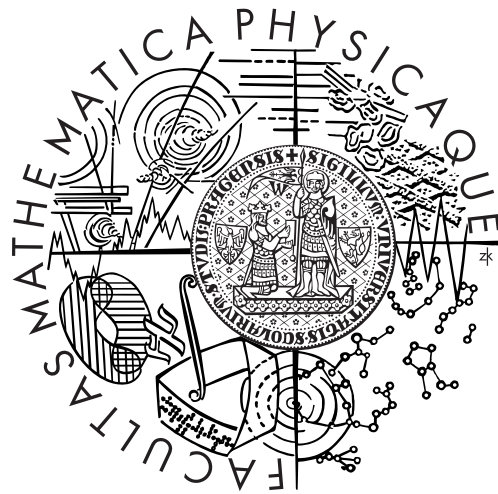


Univerzita Karlova v Praze
Matematicko–fyzikální fakulta

DIPLOMOVÁ PRÁCE



Matyáš Řehák

Asteroidální rodiny versus velké pozdní bombardování

Astronomický ústav UK

Vedoucí diplomové práce: Mgr. Miroslav Brož, Ph.D.

Studijní program: Fyzika

Studijní obor: Astronomie a astrofyzika

Praha 2014

Děkuji vedoucímu své diplomové práce Mgr. Miroslavu Brožovi, Ph.D. za věnovaný čas a cenné rady. Dále děkuji své rodině za podporu během studia.

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova v Praze má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona.

V Praze dne 31. července 2014

Matyáš Řehák

Název práce: Asteroidální rodiny versus velké pozdní bombardování

Autor: Matyáš Řehák

Pracoviště: Astronomický ústav UK

Vedoucí diplomové práce: Mgr. Miroslav Brož, Ph.D., Astronomický ústav UK

Abstrakt: Cílem práce je zjistit, zda by bylo možné pomocí rodin asteroidů v hlavním pásu prokázat (nebo vyvrátit) existenci velkého pozdního bombardování, které se ve sluneční soustavě odehrávalo přibližně před 4,1 až 3,8 miliardami let (Hartmann et al., 2000). Nejprve jsme nově identifikovali rodiny v „netknutém“ pásu mezi 2,82 až 2,96 AU za použití dat z katalogů AstDyS a WISE. V orbitálních datech jsme našli shluky těles (celkem 19) a vypočetli jejich statistickou významnost metodou Monte–Carlo. Hierarchickou shlukovací metodou jsme pak vybrali členy rodin 918 Itha, 709 Fringilla a 15477, tak aby polohou v prostoru vlastních elementů a svým taxonomickým typem reprezentovaly rozmanitý vzorek.

Provedli jsme simulace dlouhodobého orbitálního vývoje pomocí numerického integrátoru Swift (Levison and Duncan, 2013). K porovnání rozdělení vlastních elementů simulovaných a pozorovaných rodin jsme použili jednak Kolmogorovův–Smirnovův test a jednak počty těles rozptýlených gravitačními rezonancemi, pomocí nichž jsme určili pravděpodobná stáří rodin: Itha $t > 2,5$ Gyr, Fringilla $t > 3,0$ Gyr a rodina 15477 $t \sim 0,8$ Gyr.

Pomocí kódu Boulder (Morbidelli et al., 2009) jsme simulovali také kolizní vývoj rodin. Počáteční rozdělení velikostí jsme volili podle výsledků hydrodynamických (SPH) simulací rozpadů těles (Durda et al., 2007). Porovnáním simulovaných rozdělení s pozorovanými jsme získali nezávislé odhady stáří rodin: Itha $t > 2,3$ Gyr, Fringilla $t > 3,3$ Gyr a 15477 přibližně $t \in [0,47; 0,61]$ Gyr. Zhodnotíme-li kriticky výsledky provedených simulací, jsou rodiny Itha a Fringilla prokazatelně velmi staré a jejich vznik v období velkého pozdního bombardování tak nelze vyloučit.

Klíčová slova: sluneční soustava, rodiny asteroidů, velké pozdní bombardování

Title: Asteroid families versus the Late Heavy Bombardment

Author: Matyáš Řehák

Department: Astronomical Institute of Charles University

Supervisor: Mgr. Miroslav Brož, Ph.D., Astronomical Institute of Charles University

Abstract: The aim of this thesis is to ascertain if main-belt asteroid families are compatible with the existence of the Late Heavy Bombardment (LHB), which occurred in the Solar System approximately 4.1 to 3.8 billion years ago (Hartmann et al., 2000). At first, we have newly identified families in the „pristine” zone between 2.83 and 2.96 AU, using data from catalogues AstDyS and WISE. We found clumps of bodies (19 in total) in the orbital data and calculated their statistical significance by a Monte–Carlo method. We selected members of 918 Itha, 709 Fringilla and 15477 families using the hierarchical clustering method. These three families form a representative sample in the proper element space and with respect to their taxonomic type.

We performed simulations of the long-term orbital evolution using the numerical integrator Swift (Levison and Duncan, 2013). We used the Kolmogorov–Smirnov test to compare the distributions of proper elements of the simulated and observed families. We also compared the numbers of bodies scattered by gravitational resonances to determine likely ages of the families: Itha $t > 2,5$ Gyr, Fringilla $t > 3,0$ Gyr and 15477 $t \sim 0,8$ Gyr.

We simulated also their collisional evolution using the Boulder code (Morbidelli et al., 2009). The initial size-frequency distributions were selected according to the results of SPH simulations of disruptions (Durda et al., 2007). By comparing the simulated distributions with the observed ones we obtained independent estimates of the ages: Itha $t > 2,3$ Gyr, Fringilla $t > 3,3$ Gyr and 15477 approximately $t \in [0,47; 0,61]$ Gyr. The results of our simulations indicate that the Itha and Fringilla families are indeed very old and their origin during the LHB is still possible.

Keywords: solar system, asteroid families, late heavy bombardment

Obsah

Úvod a motivace	7
1 Identifikace rodin planetek	12
1.1 Metoda randombox	12
1.2 Hierarchická shlukovací metoda	15
1.3 Nalezené rodiny	17
2 Fyzikální vlastnosti rodin	19
2.1 Albeda asteroidů	19
2.2 Rozdělení velikostí rodin	23
2.3 Určení velikosti mateřského tělesa	26
2.3.1 Rodina Itha	27
2.3.2 Rodina Fringilla	28
2.3.3 Rodina 15477	28
3 Simulace dynamického vývoje	31
3.1 Integrátor Swift	31
3.2 Počáteční podmínky a parametry modelu	32
3.2.1 Počáteční podmínky	32
3.2.2 Parametry modelu	32
3.2.3 Nastavení pro rodinu Itha	35
3.2.4 Nastavení pro rodinu Fringilla	35
3.2.5 Nastavení pro rodinu 15477	35
3.3 Porovnání modelu a pozorování pomocí KS testu	36
3.4 Orbitální vývoj rodin	37
3.5 Orbitální vývoj rodiny Itha	39
3.6 Vliv iniciální geometrie	46
3.7 Orbitální vývoj rodiny Fringilla	46
3.8 Orbitální vývoj rodiny 15477	47
4 Simulace kolizního vývoje	50
4.1 Program Boulder	50
4.2 Počáteční podmínky a parametry modelu	51
4.3 Porovnání modelu a pozorování pomocí χ^2	51
4.4 Kolizní vývoj rodiny Itha	52
4.5 Kolizní vývoj rodiny Fringilla	54

4.6	Kolizní vývoj rodiny 15477	56
4.7	Vliv inicializace generátoru náhodných čísel	58
5	Diskuze velkého pozdního bombardování	59
	Závěr a budoucí práce	61
	Literatura	63
A	Nastavení souboru param. in integrátoru Swift	68
B	Kód pro volání Kolmogorovova Smirnovova testu	70
C	Zobrazení orbitální vývoje rodiny Fringilla	73
D	Poster	78

Úvod a motivace

Planetky (též nazývané asteroidy) jsou makroskopickými opticky pozorovatelnými tělesy, nevykazujícími kometární aktivitu, která obíhají kolem Slunce. Jsou nejpočetnější skupinou těles ve sluneční soustavě. Většina známých planetek náleží k *hlavnímu pásu*, čili v oblasti mezi drahami Marsu a Jupiteru. Dalšími skupinami planetek jsou blízkozemní objekty křížící dráhu Země nebo se kní přibližující, Trojané Jupiteru (planetky obíhající v oblastech Lagrangeových bodů L_4 a L_5), Kentauři (na drahách mezi Jupiterem a Neptunem), Trojané Neptunu a transneptunické objekty, mezi něž počítáme Plutina, objekty typu QB1, objekty rozptýleného disku a odděleného disku.

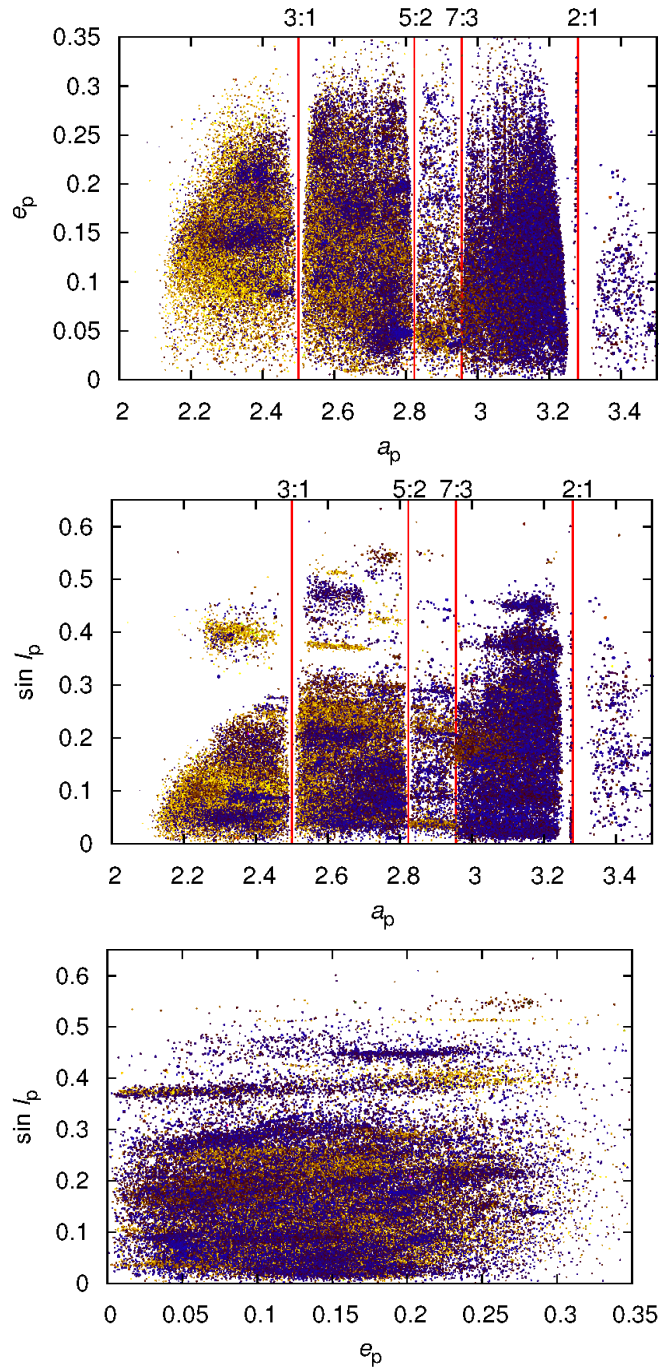
Hlavní pás asteroidů leží přibližně mezi 2,1 až 3,5 AU od Slunce (co se týče velkých poloos). V této oblasti se nachází zhruba 95 % pozorovaných planetek. Pás může být přirozeně rozdělen na několik užších Kirkwoodovými mezerami (Moons and Morbidelli, 1995), ve kterých jsou tělesa ovlivňována gravitačními rezonancemi středního pohybu s Jupiterem. Můžeme rozlišovat následující oblasti (viz obrázek 1):

- vnitřní pás (mezi sekulární rezonancí ν_6 a rezonancí 3:1 s Jupiterem; tzn. od 2,1 do 2,5 AU),
- střední pás (mezi rezonancemi 3:1 a 5:2; mezi 2,5 až 2,823 AU),
- „netknutý“ pás (mezi rezonancemi 5:2 a 7:3; 2,823 až 2,956 AU),
- vnější pás (mezi rezonancemi 7:3 a 2:1; 2,956 až 3,28 AU)
- a oblast Cybele (za rezonancí 2:1; 3,28 až 3,5 AU).

Hlavní pás je také ovlivněn sekulárními rezonancemi, zejména se projevuje rezonance ν_6 nebo ν_{16} , která tvoří určitou hranici ve sklonu, přibližně na $\sin i \approx 0,3$, a odděluje populace na nízkých a vysokých sklonech.

V této práci se zaměříme na zmiňovaný „netknutý“ pás. Důvodem je, že se jedná o oblast, která je relativně méně populovaná (a obsahuje jen jednu velkou rodinu — Koronis), takže jeho struktura snad může připomínat hlavní pás před vznikem velkých rodin asteroidů (Brož et al., 2013).

Rodinou asteroidů nazýváme skupinu těles, která mají podobné dráhy, konkrétně vlastní velkou poloosu a_p , vlastní excentricitu e_p a vlastní sklon i_p . Vlastní orbitální elementy jsou takové, které mají vystředovány kvaziperiodické změny způsobené perturbacemi ostatních těles, takže se tyto elementy chovají jako přibližně integrály pohybu. Ostatní elementy se ovšem mohou výrazně lišit, mj. proto, že dochází k precesi délky Ω výstupného uzlu argumentu ω pericentra. Přirozeně se liší i střední pohyb n jednotlivých těles, čili jejich střední anomálie M .



Obrázek 1: Planetky hlavního pásu v diagramech zobrazujících vlastní velkou poloosu a_p , vlastní excentricitu e_p a vlastní sklon $\sin i_p$: (a_p, e_p) , $(a_p, \sin i_p)$ a $(e_p, \sin i_p)$. Barevně jsou vyznačena tělesa s různým albedem (barevná škála je ukázána na obrázku 2.1). Hodnoty použitých elementů jsou převzaty z databáze AstDyS (Knežević and Milani, 2012), albed z WISE (Masiero et al., 2011). Zřetelně viditelné jsou nejvýznamnější rodiny asteroidů (např. Vesta, Flora, Koronis, Eos, Themis aj.) a Kirkwoodovy mezery, příslušející gravitačním rezonancím středního pohybu s Jupiterem 3:1, 5:2, 7:3 a 2:1. „Netknutý” pás, který zkoumáme v této práci, leží mezi rezonancemi 5:2 a 7:3.

Tělesa v rodinách mívají podobná reflektivní spektra a barevné indexy — jejich rozdělení bývá spojitě a mívají menší rozptyl než populace pozadí. Na základě těchto vlastností se usuzuje, že členové rodin mají stejný původ a jsou pozůstatky srážek mezi planetkami, tzn. rozpadů mateřských těles i projektilů, a následného orbitálního i kolizního vývoje, ovlivněného gravitačními perturbacemi planet i negravitačními jevy.

Prvním, kdo identifikoval některé z rodin (konkrétně Eos, Koronis a Themis), byl japonský astronom Kijocugu Hirayama v roce 1918 (Hirayama, 1918). Podle něho se místo termínu rodina asteroidů používá někdy termín *Hirayamova rodina*.

V dnešní době je identifikováno mnoho desítek rodin (Zappalà et al., 1995; Parker et al., 2008; Nesvorný, 2012; Masiero et al. 2013; Brož et al., 2013; Milani et al., 2014) a jejich počet neustále narůstá — v práci Masiero et al. 2013 jich bylo identifikováno 76, v práci Brož et al. (2013) 91. Rodiny se obvykle pojmenovávají dle asteroidu, který má nejnižší katalogové číslo.

Vzájemné rychlosti planetek v hlavním pásu bývají výrazně vyšší než příslušné únikové rychlosti, takže většina srážek má za následek rozpady asteroidů nebo alespoň vyvržení části materiálu (Durda et al., 2007). Další vývoj fragmentů je dán gravitačními a elektromagnetickými zrychleními, konkrétně gravitací Slunce a planet, případně větších planetek, a také Jarkovského/YORP jevem (Vokrouhlický, 1998; Rubincam, 2000; Čapek and Vokrouhlický, 2004; Bottke et al., 2006).

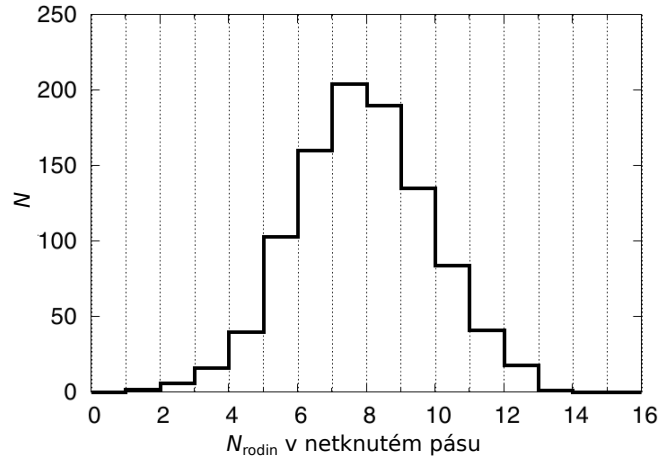
Vzhledem k rozdílným keplerovským rychlostem dochází záhy k „rozbíhání“ středních anomálií M fragmentů, takže je není možné pozorovat přímo jako shluky těles. Mimoto tělesa vykazují rozdílné rychlosti precese argumentů pericentra ω i délek výstupných uzlů Ω . Proto se pro identifikaci členů používá vlastních elementů a také, pokud jsou tato data k dispozici, i spekter, albed a barev asteroidů.

Počet členů rodiny není možné určit zcela přesně. Jedním z důvodů je observační nedostatečnost — příliš malé planetky ($D \lesssim 1$ km) většinou dosud nebyly pozorovány. Dalším důvodem je skutečnost, že okraje rodiny nebývají zřetelně ohraničeny a rodina se slévá s pozadřovou populací. Také nelze vyloučit možnost, že některá z těles formálně náležejících do rodiny mohou být jen náhodně přimíšenými asteroidy.

Ke srážkám asteroidů dochází po celou dobu vývoje sluneční soustavy; obzvláště intenzivní byly při akreci planet, resp. planetesimál a planetárních embryí, a také během *velkého pozdního bombardování*. To je období před přibližně 4,1 až 3,8 miliardami let, kdy se na Měsíci i jiných tělesech sluneční soustavy vytvořilo velké množství impaktních kráterů (Hartmann et al., 2000). Hlavním důkazem pro existenci této události je radiometrické datování vzorků z Měsíce (Cohen et al., 2000) a lunárních meteoritů (Hartmann et al., 2007). Mimoto jsou pozorovány projevy této události na terestrických planetách i na měsících obřích planet (Charnoz et al., 2009; Barr and Canup, 2010; Bottke et al., 2010).

Protože velké pozdní bombardování nebylo pouze dozvukem primordiální akrece (Bottke et al., 2007), hledá se jiná jeho příčina. Jedním z možných vysvětlení je vznik dynamické nestability planetárního systému, která způsobila rozptýlení transneptunických těles (komet), z nichž některé se jako projektily dostaly do vnitřní části sluneční soustavy. Tato představa se nazývá model z Nice, přičemž tento existuje ve více variantách (Gomes et al. 2005; Morbidelli et al., 2007; Morbidelli et al., 2010; Nesvorný, 2011; Bottke et al., 2012).

Následkem tohoto bombardování by podle práce Brož et al. (2013) mělo v netknutém pásu vzniknout velké množství asteroidálních rodin s průměrem mateřského tělesa větším než 100 km (obrázek 2). Dosud tam však byla prokázána jen jedna, a to Koronis. To je důvodem, proč se snažíme nově identifikovat další rodiny, přičemž využíváme nejnovější observační družicová data WISE (Masiero et al., 2011). U vybraných rodin vícero metodami zjišťujeme jejich stáří, a tedy zda mohly vzniknout při velkém pozdním bombardování.



Obrázek 2: Histogram očekávaného počtu velkých rodin (s velikostí mateřského tělesa $D_{\text{PB}} > 100$ km) v „netknutém” pásu vzniklých při velkém pozdním bombardování (podle Brož et al. 2013). V práci byl použit model orbitální nestability obřích planet, která měla za následek přesun transneptunických těles do vnitřní části sluneční soustavy. Na základě předpokládaného rozdělení velikostí těchto projektilů a orbitálního vývoje planet a transneptunických těles (dle Vokrouhlický et al., 2008) bylo kolizními modely zjišťováno, kolik rodin celkem mohlo vzniknout srážkami s těmito projektily. Tento histogram posléze vznikl tak, že se v modelu nechalo rozpadnout 100 náhodně vybraných těles hlavního pásu s průměrem $D > 100$ km a zjišťoval se výsledný počet rodin spadajících do netknutého pásu. Toto se opakovalo 1000 krát. Je vidět, že nejčastěji v netknutém pásu vzniklo osm takovýchto rodin, přičemž pravděpodobnost vzniku jen jediné je menší než 0,001.

Struktura této diplomové práce je následující: v 1. kapitole je popsán způsob, kterým jsme hledali rodiny asteroidů v netknutém pásu. Nejprve jsme použili metodu nazvanou „randombox” a potom jsme hierarchickou shlukovací metodou vybrali členy zvolených tří reprezentativních rodin.

Ve 2. kapitole jsme se věnovali fyzikálním vlastnostem rodin. Využili jsme přitom hodnoty albeda z katalogu WISE (Masiero et al., 2011) pro vyřazení přimíšených těles, která nepatří do rodin. Sestrojili jsme rozdělení velikostí členů rodin, které je užitečné pro srovnání pozorovaných rodin a hydrodynamických modelů (Durda et al., 2007).

Ve 3. kapitole jsme provedli simulace orbitálního vývoje vybraných rodin integrátorem Swift (Levison and Duncan, 2013). Pro porovnání vlastních elementů simulovaných a pozorovaných rodin jsme využili Kolmogorova–Smirnova testu.

Kapitola 4. je věnována koliznímu vývoji rodin. K jeho modelování jsme použili kód Boulder (Morbidelli et al., 2009). Vypočtená rozdělení velikostí těles jsme s pozorovanými srovnávali pomocí zavedené metriky.

V 5. kapitole se diskutují výsledky této práce v souvislosti s velkým pozdním bombardováním (Brož et al., 2013).

Kapitola 1

Identifikace rodin planetek

Nejprve jsme identifikovali rodiny asteroidů v *netknutém* pásu. K tomu jsme použili metodu „*randombox*“, která počítá statistickou významnost shluků těles v prostoru vlastních orbitálních elementů. Hierarchickou shlukovací metodou jsme pak vybrali členy některých rodin, aby svou polohou v prostoru vlastních elementů a svým taxonomickým typem reprezentovaly rozmanitý vzorek.

Jako zdroj pozorovaných dat jsme použili katalog AstDyS (Knežević and Milani, 2012), verze z 15. ledna 2014 obsahující 363 009 těles, databázi WISE (Masiero et al., 2011) obsahující 129 750 těles a katalog AstOrb (Bowell, 2009) s 367 090 tělesy.

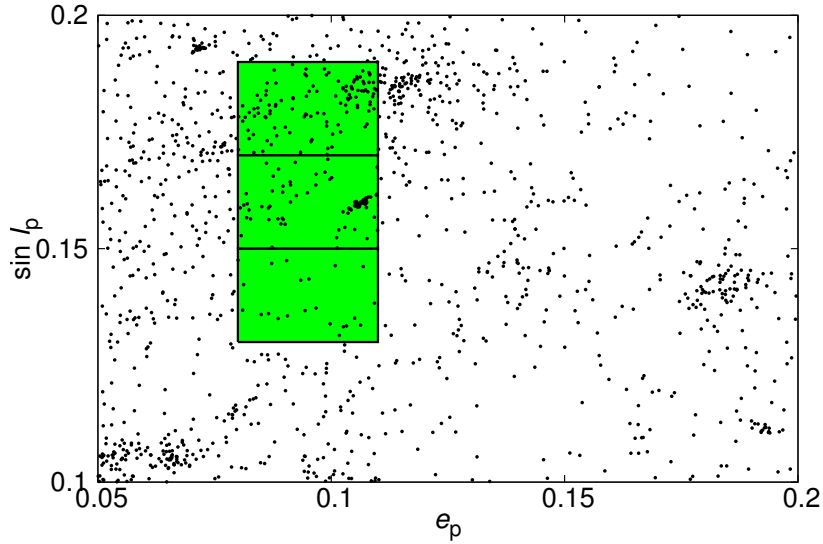
1.1 Metoda randombox

V „netknuté“ části pásu hlavního pásu asteroidů (tzn v rozsahu vlastních velkých poloos $a_p = 2,823$ až $2,956$ AU) jsme hledali možné nové rodiny metodou nazvanou randombox. Tato metoda funguje následujícím způsobem:

1. zvolíme kvádr ve trojrozměrném prostoru vlastních elementů. Velikost se volí empiricky podle předpokládané velikosti hledaných rodin;
2. vygenerují se tři kvádry vedle sebe (obrázek 1.1) a spočte se počet pozorovaných těles v každém z nich;
3. vygeneruje se náhodné rozdělení těles v těchto třech kvádrech, aby celkový počet těles byl stejný jako pozorovaný. Takovýto rozdělení se vytvoří velké množství (například 100 000);
4. určí se, v kolika případech je počet náhodně generovaných těles v prostředním kvádru větší než pozorovaných;
5. takto se pokryje celá prohledávaná oblast.

Jako oblast s významnou koncentrací těles se označí taková, která vykazuje z celkového množství náhodných pokusů jen velmi malý počet případů (volíme obvykle nejvýše 1), kdy je počet náhodně rozdělených těles větší než počet pozorovaných.

Tímto způsobem se nám v netknutém pásu podařilo identifikovat 19 významných shluků (viz tabulka 1.1 a obrázky 1.2 a 1.3).

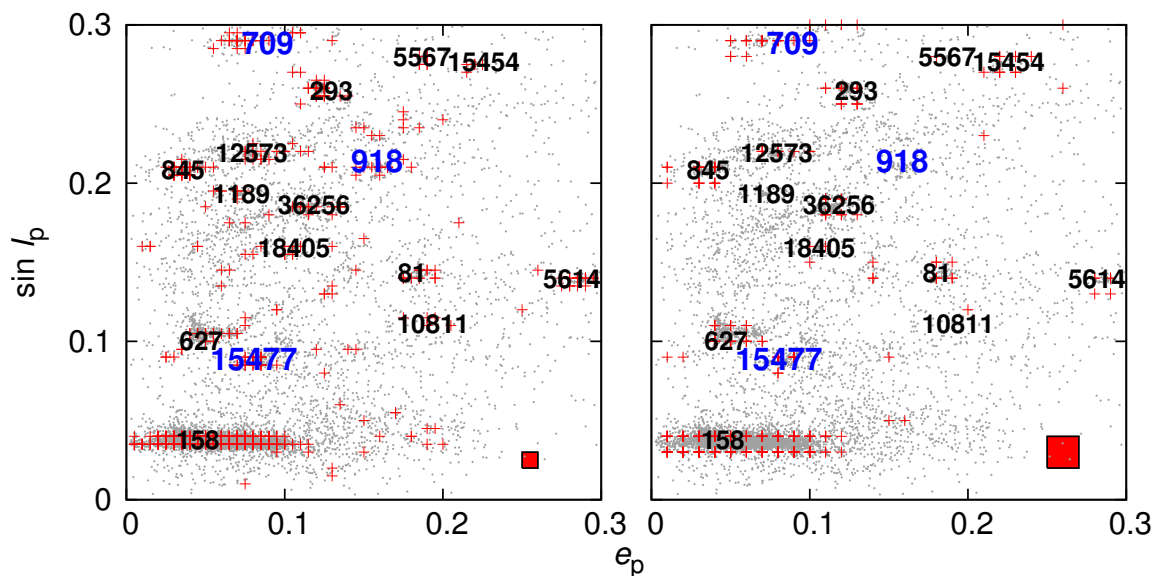


Obrázek 1.1: Obrázek ilustruje, jakým způsobem jsou při použití metody „randombox” procházeny kvádry v prostoru vlastních dráhových elementů: vytvoří se tři kvádry nad sebou a spočte se počet pozorovaných těles v každém z nich, potom se vygeneruje náhodné rozdělení těles v těchto třech kvádrech, aby celkový počet generovaných těles byl stejný jako pozorovaný. Takto se pokryje celá prohledávaná oblast.

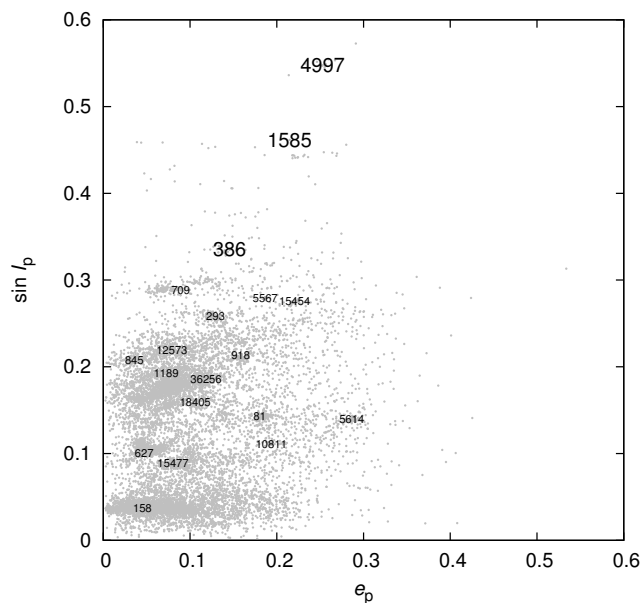
Pro určení pravděpodobnosti p , že počet těles v boxu je dílem náhody, můžeme použít také použít analytický vzorec (Rozehnal and Brož, 2014):

$$p = \frac{\sum_{k=n_2}^n C(n, k) V'(n_{\text{box}} - 1, n - k)}{V'(n_{\text{box}}, n)} = \frac{\sum_{k=n_2}^n \frac{n!}{(n-k)!k!} (n_{\text{box}} - 1)^{n-k}}{n_{\text{box}}^n}, \quad (1.1)$$

kde n je celkový počet těles, n_1 , n_2 , n_3 počet těles v jednotlivých kvádrech, n_{box} značí počet kvádrů (používáme 3), $C(n, k)$ jsou kombinace bez opakování a $V'(n, k)$ variace s opakováním.



Obrázek 1.2: Na diagramu vlastní excentricita e_p a vlastní sklon $\sin i_p$ jsou body vyznačena tělesa ležící v „netknutém“ pásu ($a_p = 2,824$ až $2,957$ AU), u kterých známe vlastní elementy. Pro přehlednost je zobrazen jen výřez, ve kterém se nicméně nachází většina těles. Číslem jsou označeny již dříve známé rodiny. Zvýrazněny jsou rodiny 709 Fringilla, 918 Itha a 15477, kterým se v této práci budeme více věnovat. Křížky značí polohu boxu, který splňuje podmínku, že nejvýše v jednom případě z daného počtu pokusů je počet náhodně generovaných těles větší než pozorovaných. První obrázek je sestaven pro velikost boxu $a_p : e_p : i_p$ rovnou $0,03$ AU : $0,01$: $0,01^\circ$ a 100 000 pokusů. Druhý obrázek znázorňuje výsledek pro velikost $0,04$ AU : $0,02$: $0,02^\circ$ a 200 000 pokusů. V pravých dolních rozích je vyznačena velikost použitého boxu.



Obrázek 1.3: Obdoba obrázku 1.2, ovšem s větším rozsahem vlastních elementů. Kandidáti na nové rodiny zjištění metodou „randombox“ jsou vyznačeny velkým číslem, dříve známé rodiny malým, které vždy odpovídá označení asteroidu, okolo kterého je shluk soustředěn.

Tabulka 1.1: Tabulka vlastních orbitálních elementů a_p , e_p , $\sin i_p$ a absolutních hvězdných velikostí H asteroidů, které mají nejnižší číslo z každé rodiny. Použitá data jsou z databáze AstDyS (Knežević and Milani, 2012). Nově nalezené rodiny jsou vyznačeny tučně.

Označení	a_p [AU]	e_p	$\sin i_p$	H [mag]
81 Terpsichore	2,854	0,181	0,143	8,48
158 Koronis	2,869	0,045	0,038	9,13
293 Brasilia	2,862	0,130	0,258	10,09
386 Siegena	2,896	0,146	0,335	7,58
627 Charis	2,900	0,047	0,100	9,75
709 Fringilla	2,914	0,089	0,288	9,09
845 Naëma	2,940	0,036	0,208	10,12
918 Itha	2,866	0,158	0,213	10,48
1189 Terentia	2,932	0,073	0,193	9,86
1585 Union	2,931	0,215	0,462	10,18
4997 Ksana	2,869	0,253	0,548	12,58
5567 Durisen	2,943	0,187	0,279	11,29
5614 Yakovlev	2,871	0,287	0,139	13,37
10811 Lau	2,929	0,194	0,111	12,40
12573 1999 NJ ₅₃	2,940	0,079	0,219	13,04
15454 1998 YB ₃	2,868	0,221	0,276	12,71
15477 1999 CG ₁	2,850	0,081	0,088	13,24
18405 1993 FY ₁₂	2,848	0,106	0,159	12,87
36256 1999 XT ₁₇	2,939	0,119	0,186	12,25

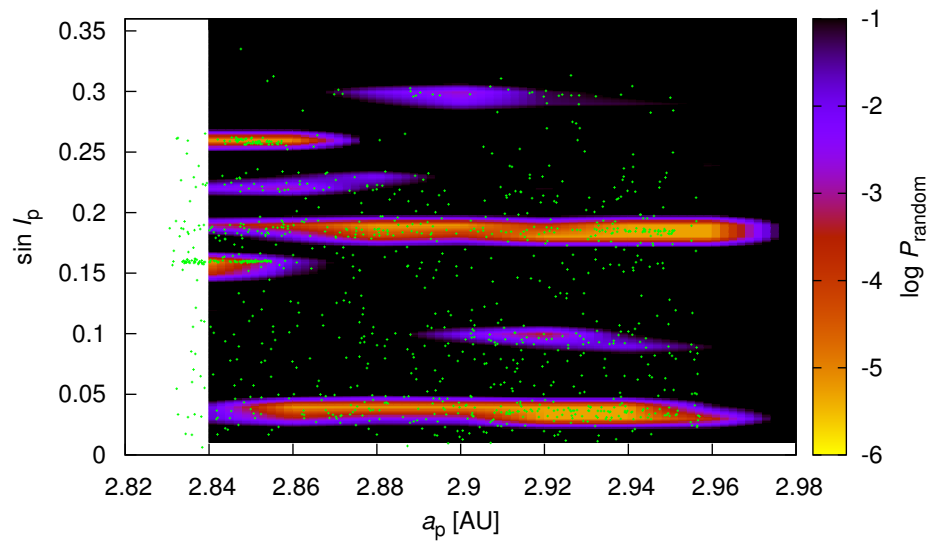
1.2 Hierarchická shlukovací metoda

Hierarchickou shlukovací metodu (angl. Hierarchical Clustering Method, zkráceně HCM) (Zappalà et al., 1995) používáme jako další metodu pro hledání členů rodin. Při použití této metody se nejprve v prostoru vlastních orbitálních elementů (a_p , e_p , $\sin i_p$) zvolí metrika (s rozměrem rychlosti):

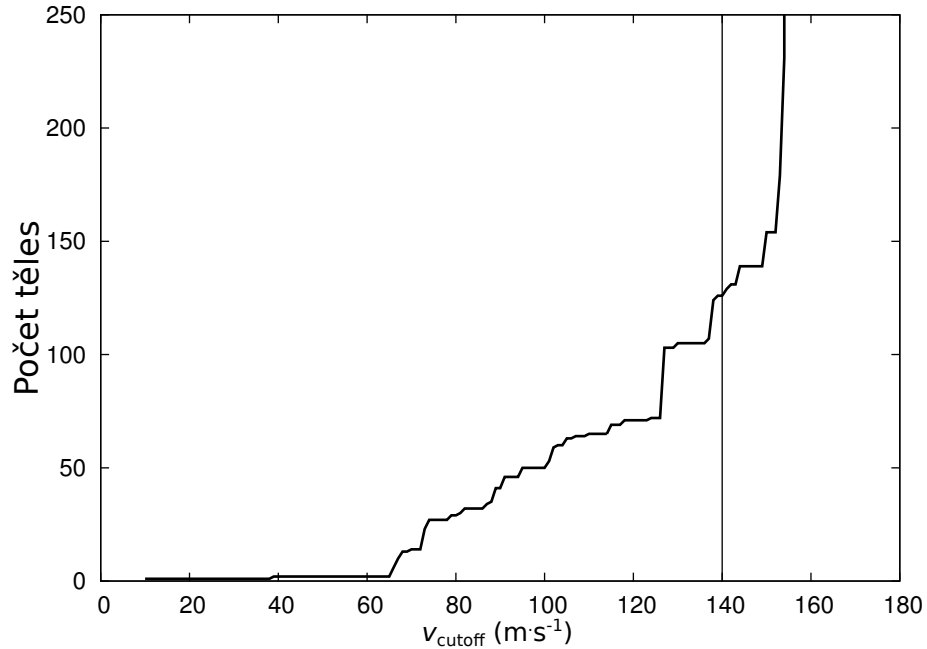
$$v = na_p \sqrt{C_a \left(\frac{\Delta a_p}{\bar{a}_p} \right)^2 + C_e (\Delta e_p)^2 + C_i (\Delta \sin i_p)^2}, \quad (1.2)$$

kde n je střední pohyb, \bar{a}_p označuje průměrnou vlastní velkou poloosu dvou těles a Δa_p jejich rozdíl, obdobně pro Δe_p a $\Delta \sin i_p$; C_a , C_e a C_i jsou váhovací faktory, volíme je $C_a = \frac{5}{2}$, $C_e = 2$ a $C_i = 2$. Poté se vybere jedna planetka jako první, a hledají se všechny, jejichž v , tedy vzájemná vzdálenost od dosud identifikovaných členů rodiny, je menší než jistá hraniční hodnota v_{cutoff} . Tu je potřeba vhodně zvolit; k tomu je užitečné vykreslit závislost počtu nalezených těles N na v_{cutoff} (obrázek 1.5).

Z výše uvedeného je zřejmé, že spolehlivost určení, zda dané asteroidy patří do rodiny, je dána zejména volbou v_{cutoff} , jejíž optimální hodnotu může být obtížné odhadnout. Metodu také nelze použít v případech dvou rodin, které se překrývají. K posouzení toho,



Obrázek 1.4: Barevné znázornění statistické významnosti shluků těles v části netknutého pásu. Na diagramu vlastní velká poloosa a_p a vlastní sklon $\sin i_p$ jsou zelenými křížky vyznačena tělesa v rozsahu vlastních excentricit $e_p = 0,10$ až $0,12$. Barevná logaritmická škála ukazuje pravděpodobnost $p = n_{22}/n_{\text{trials}}$, že shluk v daném místě je náhodný. Obrázek je sestaven pro velikost boxu $a_p : e_p : i_p$ rovnou $0,04 \text{ AU} : 0,02 : 0,02^\circ$ a $n_{\text{trials}} = 200\,000$. Veličina n_{22} označuje počet náhodných pokusů, při kterých byl počet těles v prostředním boxu (n_2) větší nebo roven než pozorovaný počet, a n_{trials} je celkový počet pokusů.



Obrázek 1.5: Příklad použití hierarchické shlukovací metody (HCM) — počet členů rodiny pro různé hodnoty v_{cutoff} pro rodinu Itha. Hodnota v_{cutoff} je vzdáleností tělesa v prostoru vlastních elementů od ostatních dosud identifikovaných těles popsaná rovnicí 1.2. Od $v_{\text{cutoff}} = 155 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ je zřetelný prudký nárůst počtu těles, tedy možné zahrnutí velkého množství těles z pozadí. Námi zvolená hodnota je $v_{\text{cutoff}} = 140 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

zda nějaké těleso není pouze náhodně přimíšeno, je také možno srovnávat jejich barvy a spektra, jak učiníme v kapitole 2.

1.3 Nalezené rodiny

Metodou randombox byly nově identifikovány shluky znázorněné v obrázku 1.3. Je důležité zdůraznit, že tyto nalezené shluky jsou pouhými kandidáty na rodiny a je vhodné použít další metodu pro nalezení členů rodin, k tomu jsme v našem případě použili metodu HCM.

Dalším krokem bylo zobrazení počtu těles v závislosti na vzdálenosti v a následně určení vhodného v_{cutoff} na základě tvaru závislosti. Obvykle se pro určitou hodnotu v začne počet těles rychle zvyšovat, protože je nacházeno velké množství těles okolního pozadí a toto v_{cutoff} pak volíme.

Z nalezených rodin jsme vybrali tři takové, že svým spektrálním typem a polohou v prostoru vlastních elementů reprezentují rozmanitý vzorek. Jedná se o následující: 709 Fringilla, 918 Itha a 15477. Jejich fyzikální vlastnosti jsou shrnuty v tabulce 1.2. Každá z těchto tří rodin má odlišné albedo, průměr mateřského tělesa, poměr objemů největšího zbytku a mateřského tělesa i sklon rozdělení velikostí. Patří do dvou různých taxonomických typů.

Hodnota albeda $p_V = 0,15$, kterou jsme použili pro určení velikosti členů rodiny 15477, byla původně zvolena ještě před zveřejněním dat WISE. Na základě těchto novějších dat

(obrázek 2.7) je zřejmé, že vhodnější by byla hodnota $p_V = 0,1$, nicméně to nemá zcela zásadní vliv na určení velikosti D_{PB} .

Tabulka 1.2: Určené fyzikální parametry vybraných rodin asteroidů, kterým se budeme věnovat. N značí počet těles nalezených HCM, v_{cutoff} zvolenou maximální vzdálenost v metrice (1.2), p_V geometrické albedo (průměr hodnot u těles, kde je známo; v případě rodiny 15477 průměrná hodnota pro tělesa hlavního pásu), tax. označuje taxonomický typ, D_{PB} průměr mateřského tělesa (určen ze součtu objemů známých členů), D_{Durda} průměr mateřského tělesa (určen předběžně srovnáním s hydrodynamickými modely Durda et al. (2007), viz kapitola 2.3), LR/PB poměr objemů největšího zbytku a mateřského tělesa a q_1 a q_2 sklony rozdělení velikostí těles pro menší a větší tělesa (hranice je určována jednotlivě pro každou rodinu); v případě rodiny 15477 hraje roli observační nedostatečnost, protože se jedná o rodinu složenou z relativně malých těles, není sklon v oblasti menších těles (< 5 km) znám. Taxonomický typ a sklony rozdělení byly převzaty z Brož et al. (2013).

Označení	N	v_{cutoff} [m/s]	p_V	tax.	D_{PB} [km]	D_{Durda} [km]	LR/PB	q_1	q_2
709 Fringilla	60	140	0,047	X	38	130 ± 10	0,931	-6,2	-1,7
918 Itha	63	140	0,23	S	99	90 ± 10	0,157	-2,7	-1,5
15477	144	110	0,15	S	19	55 ± 15	0,067	?	-5,1

Kapitola 2

Fyzikální vlastnosti rodin

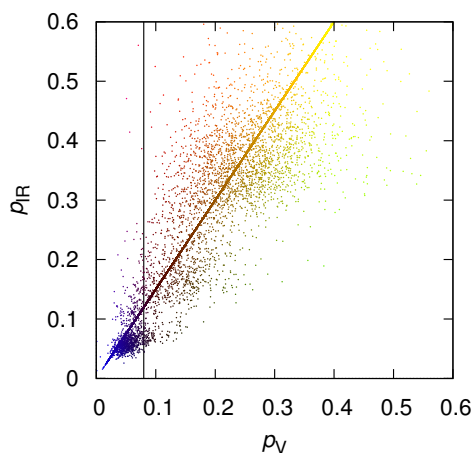
V této kapitole se budeme nejprve věnovat fyzikálním vlastnostem vybraných rodin v „netknutém” pásu. Znalosti albed využijeme pro vyřazení některých přimíšených těles. Následně zkonstruujeme rozdělení velikostí. Jejich srovnání s výsledky hydrodynamických modelů rozpadu těles je důležité pro nastavení počátečních podmínek našich orbitálních a kolizních modelů (viz kapitoly 3 a 4).

2.1 Albeda asteroidů

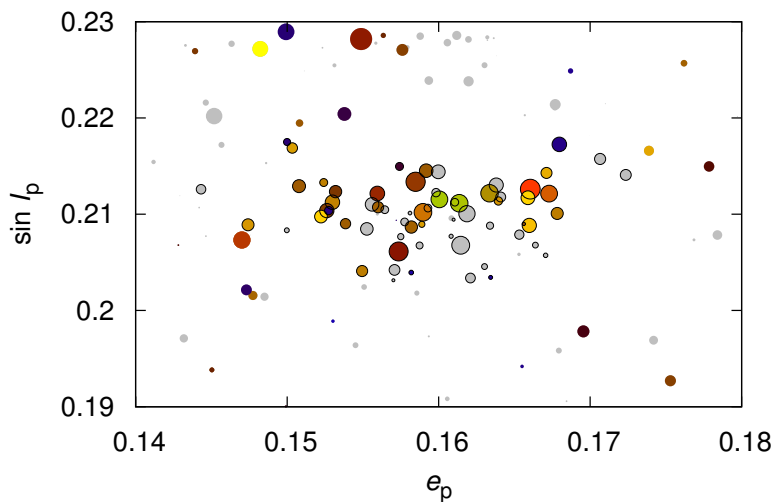
V databázi družice WISE (Masiero et al. 2011) je každému asteroidu přiřazeno geometrické albedo ve viditelném p_V a infračerveném p_{IR} oboru a jejich nejistoty (viz obrázek 2.1). Tato data jsou užitečná zejména pro výběr těles, která patří do rodiny Předpokládáme přitom, že mateřská tělesa nebyla diferencována, takže asteroidy s příliš odlišnými albedy nemohou patřit do jedné rodiny. Nevýhodou je, že katalog obsahuje menší počet těles než katalog AstDyS (Knežević and Milani, 2012) a AstOrb (Bowell, 2009). Na obrázcích 2.2, 2.4 a 2.6 jsou znázorněna albeda členů zkoumaných rodin v prostoru vlastní excentricity a vlastního sklonu ($e_p, \sin i_p$). Obrázky 2.3, 2.5 a 2.7 jsou příslušné histogramy rozložení geometrického albeda p_V těles rodin.

Na základě výše uvedených observačních dat jsme zvolili následující rozsahy pro členy rodin asteroidů (odpovídají přibližně 10% a 90% percentilu):

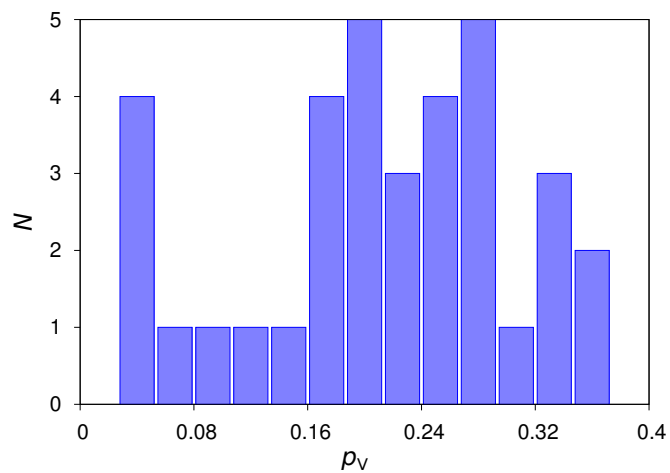
1. rodina Itha: $p_V \in [0,08; 0,36]$;
2. rodina Fringilla: $p_V \in [0,02; 0,08]$;
3. rodina 15477: $p_V \in [0,05; 0,18]$.



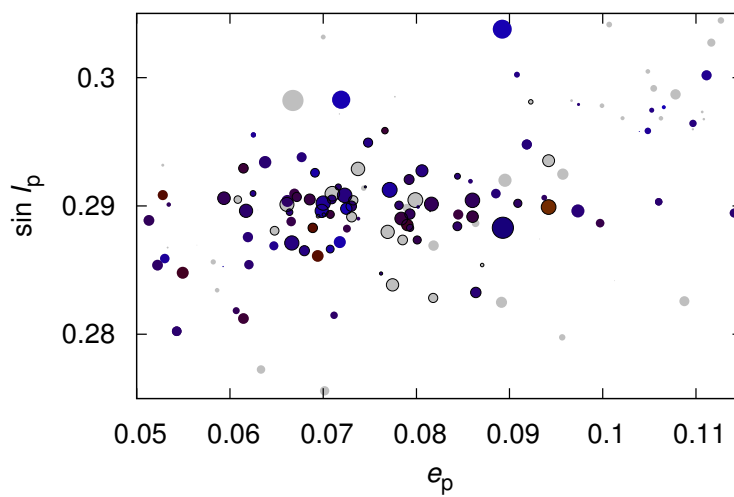
Obrázek 2.1: Barevné schéma, pomocí kterého jsme asteroidům z databáze WISE přiřadili barvu odpovídající albedům ve viditelném p_V a infračerveném p_{IR} oboru. Výrazná šikmá čára je způsobena tím, že u mnoha těles nejsou tato albeda známa nezávisle. Černou svislou čarou je vyznačena hodnota $p_V = 0,08$, kterou oddělujeme rodiny s nízkým a vysokým albedem ve viditelném oboru.



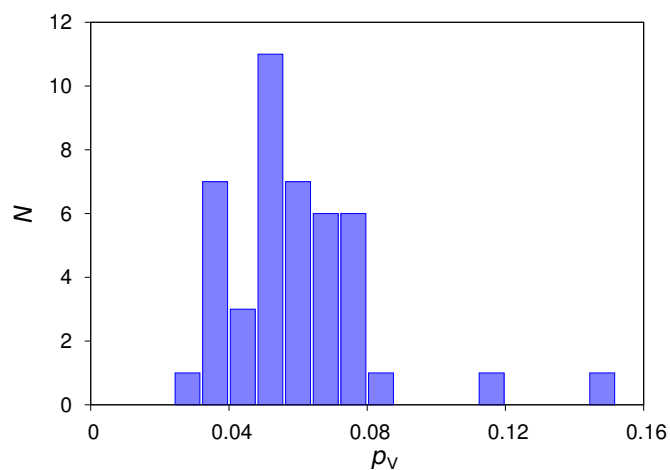
Obrázek 2.2: Diagram vlastní excentricita a vlastní sklon ($e_p, \sin i_p$) pro oblast rodiny Itha, $a_p = 2,824$ až $2,957$ AU. Asteroidy jsou vyznačeny kruhy, jejichž velikost je nepřímo úměrná absolutní hvězdné velikosti H (čím jasnější těleso, tím je kruh větší). Barva odpovídá albedu ve viditelném a infračerveném oboru, jak je znázorněno na obrázku 2.1. Šedá tělesa jsou asteroidy, které katalog WISE neobsahuje a jsou obsaženy jen v databázi AstDyS (Knežević and Milani, 2012). Černě obtažená tělesa jsou členy rodiny Itha nalezeni hierarchickou shlukovací metodou (dle kapitoly 1.2).



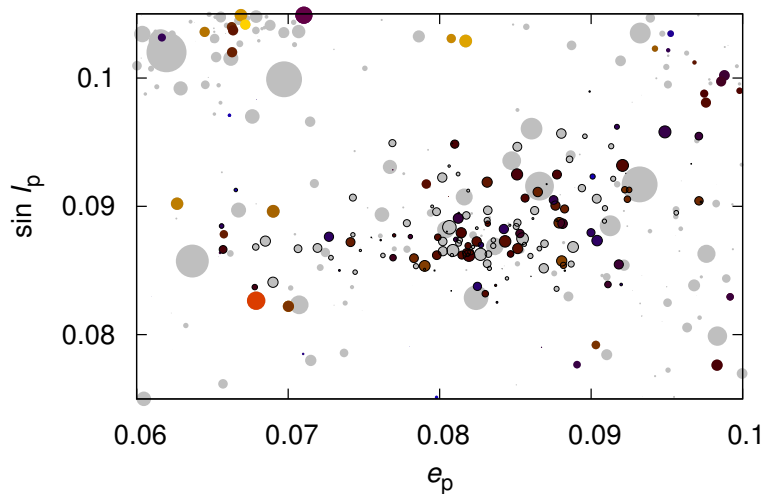
Obrázek 2.3: Histogram hodnot geometrického albeda členů rodiny Itha z dat družice WISE. Z histogramu je zřetelné, že členové rodiny mají většinou geometrické albedo $p_V \in [0,08; 0,36]$. Tělesa s nižším albedem pokládáme za přímíšená.



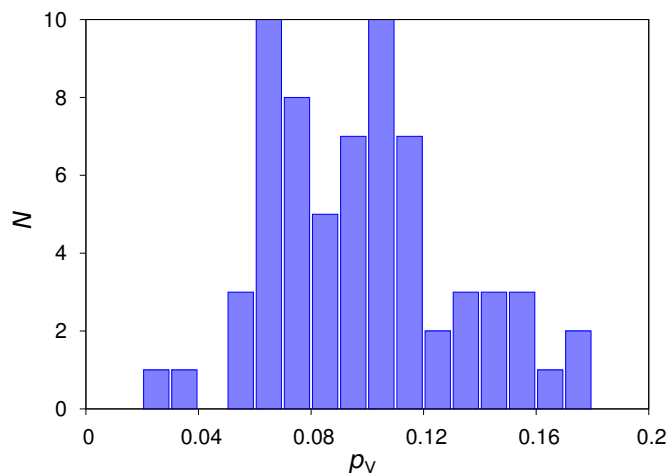
Obrázek 2.4: Diagram vlastní excentricita a vlastní sklon ($e_p, \sin i_p$) pro oblast rodiny Fringilla. Symboly a barvy jsou tytéž jako na obrázku 2.2.



Obrázek 2.5: Histogram hodnot geometrického albeda členů rodiny Fringilla. Z histogramu je patrné, že členové rodiny mají geometrické albedo $p_V \in [0,02; 0,08]$.



Obrázek 2.6: Diagram vlastní excentricita a vlastní sklon ($e_p, \sin i_p$) pro rodinu 15477. Symboly a barvy jsou tytéž jako na obrázku 2.2. Rodina je složena z malých těles, u mnoha z nich není albedo známo.



Obrázek 2.7: Histogram hodnot geometrického albeda členů rodiny 15477. Z histogramu známých albed je zřetelné, že členové rodiny mají geometrické albedo $p_V \in [0,05; 0,18]$. Pro většinu těles však albedo známo není.

2.2 Rozdělení velikostí rodin

Na základě dat z družice WISE (Masiero et al. 2011) jsme určili průměrnou a mediánovou hodnotu geometrického albeda p_V členů rodin. V případě rodiny Itha byly obě hodnoty $p_V = 0,23$, pro rodinu Fringilla $p_V = 0,047$ a u rodiny 15477 byla zvolena hodnota 0,15, protože u více než poloviny členů není albedo známo. Pokud bylo těleso obsaženo v databázi přehlídky IMPS (IRAS Minor Planet Survey; Tedesco et al., 2002), použili jsme tam uvedenou hodnotu albeda (jsou uvedena v katalogu AstOrb; Bowell, 2009). Poté jsme podle Bowell et al. (1989) spočetli průměry D jednotlivých těles rodin:

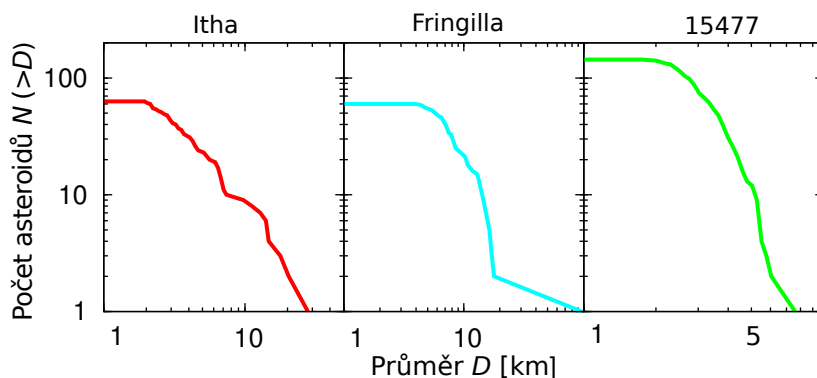
$$D = 10^{0,5(6,259 - \log p_V - 0,4H)}, \quad (2.1)$$

kde H označuje absolutní hvězdnou velikost. Z průměrů členů rodiny jsme vytvořili kumulativní rozdělení velikostí (obrázek 2.8). Tato pozorovaná rozdělení jsme poté porovnávali s rozděleními z modelů Durda et al. (2007), abychom určili velikost mateřského tělesa a její nejistotu.

V práci Durda et al. (2007) byly publikovány výsledky hydrodynamických modelů (SPH) srážek asteroidů, konkrétně závislosti kumulativního počtu fragmentů na jejich velikosti. V jejich hydrodynamickém modelu byl předpokládán asteroid (terč) o průměru 100 km, do kterého narážely bazaltové projektily různého průměru, v různých úhlech a různou rychlostí. Výsledná kumulativní rozdělení velikostí $N(>D)$ je poté možné srovnávat s pozorovanými rozděleními známých rodin asteroidů, odhadnout tak velikost D_{PB} jejich mateřského tělesa, případně i další vlastnosti rodiny.

Celkem bylo vypočteno 150 rozdělení pro projektily o průměrech 10 až 46 km, pro úhly dopadu 15° až 75° a vzájemnou rychlost 2,5 až 7 km/s. Děje je možno orientačně rozdělit podle typu srážky na:

1. kráterování (z mateřského tělesa se oddělí méně než polovina materiálu);
2. katastrofické impakty (unikne více než polovina materiálu, ale méně než 99 %);



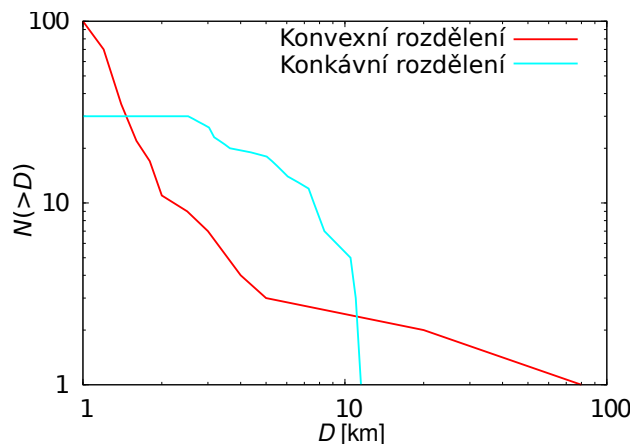
Obrázek 2.8: Pozorovaná kumulativní rozdělení velikosti vybraných rodin Itha, Fringilla a 15477. Rozměry těles byly vypočteny z průměrného albeda členů rodiny a jejich absolutní hvězdné velikosti.

3. superkatastrofické impakty (unikne více než 99 %).

Toto je v rozdělení $N(>D)$ možno rozpoznat zejména dvěma základními způsoby:

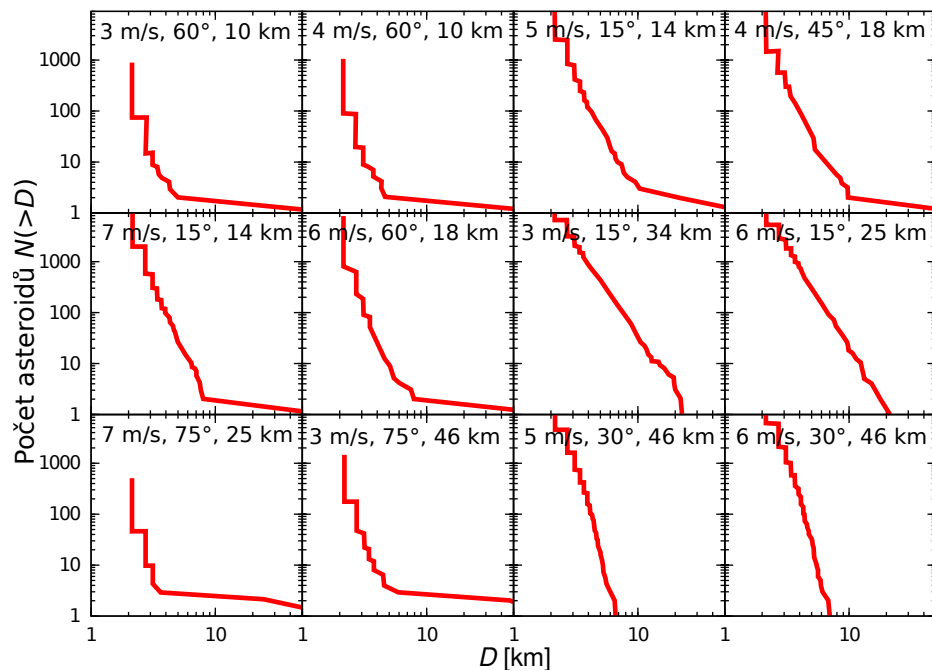
1. podle poměru velikostí největšího a druhého největšího tělesa (fragmentu);
2. rozdělení rodiny vzniklé kráterováním je spíše konvexní a výsledkem katastrofického rozpadu je rozdělení konkávní (viz obrázek 2.9).

Rodina vzniklá kráterováním vykazuje konvexní rozdělení, skládá se z velkého největšího zbytku, o relativně velkém průměru v porovnání s ostatními členy, a ostatní tělesa jsou výrazně menší. Naproti tomu v rodině vzniklé katastrofickým rozpadem je několik srovnatelně rozměrných velkých objektů. Jak je možné očekávat, ke katastrofickým rozpadům dochází s větším projektilem D_{proj} , při vyšších rychlostech v_{coll} a při menších dopadových úhlech i_{coll} .



Obrázek 2.9: Příklad konvexního a konkávního tvaru kumulativního rozdělení velikostí rodin asteroidů.

Na tvar *pozorovaného* rozdělení velikostí však mají vliv i další jevy — zejména dlouhodobý orbitální vývoj má za následek odstranění menších těles vlivem Jarkovského



Obrázek 2.10: Výběr některých kumulativních rozdělení $N(> D)$ velikostí asteroidů z práce Durda et al. (2007). Celkem bylo v práci provedeno 150 simulací pro projektily o průměrech 10 až 46 km, pro úhly dopadu 15° až 75° a vzájemnou rychlost 2,5 až 7 km/s. Ve výběru jsou různé kombinace vzájemné rychlosti při srážce, úhlů dopadu a rozměru projektilu. Všechny jsou vypočteny pro průměr mateřského tělesa $D_{PB} = 100$ km. Jednotlivá rozdělení jsou seřazena vzestupně podle specifické energie srážky. Je zřetelně vidět, že při nízkých energiích dochází ke kráterování, kdežto při vysokých ke katastrofickým rozpadům.

jevu, orbitálních rezonancí a blízkých přiblížení k planetám. Projevuje se také observační nedostatečnost — menší, tedy méně jasná tělesa, nejsou doposud pozorovatelná. Podstatný vliv má také další kolizní vývoj.

2.3 Určení velikosti mateřského tělesa

Náš postup při určování velikosti mateřského tělesa byl následující: syntetické rozdělení z práce Durda et al. (2007) se v grafu průměr versus kumulativní počet těles škalovalo posouváním ve velikostech, až se dosáhlo co nejlepší shody sklonu a velikosti zejména dvou největších těles. Důležité také je, aby syntetické rozdělení neleželo pod pozorovaným. Na sklon rozdělení u malých těles ($D \ll 10$ km) nebyl kladen žádný důraz, protože ta mohou být podstatně ovlivněna orbitálním a kolizním vývojem a observační nedostatečností.

Je třeba připustit, že existuje možnost chybného přiřazení některého z asteroidů pozadí do rodiny. To má při srovnávání rozdělení vliv zejména u největších těles. Proto jsme srovnali i rozdělení s vynecháním různého počtu některých největších členů. Ukázalo se však, že toto nemělo na výběr odpovídajícího modelového rozdělení podstatný vliv.

Pro srovnání je nejdůležitější poměr velikostí dvou největších těles a sklon rozdělení, hlavně v oblasti největších těles — v tomto by se rozdělení syntetická a pozorovaná měla lišit co nejméně. Proto jsme definovali vhodnou metriku (pseudo- χ^2), pomocí které jsme v zadaném rozsahu velikostí těles porovnávala pozorovaná a syntetická rozdělení. Metrika je předepsaná vztahem:

$$\chi_{\text{pseudo}}^2 = \sum_i^N \frac{(\log_{10} [x(\text{syn})_i] - \log_{10} [x(\text{obs})_i])^2}{\sigma_i^2}, \quad (2.2)$$

kde $x(\text{syn})_i$ označuje syntetická data (výsledky hydrodynamických modelů), $x_i(\text{obs})$ pozorovaná data a σ_i^2 „nejistotu“. Tuto „nejistotu“ však a priori neznáme, je nutno ji volit, čímž se náš postup liší od běžného χ^2 . Logaritmy byly zvoleny kvůli snazšímu srovnání výsledků s manuálním postupem.

Rozdělení pozorovaných rodin se od modelů liší tím, že je mnohem plošší v oblasti malých těles ($D < 5$ až 10 km), což je způsobeno zejména observační nedostatečností i tím, že během vývoje rodiny docházelo k dalším sekundárním srážkám a rozpadům a odstraňování těles během orbitálního vývoje vlivem Jarkovského/YORP jevu, orbitálních rezonancí a blízkých přiblížení k planetám.

Použili jsme také jednoduché nezávislé postupy, jak určit dolní hranici rozměru mateřských těles. Nejjednodušší je součet průměrů dvou největších těles, což vytyčuje minimální průměr mateřského tělesa, aby se tam oba fragmenty vešly. Dalším možným způsobem je sečíst objemy všech členů rodiny (předpokládáme kulový tvar) a spočítat odpovídající průměr tělesa takového objemu. Tímto způsobem jsme určili minimální průměr mateřských těles zkoumaných rodin následovně:

1. Itha: součet dvou největších $D_{\text{PB}} > 48$ km, z objemu členů $D_{\text{PB}} > 38$ km,
2. Fringilla: $D_{\text{PB}} > 114$ km, z objemu členů $D_{\text{PB}} > 99$ km,
3. 15477: $D_{\text{PB}} > 13,6$ km, z objemu členů $D_{\text{PB}} > 18,7$ km.

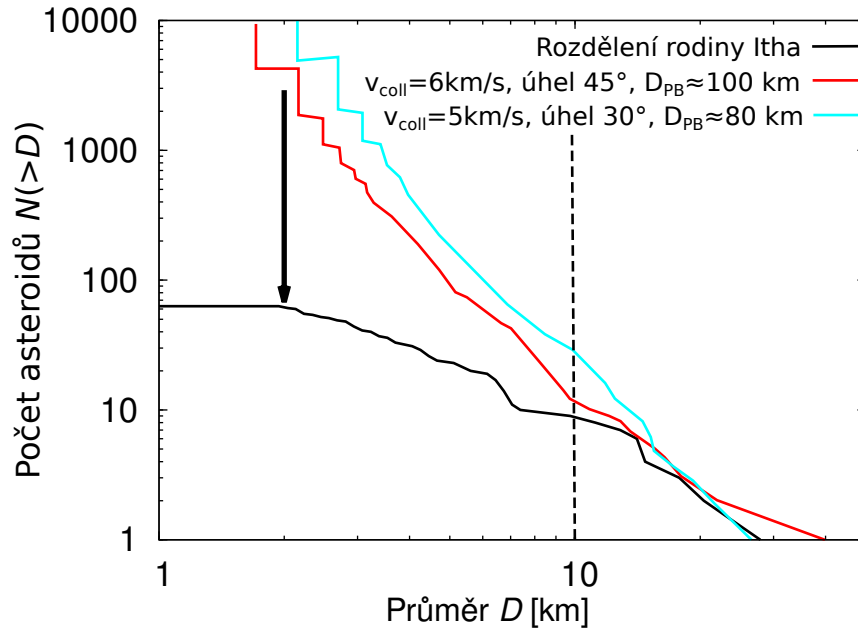
Existují i další způsoby určení velikosti mateřského tělesa, například geometrická metoda (Tanga et al., 1999), která zjišťuje vztah mezi tvarem rozdělení velikostí, rozměrem mateřského tělesa a největšího zbytku čistě geometricky — pokládá tělesa vedle sebe tak, aby se nepřekrývaly ani nepřesahovaly mateřské těleso.

2.3.1 Rodina Itha

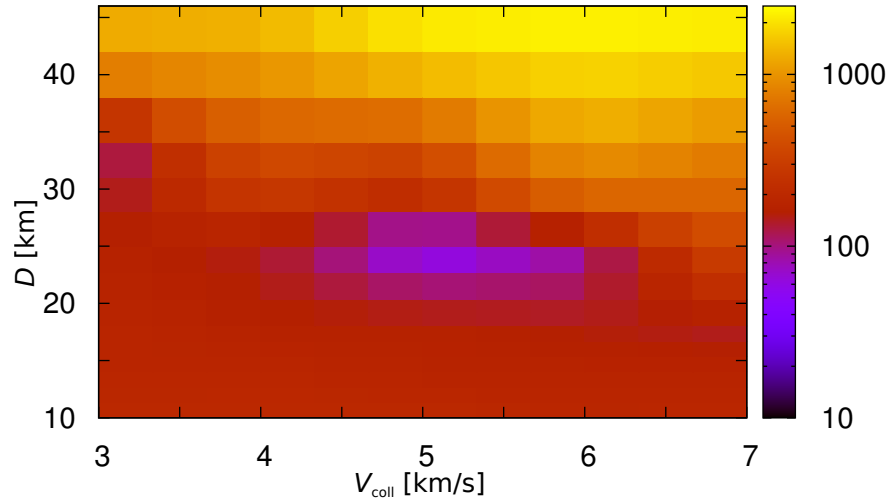
Pozorovaným datům (resp. oblasti $D > 10$ km) nejlépe odpovídají následující dva modely (obrázek 2.13):

- rychlost srážky 6 km/s, úhel 45° , rozměr mateřského tělesa 100 km,
- rychlost srážky 5 km/s, úhel 30° , rozměr mateřského tělesa 80 km.

V následující práci nepreferujeme žádné z nich, ale používáme obě. Na obrázku 2.12 jsou pak znázorněny hodnoty pseudo- χ^2 pro různé velikosti impaktoru a rychlosti srážky při konstantním úhlu srážky $i_{\text{coll}} = 30^\circ$, které potvrzují výše uvedený výběr.



Obrázek 2.11: Dvě syntetická kumulativní rozdělení velikostí těles nejlépe se v uvažované oblasti ($D > 10$ km) shodující s pozorovaným rozdělením rodiny Itha. Pro menší tělesa se rozdělení značně liší, což je způsobeno zejména orbitálním vývojem pozorované rodiny a observační nedostatečností. První rozdělení bylo vypočteno pro rychlost srážky 6 km/s, úhel 45° a rozměr mateřského tělesa 100 km, druhé pro rychlost srážky 5 km/s, úhel 30° a rozměr mateřského tělesa 80 km. Syntetická rozdělení jsou převzata z hydrodynamických simulací Durda et al. (2007).



Obrázek 2.12: Závislost pseudo $-\chi^2$ (rovnice 2.2) pro srovnání syntetických rozdění velikostí (Durda et al., 2007) a pozorované rodiny Itha na rychlosti srážky v_{coll} a velikosti projektilu D . Úhel srážky je ponechán konstantní, $i_{\text{coll}} = 30^\circ$.

2.3.2 Rodina Fringilla

Následující dva modely nejlépe odpovídají (pro tělesa s $D > 10$ km) pozorovaným datům (obrázek 2.13):

- rychlost srážky 3 km/s, úhel 45° , rozměr mateřského tělesa 120 km,
- rychlost srážky 5 km/s, úhel 15° , rozměr mateřského tělesa 135 km.

Opět nepreferujeme ani jedno a používáme obě. Obrázek 2.14 znázorňuje hodnoty pseudo- χ^2 pro různé velikosti impaktoru a rychlosti srážky při úhlu srážky $i_{\text{coll}} = 30^\circ$.

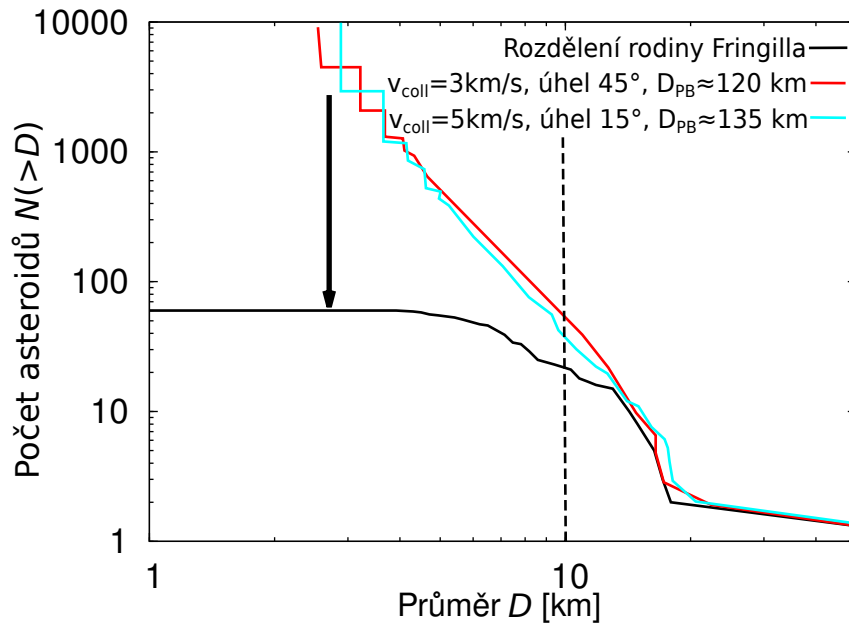
2.3.3 Rodina 15477

Pozorovaným datům pro tělesa s $D > 5$ km nejlépe odpovídají modely (viz obrázek 2.15):

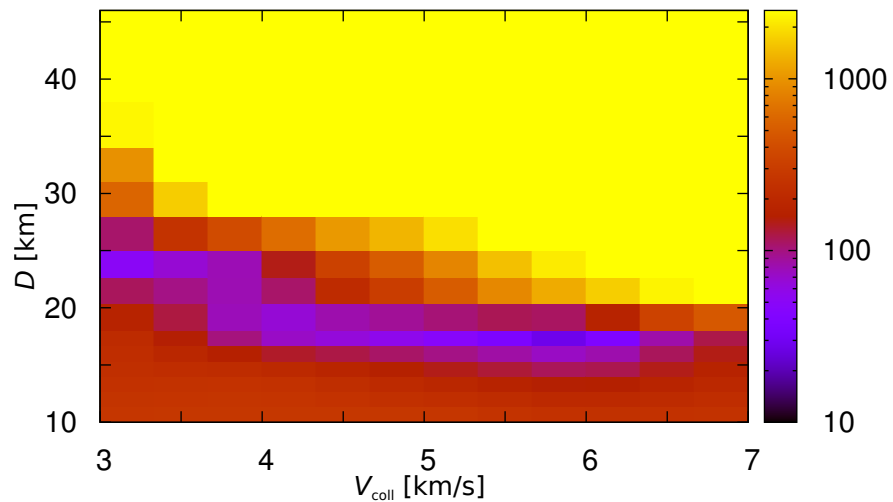
- rychlost srážky 4 km/s, úhel 45° , rozměr mateřského tělesa 40 km,
- rychlost srážky 7 km/s, úhel 30° , rozměr mateřského tělesa 70 km.

Protože mezi nimi nelze statisticky rozhodnout, budeme dále používat oba. Na obrázku 2.16 jsou opět zobrazeny hodnoty pseudo- χ^2 pro různé velikosti impaktoru a rychlosti srážky.

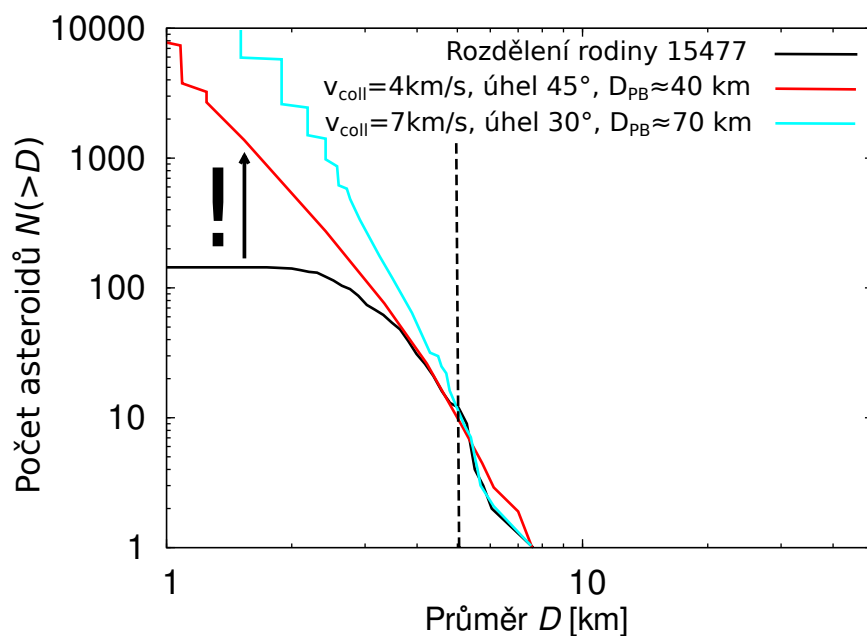
Zjištěná rozdění velikostí a rozměry mateřských těles jsme v následujících kapitolách využili k modelování orbitálního a kolizního vývoje syntetických rodin.



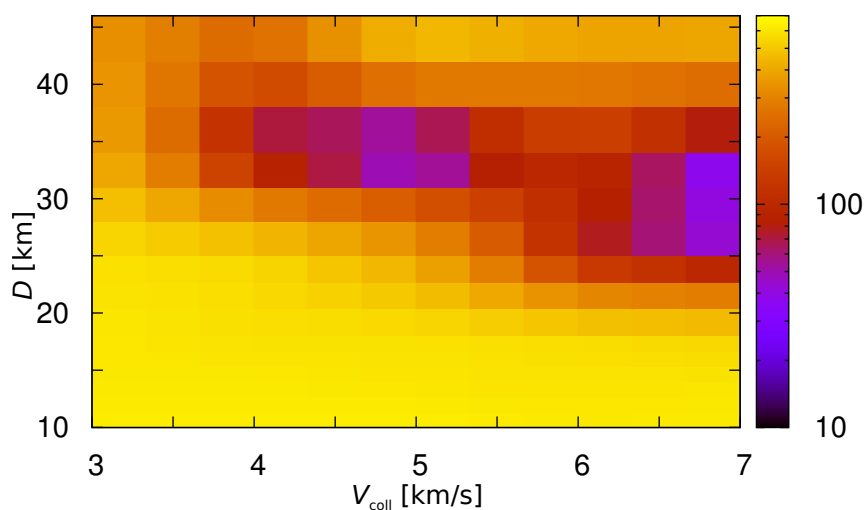
Obrázek 2.13: Dvě syntetická kumulativní rozdělení velikostí těles nejlépe se v uvažované oblasti ($D > 10$ km) shodující s pozorovaným rozdělením rodiny Fringilla. První rozdělení bylo vypočteno pro rychlost srážky 3 km/s, úhel 45° a rozměr mateřského tělesa 120 km, druhé pro rychlost srážky 5 km/s, úhel 15° a rozměr mateřského tělesa 135 km. Více viz obrázek 2.13.



Obrázek 2.14: Závislost pseudo $-\chi^2$ pro srovnání syntetických rozdělení velikostí (Durda et al., 2007) a pozorované rodiny Fringilla na velikosti projektilu D a rychlosti srážky v_{coll} . Úhel srážky je $i_{\text{coll}} = 30^\circ$.



Obrázek 2.15: Dvě syntetická kumulativní rozdělení velikostí těles nejlépe se v uvažované oblasti ($D > 5$ km) shodující s pozorovaným rozdělením. První rozdělení bylo vypočteno pro rychlost srážky 4 km/s, úhel 45° a rozměr mateřského tělesa 40 km, druhé pro rychlost srážky 7 km/s, úhel 30° a rozměr mateřského tělesa 70 km. Více viz obrázek 2.11.



Obrázek 2.16: Závislost pseudo- χ^2 pro srovnání syntetických rozdělení velikostí (Durda et al., 2007) a pozorované rodiny 15477 na velikosti projektilu D a rychlosti srážky v_{coll} . Úhel srážky je $i_{\text{coll}} = 30^\circ$.

Kapitola 3

Simulace dynamického vývoje

Pro určení stáří rodin jsme provedli několik simulací dlouhodobého dynamického vývoje. Nejprve jsme pomocí integrátoru Swift simulovali vývoj vybraných rodin po dobu 4 Gyr a poté jsme porovnávali vývoj vlastních orbitálních elementů (velké poloosy, excentricity a sklonu) syntetických rodin s rodinami pozorovanými. Pro kvantitativní srovnání jsme použili Kolmogorovův–Smirnovův test.

3.1 Integrátor Swift

Numerický symplektický integrátor Swift byl vytvořen pro integraci pohybu testovacích částic pod vlivem gravitačně interagujících těles — Slunce a planet (Levison and Duncan, 1994, Levison and Duncan, 2013). Je možno využít čtyři různé způsoby integrace:

1. první z nich je symplektická integrace se smíšenými proměnnými (MVS). Ta rozděljuje Hamiltonián pohybu simulované částice na dvě části

$$H = H_{\text{Kepler}} + H_{\text{perturbace}}, \quad (3.1)$$

tj. na část odpovídající keplerovskému (integrabilnímu) pohybu a na část popisující vzájemné perturbace. Podmínkou ovšem je, aby $H_{\text{perturbace}}$ bylo vůči H_{Kepler} malé, což nebývá splněno při blízkých vzájemných přiblíženích k perturbujícím tělesům.

2. To řeší regularizovaná symplektická integrace se smíšenými proměnnými (RMVS). Použitý algoritmus v tomto případě nahradí keplerovskou část pohybu kolem Slunce pohybem kolem odpovídající planety.
3. Třetí metodou je algoritmus TU4 čtvrtého řádu, také využívající separace Hamiltoniánu (Gladman et al., 1991).
4. Poslední metodou je Bulirschova–Stoerova metoda integrace diferenciálních rovnic (Stoer and Bulirsch, 2002).

Námi použitá verze integrátoru RMVS je modifikovaná, oproti původní obsahuje navíc:

1. digitální filtry pro výpočet vlastních elementů (Šidlichovský and Nesvorný, 1996a);
2. dochází ke kolizní reorientaci rotačních os (Farinella et al., 1998);

3. je zahrnuto Jarkovského zrychlení (Vokrouhlický, 1998; Vokrouhlický and Farinella, 1999) a také
4. YORP efekt (Čapek and Vokrouhlický, 2004).

3.2 Počáteční podmínky a parametry modelu

Nyní detailně popíšeme počáteční podmínky našeho modelu a jeho parametry. Obsahem kapitoly jsou nejen námi zadané hodnoty, nýbrž i stručný popis souborů, kde se nastavují, čímž se tato kapitola může trochu podobat „uživatelskému manuálu“.

3.2.1 Počáteční podmínky

Počáteční podmínky se nastavují v souborech `pl.in`, `tp.in`, `makein.sh` a `spin.in`.

Soubor `pl.in` obsahuje počáteční podmínky pro Slunce a čtyři obří planety: hmotnost a heliocentrické kartézské souřadnice poloh a rychlostí. Použitá jednotka pro délku je AU, pro čas den, gravitační konstanta je rovna jedné.

Obdobný soubor `tp.in` obsahuje polohy a rychlosti pro zvolený počet testovacích částic.

V souboru `makein.sh` se nastavuje geometrie po rozpadu (pravá anomálie f a argument pericentra ω).

V souboru `spin.in` je obsažen počet testovacích částic a pro každou v řádku tři kartézské souřadnice orientace rotačních os (použito bylo izotropní rozdělení) a úhlová rychlost (rozdělení rovnoměrné v periodách s rozsahem 2 až 10 hodin).

3.2.2 Parametry modelu

Soubory `D.dat`, `param.in`, `collision.in`, `genveld.in`, `filter.in`, `proper.in`, `yarko.in` a `yorp.in` obsahují parametry modelu.

`D.dat` je soubor obsahující rozměr každé testovací částice.

Nastavení souboru `param.in` a jeho obsah je podrobně uveden v příloze A, zejména jde o nastavení časového kroku integrace a volby ukládání výstupů.

Soubor `collision.in` obsahuje parametry popisující charakteristickou dobu τ_{reor} pro reorientaci rotačních os srážkami (Farinella et al., 1998):

$$\tau_{\text{reor}} = B \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{\beta_1} \left(\frac{D}{D_0} \right)^{\beta_2}, \quad (3.2)$$

kde ω označuje úhlovou frekvenci rotace tělesa a D jeho průměr. Nastavení parametrů vztahu 3.2 je uvedeno v tabulce 3.1.

Tabulka 3.1: Obsah souboru `collision.in`

obsah souboru	vysvětlení
$1,0 \cdot 10^3$	časový krok reorientace v [yr]
$84,5 \cdot 10^3$	B
0,83333	β_1
1,33333	β_2
2,0	D_0
$3,4906585 \cdot 10^{-4}$	ω_0 odpovídající periodě 5 hodin
$1,0 \cdot 10^{10}$	časový krok rozpadu v [yr]
$16,79 \cdot 10^6$	střední doba mezi rozpady v [yr]
1 1 1 1	škálování Hillových sfér planet
2.5 9	rozsah period po reorientaci v hodinách
-1 -1	rozsah středních velkých poloos pro vyřazování částic
T	výpis souboru <code>reorient.out</code>
T	výpis souboru <code>disrupt.out</code>

Soubor `genveld.in` (tabulka 3.2) obsahuje nastavení pro vytvoření rozdělení rychlostí po rozpadu $dN(v)dv$, které je v nekonečnu následující (Milani et al., 1994):

$$dN(v)dv = Cv(v^2 + v_{\text{esc}}^2)^{-(\alpha+1)/2}dv, \quad (3.3)$$

kde C označuje normalizační konstantu, v_{esc} únikovou rychlost z mateřského tělesa (dané jeho velikostí a hustotou) a α je volný parametr.

Tabulka 3.2: Obsah souboru `genveld.in`

obsah souboru	vysvětlení
70	rychlost tělesa o velikosti D_5 [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$]
5	nominální rozměr tělesa D_5 [km]
0	minimální rychlost po rozpadu [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$]
250	maximální rychlost po rozpadu [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$]
100	poloměr mateřského tělesa [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$]
2500	hustota tělesa [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$]
-1	číslo pro inicializaci generátoru pseudonáhodných čísel
D.dat	soubor obsahující rozměry těles

Soubor `filter.in` obsahuje nastavení digitálního filtru pro výpočet vlastních elementů. Použitý filtr je založen na Kaiserově okně (Quinn et al., 1991):

Tabulka 3.3: Obsah souboru `filter.in`

obsah souboru	vysvětlení
4	počet filtrů
AAAB	sekvence filtrů (označení podle Quinn et al., 1991)
10 10 5 3	příslušné decimální faktory
80 0,024 10,0	nastavení filtru A
80 0,1 20,0	nastavení filtru B
365,25	časový krok vzorkování
<code>bin.filter.dat</code>	výstupní soubor
T	zápis oskulačních elementů ve formátu <code>real*8</code>
F	zápis středních elementů ve formátu <code>real*4</code>
F	zápis středních elementů ve formátu <code>real*8</code>

V souboru `proper.in` je detailní nastavení filtru FMFT (Frequency Modified Fourier Transform) (Šidlichovský and Nesvorný, 1996b).

Soubor `yarko.in` obsahuje počet testovacích částic a pro každou z nich následující údaje: R poloměr částice v km, ρ_b hustotu v $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$, ρ_s hustotu povrchové vrstvy v $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$, K tepelnou vodivost v $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, c tepelnou kapacitu v $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, A Bondovo albedo a ε infračervenou emisivitu.

Soubor `yorp.in` (tabulka 3.4) obsahuje parametry těles pro výpočet působení YORP efektu. Používá soubory `*.y`, které obsahují vypočtené tepelné momenty působící na různé gaussovské sféry (Čapek and Vokrouhlický, 2004).

Tabulka 3.4: Obsah souboru `yorp.in`

obsah souboru	vysvětlení
630	počet částic (podle počtu těles v souboru <code>D.dat</code>)
10^3	časový krok integrátoru YORP [yr]
10^5	časový krok pro výstup [yr]
200	počet gaussovských sfér
7	počet údajů v každém souboru <code>*.y</code>
30,0	krok ve sklonu osy [°]
2,5	referenční hodnota velké poloosy [AU]
10^3	referenční poloměr [m]
2500	referenční hustota [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$]
$2,9088821 \cdot 10^{-4}$	úhlová rychlost odpovídající periodě 6 hodin [$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$]
0,33	škálovací faktor YORP momentu (et al., 2013)
<code>../fg_functions_K1e-3/</code>	adresář se soubory <code>*.y</code>
...	přiřazení gaussovských sfér testovacím částicím

3.2.3 Nastavení pro rodinu Itha

V integraci bylo kumulativní rozdělení velikostí testovacích částic zvoleno tak, že se každá částice z rozdělení pozorovaných členů rodiny uvažovala padesátkrát, celkem jich bylo 1350.

V souboru `makein.sh` jsme nastavili geometrii po rozpadu následujícím způsobem: pravá anomálie $f = 90^\circ$ a argument pericentra $\omega = 0^\circ$.

Nastavení v souboru `yarko.in` bylo následující: hustota těles $\rho_b = 2500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, hustota povrchové vrstvy $\rho_s = 1500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, tepelná vodivost $K = 0,001 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, tepelná kapacita $c = 680 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, Bondovo albedo $A = 0,1$, infračervená emisivita $\varepsilon = 0,9$. Nastavení se pro různé rodiny liší podle jejich taxonomického typu.

Hustotu jsme také nastavili v souboru `genveld.in`, kde jsme také nastavili poloměr mateřského tělesa $R = 100 \text{ km}$.

3.2.4 Nastavení pro rodinu Fringilla

V integraci bylo kumulativní rozdělení velikostí testovacích částic zvoleno tak, že se každá částice z rozdělení pozorovaných členů rodiny uvažovala desetkrát. Celkem jsme použili 600 testovacích částic.

Geometrii pro rozpadu jsme v souboru `makein.sh` nastavili následovně: pravá anomálie $f = 0^\circ$ a argument pericentra $\omega = 30^\circ$.

Soubor `yarko.in` jsme nastavili následujícím způsobem: hustota těles $\rho_b = 1300 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, hustota povrchové vrstvy $\rho_s = 1300 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, tepelná vodivost $K = 0,01 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, tepelná kapacita $c = 680 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, Bondovo albedo $A = 0,02$, infračervená emisivita $\varepsilon = 0,95$.

V souboru `genveld.in` jsme nastavili odpovídající hustotu a poloměr mateřského tělesa $R = 100 \text{ km}$.

3.2.5 Nastavení pro rodinu 15477

V integraci bylo kumulativní rozdělení velikostí testovacích částic zvoleno tak, aby odpovídalo rozdělení syntetickým rozdělením z kapitoly 2.3. Celkový počet částic je 580.

Geometrii pro rozpadu jsme v souboru `makein.sh` tentokrát nastavili následujícím způsobem: pravá anomálie $f = 90^\circ$ a argument pericentra $\omega = 90^\circ$.

Nastavení souboru `yarko.in` bylo následující: hustota těles $\rho_b = 2500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, hustota povrchové vrstvy $\rho_s = 1500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, tepelná vodivost $K = 0,001 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, tepelná kapacita $c = 680 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, Bondovo albedo $A = 0,1$, infračervená emisivita $\varepsilon = 0,9$.

Hustotu jsme nastavili v souboru `genveld.in` a tamtéž poloměr mateřského tělesa $R = 20 \text{ km}$.

3.3 Porovnání modelu a pozorování pomocí KS testu

Poté, co jsme provedli simulace orbitálního vývoje, bylo nutné vlastní orbitální elementy syntetických i pozorovaných rodin kvantitativně porovnat. K tomu jsme použili Kolmogorovův–Smirnovův (KS) test (Press et al., 1993).

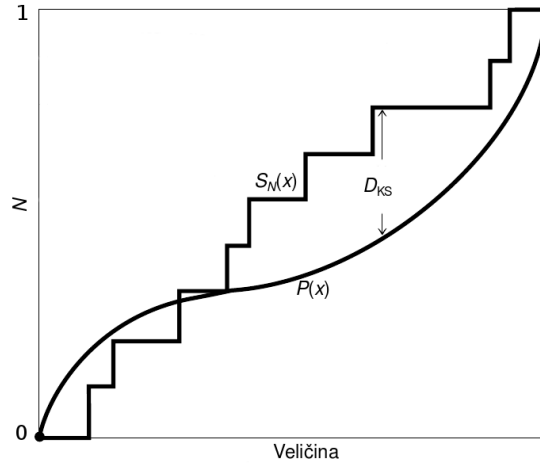
Tento statistický test se používá k posouzení, zda dva soubory dat mohou pocházet ze stejného statistického rozdělení. Tato rozdělení musejí být funkcí jedné nezávislé proměnné. Dvě normalizované kumulativní distribuční funkce se vždy shodují v krajních bodech. To, co je odlišuje, je chování mezi těmito body. KS test hledá největší vzdálenost mezi dvěma kumulativními distribučními funkcemi:

$$D_{\text{KS}} = \max |S_{N_1}(x) - S_{N_2}(x)|, \quad (3.4)$$

kde D_{KS} označuje Kolmogorovovu–Smirnovovu statistiku a $S_{N_1}(x)$ a $S_{N_2}(x)$ jsou dvě kumulativní distribuční funkce.

Nulová hypotéza říká, že oba vzorky pocházejí ze stejného rozdělení. Je možné také vypočítat pravděpodobnost, že daná hodnota D_{KS} je pouze dílem náhody (Press et al., 1993).

Tento test jsme aplikovali na kumulativní rozdělení vlastních elementů pozorovaných rodin a rodin simulovaných, a to zvláště pro vlastní velkou poloosu, excentricitu a sklon.



Obrázek 3.1: Ilustrace Kolmogorova–Smirnovova (KS) testu. V zobrazeném případě se jedná o srovnání diskrétního kumulativního rozdělení $S_N(x)$ a spojitého rozdělení $P(x)$. Parametr D_{KS} ukazuje největší vzdálenost mezi těmito rozděleními. V našem případě jsme ovšem srovnávali dvě diskrétní rozdělení.

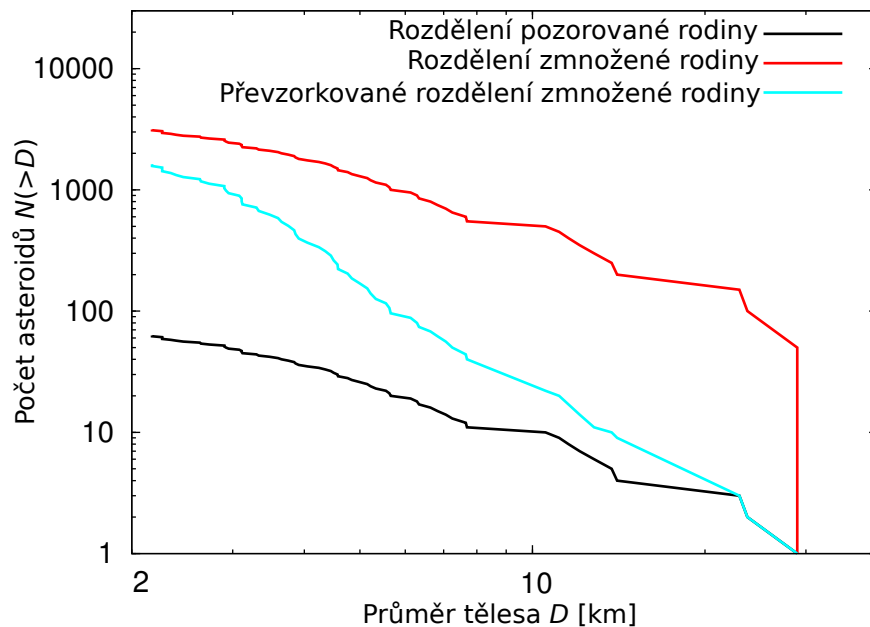
Existuje také dvourozměrný Kolmogorovův–Smirnovův test (Press et al., 1993), ve kterém se porovnávají dvě dvourozměrná rozdělení. To by v našem případě bylo srovnání syntetických a pozorovaných dat současně pro dva různé vlastní orbitální elementy. Namísto nějakého dvourozměrného kumulativního rozdělení se použije jiný způsob definice D_{KS} : daný bod v rovině dvou rozdělení se použije jako střed kvadrantů a poté se spočte relativní počet bodů v každém kvadrantu, a to jak pro referenční, tak pro srovná-

vací rozdělení. D_{KS} je pak rozdílem těchto dvou hodnot. Test posléze prochází jednotlivé body v rovině dvou rozdělení a hledá maximální D_{KS} .

3.4 Orbitální vývoj rodin

Pomocí integrátoru Swift jsme provedli simulace orbitálního vývoje rodin Itha, Fringilla a 15477 po dobu 4 Gyr. Kumulativní rozdělení velikostí testovacích částic bylo zvoleno tak, že každá částice z rozdělení pozorovaných členů rodiny byla použita vícekrát (rozdělení bylo vynásobeno určitým faktorem). Ačkoliv toto způsobilo velký přebytek největších těles oproti syntetickým kumulativním rozdělením velikostí plynoucím z hydrodynamických simulací (Durda et al., 2007), umožňuje to statisticky posuzovat i velká tělesa, která se vyvíjejí pomalu. Pro statistické zpracování celé rodiny jsme proto rozdělení převzorkovali tak, aby rozdělení nejlépe odpovídalo syntetickým rozdělením vybraným v kapitole 2.3 (obrázek 3.2 znázorňuje ukázkou pro rodinu Itha).

Pro simulaci vývoje rodiny 15477 jsme rovnou použili rozdělení odpovídající syntetickým rozdělením z kapitoly 2.3, která jsme určili jako nejpodobnější.



Obrázek 3.2: Na obrázku je černou čarou vyznačeno pozorované kumulativní rozdělení velikostí těles rodiny Itha. Rozdělení těles po padesátinásobném zvýšení počtu každého z nich je vyznačeno červeně. Modrá čára znázorňuje rozdělení upravené výběrem testovacích částic tak, aby odpovídalo syntetickým rozdělením (Durda et al., 2007), která jsme v kapitole 2.3 určili jako nejpodobnější rodině Itha (viz obrázek 2.11).

Jak bylo zmíněno v kapitole 1, výběr členů rodiny má řadu úskalí. My jsme zvolili následujících pět různých způsobů výběru pozorovaných těles, která budeme posléze porovnávat se simulovanými:

1. použili jsme jednoduchý „kvádr“ v prostoru vlastních orbitálních elementů tak velký, aby do něj nezasahovali členové žádné další známé rodiny. Do něj jsme zahrnuli

všechna tělesa v dané oblasti s výjimkou těch, která se výrazně lišila od průměrného albeda rodiny (metoda 1).

2. Z tohoto kvádrů jsme vyjmuli ta tělesa, u kterých není známo albedo (metoda 2).
3. Použili jsme kvádr v prostoru vlastních elementů svou velikostí odpovídající rozsahu vlastních elementů těles nalezených hierarchickou shlukovací metodou a opět jsme do něj zahrnuli všechna tělesa v dané oblasti s výjimkou těch, která se výrazně lišila od průměrného albeda rodiny (metoda 3).
4. I z tohoto kvádrů jsme vyjmuli ta tělesa, u kterých není známo albedo (metoda 4).
5. Použili jsme pouze tělesa nalezená hierarchickou shlukovací metodou (metoda 5).

Některá tělesa byla vyřazena metodou aH (viz obrázek 3.3). Linie vyznačené na obrázku 3.3 jsou definovány parametrickým vztahem (Vokrouhlický et al., 2006a):

$$H = \log_{10} \left| \frac{a_p - a_c}{C} \right|, \quad (3.5)$$

kde H označuje absolutní magnitudu, a_p vlastní velkou poloosu, a_c je „střed“ rodiny (ten volíme tak, aby na obou stranách od něj bylo pod liniemi podobné množství těles) a C volená konstanta. Pro tuto konstantu podle Vokrouhlický et al. (2006b) platí:

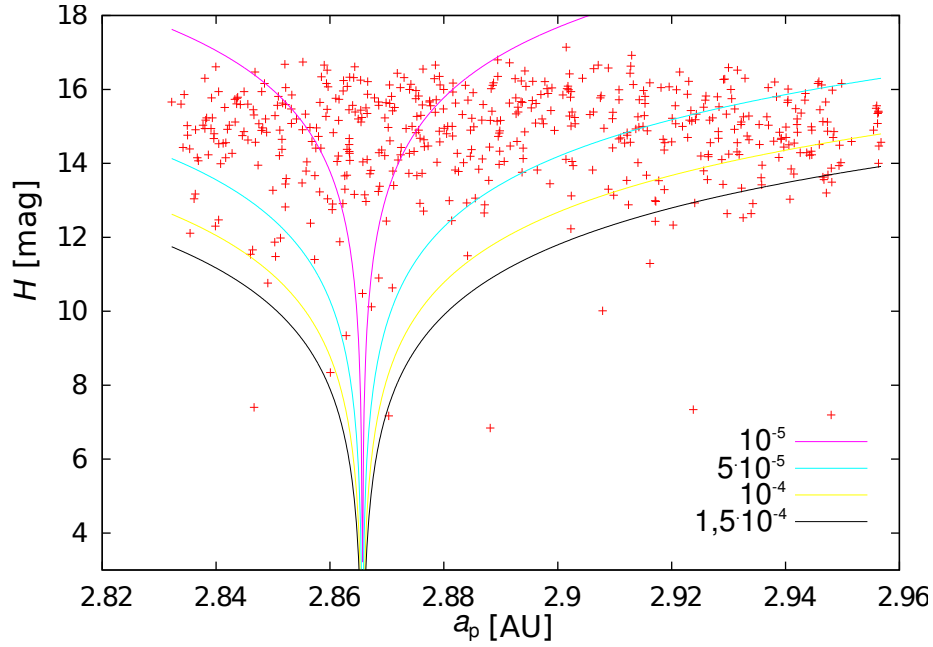
$$C = \sqrt{p_V} \left(\frac{da}{dt} \right)_0 T \cos \varepsilon, \quad (3.6)$$

kde p_V značí geometrické albedo, $(da/dt)_0$ rychlost změny velké poloosy Jarkovského jevem, T čas, za který těleso dorazí do bodu definovaného vztahem (a, H) a ε sklon rotační osy tělesa. Osamocená tělesa, jejichž poloha v (a, H) je příliš vzdálená od shluku ostatních, jsou vyřazena.

Existují též alternativní metody rozlišení členů rodin v pozorovaných datech. Jednou z nich je porovnávání poměru počtu těles ve vnořených boxech ve vlastních elementech, během časového vývoje (Brož and Morbidelli, 2013). Tato metoda je však vhodná pouze pro rodiny, jejichž spektrální typ je dostatečně odlišný od pozadí.

V následujících sekcích jsou na obrázcích vyznačeny polohy pozorovaných členů rodin s vlastními orbitálními elementy z katalogu AstDyS a polohy syntetických těles v různých časech vývoje simulace. Znázorněny jsou různé varianty podle volby těles, která považujeme za členy pozorovaných rodin.

Také je zobrazen časový vývoj Kolmogorova–Smirnova testu pro srovnání vlastních elementů syntetických a pozorovaných rodin. Ze syntetických dat byla odstraněna tělesa s velkou poloosou spadající mimo „netknutý“ pás, protože pozorovaná data máme také jen z něj. Současně je vyznačena pravděpodobnost, s jakou je možné potvrdit platnost nulové hypotézy, tedy že obě rozdělení jsou shodná.



Obrázek 3.3: Ukázka použití metody aH pro vyřazování pravděpodobně přimíšených těles. Červenými křížky jsou vyznačeny polohy těles v diagramu vlastní velká poloosa a versus absolutní magnituda H . Barevné linie odpovídají rovnici 3.5. V pravém dolním rohu jsou hodnoty parametru C . Tělesům, která nejsou členy rodiny, by příslušelo příliš velké C , výrazně vyšší, než shluk ostatních.

3.5 Orbitální vývoj rodiny Itha

V této podkapitole nejprve popíšeme konkrétní nastavení pro metody hledání těles v pozorovaných datech a poté budeme diskutovat srovnání pozorovaných a simulovaných dat Kolmogorovovým–Smirnovovým testem.

- Pro metody 1 a 2 jsme zvolili velikost použitého kvádrů $a_p = 2,824$ až $2,957$ AU, $e_p = 0,12$ až $0,25$ a $\sin i_p = 0,18$ až $0,24$ (viz obrázky 3.4 a 3.5).
- Pro metody 3 a 4 jsme volili $a_p = 2,824$ až $2,957$ AU, $e_p = 0,13$ až $0,17$ a $\sin i_p = 0,2$ až $0,24$ (obrázky 3.6 a 3.7).
- V metodě 1 a 3 jsme vyřadili všechna tělesa, která měla v katalogu WISE geometrické albedo menší než $0,08$. V metodách 2 a 4 navíc ještě ta, u kterých není známo albedo.
- V případě metody 5 byli členové pozorované rodiny nalezeni hierarchickou shlukovací metodou s mezní rychlostí $v_{\text{cutoff}} = 140 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (obrázek 3.8).

Na horních řadách obrázků je během vývoje jasně patrná přítomnost rezonancí středního pohybu s Jupiterem na $a_p = 2,824$ AU (5:2), $2,902$ AU (12:5) a $2,956$ AU (7:3). Zejména tyto rezonance spolu s Jarkovského jevem a vývojem sklonů sekulárními rezonancemi (zatím neidentifikovanými) jsou zodpovědné za úbytek většiny těles během vývoje —

z počátečních 3150 jich po 4 Gyr zbylo 484. Zřetelný je také určitý vývoj excentricit (převážně k větším hodnotám) a sklonů (k nižším hodnotám).

Vzhledem k množství těles přítomných v oblasti rezonance 5:2 a za ní na počátku vývoje syntetické rodiny a toho, že v pozorovaných datech nejsou, je možné zamítnout hypotézu, že rodina Itha je velmi mladá (do 1 Myr).

Hodnota D_{KS} pro velkou poloosu se pro případy 1 až 4 (tedy s výjimkou metody 5) příliš nemění, po prvotním poklesu zůstává mezi hodnotami 0,05 a 0,2. Stejně tak pravděpodobnost zamítnutí nulové hypotézy (dále jen „pravděpodobnost“) je ve všech případech (s malými výjimkami v případě metod 2 a 4) od času 0,5 Gyr, resp. od 1 Gyr vyšší než zvolená hladina 0,05. Tuto skutečnost můžeme interpretovat tak, že je rodina stará $\gtrsim 1$ Gyr.

D_{KS} pro excentricitu po většinu vývoje mírně klesá, s minimem u ~ 3 Gyr a poté stagnuje, opět s výjimkou metody 5, kde je přibližně konstantní po celou dobu, ale i zde je jisté minimum u ~ 3 Gyr. V případě většího boxu je pravděpodobnost vyšší než 0,05 od ~ 3 Gyr, v případě menšího boxu již od $\sim 2,5$ Gyr, stejně tak i pro případ metody 5 (tam ale posléze opět klesá). Tato dobrá shoda případů metod 1 až 4 indikuje stáří $\gtrsim 2,5$ Gyr.

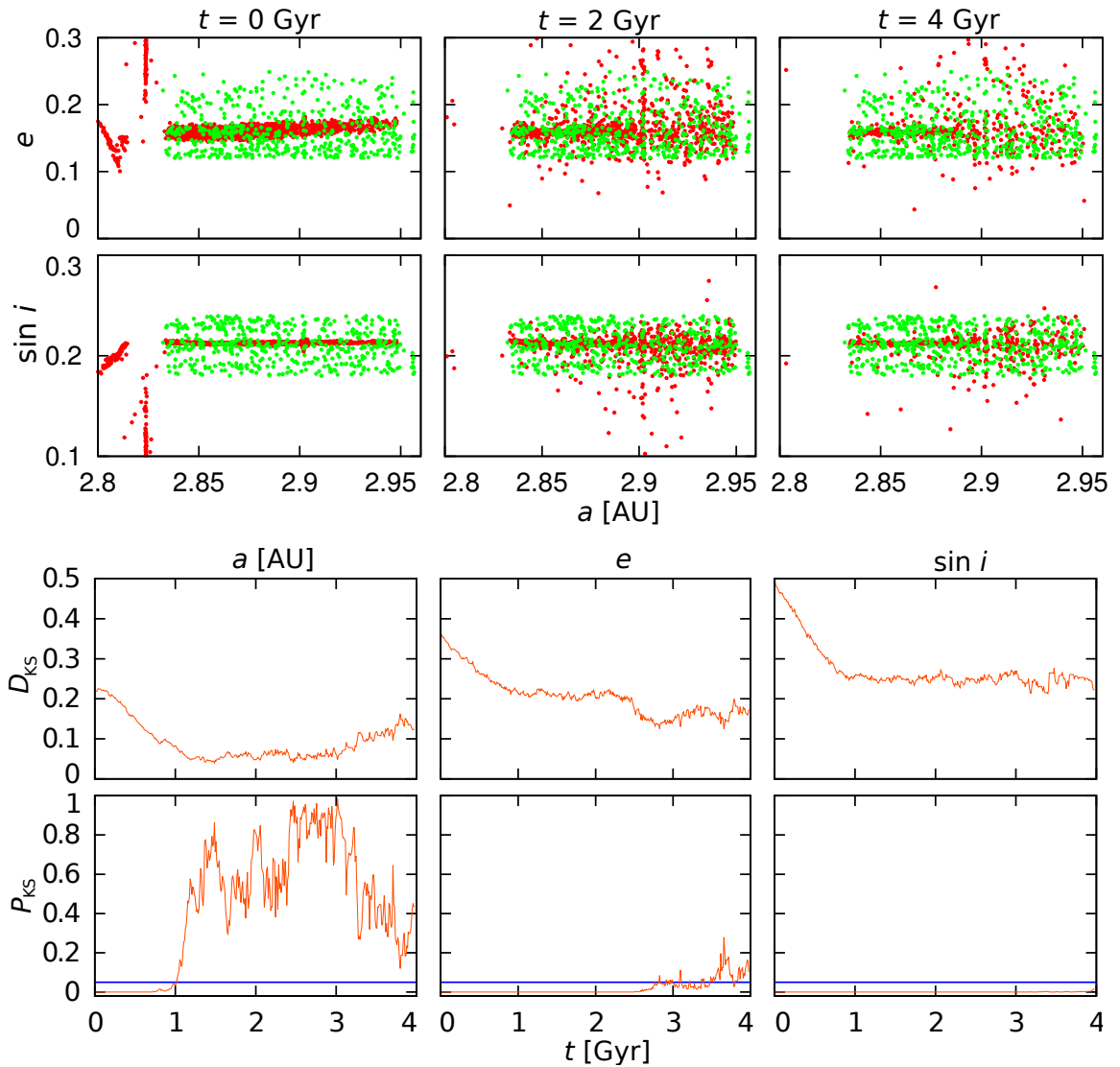
Příčinou toho, že se výsledky pro velkou poloosu od času 1 Gyr příliš nemění, je zřejmě to, že rodina je od tohoto okamžiku již „vyvinuta“ a následné úniky těles do oblastí mimo netknutý pás již na její tvar ve velké poloose nemají podstatný vliv.

V případě sklonu nebyly nikdy (s výjimkou metody 5) hodnoty pravděpodobnosti vyšší než 0,05, takže shoda rozdělení velikostí sklonu simulovaných a pozorovaných těles je zamítnuta. Toto je patrně způsobeno nevhodně zvolenou počáteční geometrií simulace: pravou anomálií $f = 90^\circ$ a argumentem pericentra $\omega = 0^\circ$. Na základě toho se podle Gaussovy rovnice pro sklon:

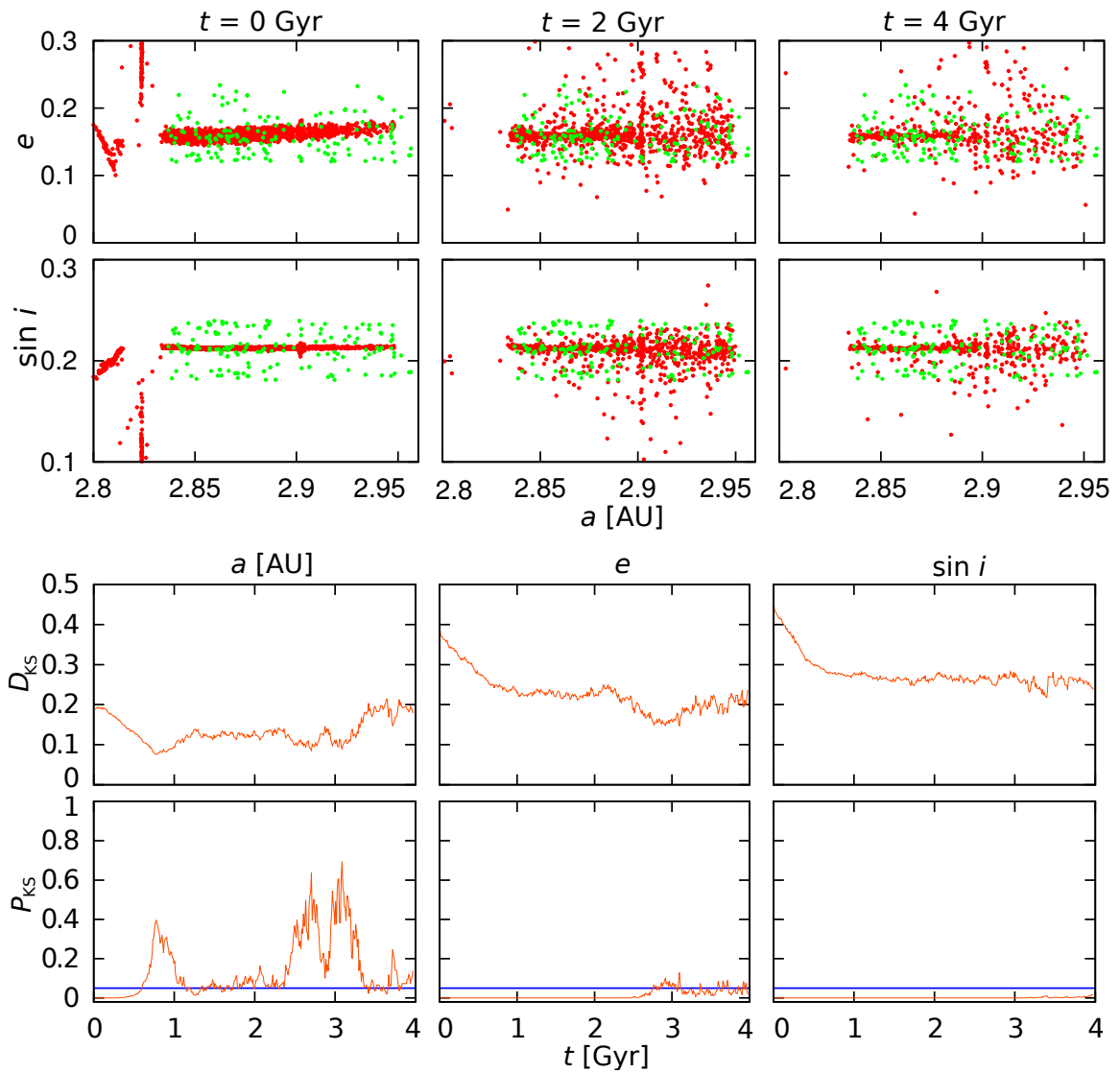
$$\frac{dI}{dt} = \frac{a_n}{na\sqrt{1-e^2}} \frac{r}{a} \cos(\omega + f), \quad (3.7)$$

kde a_n je normálová složka zrychlení, n střední pohyb, a oskulační velká poloosa a e excentricita, v případě $\cos(\omega + f) \rightarrow 0$ mění sklon velmi málo. Důsledek pomalého vývoje sklonu je ilustrován na obrázku 3.9, na kterém je vidět, že i po 4 Gyr je polovina simulovaných těles v počátečním rozsahu sklonů.

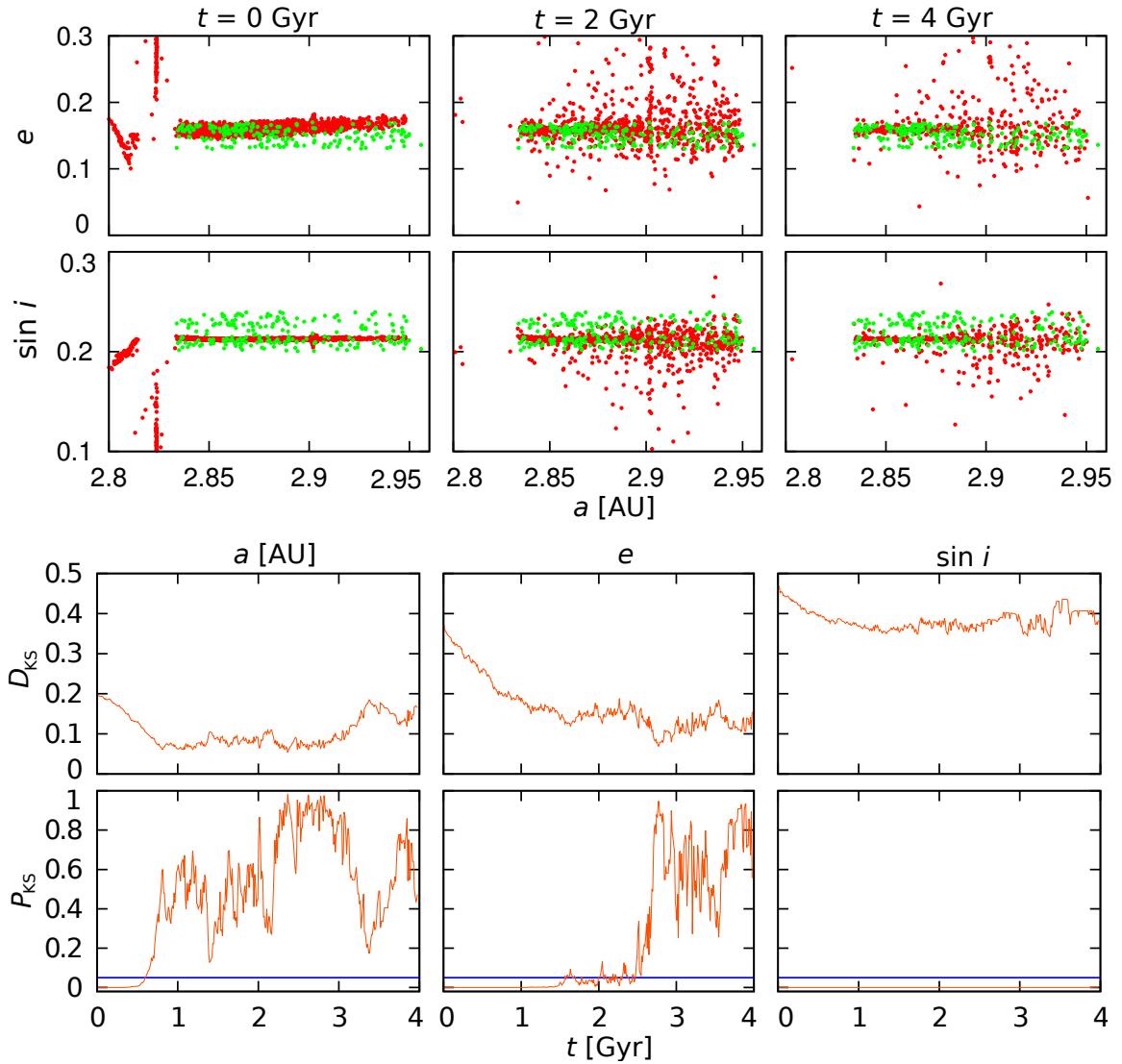
Výsledkům pro metodu 5, tedy pro tělesa nalezená hierarchickou shlukovací metodou, nepřikládáme velkou váhu. Tato metoda trpí řadou nedostatků (viz kapitolu 1.2) a velmi rozptýlené členy rodiny nenajde. Z analýzy vývoje velkých poloos a excentricit metodami 1 až 5 plyne, že stáří rodiny Itha je minimálně 2,5 Gyr. Pro analýzu sklonu by bylo třeba provést simulaci s vhodněji nastavenými počátečními podmínkami pravé anomálie a argumentu pericentra. Výsledky takovéto krátkodobé simulace jsou diskutovány v následující kapitole.



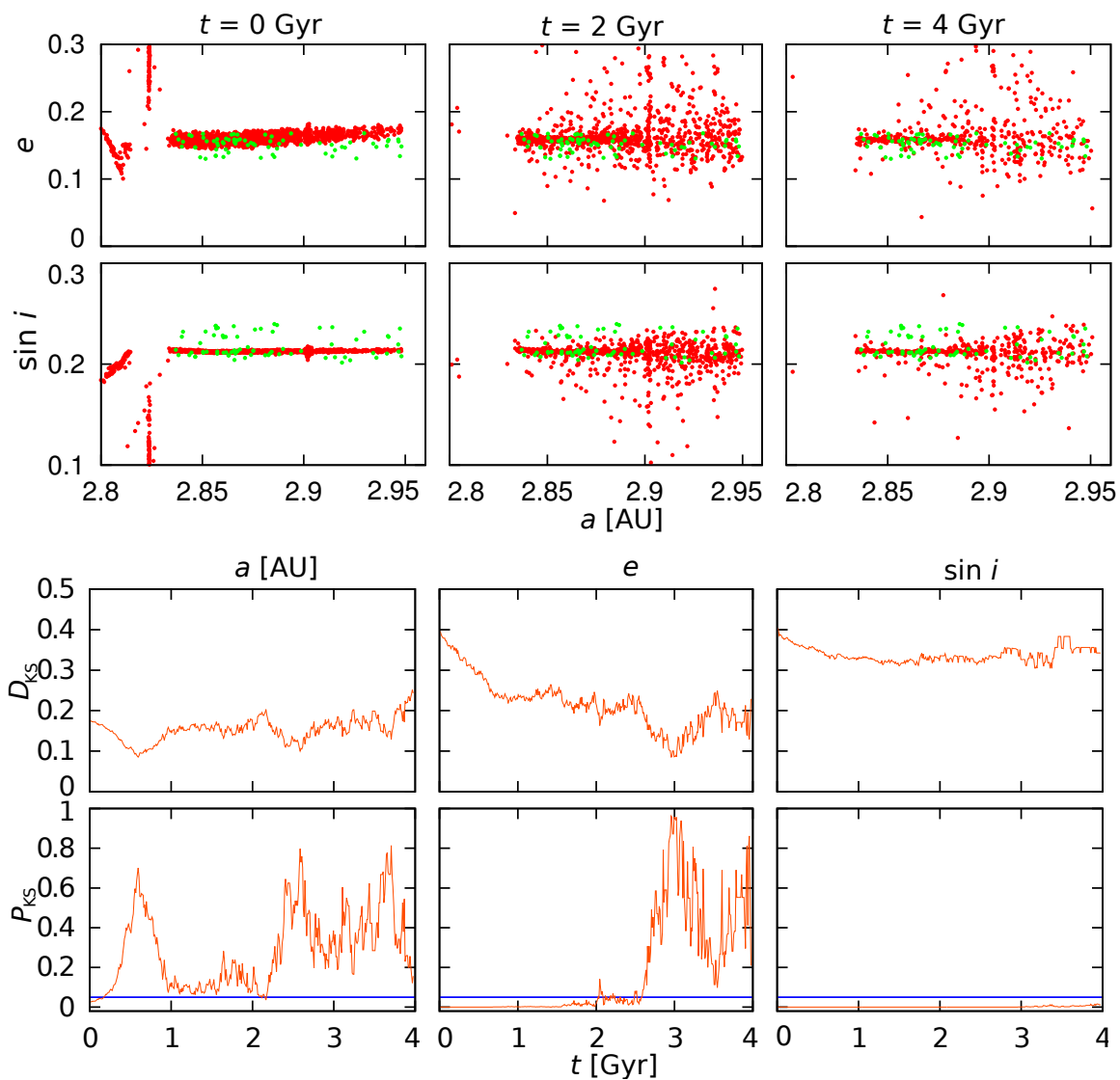
Obrázek 3.4: Metoda volby těles 1. První dva řádky znázorňují polohy pozorovaných členů rodiny Itha s polohou simulovaných těles ve vlastních elementech v různých časech — konkrétně počátek, po 2 Gyr a po 4 Gyr. Zeleně jsou vyznačena pozorovaná tělesa z katalogu AstDyS v kvádru $a_p = 2,824$ až $2,957$ AU, $e_p = 0,12$ až $0,25$ a $\sin i_p = 0,18$ až $0,24$ s výjimkou těch, která mají v datech WISE geometrické albedo p_v menší než $0,08$. Červeně jsou vyznačena simulovaná tělesa. V horním řádku je zobrazena dvojice vlastních elementů velká poloosa a excentricita (a_p, e_p), v druhém řádku níže velká poloosa a sklon ($a_p, \sin i_p$). Zřetelné je ubývání modelovaných těles v průběhu vývoje, způsobené zejména driftem ve velké poloose a přítomností rezonancí středního pohybu s Jupiterem na $a_p = 2,823$ AU (5:2), 2,9 AU (dvojice 17:7 a 12:5) a 2,956 AU (7:3). První a poslední z rezonancí ohraničuje celý „netknutý“ pás. V třetím řádku je znázorněna hodnota vzdálenosti D_{KS} Kolmogorovova–Smirnovova testu postupně pro vlastní elementy a_p, e_p a $\sin i_p$. V posledním řádku je vynesena pravděpodobnost P_{KS} , s jakou je možné potvrdit platnost nulové hypotézy; modrou čarou je oddělena zvolená hladina $0,05$.



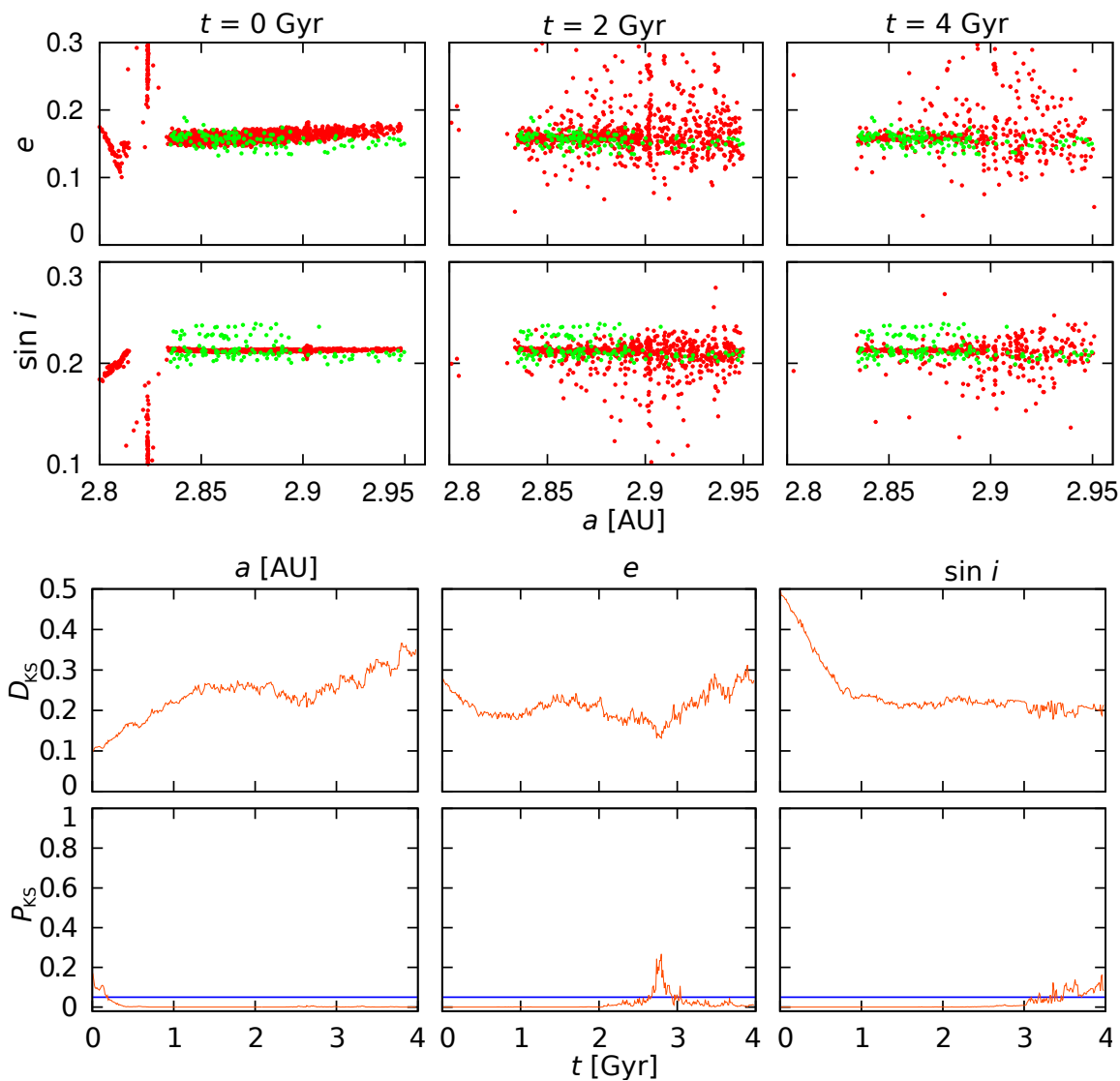
Obrázek 3.5: Metoda 2. Tento obrázek se od obrázku 3.4 liší tím, že obsahuje pouze tělesa obsažená v katalogu WISE.



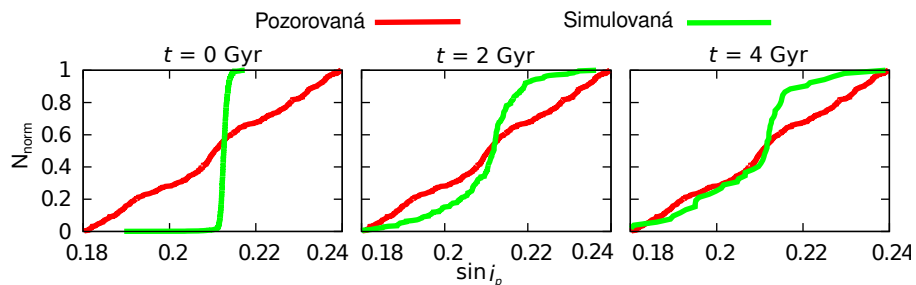
Obrázek 3.6: Metoda 3. Tento případ je podobný obrázku 3.4. Liší se tím, že je pro výběr těles rodiny použit menší kvádr, odpovídající rozsahu vlastních elementů členů rodiny nalezených hierarchickou shlukovací metodou, konkrétně $a_p = 2,824$ až $2,957$ AU, $e_p = 0,13$ až $0,17$ a $\sin i_p = 0,2$ až $0,24$.



Obrázek 3.7: Metoda 4. V tomto případě jsme použili stejný kvádr jako v případě 3.6, ale vynechali jsme všechna tělesa neobsažená v katalogu WISE. Vše ostatní viz obrázek 3.4.



Obrázek 3.8: Metoda 5. V tomto případě jsme použili členy rodiny nalezené hierarchickou shlukovací metodou z těles uvedených v katalogu AstDyS. Vše ostatní viz obrázek 3.4.



Obrázek 3.9: Normované kumulativní rozdělení vlastních sklonů pozorovaných a simulovaných těles rodiny Itha během vývoje po dobu 4 Gyr. Jedná se o případ většího kvádrů (obrázek 3.4). Je patrné, že sklonů většiny simulovaných těles zůstávají blízké počátečním hodnotám většiny těles: (0,21; 0,22), i po 4 Gyr je kolem poloviny těles v tomto rozsahu.

3.6 Vliv iniciální geometrie

V předchozí kapitole 3.5 jsme ukázali, že se rozdělení vlastních elementů simulované rodiny během celého vývoje neshoduje s pozorovaným. Také jsme našli možnou příčinu — nevhodné nastavení počáteční geometrie.

Hypotézu, že vhodnějším nastavením počáteční geometrie získáme syntetickou rodinu, která lépe odpovídá pozorované, jsme ověřili spuštěním další simulace s nastavením pravé anomálie $f = 90^\circ$ a argumentu pericentra $\omega = 90^\circ$, díky čemuž se podle rovnice 3.7 bude sklon měnit výrazněji. Tuto simulaci jsme použili pouze pro výpočet sklonů krátce po počátku vývoje. Skutečně, již po 6 Myr je D_{KS} sklonu 0,23 a pravděpodobnost 0,15, tedy nad hladinou 0,05. Toto značí, že ani sklony nemusejí být ve sporu s výsledky pro velkou poloosu a excentricitu.

3.7 Orbitální vývoj rodiny Fringilla

Nyní nejprve popíšeme konkrétní nastavení pro rodinu Fringilla. Metody hledání těles v pozorovaných datech rodiny byly parametrizovány následovně:

- Pro metody 1 a 2 jsme volili velikost použitého kvádrů $a_p = 2,824$ až $2,957$ AU, $e_p = 0,05$ až $0,13$ a $\sin i_p = 0,27$ až $0,3$ (obrázky 3.4 a 3.5).
- Pro metody 3 a 4 bylo zvoleno $a_p = 2,824$ až $2,957$ AU, $e_p = 0,13$ až $0,17$ a $\sin i_p = 0,2$ až $0,24$ (obrázky 3.6 a 3.7).
- V metodě 1 a 3 jsme vyřadili všechna tělesa, která měla v katalogu WISE geometrické albedo větší než 0,08. V metodách 2 a 4 navíc ještě ta, u kterých albedo není známo.
- V případě metody 5 byli členové pozorované rodiny nalezeni hierarchickou shlukovací metodou s $v_{\text{cutoff}} = 140 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (obrázek 3.8).

V této kapitole je uveden pouze jeden obrázek, ostatní jsou v příloze C.

Na horních obrázcích je během vývoje, stejně jako v případě rodiny Itha, patrná přítomnost rezonancí středního pohybu s Jupiterem, v tomto případě poněkud méně zřetelná kvůli menšímu počtu těles v simulaci. Během vývoje došlo k úbytku těles a z počátečních 600 jich po 4 Gyr zbylo jen 49. Pozorovatelný je vývoj excentricit převážně k větším hodnotám.

Vzdálenost D_{KS} pro velkou poloosu v případě většího kvádrů nejprve klesá a poté pomalu roste, v případě menšího kvádrů po velkém poklesu opět výrazně roste a u metody 5 po poklesu stagnuje. Pravděpodobnost po nárůstu nad hladinu 0,05 po 0,5 Gyr až 1 Gyr výrazně fluktuuje.

Hodnota D_{KS} pro excentricitu ve všech případech po většinu vývoje stagnuje, po ~ 3 Gyr výrazně roste. Pravděpodobnost prudce narůstá a překročí 0,05 po ~ 3 Gyr (s výjimkou metody 5, tam zůstává stále nízká). Toto by zdánlivě mohlo indikovat stáří rodiny $\gtrsim 3$ Gyr, spíše je to však způsobeno malým počtem zbývajících těles v simulaci.

D_{KS} sklonu ve všech případech stagnuje. Pravděpodobnost se ve všech případech nad zvolenou hladinu 0,05 prudce zvýší po $\sim 3,5$ Gyr. Opět je to však způsobeno spíše malým počtem zbývajících těles.

Příčinou toho, že se výsledky pro velkou poloosu od času 1 Gyr příliš nemění, je stejně jako v případě rodiny Itha to, že rodina je od tohoto okamžiku již v ustáleném stavu, kdy úbytky a driftы těles neovlivňují celkový tvar distribuční funkce.

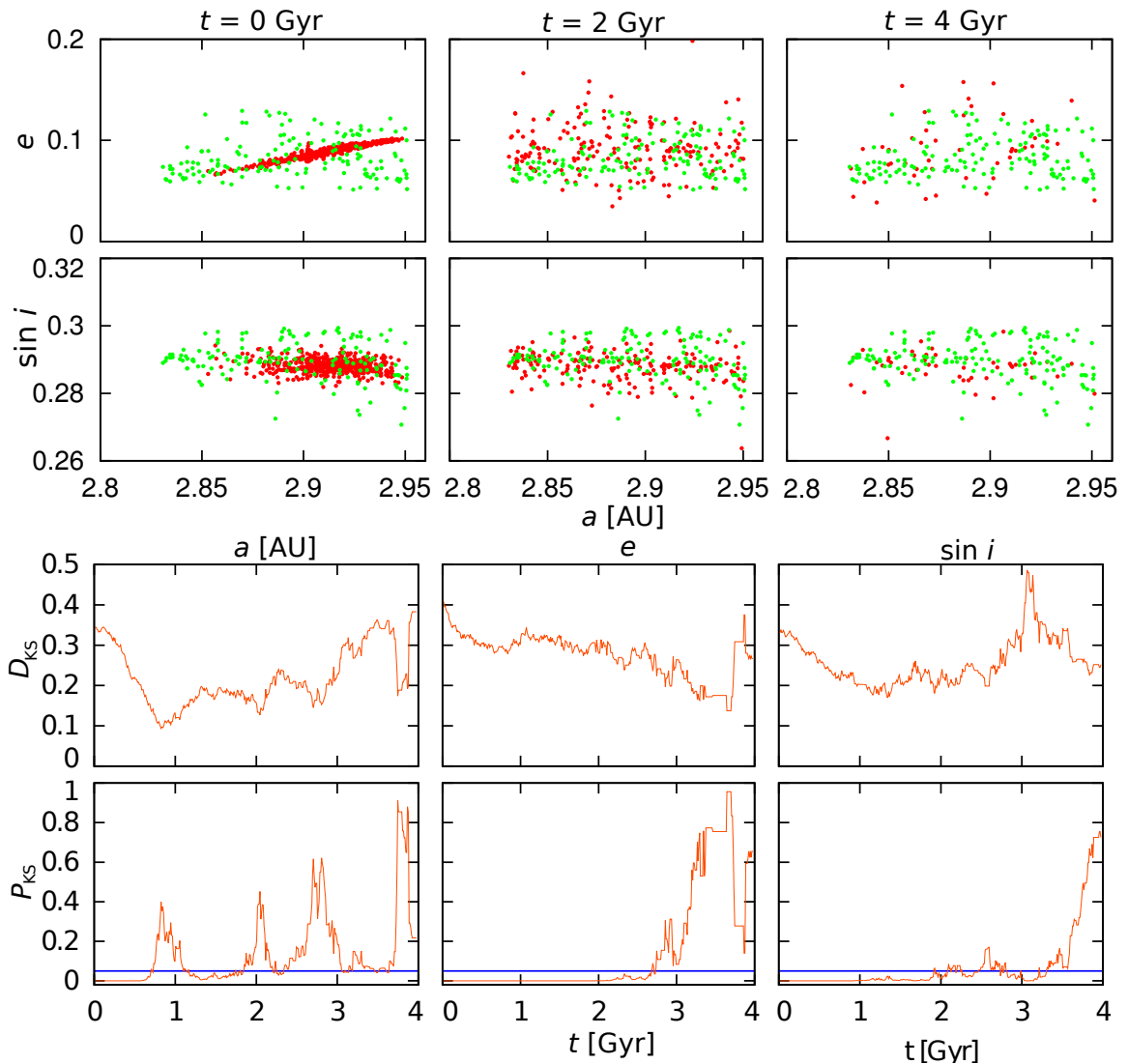
Výsledkům pro metodu 5, tedy pro tělesa nalezená hierarchickou shlukovací metodou, opět nepřikládáme velkou váhu. Berme ji zde jako určité „metodologické varování“, neboť ji nelze používat pro rozptýlené členy rodiny. Z analýzy vývoje velkých poloos, excentricit a sklonu metodami 1 až 5 plyne, že rodina Fringilla by neměla být mladší než 3 Gyr. Situaci pro stáří (3; 4) Gyr není možné spolehlivě posoudit, protože pro průkazné statistické zpracování zbylo málo syntetických těles.

3.8 Orbitální vývoj rodiny 15477

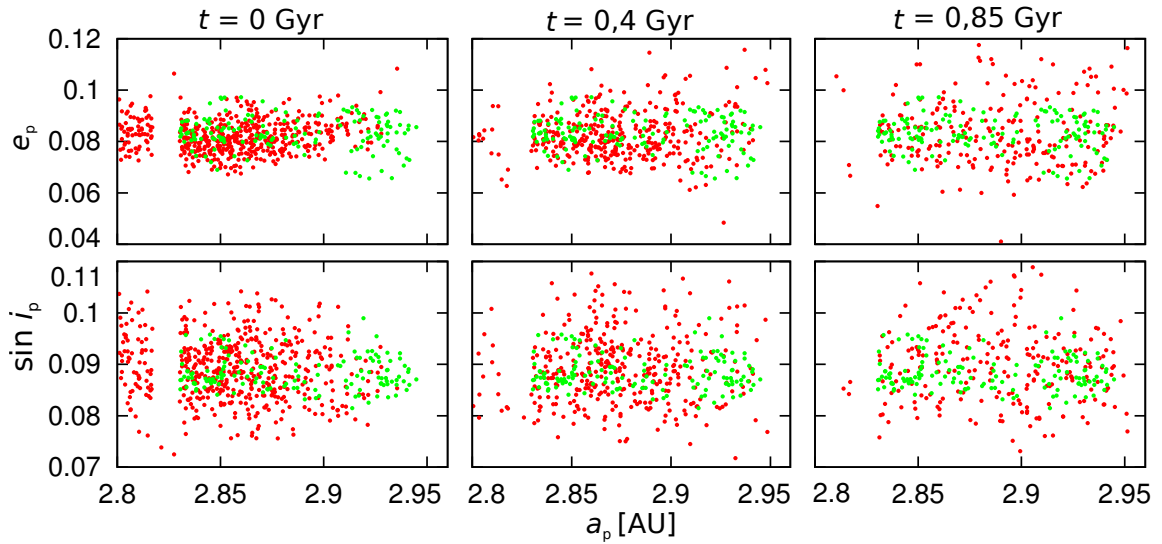
Simulace orbitálního vývoje rodiny 15477 pokrývala období od 0 do 850 Myr, poté jsme ji ukončili. Po této době totiž dosáhl rozsah simulovaných těles ve vlastní excentricitě i ve vlastním sklonu hodnot větších, než má pozorovaná rodina. Vývoj je pro ilustraci znázorněn spolu s pozorovanou rodinou, respektive se členy nalezenými hierarchickou shlukovací metodou s $v_{\text{cutoff}} = 110 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, na obrázku 3.8.

Na horních obrázcích je během vývoje, stejně jako v případě rodiny Itha i Fringilla, patrná přítomnost rezonancí středního pohybu s Jupiterem (ovšem méně zřetelná kvůli menšímu počtu těles v simulaci). Pozorovatelný je relativně rychlý vývoj excentricit i sklonů k vyšším i nižším hodnotám a především dynamický úbytek těles na menších velkých poloosách.

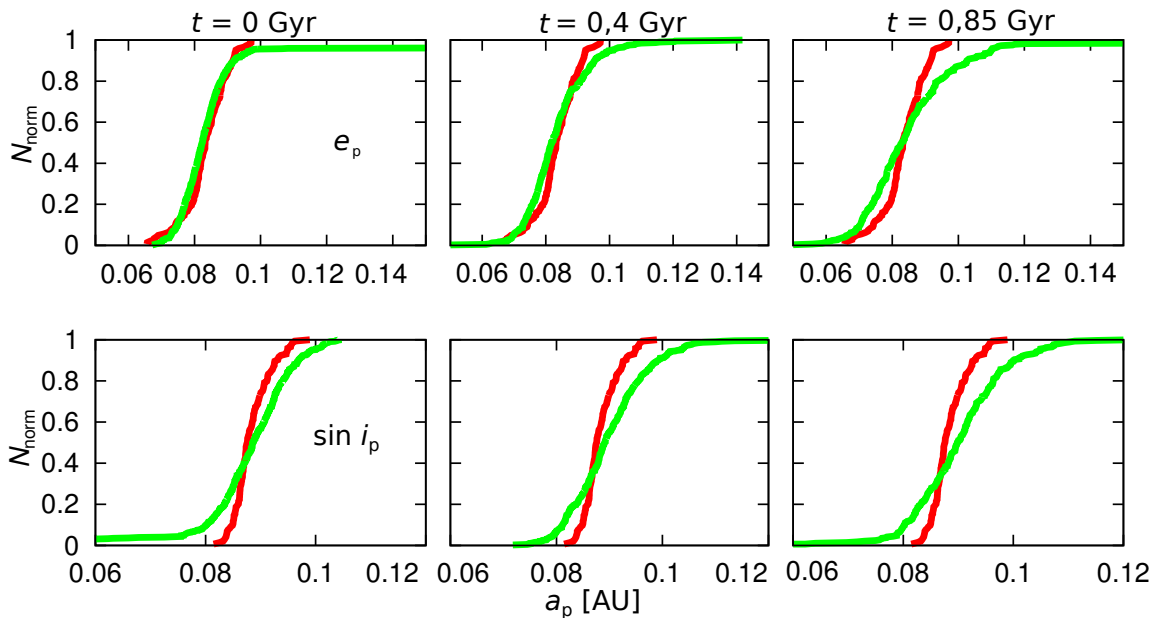
Z výše uvedeného je zřejmé, že stáří rodiny se přibližuje 800 Myr, pokud bychom posuzovali pouze vývoj vlastních velkých poloos. Nicméně excentricity a sklony svědčí o opaku, tudíž soudíme, že bude pravděpodobně nutná určitá změna iniciální geometrie, neboť rozptyl sklonu je již iniciálně větší (lze řešit převzorkováním) a také střední hodnota vlastní excentricity se zdá menší než u pozorované rodiny.



Obrázek 3.10: První obrázek znázorňuje polohy pozorovaných členů rodiny Fringilla a polohy simulovaných těles ve vlastních elementech v různých časech. Zeleně jsou vyznačena tělesa rodiny. Ta byla zvolena tak, že to jsou všechna tělesa z katalogu AstDyS v kvádru $a_p = 2,824$ až $2,957$ AU, $e_p = 0,05$ až $0,13$ a $\sin i_p = 0,27$ až $0,3$ s výjimkou těch, která mají v datech WISE geometrické albedo p_v větší než $0,08$. V horních obrázcích je zobrazena dvojice vlastních elementů velká poloosa a excentricita (a_p, e_p), v dolních velká poloosa a sklon ($a_p, \sin i_p$). V horní části druhého obrázku je znázorněna hodnota vzdálenosti D_{KS} Kolmogorovova-Smirnovova testu postupně pro vlastní elementy a_p , e_p a $\sin i_p$. V dolní části je vynesena odpovídající pravděpodobnost, s jakou je možné potvrdit platnost nulové hypotézy; čarou je oddělena zvolená hladina $0,05$. Detailněji viz popis obrázku 3.4.



Obrázek 3.11: Obrázek znázorňuje polohy pozorovaných členů rodiny 15477 a polohy simulovaných těles ve vlastních elementech v různých časech. Zeleně jsou vyznačena pozorovaná tělesa rodiny, která byla vybrána hierarchickou shlukovací metodou. V horních obrázcích je zobrazena dvojice vlastních elementů velká poloosa a excentricita (a_p, e_p), v dolních velká poloosa a sklon ($a_p, \sin i_p$).



Obrázek 3.12: Normované kumulativní rozdělení vlastních excentricit a vlastních sklonů pozorovaných (červená) a simulovaných (zelená) těles rodiny 15477 během vývoje po dobu 0,85 Gyr. Pozorovaná tělesa jsou vybrána hierarchickou shlukovací metodou.

Kapitola 4

Simulace kolizního vývoje

Abychom nezávisle určili stáří rodin, simulovali jsme i jejich kolizní vývoj, tj. srážky a rozpady jejich členů. Pomocí kódu Boulder (Morbidelli et al., 2009) jsme modelovali vývoj kumulativního rozdělení velikostí těles. Jako počáteční rozdělení jsme použili výsledky hydrodynamických modelů rozpadu (Durda et al. 2007), jak bylo diskutováno v kapitole 2.3.

4.1 Program Boulder

Pro studium kolizního vývoje těles jsme použili kód Boulder (Morbidelli et al., 2009), který modeluje vývoj rozdělení velikostí vícero populací těles. Při srážkách dochází k rozpadům těles s určitou pravděpodobností a vzájemnou rychlostí. Pro rozhodování, zda dojde k rozpadu velkého tělesa, či nikoli, využívá kód metody Monte–Carlo (malých těles je mnoho a rozpadne se jich dostatečné množství větší než 1). Dále kód používá škálovací zákon, tj. vztah mezi specifickou energií Q_D^* potřebnou k rozptýlení poloviny mateřského tělesa a jeho velikostí D (Benz and Asphaug, 1999). Také jsou v něm obsaženy následující relace: hmotnosti největšího zbytku $M_{LR}(Q/Q_D^*)$, největšího fragmentu $M_{LF}(Q/Q_D^*)$ a sklonu rozdělení $q(Q/Q_D^*)$ v závislosti na specifické energii srážky.

Program funguje následujícím způsobem: populace těles je reprezentována hmotnostním rozdělením; to je rozděleno na biny. V každém z binů je zaznamenáván počet těles a jejich celková hmotnost. Tyto veličiny se vyvíjejí na základě modelů srážek a vzájemné dynamické interakce. V každém časovém kroku jsou prováděny tyto operace:

1. je vypočten celkový počet kolizí se zohledněním gravitační fokuse;
2. na základě výsledků hydrodynamických modelů je vypočtena hmotnost největšího pozůstatku M_{LR} , největšího fragmentu M_{LF} a sklon q rozdělení fragmentů;
3. největší zbytek a fragmenty jsou rozděleny do hmotnostních binů a je aktualizována celková hmotnost a počet těles v jednotlivých binech;
4. nakonec jsou biny předefinovány; pokud jsou dva biny příliš blízko, dojde k jejich spojení; pokud příliš daleko, vytvoří se nový bin. To je potřeba pro zohledňování kráterování a obrušování, kterými se hmotnost těles mění jen velmi málo.

4.2 Počáteční podmínky a parametry modelu

Jako vlastní pravděpodobnost srážky asteroidů v hlavním pásu používáme hodnotu $P_i = (3,10 \pm 0,02) \cdot 10^{-18} \text{ km}^{-2} \text{ yr}^{-1}$ při průměrné rychlosti $v_{\text{imp}} = 5,28 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ (Dahlgren, 1998). Existují i alternativní modely, ze kterých plynou nezávislé, ale kompatibilní výsledky, například v práci Dell’Oro et al. (2001). Tyto údaje jsou obsaženy v souboru `collprob.dat`. Frekvence $f_{\text{disruption}}$, s jakou se tělesa rozpadají $f_{\text{disruption}} [\text{yr}^{-1}]$ souvisí s pravděpodobností P_i následovně (Bottke et al., 2005):

$$f_{\text{disruption}} = P_i \frac{D_{\text{target}}^2}{4} n_{\text{projectile}} n_{\text{target}}, \quad (4.1)$$

kde D_{target} označuje rozměr terče; $n_{\text{projectile}}$ a n_{target} označují počty projektilů a terčů. Dále se v souboru `param.dat` zadává počáteční čas t_0 , časový krok Δt a konečný čas t_1 . Ve všech případech jsme použili $t_0 = 0 \text{ yr}$, $\Delta t = 1 \cdot 10^7 \text{ yr}$ a $t_1 = 4 \cdot 10^9 \text{ yr}$.

Soubor `phys_par.dat` obsahuje škálovací zákon (Benz and Asphaug 1999) popisovaný funkcí:

$$Q_{\text{D}}^* = \frac{1}{q_{\text{fact}}} (Q_0 r^a + B \rho r^b), \quad (4.2)$$

kde Q_{D}^* označuje specifickou energii potřebnou k rozptýlení poloviny mateřského tělesa; q_{fact} , $Q_0 [\text{erg} \cdot \text{g}^{-1}]$ a $B [\text{erg} \cdot \text{cm}^3 \cdot \text{g}^{-2}]$ jsou normalizační parametry; a a b popisují sklony mocninných závislostí a ρ značí hustotu v $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$.

V souboru `gen_ic.in` se zadává počet populací, v našem případě dvě — celý pás asteroidů a zkoumaná rodina.

4.3 Porovnání modelu a pozorování pomocí χ^2

Pro porovnání kumulativního rozdělení velikostí těles pozorovaných a simulovaných jsme definovali vhodnou metriku (pseudo- χ^2), předepsanou vztahem

$$\chi_{\text{pseudo}}^2 = \sum_i^N \frac{(x_{(\text{syn})i} - x_{(\text{obs})i})^2}{\sigma_i^2}, \quad (4.3)$$

kde $x_{(\text{syn})i}$ označuje syntetická data, $x_{(\text{obs})i}$ pozorovaná data a σ_i^2 „nejistotu“. Stejně jako v případě kapitoly 2.3 tuto „nejistotu“ ale neznáme a je nutno ji volit, čímž se náš postup liší od běžného χ^2 . Na základě jisté podobnosti se standardním χ^2 považujeme v částech vývoje, kde nabývá náš χ^2 hodnot do dvojnásobku minimální hodnoty χ^2 , simulované i pozorované rozdělení za souhlasící.

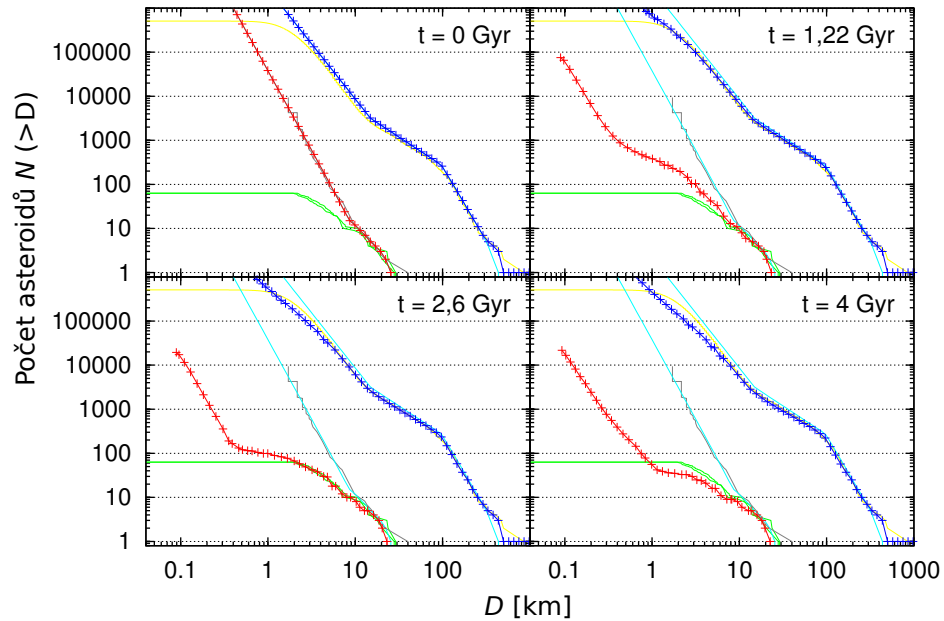
Hodnota χ^2 se počítá pro všechna rozdělení během kolizního vývoje syntetických rodin, s krokem odpovídajícím našemu nastavení kódu Boulder, tedy $\Delta t = 1 \cdot 10^7 \text{ yr}$. Rozsah velikostí, které se do výpočtu zahrnují, zadáváme tak, abychom se vyhnuli malým tělesům (např. $D < 1 \text{ km}$), kde je tvar pozorovaného rozdělení výrazně ovlivněn observační nedostatečností.

4.4 Kolizní vývoj rodiny Itha

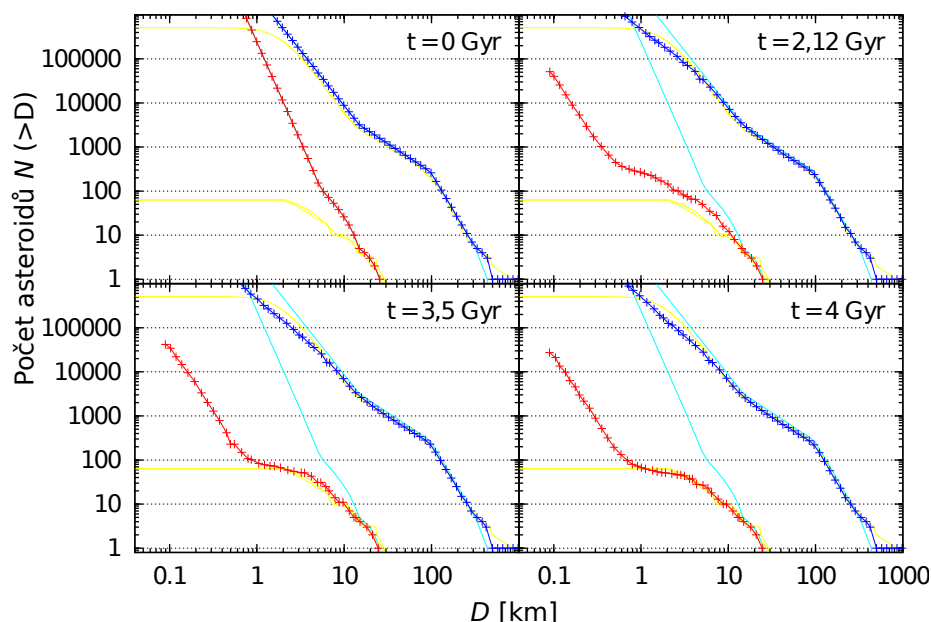
Jako počáteční kumulativní rozdělení velikostí těles jsme použili výsledky hydrodynamických simulací rozpadu (Durda et al., 2007), viz obrázek 2.11. Parametry modelu (soubor `phys_par.dat`) jsme volili následovně (odpovídá bazaltu dle Benz and Asphaug (1999)): $q_{\text{fact}} = 1$, $Q_0 = 7 \cdot 10^7 \text{ erg} \cdot \text{g}^{-1}$, $B = 2,1 \text{ erg} \cdot \text{cm}^3 \cdot \text{g}^{-2}$, $a = -0,45$, $b = 1,19$ a $\rho = 3 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$. Kódem Boulder jsme vypočetli vývoj simulovaných těles po dobu 4 Gyr a hledali, v kterém čase jsou si pozorovaná a simulovaná rozdělení nejpodobnější, a tedy odpovídající χ^2 je nejmenší. V následujících časech nabývá χ^2 hodnot menších než dvojnásobek minima:

- $t > 2,3$ Gyr pro rychlost srážky 5 km/s, úhel 30° a rozměr mateřského tělesa 80 km, pokud zahrneme tělesa s $D > 2$ km.
- $t > 2,4$ Gyr pro rychlost srážky 6 km/s, úhel 45° a rozměr mateřského tělesa 100 km, pokud zahrneme tělesa s $D > 2$ km.

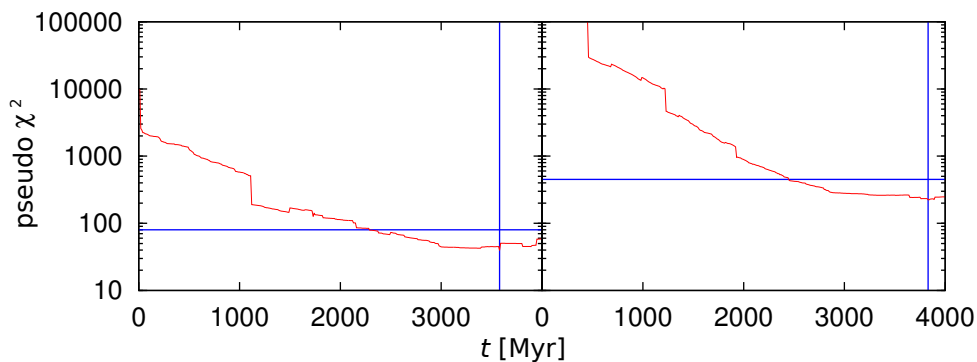
Výsledné stáří určené z obou rozdělení se dobře shoduje a zároveň je kompatibilní s výsledky orbitálních simulací. Výsledky jsou ovlivněny inicializací generátoru pseudonáhodných čísel, která je diskutována v kapitole 4.7.



Obrázek 4.1: Kolizní vývoj kumulativního rozdělení velikostí těles rodiny Itha modelovaný programem Boulder. Žlutě jsou vyznačena pozorovaná rozdělení všech těles hlavního pásu, zeleně pak pozorované rozdělení členů rodiny Itha. Modře je vyznačen vývoj rozdělení těles celého hlavního pásu asteroidů a červený je vývoj rozdělení členů rodiny Itha. Počáteční rozdělení rodiny Itha bylo vybráno z hydrodynamických modelů rozpadů asteroidů (Durda et al. 2007) v kapitole 2.3. V tomto případě se jedná o rychlost srážky 5 km/s, úhel 30° a rozměr mateřského tělesa 80 km. Modelován byl vývoj po dobu 4 Gyr. Na obrázcích je znázorněna situace na počátku vývoje, po 1,22 Gyr, po 2,6 Gyr a stav ve 4 Gyr.



Obrázek 4.2: Kolizní vývoj kumulativního rozdělení těles rodiny Itha modelovaný programem Boulder. Podrobný popis viz obrázek 4.10. V tomto případě se jedná o rychlost srážky 6 km/s, úhel 45° a rozměr mateřského tělesa 100 km. Na obrázcích je znázorněna situace na počátku vývoje, po 2,12 Gyr, po 3,5 Gyr a po 4 Gyr.



Obrázek 4.3: Časový vývoj (pseudo – χ^2) pro rodinu Itha. Vertikální modré čáry označují čas, kdy je χ^2 nejmenší; horizontální čáry označují dvojnásobek minimální hodnoty χ^2 . Na levém obrázku je vyznačena situace pro rychlost srážky 5 km/s, úhel 30° a rozměr mateřského tělesa 80 km. V tomto případě se rozdělení nejlépe shodují v čase $t = 3,58$ Gyr. Pod hladinou dvojnásobku minimální hodnoty χ^2 je to $t > 2,28$ Gyr. Na pravém panelu je rychlost srážky 6 km/s, úhel 45° a rozměr mateřského tělesa 100 km. Zde se rozdělení nejlépe shodují v $t = 3,83$ Gyr a pod hladinou dvojnásobku minimální hodnoty χ^2 je $t > 2,44$ Gyr. „Skoky” jsou způsobeny dynamickou změnou binů.

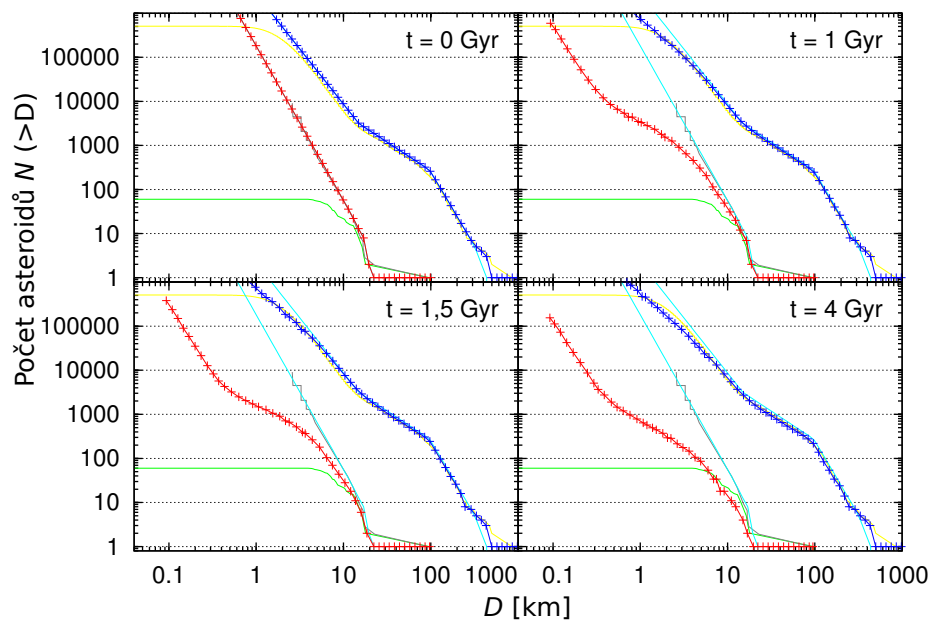
4.5 Kolizní vývoj rodiny Fringilla

Jako počáteční kumulativní rozdělení velikostí těles syntetické rodiny jsme použili výsledky hydrodynamických simulací rozpadu (Durda et al., 2007), viz obrázek 2.13. Parametry modelu (soubor `phys_par.dat`) se od rodiny Itha (kapitola 4.4) liší jen hustotou $\rho = 1,5 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$.

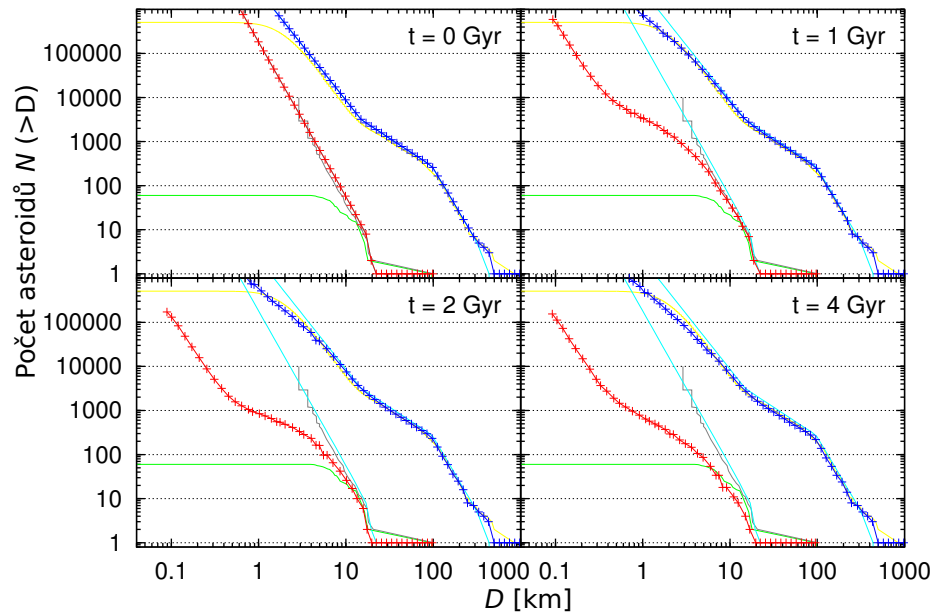
Simulovali jsme vývoj syntetických těles po dobu 4 Gyr a hledali, v kterém čase jsou si pozorovaná a simulovaná rozdělení nejpodobnější, a tedy odpovídající χ^2 je nejmenší. V následujících časech nabývá χ^2 hodnot menších než dvojnásobek minima:

- $t > 3,4$ Gyr pro rychlost srážky 3 km/s, úhel 45° a rozměr mateřského tělesa 120 km, pokud zahrneme tělesa s $D > 4$ km.
- $t > 3,3$ Gyr pro rychlost srážky 5 km/s, úhel 15° a rozměr mateřského tělesa 135 km, pokud zahrneme tělesa s $D > 4$ km.

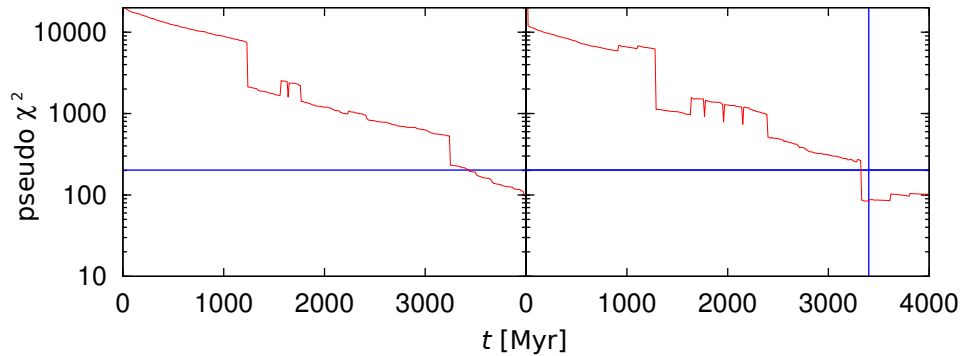
Obě určená stáří se opět dobře shodují a jsou kompatibilní s výsledky orbitálních simulací.



Obrázek 4.4: Kolizní vývoj kumulativního rozdělení velikostí těles rodiny Fringilla. Popis odpovídá obrázku 4.10. V tomto případě se jedná o rychlost srážky 3 km/s, úhel 45° a rozměr mateřského tělesa 120 km. Na obrázcích je znázorněna situace na počátku vývoje, po 1 Gyr, po 1,5 Gyr a stav ve 4 Gyr.



Obrázek 4.5: Kolizní vývoj kumulativního rozdělení velikostí těles rodiny Fringilla modelovaný programem Boulder. Popis viz obrázek 4.10. V tomto případě se jedná o rychlost srážky 5 km/s, úhel 15° a rozměr mateřského tělesa 135 km. Na obrázcích je znázorněna situace na počátku vývoje, po 1 Gyr, po 2 Gyr a po 4 Gyr.



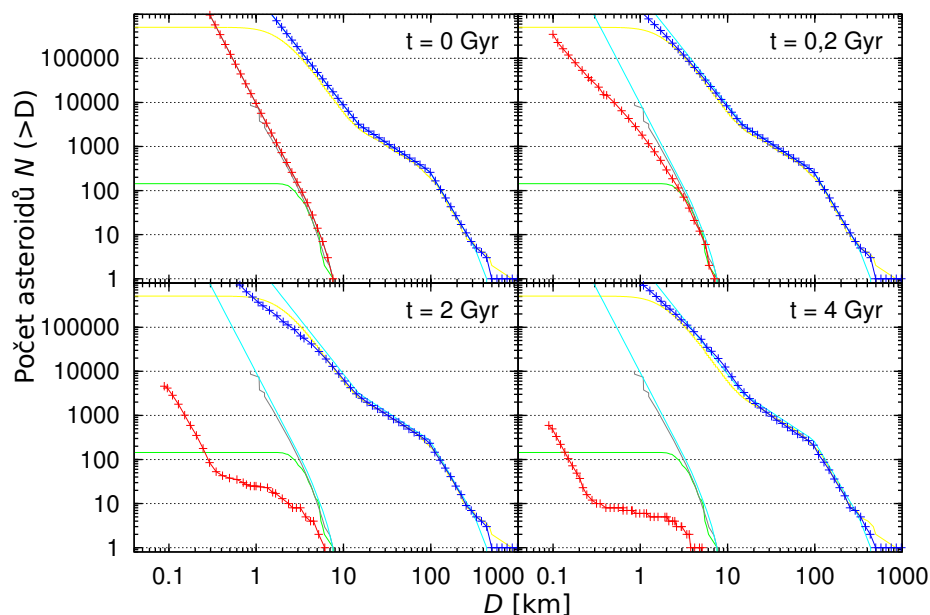
Obrázek 4.6: Časový vývoj (pseudo- χ^2) pro rodinu Fringilla, obdobný 4.3. Na levém obrázku je vyznačena situace pro rychlost srážky 3 km/s, úhel 45° a rozměr mateřského tělesa 120 km. V tomto případě se rozdělení nejlépe shodují v konečném čase, tedy $t = 4$ Gyr. Pod hladinou dvojnásobku minimální hodnoty χ^2 je to $t > 3,43$ Gyr. Na pravém panelu je rychlost srážky 5 km/s, úhel 15° a rozměr mateřského tělesa 135 km. Zde se rozdělení nejlépe shodují v $t = 3,40$ Gyr a pod hladinou dvojnásobku minimální hodnoty χ^2 je $t > 3,33$ Gyr.

4.6 Kolizní vývoj rodiny 15477

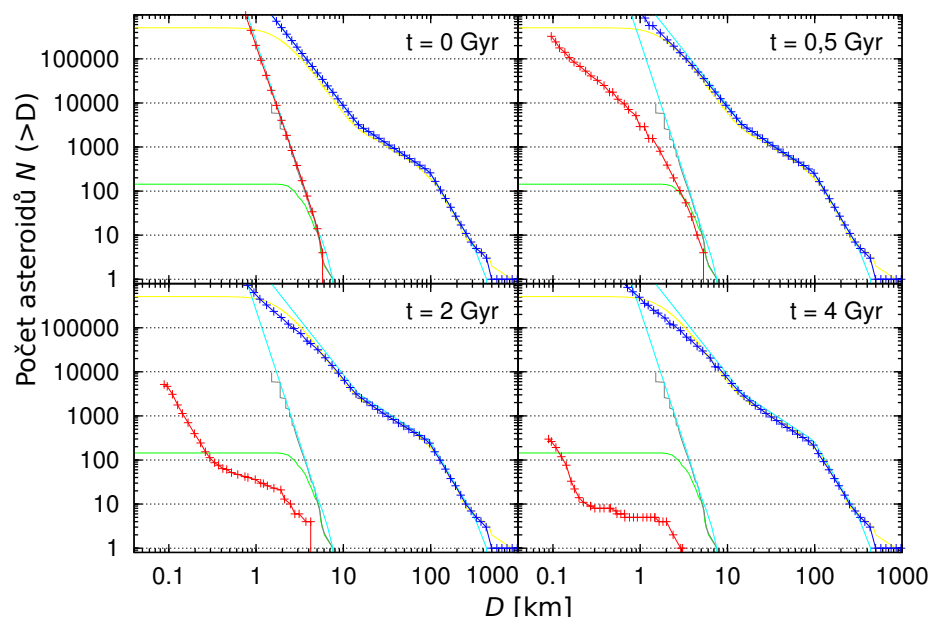
Jako počáteční kumulativní rozdělení velikostí jsme použili výsledky hydrodynamických simulací rozpadu těles, viz obrázek 2.15. Parametry modelu (soubor `phys_par.dat`) jsou stejné jako v případě rodiny Itha. Opět jsme hledali, v kterém čase jsou si pozorovaná a simulovaná rozdělení nejpodobnější, a tedy odpovídající χ^2 je nejmenší. V následujících časech nabývá χ^2 hodnot menších než dvojnásobek minima:

- $t \in [0,35; 0,86]$ Gyr při rychlosti srážky 4 km/s, úhlu 45° a rozměru mateřského tělesa 40 km, pokud zahrneme tělesa s $D > 1,5$ km,
- $t \in [0,47; 0,61]$ Gyr při rychlosti srážky 7 km/s, úhlu 30° a rozměru mateřského tělesa 70 km, pokud zahrneme tělesa s $D > 1,5$ km.

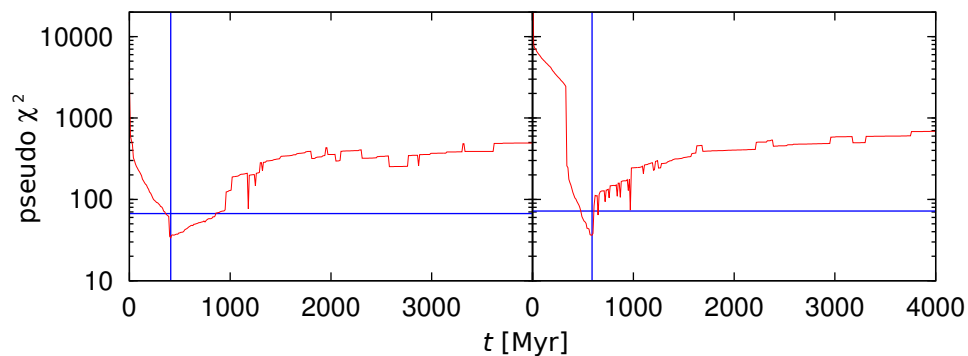
Obě uvedená syntetická rozdělení jsou navzájem kompatibilní a výsledné stáří souhlasí i s výsledky orbitální simulace.



Obrázek 4.7: Kolizní vývoj kumulativního rozdělení velikostí těles rodiny 15477. Popis odpovídá obrázku 4.10. V tomto případě se jedná o rychlost srážky 4 km/s, úhel 45° a rozměr mateřského tělesa 40 km. Na obrázcích je znázorněna situace na počátku vývoje, po 0,2 Gyr, po 2 Gyr a stav ve 4 Gyr.



Obrázek 4.8: Kolizní vývoj kumulativního rozdělení velikostí těles rodiny 15477 modelovaný programem Boulder. Popis viz obrázek 4.7. V tomto případě se jedná o rychlost srážky 7 km/s, úhel 30° a rozměr mateřského tělesa 70 km. Na obrázcích je znázorněna situace na počátku vývoje, po 0,5 Gyr, po 2 Gyr a po 4 Gyr.



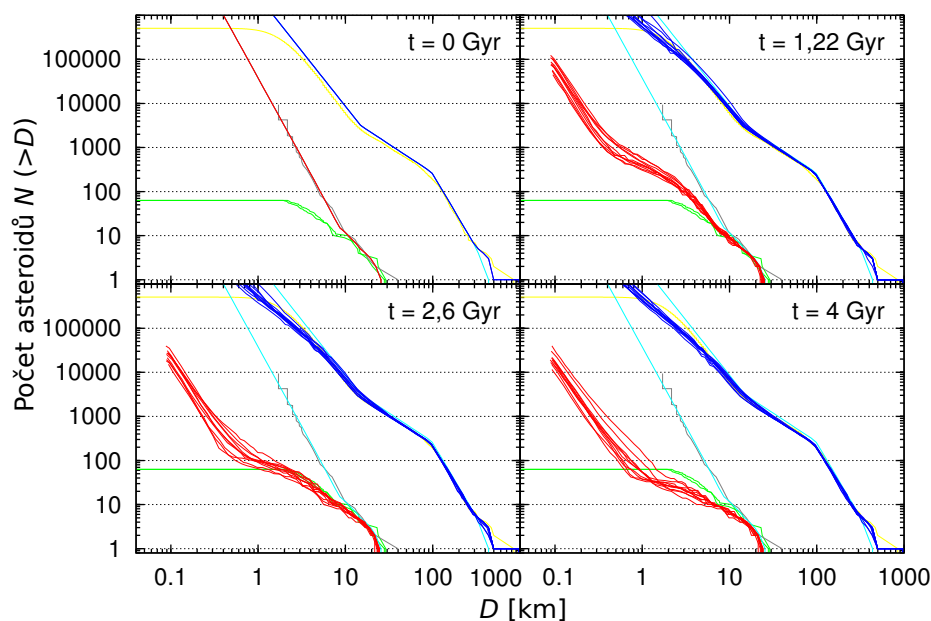
Obrázek 4.9: Časový vývoj (pseudo $-\chi^2$) pro rodinu 15477, obdobný 4.3. Na levém obrázku je vyznačena situace pro rychlost srážky 4 km/s, úhel 45° a rozměr mateřského tělesa 40 km. V tomto případě se rozdělení nejlépe shodují v čase $t = 0,41$ Gyr. Pod hladinou dvojnásobku minimální hodnoty χ^2 je $t \in [0,35; 0,86]$ Gyr. Na pravém panelu je rychlost srážky 7 km/s, úhel 30° a rozměr mateřského tělesa 70 km. Zde se rozdělení nejlépe shodují v $t = 0,59$ Gyr a pod hladinou dvojnásobku minimální hodnoty χ^2 je $t \in [0,47; 0,61]$ Gyr.

4.7 Vliv inicializace generátoru náhodných čísel

Kód Boulder rozhoduje o rozpadu velkých těles pomocí metody Monte–Carlo. Ta ovšem vyžaduje zvolit nějaké číslo pro inicializaci generátoru pseudonáhodných čísel. Obrázek 4.10 ilustruje, jaký může mít tato volba vliv na tvar simulovaného kumulativního rozdělení velikostí těles.

Spustili jsme 10 modelů s různým nastavením (-1 až -10). Pro tělesa větší než $D = 5$ km nepozorujeme výrazné rozdíly mezi výslednými rozděleními. Liší se však pro menší tělesa s $D < 5$ km, a mohou tak za určitých okolností ovlivnit stáří rodiny, zejména pokud by bylo vysoké, a bylo tedy dostatek času na to, aby se rozdělení velikostí podstatně vyvinula a odlišila sekundárními srážkami.

Náš odhad nejistoty stáří rodiny způsobené tímto náhodným (stochastickým) jevem činí 0,1 Gyr až 0,3 Gyr (pro stáří dosahující 4 Gyr).



Obrázek 4.10: Kolizní vývoj kumulativního rozdělení těles rodiny Itha modelovaný programem Boulder. Podrobný popis viz obrázek 4.10. Tento obrázek obsahující 10 modelů ilustruje, jak se může lišit průběh modelovaného kolizního vývoje v závislosti na zvolené inicializaci generátoru náhodných čísel.

Kapitola 5

Diskuze velkého pozdního bombardování

Velké pozdní bombardování (LHB) se odehrávalo před 4,1 až 3,8 miliardami let; v této době bylo na Měsíci i ostatních tělesech sluneční soustavy vytvořeno velké množství kráterů (Hartmann et al., 2000). Nejvýznamnějším důkazem pro existenci této události je radiometrické datování lunárních meteoritů (Hartmann et al., 2007) a vzorků z Měsíce (Cohen et al., 2000).

Hledá se jeho příčina, protože nebylo pouze dozvukem primordiální akrece (Weidenschilling, 2000; Bottke et al., 2007). Jedním z možných vysvětlení je dynamická nestabilita planetárního systému, která způsobila přesun transneptunických těles do vnitřní části sluneční soustavy, zvaný model z Nice (Gomes et al. 2005; Morbidelli et al., 2007; Morbidelli et al., 2010; Nesvorný, 2011; Bottke et al., 2012).

Následkem takového bombardování vnitřní části sluneční soustavy by v hlavním pásu mělo vzniknout zhruba 100 asteroidálních rodin (Brož et al., 2013) s velikostí mateřského tělesa $D_{PB} > 100$ km a kolem 10 rodin s $D_{PB} > 200$ km. To však pozorováno není. V práci Brož et al. (2013) bylo nalezeno pět možných vysvětlení: 1) rozpad transneptunických komet před jistou kritickou vzdáleností od perihelia; 2) rozpad většiny členů rodin asteroidů sekundárními srážkami; 3) rozdělení velikostí transneptunických komet bylo velmi ploché; 4) životní doba komet mohla být citlivě závislá na jejich velikosti; 5) je možné, že se používají nesprávná rozdělení velikostí po rozpadu, protože doposud nejsou známy výsledky SPH simulací srážek mezi soudržnými (asteroidy) a málo soudržnými tělesy (kometami).

Ve zmiňované práci je také diskutováno očekávané množství rodin s $D_{PB} > 100$ km v „netknutém” pásu (obrázek 2), tj. nejpravděpodobněji osm. Jediná doposud známá rodina s $D_{PB} > 100$ km v „netknutém” pásu patrně vzniklá v období velkého pozdního bombardování je však Koronis.

V této práci jsme se zabývali určením stáří vybraných rodin v „netknutém” pásu, nejprve bez započtení vlivu velkého pozdního bombardování. Modelovali jsme kolizní a dynamický vývoj v pásu asteroidů po dobu 4 Gyr. V případě, že bychom zjistili stáří

některé rodiny $\geq 3,8$ Gyr, pak by tato rodina prokazatelně vznikla v období velkého pozdního bombardování¹.

Na základě srovnání modelů orbitálního vývoje s pozorovanými daty jsme určili stáří vybraných rodin následovně (kapitola 3.3):

1. rodina Itha: $t \gtrsim 2,5$ Gyr,
2. rodina Fringilla: $t \gtrsim 3,0$ Gyr,
3. rodina 15477 $\sim 0,8$ Gyr.

Pravděpodobnost, že hodnota vzdáleností D_{KS} mezi rozděleními vlastních elementů pro tyto časové úseky je pouze dílem náhody (tzn. že jsou kompatibilní), je vždy větší než 5 %.

Ze srovnání modelů kolizního vývoje s pozorovanými daty jsme nezávisle určili stáří:

1. rodina Itha: $t > 2,3$ Gyr,
2. rodina Fringilla: $t > 3,3$ Gyr,
3. rodina 15477: přibližně $t \in [0,47; 0,61]$ Gyr.

Na základě těchto dat tedy není možné u rodiny Itha ani Fringilla prokázat, že by nesporně pocházely z velkého pozdního bombardování, ale není to vyloučené. Rodina 15477 je relativně mladá, tvořená převážně malými asteroidy.

Ve formě posteru Brož, Cibulková, Řehák (2012) — viz příloha D — jsou diskutovány další tři body týkající se této diplomové práce. Prvním z nich je orbitální vývoj rodiny Itha. Jedná se o mírně odlišnou simulaci, než je prezentována v této práci; bylo použito jen 630 testovacích částic. Plyne z ní předběžný výsledek týkající se stáří této rodiny: více než 1 Gyr.

Druhým je kolizní vývoj rodiny Itha bez započtení velkého pozdního bombardování. Z práce Durda et al. (2007) bylo použito několik variant kumulativních rozdělení velikostí těles, aby reprezentovala různé velikosti mateřských těles. Z analýzy plyne, že (s výjimkou varianty největšího tělesa) rodina mohla vzniknout v době velkého pozdního bombardování.

Posledním bodem je kolizní vývoj se započtením vlivu velkého pozdního bombardování. Tento model zahrnuje rozdělení velikostí transneptunických komet, přičemž nominální model obsahuje přibližně 10^{10} komet větších než 10 km. Také obsahuje časový vývoj vlastní pravděpodobnosti srážek (mezi kometami a asteroidy hlavního pásu) a jejich rychlostí (Vokrouhlický et al., 2008, Minton and Malhotra, 2010). V tomto případě je ukázáno, že dostatečně velká rodina ($D_{PB} > 200$ km) může přežít velké pozdní bombardování a vytvořit rozdělení velikostí odpovídající pozorovanému, takže rodina Itha mohla teoreticky vzniknout i v tomto období, přičemž velké množství fragmentů muselo být eliminováno.

¹Vznik ještě před LHB se zdá vyloučen, neboť planetární perturbace při zmiňované nestabilitě jsou příliš silné a jakoukoliv rodinu by rozptýlily (c.f. Vokrouhlický et al., 2010).

Závěr a budoucí práce

V diplomové práci jsme se zabývali orbitální a kolizní dynamikou planetek hlavního pásu. Nejprve jsme identifikovali rodiny asteroidů v „netknutém” pásu ($a_p = 2,824$ až $2,957$ AU) a modelovali orbitální a kolizní vývoj vybraných rodin Itha, Fringilla a 15477. Srovnáním modelovaných a pozorovaných rodin jsme určili jejich pravděpodobná stáří.

Co se týká použitých metod, hledali jsme rodiny asteroidů metodou „randombox”, která vypočítává v prostoru vlastních orbitálních elementů statistickou významnost shluků planetek. K výběru těles patřících do rodin jsme také použili hierarchickou shlukovací metodu (Zappalà et al., 1995), která vybírá tělesa v prostoru vlastních elementů při zvolené metrice vzdáleností. Nalezli jsme 19 rodin a z nich jsme tři různorodé (Itha, Fringilla a 15477) vybrali jako reprezentativní pro modelování dynamického vývoje.

Díky znalosti albed jednotlivých asteroidů z měření družice WISE (Masiero et al., 2011) jsme mohli některá tělesa, která se příliš lišila od ostatních, vyřadit. Albeda jsme také využili pro výpočet rozměrů jednotlivých těles, ze kterých jsme zkonstruovali kumulativní rozdělení velikostí. Srovnáním hydrodynamicky modelovaných rozdělení velikostí z práce Durda et al. (2007) s pozorovanými rozděleními (pro $D > 10$ km, kde rozdělení nejsou výrazně vyvinutá) jsme určili velikosti mateřských těles rodin.

Pomocí integrátoru Swift (Levison and Duncan, 1994) jsme modelovali orbitální evoluci vybraných tří rodin. Poté jsme Kolmogorovovým–Smirnovovým testem srovnávali vývoj modelovaných vlastních orbitálních elementů s pozorovanými daty. Výsledná stáří rodin jsme určili následovně: rodina Itha: $t \gtrsim 2,5$ Gyr, rodina Fringilla: $t \gtrsim 3,0$ Gyr a rodina 15477 ($t \sim 0,8$ Gyr.).

Kód Boulder (Morbidelli et al., 2009) jsme využili pro simulace kolizního vývoje studovaných rodin. Jako počáteční kumulativní rozdělení velikostí jsme využili již dříve zmíněné výsledky hydrodynamických modelů (Durda et al., 2007). Ty jsme poté nechali vyvíjet a pomocí χ^2 jsme je srovnávali s pozorovanými. Stáří rodin jsme určili následovně: rodina Itha: $t > 2,3$ Gyr, rodina Fringilla: $t > 3,3$ Gyr a rodina 15477: přibližně $t \in [0,47; 0,61]$ Gyr.

V poslední kapitole jsme diskutovali výsledky této práce v souvislosti s modelováním velkého pozdního bombardování (Brož et al., 2013), přičemž hlavním závěrem je, že zkoumané rodiny Itha a Fringilla mohou pocházet z velkého pozdního bombardování.

Možnosti budoucí práce je vícero:

1. Použít pro porovnání vývoje vlastních orbitálních elementů simulovaných rodin s pozorovanými rodinami též dvourozměrný Kolmogorovův–Smirnovův test.
2. Provést statistickou analýzu vývoje vlastních orbitálních elementů největších těles (tedy těch, která jsou v pozorovaných rodinách zastoupena po jednom tělese).

3. Simulovat orbitální i kolizní vývoj vícero rodin v „netknutém” pásu, abychom mohli posoudit statistiku rozdělení jejich stáří.
4. Provést simulace orbitálního vývoje s větším počtem testovacích částic, abychom snížili nejistoty způsobené malým počtem testovacích částic na konci simulací.
5. Použít též rozdělení velikostí z práce Benavidez et al. (2012), kde jsou modelovány srážky a rozpady těles typu „hromada sutí” (angl. rubble pile).
6. Použít data z přehlídky Sloan Digital Sky Survey (Parker et al., 2008), která obsahuje měření barevných indexů, což by mohlo pomoci rozlišit některé struktury v rodinách.
7. Použít pro modelování orbitálního vývoje přesněji změřené hustoty asteroidů, které má v budoucnu měřit družice Gaia. Doposud nejsou dobře známé hustoty (resp. porozity) malých těles.
8. Zakomponovat dynamický úbytek těles (způsobený Jarkovského/YORP jevem a gravitačními rezonancemi) též do kolizního modelu, neboť u některých rodin (např. 15477) může být vývoj orbitální a kolizní úzce provázán.

V každém případě se jedná o obsáhlé a zajímavé téma pro další výzkum.

Literatura

- Barr, A. C., Canup, R. M., Mar. 2010. Origin of the Ganymede-Callisto dichotomy by impacts during the late heavy bombardment. *Nature Geoscience* 3, 164–167.
- Benavidez, P. G., Durda, D. D., Enke, B. L., Bottke, W. F., Nesvorný, D., Richardson, D. C., Asphaug, E., Merline, W. J., May 2012. A comparison between rubble-pile and monolithic targets in impact simulations: Application to asteroid satellites and family size distributions. *Icarus* 219, 57–76.
- Benz, W., Asphaug, E., Nov. 1999. Catastrophic Disruptions Revisited. *Icarus* 142, 5–20.
- Bottke, W. F., Durda, D. D., Nesvorný, D., Jedicke, R., Morbidelli, A., Vokrouhlický, D., Levison, H. F., Dec. 2005. Linking the collisional history of the main asteroid belt to its dynamical excitation and depletion. *Icarus* 179, 63–94.
- Bottke, W. F., Levison, H. F., Nesvorný, D., Dones, L., Sep. 2007. Can planetesimals left over from terrestrial planet formation produce the lunar Late Heavy Bombardment? *Icarus* 190, 203–223.
- Bottke, W. F., Vokrouhlický, D., Minton, D., Nesvorný, D., Morbidelli, A., Brasser, R., Simonson, B., Levison, H. F., May 2012. An Archaean heavy bombardment from a destabilized extension of the asteroid belt. *Nature* 485, 78–81.
- Bottke, W. F., Vokrouhlický, D., Nesvorný, D., Minton, D., Morbidelli, A., Brasser, R., Mar. 2010. The E-Belt: A Possible Missing Link in the Late Heavy Bombardment. In: *Lunar and Planetary Science Conference*. Vol. 41 of *Lunar and Planetary Inst. Technical Report*. p. 1269.
- Bottke, Jr., W. F., Vokrouhlický, D., Rubincam, D. P., Nesvorný, D., May 2006. The Yarkovsky and Yorp Effects: Implications for Asteroid Dynamics. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences* 34, 157–191.
- Bowell, E., May 2009. *Orbits of Minor Planets (Bowell+ 2014)*. *VizieR Online Data Catalog* 1, 2001.
- Bowell, E., Hapke, B., Domingue, D., Lumme, K., Peltoniemi, J., Harris, A. W., 1989. Application of photometric models to asteroids. In: *Binzel, R. P., Gehrels, T., Matthews, M. S. (Eds.), Asteroids II*. pp. 524–556.
- Brož, M., Morbidelli, A., Apr. 2013. The Eos family halo. *Icarus* 223, 844–849.

- Brož, M., Morbidelli, A., Bottke, W. F., Rozehnal, J., Vokrouhlický, D., Nesvorný, D., Mar. 2013. Constraining the cometary flux through the asteroid belt during the late heavy bombardment. *Astronomy and Astrophysics* 551, A117.
- Charnoz, S., Morbidelli, A., Dones, L., Salmon, J., Feb. 2009. Did Saturn's rings form during the Late Heavy Bombardment? *Icarus* 199, 413–428.
- Cohen, B. A., Swindle, T. D., Kring, D. A., Dec. 2000. Support for the Lunar Cataclysm Hypothesis from Lunar Meteorite Impact Melt Ages. *Science* 290, 1754–1756.
- Dahlgren, M., Aug. 1998. A study of Hilda asteroids. III. Collision velocities and collision frequencies of Hilda asteroids. *Astronomy and Astrophysics* 336, 1056–1064.
- Dell'Oro, A., Marzari, F., Paolicchi, P., Vanzani, V., Feb. 2001. Updated collisional probabilities of minor body populations. *Astronomy and Astrophysics* 366, 1053–1060.
- Durda, D. D., Bottke, W. F., Nesvorný, D., Enke, B. L., Merline, W. J., Asphaug, E., Richardson, D. C., Feb. 2007. Size-frequency distributions of fragments from SPH/N-body simulations of asteroid impacts: Comparison with observed asteroid families. *Icarus* 186, 498–516.
- et al., H., Mar. 2013. Asteroids' physical models from combined dense and sparse photometry and scaling of the YORP effect by the observed obliquity distribution. *Astronomy and Astrophysics* 551, A67.
- Farinella, P., Vokrouhlický, D., Hartmann, W. K., Apr. 1998. Meteorite Delivery via Yarkovsky Orbital Drift. *Icarus* 132, 378–387.
- Gladman, B., Duncan, M., Candy, J., Sep. 1991. Symplectic integrators for long-term integrations in celestial mechanics. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* 52, 221–240.
- Gomes, R., Levison, H. F., Tsiganis, K., Morbidelli, A., May 2005. Origin of the cataclysmic Late Heavy Bombardment period of the terrestrial planets. *Nature* 435, 466–469.
- Hartmann, W. K., Quantin, C., Mangold, N., Jan. 2007. Possible long-term decline in impact rates. 2. Lunar impact-melt data regarding impact history. *Icarus* 186, 11–23.
- Hartmann, W. K., Ryder, G., Dones, L., Grinspoon, D., 2000. The Time-Dependent Intense Bombardment of the Primordial Earth/Moon System. pp. 493–512.
- Hirayama, K., Oct. 1918. Groups of asteroids probably of common origin. *Astronomical Journal* 31, 185–188.
- Knežević, Z., Milani, A., Aug. 2012. Asteroids Dynamic Site-AstDyS. In: IAU Joint Discussion. Vol. 7 of IAU Joint Discussion. p. 18P.
- Levison, H. F., Duncan, M. J., Mar. 1994. The long-term dynamical behavior of short-period comets. *Icarus* 108, 18–36.

- Levison, H. F., Duncan, M. J., Mar. 2013. SWIFT: A solar system integration software package. *Astrophysics Source Code Library*.
- Masiero, J. R., Mainzer, A. K., Bauer, J. M., Grav, T., Nugent, C. R., Stevenson, R., Jun. 2013. Asteroid Family Identification Using the Hierarchical Clustering Method and WISE/NEOWISE Physical Properties. *The Astrophysical Journal* 770, 7.
- Masiero, J. R., Mainzer, A. K., Grav, T., Bauer, J. M., Cutri, R. M., Dailey, J., Eisenhardt, P. R. M., McMillan, R. S., Spahr, T. B., Skrutskie, M. F., Tholen, D., Walker, R. G., Wright, E. L., DeBaun, E., Elsbury, D., Gautier, IV, T., Gomillion, S., Wilkins, A., Nov. 2011. Main Belt Asteroids with WISE/NEOWISE. I. Preliminary Albedos and Diameters. *The Astrophysical Journal* 741, 68.
- Milani, A., Cellino, A., Knežević, Z., Novaković, B., Spoto, F., Paolicchi, P., Sep. 2014. Asteroid families classification: Exploiting very large datasets. *Icarus* 239, 46–73.
- Milani, A., di Martino, M., Cellino, A., Oct. 1994. Books-Received - Asteroids Comets Meteors 1993. *Science* 266, 665.
- Minton, D. A., Malhotra, R., Jun. 2010. Dynamical erosion of the asteroid belt and implications for large impacts in the inner Solar System. *Icarus* 207, 744–757.
- Moons, M., Morbidelli, A., Apr. 1995. Secular resonances inside mean-motion commensurabilities: the 4/1, 3/1, 5/2 and 7/3 cases. *Icarus* 114, 33–50.
- Morbidelli, A., Bottke, W. F., Nesvorný, D., Levison, H. F., Dec. 2009. Asteroids were born big. *Icarus* 204, 558–573.
- Morbidelli, A., Brasser, R., Gomes, R., Levison, H. F., Tsiganis, K., Nov. 2010. Evidence from the Asteroid Belt for a Violent Past Evolution of Jupiter’s Orbit. *The Astrophysical Journal* 140, 1391–1401.
- Morbidelli, A., Tsiganis, K., Crida, A., Levison, H. F., Gomes, R., Nov. 2007. Dynamics of the Giant Planets of the Solar System in the Gaseous Protoplanetary Disk and Their Relationship to the Current Orbital Architecture. *The Astrophysical Journal* 134, 1790–1798.
- Nesvorný, D., Dec. 2011. Young Solar System’s Fifth Giant Planet? *The Astrophysical Journal Letters* 742, L22.
- Nesvorný, D., Jun. 2012. Nesvorný HCM Asteroid Families V2.0. *NASA Planetary Data System* 189.
- Parker, A., Ivezić, Ž., Jurić, M., Lupton, R., Sekora, M. D., Kowalski, A., Nov. 2008. The size distributions of asteroid families in the SDSS Moving Object Catalog 4. *Icarus* 198, 138–155.
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., Flannery, B. P., 1993. *Numerical Recipes in FORTRAN; The Art of Scientific Computing*, 2nd Edition. Cambridge University Press, New York, NY, USA.

- Quinn, T. R., Tremaine, S., Duncan, M., Jun. 1991. A three million year integration of the earth's orbit. *The Astrophysical Journal* 101, 2287–2305.
- Rozehnal, Brož, 2014. Long-term evolution of asteroid families among Jovian Trojans. AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts 46.
- Rubincam, D. P., Nov. 2000. Radiative Spin-up and Spin-down of Small Asteroids. *Icarus* 148, 2–11.
- Stoer, J., Bulirsch, R., Aug. 2002. *Introduction to Numerical Analysis*, 3rd Edition. Springer, New York.
- Tanga, P., Cellino, A., Michel, P., Zappalà, V., Paolicchi, P., Dell'Oro, A., Sep. 1999. On the Size Distribution of Asteroid Families: The Role of Geometry. *Icarus* 141, 65–78.
- Tedesco, E. F., Noah, P. V., Noah, M., Price, S. D., Feb. 2002. The Supplemental IRAS Minor Planet Survey. *The Astrophysical Journal* 123, 1056–1085.
- Čapek, D., Vokrouhlický, D., Dec. 2004. The YORP effect with finite thermal conductivity. *Icarus* 172, 526–536.
- Šidlichovský, M., Nesvorný, D., Feb. 1996a. Capture of Dust Grains in Exterior Resonances with Planets. *Earth Moon and Planets* 72, 175–178.
- Šidlichovský, M., Nesvorný, D., Mar. 1996b. Frequency modified Fourier transform and its applications to asteroids. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* 65, 137–148.
- Vokrouhlický, D., Jul. 1998. Diurnal Yarkovsky effect as a source of mobility of meter-sized asteroidal fragments. I. Linear theory. *Astronomy and Astrophysics* 335, 1093–1100.
- Vokrouhlický, D., Brož, M., Bottke, W. F., Nesvorný, D., Morbidelli, A., May 2006a. Yarkovsky/YORP chronology of asteroid families. *Icarus* 182, 118–142.
- Vokrouhlický, D., Brož, M., Morbidelli, A., Bottke, W. F., Nesvorný, D., Lazzaro, D., Rivkin, A. S., May 2006b. Yarkovsky footprints in the Eos family. *Icarus* 182, 92–117.
- Vokrouhlický, D., Farinella, P., Dec. 1999. The Yarkovsky Seasonal Effect on Asteroidal Fragments: A Nonlinearized Theory for Spherical Bodies. *The Astrophysical Journal* 118, 3049–3060.
- Vokrouhlický, D., Nesvorný, D., Bottke, W. F., Morbidelli, A., Jun. 2010. Collisionally Born Family About 87 Sylvania. *The Astronomical Journal* 139, 2148–2158.
- Vokrouhlický, D., Nesvorný, D., Levison, H. F., Oct. 2008. Irregular Satellite Capture by Exchange Reactions. *The Astrophysical Journal* 136, 1463–1476.
- Weidenschilling, S. J., Apr. 2000. Formation of Planetesimals and Accretion of the Terrestrial Planets. *Space Science Reviews* 92, 295–310.

Zappalà, V., Bendjoya, P., Cellino, A., Farinella, P., Froeschlé, C., Aug. 1995. Asteroid families: Search of a 12,487-asteroid sample using two different clustering techniques. *Icarus* 116, 291–314.

Příloha A

Nastavení souboru `param.in` integrátoru Swift

Obsah souboru `param.in` je uveden v tabulce A.1. Popis jednotlivých parametrů je následující:

- `t0`: počáteční čas; `tstop`: čas zastavení integrace; `dt` časový krok ve dnech;
- `dtout`: časový interval mezi výstupy; `dtDump`: časový interval mezi uložením aktuálního stavu;
- logické přepínače T/F (true/false): L1: T: započtení gravitačních momentů Slunce J2 a J4; L2: T: Odstraňování částic, které se dostanou příliš daleko od Slunce nebo blízko Slunci; L3: T: Výpočet Jacobiho integrálu testovacích částic; L4: T: Výpočet energie a momentu hybnosti částic; L5: T: Zápis heliocentrických orbitálních elementů všech částic; L6: T: Zápis heliocentrických orbitálních elementů všech částic v úsporné formě;
- `rmin`: mezní heliocentrická vzdálenost, při které se částice nachází příliš blízko Slunci; `rmax`: heliocentrická vzdálenost, při které je částice považována za příliš vzdálenou od centrálního tělesa; `rmaxu`: heliocentrická vzdálenost, při které částice přestane být vázána k centrálnímu tělesu; `qmin`: heliocentrická vzdálenost, při které je částice příliš blízko centrálnímu tělesu (u všech předchozích parametrů platí, že je částice po překonání dané hranice odstraněna (při nastavení -1 ignorováno)); `lclose`: logický přepínač T/F: F: Odstraňování testovacích částic při blízkých přiblíženích k planetám;
- `binary_outputfile`: soubor pro zápis orbitálních elementů.

Tabulka A.1: Obsah souboru `param.in`.

obsah souboru	označení
0,0 365,25 · 10 ⁵ 10,0	t0 tstop dt
365,25 · 10 ¹ 365,25 · 10 ¹	dtout dtdump
F T F F T F	L1 L2 L3 L4 L5 L6
4,68 · 10 ⁻³ 100,0 -1,0 4,68 · 10 ⁻³ F	rmin rmax rmaxu qmin lclose
bin.dat	binary_outputfile

Příloha B

Kód pro volání Kolmogorovova Smirnovova testu

Následuje krátký kód použitý pro volání podprogramů Kolmogorovova-Smirnovova testu z Press et al. (1993).

```
c ks_test.f
c Volani Kolmogorovova-Smirnovova testu z Numerical Recipes.
c Reference: Press et al. (1993)
c Matyas Rehak (matyas.rehak@gmail.com), verze 22. 7. 2014

    program ks_test
    implicit none

c konstanty
    real pi, deg
    parameter (pi = 3.1415926535, deg = pi/180.)

    integer NMAX, MMAX
    parameter(NMAX = 10000) ! maximalni pocet radku ve family.list
    parameter(MMAX = 10000) ! maximalni pocet testovacich castic ve follow.out

c jmena vstupnich soboru
    character*80 family_list, follow_out

c pole orbitalnich elementu (ctena z family.list a follow.out)
    real a_obs(NMAX), e_obs(NMAX), inc_obs(NMAX)
    real a_pole(MMAX), e_pole(MMAX), inc_pole(MMAX)

c data z family.list
    integer id
    real mag, capomega, omega
    real temp1, temp2, temp3
c data z follow.out
```

```

    real t, a, e, inc

c vysledky KS testu
    real D_a, D_e, D_i, prob_a, prob_e, prob_i
c pomocne promenne
    integer i, n, m, ierr
    real tlast
c funkce
    integer iargc

c nacti parametry na prikazovem radku
    if (iargc().lt.2) then
        write(*,*) "Usage: ks_test family.list follow.out"
        stop
    endif
    call getarg(1, family_list)
    call getarg(2, follow_out)

c nacti soubor pro pozorovanou rodinu do poli
    open(unit=10, file=family_list, status="old", iostat=ierr)
    if (ierr.ne.0) then
        write(*,*) "Error opening file '", family_list, "'. "
        stop
    endif

    i = 1
30  continue
        read(10, *, end=20, err=20) id, mag, a_obs(i), e_obs(i),
:    inc_obs(i), capomega, omega, temp1, temp2, temp3
        i = i + 1
        if (i.gt.NMAX) then
            write(*,*) 'Error: the number of data exceeds NMAX = ', NMAX
            stop
        endif
    goto 30

c zadna dalsi data
20  continue
    close(10)
    n = i - 1

c cti sekvencne soubor follow.out a volej KS test
    open(unit=20, file=follow_out, status="old", iostat=ierr)
    if (ierr.ne.0) then
        write(*,*) "Error opening file '", follow_out, "'. "

```



```

        stop
    endif

c hlavicka
    write(*,*) '# time & m & n & D_a & prob_a & D_e & prob_e ',
: '& D_i & prob_i'

    m = 0
    tlast = 0.
10    continue
        read(20, *, end=40, err=40) id, t, a, e, inc

        if ((t.ne.tlast).and.(m.gt.0)) then
            call kstwo(a_pole, m, a_obs, n, D_a, prob_a)
            call kstwo(e_pole, m, e_obs, n, D_e, prob_e)
            call kstwo(inc_pole, m, inc_obs, n, D_i, prob_i)
            write(*,*) tlast, m, n, D_a, prob_a, D_e, prob_e, D_i, prob_i
            m = 0
        endif
        m = m + 1
        if (m.gt.MMAX) then
            write(*,*) 'Error: the number of data exceeds MMAX = ', MMAX
            stop
        endif
        a_pole(m) = a
        e_pole(m) = e
        inc_pole(m) = sin(inc*deg)
        tlast = t
    goto 10

c zadna dalsi data
40    continue
        close(20)

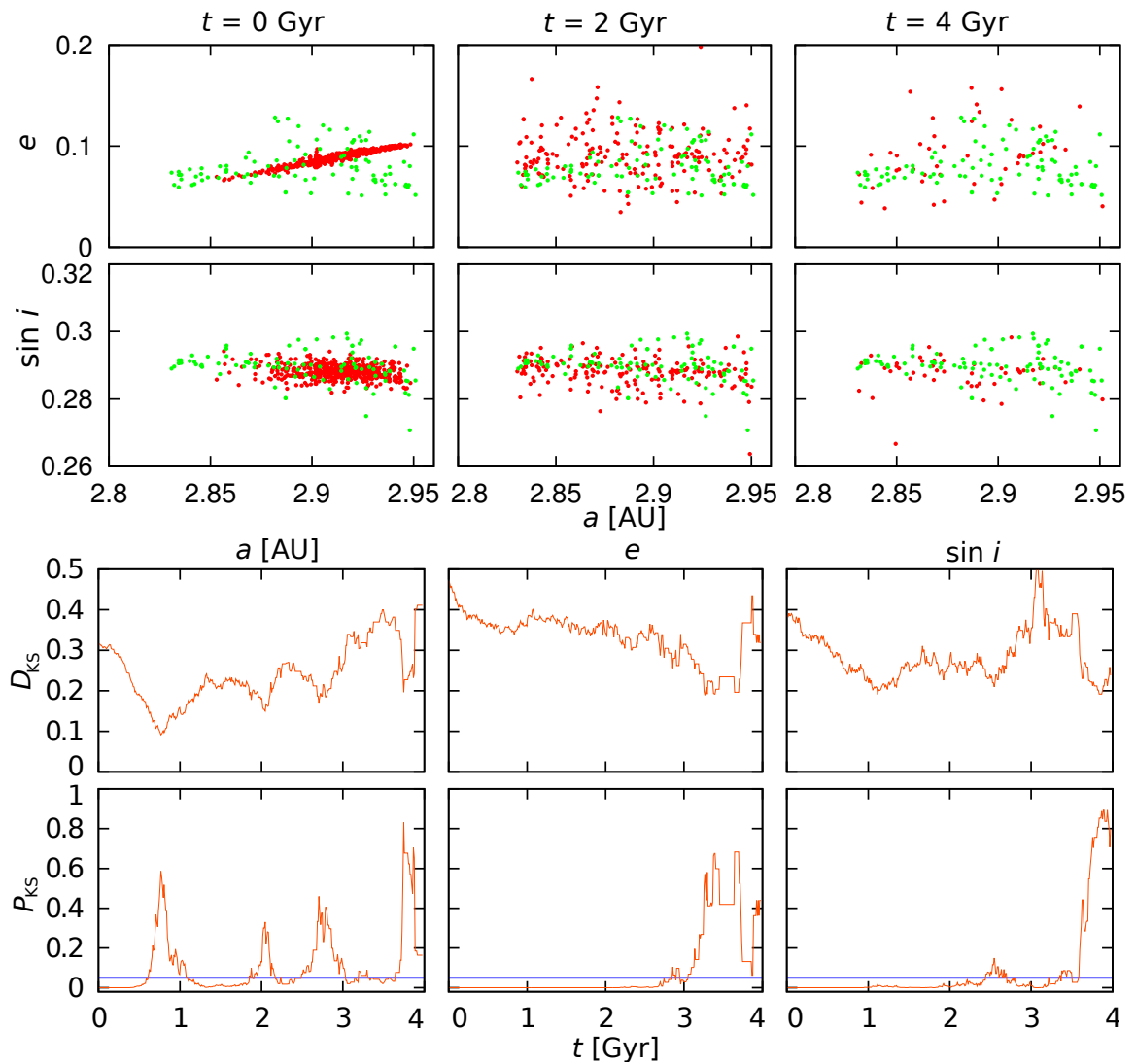
    stop
end

```

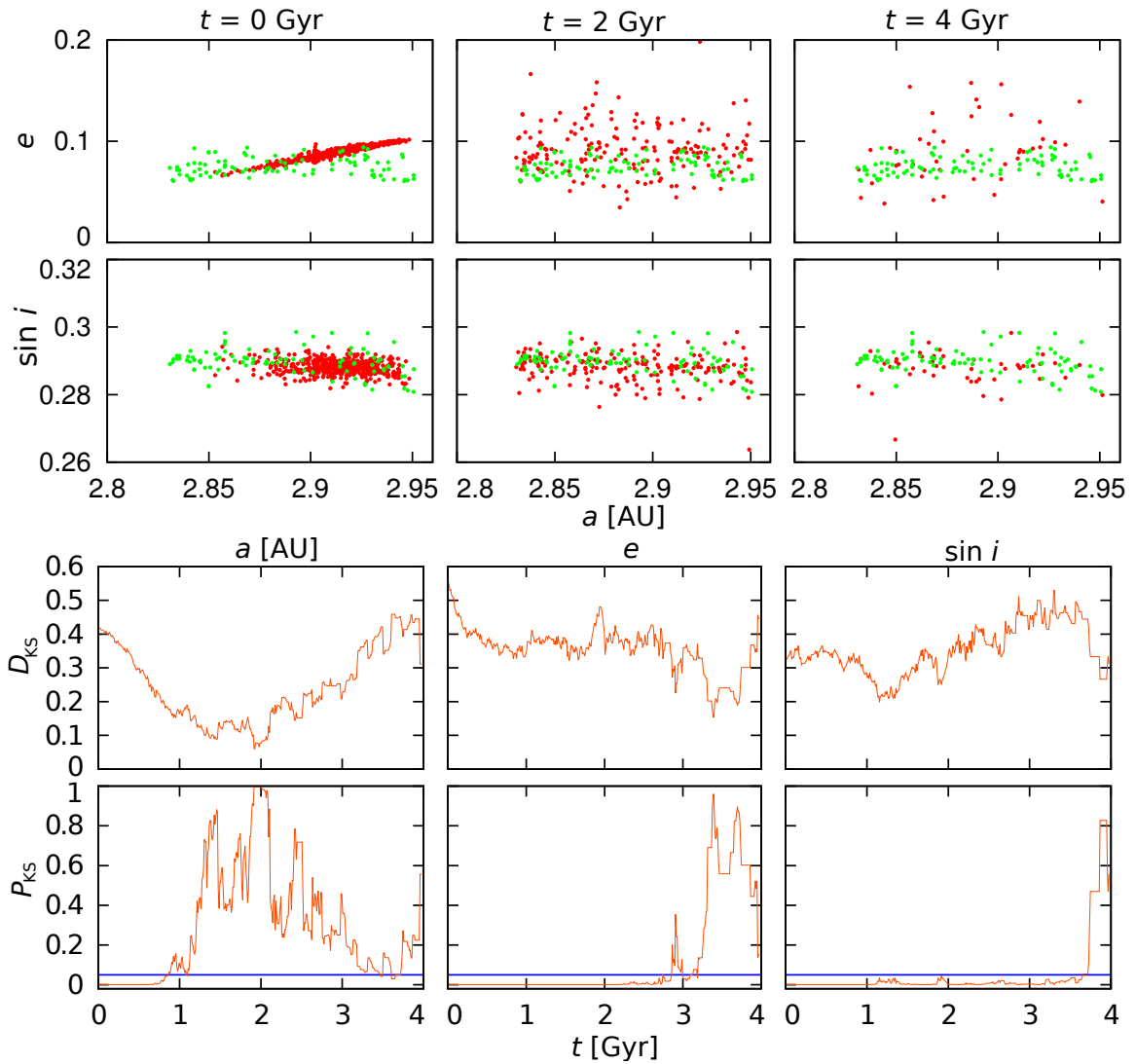
Příloha C

Zobrazení orbitální vývoje rodiny Fringilla

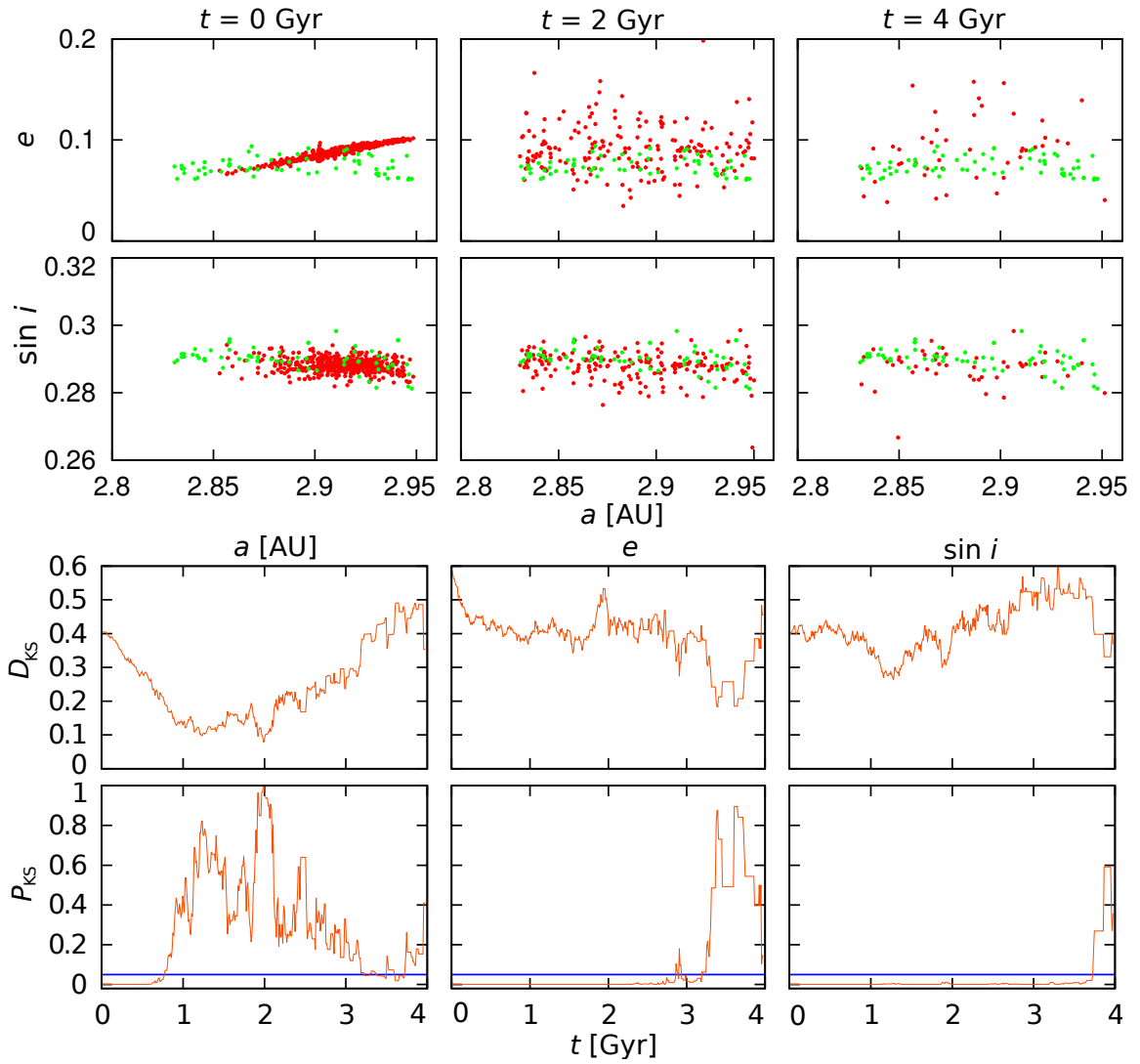
Na následujících stranách jsou uvedeny obrázky příslušející orbitálnímu vývoji rodiny Fringilla a jeho diskusi v kapitole 3.7. Jedná se o výsledky použití metod 2 až 5.



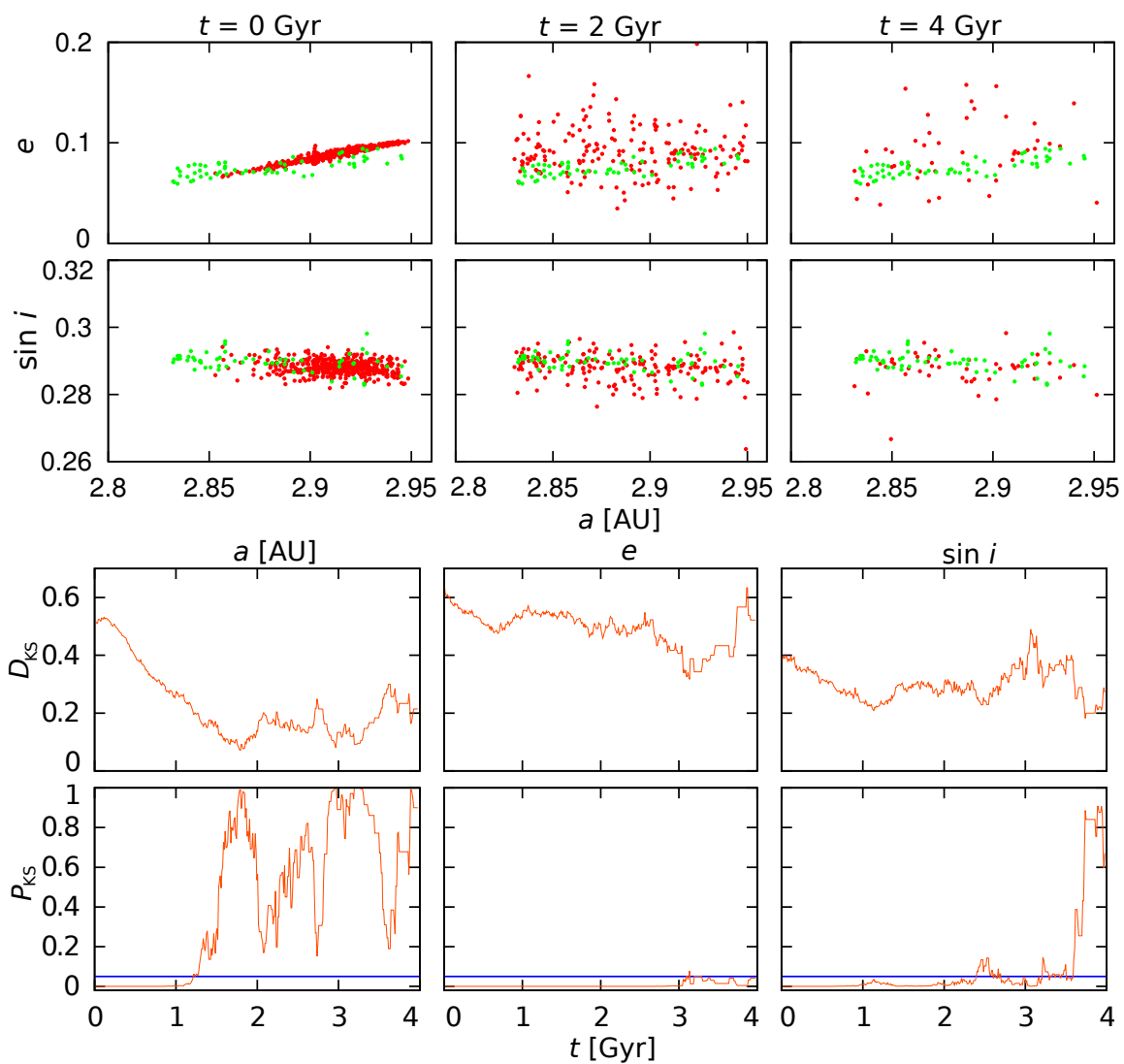
Obrázek C.1: První dva řádky znázorňují polohy pozorovaných členů rodiny Fringilla s polohou simulovaných těles ve vlastních elementech v různých časech. Zeleně jsou vyznačena pozorovaná tělesa z katalogu AstDyS, červeně jsou vyznačena simulovaná tělesa. V třetím řádku je znázorněna hodnota vzdálenosti D_{KS} Kolmogorovova–Smirnovova testu postupně pro vlastní elementy a_p , e_p a $\sin i_p$. V posledním řádku je vynesena pravděpodobnost P_{KS} , s jakou je možné potvrdit platnost nulové hypotézy; modrou čarou je oddělena zvolená hladina. Tento obrázek se od obrázku 3.10 liší tím, že obsahuje pouze tělesa obsažená v katalogu WISE.



Obrázek C.2: Tento případ je podobný obrázku 3.10. Liší se tím, že je pro výběr těles rodiny použit menší kvádr, odpovídající rozsahu vlastních elementů členů rodiny Fringilla nalezených hierarchickou shlukovací metodou, konkrétně $a_p = 2,824$ až $2,957$ AU, $e_p = 0,06$ až $0,095$ a $\sin i_p = 0,28$ až $0,3$.



Obrázek C.3: V tomto případě jsme použili stejný kvádr jako v případě obrázku C.2, ale vynechali jsme všechna tělesa neobsažená v katalogu WISE. Vše ostatní je popsáno u obrázku 3.10.



Obrázek C.4: V tomto případě jsme použili členy rodiny Fringilla nalezené hierarchickou shlukovací metodou z těles katalogu AstDyS. Vše ostatní viz obrázek 3.10.

Příloha D

Poster

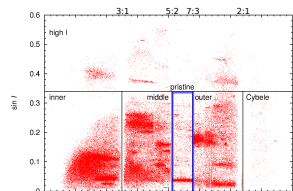
A collisional model of the „pristine” zone

V rámci tohoto posteru byly prezentovány některé částečné výsledky během diplomové práce — týkají se jí části 4, 7, 8 a 9 o orbitálním a kolizním vývoji rodiny Itha během velkého pozdního bombardování.

A collisional model of the "pristine zone" of the Main Asteroid Belt and the dynamics of LHB families located there

Miroslav Brož, Helena Cibulková, Matyáš Reháček - Charles University in Prague, V Holešovičkách 2, 18000 Prague, Czech Republic, email: mira@sirrah.troja.mff.cuni.cz

Abstract: Modifying the Boulder code (Morbidelli et al. 2009), we construct a new collisional model of the Main Asteroid Belt, which is divided to six parts (inner, middle, outer, pristine zone, Cybele region and high-inclination region) in order to study relations between them and check the number of observed families. We extend our collisional models and include the effects of the Late Heavy Bombardment too. In the framework of the **Nice model**, the flux of comets during the LHB is mostly controlled by the original size-frequency distribution of the cometary disk beyond Neptune and the rate at which comets disrupt when they approach the Sun. To this point we provide a related discussion of various cometary disruption laws. We focus on the so-called "pristine zone" between 2.825 and 2.955 AU - bounded by the 5:2 and 7:3 mean-motion resonances with Jupiter - because this region is relatively empty and we may thus spot very old/derelict families. We model long-term dynamical and collisional evolution of the Itha family (around the asteroid (918) Itha) and we interpret it as an old, dispersed and comminution cluster, likely dated back to the LHB ~3.8 Gyr ago.



- 1. Observational data:**
- AstOrb (Bowell 2008), AstDyS (Knežević & Milani 2003) and WISE (Masiero et al. 2011) catalogs
 - five parts separated by mean-motion resonances with Jupiter, the sixth part formed by asteroids with high proper inclinations (Figure 1)
 - their size-frequency distributions (Figure 2) are calculated from albedos available from WISE
 - the individual SFDs differ significantly in terms slopes and total numbers of asteroids
 - the up-to-date list of observed families is taken from Brož et al. (2012)

Figure 1: Six parts of the main belt in the proper semimajor axis vs inclination plane.

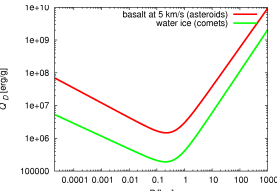
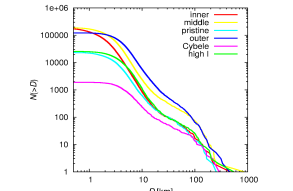


Figure 2: The observed SFDs of the six parts of the main belt.

Figure 3: The nominal scaling law used in our simulations.

2. Initial conditions and parameters of collisional simulations

- mutual collision probabilities and impact velocities were calculated between each pair of populations
- to define the shape of initial SFDs (i.e. slopes in 3 size ranges and normalization) we fit currently observed SFDs
- scaling law parameters: Benz & Asphaug (1999) for basaltic material at 5 km/s (Figure 3)
- the Boulder collisional code operates with a random seed - for more reliable results we thus run 100 simulations

3. Results of 4 Gyr of collisional evolution (no LHB case)

- the final SFDs after 4 Gyr are shown in Figure 4, good fits for $D > 10$ km, but below $D < 5$ km are final SFDs often below the observed ones
- the most frequent number of families created in individual zones is shown in Figure 5 (we always choose only catastrophic disruptions with $LF/PB < 0.5$ and PB larger than 100 km)

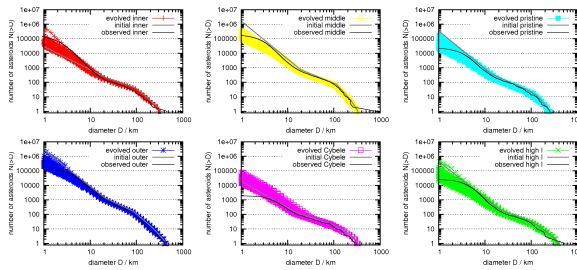


Figure 4: The final SFDs of individual parts of the main belt after 4 Gyr of collisional evolution. We show the currently observed SFD (black line) and the initial SFD (gray line) for comparison. A conservative completeness limit is $D = 10$ km.

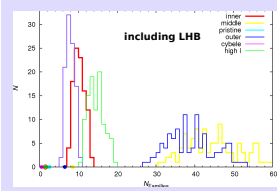
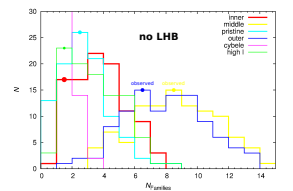


Figure 5: The histograms of number of families in individual zones. The currently observed numbers of families are displayed by points. Graph is trimmed for better view, the most frequent number of families in the Cybele zone is 0.

Figure 7: The histograms of number of families for the simulation which include the cometary LHB and the dynamical decay of the MB population. Majority of the $D > 100$ km families were "erased" by secondary collisions.

4. Results including cometary Late Heavy Bombardment and dynamical decay

- a typical dynamical evolution of a cometary disk: data from Vokrouhlický et al. (2008), see Figure 6
- a dynamical decay of the main-belt population according to Minton & Malhotra (2010)
- we obtain the number of families in the whole main belt → families in individual zones are calculated as the ratio of the total number of bodies > 100 km to the number in the corresponding zone (Figure 7)

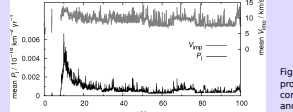


Figure 6: The temporal evolution of the intrinsic collisional probability (bottom) and mean collisional velocity (top) computed for collisions between cometary-disk bodies and the main-belt asteroids.

5. Important role of the cometary-disruption law!

- a simple criterion for physical disruptions of comets: perihelion distance q and probability p that the disruption occurs in one timestep ($\Delta t = 500$ yr in our case)
- results: the numbers of families in the whole MB (Figure 12) may significantly decrease (down to non-LHB case) various q , fixed $p = 1$

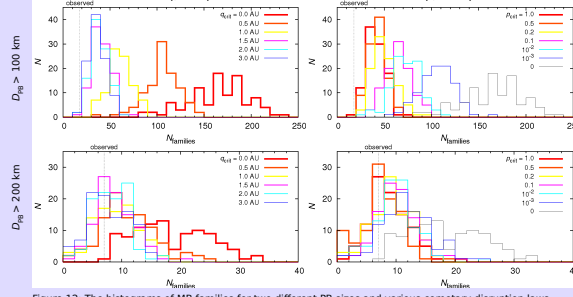


Figure 12: The histograms of MB families for two different PB sizes and various cometary-disruption laws.

6. The "pristine zone" in the (e, sin I) plane

- up to 17 families were recognised (Figure 8), but most of them are either small or cratering events
- families confirmed by Sloan DSS colour indices (Parker et al. 2008) and WISE albedos (Masiero et al. 2011)

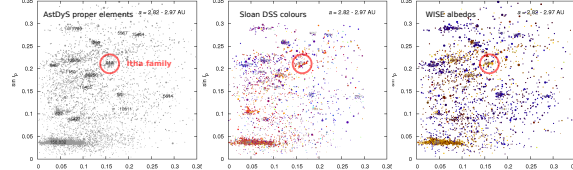


Figure 8: Proper eccentricity vs inclination for bodies in the pristine zone. Sizes of symbols correspond to actual diameters.

7. Itha family: a dynamical model

- initial conditions: isotropic velocity field with size-dependent $v \sim 1/D$, $v = 90$ m/s for $D = 5$ km
- random spin axes orientations
- N-body simulation: SWIFT by Levison & Duncan (1994), with Yarkovsky/YORP effect included
- thermal parameters: bulk density $\rho = 2.5$ g/cm³, surface $p = 1.5$ g/cm², conductivity $K = 0.001$ W/mK, $C = 650$ J/kgK, Bond albedo $A = 0.1$, emissivity $\epsilon = 0.9$
- spin evolution: YORP moments by Capek & Vokrouhlický (2004), collisional reorientations
- results: synthetic family initially extends beyond J5:2 and J7:3 resonances (Figure 9)
- moreover, there is a weak 12:5 MMR at 2.9 AU present which is populated by family members
- none of these features is observed, we thus exclude a possibility that the Itha family is young
- a preliminary estimate of the lower limit for the age is 1 Gyr (to disperse family members sufficiently)

Figure 9: Proper semimajor axis vs eccentricity for the synthetic family (black) and observed members (red). The initial conditions as well as the situation at 1 and 4 Gyr are shown. Note that the number of synthetic bodies was selected 10 times larger.

8. Itha family: collisional evolution (without the LHB)

- parent body size: the method of Durda et al. (2007) based on a set of SPH simulations and fitting of $D > 10$ km part of the SFD (which is not evolved significantly); the best fits were from $D = 70$ to 130 km
- simulations with the Boulder code (with a similar setup as above)
- results: we can fit the observed SFD with a relatively small PB ($D = 70$ km), with a lower limit for the age 2 Gyr, but a larger PB ($D = 100$ km) is equally possible, with the age approaching 4 Gyr (see Figure 10)

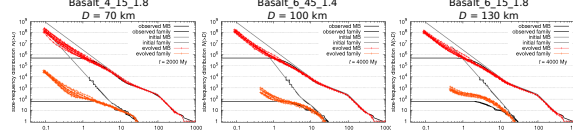


Figure 10: The final SFDs of the synthetic family (and the MB) for three different initial SFDs. Note that for the largest PB of $D = 130$ km we cannot fit the observed SFD within 4 Gyr (nevertheless, see below).

9. Itha family: a model including the Late Heavy Bombardment

- a synthetic family created at the beginning of the LHB
- no physical disruptions of comets in this simulation
- Durda et al. (2007) method cannot be used in this case
- a sufficiently large synthetic family ($D > 200$ km) can "survive" the whole LHB and resemble the observed SFD
- however, dynamical perturbations induced by planetary migration may destroy the compact family in the proper element space (Brož et al. 2012)
- it thus seems likely, that the Itha family was formed during the LHB "tail"

Figure 11: The final synthetic SFDs for the simulation including the LHB.

Conclusions

- our collisional model of the MB seems consistent with the observed numbers of families in most parts of the MB, but we may be "missing" some
- $D > 100$ km families in the inner belt and the high-inclination zone
- using a combined dynamical/collisional model we confirm that the Itha family may be 3.8 Gyr old and may have experienced the Late Heavy Bombardment
- future work: test if a single scaling law can be used for the whole MB or not
- studies of dynamical/collisional evolution of other families in the pristine zone
- independent models for physical disruptions of comets would be extremely useful to constrain collisional models

References

Benz & Asphaug (1999), Icarus, 142, 5
 Bowell (2008), fig.lovei.edu/pub/bowb/
 Brož et al. (2012), A&A, submitted
 Capek & Vokrouhlický (2004), Icarus, 172, 526
 Durda et al. (2007), Icarus, 196, 498
 Knežević & Milani (2003), A&A, 403, 1165
 Levison & Duncan (1994), Icarus, 103, 18
 Masiero et al. (2011), ApJ, 741, 68
 Minton & Malhotra (2010), Icarus, 207, 744
 Morbidelli et al. (2009), Icarus, 202, 310
 Parker et al. (2008), Icarus, 196, 138
 Vokrouhlický et al. (2008), A, 336, 1463