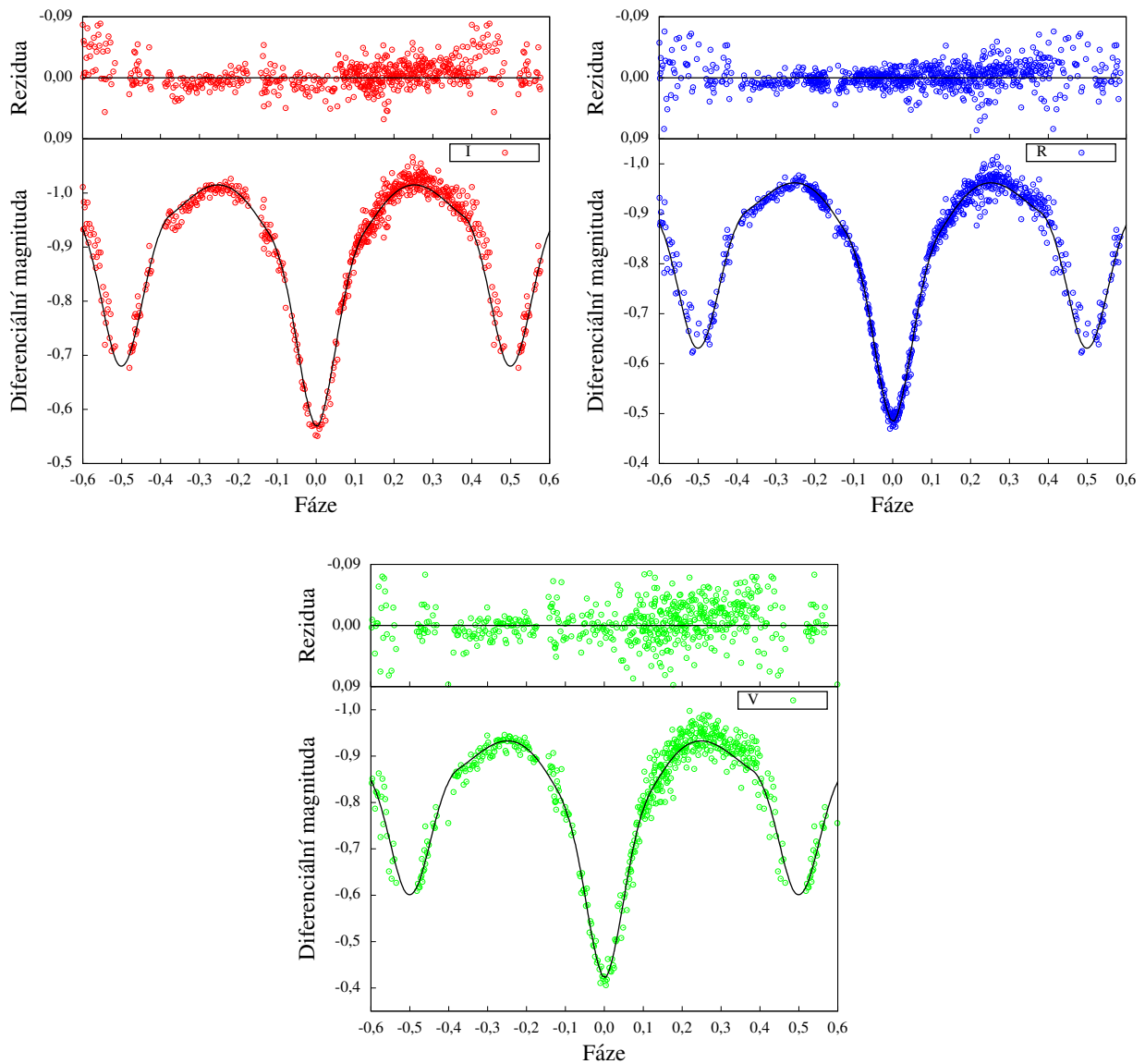
Světelná křivka je mírně deformována (viz obrázek 4.3). Deformace je pravděpodobně způsobena kvalitou dat. Jen jedno ze sedmi pozorování bylo provedeno za dobrých podmínek. Kvalita dat pokrývajících sekundární minimum je velice špatná a bohužel se nám nepodařilo napozorovat jiná. Sekundární minimum navíc může být hlubší, než popisuje model dvojhvězdy a tudíž mohou mít i ostatní parametry nesprávnou hodnotu. Nebylo zaznamenáno třetí světlo. Určení hmotností z fotometrických indexů bylo zatíženo větší chybou. Spektrální typy k nim přiřazené jsou K3 a K7. Pro zpracování byl zvolen spektrální typ K4. Za tohoto předpokladu vychází pro sekundární složku spektrální typ K5. Parametry dvojhvězdy jsou uvedeny v tabulce 4.2.

Tabulka 4.2: Parametry NSVS 401928.

HJD_0	57 117,418 30	\pm 0,000 07	A_2	0,94	\pm 0,06
P_{orb} [d]	0,578 835 6	\pm 0,000 000 5	β_1	0,26	\pm 0,03
a [R_{\odot}]	3,27	\pm $^{+0,06}_{-0,11}$	β_2	0,12	\pm 0,05
q	0,84	\pm 0,05	L_1 (I) [%]	68,36	\pm 0,65
i [$^{\circ}$]	71,72	\pm 0,02	L_1 (R) [%]	69,85	\pm 0,67
F_1	1,14	\pm 0,04	L_1 (V) [%]	73,74	\pm 0,72
F_2	0,58	\pm 0,04	L_2 (I) [%]	12,64	\pm 0,32
T_1 [K]	4 750	\pm 300	L_2 (R) [%]	30,15	\pm 0,25
T_2 [K]	4 316	\pm 272	L_2 (V) [%]	26,26	\pm 0,27
Ω_1	3,565	\pm 0,011	L_3 (I) [%]	0	\pm 0
Ω_2	3,671	\pm 0,009	L_3 (R) [%]	0	\pm 0
A_1	0,32	\pm 0,04	L_3 (V) [%]	0	\pm 0
M_1 [M_{\odot}]	0,76	\pm $^{+0,06}_{-0,10}$	M_2 [M_{\odot}]	0,64	\pm $^{+0,07}_{-0,09}$
R_1 [R_{\odot}]	1,26	\pm $^{+0,13}_{-0,13}$	R_2 [R_{\odot}]	1,07	\pm $^{+0,11}_{-0,11}$
$M_{\text{bol}1}$ [mag]	5,1	\pm 1,2	$M_{\text{bol}2}$ [mag]	5,9	\pm 1,2
$\log g_1$	4,12	\pm $^{+0,09}_{-0,11}$	$\log g_2$	4,18	\pm $^{+0,10}_{-0,11}$
f_1	-0,01	\pm 0,08	f_2	-0,30	\pm 0,10

Grafické zpracování pro jednotlivé filtry a zbylá rezidua jsou na obrázku 4.3. I pro tento systém platí, že data ve filtru V byla nejméně kvalitní.

Obrázek 4.3: Výsledky fitu systému NSVS 401928.



4.3 V345 Cam (NSVS 524615)

Tato hvězda byla pozorována od 17. 4. 2015 do 19. 1. 2016. Na rozdíl od předchozího systému byly pozorovací podmínky často velice dobré. Klíčové pozorování proběhlo 1. 10. 2015, kdy se za ideálních podmínek podařilo napozorovat téměř polovinu celé fáze včetně jediného celého změřeného primárního minima. Sekundární minimum bylo proměřené dvakrát. Díky sestavení $O-C$ digramu bylo možné oběžnou periodu o dvě platné cifry zpřesnit. Jedná se o typický oddělený systém. Za srovnávací hvězdu byla zvolena 2MASS J04263015+6917324. Pokles ve filtru R z kvadratury do primárního minima je asi 0,34 magnitudy a do sekundárního minima asi 0,28 magnitudy.

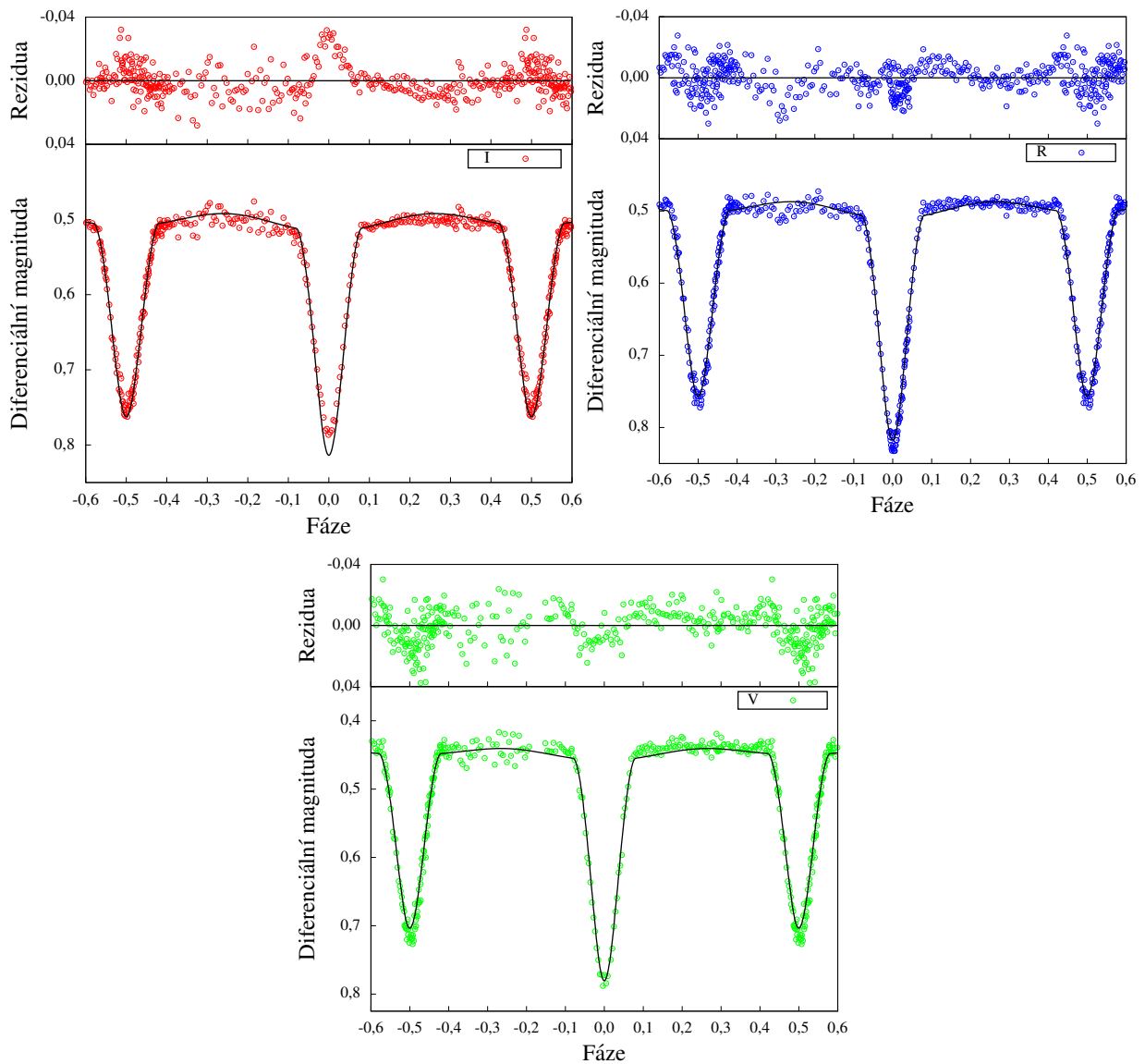
Světelná křivka nevykazuje známky asymetrie (viz obrázek 4.4), proto nebylo nutné vkládat do modelu hvězdnou skvrnu. Světelné křivky se nepodařilo správně nafitovat, což se projevilo v nesymetričnosti reziduí zejména v okolí minim. Avšak řešíme nejlepší model pro všechny tři filtry zároveň, a každý datový bod má navíc jinou statistickou váhu, která je určena z chyby daného bodu. Pokud bychom rezidua ze všech filtrů přeložili přes sebe, tato asymetrie zanikne. Ani opakované pokusy o vylepšení modelu nevedly ke zlepšení v jednotlivých filtrech. Ani u této hvězdy nebylo třetí světlo zaznamenáno. Na základě fotometrických indexů nelze u tohoto systému rozhodnout o spektrálním typu. Fotometrický index J-H odpovídá spektrálnímu typu K4 nebo M4 a fotometrický index H-K spektrálnímu typu M0 nebo M1. Jako nejpravděpodobnější spektrální typ se zdá být typ M2,5. Spektrální typ sekundární složky je pak přibližně M3. Parametry modelu dvojhvězdy jsou uvedeny v tabulce 4.3.

Tabulka 4.3: Parametry V345 Cam.

HJD_0	57 297,472 1	\pm 0,000 05	A_2	0,95	\pm 0,07
P_{orb} [d]	0,451 585 0	\pm 0,000 000 5	β_1	0,12	\pm 0,07
a [R_{\odot}]	2,38	\pm $^{+0,12}_{-0,03}$	β_2	0,11	\pm 0,08
q	0,96	\pm 0,05	L_1 (I) [%]	54,30	\pm 0,28
i [°]	75,63	\pm 0,09	L_1 (R) [%]	54,72	\pm 0,27
F_1	0,63	\pm 0,06	L_1 (V) [%]	56,29	\pm 0,26
F_2	0,50	\pm 0,11	L_2 (I) [%]	45,70	\pm 0,28
T_1 [K]	3 500	\pm 150	L_2 (R) [%]	45,28	\pm 0,28
T_2 [K]	3 371	\pm 132	L_2 (V) [%]	43,71	\pm 0,27
Ω_1	4,781	\pm 0,017	L_3 (I) [%]	0	\pm 0
Ω_2	4,657	\pm 0,015	L_3 (R) [%]	0	\pm 0
A_1	0,86	\pm 0,04	L_3 (V) [%]	0	\pm 0
M_1 [M_{\odot}]	0,45	\pm $^{+0,02}_{-0,10}$	M_2 [M_{\odot}]	0,43	\pm $^{+0,09}_{-0,03}$
R_1 [R_{\odot}]	0,62	\pm $^{+0,06}_{-0,07}$	R_2 [R_{\odot}]	0,62	\pm $^{+0,07}_{-0,06}$
$M_{\text{bol}1}$ [mag]	7,94	\pm 0,52	$M_{\text{bol}2}$ [mag]	8,09	\pm 0,63
$\log g_1$	4,51	\pm $^{+0,13}_{-0,09}$	$\log g_2$	4,48	\pm $^{+0,14}_{-0,09}$
f_1	-3,36	\pm 0,80	f_2	-3,04	\pm 0,74

Grafické zpracování pro jednotlivé filtry a zbylá rezidua jsou na obrázku 4.4. Podobná hloubka minim opět naznačuje podobnou teplotu obou hvězd. To se při zpracování potvrdilo.

Obrázek 4.4: Výsledky fitu systému V345 Cam.



4.4 V0514 Dra (NSVS 1090740)

Nejlepší shodu modelu světelné křivky s pozorovanou světelnou křivkou bylo dosaženo pro dotykový W UMa typ. Systém byl pozorován v období mezi 7. 3. 2015 a 3. 6. 2015. Za tuto dobu se podařilo změřit dvě celá primární i sekundární minima. Perioda byla zpřesněna na sedm platných cifer. Jako srovnávací hvězda byla vybrána 2MASS J17183849+6949441. Poklesy do primárního i sekundárního minima jsou u tohoto systému výraznější než u ostatních pozorovaných systémů. Primární minimum má hloubku asi 0,91 magnitudy a sekundární minimum asi 0,82 magnitudy.

Na první pohled není na světelné křivce (viz obrázek 4.5) vidět žádná asymetrie. Po-

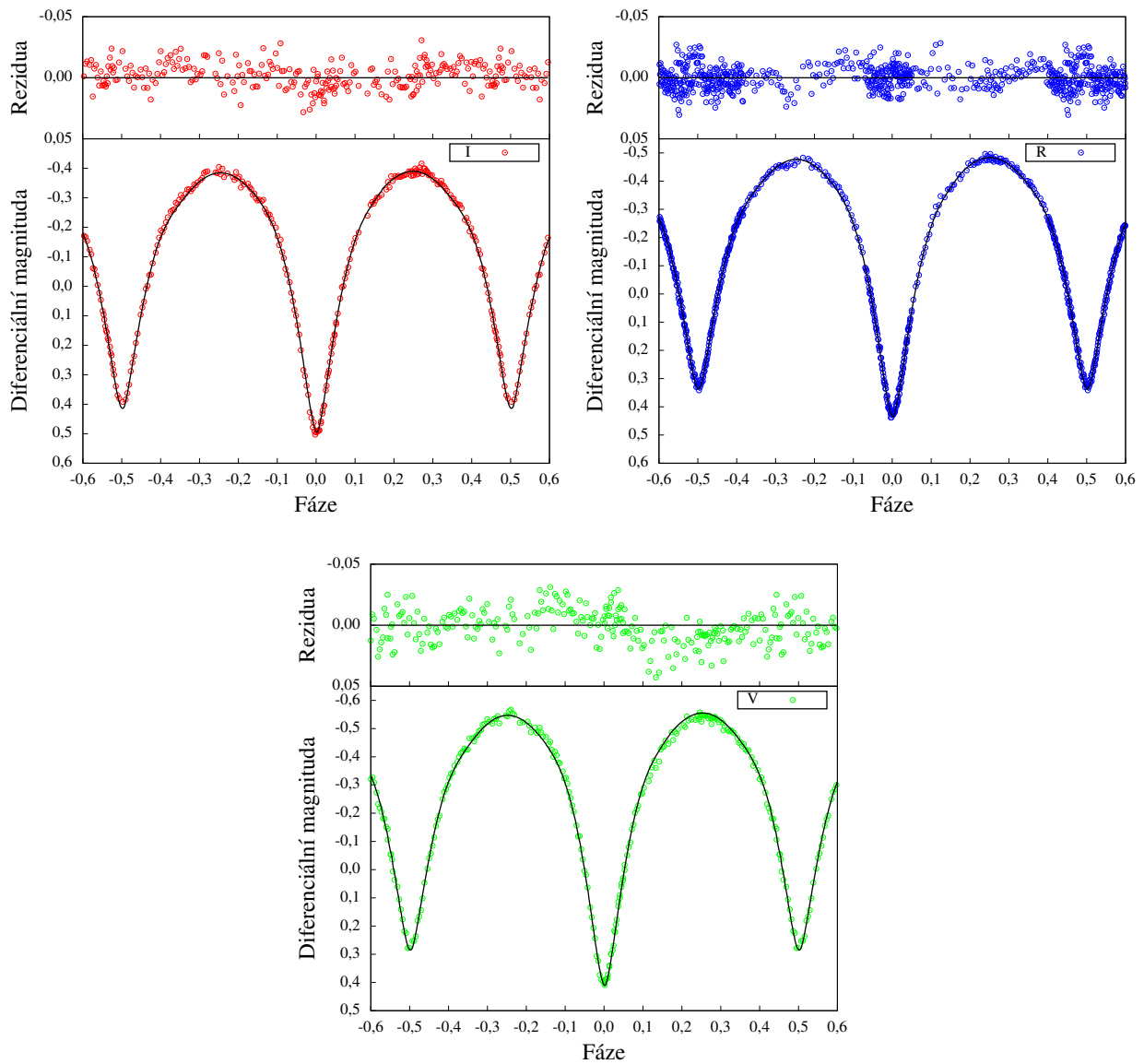
drobná analýza však ukázala, že zde mírná asymetrie je. Z tohoto důvodu jsme do modelu vložili hvězdnou skvrnu na primární složku. Odhalení této asymetrie napomohly dobré pozorovací podmínky během pozorování. Navíc se jednalo o horkou hvězdnou skvrnu, tedy místo na hvězdě, které má vyšší teplotu, než okolí. Ta může být způsobena dopadem částic, které pochází z přetoku hmoty na dané místo na povrchu. Vzhledem k tomu, že hvězdy typu W UMa obíhají velice blízko sebe, je toto vysvětlení pravděpodobné. Třetí světlo nebylo detekováno ani v tomto systému. Spektrální typ určený pomocí fotometrického indexu J-H je K2 a z indexu H-K G4. Protože se ale index H-K v rozmezí těchto spektrálních typů mění jen velmi zlehka, konkrétně o 0,024. Chyba určení fotometrického indexu H-K je přitom 0,025, srovnatelnou chybu má i index J-H. Ten se však už mezi spektrálním typem K2 a K1 mění o asi 0,27, tedy asi 10× víc, než je jeho chyba. Proto jsme pro zpracování zvolili spektrální typ K2. Stejného typu je i sekundární složka. Parametry, které nejlépe vyhovují pozorované světelné křivce jsou uvedeny v tabulce 4.4. Protože se v důsledku modelu W UMa některé veličiny pro obě složky shodují (viz část 3.3.1), jsou v tabulce uvedeny jen jednou a bez indexu, který čísluje hvězdy.

Tabulka 4.4: Parametry V0514 Dra.

HJD_0	57 089,418 00	\pm 0,000 02	β	0,39	\pm 0,02
P_{orb} [d]	0,314 218 0	\pm 0,000 000 5	L_1 (I) [%]	50,42	\pm 0,34
a [R_{\odot}]	2,29	\pm $\begin{smallmatrix} +0,03 \\ -0,04 \end{smallmatrix}$	L_1 (R) [%]	49,83	\pm 0,31
q	1,00	\pm 0,05	L_1 (V) [%]	50,02	\pm 0,29
i [°]	85,53	\pm 0,06	L_2 (I) [%]	49,58	\pm 0,34
F_1	0,31	\pm 0,04	L_2 (R) [%]	49,98	\pm 0,31
F_2	0,79	\pm 0,01	L_2 (V) [%]	50,17	\pm 0,29
T [K]	5 019	\pm 100	L_3 (I) [%]	0	\pm 0
Ω	3,525	\pm 0,007	L_3 (R) [%]	0	\pm 0
A	0,93	\pm 0,08	L_3 (V) [%]	0	\pm 0
ϑ_{spot} [rad]	2,38	\pm 0,07	φ_{spot} [rad]	3,65	\pm 0,03
R_{spot} [rad]	0,32	\pm 0,03	T_{spot} [K]	5 648	\pm 258
M_1 [M_{\odot}]	0,82	\pm $\begin{smallmatrix} +0,04 \\ -0,05 \end{smallmatrix}$	M_2 [M_{\odot}]	0,82	\pm $\begin{smallmatrix} +0,06 \\ -0,06 \end{smallmatrix}$
R_1 [R_{\odot}]	0,92	\pm $\begin{smallmatrix} +0,05 \\ -0,05 \end{smallmatrix}$	R_2 [R_{\odot}]	0,93	\pm $\begin{smallmatrix} +0,05 \\ -0,05 \end{smallmatrix}$
$M_{\text{bol}1}$ [mag]	5,61	\pm 0,31	$M_{\text{bol}2}$ [mag]	5,61	\pm 0,31
$\log g_1$	4,43	\pm $\begin{smallmatrix} +0,05 \\ -0,05 \end{smallmatrix}$	$\log g_2$	4,41	\pm $\begin{smallmatrix} +0,05 \\ -0,06 \end{smallmatrix}$
f	-0,05	\pm 0,70			

Grafické zpracování pro jednotlivé filtry a zbylá rezidua jsou na obrázku 4.5. Téměř stejná hloubka zákrytů a světelná křivka bez konstantní fáze jsou znaky dvojhvězdných systémů, které obíhají tak blízko sebe, že mají společnou atmosféru. Data z filtru V byla opět nejméně kvalitní.

Obrázek 4.5: Výsledky fitu systému V0514 Dra.



4.5 NSVS 2285307

NSVS 2285307 je klasický příklad odděleného systému. Data pro tento systém byla sbírána od 25. 2. 2015 do 9. 12. 2015, ale k dispozici bylo i pozorování z 26. 11. 2014. Ačkoli jsme v tomto období věnovali této hvězdě deset nocí, při většině z nich byly špatné pozorovací podmínky. Dobré podmínky byly jen při posledních měřeních, kdy se vzhledem k časovým důvodům už jen zaplňovala chybějící místa ve světelné křivce. Podařilo se naměřit tři celá primární minima a dvě celá sekundární minima. Periodu se nám podařilo zpřesnit o dva řády. Za srovnávací hvězdu byla vybrána 2MASS J06083785+5830425. Pokles do primárního minima je o 0,59 magnitudy a do sekundárního minima o 0,44 magnitudy.

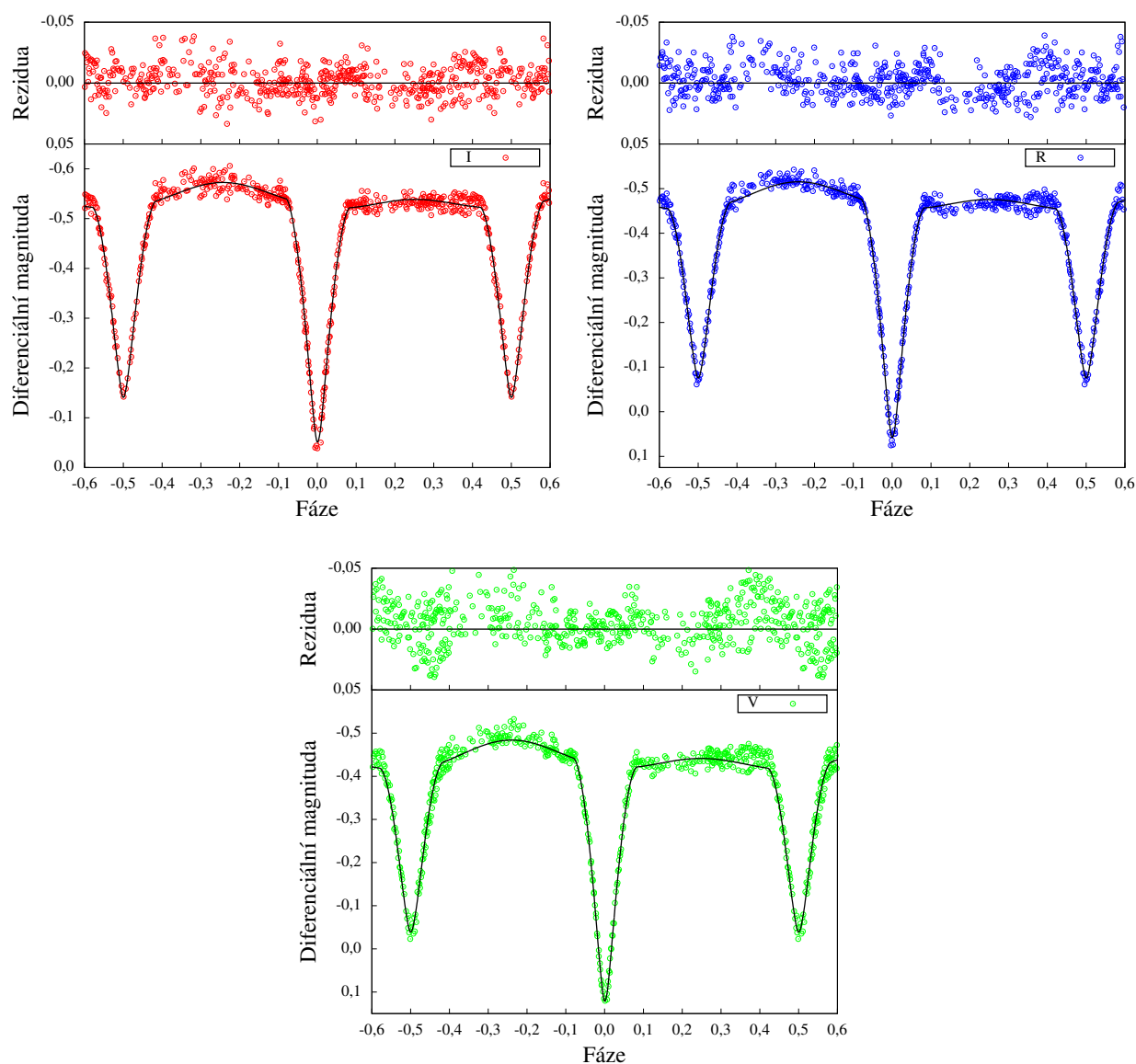
Mírná asymetrie patrná v konstantních fázích světelné křivky byla vysvětlena hvězdnou skvrnou na primární složce. Bylo detekováno třetí světlo. Při podrobnějším zkoumání našich pozorování se zdá, že toto světlo nepochází ze stejného systému, ale z úhlově málo vzdálené hvězdy. Pro ověření této hypotézy by bylo nutné z pozorovaných spektrálních čar zkonstruovat křivky radiálních rychlostí. Ty by buď potvrdily, nebo vyvrátily, zda jde o dvojhvězdný, nebo trojhvězdný systém. Spektrální typ této hvězdy vychází z fotometrického indexu J-H respektive H-K K3 respektive M3. Tento velký rozdíl ve spektrálních typech by mohl být způsoben právě třetí hvězdou. Rozdíl se dále projevil na přesnosti určení hmotností, teplot a jasností. Pro zpracování byl vybrán typ K7. Stejněho typu je i sekundární složka. Parametry modelu dvojhvězdy NSVS 2285307 jsou uvedeny v tabulce 4.5.

Tabulka 4.5: Parametry NSVS 2285307.

HJD_0	57 135,316 12	\pm	0,000 05	A_2	0,17	\pm	0,10
P_{orb} [d]	0,646 243 5	\pm	0,000 000 5	β_1	0,30	\pm	0,09
a [R_{\odot}]	3,40	\pm	$^{+0,15}_{-0,14}$	β_2	0,37	\pm	0,07
q	0,92	\pm	0,05	L_1 (I) [%]	49,02	\pm	0,22
i [°]	86,69	\pm	0,09	L_1 (R) [%]	50,97	\pm	0,23
F_1	1,44	\pm	0,13	L_1 (V) [%]	51,86	\pm	0,23
F_2	3,79	\pm	0,05	L_2 (I) [%]	32,44	\pm	0,26
T_1 [K]	4 100	\pm	350	L_2 (R) [%]	32,89	\pm	0,27
T_2 [K]	4 043	\pm	311	L_2 (V) [%]	33,24	\pm	0,27
Ω_1	4,770	\pm	0,025	L_3 (I) [%]	18,55	\pm	0,50
Ω_2	5,677	\pm	0,015	L_3 (R) [%]	16,14	\pm	0,48
A_1	0,47	\pm	0,11	L_3 (V) [%]	14,90	\pm	0,53
ϑ_{spot} [rad]	0,67	\pm	0,09	φ_{spot} [rad]	4,84	\pm	0,09
R_{spot} [rad]	0,36	\pm	0,05	T_{spot} [K]	2 969	\pm	528
M_1 [M_{\odot}]	0,66	\pm	$^{+0,12}_{-0,11}$	M_2 [M_{\odot}]	0,61	\pm	$^{+0,12}_{-0,11}$
R_1 [R_{\odot}]	0,90	\pm	$^{+0,10}_{-0,10}$	R_2 [R_{\odot}]	0,76	\pm	$^{+0,08}_{-0,08}$
$M_{\text{bol}1}$ [mag]	6,44	\pm	0,87	$M_{\text{bol}2}$ [mag]	6,90	\pm	0,85
$\log g_1$	4,35	\pm	$^{+0,12}_{-0,12}$	$\log g_2$	4,46	\pm	$^{+0,13}_{-0,12}$
f_1	-1,20	\pm	0,54	f_2	-2,40	\pm	0,88

Grafické zpracování pro jednotlivé filtry a zbylá rezidua jsou na obrázku 4.6. V konstantních fázích je vidět mírná asymetrie světelné křivky způsobená hvězdnou skvrnou. I u tohoto systému byla data z filtru V nejméně kvalitní.

Obrázek 4.6: Výsledky fitu systému NSVS 2285307.



4.6 NSVS 2517147

Světelná křivka systému NSVS 2517147 je typu β Lyrae. Primární složka nevyplňuje celou Rocheovu mez, sekundární ano. Může tedy docházet k přetoku hmoty ze sekundární složky na primární složku. Systém má krátkou orbitální periodu a podařilo se nám naměřit celou světelnou křivku během jedné noci, konkrétně 16. 2. 2015. K dispozici bylo ještě jedno měření sekundárního minima z 30. 1. 2015. Díky tomuto měření jsme byli schopni periodu o jeden řád zpřesnit. Pro další zpřesnění by bylo nutné pozorovat některá z minim po delší době. Na to bohužel nebyl čas. Ve filtru R byla naměřena hloubka primárního minima 0,74 magnitudy a sekundárního minima 0,37 magnitudy. Odlišná hloubka minim

napovídá o odlišné teplotě obou složek dvojhvězdy. Za srovnávací hvězdu byla zvolena 2MASS J09195939+5711028.

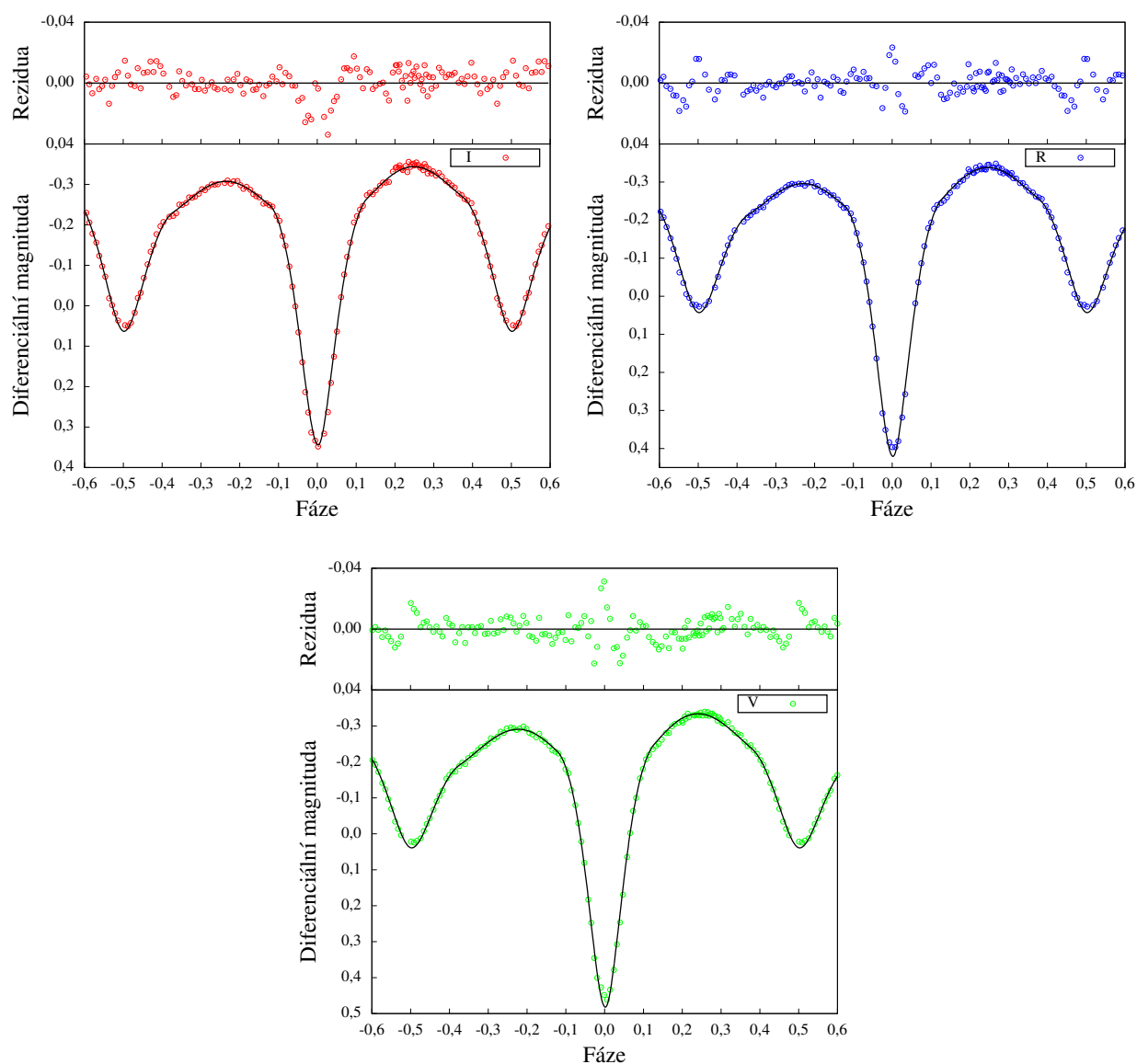
Asymetrie, která je dobře vidět na konstantních fázích světelné křivky (viz obrázek 4.7) byla nejlépe vystižena hvězdnou skvrnou na primární složce. Třetí světlo nebylo detekováno. U tohoto systému se spektrální typy pro oba fotometrické systémy téměř shodují. J-H odpovídá typu K3 a H-K typu K5. Chyba v určení hmotností proto není velká. Pro zpracování jsme zvolili typ K4, za tohoto předpokladu je sekundární složka přibližně typu K9. Výsledné parametry modelu shrnuje tabulka 4.6.

Tabulka 4.6: Parametry NSVS 2517147.

HJD_0	57 070,580 45	\pm 0,000 07	A_2	0,52	\pm 0,04
P_{orb} [d]	0,446 696	\pm 0,000 005	β_1	0,35	\pm 0,02
a [R_{\odot}]	2,71	\pm $^{+0,06}_{-0,07}$	β_2	0,03	\pm 0,03
q	0,84	\pm 0,05	L_1 (I) [%]	71,32	\pm 0,36
i [°]	78,35	\pm 0,23	L_1 (R) [%]	76,52	\pm 0,30
F_1	1,41	\pm 0,04	L_1 (V) [%]	80,36	\pm 0,26
F_2	1,67	\pm 0,08	L_2 (I) [%]	28,68	\pm 0,64
T_1 [K]	4 600	\pm 175	L_2 (R) [%]	23,48	\pm 0,69
T_2 [K]	3 902	\pm 124	L_2 (V) [%]	19,64	\pm 0,72
Ω_1	3,785	\pm 0,015	L_3 (I) [%]	0	\pm 0
Ω_2	3,841	\pm 0,016	L_3 (R) [%]	0	\pm 0
A_1	0,86	\pm 0,04	L_3 (V) [%]	0	\pm 0
ϑ_{spot} [rad]	2,45	\pm 0,07	φ_{spot} [rad]	2,00	\pm 0,07
R_{spot} [rad]	0,49	\pm 0,07	T_{spot} [K]	3 491	\pm 231
M_1 [M_{\odot}]	0,73	\pm $^{+0,07}_{-0,08}$	M_2 [M_{\odot}]	0,61	\pm $^{+0,07}_{-0,08}$
R_1 [R_{\odot}]	0,98	\pm $^{+0,10}_{-0,10}$	R_2 [R_{\odot}]	0,90	\pm $^{+0,05}_{-0,05}$
$M_{\text{bol}1}$ [mag]	5,77	\pm 0,96	$M_{\text{bol}2}$ [mag]	6,7	\pm 1,0
$\log g_1$	4,31	\pm $^{+0,10}_{-0,10}$	$\log g_2$	4,32	\pm $^{+0,07}_{-0,07}$
f_1	-0,09	\pm 0,26	f_2	-0,17	\pm 0,28

Grafické zpracování pro jednotlivé filtry a zbylá rezidua jsou na obrázku 4.7. V konstantních fázích je patrná asymetrie světelné křivky. Odlišná hloubka zákrytů vypovídá o tom, že obě hvězdy budou mít velmi odlišnou teplotu. To se potvrdilo (viz tabulku 4.6).

Obrázek 4.7: Výsledky fitu systému NSVS 2517147.



4.7 NSVS 3151384

Při zpracování se potvrdila hypotéza, že NSVS 3151384 je oddělený systém. Pozorování této hvězdy probíhalo v období od 10. 5. 2015 do 19. 1. 2016. Z jedenácti nocí bylo sedmkrát bezmračné počasí. Podařilo se nám napozorovat dvě primární a dvě sekundární minima, přičemž první a poslední změřená minima od sebe dělila téměř 4 měsíce. Dvojhvězda má však oproti ostatním námi zkoumaným systémům dlouhou periodu a kvůli tomu se nám podařilo zpřesnit periodu jen o jeden řád. Na snímaném poli byla nejlepší srovnávací hvězda 2MASS J20195374+6536570. Primární minimum má hloubku 0,29 magnitudy a sekundární minimum 0,23 magnitudy. Podobné hloubky minim naznačují podobnou teplotu obou

hvězd.

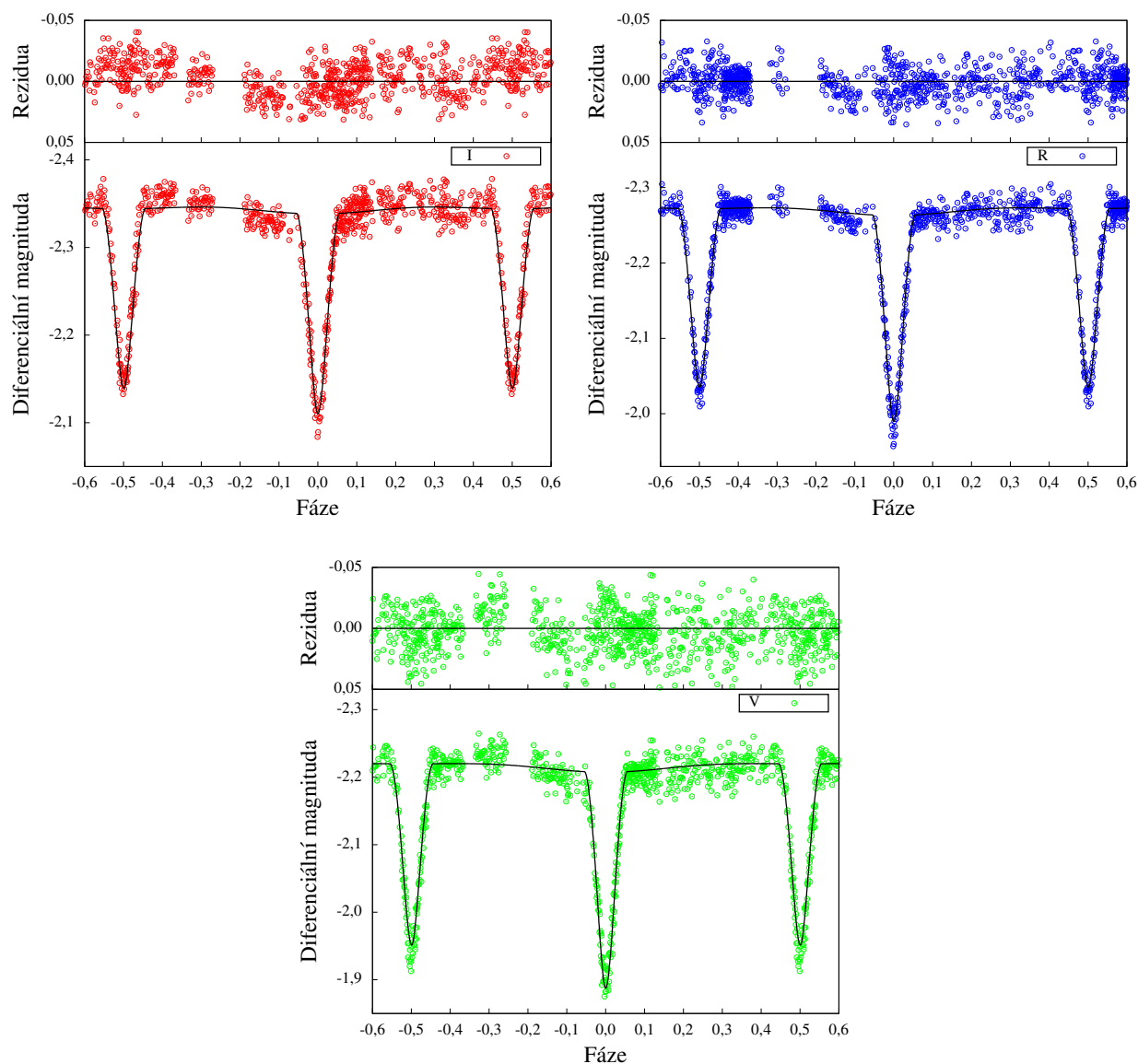
V konstantních fázích je patrná drobná asymetrie (viz obrázek 4.8). BIC kritérium však jako pravděpodobnější model určilo model neobsahující hvězdnou skvrnu. Tato asymetrie je pravděpodobně důsledkem vyššího rozptylu dat. Ten způsobila hvězda nacházející se úhlově velmi blízko pozorovanému systému. Hvězda má srovnatelnou svítivost, jako celý dvojhvězdný systém. Přesto byla při konstruování světelné křivky zvolena velikost apertury taková, aby obsahovala i hvězdu nepatřící do systému. Rozptyl datových bodů byl v tomto případě menší, než kdyby apertura obsahovala jen dvojhvězdu. Z tohoto důvodu bylo zaznamenáno velmi vysoké třetí světlo. Spektrální typy, kterým odpovídají fotometrické indexy jsou K4 a K7. Pro zpracování byl zvolen typ K6. Pravděpodobný spektrální typ sekundární složky je za tohoto předpokladu K7. Parametry modelu shrnuje tabulka 4.7.

Tabulka 4.7: Parametry NSVS 3151384.

HJD_0	57 206,420 54	\pm 0,000 15	A_2	0,77	\pm 0,15
P_{orb} [d]	1,250 494	\pm 0,000 005	β_1	0,05	\pm 0,38
a [R_{\odot}]	5,41	\pm $^{+0,16}_{-0,11}$	β_2	0,05	\pm 0,51
q	1,00	\pm 0,05	L_1 (I) [%]	25,86	\pm 0,32
i [°]	84,06	\pm 0,06	L_1 (R) [%]	30,10	\pm 0,33
F_1	0,66	\pm 0,24	L_1 (V) [%]	33,93	\pm 0,34
F_2	1,01	\pm 0,35	L_2 (I) [%]	28,54	\pm 0,32
T_1 [K]	4 150	\pm 250	L_2 (R) [%]	31,71	\pm 0,33
T_2 [K]	4 052	\pm 231	L_2 (V) [%]	34,78	\pm 0,36
Ω_1	6,960	\pm 0,075	L_3 (I) [%]	45,60	\pm 0,44
Ω_2	6,365	\pm 0,027	L_3 (R) [%]	38,19	\pm 0,66
A_1	0,12	\pm 0,46	L_3 (V) [%]	31,29	\pm 0,47
M_1 [M_{\odot}]	0,68	\pm $^{+0,08}_{-0,06}$	M_2 [M_{\odot}]	0,68	\pm $^{+0,09}_{-0,06}$
R_1 [R_{\odot}]	0,91	\pm $^{+0,09}_{-0,09}$	R_2 [R_{\odot}]	1,01	\pm $^{+0,11}_{-0,10}$
$M_{\text{bol}1}$ [mag]	6,38	\pm 0,75	$M_{\text{bol}2}$ [mag]	6,25	\pm 0,99
$\log g_1$	4,35	\pm $^{+0,10}_{-0,10}$	$\log g_2$	4,26	\pm $^{+0,11}_{-0,10}$
f_1	-8,4	\pm 3,2	f_2	-6,9	\pm 2,7

Grafické zpracování pro jednotlivé filtry a zbylá rezidua jsou na obrázku 4.8. Obě minima mají podobnou hloubku, což je důsledek podobných teplot obou složek systému. Nejméně kvalitní data byla opět z filtru V.

Obrázek 4.8: Výsledky fitu systému NSVS 3151384.



4.8 NSVS 3243815

NSVS 3243815 je oddělený systém. Data byla sbírána mezi daty 26. 2. 2015 až 26. 1. 2016. Podařilo se naměřit dvě celá a dvě neúplná primární minima a jedno sekundární minimum. Periodu se nám podařilo zpřesnit o jeden řád. Z dvanácti nocí, kdy byla tato hvězda pozorována, bylo přibližně v polovině případů jasno. Za srovnávací hvězdu byla vybrána 2MASS J20382276+5802417. Hloubka primárního minima je asi 0,67 magnitudy a sekundárního minima asi 0,63 magnitudy. Podobná hloubka minim opět napovídá, že obě složky budou mít velmi podobnou teplotu.

Světelná křivka je zajímavá dvojitou asymetrií („vlnky“ na konstantní fázi, viz obrá-

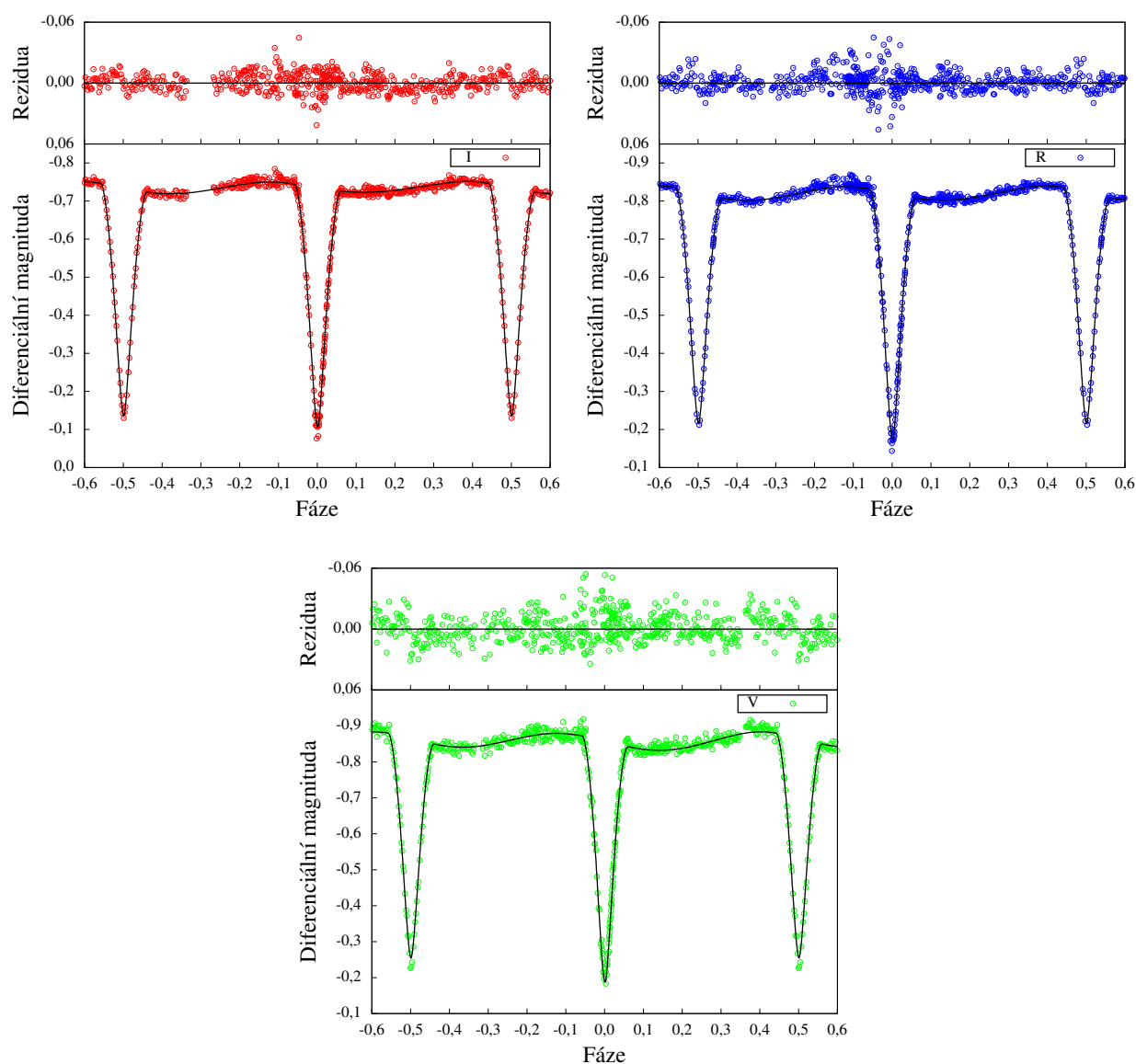
zek 4.9). Asymetrie byla nejlépe popsána jednou skvrnou na každé složce. Tím je tento systém jediný z námi studovaných, u kterého se tvar světelné křivky dal vystihnout jen použitím více než jedné skvrny. Třetí světlo nebylo detekováno. V případě tohoto systému dávají oba fotometrické indexy téměř stejný spektrální typ a to K3 nebo K4. O málo pravděpodobnější se zdá být K4, který byl pro zpracování vybrán. Sekundární složka je nejspíše také spektrálního typu K4. Nejlepší shody modelu s pozorováním bylo dosaženo pro parametry uvedené v tabulce 4.8.

Tabulka 4.8: Parametry NSVS 3243815.

HJD_0	57 238,891 28	\pm 0,000 05	A_2	0,85	\pm 0,05
P_{orb} [d]	0,864 084	\pm 0,000 005	β_1	0,13	\pm 0,08
a [R_{\odot}]	4,36	\pm $^{+0,06}_{-0,10}$	β_2	0,12	\pm 0,10
q	0,98	\pm 0,05	L_1 (I) [%]	52,40	\pm 0,26
i [°]	86,92	\pm 0,03	L_1 (R) [%]	52,72	\pm 0,24
F_1	1,36	\pm 0,17	L_1 (V) [%]	53,26	\pm 0,23
F_2	0,47	\pm 0,31	L_2 (I) [%]	47,60	\pm 0,27
T_1 [K]	4 650	\pm 150	L_2 (R) [%]	47,28	\pm 0,25
T_2 [K]	4 593	\pm 132	L_2 (V) [%]	46,74	\pm 0,24
Ω_1	6,353	\pm 0,027	L_3 (I) [%]	0	\pm 0
Ω_2	6,370	\pm 0,015	L_3 (R) [%]	0	\pm 0
A_1	0,44	\pm 0,07	L_3 (V) [%]	0	\pm 0
$\vartheta_{\text{spot}_1}$ [rad]	2,09	\pm 0,15	φ_{spot_1} [rad]	2,27	\pm 0,12
R_{spot_1} [rad]	0,31	\pm 0,08	T_{spot_1} [K]	3 404	\pm 162
$\vartheta_{\text{spot}_2}$ [rad]	1,41	\pm 0,26	φ_{spot_2} [rad]	2,11	\pm 0,09
R_{spot_2} [rad]	0,44	\pm 0,03	T_{spot_2} [K]	4 459	\pm 137
M_1 [M_{\odot}]	0,75	\pm $^{+0,07}_{-0,04}$	M_2 [M_{\odot}]	0,74	\pm $^{+0,07}_{-0,05}$
R_1 [R_{\odot}]	0,82	\pm $^{+0,08}_{-0,07}$	R_2 [R_{\odot}]	0,80	\pm $^{+0,08}_{-0,08}$
M_{bol_1} [mag]	6,12	\pm 0,60	M_{bol_2} [mag]	6,23	\pm 0,60
$\log g_1$	4,49	\pm $^{+0,10}_{-0,09}$	$\log g_2$	4,50	\pm $^{+0,10}_{-0,09}$
f_1	-3,28	\pm 0,91	f_2	-3,31	\pm 0,91

Grafické zpracování pro jednotlivé filtry a zbylá rezidua jsou na obrázku 4.9. V konstantních fázích můžeme vidět asymetrickou „vlnku“ způsobenou přítomností hvězdných skvrn. Podobná hloubka zákrytů vypovídá o tom, že obě hvězdy budou mít podobnou teplotu. Na reziduiích je patrné, že jedno z pozorování primárního minima bylo výrazně horší, než ostatní. To bylo způsobeno nepříznivým počasím.

Obrázek 4.9: Výsledky fitu systému NSVS 3243815.



4.9 NSVS 3630887

Při zpracování se ukázalo, že NSVS 3630887 je oddělený systém. Protože má tento systém krátkou periodu, stačily na pokrytí světelné křivky jen čtyři pozorování. Ty proběhly mezi daty 2. 9. 2015 a 5. 10. 2015. Klíčové pozorování proběhlo 9. 9. 2015, kdy se podařilo naměřit asi 90 % celé křivky včetně obou minim. Dvakrát jsme napozorovali část sekundárního minima. Perioda byla zpřesněna o jeden řád. Pro dosažení vyšší přesnosti by pozorování minim musela být časově vzdálenější. Při všech čtyřech měřeních nebyly vhodné pozorovací podmínky. Za srovnávací hvězdu byla vybrána 2MASS J23554892+3907373. Primární minimum má hloubku asi 0,45 magnitudy a sekundární minimum asi 0,43. Velmi podobná

hloubka obou minim je způsobena podobnou teplotou obou hvězd.

K popisu velmi výrazné asymetrie ve světelné křivce (viz obrázek 4.10) stačilo do modelu vložit jen jednu hvězdnou skvrnu. Model s více skvrnami byl podle BIC kritéria méně pravděpodobný. Zejména ve filtru I je na reziduiích patrné, že hvězdná skvrna ovlivnila světelnou křivku v různých filtrech různě. Bylo detekováno slabé třetí světlo. Ani při podrobném zkoumání snímků nebyla nalezena další hvězda. Může se tedy jednat buď o velmi málo svítivou třetí složku systému a nebo málo svítivou hvězdu, která je při pohledu ze Země vidět na podobných hvězdných souřadnicích. Protože třetí světlo z filtru I bylo mnohem slabší, než u filtrů R a V, mohlo by se spíše jednat o hvězdu, která do systému nepatří. Nicméně zjištěná hodnota třetího světla je tak malá, že se může jednat o chybu způsobenou špatnými podmínkami při pozorování a žádná třetí hvězda se zde nacházet nemusí. Z fotometrického indexu J-H vyplývá spektrální typ K6 a z indexu H-K typ K8. Zvolený spektrální typ primární složky je K7. Sekundární složka má pak spektrální typ K6. Díky rozsáhlé hvězdné skvrně na primární složce je její poloměr větší, než by odpovídalo typu K7, a proto je její svítivost vyšší, než svítivost sekundární složky. Nejlepší shodu parametrů modelu s pozorováním uvádí tabulka 4.9.

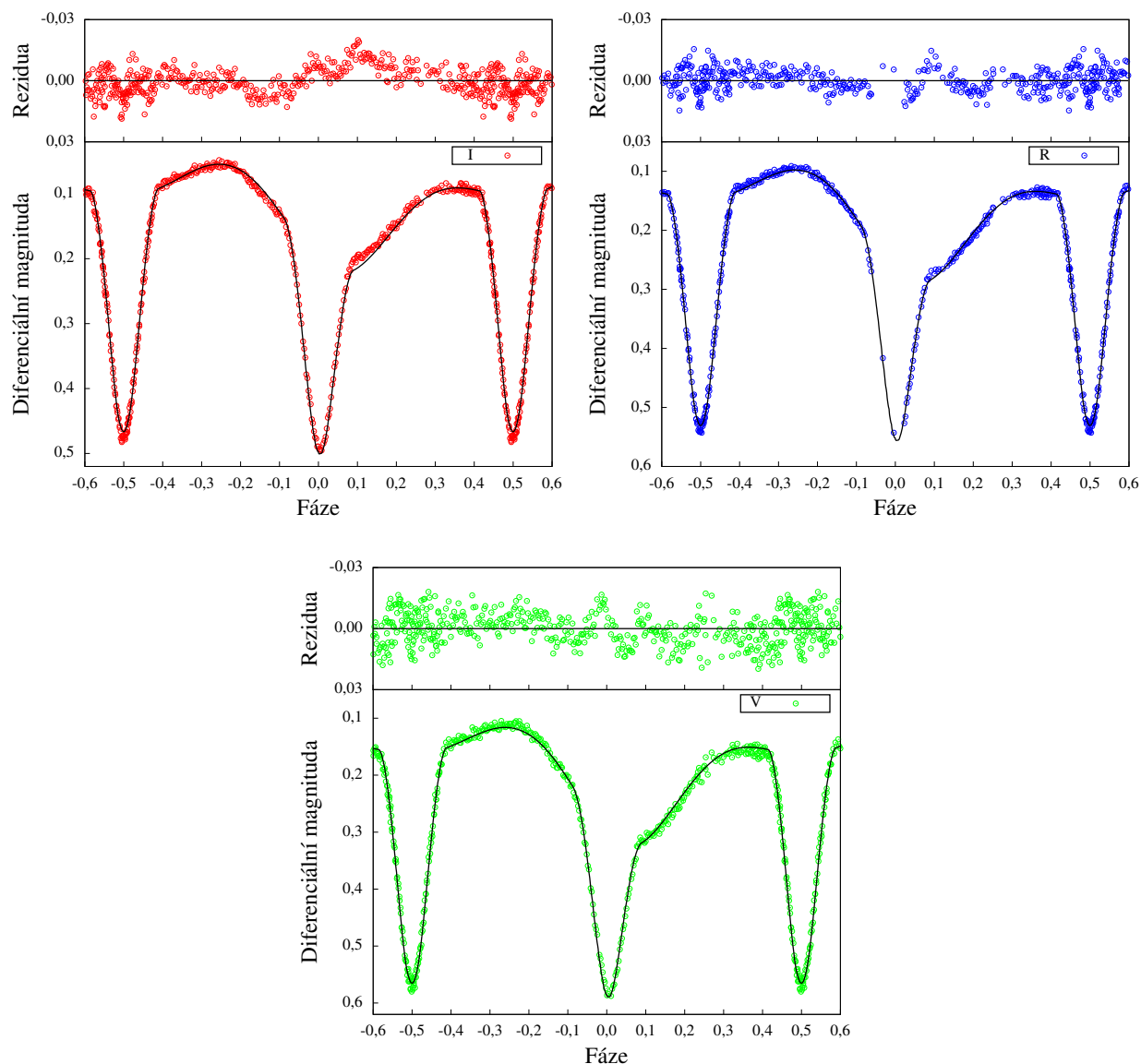
Tabulka 4.9: Parametry NSVS 3630887.

HJD_0	57 275,539 16	\pm 0,000 04	A_2	0,98	\pm 0,07
P_{orb} [d]	0,460 195	\pm 0,000 005	β_1	0,28	\pm 0,02
a [R_{\odot}]	2,65	\pm $^{+0,07}_{-0,06}$	β_2	0,83	\pm 0,07
q	0,84	\pm 0,05	L_1 (I) [%]	69,28	\pm 0,17
i [$^{\circ}$]	78,62	\pm 0,08	L_1 (R) [%]	66,98	\pm 0,19
F_1	0,54	\pm 0,09	L_1 (V) [%]	66,39	\pm 0,20
F_2	0,36	\pm 0,24	L_2 (I) [%]	30,51	\pm 0,28
T_1 [K]	4 050	\pm 100	L_2 (R) [%]	31,00	\pm 0,29
T_2 [K]	4 157	\pm 119	L_2 (V) [%]	31,42	\pm 0,30
Ω_1	3,806	\pm 0,016	L_3 (I) [%]	0,21	\pm 0,18
Ω_2	5,070	\pm 0,013	L_3 (R) [%]	2,02	\pm 0,39
A_1	0,06	\pm 0,04	L_3 (V) [%]	2,19	\pm 0,27
ϑ_{spot} [rad]	1,60	\pm 0,02	φ_{spot} [rad]	2,34	\pm 0,02
R_{spot} [rad]	0,58	\pm 0,03	T_{spot} [K]	2 633	\pm 122
M_1 [M_{\odot}]	0,64	\pm $^{+0,06}_{-0,06}$	M_2 [M_{\odot}]	0,54	\pm $^{+0,06}_{-0,06}$
R_1 [R_{\odot}]	0,90	\pm $^{+0,09}_{-0,09}$	R_2 [R_{\odot}]	0,56	\pm $^{+0,06}_{-0,06}$
$M_{\text{bol}1}$ [mag]	6,51	\pm 0,67	$M_{\text{bol}2}$ [mag]	7,44	\pm 0,35
$\log g_1$	4,33	\pm $^{+0,10}_{-0,10}$	$\log g_2$	4,67	\pm $^{+0,10}_{-0,10}$
f_1	-1,76	\pm 0,81	f_2	-6,2	\pm 2,3

Grafické zpracování pro jednotlivé filtry a zbylá rezidua jsou na obrázku 4.10. Světelná křivka se jeví v konstantních fázích velmi silně asymetrická. Tuto asymetrii způsobila rozsáhlá hvězdná skvrna na primární složce. I tento systém má podobnou hloubku obou

minim a velmi podobné teploty obou složek (viz tabulku 4.9).

Obrázek 4.10: Výsledky fitu systému NSVS 3630887.



4.10 NSVS 6127917

NSVS 6127917 je typický oddělený systém. Naše pozorování tohoto dvojhvězdného systému začalo 24. 9. 2015 a poslední pozorování proběhlo 19. 1. 2016. Podařilo se nám napozorovat jedno primární a jedno sekundární minimum. Světelná křivka není proměřená celá, protože jsme s jejím měřením začali poměrně pozdě a v posledních měsících před odevzdáním této práce hvězda zapadala začátkem noci a vycházela s rozbřeskem. I přesto

se nám podařilo zpřesnit periodu o jeden řád. Nejlepší srovnávací hvězdou ve snímaném poli byla 2MASS J22501858+3843502. Hloubka primárního minima je asi 0,53 magnitudy a sekundárního minima asi 0,49 magnitudy. Podobná hloubka minim může opět naznačovat podobnou teplotu obou hvězd.

Přestože není pokrytá celá fáze světelné křivky, je na kvadraturách patrná asymetrie. Tu se podařilo vystihnout skvrnou na primární složce. V systému nebylo detekováno třetí světlo. Spektrální typ se pravděpodobně pohybuje mezi typy K2 a K6. Pro zpracování byl určen typ K3, který oběma fotometrickým indexům vyhovoval nejlépe. Sekundární složka je pravděpodobně spektrálního typu K4. Nejlepší shodu parametrů modelu s pozorováním uvádí tabulka 4.10.

Tabulka 4.10: Parametry NSVS 6127917.

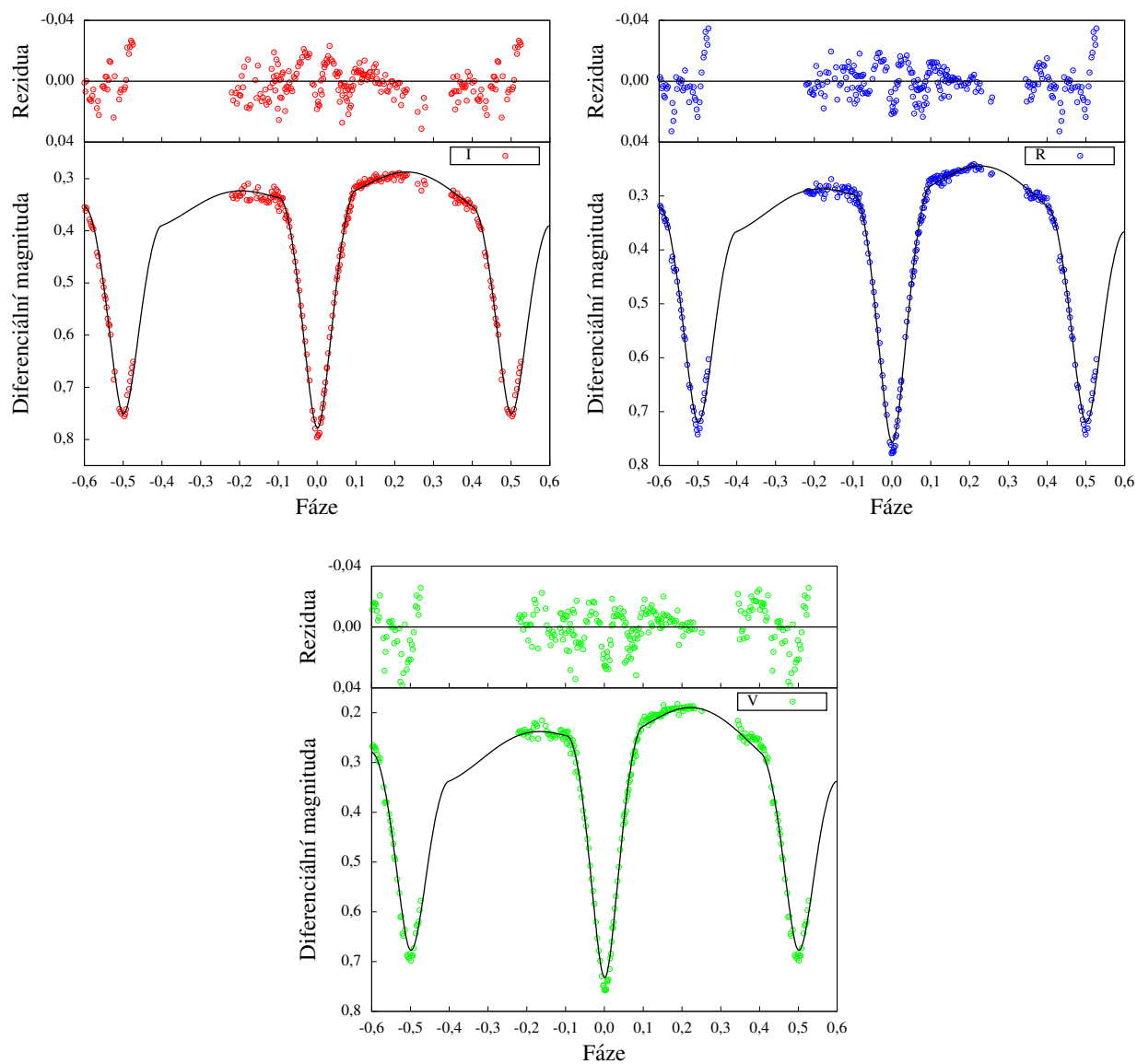
HJD_0	57 296,483 52	\pm 0,000 07	A_2	0,03	\pm 0,13
P_{orb} [d]	0,541 734	\pm 0,000 005	β_1	0,47	\pm 0,07
a [R_{\odot}]	3,19	\pm $^{+0,12}_{-0,11}$	β_2	0,19	\pm 0,04
q	0,93	\pm 0,05	L_1 (I) [%]	59,79	\pm 0,93
i [°]	79,07	\pm 0,10	L_1 (R) [%]	60,80	\pm 0,87
F_1	0,96	\pm 0,05	L_1 (V) [%]	62,40	\pm 0,98
F_2	1,08	\pm 0,06	L_2 (I) [%]	40,21	\pm 0,55
T_1 [K]	4 850	\pm 250	L_2 (R) [%]	39,20	\pm 0,61
T_2 [K]	4 630	\pm 212	L_2 (V) [%]	37,60	\pm 0,68
Ω_1	4,223	\pm 0,010	L_3 (I) [%]	0	\pm 0
Ω_2	4,432	\pm 0,019	L_3 (R) [%]	0	\pm 0
A_1	0,97	\pm 0,11	L_3 (V) [%]	0	\pm 0
ϑ_{spot} [rad]	0,64	\pm 0,12	φ_{spot} [rad]	2,07	\pm 0,31
R_{spot} [rad]	0,51	\pm 0,18	T_{spot} [K]	4 112	\pm 312
M_1 [M_{\odot}]	0,77	\pm $^{+0,12}_{-0,11}$	M_2 [M_{\odot}]	0,72	\pm $^{+0,11}_{-0,10}$
R_1 [R_{\odot}]	0,99	\pm $^{+0,11}_{-0,10}$	R_2 [R_{\odot}]	0,89	\pm $^{+0,09}_{-0,09}$
$M_{\text{bol}1}$ [mag]	5,52	\pm 0,54	$M_{\text{bol}2}$ [mag]	5,96	\pm 0,71
$\log g_1$	4,33	\pm $^{+0,11}_{-0,11}$	$\log g_2$	4,39	\pm $^{+0,12}_{-0,11}$
f_1	-1,24	\pm 0,21	f_2	-1,66	\pm 0,27

Grafické zpracování pro jednotlivé filtry a zbylá rezidua jsou na obrázku 4.11. V kvadraturách je patrná drobná asymetrie způsobená hvězdnou skvrnou. Světelnou křivku se bohužel nepodařilo pokrýt celou.

4.11 Další nalezené proměnné hvězdy

Na zkoumaných hvězdných polích byly kromě výše zmíněných podrobně zkoumaných systémů nalezeny i další proměnné dvojhvězdy. Souřadnice nalezených proměnných hvězd jsou uvedeny v tabulce 4.11.

Obrázek 4.11: Výsledky fitu systému NSVS 6127917.

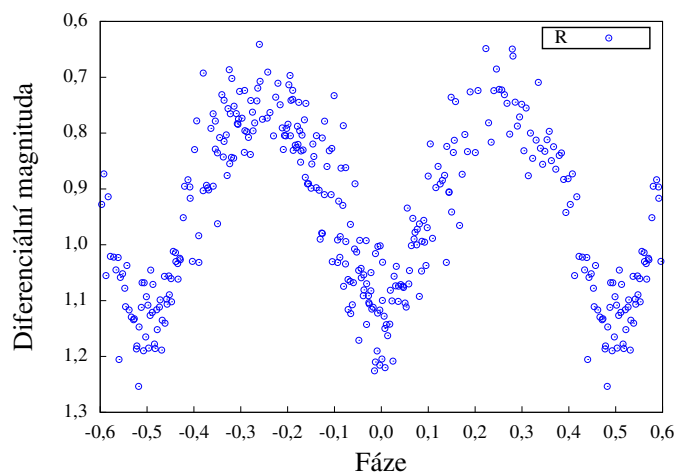


Tabulka 4.11: Polohy dalších nalezených proměnných hvězd.

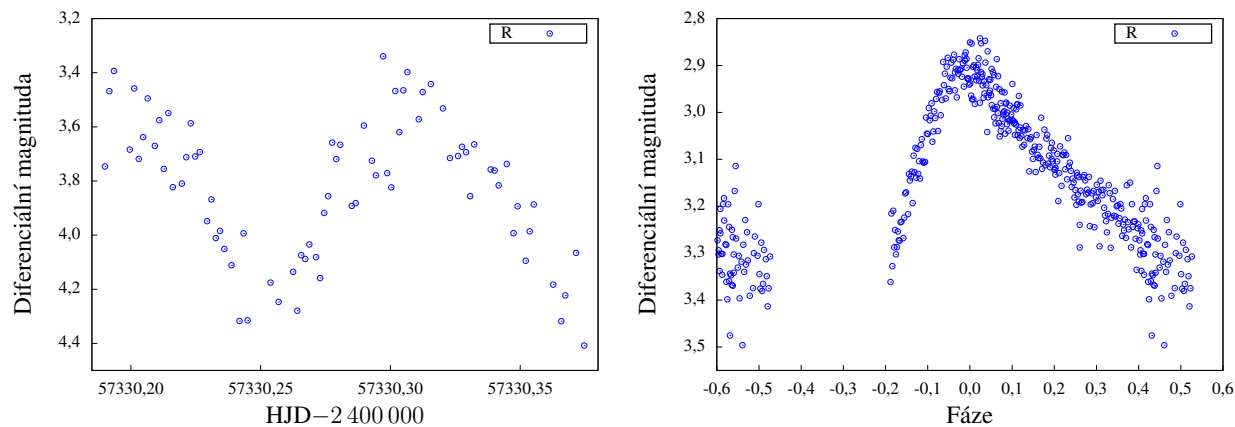
Rektascenze	Deklinace
01h 53m 58s	+71° 46' 21"
20h 21m 20s	+65° 39' 19"
20h 39m 33s	+58° 08' 59"
23h 55m 39s	+39° 14' 09"
23h 55m 58s	+39° 17' 10"

U první z uvedených hvězd se nám podařilo napozorovat celou světelnou křivku. Ta je vykreslena na obrázku 4.12. Podařilo se nám určit i přibližnou hodnotu periody změny jasnosti $P = 0,27658$ d. Další příklady nalezených proměnných hvězd si můžeme prohlédnout na obrázku 4.13. Pulzující hvězda SDSS J235538.88+391406.2. vpravo na tomto obrázku je hvězda typu RR Lyrae, o které napsali publikaci (Drake a kol., 2013). Pulzační perioda použitá pro zřazování světelné křivky je stejná, jaká byla uveřejněna ve výše zmíněném článku ($P = 0,5921508$ d).

Obrázek 4.12: Proměnná hvězda 2MASS J01535799+7146169.



Obrázek 4.13: Vlevo 2MASS J20212021+6539170, vpravo SDSS J235538.88+391406.2.



5. Diskuze

5.1 Hmotnosti a poloměry

Jedním z cílů práce je otestovat, zda je možné pozorovat rozpor mezi pozorovanými a teoreticky odvozenými poloměry hvězd při daných hmotnostech jen pomocí fotometrických pozorování. Pro tuto statistiku bylo v této práci užito pouze deset systémů, tedy dvacet hvězd, ale jistou představu můžeme získat již z tohoto omezeného souboru.

Na obrázku 5.1 jsou zobrazeny hmotnosti a poloměry námi pozorovaných hvězd a na obrázku 5.2 jsou spolu s nimi také nalezené dvojhvězdné systémy, u kterých byly hmotnosti i poloměry obou složek určeny jak pomocí fotometrických tak spektroskopických pozorování. Křivky v obrázku jsou teoreticky spočtené hodnoty poloměru při dané hmotnosti po pěti miliardách let pobytu hvězdy na hlavní posloupnosti pro tři různé hodnoty metalicity. Na první pohled je vidět, že pro hmotnosti menší, než asi $0,7 M_{\odot}$ zde výrazná závislost na metalicitě není. Odchylna poloh těžších hvězd od teoretických křivek je způsobena právě tím, že tyto tři teoretické křivky jsou spočteny pro určitou hodnotu metalicity a určité stáří hvězdy¹. Ve skutečnosti pro těžší hvězdy žádná odchylna od teoretické hodnoty není.

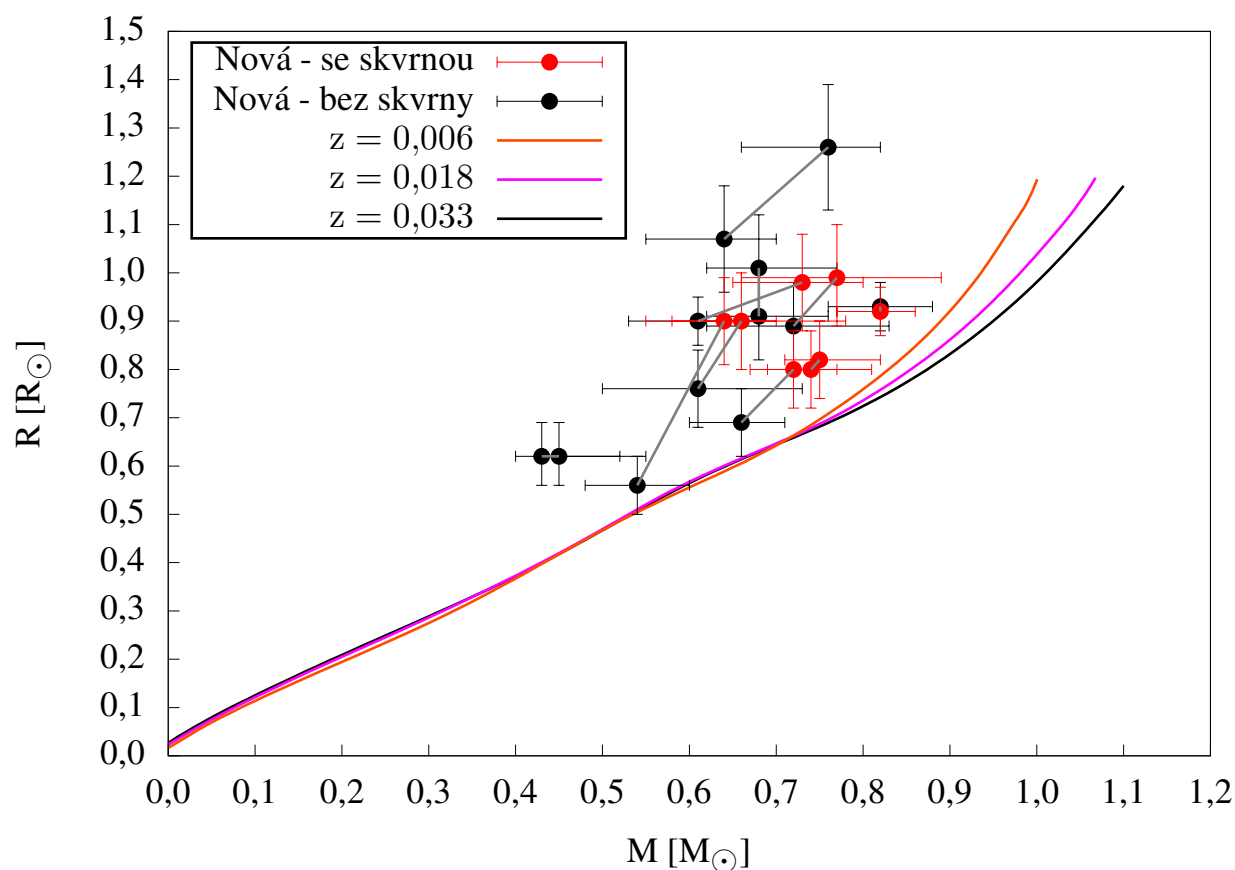
Pokud vezmeme v úvahu diskrepanci popsanou v sekci 1.6, měly by hvězdy být nad teoretickou křivkou. Vzhledem k tomu, že neznáme stáří hvězd, je teoretická křivka na obrázku 5.2 jen jakousi přibližnou hodnotou, ale díky pomalému vývoji málo hmotných hvězd je dobrou aproximací. Dále vezmeme v úvahu, že hvězdy s krátkou oběžnou periodou by rozdíl mezi pozorovaným a odvozeným poloměrem při dané hmotnosti měly mít vyšší, než hvězdy s dlouhou periodou². Tento rozdíl se pohybuje okolo 4 %, ale existují případy, kdy je rozdíl i více, než 10 % (viz Feiden a Chaboyer, 2012). Všechny naše systémy byly vybírány tak, aby měly krátkou periodu.

Protože k určení hmotností nemůžeme využít spektroskopická pozorování, je jejich určení z fotometrických indexů již na počátku zatíženo značnou chybou. Ta se u našich systémů pohybuje od jednotek procent až do 20 %. Na obrázku 5.2 se všechny námi pozorované hvězdy nachází nad teoretickou křivkou, jak bychom z možného vysvětlení jevu očekávali. Rozpor v poloměrech je navíc vysvětlován přítomností hvězdných skvrn, které se vyskytují (v rámci přesnosti pozorování) na osmi z dvaceti pozorovaných složek. U dvanácti by tedy žádný výrazný rozdíl od teoretické hodnoty být neměl. Šest našich systémů má vlastnost, že na jedné složce byla detekována skvrna a na druhé nikoli. U pěti z těchto šesti systémů se ukazuje, že poloměr složky, na které byla skvrna detekována, skutečně leží dále od teoretické hodnoty. Navíc u šestého systému je rozdíl v poloměrech velice malý. I přes značné chyby poloměrů a hmotností se zdá, že fotometrie by mohla být do budoucna vhodnou metodou pro studium tohoto jevu. S využitím mnoha velmi přesných fotometrických

¹Tyto dva efekty se navíc „sčítají“. Velmi staré hvězdy mají nižší hodnotu metalicity a zároveň jsou vyvinuté. Oba efekty mají za následek větší poloměr. Pro málo hmotné hvězdy závislost na metalicitě není a jejich vývoj je velmi pomalý. Proto tyto teoretické křivky mohou být dobrou aproximací pro různá stáří málo hmotných hvězd, které již dosáhly hlavní posloupnosti.

²Hranice 1,5 dne byla převzata z práce (Spada a kol., 2013).

Obrázek 5.1: Závislost poloměru na hmotnosti.

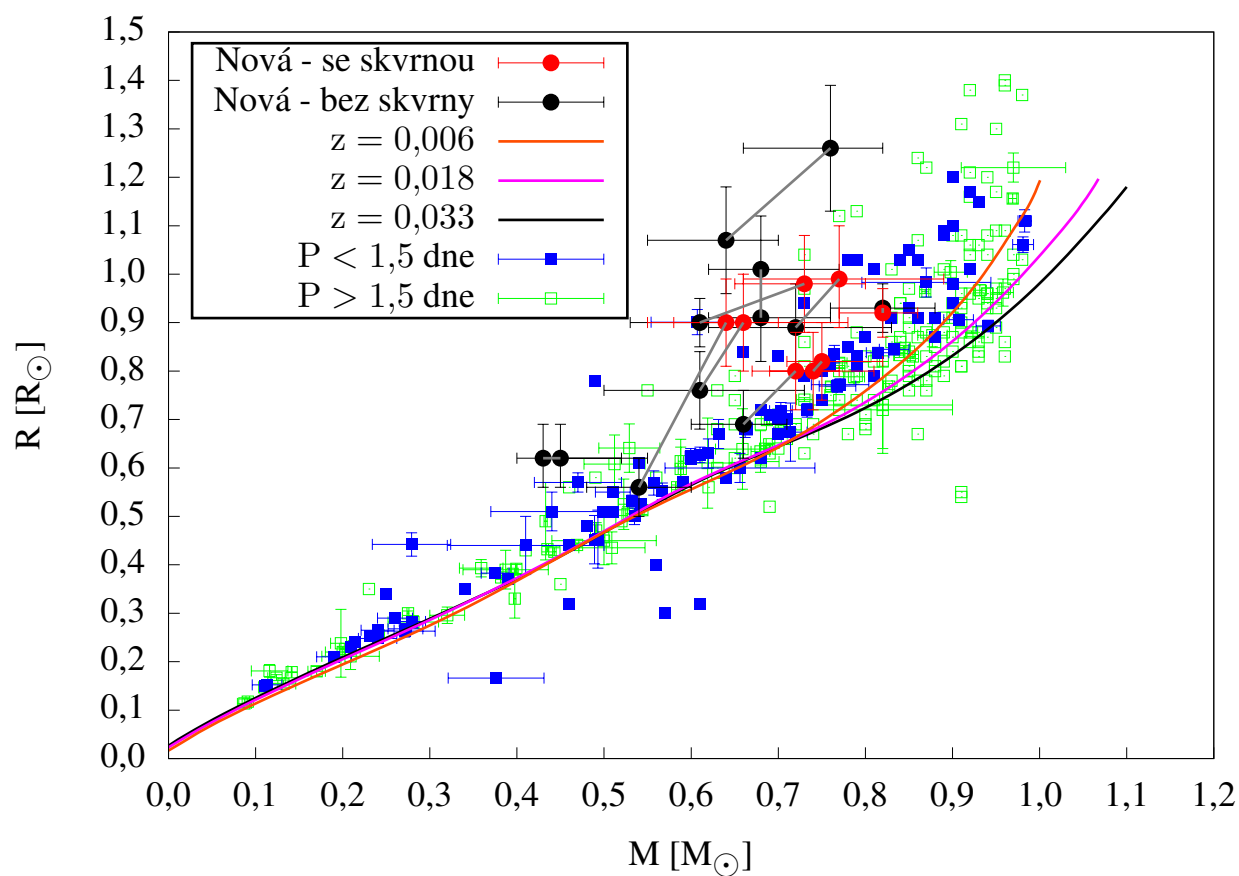


kých pozorování (například z družice Kepler nebo CoRoT) by tento jev měl být statisticky prokazatelný.

Dalším možným vysvětlením však může být fakt, že námi zkoumané hvězdy ještě nedosáhly hlavní posloupnosti. Takové hvězdy nejsou v hydrostatické rovnováze a jejich poloměr je větší, než když se tato rovnováha ustanoví. Na obrázku 5.3 jsou námi zkoumané hvězdy a izokřivky, pro různá stáří hvězd (modely byly převzaty z publikace Stassun a kol., 2014). Tímto způsobem můžeme pozorované poloměry vysvětlit pokud se potvrdí, že stáří hvězd je mezi 5 Myr a 100 Myr. Je nicméně velmi nepravděpodobné, že všechny tyto systémy by se nacházely v tomto stádiu vývoje.

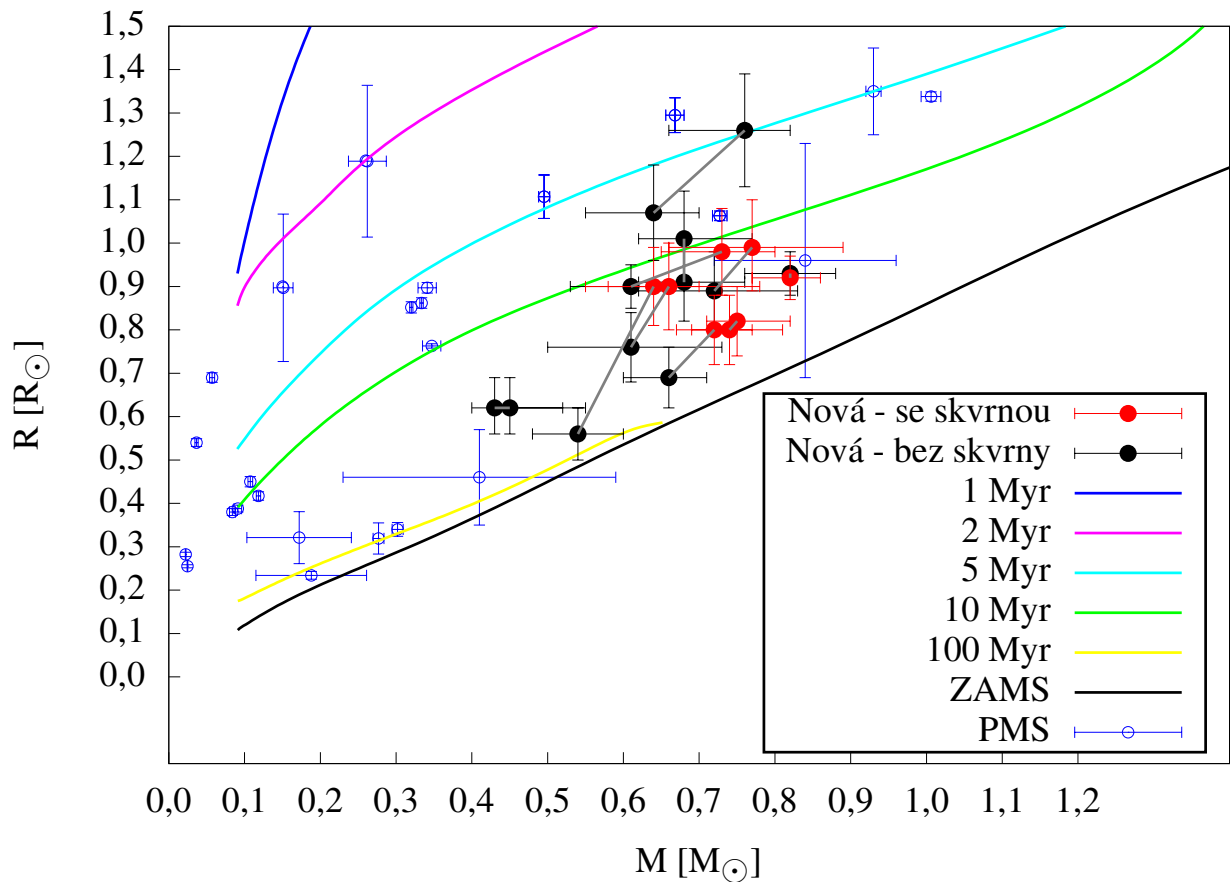
Můžeme si položit otázku, zda by byly chyby určení poloměrů a hmotností menší, pokud bychom měli k dispozici přesnější fotometrii, pokud bychom zkoumali hvězdy jiných spektrálních typů a podobně. Hlavní chyby pramenily z kalibrace fotometrickými indexy. Pomocí nich se odvozovala jak teplota primární složky, tak hmotnosti. Vzhledem k tomu, že poloměry hvězd se určují v jednotkách hlavní poloosy, a že hmotnosti se určují z třetího Keplerova zákona (tedy pomocí velikosti hlavní poloosy při pevné oběžné periodě), vznikají spolu s chybami hmotností i systematické chyby poloměrů hvězd. Proto se domníváme, že spíše než kvalitnější fotometrie by přesnosti mohla pomoci přesnější kalibrace, například po-

Obrázek 5.2: Závislost poloměru na hmotnosti.



mocí většího počtu fotometrických indexů nebo spektroskopických pozorování jednotlivých zkoumaných hvězd. V této práci jsme pro kalibraci hmotností zkusili dva různé přístupy, pomocí teploty hvězdy a pomocí dvou fotometrických indexů. Druhý zmíněný byl vybrán jako přesnější. Ten byl dále zpřesněn statistickým zpracováním.

Obrázek 5.3: Závislost poloměru na hmotnosti pro PMS hvězdy.



5.2 Poloha hvězd na H–R diagramu

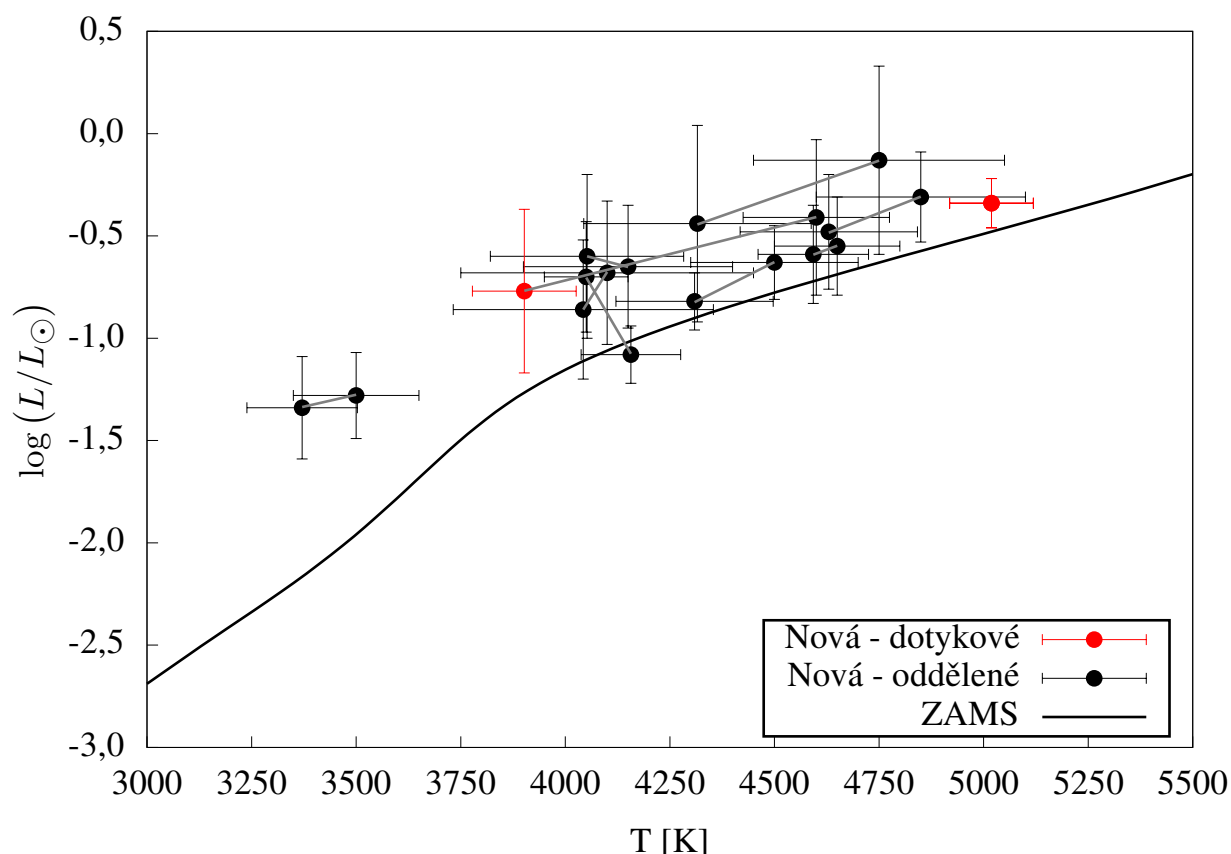
Jistou představu o stáří a vyvinutosti hvězdy nám může poskytnout H–R diagram. Na obrázku 5.4 je vynesena poloha námi pozorovaných hvězd v tomto diagramu. Černě naznačená linie odpovídá ZAMS³.

Podobně jako na obrázku 5.2 i na obrázku 5.4 mají body značnou chybu jak ve svítivostech, tak v teplotách. Chyby teplot a jasností byly podobně jako chyby hmotností určovány z fotometrických indexů. Z chyb jasností jsme poté metodou přenosu chyb odvodili chyby svítivosti. Svítivost závisí na druhé mocnině poloměru hvězdy a poloměry hvězd nám vyšly větší, než by měly být. Proto není divu, že polohy našich hvězd na H–R diagramu jsou vesměs nad černou linií. Toto jsme se snažili vysvětlit i závislostí polohy na H–R diagramu na metalicitě a stupni vývoje hvězdy⁴. Na obrázku 5.5 je vykreslena poloha námi pozorovaných hvězd na H–R diagramu, ZAMS a vývoj hvězdy o hmotnosti $0,6 M_{\odot}$ (typická hmotnost námi zkoumaných hvězd) pro různé metalicity. Protože se jedná o hvězdy s nízkou hmotností, mohou být velice staré. Jejich metalicita by tedy měla být nižší nebo

³Převzata z (Harmanec a Brož, 2011).

⁴Modely byly spočteny pomocí <http://www.astro.wisc.edu/~townsend/static.php?ref=ez-web>.

Obrázek 5.4: H–R diagram.



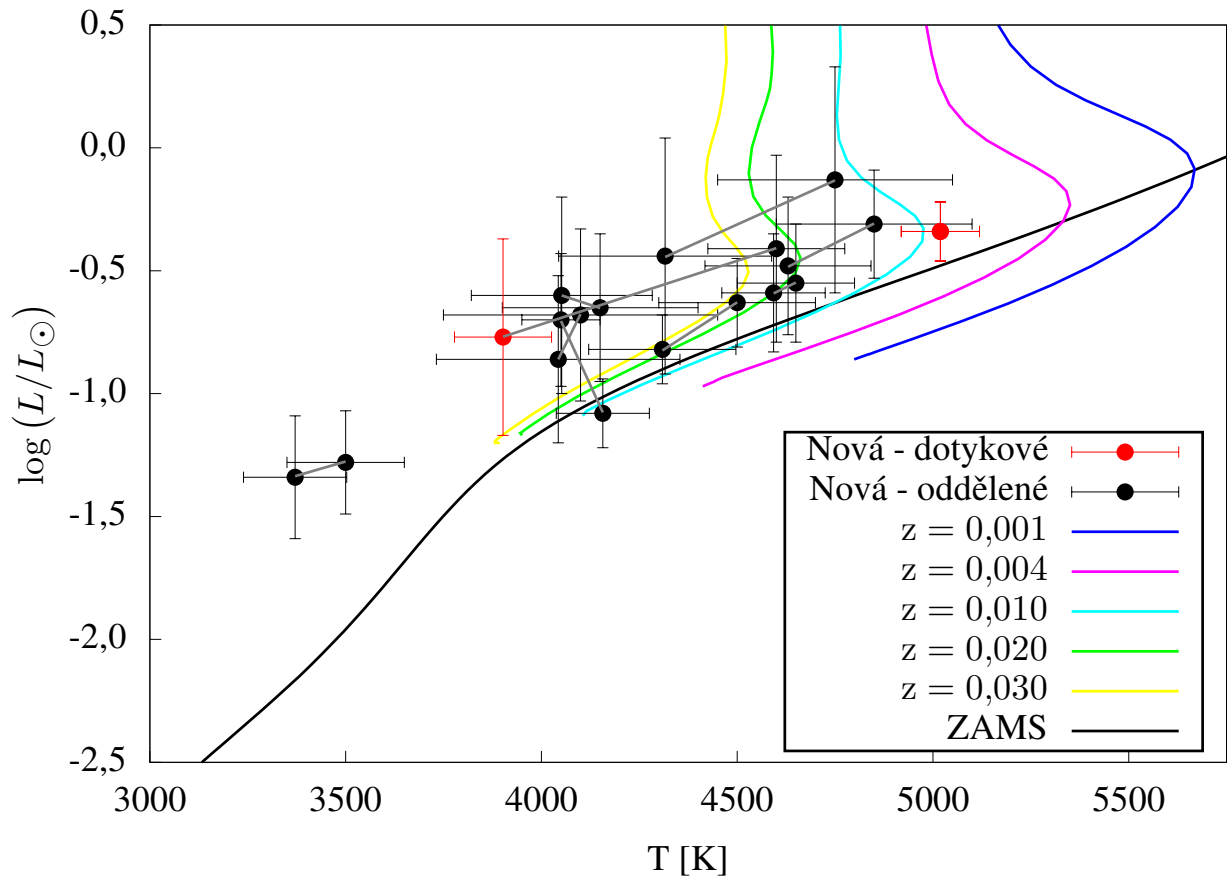
rovna metalicitě Slunce. Nižší metalicita však vyvolává přesně opačný efekt, než bychom potřebovali. Dále bylo ověřeno, že poloha hvězd na obrázku 5.2 opravdu na metalicitě nezávisí. Objasnit vyšší poloměry hvězd jejich vývojem (počítaným ale pomocí modelu, který nezapočítává magnetické pole) se také nepodařilo. Ukázalo se, že pro vysvětlení by hvězdy musely být mnohem starší, než je předpokládané stáří vesmíru.

Pokud vezmeme v úvahu, že námi zkoumané hvězdy jsou hvězdy pozdního spektrálního typu, měly by všechny být na hlavní posloupnosti. S tímto na paměti a v rámci chyb teplot a svítivosti můžeme říct, že vyšla poloha hvězd na H–R diagramu dle očekávání. Nicméně velikosti chyb jsou značné.

5.3 Statistická rozdělení

Ačkoli jsme pro tuto práci proměřili jen deset systémů, můžeme udělat alespoň omezené statistické zpracování. Byly zpracovány histogramy získaných parametrů systému. Rovnoměrné rozdělení vykazuje pouze hmotový poměr q a sklon dráhy i . Albedo, koeficient gravitačního ztemnění, teplota i velikost hlavní poloosy mají výrazně zvýšenou četnost okolo určité hodnoty. Jako příklad jsou na obrázku 5.6 ukázány histogramy albeda, koefi-

Obrázek 5.5: H–R diagram a závislost polohy na metalicitě.



cientu gravitačního ztemnění a teploty a na obrázku 5.7 histogramy hmotového poměru a sklonu dráhy.

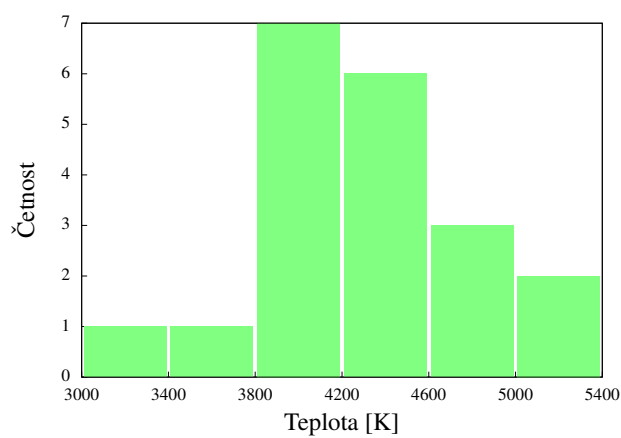
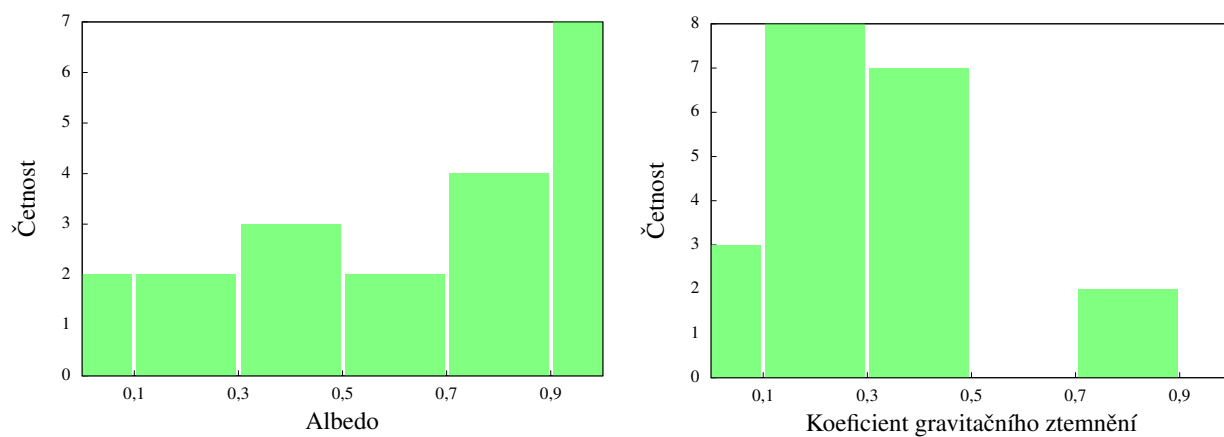
Fakt, že třetí světlo bylo detekováno pouze u tří systémů⁵ naznačuje, že vícenásobné systémy u málo hmotných hvězd jsou vzácné. To velmi dobře odpovídá výsledkům, které publikovali například (Whitworth a Lomax, 2015).

Nízký rozsah hmotových poměrů q , který vyplynul ze zpracování našich systémů souhlasí s výsledky (Duchêne a Kraus, 2013). Podobné hmotnosti hvězd na hlavní posloupnosti mohou implikovat podobné teploty obou složek a s tím související podobné hloubky minim na světelné křivce. Toto bylo pozorováno u všech námi proměřených hvězd.

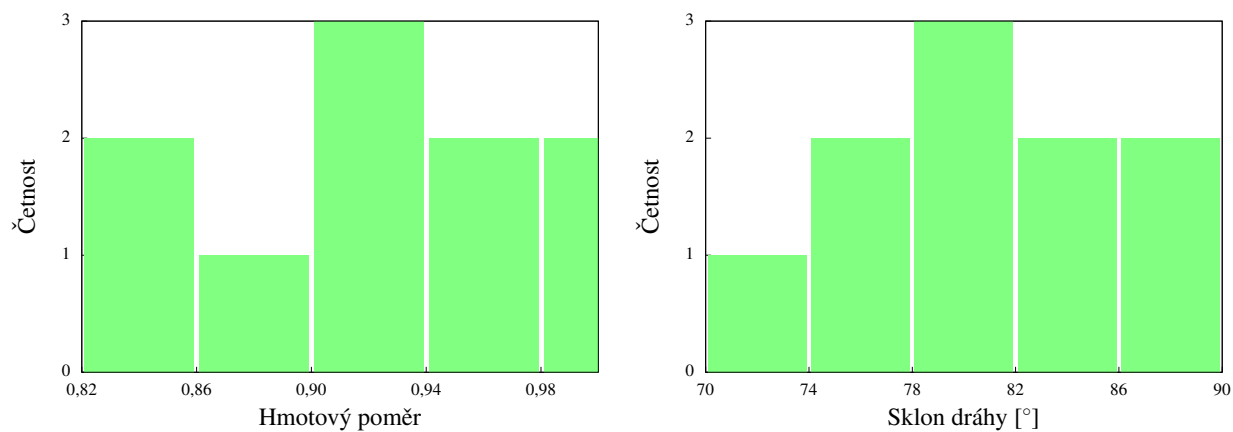
Mezi určitými dvojicemi veličin bychom měli nalézat závislosti. Takovými dvojicemi jsou například rychlost rotace hvězdy a gravitační ztemnění, oběžná a orbitální perioda, sklon dráhy a fill-out faktor nebo oběžná perioda a hlavní poloosa dráhy. Protože však gravitační ztemnění i rychlost rotace neovlivňují tvar světelné křivky výrazným způsobem a fill-out faktor závisí na rychlosti rotace, nebyly tyto závislosti v našich datech pozorovány. Dobře

⁵Z toho u dvou z nich se velmi pravděpodobně jedná o hvězdu, která do systému nepatří a u třetího systému je hodnota třetího světla tak malá, že může jít o falešnou detekci.

Obrázek 5.6: Příklady histogramů.



Obrázek 5.7: Příklady histogramů.



pozorovatelná je pouze závislost velikosti hlavní poloosy na periodě, tedy třetí Keplerův zákon.

5.4 Chyby pozorování a výsledků

První chyby vznikaly při samotném pozorování. Data ve filtru V byla zatížena většími chybami, než data v ostatních filtrech. Další nepřesnosti při pozorování samozřejmě vznikají díky atmosférickým podmínkám, ať už se jedná o vysokou vlhkost vzduchu nebo oblačné počasí.

Tyto chyby byly dále uvažovány při vytváření modelu dvojhvězdy. Nepřesnosti většiny veličin modelu, které jsou uvedeny v tabulkách v kapitole 4 odpovídají chybám matematického modelu PHOEBE, nikoli reálným chybám fyzikálních veličin a je proto nutné k nim takto nahlížet. Z tohoto důvodu jsou například chyby relativních svítivostí fantasticky malé. Na druhou stranu veličiny jako sklon dráhy nebo povrchové gravitační potenciály se dají z šířky a hloubky minim určit poměrně přesně.

Naopak veličiny důležité pro další zpracování jako jsou hmotnosti, poloměry, teploty nebo jasnosti nemají chyby určené matematickým modelem, ale pomocí fotometrických indexů. To má za následek větší realističnost těchto chyb. Chyby veličin odvozených z těchto čtyř veličin jako například logaritmus gravitačního zrychlení, velikost hlavní poloosy nebo svítivostí byly spočteny metodou přenosu chyb.

Závěr

Tato práce si kládla za cíl otestovat, zda je možné pouze za pomoci fotometrických pozorování zákrytových dvojhvězd usuzovat na rozpor mezi pozorovanými a teoreticky odvozenými poloměry hvězd při daných hmotnostech.

Pozorování probíhala na dalekohledu s průměrem 65 cm, který je umístěný na Astronomickém ústavu Akademie věd ČR v Ondřejově. Na proměření zkoumaných hvězd se kromě autora podíleli Petr Zásche, Marek Wolf, Hana Kučáková, Kateřina Hoňková a Jan Vraštil, za což jim ještě jednou děkuji.

Z časových důvodů bylo pro zkoumání vybráno deset dvojhvězdných systémů s krátkou oběžnou periodou. Vybrány byly z článku (Hoffman a kol., 2008). Tabulky s nejlepším modelem pro dané dvojhvězdy a grafické výstupy jsou shrnuty v kapitole 4.

Hmotnosti a poloměry jsou zobrazeny na obrázku 5.1. Nami pozorované hvězdy leží na tomto grafu nad teoretickou křivkou, což podporuje vysvětlení podané v kapitole 1.6. Byl pozorován rozdíl mezi poloměrem hvězd, které pokrývají, a které nepokrývají hvězdné skvrny. Avšak chyby určení hmotností dosahují až 19%. Lepší přesnosti bychom mohli dosáhnout použitím lepší kalibrace. Dalším vysvětlením může být velmi nízké stáří hvězd (mezi 5 Myr a 100 Myr). Na druhou stranu poloha hvězd na H–R diagramu v rámci chyby souhlasí s polohou hlavní posloupnosti, jak ukazuje obrázek 5.4.

Na hvězdných polích bylo dále nalezeno 5 proměnných dvojhvězd. Jejich polohy jsou uvedeny v tabulce 4.11.

Literatura

- Bass, G., Orosz, J. A., Welsh, W. F., Windmiller, G., Ames Gregg, T., Fetherolf, T., Wade, R. A., a Quinn, S. N. (2012). Kepler Studies of Low-mass Eclipsing Binaries. I. Parameters of the Long-period Binary KIC 6131659. *The Astrophysical Journal*, 761:157.
- Bayless, A. J. a Orosz, J. A. (2006). 2MASS J05162881+2607387: A New Low-mass Double-lined Eclipsing Binary. *The Astrophysical Journal*, 651:1155–1165.
- Blake, C. H., Torres, G., Bloom, J. S., a Gaudi, B. S. (2008). A New Low-Mass Eclipsing Binary from SDSS-II. *The Astrophysical Journal*, 684:635–643.
- Bouchy, F., Pont, F., Melo, C., Santos, N. C., Mayor, M., Queloz, D., a Udry, S. (2005). Doppler follow-up of OGLE transiting companions in the Galactic bulge. *Astronomy and Astrophysics*, 431:1105–1121.
- Carter, J. A., Fabrycky, D. C., Ragozzine, D., Holman, M. J., Quinn, S. N., Latham, D. W., Buchhave, L. A., Van Cleve, J., Cochran, W. D., Cote, M. T., Endl, M., Ford, E. B., Haas, M. R., Jenkins, J. M., Koch, D. G., Li, J., Lissauer, J. J., MacQueen, P. J., Middour, C. K., Orosz, J. A., Rowe, J. F., Steffen, J. H., a Welsh, W. F. (2011). KOI-126: A Triply Eclipsing Hierarchical Triple with Two Low-Mass Stars. *Science*, 331:562–.
- Chabrier, G., Gallardo, J., a Baraffe, I. (2007). Evolution of low-mass star and brown dwarf eclipsing binaries. *Astronomy and Astrophysics*, 472:L17–L20.
- Coughlin, J. L., López-Morales, M., Harrison, T. E., Ule, N., a Hoffman, D. I. (2011). Low-mass eclipsing binaries in the initial kepler data release. *The Astronomical Journal*, 141(3):78.
- Creevey, O. L., Benedict, G. F., Brown, T. M., Alonso, R., Cargile, P., Mandushev, G., Charbonneau, D., McArthur, B. E., Cochran, W., O’Donovan, F. T., Jiménez-Reyes, S. J., Belmonte, J. A., a Kolinski, D. (2005). A New Detached M Dwarf Eclipsing Binary. *The Astrophysical Journal*, 625:L127–L130.
- Cutri, R. M., Skrutskie, M. F., van Dyk, S., Beichman, C. A., Carpenter, J. M., Chester, T., Cambresy, L., Evans, T., Fowler, J., Gizis, J., Howard, E., Huchra, J., Jarrett, T., Kopan, E. L., Kirkpatrick, J. D., Light, R. M., Marsh, K. A., McCallon, H., Schneider, S., Stiening, R., Sykes, M., Weinberg, M., Wheaton, W. A., Wheelock, S., a Zacarias, N. (2003). VizieR Online Data Catalog: 2MASS All-Sky Catalog of Point Sources (Cutri+ 2003). *VizieR Online Data Catalog*, 2246:0.
- Doyle, L. R., Carter, J. A., Fabrycky, D. C., Slawson, R. W., Howell, S. B., Winn, J. N., Orosz, J. A., Prša, A., Welsh, W. F., Quinn, S. N., Latham, D., Torres, G., Buchhave,

- L. A., Marcy, G. W., Fortney, J. J., Shporer, A., Ford, E. B., Lissauer, J. J., Ragozzine, D., Rucker, M., Batalha, N., Jenkins, J. M., Borucki, W. J., Koch, D., Middour, C. K., Hall, J. R., McCauliff, S., Fanelli, M. N., Quintana, E. V., Holman, M. J., Caldwell, D. A., Still, M., Stefanik, R. P., Brown, W. R., Esquerdo, G. A., Tang, S., Furesz, G., Geary, J. C., Berlind, P., Calkins, M. L., Short, D. R., Steffen, J. H., Sasselov, D., Dunham, E. W., Cochran, W. D., Boss, A., Haas, M. R., Buzasi, D., a Fischer, D. (2011). Kepler-16: A Transiting Circumbinary Planet. *Science*, 333:1602–.
- Drake, A. J., Catelan, M., Djorgovski, S. G., Torrealba, G., Graham, M. J., Belokurov, V., Koposov, S. E., Mahabal, A., Prieto, J. L., Donalek, C., Williams, R., Larson, S., Christensen, E., a Beshore, E. (2013). Probing the Outer Galactic Halo with RR Lyrae from the Catalina Surveys. *The Astrophysical Journal*, 763:32.
- Duchêne, G. a Kraus, A. (2013). Stellar Multiplicity. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 51:269–310.
- Eker, Z., Soyduğan, F., Soyduğan, E., Bilir, S., Yaz Gökçe, E., Steer, I., Tüysüz, M., Şenyüz, T., a Demircan, O. (2015). Main-Sequence Effective Temperatures from a Revised Mass-Luminosity Relation Based on Accurate Properties. *The Astronomical Journal*, 149:131.
- Feiden, G. A. a Chaboyer, B. (2012). Reevaluating the Mass-Radius Relation for Low-mass, Main-sequence Stars. *The Astrophysical Journal*, 757:42.
- For, B.-Q., Green, E. M., Fontaine, G., Drechsel, H., Shaw, J. S., Dittmann, J. A., Fay, A. G., Francoeur, M., Laird, J., Moriyama, E., Morris, M., Rodríguez-López, C., Sierchio, J. M., Story, S. M., Strom, A., Wang, C., Adams, S. M., Bolin, D. E., Eskew, M., a Chayer, P. (2010). Modeling the System Parameters of 2M 1533+3759: A New Longer Period Low-Mass Eclipsing sdB+dM Binary. *The Astrophysical Journal*, 708:253–267.
- Graczyk, D. (2003). Light-curve solutions for bright detached eclipsing binaries in the Small Magellanic Cloud: absolute dimensions and distance indicators. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 342:1334–1348.
- Harmanec, P. a Brož, M. (2011). *Stavba a vývoj hvězd*. Matfyzpress.
- Harmanec, P. a Mayer, P. (2015). *Dvojhvězdy*.
- Hoffman, D. I., Harrison, T. E., Coughlin, J. L., McNamara, B. J., Holtzman, J. A., Taylor, G. E., a Vestrand, W. T. (2008). New β Lyrae and Algol Candidates from the Northern Sky Variability Survey. *The Astronomical Journal*, 136:1067–1078.
- Irwin, J., Charbonneau, D., Berta, Z. K., Quinn, S. N., Latham, D. W., Torres, G., Blake, C. H., Burke, C. J., Esquerdo, G. A., Fűrész, G., Mink, D. J., Nutzman, P., Szentgyorgyi, A. H., Calkins, M. L., Falco, E. E., Bloom, J. S., a Starr, D. L. (2009). GJ 3236: A New Bright, Very Low Mass Eclipsing Binary System Discovered by the MEARTH Observatory. *The Astrophysical Journal*, 701:1436–1449.

- Irwin, J. M., Quinn, S. N., Berta, Z. K., Latham, D. W., Torres, G., Burke, C. J., Charbonneau, D., Dittmann, J., Esquerdo, G. A., Stefanik, R. P., Oksanen, A., Buchhave, L. A., Nutzman, P., Berlind, P., Calkins, M. L., a Falco, E. E. (2011). LSPM J1112+7626: Detection of a 41 Day M-dwarf Eclipsing Binary from the MEarth Transit Survey. *The Astrophysical Journal*, 742:123.
- Kallrath, J. a Milone, E. F., editori (1999). *Eclipsing binary stars : modeling and analysis*.
- Kopal, Z. (1955). The classification of close binary systems. *Annales d'Astrophysique*, 18:379.
- Kraus, A. L., Tucker, R. A., Thompson, M. I., Craine, E. R., a Hillenbrand, L. A. (2011). The Mass-Radius(-Rotation?) Relation for Low-mass Stars. *The Astrophysical Journal*, 728:48.
- Kreiner, J. M. (2004). Up-to-Date Linear Elements of Eclipsing Binaries. *Acta Astronomica*, 54:207–210.
- Künstler, A., Carroll, T. A., a Strassmeier, K. G. (2015). Spot evolution on the red giant star XX Triangulum. A starspot-decay analysis based on time-series Doppler imaging. *Astronomy and Astrophysics*, 578:A101.
- Lacy, C. H. S., Torres, G., Claret, A., a Vaz, L. P. R. (2005). Absolute Properties of the Eclipsing Binary Star RW Lacertae. *The Astronomical Journal*, 130:2838–2846.
- López-Morales, M., Orosz, J. A., Shaw, J. S., Havelka, L., Arevalo, M. J., McIntyre, T., a Lazaro, C. (2006). NSVS01031772: A New 0.50+0.54 Msun Detached Eclipsing Binary. *ArXiv Astrophysics e-prints*.
- López-Morales, M. a Ribas, I. (2005). GU Bootis: A New 0.6 M_{solar} Detached Eclipsing Binary. *The Astrophysical Journal*, 631:1120–1133.
- López-Morales, M. a Shaw, J. S. (2007). Testing Low-Mass Stellar Models: Three New Detached Eclipsing Binaries below $0.75M_{\text{sun}}$. In Kang, Y. W., Lee, H.-W., Leung, K.-C., a Cheng, K.-S., editori, *The Seventh Pacific Rim Conference on Stellar Astrophysics*, volume 362 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 26.
- Lucy, L. B. (1967). Gravity-Darkening for Stars with Convective Envelopes. *Zeitschrift für Astrophysik*, 65:89.
- Maceroni, C. a Montalbán, J. (2004). The shortest period M dwarf eclipsing system BW3 V38. II. Determination of absolute elements. *Astronomy and Astrophysics*, 426:577–585.
- Mandrini, C. H., Démoulin, P., a Klimchuk, J. A. (2000). Magnetic Field and Plasma Scaling Laws: Their Implications for Coronal Heating Models. *The Astrophysical Journal*, 530:999–1015.

- Morales, J. C., Ribas, I., Jordi, C., Torres, G., Gallardo, J., Guinan, E. F., Charbonneau, D., Wolf, M., Latham, D. W., Anglada-Escudé, G., Bradstreet, D. H., Everett, M. E., O'Donovan, F. T., Mandushev, G., a Mathieu, R. D. (2009a). Absolute Properties of the Low-Mass Eclipsing Binary CM Draconis. *The Astrophysical Journal*, 691:1400–1411.
- Morales, J. C., Torres, G., Marschall, L. A., a Brehm, W. (2009b). Absolute Dimensions of the G7+K7 Eclipsing Binary Star IM Virginis: Discrepancies with Stellar Evolution Models. *The Astrophysical Journal*, 707:671–685.
- Morgan, W. W., Keenan, P. C., a Kellman, E. (1943). *An atlas of stellar spectra, with an outline of spectral classification*.
- Nelder, J. A. a Mead, R. (1965). A simplex method for function minimization. *The computer journal*, 7(4):308–313.
- Ofir, A., Gandolfi, D., Buchhave, L., Lacy, C. H. S., Hatzes, A. P., a Fridlund, M. (2012). KIC 1571511B: a benchmark low-mass star in an eclipsing binary system in the Kepler field. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters*, 423:L1–L5.
- Parsons, S. G., Marsh, T. R., Copperwheat, C. M., Dhillon, V. S., Littlefair, S. P., Gänsicke, B. T., a Hickman, R. (2010). Precise mass and radius values for the white dwarf and low mass M dwarf in the pre-cataclysmic binary NN Serpentis. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 402:2591–2608.
- Pecaut, M. J. a Mamajek, E. E. (2013). Intrinsic Colors, Temperatures, and Bolometric Corrections of Pre-main-sequence Stars. *The Astrophysical Journal Supplement*, 208:9.
- Pont, F., Bouchy, F., Melo, C., Santos, N. C., Mayor, M., Queloz, D., a Udry, S. (2005). Doppler follow-up of OGLE planetary transit candidates in Carina. *Astronomy and Astrophysics*, 438:1123–1140.
- Popper, D. M. (1994). Orbits of detached main-sequence eclipsing binaries of types late F to K, 1: RT Andromedae and CG Cygni. *The Astronomical Journal*, 108:1091–1100.
- Popper, D. M. (1997). Orbits of detached main-sequence eclipsing binaries of types late F to K. II. UV leonis, UV piscium, and BH virginis. *The Astronomical Journal*, 114:1195.
- Popper, D. M., Lacy, C. H., Frueh, M. L., a Turner, A. E. (1986). Properties of main-sequence eclipsing binaries - Into the G stars with HS Aurigae, FL Lyrae, and EW Orionis. *The Astronomical Journal*, 91:383–404.
- Prša, A. a Zwitter, T. (2005). A Computational Guide to Physics of Eclipsing Binaries. I. Demonstrations and Perspectives. *The Astrophysical Journal*, 628:426–438.

- Rafert, J. B. a Twigg, L. W. (1980). Observational determination of the gravity darkening exponent and bolometric albedo for close binary star systems. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 193:79–86.
- Ribas, I. (2003). The 0.4- M_{sun} eclipsing binary CU Cancri. Absolute dimensions, comparison with evolutionary models and possible evidence for a circumstellar dust disk. *Astronomy and Astrophysics*, 398:239–251.
- Rozyczka, M., Kaluzny, J., Pietrukowicz, P., Pych, W., Mazur, B., Catelan, M., a Thompson, I. B. (2009). A New Lower Main Sequence Eclipsing Binary with Detached Components. *Acta Astronomica*, 59:385–401.
- Rozyczka, M., Pietrukowicz, P., Kaluzny, J., Pych, W., Angeloni, R., a Dékány, I. (2013). Absolute parameters of AE For - a highly active detached binary of late K type. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 429:1840–1846.
- Schwarz, G. a kol. (1978). Estimating the dimension of a model. *The annals of statistics*, 6(2):461–464.
- Spada, F., Demarque, P., Kim, Y.-C., a Sills, A. (2013). The Radius Discrepancy in Low-mass Stars: Single versus Binaries. *The Astrophysical Journal*, 776:87.
- Stassun, K. G., Feiden, G. A., a Torres, G. (2014). Empirical tests of pre-main-sequence stellar evolution models with eclipsing binaries. *New Astronomy Reviews*, 60:1–28.
- Torres, G., Andersen, J., a Giménez, A. (2010). Accurate masses and radii of normal stars: modern results and applications. *The Astronomy and Astrophysics Review*, 18:67–126.
- Torres, G., Lacy, C. H., Marschall, L. A., Sheets, H. A., a Mader, J. A. (2006). The Eclipsing Binary V1061 Cygni: Confronting Stellar Evolution Models for Active and Inactive Solar-Type Stars. *The Astrophysical Journal*, 640:1018–1038.
- Torres, G. a Ribas, I. (2002). Absolute Dimensions of the M-Type Eclipsing Binary YY Geminorum (Castor C): A Challenge to Evolutionary Models in the Lower Main Sequence. *The Astrophysical Journal*, 567:1140–1165.
- van Hamme, W. (1993). New limb-darkening coefficients for modeling binary star light curves. *The Astronomical Journal*, 106:2096–2117.
- von Zeipel, H. (1924). The radiative equilibrium of a rotating system of gaseous masses. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 84:665–683.
- Whitworth, A. P. a Lomax, O. (2015). Are the majority of Sun-like stars single? *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 448:1761–1766.
- Wilson, R. E. a Devinney, E. J. (1971). Realization of Accurate Close-Binary Light Curves: Application to MR Cygni. *The Astrophysical Journal*, 166:605.

- Young, T. B., Hidas, M. G., Webb, J. K., Ashley, M. C. B., Christiansen, J. L., Derekas, A., a Nutto, C. (2006). A new detached K7 dwarf eclipsing binary system. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 370:1529–1533.
- Zhou, G., Bayliss, D., Hartman, J. D., Bakos, G. Á., Penev, K., Csubry, Z., Tan, T. G., Jordán, A., Mancini, L., Rabus, M., Brahm, R., Espinoza, N., Mohler-Fischer, M., Ciceri, S., Suc, V., Csák, B., Henning, T., a Schmidt, B. (2014). The mass-radius relationship for very low mass stars: four new discoveries from the HATSouth Survey. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 437:2831–2844.

Seznam tabulek

1.1	Hmotnosti, poloměry a oběžné periody málo hmotných složek dvojhvězd. . .	16
2.1	Shrnutí pozorování jednotlivých systémů.	19
2.2	Souřadnice a přibližný spektrální typ.	20
4.1	Parametry NSVS 363024.	27
4.2	Parametry NSVS 401928.	29
4.3	Parametry V345 Cam.	31
4.4	Parametry V0514 Dra.	33
4.5	Parametry NSVS 2285307.	35
4.6	Parametry NSVS 2517147.	37
4.7	Parametry NSVS 3151384.	39
4.8	Parametry NSVS 3243815.	41
4.9	Parametry NSVS 3630887.	43
4.10	Parametry NSVS 6127917.	45
4.11	Polohy dalších nalezených proměnných hvězd.	46