

POSUDEK OPONENTA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Název: Charakterizace konvexních množin

Autor: Jiří Lžičar

Shrnutí obsahu práce

Práce pojednává o teorii konvexních množin a okrajově také o teorii konvexních funkcí. Po úvodní kapitole následují základní definice a vlastnosti. Ve třetí kapitole jsou rozebrány pokročilejší topologické vlastnosti konvexních množin a příslušná tvrzení. Čtvrtá kapitola pak pojednává o oddělitelnosti konvexních množin a charakterizaci pomocí poloprostorů. V závěru jsou uvedeny další možné směry rozšíření a zároveň i neformální popis obsahu práce.

Celkové hodnocení práce

Téma práce. Téma práce hodnotím jako náročné a zajímavé pro obor optimalizace. Práce se zabývá základy konvexity množin a funkcí a dále je rozšiřuje v pokročilejší tvrzení, která umožňují charakterizovat konvexní množiny. Zabývá se také operacemi mezi konvexními množinami a jejich oddělitelností, přičemž se vesměs jedná o důležité nástroje matematické optimalizace.

Vlastní příspěvek. Hlavním přínosem práce je prezentace výsledků, které souvisí s konvexitou, v ucelené a navazující formě. Pozitivně lze hodnotit i vlastní formulace tvrzení a provedení důkazů, i když se zde autor dopustil několika chyb nebo nepřesností, na které upozorňuji dále.

Matematická úroveň. Práce je matematicky korektně zformulována, obsahuje však několik chyb, které uvádím v připomínkách. Zároveň v nich také poukazuji na místa, která mohla být zpracována podrobněji nebo precizněji. Důkazy jsou místy nepřehledné a myslím si, že jejich prezentace by mohla být provedena přehlednější a přístupnější formou.

Práce se zdroji. Většina zdrojů z oboru konvexní analýzy je poměrně pečlivě citována. U některých definic nebo tvrzení z oboru matematické analýzy by ale bylo vhodné odkazy ještě doplnit.

Formální úprava. Práce obsahuje nemalé množství překlepů. Prezentace by mohla být na některých místech podrobnější, hlavně v partiích matematické analýzy. Některá tvrzení a důkazy by také bylo vhodné doplnit ilustrativními obrázky.

Připomínky a otázky

1. Abstrakt – chybí anglický název práce.
2. Str. 3 - Definice úsečky nezahnuje její krajní body? V práci je uvedeno $\lambda \in (0,1)$.
3. Str. 4 – Důkaz lemmatu 2 neřeší případ $A = B$, ani jej nekomentuje jako analogii.
4. Str. 5 – Definice ryzí konvexity a konkávnosti není správně, neřeší případ $x = y$.
5. Str. 5 – Jak dokážete, že funkce, která je konvexní na otevřeném intervalu v \mathbb{R} , je konvexní i v jeho krajních bodech?
6. Str. 7 – Důkaz důsledku neřeší množinu, kde $f(x) = k$.
7. Str. 8 – Pojem vnitřku množiny se vyskytuje i v předchozím textu, ale jeho definice je uvedena až zde.
8. Str. 8 – Příklad má nekonzistentní značení, od C a D přechází k A a B.
9. Str. 12 – Na konci důkazu chybí u symbolu Int dolní index, relativně k přímce \overline{ab} .
10. Str. 14 – Definice 10, chybně je uvedeno „je souvislá“ místo „není souvislá“.
11. Str. 16 – Důkaz věty 7 obsahuje neplatnou referenci.
12. Str. 16 – Důkaz Trvrzení 8 by měl být podrobnější, proč je na konci dosaženo sporu?
13. Str. 19 – Uzávěr množiny je značen \bar{A} místo dříve zavedeného $\text{clo}(A)$, použito je i $\text{cl}(A)$.

14. Str. 19 – V Poznámce se uvádí odkaz na Větu 4.3, která ale v práci není.
15. Str. 20 – Od bodu $\{c\}$ se v důkazu Věty 13 přechází k $\{x\}$, podobně v důkazu další věty na následující stránce.
16. Str. 21 a 22 – Důkaz Věty 15 je velmi nepřehledný a obsahuje velké množství překlepů a nejasností. Proč jsou A a B uzavřené? V předpokladech je uzavřenost jejich sjednocení. Proč existuje právě jedna rovina τ pro body c, d a vektor \vec{u} ? Můžete podrobněji vysvětlit, jak se došlo k závěru, že $d \notin (B \cap \tau)$? Jak z $d \notin (B \cap \tau)$ plyne $d \notin B$?

Závěr

Práci považuji za lehce nadprůměrnou a doporučuji ji uznat jako bakalářskou práci.

Návrh klasifikace sdělím předsedovi zkušební (sub)komise.

RNDr. Václav Kozmík
KPMS MFF UK v Praze
9. 6. 2014