

Název práce: Výjimečné množiny v matematické analýze

Autor: Martin Rmoutil

Katedra: Katedra Matematické Analýzy

Vedoucí disertační práce:

Doc. RNDr. Ondřej Kalenda, Ph.D., DSc., Katedra matematické analýzy

Abstrakt: Tato práce sestává ze čtyř odborných článků. V prvním článku studujeme pojem σ -zdola pórovitých množin; hlavním výsledkem je konstrukce uzavřených množin $A, B \subset \mathbb{R}$, které nejsou σ -zdola pórovité a jejichž součin v \mathbb{R}^2 je zdola pórovitý. Ve druhém a třetím článku používáme množinově-teoretickou metodu založenou na Löwenheim-Skolemově větě (tzv. metodu elementárních submodelů) k důkazu separabilní determinovanosti jistých σ -ideálů množin v Banachových prostorech. Činíme tak nejprve pro pojmy σ -pórovitosti a σ -zdola pórovitosti (v článku druhém) a zjemněním použitých metod pak ve třetím článku dostaneme separabilní determinovanost dalších vlastností. V obou případech dostáváme zajímavé důsledky v podobě rozšíření vět známých pro separabilní prostory do kontextu neseparabilního; například: Libovolná spojitá konvexní funkce na Asplundově prostoru je fréchetovsky diferencovatelná ve všech bodech mimo kuželově malou (cone small) množinu. Čtvrtý článek zavádí následující pojem. Řekneme, že uzavřená množina $A \subset \mathbb{R}^d$ je c -odstranitelná, jestliže platí: Reálná funkce f je konvexní na \mathbb{R}^d , kdykoliv je spojitá na \mathbb{R}^d a lokálně konvexní na $\mathbb{R}^d \setminus A$. Podáváme nové postačující podmínky pro c -odstranitelnost společně s důkazem, že tyto jsou silnější než postačující podmínky známé dříve.

Klíčová slova: σ -pórovitá množina, elementární submodel, Banachův prostor, c -odstranitelná množina, konvexní funkce.