UNIVERZITA KARLOVA v PRAZE

Pedagogická fakulta

katedra matematiky a didaktiky matematiky

Žákovské strategie při řešení aditivních algoritmů

Pupils' strategies for solving additive algorithms

Vedoucí diplomové práce: Mgr. Jaroslava Kloboučková

Autor diplomové práce: Alžběta Khanová

Studijní obor: učitelství pro 1. stupeň ZŠ

Forma studia: prezenční

Diplomová práce dokončena: březen, 2014

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracovala samostatně pouze za použití uvedené literatury a elektronických zdrojů.

V Praze dne ………………………………………………..

Podpis ……………………………………………………...

Poděkování

Za cenné rady, odborné vedení, trpělivost a podporu během zpracování diplomové práce velice děkuji Mgr. Jaroslavě Kloboučkové. Poděkování patří také mé rodině za podporu během celého studia. Velký dík patří i mému manželovi za trpělivost a podporu, kterou jsem v něm měla.

Abstrakt

Tato diplomová práce se zabývá strategiemi, které žáci užívají při řešení aditivních úloh. Teoretická část se zaměřuje na období mladšího školního věku, na proměnu školství ve 20. století a na operaci sčítání. Praktická část popisuje sérii experimentů realizovaných v hodinách matematiky se žáky z 1. stupně ZŠ. Během experimentu jsem seznámila žáky s prostředím stovkové tabulky. Po ukončení experimentu jsem porovnávala strategie žáků při řešení aditivních úloh. Srovnávala jsem mezi sebou žáky, kteří byli součástí experimentu a jsou vyučováni podle učebnic z Nakladatelství Fraus s žáky, kteří se experimentu nezúčastnili a jsou vyučováni podle učebnic z Nakladatelství ALTER.

Klíčová slova

aditivní algoritmus, dítě mladšího školního věku, stovková tabulka, rozklad čísel, početní strategie, experiment

Abstract

This thesis deals with the strategies that pupils use for solving additive tasks. The theoretical part focuses on younger-school ages, the transformation of education in the 20th century and the addition operation. The practical part describes a series of experiments realized in mathematics lessons with pupils from the 1st elementary school. During the experiment, pupils have met the environment of the hundred board. I compared pupils's numerical strategies for solving additive algorithms, after the end of the experiment. Also I compared results between pupils, who were part of the experiment and are taught by textbooks from „Nakladatelství Fraus“ with pupils who did not participate in the experiment and are taught by textbooks from „Nakladatelství ALTER“.

Keywords

additive algorithm, children of young-school age, hundred board, decomposition of numbers, numerical strategy, experiment

Obsah

1 Úvod

Můj vztah k matematice se v průběhu let měnil. Na prvním stupni základní školy byl velice kladný, měla jsem štěstí na paní učitelku, která nám tento předmět uměla zprostředkovat zajímavou formou a neměla jsem problémy s učivem. S druhým stupněm přibylo více povinností, přesto hodnotím toto období kladně. Během šestiletého období na gymnáziu se můj vztah k matematice změnil. Díky častému střídání vyučujících a jejich pojetí matematiky, jsem získala k matematice odpor. Už nebyla postavena na logickém myšlení, ale jen na biflování přesných matematických postupů, vzorců a hodnot z tabulek.

S matematikou jsem se naštěstí setkala i při dalším studiu na Pedagogické fakultě Univerzity Karlovy v Praze, kde jsem se jí věnovala v několika povinných předmětech. Záměrně jsem si vybírala i volitelné předměty, které se zabývaly matematikou. Ve čtvrtém ročníku jsem se rozhodla pro homogenní variantu, kterou nabízela katedra matematiky a didaktiky matematiky. V rámci tohoto modulu jsme vedli kroužek matematiky, který byl pro mě velikým přínosem.

Při studiu na vysoké škole jsem se seznámila s novým pojetím matematiky. V průběhu celého studia jsem měla možnost hlouběji proniknout do matematicko-didaktických prostředí, se kterými pracují učebnice Matematiky pro 1. st. ZŠ vydávané v Nakladatelství Fraus. Na již zmíněném matematickém kroužku jsme jednotlivá prostředí sami zaváděli. V rámci praxe (na ZŠ Dědině) jsem pozorovala, jak v těchto prostředích pracují žáci, kteří se v nich již delší dobu úspěšně pohybují, a tudíž jsou v prostředích už zběhlí. Zároveň jsem si v pátém ročníku při souvislé praxi sama vyzkoušela, jak vést hodinu podle učebnice Matematiky pro 5. ročník.

Studium matematiky na vysoké škole mi otevřelo oči, poznala jsem úplně nový přístup k matematice. Zaujalo mě, jak se dá matematika žákům zprostředkovat, s kolika zajímavými úlohami se setkají, jak jsou jednotlivá matematicko-didaktická prostředí promyšlená. Poznala jsem, jak vést hodinu matematiky zajímavě a smysluplně.

Uvědomila jsem si, jak je důležité zakládat na žákových zkušenostech a jak je důležité klást žákům podnětné otázky, které je dovedou k vlastnímu objevu. Je očividné, že oproti tradiční matematice nejde o naučení se přesných postupů při počítání, o okamžité pamětné vybavování informací, ale spíše o pochopení matematických vztahů a pojmů.

Díky zájmu o nové pojetí matematiky jsem se rozhodla svojí diplomovou práci psát na katedře matematiky a didaktiky matematiky, protože jsem se chtěla hlouběji zabývat myšlenkovými pochody žáků při řešení aditivních úloh.

1.1 Cíle diplomové práce

Za první cíl své diplomové práce pokládám proniknutí do prostředí stovkové tabulky natolik, abych byla schopná sestavit úlohy, které na sebe navazují. Nabyté znalosti pak využít při realizaci experimentu.

Mým druhým cílem je zjistit, jaké žáci používají strategie při řešení aditivních úloh. Zajímá mě, jak se liší strategie žáků, kteří se učí podle učebnice z Nakladatelství Fraus a žáků, kteří jsou vyučováni podle učebnic z Nakladatelství ALTER. Dílčím cílem je porovnání chybovosti mezi těmito dvěma skupinami.

Cíle diplomové práce budu naplňovat prostřednictvím experimentu, který je rozdělen do šesti částí. Experimentálním nástrojem bude série úloh a diagnostický test, subjekty experimentu budou žáci 1. st. ZŠ.

Předpokládám, že u žáků, kteří jsou vyučováni podle učebnice z Nakladatelství Fraus se objeví více různých strategií při řešení aditivních úloh, než u žáků, kteří jsou vyučováni podle učebnice z Nakladatelství ALTER.

2 Období mladšího školního věku

V této kapitole bych se ráda zabývala charakteristikou vývojového období mladšího školního věku. Myslím si, že pro práci učitele je důležité znát vývojové zákonitosti, aby nekladl na své žáky příliš nízké nebo naopak příliš vysoké nároky.

2.1 Školní zralost

Se vstupem do školy začíná nová vývojová etapa nazývaná mladší školní věk. U dětí se začínají objevovat první známky pohlavního dospívání (prepubescence), etapu mladšího školního věku vymezuje časové rozpětí od 6-7 let do 11 let (Čížková et al 2003). Autorka VÁGNEROVÁ (2012, str. 254) ve své publikaci uvádí: *„Nástup do školy je důležitým sociálním mezníkem. Dítě v této souvislosti získává novou roli, stává se školákem.“* Dále se potom zmiňuje, že nástup dítěte do školy můžeme chápat jako oficiální zařazení dítěte do společnosti (Vágnerová, 2012).

Získání role školáka je určeno dosažením určitého věku a dosažením jisté úrovně vývoje. Věk nástupu (6-7 let) nebyl určen náhodně. SKORUNKOVÁ (2007, str. 42) popisuje školní zralost slovy: *„Ve věku 6-7 let dochází k různým vývojovým změnám, které jsou podmíněny zráním a učením. Kompetence, které jsou závislé na procesu zrání, určují školní zralost“*. Dále se autorka zmiňuje o školní připravenosti, kterou definovala jako schopnosti, na jejichž vývoji se podílí učení. Důležité k rozvoji školní připravenosti je pro dítě navštěvování mateřské školy alespoň poslední rok před nástupem do školy (Skorunková, 2007). Otázkou školní zralosti se zabýval i pedagog Jan Amos Komenský, který určil 6. rok jako nejvhodnější pro vstup dítěte do školy, poukázal však i na možnost nezralosti některých dětí (Čížková et al 2003).

KURIC (1986, str. 151) uvádí: *„U žáků prvního ročníku se postupně mění i představa o světě a chápání světa. Vytrácí se identifikace s věcmi, která ještě platila v pěti letech, rodí se základy analýzy, zřetelně se rozlišuje subjekt od objektu, ustupuje realita pohádkového světa, proniká se do světa skutečných věcí, rostlin, zvířat a lidí, fantazijní realismus se pod vlivem zkušeností proměňuje v realismus naivní.“* Autor se dále zmiňuje o myšlenkových pochodech dítěte, které jsou jednostranné. Dítě zaujímá k jevům a předmětům svoje stanovisko, které považuje za správné. Myšlenkové pochody jsou vázány na realitu, stanoviska se váží ke konkrétním věcem, situacím, vlastnostem, proto se i myšlenkové pochody uskutečňují v konkrétních představách, které se postupně zobecňují (Kuric, 1986).

2.2 Obecné vymezení mladšího školního věku

Na začátku školní docházky se mění způsob poznávání dítěte, dítě přechází do stadia konkrétních operací, mění se i jeho způsob uvažování, mění se sluchová a zraková percepce. Dítě v období mladšího školního věku je stále vázáno na realitu, ale začíná respektovat zákony logiky. Začíná ubývat egocentrismu. Uplatňuje se decentrace, která se projevuje jak v hodnocení sebe sama, tak i v hodnocení ostatních. U školáka se mění způsob řešení a chápání problémů, zvyšuje se mu kapacita paměti, dokáže se více soustředit. V období mladšího školního věku se zvyšuje emoční stabilita, rozvíjí se emoční inteligence, což je dáno zráním centrální nervové soustavy (Vágnerová, 2012).

2.2.1 Chápání počtu

Když děti vstupují do školy, mají vytvořenou určitou představu o čísle. Například si uvědomují, že každé číslo slouží k označení určitého počtu, dokáží však toto pravidlo užívat jen v omezené míře. Množina, kterou dítě počítá, nesmí být příliš veliká a musí být možnost její názornosti. Dítě počítá s pomocí názoru, např. používá prsty. Při vstupu do školy umí také většina dětí vyjmenovat základní číselnou řadu, teprve postupem času si však začínají uvědomovat její logiku. Rozvoj číselného pojmu souvisí s pochopením podstaty inkluze (větší čísla v sobě zahrnují menší čísla). Dítě také postupem času začíná chápat, že počítání je způsob obecnější klasifikace, která nezávisí na kontextu (na tom, co právě počítáme).

Rozvoj matematických dovedností v období mladšího školního věku souvisí s porozuměním vztahům a souvislostí mezi čísly. Jedním z důležitých principů je princip reverzibility (vratnost základních číselných operací). Další z důležitých principů, kterým by žák měl porozumět, je princip rovnosti, který může být pro mladší školáky složitý, může být vázán na konkrétní kontext. Signálem rozvoje matematického uvažování je přesnější porozumění odlišnosti, především když dítě určuje, čeho je více a čeho méně. Je důležité, aby pochopilo, že toto hodnocení nemá obecnou platnost, je pouze relativní. Takto dokáží uvažovat až sedmileté děti. Když dítě pochopí zákonitosti číselné řady (jak je řazena, pochopí podstatu inkluze), může chápat vztahy mezi čísly. Podstatné je porozumění komutativity (zaměnitelnosti) a ekvivalence (rovnocennosti různých kombinací). Jako konkrétní příklad komutativity můžeme uvést sčítání, kde nezáleží na pořadí čísel, je tedy jedno, zda je zapsáno 6+1 nebo 1+6. V 1. třídě chápalo tuto skutečnost 72% dětí, ve druhé třídě 82% dětí. U ekvivalence si dítě musí uvědomit, že kombinace různých čísel mohou vést ke stejnému výsledku. Malý školák často nechápe, že 5+3 je totéž jako 4+4. Pokud by měl oba příklady porovnat, nejprve je pečlivě spočítá, teprve potom rozhodne. Správný odhad souvisí se zautomatizováním dovednosti sčítat a odčítat.

Mezi 5. a 7. rokem se začínají rozlišovat matematické dovednosti jako samostatná kompetence. Dítě si v tomto období začíná chápat operace sčítání a odčítání. Tuto složku inteligence můžeme vymezit jako schopnost zacházet s čísly, tzn. porozumět pojmu číslo, vztahům mezi čísly, principu základních aritmetických operací (Vágnerová, 2012).

2.3 Teorie periodizace duševního vývoje

K lepšímu pochopení zejména období mladšího školního věku můžeme využít vývojových teorii významných psychologů. Zároveň si můžeme uvědomit, jaká stadia předcházejí tomuto období a jak se jedinec vyvíjí dále. V této části bych se ráda zabývala popisem duševního vývoje podle Erika H. Eriksona a zmíním se i o Piagetově teorii kognitivního vývoje.

2.3.1 Vývojová stadia dle Eriksona

Erikson si při popisu vývojových stadií všímá společenských, kulturních a historických podmínek vývoje. Erikson rozdělil život člověka na osm etap, které nazval osm věků člověka. Každá etapa je charakteristická určitým psychosociálním konfliktem, který musí jedinec vyřešit, aby mohl postoupit do další etapy. Nevyřešení tohoto konfliktu má následky v dalších etapách, vývoj může být ohrožen, je však možná náprava v dodatečném vyřešení konfliktu v některé z dalších etap (Skorunková, 2007).

1. Fáze základní důvěry v život proti základní nedůvěře, připadá na první rok života dítěte, během něhož získává pocit důvěry prostřednictvím péče a vztahu s matkou.

2. Fáze autonomie proti studu a pochybám, tato fáze je zaměřená na dosažení základní důvěry v sebe sama, od 1 do 3 let musí zvládnout rozpor mezi potřebou osamostatnění a pocitu studu a pochybnosti, které mohou vznikat jako reakce na nezvládnutí osamostatnění. U dítěte se objevují první náznaky vůle.

3. Fáze iniciativy proti pocitům viny, připadá na období od 3 do 6 let, dítě má v této fázi potřebu aktivity. Aktivita dítěte je korigována normami chování stanovené dospělými, rozvíjejí se základy svědomí a objevují se i pocity viny (Skorunková, 2007).

4. Fáze snaživosti proti pocitům méněcennosti, spadá do období mladšího školního věku (od 6 do 12 let dítěte). SKORUNKOVÁ (2007, str. 18) popisuje toto období jako: *„Fázi, kdy dítě směřuje k potvrzení vlastních schopností a kompetencí. Hlavní význam má přitom výkon ve škole, děti se snaží uspět, splnit očekávání a požadavky dospělých, aby dosáhly potřebného ocenění. Nezvládnutí této fáze vede k pocitům méněcennosti a vlastní neschopnosti…Negativním výsledkem této fáze je na druhé straně také pocit, že hodnota člověka je měřena pouze jeho výkonem v práci. Tento postoj může přetrvávat až do dospělosti*

v podobě neurotické potřeby výkonu a úspěchu." V této fázi vývoje se rozvíjí rozumové schopnosti, dítě si buduje vztah k práci a povinnostem, začíná být svědomité (Vágnerová, 2012).

5. Fáze identity proti zmatení rolí, připadá na období dospívání, toto období je charakteristické hledáním vlastní identity. Dospívající pátrá po smyslu života a po základních životních hodnotách.

6. Fáze intimity proti izolaci, v období rané dospělosti by měl být schopen vytvořit hluboký intimní partnerský vztah. Rizikem mladé dospělosti je neschopnost navázat hluboký, citový, stabilní vztah, vyhýbání se přílišné intimitě, což může vést k izolaci.

7. Fáze generativity proti stagnaci, připadá na období dospělosti (asi od 25 do 50 let). V této fázi má člověk potřebu být užitečný, něco vytvořit, ať už jde o plození a výchovu dětí nebo uplatnění se v profesi.

8. Fáze integrity proti zoufalství, v poslední fázi života (v období stáří), by se měl člověk smířit s vlastním prožitým životem (Skorunková, 2007).

2.3.2 Vývojová stadia dle Piageta

Nejvytrvalejší snahou o výzkum dětského myšlení bylo dílo švýcarského biologa Jeana Piageta (1896 – 1980), který je autorem teorie vývoje myšlení, kterou doložil mnoha experimenty (Fontana, 1997). Z teorie Jeana Piageta vycházejí mnohé další koncepce. V díle VÁGNEROVÉ (2012, str. 43) se dočteme: *„Piaget předpokládal, že vrozené dispozice, a později i na nich závislá dosažená vývojová úroveň, určují, jakým způsobem bude dítě chápat vnější svět a jak na něj bude reagovat."*

Autor (Fontana, 1997) uvádí, že Piaget popsal čtyři stádia kognitivního vývoje. Je to stadium senzomotorické (přibližně od narození do dvou let), stadium předoperačního myšlení (přibližně 2-7 let), stadium konkrétních operací (přibližně 7-11 let) a stadium formálních operací (přibližně 12 let a výše).

1. Stadium senzomotorické inteligence (do 2 let dítěte), je obdobím, kdy se rozvíjí myšlenkové operace, které jsou závislé na smyslovém vnímání, motorických dovednostech (dítě manipuluje s předměty). Dítě v tomto období záměrně opakuje činnost, která mu přijde zajímavá (Skorunková, 2007). Nejprve jsou činnosti zaměřeny na vlastní tělo dítěte, postupně se zaměřují i na vnější objekty. Můžeme tedy sledovat, že se u dítěte začíná objevovat prvek účelu, dítě užívá sledu pohybů, aby dosáhl určitého cíle (Fontana, 1997). FONTANA (1997, str. 67) dále uvádí: „*Piaget nazývá takové sledy schémata a tvrdí, že to jsou doklady o kognitivních strukturách, které dítěti umožňují pospojovat si činnosti do stabilních a opakovatelných jednotek.*“

2. Stadium předoperačního myšlení (od 2 do 6-7 let), je obdobím, kdy myšlení dítěte je stále vázáno na činnost, dítě užívá řeč a symbolů, ale jeho myšlení je intuitivní, neusuzuje logicky (Skorunková, 2007). Piaget dále rozdělil toto stadium na dvě substadia, předpojmové substadium (od 2 do 4 let) a intuitivní substadium. V předpojmovém substadiu se stále ve větší míře prosazují symbolické činnosti, dítě si dokáže představit nějakou činnost a výsledek činnosti, aniž by jí muselo skutečně vykonávat. V intuitivním substadiu se u dítěte uplatňuje egocentrismus (dítě se dívá na svět jen ze svého hlediska), centrace (dítě se soustředí pouze na jeden znak situace a opomíjí ostatní znaky), ireverzibilita (dítě není schopno vrátit se ke svému výchozímu bodu) (Fontana, 1997).

3. Stadium konkrétních operací (od 7 do 11-12 let), je obdobím, kdy je myšlení dítěte vázáno na reálný, konkrétní svět, dítě zachází s informacemi z vnějšího světa, je schopno užívat logické informace a chápe reverzibilitu dějů (Skorunková, 2007). Myšlení je vázáno na konkrétní zkušenost, přestože dítě dokáže uvažovat abstraktně, musí mít zkušenosti z minulosti. Myšlení dítěte se mění, už není tolik egocentrické, dítě začíná uplatňovat decentrování a zvratnost.

U dítěte se uplatňuje grupování (seskupování předmětů a událostí podle společných znaků) a seriace (schopnost řazení předmětů). Díky tomu víme, že dítě chápe vztahy mezi předměty a užívá toho při řešení problémů (Fontana, 1997).

4. Stadium formálních operací (od 12 let), je obdobím, kdy se rozvíjí abstraktní myšlení, kritické myšlení a hypoteticko-deduktivní. Myšlenkové operace jsou již logické, nezávisí na konkrétní zkušenosti. Jedinec v tomto období dokáže zacházet se svou fantazií, uvažovat o více možnostech řešení (Skorunková, 2007).

2.4 Úloha učitele

K tomu, abychom pochopili chování žáků, jejich úspěšnost v jednotlivých předmětech, musíme brát v úvahu i vlivy, které na ně působí. Podle mého názoru na prvním stupni ve velké míře záleží na osobnosti učitele.

V procesu zvykání si na nové prostředí, při nástupu žáka do školy, hraje významnou úlohu učitel nebo učitelka a celková atmosféra ve třídě, kterou učitel utváří. Učitel může ve velké míře ovlivnit přizpůsobení se dítěte na nové prostředí, jak v kladném, tak i v záporném slova smyslu. Při zvolení méně vhodných pedagogických postupů může učitel žáka demotivovat i do budoucna (Kuric, 1986).

U autora (Fontana, 1997) se můžeme dočíst o jednom ze směrů současných výzkumů. Jedná se o zkoumání výukové techniky učitele (tj. „výukový styl učitele“). V současnosti, kdy se diskutuje o formálních a neformálních metodách vyučování a o působení jednotlivých metod na dítě, je důležité se touto otázkou zabývat. Rozdíl mezi formální a neformální metodou je v tom, že formální metoda klade důraz na obsah předmětu, úlohou učitele je seznámit žáky s poznatky z určitého předmětu, uvést je do jeho podstaty. Naopak neformální metody se zaměřují na dítě, úlohou učitele je rozpoznat potřeby dětí a poskytnout jim výukovou zkušenost, která odpovídá těmto metodám. Neformální metody více rozvíjí tvořivost, žáci jsou aktivnější. Oproti tomu formální metody kladou důraz na vědomosti, ve velké míře se v hodinách setkáváme s výkladem učitele, který žákům práci přímo ukládá.

Učitel by měl při své práci myslet na to, že mezi žáky jsou velké individuální rozdíly, jak při vstupu do školy, tak i nadále. Žáci jsou odlišní v tempu i kvalitě schopnosti učit se, v úrovni osvojených vědomostí, v povahových rysech, v rozumových schopnostech. Pro učitele je to úkol náročný, měl by na tyto odlišnosti pamatovat při plánování hodiny, snažit se diferencovat zadání pro jednotlivé žáky, přistupovat k nim individuálně. Zadanou úlohou by měl učitel zaujmout jak žáka s menší schopností učit se, tak zároveň připravit i složitější úlohy, které vyžadují zvýšené rozumové úsilí (Kuric, 1986).

2.4.1 Učitel v hodinách matematiky

Učit žáky matematiku neznamená předat jim přesné znění definic, vzorců, vět a důkazů, ale seznámit je s jejich smyslem, vést je k hlubšímu poznání. Ve školách se setkáváme spíše s transmisivním přístupem k vyučování, který je právě úrodnou půdou pro formalismus. V tomto přístupu k vyučování se učitel snaží předat žákům hotové poznatky, které si mají jen uložit do paměti. V zásadě není tento přístup orientován na porozumění, ale na výsledky a fakta. Může rozvíjet paměť, dává však minimální podněty k rozvoji tvořivosti, nekultivuje myšlení. Na druhé straně se můžeme setkat i s přístupem konstruktivistickým. Konstruktivně pojaté vyučování matematiky se vyznačuje aktivním vytvářením části matematiky v duševním světě dítěte. Pro učitele může být podkladem otázka či problém, týkající se světa techniky, přírody, matematiky samotné, záleží na povaze žáka. Skrz řešený problém může učitel žákům přirozeně sdělovat informace, vysvětlovat pojmy, odkazovat na informace. Pro lepší pochopení konstruktivistického přístupu k vyučování matematiky můžeme uvést několik zásad (desatero konstruktivismu), kterými se konstruktivistické vyučování vyznačuje (Hejný, Kuřina, 2001).

I. Aktivita (Matematika je pojímána jako lidská aktivita, ne jen jako výsledek)

II. Řešení úloh (Důležitou součástí matematické aktivity je hledání souvislostí)

III. Konstrukce poznatků (Poznatky vznikají v mysli člověka, jsou nepřenosné)

IV. Zkušenosti (Poznatky se vytvářejí na základě zkušeností člověka)

V. Podnětné prostředí (Základem je vytváření prostředí, které podporuje tvořivost. Nezbytné pro vytváření tohoto prostředí je tvořivý učitel, sociální klima třídy a dostatek příhodných podnětů)

VI. Interakce (Rozvoj konstrukce poznatků podporuje vzájemná interakce ve třídě)

VII. Reprezentace a strukturování (Podstatné je využívat různých druhů reprezentace a strukturální budování matematického světa)

VIII. Komunikace (Komunikace je nezastupitelnou součástí v hodinách matematiky, podstatné je i pěstování různých jazyků matematiky)

IX. Vzdělávací proces (Vzdělávací proces v matematice je nezbytné hodnotit nejméně ze tří hledisek, jedná se o porozumění matematice, zvládnutí matematického řemesla a o aplikaci matematiky)

X. Formální poznání (Poznání, které je založeno na zapamatování a následné reprodukci vede k pseudopoznání, jedná se pouze o formální poznání)

2.5 Motivace

Autoři ČÁP, MAREŠ (2001, str. 92) definovali motivaci: „ *Termín motivace je odvozen z latinského movere – hýbati, pohybovati. Velmi obecně formulováno, motivace znamená souhrn hybných momentů v činnostech, prožívání, chování a osobnosti. Hybnými momenty rozumíme to, co člověka podněcuje, pobízí, aby něco dělal, reagoval, nebo naopak, co ho tlumí, co mu zabraňuje něco konat, reagovat. Motivace dodává činnosti, našemu prožívání a chování jednak energii, jednak směr“.* U autorů HEJNÝ, KUŘINA (2001, str. 105) se dočteme: *„Vzhledem k tomu, že vzdělávací proces chápeme jako proces konstruování poznatkových struktur u jednotlivých žáků, tedy jako proces kultivace žákova duševního světa, hraje v našem pojetí klíčovou roli motivace.“*

Správná motivace je pro učební činnost žáků velice podstatná. Pokud se učiteli nepodaří žáka dostatečně a odpovídajícím způsobem motivovat, při následné výuce musí vynaložit větší úsilí, aby žáci zintenzivnili svoje pracovní nasazení (Fastová, 2005).

Zdroje motivace si můžeme rozdělit na intristické, vycházející z jedince samotného a extrinsické, které jsou jedinci poskytovány z okolního prostředí (Fontana, 1997). Žák, který nebude mít zájem o učení, bude bez motivace, si nevybuduje žádnou poznatkovou strukturu. Motivaci můžeme považovat za jakýsi start, který může mít jak podobu vhodně vedené diskuse, tak i kupříkladu podobu zajímavé úlohy nebo hry (Hejný, Kuřina, 2001).

Psychologové se obecně shodli na tom, že lidé jsou přirozeně zvídaví, to již od raného věku. Pokud se snaha dítěte o poznávání setká s nesouhlasem dospělého, budou se tyto snahy projevovat méně často. Naopak, pokud je dítě podporováno v objevování, bude ve svém bádání pokračovat v postupně zaměřenější a přínosnější podobě (Fontana, 1997).

Školní vyučování probíhá na místě, které se liší od vnějšího světa. Mnohé z věcí, které se dítě ve škole učí, je příprava na úkoly v budoucnu. Někdy to jsou úkoly, se kterými se dítě setkává pouze ve škole, ne v reálném světě. Učitel, který dobře zná svůj předmět, zajímá se o své žáky, je aktivní, může udělat hodně pro to, aby práce ve škole byla pro žáky zajímavá, vztahovala se k jejich zájmům. Pro učitele to znamená, aby stavěl na jejich poznatcích, na otázkách, ambicích, problémech. Zároveň by jim měl ukázat smysluplnost toho, co se učí ve škole, propojit poznatky s reálným životem (Fontana, 1997). Motivace dítěte k poznávání světa je odlišná od motivace dospělého. Motivaci dítěte můžeme charakterizovat jako těkavou, nevyhraněnou a se silnou potřebou nápodoby. Pokud nezvládneme uspokojit zájmy dítěte ihned, zaměří svou pozornost jinam a jeho původní potřeba poznání zůstane neuskutečněna (Hejný, Kuřina, 2001).

I když učitel podněcuje žáky v nejvyšší možné míře, setká se se situací, kdy žákova vnitřní motivace (intristická) bude nedostatečná a bude nezbytné obrátit se k motivaci vnější (extrinsické). Pod touto motivací si můžeme představit známkování, vysvědčení, testy, zkoušení a v neposlední řadě i pochvalu (Fontana, 1997). Žáky, které by v hodině matematiky motivovala potřeba poznávat, jsou zastoupeni v malém množství. Častokrát jsou žáci motivováni vidinou dobré známky, kterou potěší své rodiče (Hejný, Kuřina, 2001).

Extrinsická motivace ve škole však přináší mnohá rizika. Za jedno z nich můžeme považovat to, že některé děti zakouší pouze selhání. V boji proti stálému selhávání žáka je pro učitele zlatým pravidlem dávat dětem příležitost k úspěchu na jakkoli nízké úrovni výkonu. Zažitím úspěchu je dítě povzbuzováno, postupně si volí vyšší cíle. Další nevýhodu extrinsické motivace je, že dítě musí dlouho čekat na výsledky, tím se motivace ztrácí (Fontana, 1997).

Na závěr k tématu motivace bych vyzdvihla několik zásad, kterých by se měl učitel držet, pokud chce žáky dobře motivovat.

I. Vycházet ze zájmu žáků
II. Snažit se zapojit všechny žáky
III. Zaměřit pozornost žáků na učivo
IV. Neplýtvat časem (doporučená doba motivace je 5 minut na začátku hodiny)

(Fastová, 2005)

3 Česká škola a pedagogika 20. století

V průběhu 20. století prošlo školství komplikovaným a rozporuplným vývojem. Rozkvět nastává v období první republiky (1918-1939), kdy se vytváří česká pedagogika jako věda, hledá své místo vedle ostatních věd, zároveň se diskutuje o modernizaci české školy a výchovy. Jako významnou osobnost můžeme uvést například Otakara Kádnera, Jiřího Václava Klímu, Otokara Chlupa, Václava Příhodu. Nacistická okupace v letech 1939-1945 měla bohužel za následek stagnaci (Blatný, Jůva, 1996).

V prvním období po skončení druhé světové války (1945-1948) se rozhodovalo o charakteru školství, část pedagogů a politiků chtěla navázat na období před válkou, levice chtěla zužitkovat politickou atmosféru k jeho zásadní přeměně. Cílem reformy mělo být utvoření jednotné školy. V tuto chvíli však nešlo jen o to, bude-li školství do podoby jednotné školy reformováno, ale jednalo se o to, jakou podobu bude tato jednotná škola mít (Vališová, Kasíková, 2007). Politické rozdělení světa, ideová konfrontace Východu a Západu měla dopad i na české školství, které bylo jednostranně orientováno na socialistickou pedagogiku Svazu sovětských socialistických republik po únorovém převratu v roce 1948 (Blatný, Jůva, 1996).

Změny ve školské soustavě měly samozřejmě za následek i změny v cílech a v obsazích vzdělávání. Hlavní úlohou školy byla výchova „politicky uvědomělého občana lidově-demokratického státu, ochránce vlasti, zastánce pracujícího lidu a socialismu“. Zanedlouho potom, co byl vydán Zákon o jednotné škole, byly vytvořeny nové osnovy, učební plány a učebnice (Vališová, Kasíková, 2007).

Školství bylo pro komunisty předmětem zájmu hned od začátku. Jako je život občana striktně řízen v každém totalitním režimu, tak i učitelé byli svázáni jednotnými osnovami, jednotnými metodickými postupy, vyučovali podle stejných učebnic a klasifikovali žáky technikami, které byly učitelům předkládány školní správou a inspekcí, která byla zdatná více ideologicky než odborně. Osobnost učitele byla potlačována, byl mu vnucován jednoduchý vzorec práce:

1. učitel předával žákům hotové poznatky a ukazoval jim postupy řešení
2. žák se snažil nácvikem postupy a poznatky zapamatovat
3. žák byl kladně hodnocen za co nejvěrnější reprodukování poznatků a co nejvěrnější napodobení postupu řešení.

Dlouhodobé působení těchto principů značně ovlivnilo jak osobnost učitele, tak i jeho metody práce. Bohužel i v dnešní době přetrvává v matematice spíše memorování a nacvičování. Rodiče se zajímají více o známku než o osobní rozvoj svého dítěte (Hejný, Novotná, Stehlíková, 2004).

Po roce 1989 došlo k transformaci českého školství. Vznikaly i nové typy škol, nové vzdělávací programy v rámci základního vzdělávání (např. školy waldorfské, daltonské, montessoriovské, atd.) Cíle vzdělávání byly definovány v Národním programu vzdělávání (v tzv. Bílé knize z roku 2001). Tento dokument vymezil i hlavní vzdělávací oblasti, obsahy a prostředky. Na Národní program vzdělávání navázaly rámcově vzdělávací programy, které stanovují povinný obsah, rozsah a podmínky vzdělávání každého oboru vzdělávání. Každá škola si pak na základě rámcově vzdělávacího programu vytváří školní vzdělávací program. Smysl takového školního vzdělávacího programu tkví v tom, že si každá škola může ušít v daném rámci program na míru, může navázat na kulturu spjatou s místem, kde se škola nachází, vycházet z místních podmínek. Zároveň motivuje učitele tím, že se zapojují jak do tvorby programu, tak i jeho následného naplnění (Vališová, Kasíková, 2007). Situace, která vznikla, je pro učitele nová a někteří jsou z ní v rozpacích. Jiní zase přijímají nabízený prostor s nadšením a snaží se zhostit této úlohy, jak nejlépe dovedou. Od učitelů je požadováno, aby se zamysleli nad svou prací a sepsali obsah a metody práce, které budou chtít ve svých hodinách uskutečnit. Učitelé jsou ochotni přijímat změny a měnit zaběhlé metody jen velice pomalu. Tradičně je chápán cíl matematiky na prvním stupni jako naučit žáky počítat (sčítat, odčítat, násobit a dělit). Hlavním prostředkem je nácvik a výsledkem jsou žákovy dovednosti. Při takovém vedení žáka se však nedostatečně rozvíjí jeho intelekt. Právě RVP vybízí učitele, aby ve své práci zdůraznili rozvoj osobnosti žáka a nelpěli na paměťovém učení (Hejný, Jirotková, Slezáková, 2007).

3.1 Matematika a její aplikace v Rámcově vzdělávacím programu

Tuto část budu věnovat Rámcově vzdělávacímu programu, konkrétně vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace, která je jednou z devíti vzdělávacích oblastí. Rámcově vzdělávací program vychází z nové strategie vzdělávání, která poukazuje na získání klíčových kompetencí, které jsou provázené se vzdělávacím obsahem jednotlivých vzdělávacích oblastí. Učivo je pojímáno jako prostředek k osvojení očekávaných výstupů, které postupně tvoří předpoklady k efektivnímu a souhrnnému užívání nabytých dovedností a schopností na úrovni klíčových kompetencí.

3.1.1 Charakteristika vzdělávací oblasti

Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace je v základním vzdělávání založena zejména na aktivních činnostech příznačných pro práci s matematickými objekty a pro využívání matematiky v reálných situacích. Tato vzdělávací oblast dává žákům možnost získat dovednosti a vědomosti nezbytné pro praktický život, poskytuje získání matematické gramotnosti. Se vzdělávací oblastí Matematika a její aplikace se setkáváme v průběhu celého základního vzdělávání, má nezastupitelnou roli. Tvoří dispozice pro další úspěšné studium.

Žáci se v této vzdělávací oblasti seznamují se základními myšlenkovými postupy a pojmy, učí se chápat vzájemné vztahy. Zároveň si postupně osvojují některé pojmy, terminologii, algoritmy, symboliku a způsoby jejich užití.

Obsah vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace je rozdělen do tematických okruhů Čísla a početní operace, Závislosti, vztahy a práce s daty, Geometrie v rovině a v prostoru a Nestandardní aplikační úlohy a problémy. V tematickém okruhu Čísla a početní operace se žáci setkávají a osvojují si aritmetické operace ve třech rovinách. Jednotlivé roviny se týkají dovednosti provádět operaci, algoritmickému porozumění operace, významovému porozumění operace. U algoritmického porozumění operace je důležité, aby žák chápal, proč je operace prováděna právě tímto způsobem, u významového porozumění je podstatné, aby žák uměl operaci propojit s reálnou situací.

V dalším tematickém okruhu Závislosti, vztahy a práce s daty žáci rozlišují určité typy změn a závislostí. Žáci poznávají změny a závislosti známých jevů z reálného světa, postupně docházejí k porozumění, že změna může mít také nulovou hodnotu. Zkoumáním závislostí pomocí tabulek, grafů, diagramů, jejich konstruováním a modelováním postupně směřují k chápání pojmu funkce.

V tematickém okruh Geometrie v rovině a prostoru se žáci zabývají znázorňováním a určováním geometrických útvarů, učí se hledat podobnosti a odlišnosti útvarů, které je obklopují, učí se odhadovat, porovnávat, měřit délku, obvod a obsah, zjišťovat velikost úhlu.

Tematický okruh Nestandardní aplikační úlohy a problémy vede žáky k logickému myšlení. Řešení úloh z dané oblasti nemusí být závislé na znalostech a dovednostech matematiky, která se vyučuje ve škole. Žák při řešení takové úlohy uplatňuje především logické myšlení, řeší a analyzuje problémy z běžného života, třídí údaje a podmínky, dělá situační náčrty, řeší optimalizační úlohy. Řešení logických úloh může posilovat žákovo vědomí ve vlastní schopnosti, zároveň dává možnost zažít úspěch žákům, kteří jsou v matematice méně úspěšní.

Ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace se žáci zároveň seznamují a učí se pracovat s výpočetní technikou, učí se i využívat některé další pomůcky, které přibližují matematiku i těm žákům, kteří mají jisté nedostatky v numerickém počítání a v technice rýsování. Taktéž se žáci zlepšují v samostatném hledání informací, v kritickém posuzování informací a zdrojů.

3.1.2 Cílové zaměření vzdělávací oblasti

Vzdělávání ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace vede žáka k rozvíjení klíčových kompetencí tím, že:

- vede žáka k využívání matematických poznatků a dovedností v praktických činnostech (odhady, měření, orientace, porovnávání velikosti a vzdálenosti)
- vede žáka k rozvíjení paměti pomocí numerických výpočtů a osvojováním si matematických vzorců a algoritmů
- vede žáka k rozvíjení logického a kombinatorického myšlení, k argumentaci prostřednictvím řešených matematických problémů a ke kritickému myšlení
- vede žáka k rozvíjení abstraktního a exaktního myšlení, pochopení základních matematických pojmů a vztahů
- vede žáka k vytváření matematických nástrojů (početních operací, algoritmů, metod řešení úloh) a jejich následného využití
- vede žáka k vnímání složitosti reálného světa a jeho porozumění
- vede žáka k odhadování výsledků, k rozboru problému a plánu řešení, k volbě správného postupu, k vyřešení problému a vyhodnocování výsledku vzhledem k podmínkám úlohy
- vede žáka ke správnému užívání matematického jazyka a symboliky, k rozborům a zápisům při řešení úloh, ke zlepšení grafického projevu
- vede žáka k poznání, že k výsledku lze dojít více různými způsoby řešení, zároveň ho vede k rozvíjení spolupráce při řešení úloh z běžného života a následného využití získaného řešení v praxi
- vede žáka k růstu sebedůvěry a sebekontroly při řešení úloh, rozvíjení systematičnosti, vytrvalosti, přesnosti, k dovednosti formulovat hypotézy na základě zkušenosti nebo pokusu a jejich následného ověřování

4 Operace sčítání

Operaci sčítání řadíme mezi binární operace (stejně jako odčítání, násobení a dělení). Za binární operaci můžeme považovat takovou, která pracuje se dvěma vstupními hodnotami. Sčítání je zároveň inverzní operací k operaci odčítání ($a - b = c \land c + b = a$). To znamená, že bychom měli učit sčítání a odčítání současně, zvolit si takové prostředí, kde se sčítání a odčítání propojuje. Sčítání je operací komutativní (obě čísla jsou rovnocenná, nezáleží na jejich pořadí, $a + b = b + a$).

Ve školách se dnes setkáváme s tím, že učitel klade ve větší míře důraz na nácvik operace, než na její porozumění. Požaduje po žácích, aby uměli rychle a zpaměti sčítat a odčítat čísla alespoň do dvaceti. K rozvoji matematického myšlení však více přispívá, pokud je výuka orientována na porozumění operacím. To znamená, že žák chápe smysl operace, ví v jaké sémantické situaci má použít operaci sčítání a dokáže vymyslet slovní úlohu, jejíž matematický model je a) $6 + 3 = ?$ (pro žáky prvního ročníku) b) $3 + ? = 6$ (pro žáky druhého ročníku) a c) $? + 3 = 6$ (pro žáky třetího ročníku). Jak jsem se již zmínila, u některých učitelů je kladen důraz na nácvik, dosáhnutí automatizace dané operace. Za tři zásadní nedostatky této strategie považuje prof. Milan Hejný:

1. Žáci s menší schopností pamatování mají z nácviků strach, jsou z nich frustrováni.

2. Naopak žáci, kteří už mají spoje dostatečně osvojené, pokládají opakování za nudu a ztrátu času.

3. Žáci jsou vedeni k tomu, aby v matematice používali paměť, je opomíjena schopnost porozumění matematice.

Paradoxně se ukazuje, že někteří pomalejší žáci, kterým činila na prvním stupni matematika obtíže, začnou vynikat na druhém stupni při řešení obtížnějších úloh. Učivo na druhém stupni je obsáhlejší, tudíž nestačí pouze využívat paměti, ale je třeba věcem porozumět. Naopak někteří žáci, kteří na prvním stupni vynikali, učí se matematiku zpaměti, začínají na druhém stupni nestíhat.

K tomu, abychom dosáhli automatizace spojů na konci třetího ročníku a to bez tradičního nácviku, je důležité dodržovat několik zásad:

1. **Nespěchat.**
   Učitel by měl pamatovat na to, že důležitá je správnost výsledku, nikoli rychlost. Učitel by měl také brát v potaz to, že některým žákům více vyhovuje zadání řečené slovy, jiným zase písemné.

2. **Umožnit žákovi jeho vlastní styl práce.**
   Učitel by neměl žákovi určovat, jak má počítat, jaký použít postup. Naopak by měl žákovi dát možnost využívat různé pomůcky, počítadlo, používat při počítání prsty tak, aby žák operaci hlouběji pochopil, aby věděl, proč tomu tak je. Pokud učitel omezuje žáka v jeho stylu práce, neumožní mu používat jeho vlastní postupy, zpomaluje u něj proces učení se. U žáků se objevuje velká rozmanitost v myšlenkových postupech využívaných při sčítání.

3. **Poradit žákovi, aby si udělal tabulku součtů**.
   Tabulku součtů může žák použít kdykoli, když jí bude potřebovat, měl by jí mít stále při ruce. Spoje, které již žák ovládá, si může v tabulce zakrýt. Průběžným zakrýváním sám sleduje, jak ve znalosti spojů pokračuje.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

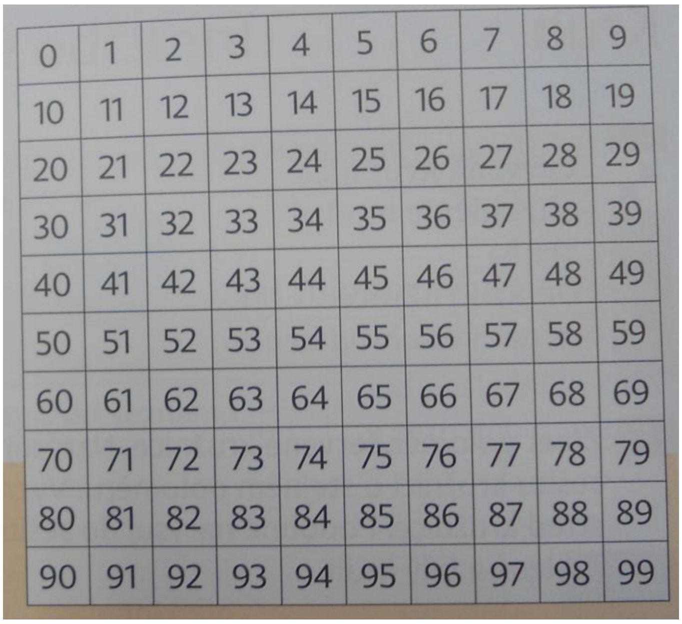
Obr. č.1 Tabulka součtů

4. **Vést žáka k mnohému smysluplnému počítání**.
   Učitel by měl žákům předkládat úlohy z reálného života, které se opírají o žákovu zkušenost.

V souvislosti s operací sčítání se zmíním o termínu singelton. Singelton je spoj, který je člověk schopen okamžitě si vybavit z dlouhodobé paměti. Jako činnost je singelton nejjednodušší výpočtový krok. Jako příklad singeltonu můžeme uvést poznatek 9x6 = 54, pro nás je singeltonem, pro žáky prvního nebo druhého ročníku nikoli. Singeltony využíváme při počítání složitějších úloh, abychom šetřili energii na složitější výpočet. Nácvik těcto spojů rozvíjí paměť, nerozvíjí však matematické myšlení (čerpáno z přednášky prof. Milana Hejného, 2011).

4.1 Stovková tabulka

Stovková tabulka je jedno z prostředí, s kterým se žáci seznámí v učebnicích z Nakladatelství Fraus. Ve stovkové tabulce jsou uspořádána čísla od 0 do 99. V úlohách žáci objevují zákonitosti stovkové tabulky, zároveň je to jedno z prostředí, kde se setkají se sčítáním.



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Obr. č. 2 Stovková tabulka

4.2 Dva proudy otevírání se světu čísel

Tuto část kapitoly sepisuji na základě přednášek prof. Milana Hejného, na kterých jsem byla v roce 2011. Proces osvojování si jevu číslo běží ve dvou proudech. První z nich je proud konceptuální, který je zaměřený na porozumění jevu mnohosti, na otázky *proč?* a *co?,* na představu o pojmu (=konceptu) číslo. Druhý proud, proud procesuální, je zaměřen na osvojení algoritmů, na zacházení s čísly, na psaní a pojmenovávání čísel, na otázku *jak?*

4.2.1 Proud konceptuální

První fáze vývoje konceptuálního chápání čísla (trvající asi do 7-8 let) začíná otevíráním se jevu mnohosti, končí utvořením představy o malých přirozených číslech

(číslech do deseti). Pojem číslo je závislý na věcech, provází věci. Postupně se číslo ze závislosti na věci vymaní, získá vlastní identitu, stane se nezávislou osobností (proces individualizace). První fázi konceptuálního proudu můžeme rozdělit do tří etap: do vstupní etapy, oddělovací etapy, utvářecí etapy. Ve vstupní etapě se svět čísel vynořuje ze světa věcí, číslo je plně závislé na věci. Úroveň, kterou končí vstupní etapa a začíná druhá etapa porozumění pojmu „číslo" označíme jako úroveň izolovaných modelů počtu. V oddělovací etapě (diferenciační) se svět čísel začíná utvářet jako samostatná část světa věcí. Úroveň, kterou končí oddělovací etapa a začíná utvářecí etapa porozumění pojmu „číslo" označíme jako úroveň generického modelu počtu. V utvářecí (konstituční) etapě se svět čísel vyčleňuje ze světa věcí, utváří se jako autonomní část žákova vědomí. Dosažením univerzální úrovně chápání přirozených čísel končí první fáze konceptuálního proudu pojmu číslo.

Ve druhé fázi (období studia na základní škole) se obohatí svět čísel o velká přirozená čísla, o záporná, racionální a některá iracionální čísla. Zároveň si v druhé fázi začíná žák uvědomovat příčinné souvislosti, do světa čísel je vnesen řád. Díky jazyku algebry může žák uchopit řád světa čísel, může řešit i úlohy o číselných vztazích.

Ve třetí fázi (období studia na střední škole) žák objevuje komplexní čísla, propojí svět čísel a svět tvarů pomocí analytické geometrie, obohatí svět čísel o jev „proměnná" díky otevření světa funkcí.

4.2.2 Proud procesuální

První fáze procesuálního chápání čísla (do 6-7 let) končí schopností určit počet prvků malé množiny. První fázi můžeme popsat čtyřmi etapami. V každé z těchto etap dítě dosáhne určité úrovně manipulace s čísly.

V první etapě dítě umí vyjmenovat řadu čísel „jedna, dvě, tři, čtyři,…" a uvědomuje si, že k vyjmenovávání řady patří i hra prstů. Zatím však netuší, že obě činnosti jsou propojené. Ve druhé etapě se obě činnosti propojí rytmem. Postupně se řada čísel, kterou umí dítě vyjmenovat, prodlužuje a automatizuje. To, že má dítě automatizované počítání, samo o sobě neznamená, že by už dobře chápalo jev množství.

Ve třetí etapě vstupuje do procesuálního proudu proud konceptuální. Díky procesuálnímu proudu má dítě dovednost počítat, konceptuální proud dává dítěti možnost porozumět číslu. Ve čtvrté etapě se proces počítání automatizuje, dítě dokáže počítat pozpátku, při počítání nepoužívá věci ani gesta.

K rozvoji prvních dvou etap procesuálního proudu přispívá rytmická činnost, jako je například tleskání, hudba, rytmické říkanky, apod. Nejeden učitel zakazuje žákům používat při počítání prsty, chce od žáka rychlou odpověď. Tento přístup vede žáky k tomu, aby se učili matematiku zpaměti. Špatná představa o číslech se neprojeví. Žák se může zdát jako vynikající, ve skutečnosti však podstatě čísel nemusí rozumět. Nejcitelněji se tato skutečnost projeví při probírání zlomků, výborný žák se najednou začne matematiky obávat.

Důležitá je pro nás skutečnost, že některé dítě vnímá číslo spíše konceptuálně, jiné zase procesuálně. Běžně se setkám i s tím, že dítě se rozvíjí nejdřív v jednom a pak i ve druhém proudu. Rozhodně není dobré, když je jeden z proudů potlačen (čerpáno z přednášky prof. Milana Hejného, 2011).

5 Analýza učebnic

5.1 Učebnice z Nakladatelství Fraus

Učebnice jsou koncipovány tak, že se žáci seznamují s klíčovými pojmy v různých kontextech. Prostřednictvím různých prostředí, které jsou propojeny s vlastními životními zkušenostmi žáků, pronikají do světa matematiky. Autoři HEJNÝ, JIROTKOVÁ, SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ (2007, str. 7) uvádějí: *„Naše učebnice splňují po všech stránkách požadavky RVP, mají pevnou koncepci od 1. do 5. ročníku, vypracovanou v souladu s nejnovějšími světovými trendy týmem zkušených odborníků zaměřených na metodiku vyučování matematice a na didaktiku tohoto předmětu. Tato koncepce přispívá k rozvíjení matematického myšlení, intelektuálních a komunikačních schopností a dovedností, tvořivosti (kreativity), ba dokonce i sociálního chování žáků. Tímto výrazně přesahuje rámec matematiky, přispívá k naplnění cílů a průřezových témat RVP.“*

Mezi hlavní zásady, které autoři uvádějí v tomto pojetí matematiky, patří:

1. **Hierarchie cílů**
   Výchovné cíle jsou důležitější než cíle poznatkové. Porozumění je důležitější než dovednost.

2. **Klima výuky**
   Strach blokuje žákovo myšlení. Žák místo na myšlení vydá energii na zahnání strachu. Ovzduší, kde k sobě mají učitel a žák důvěru, podporuje žákovu radost z práce a žákovu tvořivost. Chyba je chápána jako účinný prostředek k nabytí znalostí.

3. **Přiměřené možnosti pro každého žáka**
   Děti, které nastoupí do první třídy, se obyčejně liší úrovní svých předchozích znalostí a schopností. Pro učitele je nelehké zvládnout tuto situaci, ke slabším žákům přistupovat tak, aby z matematiky neměli strach a rozvíjeli jejich

schopnost matematicky myslet, vyspělejším naopak zadávat takové úlohy, které je nebudou nudit.

4. **Poznatek získaný vlastní úvahou je kvalitnější než poznatek převzatý**
   Žák, který přijde na řešení sám, si uchová tento poznatek do budoucna a je schopný ho dále rozvíjet. Pro učitele to však znamená více trpělivosti a času.

5. **Komunikace**
   Diskuse, které vedou mezi sebou žáci, je mnohem plodnější než tradiční dialog mezi učitelem a žákem. Při vzájemné diskusi mezi žáky se odhalí chybné představy, žáci se podělí o své názory s ostatními a objeví se i nové podněty k přemýšlení, které pomáhají žákům ve vytvoření nových plnohodnotných poznatků, které zapadají do jejich struktury znalostí. Učitel k diskusi žáky motivuje a zároveň ji organizuje (Hejný, Jirotková, Michnová, Bomerová, 2011).

V souvislosti s tímto pojetím matematiky, ze kterého vychází i tato učebnice, se zmíním o teorii generického modelu. Jedná se o jednu teorií poznávacího procesu. Prof. Milan Hejný vychází při jejím využívání ze svých experimentů, z mnohaletých pedagogických zkušeností, dále i z některých myšlenek Piagetových, zejména z jeho popisu kognitivního vývoje pomocí vývojových stádií, o kterém jsem se zmiňovala již ve druhé kapitole.

Podle této teorie začíná poznávací proces motivací. Dítě se samo zajímá, experimentuje, poznává a tím se do jeho vědomí ukládají první dílčí poznatky příštího poznání, můžeme je označit jako *izolované modely*. Jednotlivé izolované modely, které má žák ve vědomí, se postupně začnou strukturovat a seskupovat. Díky tomu má dítě hlubší vhled do poznání a z izolovaného modelu vznikne *model generický.* Později objeví i to, že své poznání může zapsat číslicemi, že může spočítat i pomíjivé jevy, takové poznání můžeme nazvat jako *abstraktní* (Hejný, Jirotková, Michnová, Bomerová, 2011).

5.1.1 Operace sčítání

Tuto část budu věnovat konkrétním úlohám z učebnic Nakladatelství Fraus. Pro ilustraci jsem vybrala několik úloh, které se v učebnicích objevují. Pokusím se na nich ukázat, zda je žáci řeší konceptuálně nebo procesuálně.

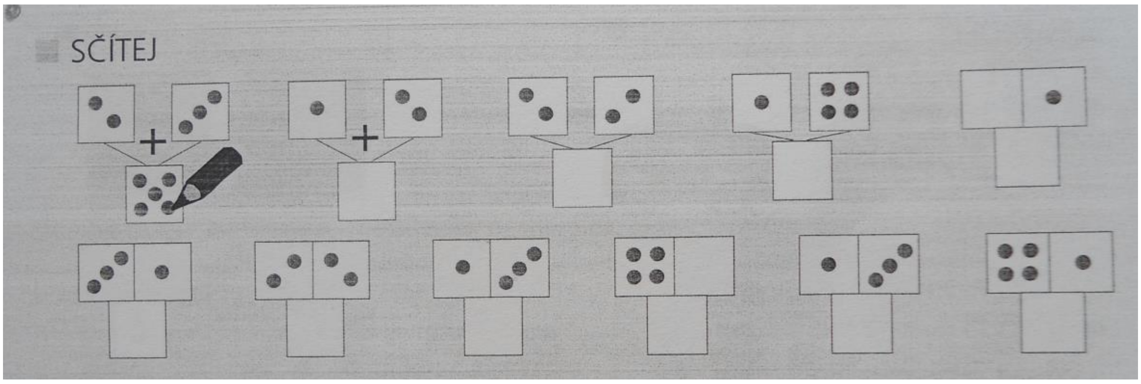
Tuto úlohu řeší žáci procesuálně, celkový výsledek je konceptem.


Jak jsem nakupoval

Koupil jsem	Kterými mincemi jsem platil				Zaplatil jsem
	1 Kč	2 Kč	5 Kč	10 Kč	Kč
	//			/	1+1+10=12
		//	/		
		////			

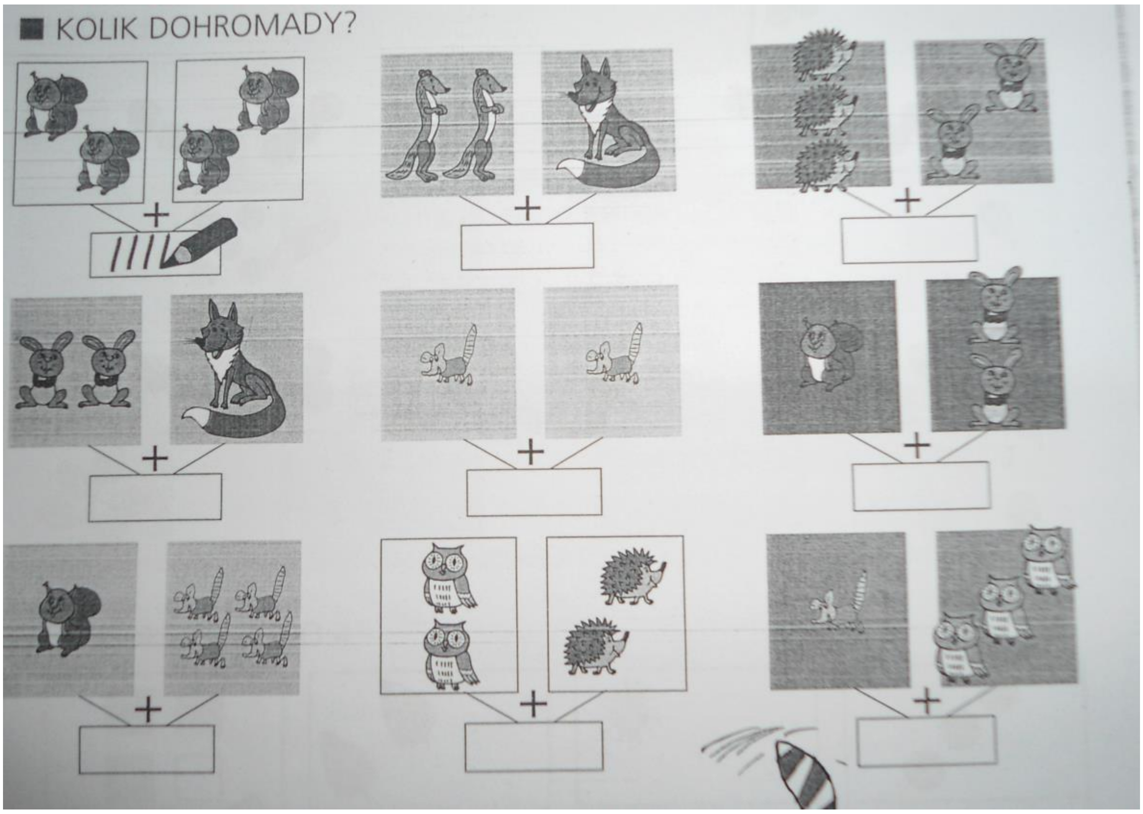
Obr. č.3 Úloha Fraus 1

V této úloze jsou dvě a tři tečky koncepty čísla, na výsledek přijde dítě procesem.



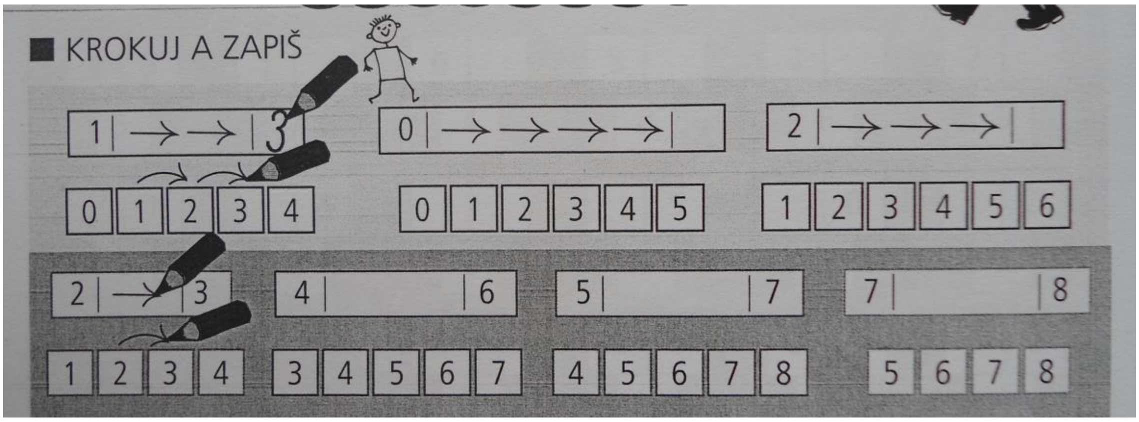
Obr. č.4 Úloha Fraus 2

.V této úloze jsou jednotlivé obrázky koncepty čísla, na výsledek přijde žák procesuálně.

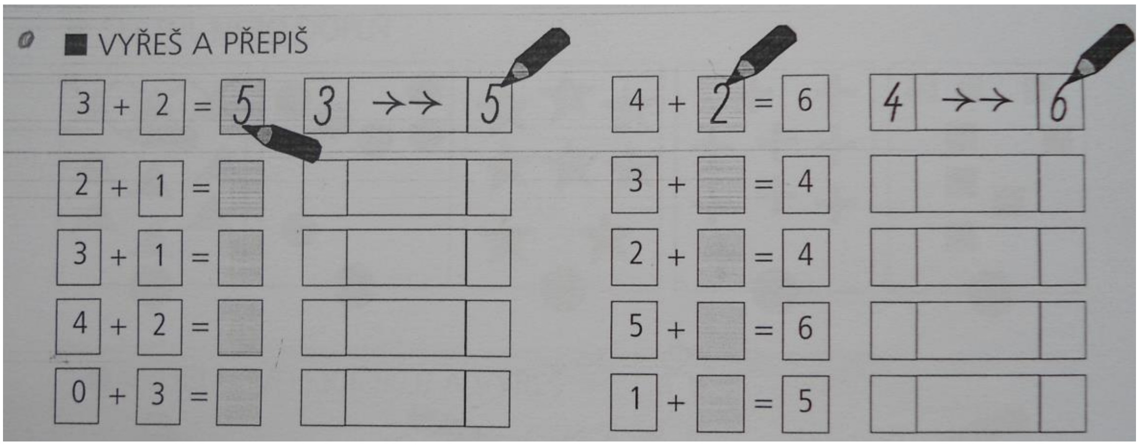


Obr. č.5 Úloha Fraus 3

Tuto úlohu řeší dítě procesuálně.



Obr. č.6 Úloha Fraus 4



Obr. č.7 Úloha Fraus 5

5.2 Učebnice z Nakladatelství ALTER

Celý didakticko-metodický systém učebnic z Nakladatelství ALTER směřuje k tomu, aby s úlohami z učebnice mohl žák pracovat samostatně, ve škole nejméně 15 minut ve vyučovací hodině a podle potřeby i doma. Postupy v učebnicích z Nakladatelství ALTER vedou žáka pomocí kroků, které jsou na sebe navázány, k tomu, aby se sám dobral konkrétního poznatku a následně uměl s tímto poznatkem dále pracovat, v případě potřeby ho uměl využít.

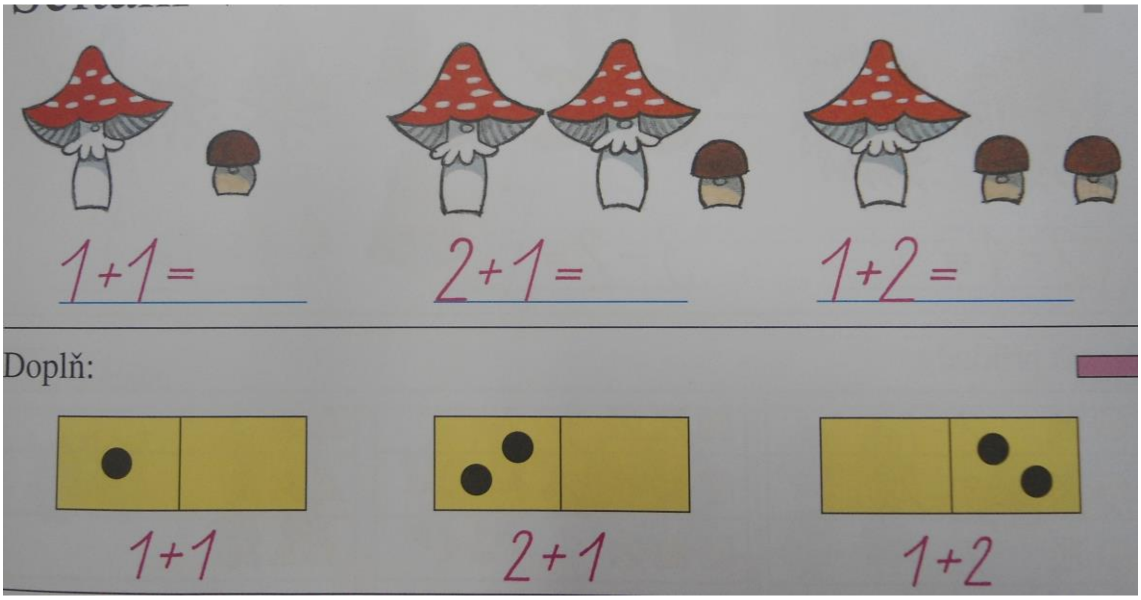
Autoři učebnic z Nakladatelství ALTER pokládá při tvorbě učebnic za stěžejní rozvoj žákových kompetencí v procesu učení a sebeučení. Cílem vzdělávání by neměl být jen žák vybavený souborem pamětně osvojených poznatků, ale žák vybavený kompetencemi, které mu v budoucnu napomohou informace získávat a dále je využívat. Jedním z charakteristických rysů těchto učebnic je množství aplikačních úloh, jen velmi málo se objevují úlohy reprodukční. Aplikační úlohy podporují žákovu kompetenci prakticky využít získanou znalost.

Autoři učebnice apelují na to, že učebnice nemůže nahrazovat učitelovu přípravu na vyučování, přesto se snaží přinášet žákům i učitelům maximální možný servis. Autoři učebnic vycházejí z představy tvořivého učitele. Již od počátku devadesátých let pokládají moderní didaktické trendy za důležité změnit poměr přímého vyučování a samostatné práce, která zvýší efektivitu výuky. Větší část hodiny by měl učitel věnovat jak samostatné práci, tak řešení aplikačních úloh a v neposlední řadě i reflexi.

Co se týče konkrétního obsahu učiva, které nalezneme v učebnicích z Nakladatelství ALTER, je založeno na tom, aby adekvátně odráželo zkušenosti dětí. Autoři zdůrazňují, že je potřeba brát ohled na psychický a mentální vývoj dítěte a zadávat mu takové úlohy, které odpovídají jeho možnostem. Zároveň se však domnívají, že je potřebné příhodně zadávat i úlohy, které žákovi možnosti přesahují. Takové úlohy podněcují žáka k hledání možných řešení, motivují ho a rozvíjí jeho intelekt (Poslání učebnice, Nakladatelství ALTER,<http://www.alter.cz/nakladatelstvi/poslani-ucebnice>).

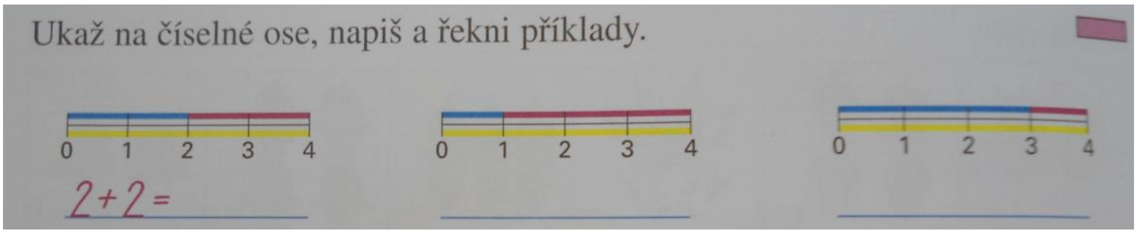
5.2.2 Operace sčítání

Stejně jako v učebnicích z Nakladatelství Fraus, tak i v učebnicích z Nakladatelství ALTER jsem vybrala pro ilustraci několik úloh, opět na nich ukáži, zda se řeší procesuálně nebo konceptuálně.
V této úloze jsou zobrazeny koncepty jednotlivých čísel.



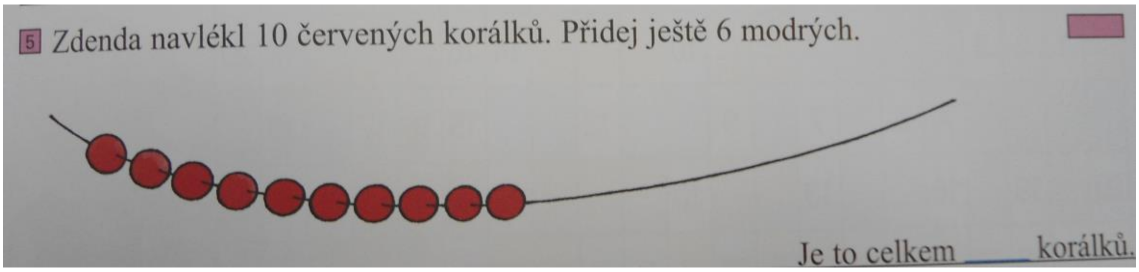
Obr. č.8 Úloha ALTER 1

Tuto úlohu řeší žáci procesuálně, výsledkem je koncept čísla.



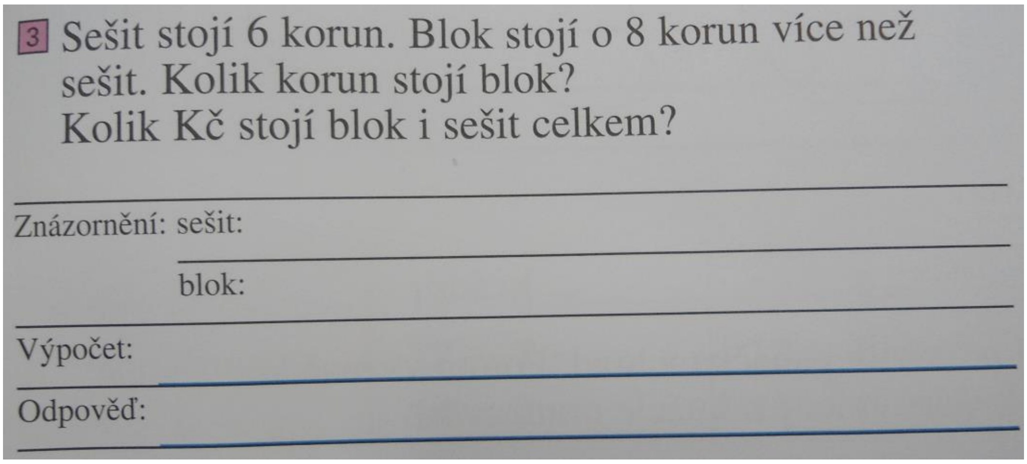
Obr. č.9 Úloha ALTER 2

Tuto úlohu řeší žáci procesuálně, výsledekem je koncept čísla.



Obr. č.10 Úloha ALTER 3

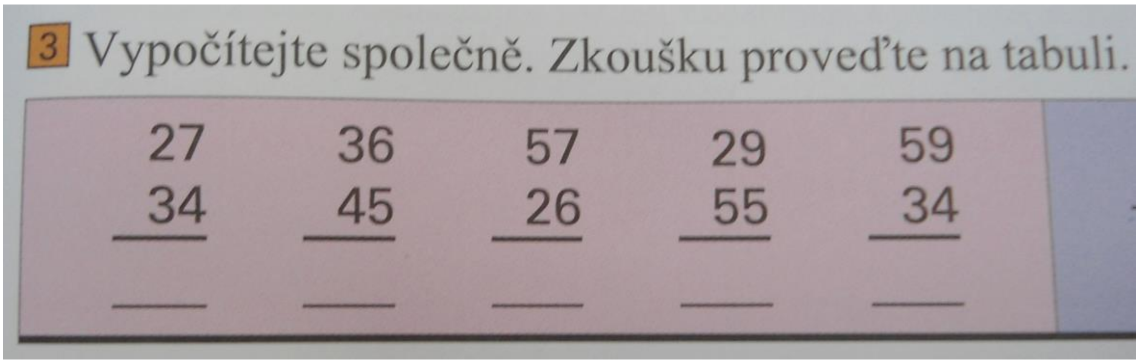
Jednotlivá čísla ve slovní úloze jsou koncepty. Slovní úlohu jsem vybrala, protože se u mnoha žáků objevilo stejně strukturované řešení ve slovní úloze v diagnostickém testu.



Obr. č.11 Úloha ALTER 4

.

V této úloze máme jednotlivá čísla jako koncepty. U většiny žáků se objevil stejný zápis v diagnostickém testu.



Obr. č.12 Úloha ALTER 5

6 Experiment

Experiment č. I (první část)

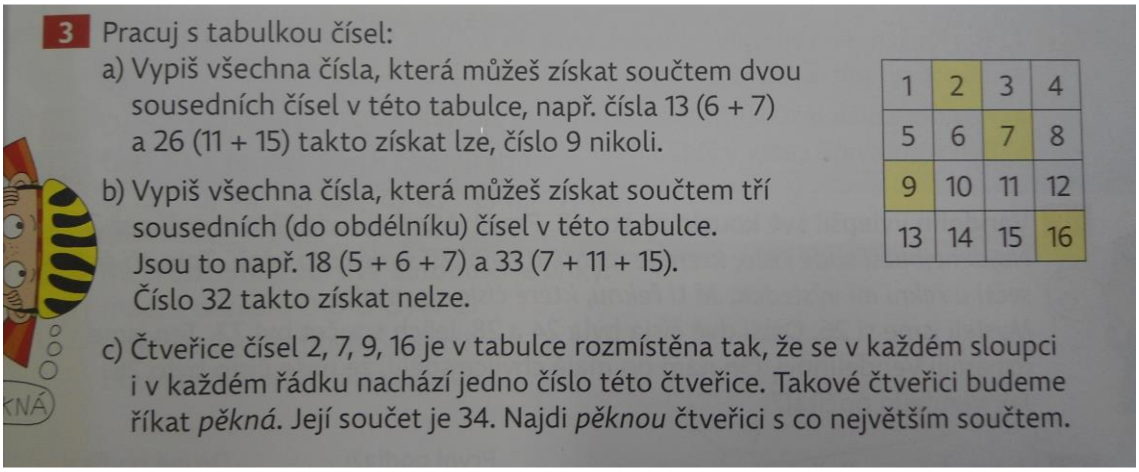
Škola: FZŠ Táborská

Třída: 3. B

Datum konání: 5. březen 2013

Vyučující: Alžběta Řehořková (Khanová)

Přítomno: 18 žáků



3 Pracuj s tabulkou čísel:

a) Vypiš všechna čísla, která můžeš získat součtem dvou sousedních čísel v této tabulce, např. čísla 13 (6 + 7) a 26 (11 + 15) takto získat lze, číslo 9 nikoli.

b) Vypiš všechna čísla, která můžeš získat součtem tří sousedních (do obdélníku) čísel v této tabulce. Jsou to např. 18 (5 + 6 + 7) a 33 (7 + 11 + 15). Číslo 32 takto získat nelze.

c) Čtveřice čísel 2, 7, 9, 16 je v tabulce rozmístěna tak, že se v každém sloupci i v každém řádku nachází jedno číslo této čtveřice. Takové čtveřici budeme říkat *pěkná*. Její součet je 34. Najdi *pěknou* čtveřici s co největším součtem.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Obr. č.13 Úlohy k stovkové tabulce

<u>Zadání úlohy:</u> viz obr. č.13 - Úlohy 3a, 3c

<u>Vzorové řešení úlohy</u>

a) Součet sousedních čísel na řádku: 3 (1+2), 5 (2+3), 7 (3+4), 11 (5+6), 13 (6+7), 15 (7+8), 19 (9+10), 21 (10+11), 23 (11+12), 27 (13+14), 29 (14+15), 31 (15+16) – existuje 12 součtů s lichým výsledkem, ze sousedních čísel na řádku je vždy jedno sudé, jedno liché, součet sudého a lichého čísla je číslo liché. Chybí součet 9, 17 a 25, protože sousední čísla jsou na dvou různých řádcích.

Součet sousedních čísel ve sloupci: 6 (1+5), 8 (2+6), 10 (3+7), 12 (4+8), 14 (5+9), 16 (6+10), 18 (7+11), 20 (8+12), 22 (9+13), 24 (10+14), 26 (11+15), 28 (12+16) – existuje 12 součtů se sudým výsledkem, sousední čísla ve sloupci jsou buď obě lichá, nebo obě sudá, jejich součet je vždy sudý.

c) Součet pěkné čtveřice v tomto čtverci bude vždy 34, takových pěkných čtveřic je 6 x 4 = 24.

1 + 6 + 11 + 16 = 34	2 + 7 + 9 + 16	3 + 8 + 10 + 13
1 + 6 + 12 + 15	2 + 7 + 12 + 13	4 + 5 + 10 + 15
1 + 7 + 10 + 16	2 + 8 + 9 + 15	4 + 5 + 11 + 14
1 + 7 + 12 + 14	2 + 8 + 11 + 13	4 + 6 + 9 + 15
1 + 8 + 10 + 15	3 + 5 + 10 + 16	4 + 6 + 11 + 13
1 + 8 + 11 + 14	3 + 5 + 12 + 14	4 + 7 + 9 + 14
2 + 5 + 11 + 16	3 + 6 + 9 + 16	4 + 7 + 10 + 13
2 + 5 + 12 + 15	3 + 6 + 12 + 13	
	3 + 8 + 9 + 14	

Stručný průběh

Po přečtení zadání jsme s žáky rozebírali pojem sousední číslo, v tabulce 4x4 na tabuli jsem ukázala na čísla 1 a 2 a ptala se, zda jsou sousední. Žáci reagovali, že to jsou sousední čísla a můžeme je tedy sčítat. Když jsem se zeptala na čísla 6 a 10, někteří žáci si nebyli jistí, zda se jedná o sousední čísla. Nakonec jsme se dobrali k tomu, že čísla jsou v tabulce vedle sebe, jsou tedy sousední a sčítat je můžeme. Každý žák po zadání úlohy pracoval samostatně. Po chvíli samostatné práce se ozvalo několik žáků, že potřebují zadání dovysvětlit, ptali se, zda součet, který najdou, musí být číslo z tabulky. Žáci postupně říkali vybraná čísla a počítali jejich součty nahlas před ostatními, tím se přesvědčili, že součet nemusí být pouze číslo z tabulky. Dále pracoval na této úloze každý žák sám. Po uplynutí času jsme si opět přečetli společně zadání, jeden z žáků vyznačil na tabuli čísla ze zadání (2, 7, 9, 16). Zeptala jsem se, zda by někdo dokázal vyznačit další pěknou čtveřici, další z žáků vyznačil na tabuli čísla 1,7,10,16 a spočítal jejich součet. Vyzvala jsem žáky, aby našli pěknou čtveřici s co největším součtem. Vašík se po chvíli přihlásil, že něco objevil. Přišel na to, že všechny součty jsou stejné, pokud budeme vybírat čísla tímto způsobem (v každém řádku a v každém sloupci se nachází jedno číslo z této čtveřice), nedokázal ale vysvětlit, proč to tak je.

Používané pojmy

- sousední číslo
- součet dvou (čtyř) čísel
- pěkná čtveřice

Kognitivní jevy – „objevy“ dětí ve výuce

Vyslovení hypotézy na základě několika pravidelných výsledků: Objev Vašíka, který při hledání největšího součtu přišel na to, že všechny součty jsou stejné, pokud budeme vybírat čísla tímto způsobem (v každém řádku a v každém sloupci se nachází jedno číslo z této čtveřice).

Experiment č. I (druhá část)

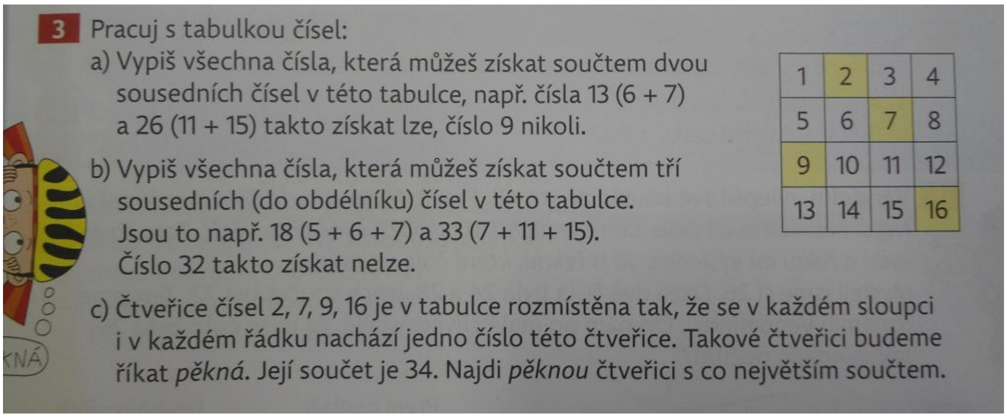
Škola: FZŠ Táborská

Třída: 3. B

Datum konání: 7. březen 2013

Vyučující: Jaroslava Kloboučková

Přítomno: 17 žáků



3 Pracuj s tabulkou čísel:

a) Vypiš všechna čísla, která můžeš získat součtem dvou sousedních čísel v této tabulce, např. čísla 13 (6 + 7) a 26 (11 + 15) takto získat lze, číslo 9 nikoli.

b) Vypiš všechna čísla, která můžeš získat součtem tří sousedních (do obdélníku) čísel v této tabulce. Jsou to např. 18 (5 + 6 + 7) a 33 (7 + 11 + 15). Číslo 32 takto získat nelze.

c) Čtveřice čísel 2, 7, 9, 16 je v tabulce rozmístěna tak, že se v každém sloupci i v každém řádku nachází jedno číslo této čtveřice. Takové čtveřici budeme říkat *pěkná*. Její součet je 34. Najdi *pěknou* čtveřici s co největším součtem.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Obr. č.14 Inspirace pro zadání úlohy k 2.části experimentu I

<u>Zadání úlohy</u>

1) Vyber z tabulky 4x4 dvě sousední čísla a spočítej jejich součet.
2) Zamysli se nad tím, jestli máš sudý nebo lichý výsledek (součet).
3) Zamysli se nad tím, co mají sudé výsledky společného, co mají liché výsledky společného.
4) Urči, kolik součtů můžeme získat z tabulky získat.

Vzorové řešení úlohy

1) a 2) Viz vzorové řešení první části

3) Lichý součet získáme jen při umístění sousedních čísel v řádku, sudý jen při umístění ve sloupci. Součet čísel ve sloupci dá vždy sudý výsledek (vždy sčítám L + L = S nebo S + S = S). Součet čísel v řádku dá vždy lichý výsledek (vždy sčítám L + S = L).

4) Z tabulky můžeme získat celkem 24 součtů. 12 při sčítání čísel v řádcích, 12 při sčítání čísel ve sloupcích.

Stručný průběh

V kruhu u tabule měl každý žák vybrat z tabulky 4x4 dvě sousední čísla a spočítat jejich součet. Vasko navrhnul, že by vybraná čísla mohli zapisovat na tabuli. Na tabuli se objevily součty 15 a 16 = 31, 3 + 7 = 10, 16 + 12 = 28. Jako čtvrtý v pořadí šel k tabuli Vašík, který zapsal 16 + 15, ostatní na něj zareagovali, že to zapsat nemůže. Paní učitelka se zeptala, zda je to takový součet, který tam ještě není. Natálka řekla, že to už tam je, ale obráceně. Paní učitelka se zeptala, zda tam tedy patří a Vašík řekl, že ne a vybral čísla 14 + 15. Paní učitelka žáky vyzvala, aby si na tabuli našli svůj výsledek a zamysleli se nad tím, kdo má sudý a kdo lichý výsledek. Takto se postupovalo tak dlouho, dokud se všechny děti u tabule nevystřídaly. Paní učitelka se dále zeptala: „Kdo má nejvyšší výsledek?“ Přihlásil se Šimon. „Proč má Šimon nejvyšší výsledek?“ Žáci odpověděli: „Protože si vybral dvě nejvyšší čísla.“ Stejně tak určili i nejnižší výsledek. Dále se ptala na to, zda je možné, aby se výsledky opakovaly? Žáci odpovídali, že to nejde. Paní učitelka vyzvala žáky, aby přemýšleli, co mají sudá čísla společného. Agátka řekla, že má sudý výsledek (sčítala čísla 3 a 7). Šimon navrhnul: „Vždy jsou to ta čísla pod sebou.“ Dále se paní učitelka zeptala, jaký výsledek měl Pepa, on odpověděl, že 18, sčítal čísla 7 a 11. „Platí to tedy pro ně? Jsou ve sloupci pod sebou?“ Ostatní souhlasili. Vasko se přihlásil a ukazoval u tabule, že lichá čísla budou z čísel vedle sebe, protože k lichému číslu se přičte sudé, ale pořád zůstane liché. Vašík ukazoval u tabule, že liché výsledky jsou z čísel vedle sebe, protože k lichému číslu se přičte sudé, ale pořád zůstane liché. Dále šla k tabuli Anička, která ukazovala různé součty a objasňovala ostatním, že sudé a sudé číslo dá dohromady sudé, liché a liché číslo dá také sudý součet. Nakonec se paní učitelka zeptala, kolik součtů můžeme z tabulky získat. Terezka vypočítala 24, ukázala své řešení ostatním. Objevila strategii, kdy zjistila, že na každém řádku je možné získat pouze tři součty sousedních čísel, řádky jsou v tabulce pouze čtyři, dohromady tedy 12 součtů. Totéž platí pro sloupce.

Používané pojmy

- součet dvou čísel
- sudé číslo, liché číslo
- nevyšší součet, nejnižší součet
- sudý součet, lichý součet

Kognitivní jevy – „objevy“ dětí ve výuce

Součet dvou přirozených čísel, které se liší o čtyři (obě sudé nebo obě liché) je sudý.

Objev Šimona, který si všiml, že sudý výsledek získáme, pokud budeme sčítat dvě čísla pod sebou ve sloupci.

Součet dvou sousedních přirozených čísel je lichý.

Vasko na to reagoval, že liché součty získáme při sčítání dvou sousedních čísel v řádku.

Součet sudého a lichého čísla je vždy lichý, součet dvou sudých nebo dvou lichých čísle je vždy sudý.

Vašík to vysvětlil tak, že lichý výsledek získáme, protože k lichému číslu se přičte sudé číslo, ale pořád zůstane liché číslo. Anička ukazovala ostatním, že pokud sečteme dvě sudá čísla, získáme sudý výsledek, stejně tak, když sečteme dvě lichá čísla, získáme sudý výsledek.

Strategie pro určení počtu všech součtů

Terezka si vytvořila strategii, nejprve sčítala čísla po řádcích (1 + 2, 2 + 3, atd.), takto postupovala až ke konci posledního řádku v tabulce. Zjistila, že součtů v řádcích je celkem 12. Následně počítala, kolik je součtů ve sloupcích. Opět došla k číslu 12, celkový počet součtů je tedy 24.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Obr. č.15 Terezčina strategie

Experiment č. I (třetí část)

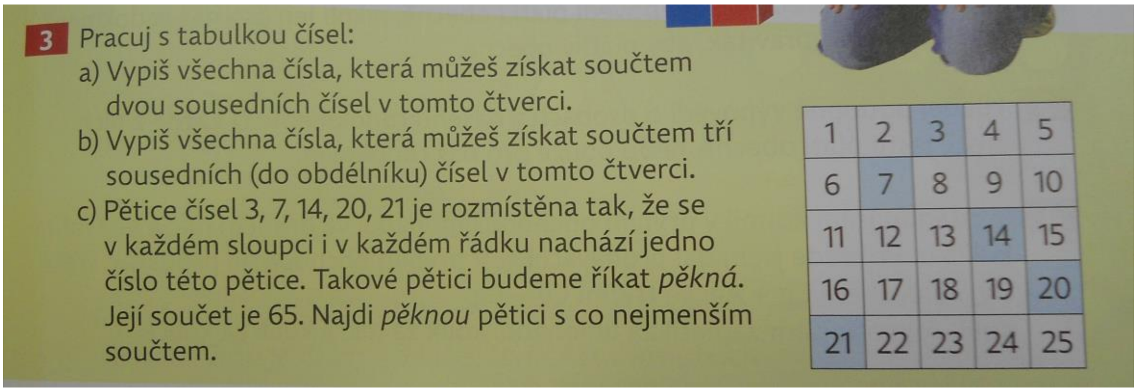
Škola: FZŠ Táborská

Třída: 3. B

Datum konání: 18. března 2013

Vyučující: Alžběta Řehořková (Khanová)

Přítomno: 15 žáků



3 Pracuj s tabulkou čísel:

a) Vypiš všechna čísla, která můžeš získat součtem dvou sousedních čísel v tomto čtverci.

b) Vypiš všechna čísla, která můžeš získat součtem tří sousedních (do obdélníku) čísel v tomto čtverci.

c) Pětice čísel 3, 7, 14, 20, 21 je rozmístěna tak, že se v každém sloupci i v každém řádku nachází jedno číslo této pětice. Takové pětici budeme říkat *pěkná*. Její součet je 65. Najdi *pěknou* pětici s co nejmenším součtem.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

Obr. č.16 Inspirace pro zadání úlohy k 3.části experimentu I

<u>Zadání úlohy</u>

Pracuj s tabulkou čísel:

- Najdi nejnižší možný součet dvou sousedních čísel.
- Najdi nejvyšší možný součet dvou sousedních čísel.
- Najdi všechny součty dvou sousedních čísel, které jsou nižší než 10.
- Najdi všechny součty dvou sousedních čísel vyšší než 40.
- Najdi tři nejvyšší součty dvou sousedních čísel a sečti je.

- Najdi nejvyšší součet dvou sousedních čísel a odečti od něj nejnižší součet dvou sousedních čísel.

Vzorové řešení úlohy

- nejnižší možný součet dvou sousedních čísel je 3 (1 + 2)
- nejvyšší možný součet dvou sousedních čísel je 49 (24 + 25)
- součty dvou sousedních čísel, které jsou nižší než 10 jsou: 3 (1 + 2), 5 (2 + 3), 7 (3 + 4) i (1 + 6), 9 (4 + 5) i (2 + 7)
- součty dvou sousedních čísel, které jsou vyšší než 40 jsou: 41 (18 + 23) 43 (21 + 22) i (19 + 24), 45 (22 + 23) i (20 + 25), 47 (23 + 24), 49 (24 + 25)
- tři nejvyšší součty 45, 47, 49, po sečtení 141
- 49-1=48

Stručný průběh

V první části dostal každý žák jedno ze zadání, vždy více žáků stejné. Žáci řešili zadanou úlohu samostatně. Po uplynutí času se sešli žáci se stejným zadáním a měli pár minut na to, aby své řešení prodiskutovali s ostatními. Po prodiskutování jsme s žáky rozebírali jejich řešení v kroužku u tabule, každá skupinka (žáci se stejným zadáním) ostatním představila řešení své úlohy a zapisovala ho na tabuli. U zadání, kdy zjišťovali tři nejvyšší součty, špatně určili jeden ze součtů, na tabuli se objevilo: 49+47+35 (15+20), ostatní ve třídě na to zareagovali a opravili třetí číslo na 45 (20+25). V další části jsme se zabývali součty, které nám z tabulky 5x5 vyšly (poslední řešení úlohy, kde se se součty dále pracovalo-sčítalo, odčítalo, jsem ze svých otázek vynechala). Na otázku, co je zajímavého na součtech, ke kterým jsme u jednotlivých úloh došli, žáci odpovídali, že vyšlo hodně součtů vyšších než 40 (to bylo dané zadáním úloh). Proto jsem se konkrétně zeptala na sudost nebo lichost čísel. Žáci přišli na to, že vždy sčítáme S + L číslo, proto nám vyjde lichý výsledek. V poslední části žáci zapisovali do předem připravené tabulky součty tří sousedních čísel. Každý z žáků chtěl nejdříve zapsat co nejvyšší součet. Když byla u tabule Andulka, napsala součet 14 + 15 + 20. Někdo namítl, že to není správně. Řekla jsem Andulce, že to má správně, kdyby znělo zadání, ať najde součet tří sousedních čísel (do obdélníku), zda by ho dokázala najít. Andulka rychle zareagovala a napsala nový součet.

Používané pojmy

- sousední číslo
- nejnižší možný součet
- nejvyšší možný součet
- sudost, lichost

Kognitivní jevy – „objevy“ dětí ve výuce

Objev, kdy žáci došli k tomu, že součty dvou sousedních čísel z tabulky 5x5 jsou vždy lichá čísla, protože se sčítá sudé a liché číslo, proto je výsledný součet lichý.

Experiment č. I (čtvrtá část)

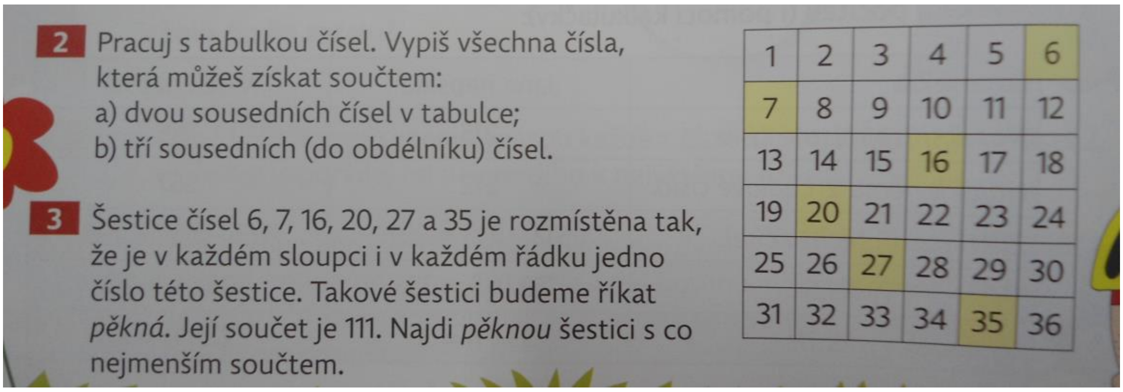
Škola: FZŠ Táborská

Třída: 3. B

Datum konání: 25. dubna 2013

Vyučující: Alžběta Řehořková (Khanová)

Přítomno: 15 žáků



2 Pracuj s tabulkou čísel. Vypiš všechna čísla, která můžeš získat součtem:
a) dvou sousedních čísel v tabulce;
b) tří sousedních (do obdélníku) čísel.

3 Šestice čísel 6, 7, 16, 20, 27 a 35 je rozmístěna tak, že je v každém sloupci i v každém řádku jedno číslo této šestice. Takové šestici budeme říkat *pěkná*. Její součet je 111. Najdi *pěknou* šestici s co nejmenším součtem.

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36

Obr. č.17 Inspirace pro zadání úlohy k 4.části experimentu I

Zadání úlohy

- Najdi nejnižší a nejvyšší možný součet dvou sousedních čísel.
- Najdi všechny součty dvou sousedních čísel nižší než 12.
- Najdi všechny součty dvou sousedních čísel vyšší než 60.
- Najdi nejvyšší možný sudý součet dvou sousedních čísel a nejnižší možný lichý součet dvou sousedních čísel.
- Kolik různých trojic je možné z tabulky vybrat?

Vzorové řešení úlohy

1) nejnižší možný součet dvou sousedních čísel 3 (1 + 2)
   nejvyšší možný součet dvou sousedních čísel 71 (35 + 36)
2) 3 (1 + 2), 5 (2 + 3), 7 (3 + 4), 8 (1 + 7), 9 (4 + 5), 10 (2 + 8), 11 (7 + 4)
3) 62 (28 + 34), 63 (31 + 32), 64 (29 + 35), 65 (32 + 33), 66 (30 + 36) 67 (33 + 34), 69 (34 + 35), 71 (35 + 36)
4) nejvyšší možný sudý součet je 66 (30 + 36)
   nejnižší možný lichý součet je 3 (1 + 2)
5) je možné vybrat 48 různých trojic

24 v řádcích (1 + 2 + 3, 2 + 3 + 4, 3 + 4 + 5, 4 +5 + 6, 7 + 8 + 9, 8 + 9 + 10, 9 + 10 + 11, 10 + 11 + 12, atd.)

24 ve sloupcích (1 + 7 + 13, 7 + 13 + 19, 13 + 19 + 25, 19 + 25 + 31, 2 + 8 + 14, 8 + 14 + 20, 14 + 20 + 26, 20 + 26 + 32, atd.)

Stručný průběh

Na začátku hodiny jsem s dětmi pracovala v kroužku u tabule, kde jsem měla připravenou tabulku 6x6. V krátkosti jsme zopakovali, co to znamená součet dvou sousedních čísel. Nejprve jsem se žáků zeptala, zda můžeme získat součtem dvou sousedních čísel sudé i liché součty. Žáci reagovali, že můžeme získat jak sudé, tak i liché součty, napsali pár příkladů na tabuli. Na otázku, zda závisí na velikosti tabulky, Vašík odpověděl, že závisí na tom, jaká jsou čísla vedle sebe. Dále jsem se ptala, která čísla musíme vybrat, abychom získali sudý součet a zda vědí, z jakých čísel v tabulce získáme sudý a z jakých lichý součet dvou sousedních čísel. Jáchym vysvětloval, že sudý součet získáme součtem dvou sousedních čísel ve sloupci pod sebou. Anička na to reagovala, že lichý součet získáme součtem dvou sousedních čísel v řádku. Dále každý pracoval sám, každý žák si mohl vybrat jedno ze čtyř zadání, obtížnosti si vybírali podle vlastního uvážení. Po uplynutí času jsem s žáky opět pracovala v kroužku u tabule, vybraní žáci přečetli zadání své úlohy a napsali řešení na tabuli. Moje další otázka zněla, kolik můžeme z tabulky vybrat různých trojic (tři sousední čísla)? Žáci udávali čísla 24, Vasko ukazoval své řešení ostatním (zapomněl na některé součty např. 7 + 13 + 19 nebo 2 + 3 + 4). Vašík na to reagoval, že jich je víc, ukazoval součty, na které Vasko zapomněl, Anička rozhodla, že je součtů 36 (připočetla k Vaskovým trojicím ještě ty z řádků, které zapomněl, nepřipočetla však další trojice ze sloupců). Šimon řekl, že v jednom řádku můžeme získat čtyři trojice, Pepa spočítal, že máme celkem šest řádků, tedy 24 trojic. Terka spočítala, že stejně tak ve sloupcích můžeme získat 24 trojic, máme tedy 48 trojic v celé tabulce.

Používané pojmy

- nejnižší možný součet
- nejvyšší možný součet
- součet vyšší než
- součet nižší než
- nejvyšší možný sudý součet
- nejnižší možný lichý součet
- součet tří sousedních čísel

Kognitivní jevy – „objevy“ dětí ve výuce

Objev Jáchyma, který si uvědomil, že sudé součty dvou sousedních čísel v tabulce 6x6 získáme po sečtení čísel ve sloupci. Stejně tak reakce Aničky, že lichý součet dvou sousedních čísel získáme sečtením čísel v řádku.

Společný objev, že v jednom řádku máme čtyři různé trojice čísel, řádků je celkem šest, tedy 24 trojic v řádcích. Stejně tak máme čtyři trojice v jednom sloupci, sloupců je šest, proto 24 trojic ve sloupcích. Celkem z tabulky 6x6 získáme 48 různých trojic tří sousedních čísel.

Experiment č. I (pátá část)

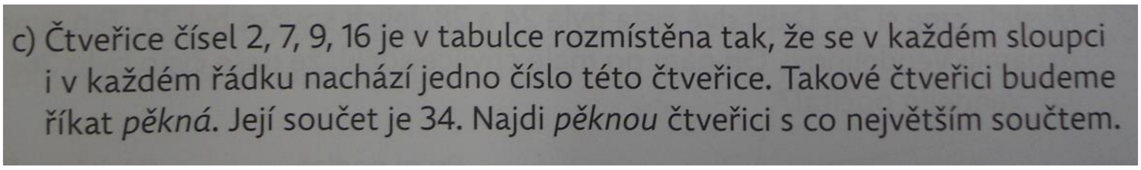
Škola: FZŠ Táborská

Třída: 3. B

Datum konání: 30. dubna 2013

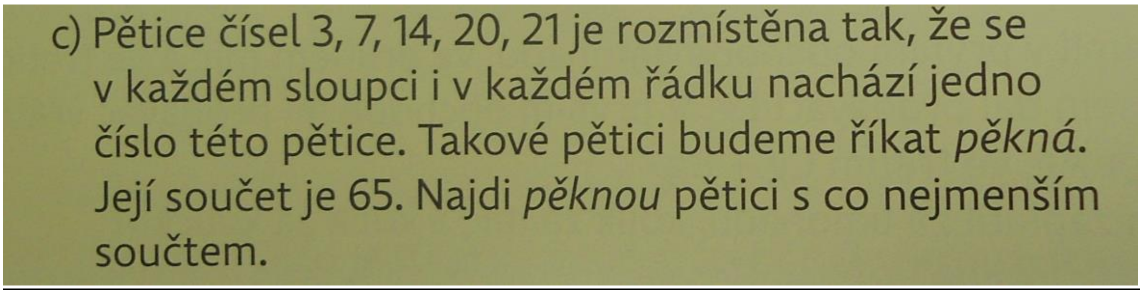
Vyučující: Alžběta Řehořková (Khanová)

Přítomno: 16 žáků



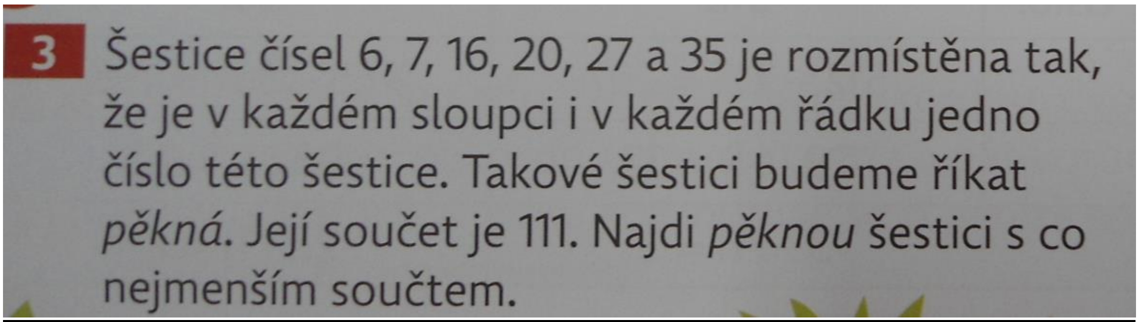
c) Čtveřice čísel 2, 7, 9, 16 je v tabulce rozmístěna tak, že se v každém sloupci i v každém řádku nachází jedno číslo této čtveřice. Takové čtveřici budeme říkat *pěkná*. Její součet je 34. Najdi *pěknou* čtveřici s co největším součtem.

Obr. č.18 Inspirace pro zadání úlohy k 5.části experimentu I



c) Pětice čísel 3, 7, 14, 20, 21 je rozmístěna tak, že se v každém sloupci i v každém řádku nachází jedno číslo této pětice. Takové pětici budeme říkat *pěkná*. Její součet je 65. Najdi *pěknou* pětici s co nejmenším součtem.

Obr. č.19 Inspirace pro zadání úlohy k 5.části experimentu I


3 Šestice čísel 6, 7, 16, 20, 27 a 35 je rozmístěna tak, že je v každém sloupci i v každém řádku jedno číslo této šestice. Takové šestici budeme říkat *pěkná*. Její součet je 111. Najdi *pěknou* šestici s co nejmenším součtem.

Obr. č.20 Inspirace pro zadání úlohy k 5.části experimentu I

Zadání úlohy

Najdi co nejmenší cik-cak součet v tabulce 4x4, 5x5 a 6x6.

Vzorové řešení úlohy

- Součet pěkné čtveřice (cik-cak součet) ve čtverci 4x4 bude vždy 34. (Viz vzorové řešení první části).
- Součet pěkné pětice (cik-cak součet) ve čtverci 5x5 bude vždy 65.
- Součet pěkné šestice (cik-cak součet) ve čtverci 6x6 bude vždy 111.

Stručný průběh

Na tabuli jsem měla připravené tabulky 4x4, 5x5, 6x6, vždy s jedním vyznačeným cik-cak součtem. S žáky jsem se bavila o tom, co je to pěkná čtveřice, pětice a šestice. Vyzvala jsem je, aby našli další takovou pěknou čtveřici, pětici a šestici. Při této aktivitě seděli všichni v kroužku před tabulí. První čtveřici ve čtverci vyznačoval Vašík, který zároveň vysvětlil strategii svého řešení. Měla jsem na tabuli vyznačenou čtveřici čísel: 2, 8, 11 a 13. Vašík vysvětloval, že jen prohodil čísla a získal čtveřici čísel: 4, 6, 9, 15. Ve čtverci 5x5 vyznačoval pětici Marek, kterému radili další žáci. Marek vyznačil i čísla ve stejném řádku, nevěděl, jak chybu opravit. Poslední cik-cak součet ve čtverci 6x6 vyznačovala Anička, která se hned opravila, když na ní ostatní žáci reagovali, že nemůže nějaké číslo vyznačit. Poté se přihlásila Andulka, že se jí nejlépe vyznačuje cik-cak součet v diagonále, že na žádné číslo nezapomene. V další části pracovali žáci ve trojicích, každá trojice dostala zadání s jedním ze čtverců (4x4, 5x5, 6x6), společně vypisovali co nejvíc cik-cak součtů a hledali takový součet, který je co nejnižší.

Na tuto část experimentu jsem navázala 14. 5. 2013. Žáci při ní měli čas dořešit úlohy z minula, rozdělila jsem je do stejných skupin po třech.

Použité pojmy

- cik-cak součet (součet pěkné čtveřice, pětice, šestice)

Kognitivní jevy – „objevy“ dětí ve výuce

První čtveřici ve čtverci vyznačoval Vašík, který zároveň vysvětlil strategii svého řešení. Měla jsem na tabuli vyznačenou čtveřici čísel: 2, 8, 11 a 13. Vašík vysvětloval, že jen prohodil čísla (6 za 2, 4 za 8, 9 za 13 a 15 za 11) a získal čtveřici čísel: 4, 6, 9, 15.

Poté se přihlásila Andulka, že se jí nejlépe vyznačuje cik-cak součet v diagonále, že na žádné číslo nezapomene.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Obr. č.20 Vašíkova strategie

Experiment č. I (šestá část)

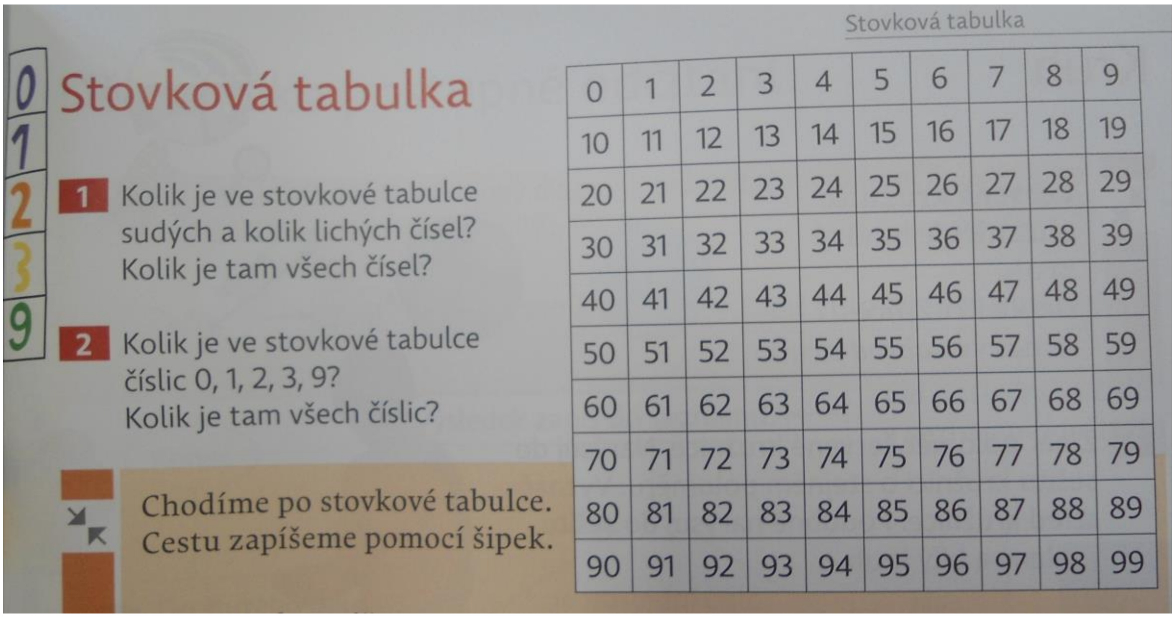
Škola: FZŠ Táborská

Třída: 4. B

Datum konání: 1. října 2013

Vyučující: Alžběta Řehořková (Khanová)

Přítomno: 18 žáků



Stovková tabulka

Stovková tabulka

0 1 2 3 9

1 Kolik je ve stovkové tabulce sudých a kolik lichých čísel? Kolik je tam všech čísel?

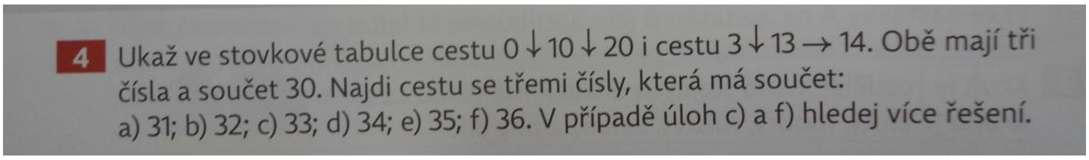
2 Kolik je ve stovkové tabulce číslic 0, 1, 2, 3, 9? Kolik je tam všech číslic?

Chodíme po stovkové tabulce. Cestu zapíšeme pomocí šipek.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Obr. č.21 Inspirace pro zadání úlohy k 6.části experimentu I

Zadání úlohy



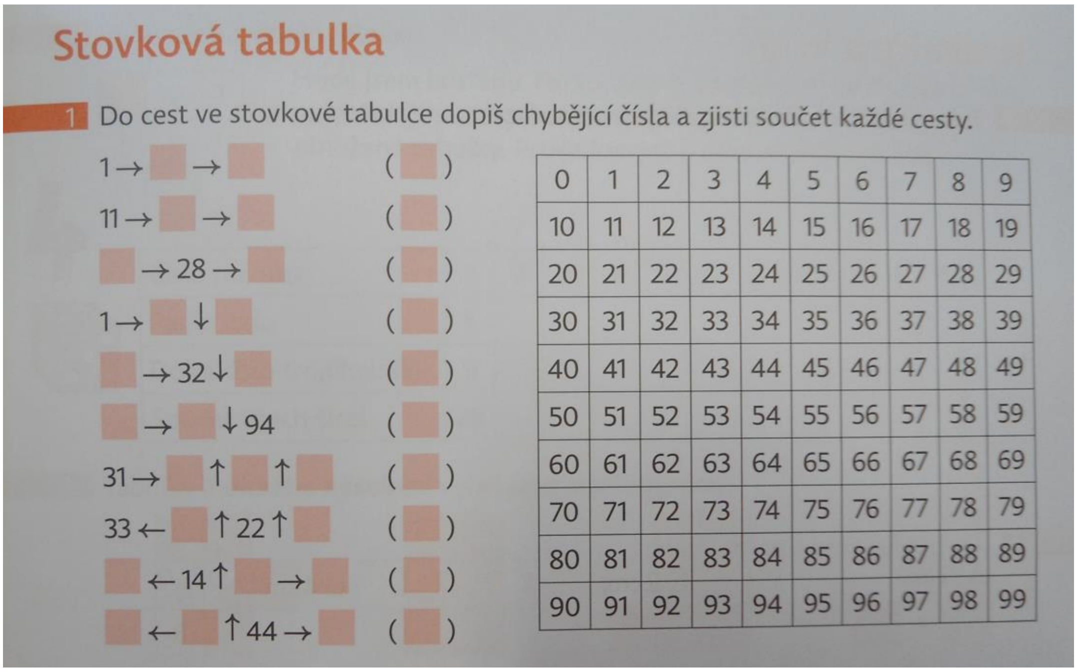
4 Ukaž ve stovkové tabulce cestu 0 ↓ 10 ↓ 20 i cestu 3 ↓ 13 → 14. Obě mají tři čísla a součet 30. Najdi cestu se třemi čísly, která má součet:
a) 31; b) 32; c) 33; d) 34; e) 35; f) 36. V případě úloh c) a f) hledej více řešení.

Obr. č.22 Inspirace pro zadání úlohy k 6.části experimentu I

- Kolik je v tabulce sudých a kolik lichých čísel?
- Kolik je v tabulce číslic 0,1,2,3,…
- Ukaž a spočítej součet cesty.

0 ↓ 10 ↓ 20

3 ↓ 13 → 14



Stovková tabulka

1 Do cest ve stovkové tabulce dopiš chybějící čísla a zjisti součet každé cesty.

1 → □ → □ (□)
11 → □ → □ (□)
□ → 28 → □ (□)
1 → □ ↓ □ (□)
□ → 32 ↓ □ (□)
□ → □ ↓ 94 (□)
31 → □ ↑ □ ↑ □ (□)
33 ← □ ↑ 22 ↑ □ (□)
□ ← 14 ↑ □ → □ (□)
□ ← □ ↑ 44 → □ (□)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Obr. č.23 Inspirace pro zadání úlohy k 6.části experimentu I

Do prázdných políček doplň čísla a spočítej součet cesty.

14 ↓ ☐ ↓ ☐ součet:

83 → ☐ → ☐ součet:

☐ → 24 → ☐ součet:

☐ ↓ ☐ → 91 součet:

☐ ↓ ☐ ↓ 94 součet:

Doplň čísla do cest, vyznač cestu do stovkové tabulky a spočítej její součet.

11 ↓ ☐ → ☐ součet:

14 → ☐ ↓ ☐ součet:

17 ↓ ☐ → ☐ součet:

☐ → 42 ↓ ☐ součet:

☐ ↓ 54 → ☐ součet:

☐ → 48 ↓ ☐ součet:

☐ ↓ ☐ → 82 součet:

☐ → ☐ ↓ 85 součet:

☐ ↓ ☐ → 88 součet:

Vzorové řešení úlohy

1) Ve stovkové tabulce je 50 sudých čísel (čísla dělitelná dvěma: 0, 2, 4, 6, atd.) a zbylých 50 čísel, která jsou lichá (čísla 1, 3, 5, 7, atd.).
2) Ve stovkové tabulce se objevuje 10-krát číslice 0 (v číslech: 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90).

   Číslice 1 se vyskytuje ve stovkové tabulce 20-krát:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Obr. č.24 Počet číslic 1 ve stovkové tabulce

Stejně tak můžeme spočítat četnost výskytu dalších číslic ve stovkové tabulce (číslice 1-9 se vyskytují ve stovkové tabulce 20-krát).

3) Součet cesty:

0 ↓ 10 ↓ 20 (součet cesty je 30)

↓

3 13 → 14 (součet cesty je 30)

Do prázdných políček doplň čísla a spočítej součet cesty.

14 ↓ 24 ↓ 34 součet: 72

83 → 84 → 85 součet: 252

23 → 24 → 25 součet: 72

80 ↓ 90 → 91 součet: 261

74 ↓ 84 ↓ 94 součet: 252

Doplň čísla do cest, vyznač cestu do stovkové tabulky a spočítej její součet.

11 ↓ 21 → 22 součet: 63

14 → 15 ↓ 25 součet: 54

17 ↓ 27 → 28 součet: 72

41 → 42 ↓ 52 součet: 135

44 ↓ 54 → 55 součet: 153

47 → 48 ↓ 58 součet: 153

71 ↓ 81 → 82 součet: 234

74 → 75 ↓ 85 součet: 234

77 ↓ 87 → 88 součet: 252

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
0	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Obr. č.25 Vyznačení cest ve stovkové tabulce

Stručný průběh

Na tabuli jsem měla připravenou celou stovkovou tabulku, stejnou si vlepil každý žák do sešitu. Na první otázku, kolik je ve stovkové tabulce sudých čísel, odpovídali žáci 50. Jáchym ukázal své řešení ostatním, rozhodl, že to jsou všechna čísla v každém lichém sloupci, v jednom sloupci je deset čísel, sloupců je celkem pět, proto padesát čísel. Na Jáchyma reagovala Agátka, vysvětlovala, že lichých čísel je také padesát, protože je ve stovkové tabulce celkem sto čísel, padesát z nich je sudých, padesát tedy musí být lichých. Stejným způsobem ukázala sudé sloupečky ve stovkové tabulce. Na otázku, kolik máme ve stovkové tabulce číslic nula, odpovídali žáci deset, Vasko ukázal své řešení na tabuli (počítal každou nulu zvlášť). Stejným způsobem počítala Klárka počet číslic jedna, došla k počtu deset, zapomněla přičíst i čísla v řádku. Ostatní žáci na ní reagovali, k tabuli šel Tony, který spočítal devatenáct číslic jedna (u čísla 11 započítal číslici 1 jen jednou). K tabuli šel nakonec Šimon, rozhodl, že číslic 1 je dvacet, ukázal řešení na tabuli. U číslice 2 opět spočítal Vasko počet dvacet. Vysvětloval, že to tak je i u všech ostatních číslic. V další části jsem společně s žáky vyznačovala cesty ve stovkové tabulce a počítala součty cest. Nejprve jsem napsala celou cestu, žáci jí vyznačovali v tabulce, počítali součet. Potom jsem napsala jen část cesty (místo čísel jsem naznačila prázdná políčka), žáci doplňovali chybějící čísla, vyznačovali cestu v tabulce a počítali součet. Společně jsme vyřešili sedm zadání úloh. Poté jsem žákům zadala samostatnou práci.

Použité pojmy

- číslo, číslice
- sudé, liché číslo
- cesta ve stovkové tabulce

Kognitivní jevy – „objevy“ dětí ve výuce

Jáchymovo řešení při počítání sudých a lichých čísel, rozhodl, že to jsou všechna čísla v každém lichém sloupci, v jednom sloupci je deset čísel, sloupců je celkem pět, proto padesát čísel.

Na Jáchyma reagovala Agátka, vysvětlovala, že lichých čísel je také padesát, protože je ve stovkové tabulce celkem sto čísel, padesát z nich je sudých, padesát tedy musí být lichých. Stejným způsobem ukázala sudé sloupečky ve stovkové tabulce.

Vaskovo řešení při počítání číslic 0 (počítal každou 0 zvlášť).

Stejným způsobem spočítal Šimon počet číslic 1 (číslic 1 je dvacet). U číslice 2 opět spočítal Vasko počet dvacet. Vysvětloval, že to tak je i u všech ostatních číslic.

7 Diagnostický test

Při promýšlení úloh jsem vybírala takové, kde se v jejich řešení žáci setkají s operací sčítání. Zároveň jsem sestavila test tak, aby úlohy mohli vyřešit i žáci, kteří neznají prostředí z učebnic Nakladatelství Fraus. Vzor diagnostického testu je v příloze.

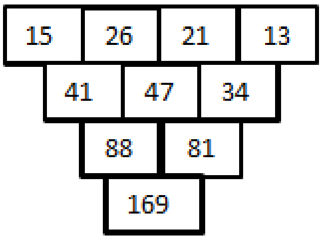
7.1 Vzorové řešení diagnostického testu

1. **Vypočítej a doplň do prázdných políček správné číslo.**

37 + 29 = 66 45 + 47 = 92 39 + 42 = 81

506 + 328 = 834 128 + 107 = 235 149+ 147 = 296

2. **Vyřeš. Při sečtení čísel ze dvou sousedních políček zjistíš číslo v políčku pod nimi.**



3. **Doplň. Za stejná písmena patří stejné číslice. Pokud najdeš víc řešení, napiš k písmenu do tabulky více možností.**

AA + A = 24

CD + CD = 36

EF + FE = 121

A	2
C	1
D	8
E	5, 6, 7, 4, 3, 8, 2, 9
F	6, 5, 4, 7, 8, 3, 9, 2

4. Vyřeš slovní úlohu.

Anička utratila v cukrárně 24 Kč za vanilkovou zmrzlinu a 18 Kč za lízátka, k tomu si koupila jahodový džus za 25 Kč. V peněžence jí zůstalo 74 Kč. Kolik korun měla v peněžence před návštěvou cukrárny?

24+18+25+74=141

Anička měla před návštěvou cukrárny v peněžence 141 kč.

5. Vyřeš úlohu.

a) Vyber z tabulky dvě sousední čísla tak, aby jejich součet byl 95. Své řešení zapiš.

47+48=95

b) Vyber z tabulky tři sousední čísla tak, aby jejich součet byl 66. Své řešení zapiš.

12+22+32=66

21+22+23=66

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

7.2 Diagnostický test FZŠ Táborská

Škola: FZŠ Táborská

Třída: 4. B

Datum konání: 27. ledna 2014

Přítomno: 23 žáků

Průběh psaní testu

Při psaní testu použilo pět žáků stovkovou tabulku. Na test měli žáci dvacet minut, Pepa byl po šesti minutách hotový, proto byl vyzván, aby v zadaných úlohách hledal více řešení. Ostatní žáci psali až do konce časového limitu.

Při vypracovávání testu jsem si všimla následujících strategií:

1. Žák ve stovkové tabulce odpočítával po jednotlivých číslech (např. 37+29, všech 29 políček odpočítával po jednom).

2. Žák ve stovkové tabulce počítal po desítkách, potom po jednotkách (např. 37+29, začal u čísla 37, postoupil o dva řádky dolů, potom připočítal po jednotlivých políčkách 9).

3. Žák počítal i mimo stovkovou tabulku, jen si jí představoval (např. 67+74, když došel na konec tabulky, představoval si jí dále a spočítal ještě 41 políček mimo tabulku).

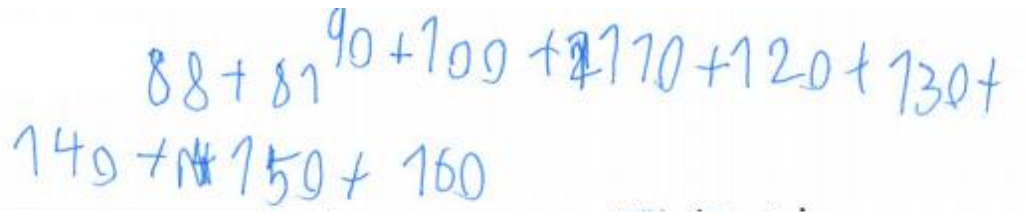
4. Žák počítal s prsty, při počítání si „držel“ jednotlivé desítky na prstech.

Strategie žáků

Strategie, které jsem u žáků objevila po odevzdání testu, jsem rozdělila podle toho, zda se jedná spíše o procesuální nebo konceptuální typ žáka.

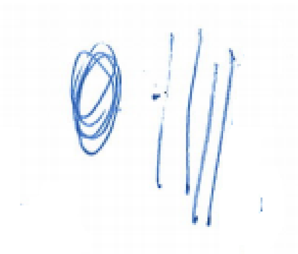
Procesuální typ žáka

- Při sčítání čísel 88+81 si žák představil číslo 81 jako osm desítek. Vypsal si tedy řadu čísel, k číslu 80 (z čísla 88) postupně přičítal všech osm desítek, až došel k číslu 160. Nakonec sečetl zpaměti 8+1 a přičetl k číslu 160, výsledkem tedy bylo číslo 169. Jedná se o analýzu čísla 81 a následnou syntézu.



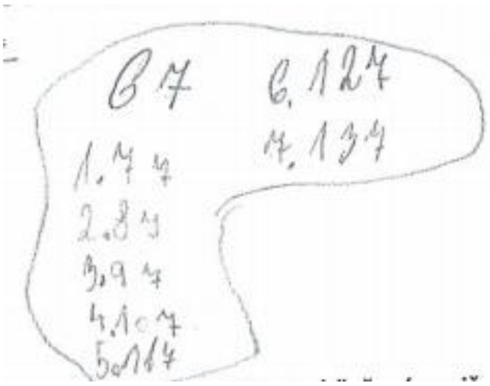
Obr. č.26 Vypsání řady čísel

- Žák si v průběhu řešení úlohy __ + 147 = 296 znázorňoval výsledné číslo 149 graficky.



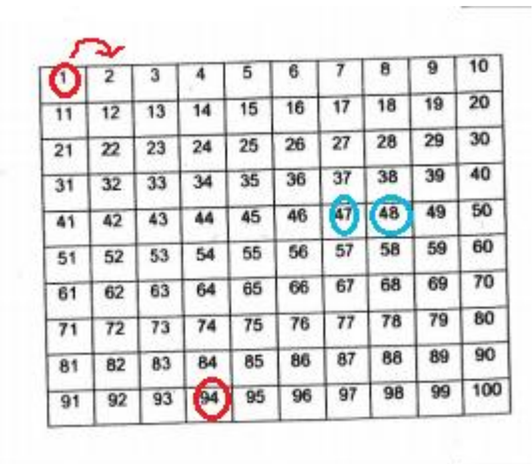
Obr. č.27 Grafické znázornění

- Podobně jako při vypisování řady čísel, postupoval jiný žák, který si při sčítání čísel 67+74 představil číslo 74 jako sedm desítek. Proto si do sloupce pod sebe rozepsal všech sedm desítek, začal u čísla 67. Postupným přičítáním došel až k číslu 137, bohužel nakonec zapomněl přičíst číslo 4, které mu zbylo z čísla 74. Žák provedl analýzu čísla 84 a následnou syntézu.



Obr. č.28 Vypsání čísel do sloupce

- Žák si při řešení úlohy, kde měl najít součet dvou sousedních čísel, které dávají součet 95, použil vektorové sčítání, postupoval tak, že si nejprve našel v tabulce číslo 1 a číslo 94 (které také dávají součet 95). Dále postupoval od čísla 1 v tabulce vpravo a od čísla 94 vlevo. Stále měl součet 95 a počítal do té doby, než dostal dvě sousední čísla.



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Obr. č.28 Cesta ve stovkové tabulce

konceptuální typ žáka

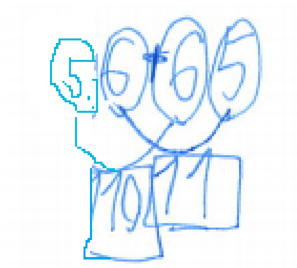
- Žák při sčítání čísel 37+29 nejprve sečetl v hlavě 37+20=57, následně přičetl k číslu 57 číslo 9, 57+9=66.

Obr. č.29 Úkazka úlohy

- Žák si v úloze 45 + __ = 92 nejprve představil součet čísel 45+45=90, což už ví zpaměti, jedná se o singelton. Dále přidal k číslu 45 ještě číslo 2, aby výsledný součet vyšel 92.

Obr. č.30 Úkazka úlohy

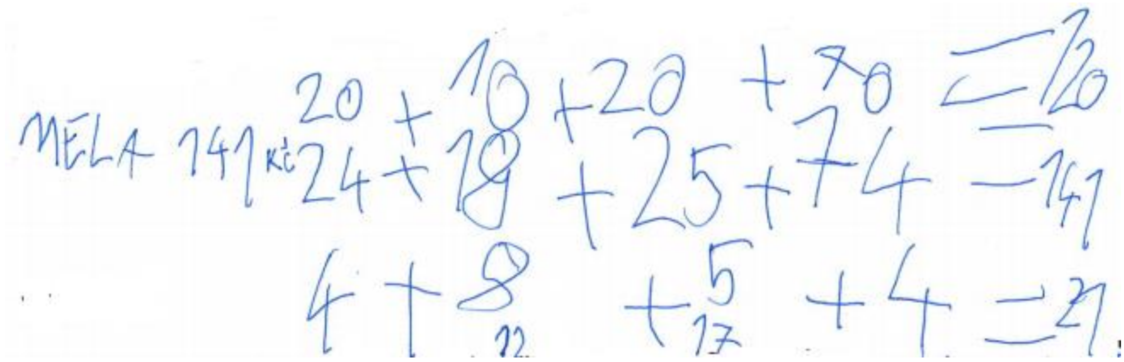
- Žák sčítal desítky a jednotky odděleně, jednotlivá čísla si pro přehlednost spojil graficky. Jedná se o analýzu jednotlivých sčítanců a následné seskupení podle jiného kritéria.



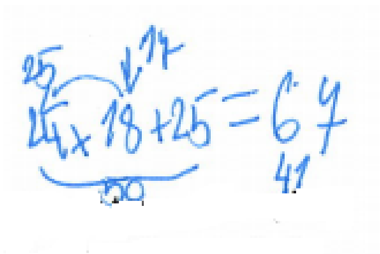
Obr. č.31 Strategie řešení

- U šesti žáků se objevila strategie, při níž si rozdělili jednotlivá čísla na stovky, desítky a jednotky (u dvoumístných čísel jen na desítky a jednotky) a následně sčítali stovky, desítky a jednotky zvlášť. Jednotlivé součty pak sečetli a získali konečný výsledek. Jedná se o analýzu jednotlivých sčítanců a následnou syntézu.

Obr. č.32 Rozklad čísel



- Žák si při sčítání čísel 24+18+25 využil singeltonu 25 + 25, proto nejprve odečetl 18-1, aby číslo 1 mohl přičíst k číslu 24 (získal tedy číslo 25). Následně sečetl 25+25=50, dále k číslu 50 přičetl číslo 17 a získal výsledek 67.

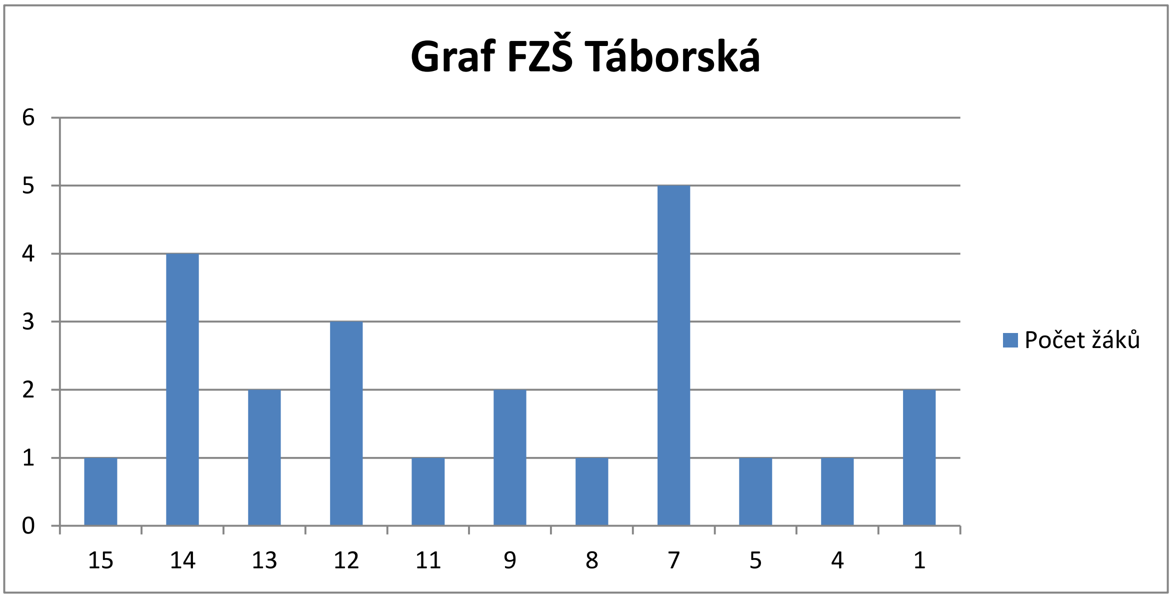


Obr. č.33 Strategie řešení

Chybovost v testu

Test jsem ohodnotila celkem patnácti body, výsledky žáků jsem zapsala pro přehlednost do tabulky a vytvořila k ní graf.

Počet získaných bodů	Počet žáků
15	1
14	4
13	2
12	3
11	1
9	2
8	1
7	5
5	1
4	1
1	2



7.3 Diagnostický test ZŠ Hanspaulka

Škola: ZŠ Hanspaulka

Třída: 4. B

Datum konání: 14. února 2014

Přítomno: 20 žáků

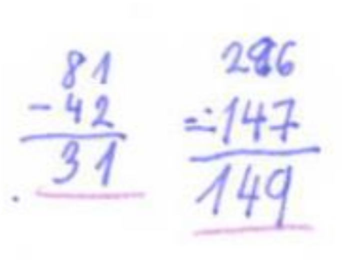
Průběh psaní testu

Při psaní testu nepoužíval žádný z žáků stovkovou tabulku na jinou než poslední úlohu. Na test měli žáci dvacet minut, po dvanácti minutách se přihlásil Šimon, že už má test vyřešený. Vyzvala jsem ho, aby hledal ve třetí a v páté úloze více řešení. Po patnácti minutách se ještě přihlásila Běla, která měla také vyřešené úlohy, proto jsem jí dala stejnou instrukci jako Šimonovi. Ostatní žáci psali až do konce časového limitu.

V průběhu testu se hodně z žáků doptávalo na slovní úlohu. Zajímalo je, jestli mají psát celý zápis a odpověď. Stejně se i někteří žáci zajímali o pátou úlohu, nerozuměli pojmu „sousední čísla“. Při řešení testu jsem chodila mezi žáky, všichni řešili úlohy přímo na papír (nevyužívali jiné pomůcky).

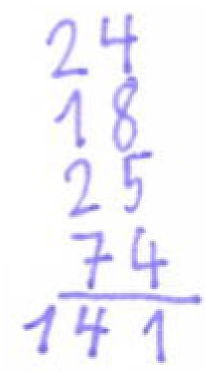
Strategie žáků

Žák použil v úloze ___+ 42 = 81 a v úloze ___+ 147 = 296 pomocný výpočet. Využil operace odčítání.



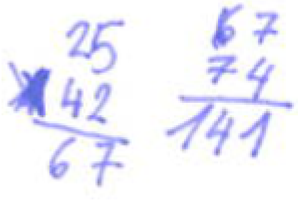
Obr. č.34 Pomocný výpočet

Žák si zapsal čísla pod sebe při sčítání více čísel.



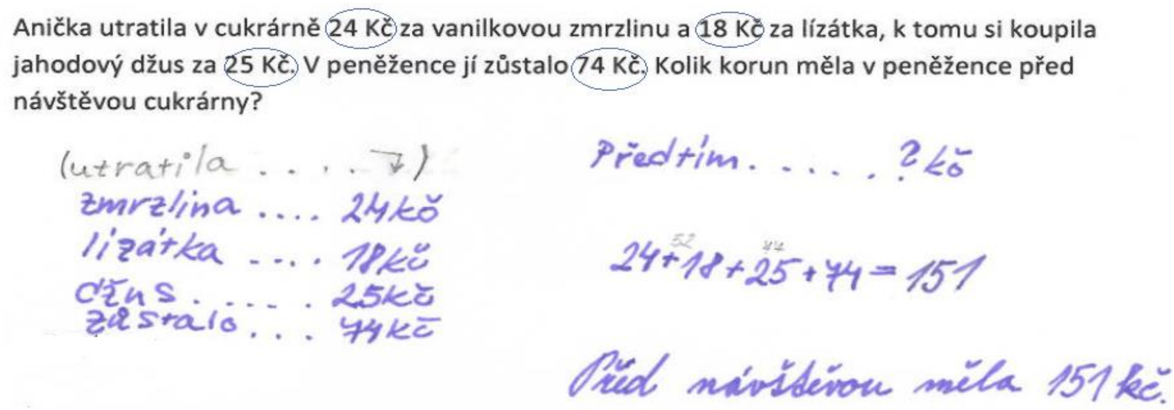
Obr. č.35 Sčítání pod sebe 1

Stejně tak si žák zapsal čísla pod sebe při sčítání vyšších čísel.



Obr. č.36 Sčítání pod sebe 2

Žák si při řešení slovní úlohy kroužkoval podstatné informace, následně je strukturoval do zápisu.



Anička utratila v cukrárně 24 Kč za vanilkovou zmrzlinu a 18 Kč za lízátka, k tomu si koupila jahodový džus za 25 Kč. V peněžence jí zůstalo 74 Kč. Kolik korun měla v peněžence před návštěvou cukrárny?

(utratila . . . . ?)
zmrzlina 24kč
lízátka 18kč
džus 25kč
zůstalo ... 74kč

Předtím. . . . . ?kč

$24 \overset{52}{+} 18 + \overset{44}{25} + 74 = 151$

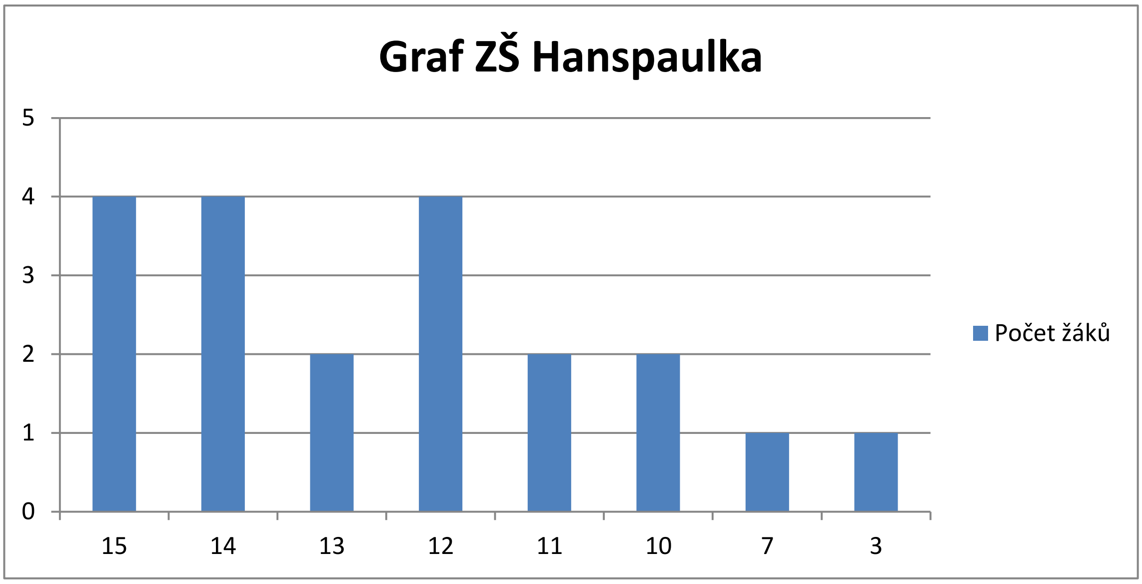
Před návštěvou měla 151 kč.

Obr. č.37 Slovní úloha

Chybovost v testu

Pokud porovnáme výsledky obou tříd, zjistíme, že žáci ze ZŠ Hanspaulky (vyučováni podle učebnic z Nakladatelství ALTER) dosáhli lepších výsledků. Při přepočítání průměrného bodového zisku, získal každý žák průměrně 12,1 bodů. Žáci ze FZŠ Táborská (vyučováni podle učebnic z Nakladatelství Fraus) získali průměrně 9,39.

Počet získaných bodů	Počet žáků
15	4
14	4
13	2
12	4
11	2
10	2
7	1
3	1



8 Závěr

Jak bylo stanoveno v úvodu této diplomové práce, prvním cílem bylo proniknutí do prostředí stovkové tabulky natolik, abych byla schopna vytvořit kaskádu úloh a realizovat je při experimentu na 1. stupni ZŠ. Tento cíl se povedlo naplnit.

Druhým cílem bylo zjistit a popsat strategie žáků při řešení aditivních úloh. Porovnávala jsem mezi sebou žáky, kteří jsou vyučováni podle učebnic z Nakladatelství Fraus s žáky, kteří jsou vyučováni podle učebnic z Nakladatelství ALTER. Jako dílčí cíl jsem si stanovila porovnání chybovosti v obou třídách. Žáci ze ZŠ Hanspaulky (vyučováni podle učebnice z Nakladatelství ALTER) dosáhli lepších výsledků, průměrně 12,1 bodů na žáka, než žáci z FZŠ Táborská (vyučováni podle učebnic z Nakladatelství Fraus) s průměrným bodovým ziskem 9,39. Předpokládám, že tato skutečnost souvisí i s tím, že žáci ze ZŠ Hanspaulky mají tento typ úloh v živé paměti. Přesto lze předpokládat, že žáci z FZŠ Táborská si díky vlastní strategii uchovají poznatky déle a budou s nimi v budoucnu umět pracovat.

Hlavním cílem bylo ověřit hypotézu, že u žáků vedených podle učebnic z Nakladatelství Fraus se objeví více různých strategií než u žáků vedených podle učebnic z Nakladatelství ALTER. Tato hypotéza byla ověřena především diagnostickým testem, zadaným v obou třídách. Ve třídě s učebnicemi z Nakladatelství Fraus jsem popsala devět různých strategií při řešení aditivních úloh, u žáků s učebnicemi z Nakladatelství ALTER jsem popsala čtyři různé strategie.

Musím konstatovat, že diplomová práce pro mě byla velkým přínosem. Díky ní jsem se hlouběji seznámila s prostředím stovkové tabulky, vytvořila jsem sérii úloh, kterou jsem mohla realizovat při experimentu. Práce může být přínosná i pro ostatní studenty, kteří se seznamují s prostředím stovkové tabulky. Mohou se inspirovat jak jednotlivými úlohami experimentu, které jsou popsané i se vzorovým řešením, tak i průběhem jednotlivých částí.

Velice zajímavé mi přišly strategie jednotlivých žáků. Ráda bych získané poznatky využila při své budoucí praxi a dále je rozšiřovala, všímala si strategií žáků. Žáci mě překvapili množstvím strategií při řešení aditivních úloh. Díky tomu jsem si uvědomila, že je důležité neomezovat žáky, nepožadovat po nich pouze jeden způsob řešení úlohy, ale naopak je nechat přemýšlet a počítat jejich vlastním způsobem.

Na základě těchto tvrzení je tedy možné konstatovat, že tato diplomová práce splnila všechny cíle, které v ní byly stanoveny.

Použitá literatura

FONTANA, David. *Psychologie ve školní praxi: Příručka pro učitele*. 1. vyd. Praha, 1997, 383 s. ISBN 80-717-8063-4.

BLATNÝ, Ladislav a Vladimír JŮVA. *Kapitoly z dějin pedagogiky*. 1. vyd. Brno, 1996, 75 s. ISBN 80-210-1295-1.

VALIŠOVÁ, Alena a Hana KASÍKOVÁ. *Pedagogika pro učitele*. 1. vyd. Praha: Grada, 2007, 75 s. Pedagogika (Grada). ISBN 978-802-4717-340.

SKORUNKOVÁ, Radka. *Úvod do vývojové psychologie.* 1. vyd. Univerzita Hradec Králové, Pedagogická fakulta, Gaudeamus, 2007, 69 s. ISBN 978-80-704-956-4.

ŠIMÍČKOVÁ-ČÍŽKOVÁ, Jitka. *Přehled vývojové psychologie*. 2. nezměn. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého, 2003, 175 s.

KURIC, Josef. *Ontogenetická psychologie.* 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1986, 265 s.

VÁGNEROVÁ, Marie. *Vývojová psychologie I: Dětství a dospívání*. Vyd. 1. V Praze: Karolinum, 2005, 468 s. ISBN 80-246-0956-8.

ČÁP, Jan. *Psychologie pro učitele*. Vyd. 1. Praha: Karolinum, 2001, 655 s. ISBN 80-717-8463-X.

HEJNÝ, Milan a František KUŘINA. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2001, 187 s. ISBN 80-717-8581-4.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ a Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ. *Matematika: pro 1. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2007, 151 s. Pedagogická praxe. ISBN 978-80-7238-628-4.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jitka MICHNOVÁ a Eva BOMEROVÁ. *Matematika: pro 5. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2011. ISBN 978-807-2389-698.

FASTOVÁ, Eva. *Náměty na tvořivé vyučování na 1. stupni ZŠ.* RAABE, 2005, ISBN 80-902189-6-2.

HEJNÝ, Milan. *Čtyři základní operace. [přednáška]*. Praha: Pedf UK, LS 2011.

HEJNÝ, Milan. *Otevírání světa matematiky dítěti do 7 let. [přednáška]*. Praha: Pedf UK, LS 2011.

HEJNÝ Milan, Jarmila NOVOTNÁ a Naďa STEHLÍKOVÁ. *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova v Praze - Pedagogická fakulta, 2004, viii, 212 s. ISBN 80729018931.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ a Jitka MICHNOVÁ. *Matematika: učebnice pro 3. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2009, 109 s. ISBN 978-807-2388-240.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ, Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ a Jitka MICHNOVÁ. *Matematika: pro 3. ročník základní školy (pracovní sešit 2)*. 1. vyd. Ilustrace Lukáš Urbánek. Plzeň: Fraus, 2009, 109 s. ISBN 978-807-2388-264.

LANDOVÁ, Vlasta, Hana STAUDKOVÁ a Věra TŮMOVÁ. *Matematika*. Vyd. 11. Všeň: Alter, 2013. ISBN 978-807-2452-545.

LANDOVÁ, Vlasta, Hana STAUDKOVÁ a Věra TŮMOVÁ. *Matematika: pro 3. ročník základních škol : učebnice pro vzdělávací obor Matematika a její aplikace*. Vyd. 2. Editor Růžena Blažková. Praha: Alter, 2011, 32 s. ISBN 978-807-2452-064.

JEŘÁBEK, Jaroslav, Romana LISNEROVÁ, Adriena SMEJAKOLOVÁ a Jan TUPÝ. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání, s přílohou upravující vzdělávání žáků s lehkým mentálním postižením.* Výzkumný ústav pedagogický v Praze, ÚIV, Nakladatelství TAURIUS, 2005, 92 s.

Seznam příloh

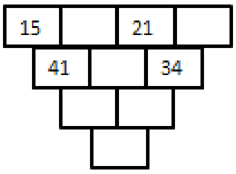
1. Zadání diagnostického testu

1. Vypočítej a doplň do prázdných políček správné číslo.

37 + 29 = $\square$ 45 + $\square$ = 92 $\square$ + 42 = 81

506 + 328 = $\square$ 128 + $\square$ = 235 $\square$ + 147 = 296

2. Vyřeš. Při sečtení čísel ze dvou sousedních políček zjistíš číslo v políčku pod nimi.



3. Doplň. Za stejná písmena patří stejné číslice. Pokud najdeš víc řešení, napiš k písmenu do tabulky více možností.

AA + A = 24

CD + CD = 36

EF + FE = 121

A	
C	
D	
E	
F	

4. Vyřeš slovní úlohu.

Anička utratila v cukrárně 24 Kč za vanilkovou zmrzlinu a 18 Kč za lízátka, k tomu si koupila jahodový džus za 25 Kč. V peněžence jí zůstalo 74 Kč. Kolik korun měla v peněžence před návštěvou cukrárny?

5. Vyřeš úlohu.

a) Vyber z tabulky dvě sousední čísla tak, aby jejich součet byl 95. Své řešení zapiš.

b) Vyber z tabulky tři sousední čísla tak, aby jejich součet byl 66. Své řešení zapiš.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2. Test žáka z FZŠ Táborská (vyučováni podle učebnic z Nakladatelství Fraus) 1

vevA

1. Vypočitej a doplň do prázdných políček správné číslo.

37 + 29 = $\boxed{66}$　　45 + $\boxed{55}$ = 92　　$\boxed{48}$ + 42 = 81

506 + 328 = $\boxed{840}$　　128 + $\boxed{135}$ = 235　　$\boxed{194}$ + 147 = 296

60 28　　28 +35

2. Vyřeš. Při sečtení čísel ze dvou sousedních políček zjistíš číslo v políčku pod nimi.

15	26	21	14
41	47	34	
88	81		
~~169~~			

70 88+81 90+100+110+120+130+

169 140+150+160

3. Doplň. Za stejná písmena patří stejné číslice. Pokud najdeš víc řešení, napiš k písmenu do tabulky více možností.

10 4
AA + A = 24

CD + CD = 36

EF + FE = 121

A	
C	
D	
E	
F	

74 Kč
18
25
24 Kč

98

vanilkovou zmrzlinu 18 Kč

4. Vyřeš slovní úlohu.

Anička utratila v cukrárně ~~24 Kč~~ za vanilkovou zmrzlinu a 18 Kč za lízátka, k tomu si koupila jahodový džus za 25 Kč. V peněžence jí zůstalo 74 Kč. Kolik korun měla v peněžence před návštěvou cukrárny?

= 722 Kč

mněla v pokladně

5. Vyřeš úlohu.

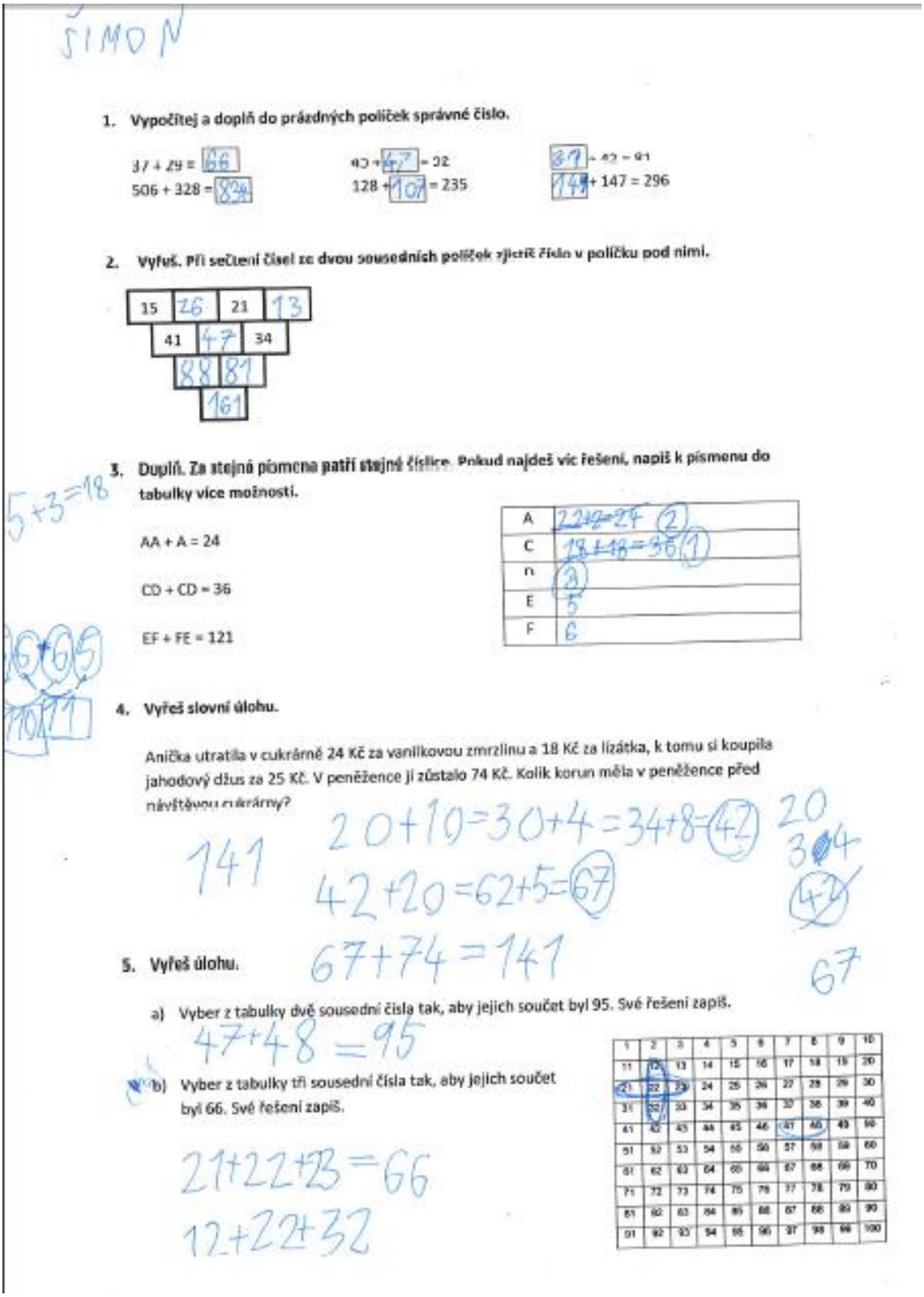
a) Vyber z tabulky dvě sousední čísla tak, aby jejich součet byl 95. Své řešení zapiš.

85

b) Vyber z tabulky tři sousední čísla tak, aby jejich součet byl 66. Své řešení zapiš.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

3. Test žáka z FZŠ Táborská (vyučováni podle učebnic z Nakladatelství Fraus) 2



SIMON

1. **Vypočítej a doplň do prázdných políček správné číslo.**

37 + 29 = 66
506 + 328 = 834

40 + 47 = 92
128 + 107 = 235

37 – 42 = 91
149 + 147 = 296

2. **Vyřeš. Při sečtení čísel ze dvou sousedních políček zjistíš číslo v políčku pod nimi.**

15	26	21	13
41	47	34	
88	81		
161			

3. **Doplň. Za stejná písmena patří stejné číslice. Pokud najdeš víc řešení, napiš k písmenu do tabulky více možností.**

5+3=18

AA + A = 24

CD + CD = 36

EF + FE = 121

A	~~22+2=24~~ 2
C	~~18+18=36~~ 1
D	8
E	5
F	6

56+65
110 111

4. **Vyřeš slovní úlohu.**

Anička utratila v cukrárně 24 Kč za vanilkovou zmrzlinu a 18 Kč za lízátka, k tomu si koupila jahodový džus za 25 Kč. V peněžence jí zůstalo 74 Kč. Kolik korun měla v peněžence před návštěvou cukrárny?

141

20+10=30+4=34+8=42

42+20=62+5=67

67+74=141

20
34
42
67

5. **Vyřeš úlohu.**

a) Vyber z tabulky dvě sousední čísla tak, aby jejich součet byl 95. Své řešení zapiš.

47+48=95

b) Vyber z tabulky tři sousední čísla tak, aby jejich součet byl 66. Své řešení zapiš.

21+22+23=66

12+22+32

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

4. Test žáka z FZŠ Táborská (vyučováni podle učebnic z Nakladatelství Fraus) 3

MARTA

MARTA

MARTA

MARTA

1. **Vypočítej a doplň do prázdných políček správné číslo.**

37 + 29 = 66
506 + 328 = 834

45 + 47 = 92
128 + 118 = 235

39 + 42 = 81
149 + 147 = 296

2. **Vyřeš. Při sečtení čísel ze dvou sousedních políček zjistíš číslo v políčku pod nimi.**

15	26	21	13
41	47	34	
88	81		
169			

3. **Doplň. Za stejná písmena patří stejné číslice. Pokud najdeš víc řešení, napiš k písmenu do tabulky více možností.**

2, 0 4
AA + A = 24

18 18
CD + CD = 36

50 71
EF + FE = 121

A	
C	
D	
E	
F	

4. **Vyřeš slovní úlohu.**

Anička utratila v cukrárně 24 Kč za vanilkovou zmrzlinu a 18 Kč za lízátka, k tomu si koupila jahodový džus za 25 Kč. V peněžence jí zůstalo 74 Kč. Kolik korun měla v peněžence před návštěvou cukrárny?

VÝSLEDEK

137

67 6,124
7,134
1,44
2,84
3,94
4,104
5,114

5. **Vyřeš úlohu.**

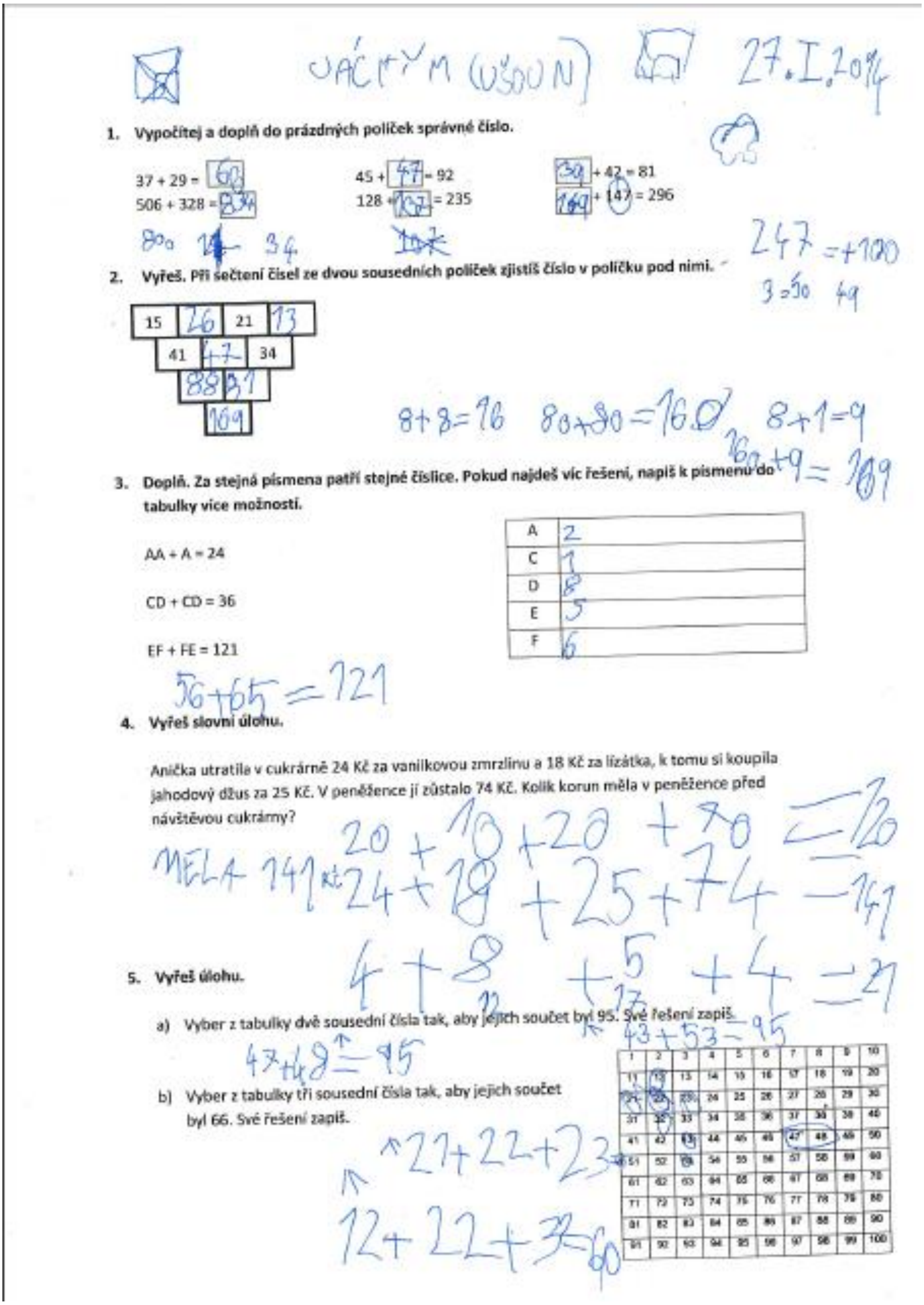
a) Vyber z tabulky dvě sousední čísla tak, aby jejich součet byl 95. Své řešení zapiš.

[redacted]

b) Vyber z tabulky tři sousední čísla tak, aby jejich součet byl 66. Své řešení zapiš.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

5. Test žáka z FZŠ Táborská (vyučováni podle učebnic z Nakladatelství Fraus) 4



VÁCLAV ... 27.I.2014

1. **Vypočítej a doplň do prázdných políček správné číslo.**

37 + 29 = 66   45 + 47 = 92   39 + 42 = 81

506 + 328 = 834   128 + 107 = 235   149 + 147 = 296

800 14 34   247 = +100   9 = 50 49

2. **Vyřeš. Při sečtení čísel ze dvou sousedních políček zjistíš číslo v políčku pod nimi.**

15	26	21	13
41	47	34	
88	81		
169			

8+8=16   80+80=160   8+1=9   160+9=169

3. **Doplň. Za stejná písmena patří stejné číslice. Pokud najdeš víc řešení, napiš k písmenu do tabulky více možností.**

AA + A = 24

CD + CD = 36

EF + FE = 121

A	2
C	1
D	8
E	5
F	6

56+65=121

4. **Vyřeš slovní úlohu.**

Anička utratila v cukrárně 24 Kč za vanilkovou zmrzlinu a 18 Kč za lízátka, k tomu si koupila jahodový džus za 25 Kč. V peněžence jí zůstalo 74 Kč. Kolik korun měla v peněžence před návštěvou cukrárny?

20 + 10 + 20 + 70 = 120

MĚLA 141 Kč   24 + 18 + 25 + 74 = 141

4 + 8 + 5 + 4 = 21

5. **Vyřeš úlohu.**

a) Vyber z tabulky dvě sousední čísla tak, aby jejich součet byl 95. Své řešení zapiš.

43 + 53 = 95

47 + 48 = 95

b) Vyber z tabulky tři sousední čísla tak, aby jejich součet byl 66. Své řešení zapiš.

21 + 22 + 23

12 + 22 + 32 = 66

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

6. Test žáka z FZŠ Táborská (vyučováni podle učebnic z Nakladatelství Fraus) 5

ANNA RŮŽIČKOVÁ

1. Vypočítej a doplň do prázdných políček správné číslo.

37 + 29 = 66 45 + 44 = 92 39 + 42 = 81

506 + 328 = 834 128 + 84 = 235 148 + 147 = 296

46

2. Vyřeš. Při sečtení čísel ze dvou sousedních políček zjistíš číslo v políčku pod nimi.

15	26	21	13
41	44	34	
88	89		
169			

3. Doplň. Za stejná písmena patří stejné číslice. Pokud najdeš víc řešení, napiš k písmenu do tabulky více možností.

AA + A = 24

CD + CD = 36

605 065
EF + FE = 121

A	2
C	C=1
D	D=8
E	6,5
F	0

4. Vyřeš slovní úlohu.

24+18+25=67

Anička utratila v cukrárně 24 Kč za vanilkovou zmrzlinu a 18 Kč za lízátka, k tomu si koupila jahodový džus za 25 Kč. V peněžence jí zůstalo 74 Kč. Kolik korun měla v peněžence před návštěvou cukrárny?

Anička měla 141 Kč.

5. Vyřeš úlohu.

a) Vyber z tabulky dvě sousední čísla tak, aby jejich součet byl 95. Své řešení zapiš.

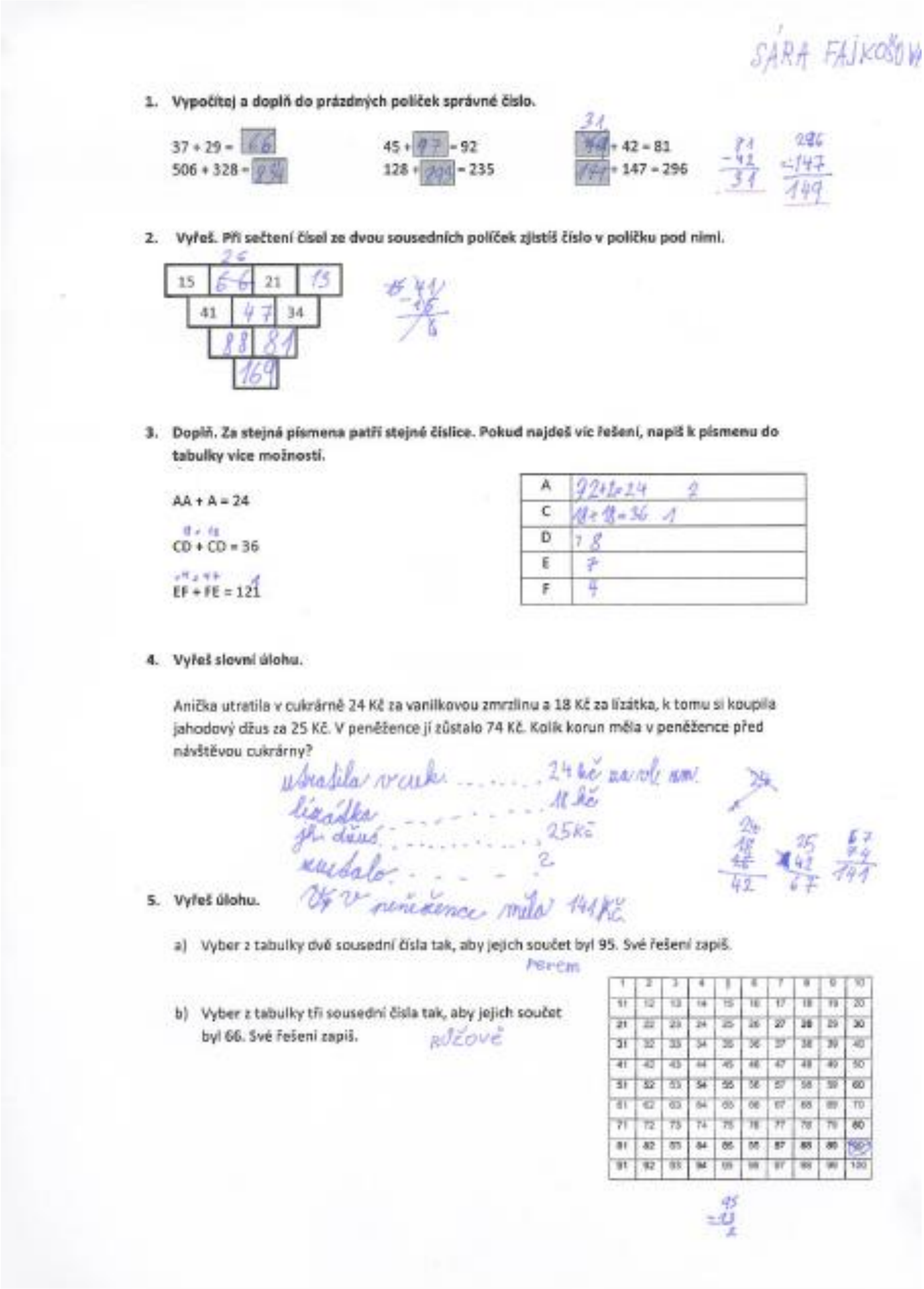
47+48

b) Vyber z tabulky tři sousední čísla tak, aby jejich součet byl 66. Své řešení zapiš.

21+22+23=66

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

7.Test žáka ze ZŠ Hanspaulka (vyučováni podle učebnic z Nakladatelství ALTER) 6



SÁRA FAJKOŠOVÁ

1. **Vypočítej a doplň do prázdných políček správné číslo.**

37 + 29 = 66 45 + 47 = 92 31 + 42 = 81
506 + 328 = 834 128 + 107 = 235 149 + 147 = 296

2. **Vyřeš. Při sečtení čísel ze dvou sousedních políček zjistíš číslo v políčku pod nimi.**

15 | 26 | 21 | 13
41 | 47 | 34
88 | 81
169

3. **Doplň. Za stejná písmena patří stejné číslice. Pokud najdeš víc řešení, napiš k písmenu do tabulky více možností.**

AA + A = 24

CD + CD = 36

EF + FE = 121

A	22+2=24 2
C	18+18=36 1
D	8
E	7
F	4

4. **Vyřeš slovní úlohu.**

Anička utratila v cukrárně 24 Kč za vanilkovou zmrzlinu a 18 Kč za lízátka, k tomu si koupila jahodový džus za 25 Kč. V peněžence jí zůstalo 74 Kč. Kolik korun měla v peněžence před návštěvou cukrárny?

utratila v cuk. .... 24 kč za van. zmr.
lízátka .... 18 kč
jah. džus .... 25 Kč
zustalo .... ?
V peněžence měla 141 Kč.

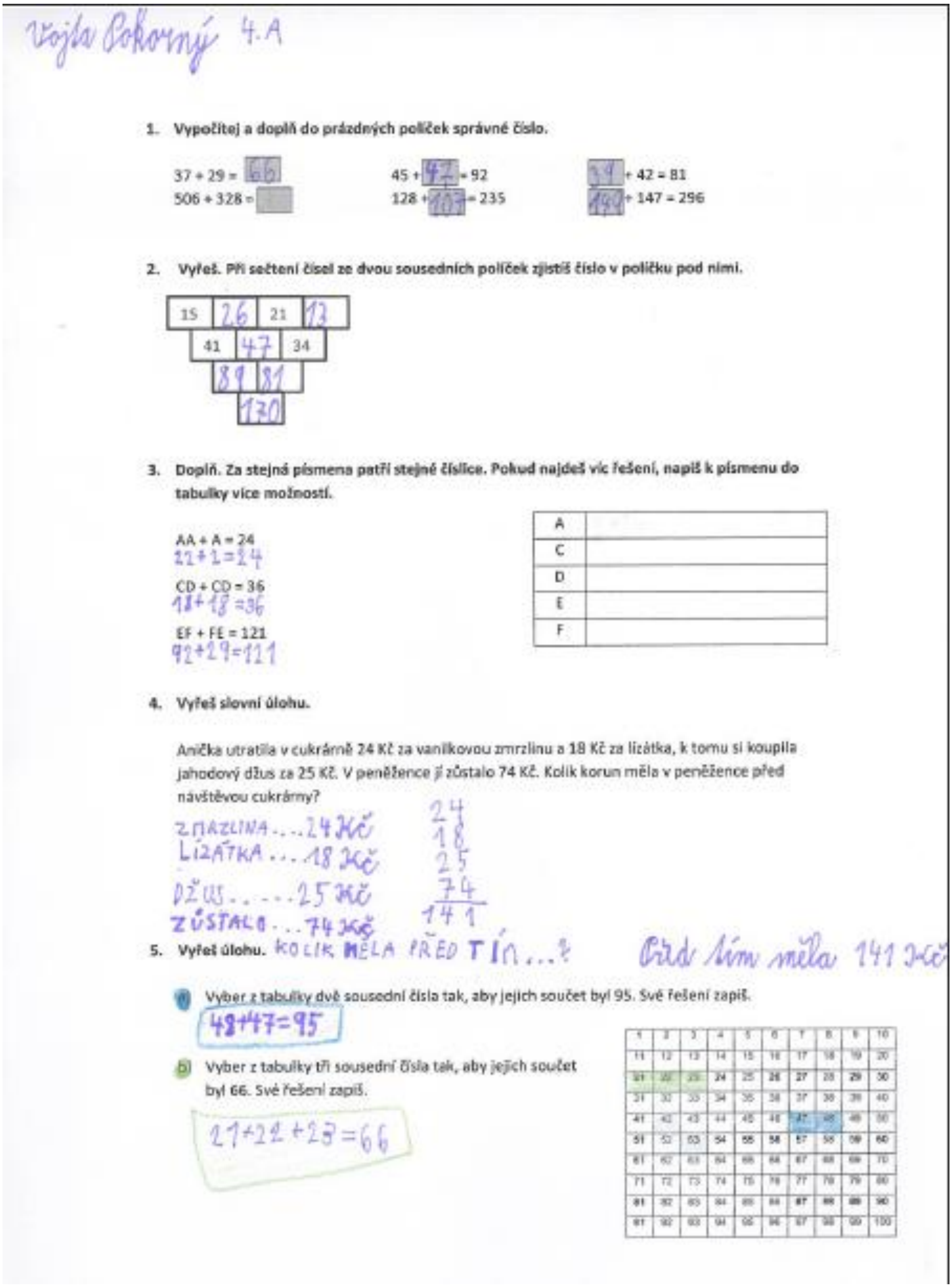
5. **Vyřeš úlohu.**

a) Vyber z tabulky dvě sousední čísla tak, aby jejich součet byl 95. Své řešení zapiš. perem

b) Vyber z tabulky tři sousední čísla tak, aby jejich součet byl 66. Své řešení zapiš. růžově

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

8. Test žáka ze ZŠ Hanspaulka (vyučováni podle učebnic z Nakladatelství ALTER) 7



Vojta Pokorný 4.A

1. **Vypočítej a doplň do prázdných políček správné číslo.**

37 + 29 = 66 45 + 47 = 92 39 + 42 = 81

506 + 328 = 128 + 107 = 235 149 + 147 = 296

2. **Vyřeš. Při sečtení čísel ze dvou sousedních políček zjistíš číslo v políčku pod nimi.**

15	26	21	13
41	47	34	
88	81		
130			

3. **Doplň. Za stejná písmena patří stejné číslice. Pokud najdeš víc řešení, napiš k písmenu do tabulky více možností.**

AA + A = 24

11+1=24

CD + CD = 36

18+18=36

EF + FE = 121

92+29=121

A	
C	
D	
E	
F	

4. **Vyřeš slovní úlohu.**

Anička utratila v cukrárně 24 Kč za vanilkovou zmrzlinu a 18 Kč za lízátka, k tomu si koupila jahodový džus za 25 Kč. V peněžence jí zůstalo 74 Kč. Kolik korun měla v peněžence před návštěvou cukrárny?

ZMRZLINA.....24 Kč

LÍZÁTKA.....18 Kč

DŽUS.......25 Kč

ZŮSTALO....74 Kč

$$\begin{array}{r} 24 \\ 18 \\ 25 \\ 74 \\ \hline 141 \end{array}$$

KOLIK MĚLA PŘED TÍM...?

Před tím měla 141 Kč

5. **Vyřeš úlohu.**

a) Vyber z tabulky dvě sousední čísla tak, aby jejich součet byl 95. Své řešení zapiš.

48+47=95

b) Vyber z tabulky tři sousední čísla tak, aby jejich součet byl 66. Své řešení zapiš.

21+22+23=66

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

9.Test žáka ze ZŠ Hanspaulka (vyučováni podle učebnic z Nakladatelství ALTER) 8

Běla V.

1. **Vypočítej a doplň do prázdných políček správné číslo.**

37 + 29 = 66	45 + 47 = 92	39 + 42 = 81
506 + 328 = 834	128 + 107 = 235	149 + 147 = 296

235
− 128
107

296
− 147
149

2. **Vyřeš. Při sečtení čísel ze dvou sousedních políček zjistíš číslo v políčku pod nimi.**

15	26	21	13
41	47	34	
88	81		
169			

3. **Doplň. Za stejná písmena patří stejné číslice. Pokud najdeš víc řešení, napiš k písmenu do tabulky více možností.**

AA + A = 24

CD + CD = 36

EF + FE = 121

A	8
C	1
D	8
E	5 4
F	6 7

4. **Vyřeš slovní úlohu.**

Anička utratila v cukrárně 24 Kč za vanilkovou zmrzlinu a 18 Kč za lízátka, k tomu si koupila jahodový džus za 25 Kč. V peněžence jí zůstalo 74 Kč. Kolik korun měla v peněžence před návštěvou cukrárny?

74+25+18+24= 141

Měla 141 Kč.

5. **Vyřeš úlohu.**

a) Vyber z tabulky dvě sousední čísla tak, aby jejich součet byl 95. Své řešení zapiš.

b) Vyber z tabulky tři sousední čísla tak, aby jejich součet byl 66. Své řešení zapiš.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

21+22+23= 66