Posudek práce

předložené na Matematicko-fyzikální fakultě
Univerzity Karlovy v Praze

✙❑ posudek vedoucího ❑ posudek oponenta
❑ bakalářské práce ❑ diplomové práce

Autor: Jiří Nárožný
Název práce: Diferenciální geometrie a dynamika
Studijní program a obor: obecná fyzika
Rok odevzdání: 2014

Jméno a tituly vedoucího: Mgr. Svatopluk Krýsl, Ph.D.
Pracoviště: Matematický ústav UK, MFF UK
Kontaktní e-mail: Svatopluk.Krysl@mff.cuni.cz

Odborná úroveň práce:
❑ vynikající ❑ velmi dobrá X❑ průměrná ❑ podprůměrná ❑ nevyhovující

Věcné chyby:
❑ téměř žádné ❑ vzhledem k rozsahu přiměřený počet X❑ méně podstatné četné ❑ závažné

Výsledky:
❑ originální X❑ původní i převzaté X❑ netriviální kompilace ❑ citované z literatury ❑ opsané

Rozsah práce:
✙❑ veliký ❑ standardní ❑ dostatečný ❑ nedostatečný

Grafická, jazyková a formální úroveň:
❑ vynikající X❑ velmi dobrá ❑ průměrná ❑ podprůměrná ❑ nevyhovující

Tiskové chyby:
❑ téměř žádné X❑ vzhledem k rozsahu a tématu přiměřený počet ❑ četné

Celková úroveň práce:
❑ vynikající X❑ velmi dobrá ❑ průměrná ❑ podprůměrná ❑ nevyhovující

Slovní vyjádření, komentáře a připomínky vedoucího:

Shrnutí hodnocení:

Práce je relativně zdařilá, zadání práce je však splněno z menší části a styl práce je částečně rušivý. Práce obsahuje totiž jen jeden příklad použití Jacobiho konexe, a žádný v lorentzovském případě, jež se měly stát těžištěm práce (podrobněji viz bod 4 a částečně 3 níže). Autor se však naučil mnohé věty z geometrie, osvojil si a naučil se dokazovat základní věty z teorie grup a nechal se seznámit, a jak se jeví z práce, tak zřejmě i porozuměl základním faktům o homogenních prostorech a Riemannově přístupu k neeukleidovské geometrii.

Podrobnější hodnocení

1. Motivace pro studium Jacobiho konexe

Teorie Jacobiho metriky a konexe je zajímavá jak po stránce fyzikální (klasické integrabilní systémy a symetrie), tak po stránce geometrické (souvislost reparametrizací řešení Lagrangeových dynamických systémů s projektivní diferenciální geometrií, v níž je geodetika určena až nejen na lineární či afinní reparametrizaci, jak je tomu v geometrii Riemannově). Existují dokonce aplikace ve filozofii fyziky („neexistence“ či nepotřebnost „jednoty“ časů a jejich kalibrace).

2. Obsah práce

Jiří Nárožný ve své bakalářské práci shrnuje základy teorie grup, zejména faktorových/kvocientních grup, akcí grup na množinách, Lieových grup, diferenciální geometrie, Riemannovy geometrie, homogenních prostorů, Kleinových geometrií, geometrického konceptu (klasické) mechaniky a podává informace o Jacobiho metrice a konexi a jejich vlastnostech. Jako aplikaci uvádí vrh v tíhovém poli.

3. Přínos

Zejména v poslední části (o Jakobiho metrice a konexi) představuje čtenáři témata, která nebývají běžnou součástí kurzů přednášených na fyzikálních studijních oborech. Práce je celkem rozsáhlá (přes šedesát stran) a autor musel nastudovat různá odvětví geometrie a souvisejících oblastí, což se mu celkem zdařilo. Jako pěkné se mi jeví zejména formulace věty 34 (s. 52), autorem nazvaná jako Jacobiho věta, a důkaz této věty. Zmíním, že autor ke své škodě neuvádí citaci. Právě nalézt tuto, řekněmě elegantní, formulaci zmíněné věty bylo celkem obtížné.

Jiří Nárožný se zřejmě mnohému naučil a „vyjasnil si“, ale přínos práce pro čtenáře kromě její poslední kapitoly neshledávám příliš velký. (Pomůže práce studentům více než návšteva příslušných přednášek?) To, že práce má být přínosná nejen pro autora, ale také pro jejího čtenáře, bylo předkladateli několikrát připomínáno. V některých konkrétních částech se mi přesto práce však jako přínosná jeví (např. v případě vysvětlování symetrií systému).

4. Plnění cíle ze zadání bakalářské práce a průběh psaní práce

Za největší nedostatek spatřuji, že ačkoliv v zadání práce bylo uvedeno, aby autor uvedl příklady fyzikálních systémů nejen pro „riemannovský případ“ (myslím Newtonovu fyziku a Galileiho grupu symetrií)

(ze zadání:...Autor po vysvětlení tohoto snadného faktu bude zkoumat situace pro jiné druhy grup, jako např. G = O(1,n+1) x R^{n+2}, H = O(1,n+1), jiné speciální semidirektní součiny či projektivní geometrie, a všímat si toho, do jaké miry je determinována příslušná dynamika...),

autor uvádí de facto jen jeden příklad (zmíněný vrh v tíhovém poli), ale žádný případ lorentzovský (tj. H= O(1,n+1)) zmíněný v zadání. Namísto alespoň sestavení rovnic pro nějaký jednoduchý systém, např. částici v homogenním magnetickém poli (tj. lorentzovský případ z hlediska geometrie), chtěl Jiří Nárožný znát definici Weylovy konexe, jež je relativně složitá a byla mnou, v souladu se zadáním, zamýšlena zmínit, pokud vůbec, tak až v poslední fázi řešení práce.
Je naškodu, že si autor nemohl v relativistickém případě (kdy je čas nejen proměnnou, ale i funkcí, např. vlastního času) zjistit, jak vypadají dynamické rovnice, a to nejen rovnice Jacobiho, ale např. i „jen“ rovnice Euler-Lagrangeovy.
Připomenu, že původně chtěl autor vypsat práci k tématu „specialní teorie relativity a diferenciální geometrie“
Dodám, že případ projektivní symetrie (ze zadání částečně citovaného výše) není zmíněn, což však nebylo zcela očekáváno, jak ze zadání plyne.
Jiří Nárožný se zadáním souhlasil a zadání k případné korekci z jeho strany mu bylo poskytnuto k dispozici na relativně dlouhou dobu.

Autor dlouhou dobu „nechtěl“ ani Jacobiho rovnice pro systémy riemannovské napsat. Snaha nenechat se příliš vést vedoucím práce se tedy odrazila při práci samotné, byť mu můj záměr, tedy to, aby student nejdříve studoval různé klasické systémy pomocí Jacobiho metriky a pak mu byla vysvětlena geometrická teorie umožňující chování řešení dynamických rovnic vzhledem k časovým reparametrizacím jednotně popsat, byl sdělen.

Práce, jak zmíněno, obsahuje jediný příklad použití Jacobiho rovnice, a sice pro vrh v tíhovém poli. Tehdy je však popis systému komplikovanější než řešení príslušné Euler-Lagrangeovy či Newtonovy rovnice.
Domnívám se, že pokud nelze nějaká rovnice řešit přímo na základě postupů z kurzu matematické analýzy prvního ročníku studia, měl by se student pokusit řešit ji jinak, např. řadou či hledat vhodné substituce, o nichž mj. dle Jacobiho věty ví, že existují.

5. Sloh

Sloh práce není na velmi mnoha místech odborný. Jazyk vykazuje však jistou „hravost“, a tak

je možná čtivý. Práce i kvůli použitému stylu obsahuje
nepřesná či nejasná tvrzení, dále i překlepy a negramatické jevy (chyby pravopisu).

6. Některé chbyby

Přestože konkrétní chyby nejsou z mého hlediska na závadu práce tolik jako neplnění jejího zadání, uvedu některé, aby mohly sloužit předkladateli když k ničemu jinému tak pro další úvahy a doplnění vzdělání.

1) Autor zavádí pojem fíbrovaný prostor. Totální prostor má být dle něj varieta.
Kotečný bandl uvádí jako příklad (totálního prostoru) fíbrovaného prostoru. Definuje jej jako disjunktní sjednocení, a nedefinuje topologii, a ani tuto otázku nezmíní.
Kanonická topologie na disjunktním sjednocení je, jak známo, míněna
diskrétní (vzhledem k sjednocovaným množinám). Taková však, pokud
má bázová varieta nenulovou dimenzi, nezadává prostor
lokálně homeomorfní R^n, tj. totální prostor kotečného prostoru
by varietou nebyl.

2) S. 55 ... „Pro tuto chvíli se opět přenesme do teoretičtější roviny, a
zkoumejme její předpoklady.“ Tuto větu uvádím jako příklad toho,
kdy je vyjadřování autora nejasné.
Věta ilustruje totiž nejen nesoulad s pravopisem,
neboť zde čárka před „a“ být nemá, ale i nesrozumitelnost, neboťnení jasné,
na co odkazuje zájmeno „její“ v předmětu (její předpoklady).
Jde zároveň o první větu nového odstavce. Koho tedy zastupuje
slovo „její“? Můžeme se domnívat, že předmět se kryje s podmětem věty předchozí
(z předešlého odstavce), čímž je slovo „Věta“.
Její předpoklady však autor nezkoumá, ale spíše komentuje. Určitě nejde o analýzu předpokladů takovou, jakou by matematicky vzdělaný čtenář očekával, tj. z hlediska logiky (především nutnost předpokladu). Můžeme se domnívat, že slovo její odkazuje na
onu teoretičtější rovinu, čímž se věta stává legrační - Budeme zkoumat předpoklady teoretičtějších rovin.

3) diffeomorfismus – je příklad gramatické chyby, v práci mnohokrát

4) Riemannovský (nikoliv na počátku věty) je příklad gramatické chyby.

5) Viz. - mnohokrát, zřejmě výhradně (viz. se používalo v
latině pro označení slova totiž; v současné češtině lze viz do jisté míry považovat za aktualizaci archaické verze „podívej se“).

6) V definici grupy není třeba uvádět, že grupa je uzavřená na násobení, když je násobení o řádce výše deklarováno jako zobrazení z kartézského součinu grupy se
sebou samou do sebe. Co jiného by pojem uzavřenosti znamenal?

7) Definice 4 – topologický prostor je definována pomocí pojmu topologie,
jež je však definována později.

8) V případě harmonického oscilátoru (s. 47) předkladatel
v jisté fázi řešení jeho dynamických rovnic (v polárních souřadnicích!) prohlásí, že „dopočet řešení je již jen formalitou“, namísto toho, aby rovnice opravdu řešil. Rovnice píše v polárních souřadnicích, jež nalezení řešení činí značně obtížným – téměř nemožným bez přechodu zpět ke kartézským souřadnicím (úhel totiž je arkustangentou funkce času). O formalitu se tedy podle mě nejedná.

Nakonec, než autor řešení pomocí trigonometrických funkcí zkrátka napíše, zmíní,
že přejde (přejít má ovšem čtenář) do souřadnic kartézských, což komentuje tak, že „více napoví, přejdeme-li do souřadnic kartézských“. Čtenář nabude názoru, že o řešení rovnic v dynamice klasických systému autorovi zřejmě nejde.

Případné otázky při obhajobě a náměty do diskuze:

Práci
✚doporučuji
❑ nedoporučuji
uznat jako diplomovou/bakalářskou.

Navrhuji hodnocení stupněm:
❑ výborně ❑ velmi dobře ❑ dobře ❑ neprospěl/a

Místo, datum a podpis vedoucího/oponenta:
V Praze 27. 8. 2014