

Posudek disertační práce

Název práce: Nestlačitelné tekutiny s viskozitou závislou na teplotě, numerická analýza a počítačové simulace

Autor: RNDr. Oldřich Ulrych

Disertační práce se zabývá matematickým modelováním nestlačitelných tekutin, kde vazkost tekutiny závisí na teplotě (nebo-li vnitřní energii). Tento model je popsán tzv. Navierovým-Stokesovým-Fourierovým (NSF) systémem rovnic, kde rovnice kontinuity a pohybová rovnice jsou doplněny rovnicí bilance energie. Díky závislosti vazkosti tekutiny na teplotě nelze tyto rovnice oddělit.

Autor práce uvádí dvě různé rovnice bilance energie, které jsou ekvivalentní z hlediska klasických řešení. Tyto formulace však nejsou ekvivalentní z pohledu slabých řešení, jelikož vyžadují různou regularitu. Hlavním cílem této disertační práce bylo obě formulace porovnat z hlediska numerického simulací.

Práce se skládá z 6 kapitol. První kapitola velice výstižně popisuje danou problematiku, je napsána na velmi vysoké úrovni. Druhá kapitola rekapituluje některé formulace mechaniky kontinua, zejména zákonů zachování a konstitutivní vztahy. Kapitola 3 shrnuje teoretické výsledky této práce, zejména formulace obou úloh a větu o existenci řešení. Čtvrtá kapitola pak popisuje numerické experimenty, které budou prováděny, zejména pak odvození analytických řešení, které jsou testovány v další kapitole. Rovněž jsou zde stručně popsány použité numerické metody. Kapitola 5 pak obsahuje výsledky numerických experimentů a jejich pečlivá vyhodnocení. Závěrečné komentáře jsou pak shrnuty v 6. kapitole.

Práci působí velice pěkným dojmem, téma je bezpochyby aktuální a poměrně složité. Jeho zpracování vyžadovalo mnoho práce a poměrně široké znalosti z mechaniky kontinua, matematické analýzy PDR, numerických metod a jejich počítačové implementace. Dosažené výsledky jsou velice zajímavé a z mého pohledu originální.

Na druhou stranu, práce na mě působí mírně nevyváženě. Čtení vysoce profesionální úvodní kapitoly vyžaduje řadu znalostí čtenáře, naproti tomu 2. kapitola popisuje víceméně standardní techniky magisterského studia. Dále bych očekával, že práce budu obsahovat připomenutí některých standardních značení, definic a vět, jako např. tenzorový součin, dualita, definice Sobolevových prostorů, vět o vnoření apod. Hlavní teoretická věta 3.1. je uvedena bez důkazu, je zde jen komentář a odkaz na článek, kde je autor disertační práce spoluautorem. Dále v podstatě chybí definice numerického řešení a rovněž není žádná zmínka o jeho existenci. Toto však nejsou žádné podstatné nedostatky, které by významně snižovaly kvalitu práce. Nicméně, hlavní pátá kapitola je napsána velice pečlivě.

K práci mám následující připomínky a dotazy:

1. str. 43, v sekci 4.3.2 se mi nelíbí věta: *“Na rozdíl od mezikruží při triangulaci obdélníkové oblasti nevzniká žádná diskretizační chyba”*, neboť diskretizační chyba vzniká nejen v důsledku aproximace nepolygonální hranice.
2. str. 43, v sekci 4.3.2. Stabilita prvků P_2/P_1 je známa pro Navierovy-Stokesovy rovnice, jak je to se stabilitou pro Navierovým-Stokesovým-Fourierovým systémem?

3. str. 43, v sekci 4.3.3, při použití Newtonovy metody pro řešení nelineární algebraické soustavy (4.65) je potřeba znát Jacobiho matici. Jakým způsobem se počítá? Jaká zastavovací kritéria pro iterační proces byla použita, nemohla ovlivnit přesnost výpočtu?
4. str. 46, byl volen pevný časový krok $\Delta t = 0.1$. Opět, nemohla tato volba ovlivnit přesnost výpočtu?
5. str. 50, druhé vyhodnocení úplně dole: model s mocninou $s = 2$ je řádově rychlejší, není to v důsledku toho, že výsledná soustava rovnic je lineární?
6. str. 52, trochu nechápu význam sekce 5.2.3, co je cílem nastavení konstanty A ?
7. str. 55, výsledky z obrázků 16 a 17 interpretuji tak, že pro $s > 6/5$ dávají oba modely stejné řešení. Podle teorie jsou oba modely ekvivaletní pro $s > 3/2$. Je to tak?
8. str. 56, obrázek 18 mi nepřijde příliš relevantní, jelikož se porovnávají výsledky na různých časových hladinách.
9. str. 57, poznámka k vyhodnocení na konci strany: Pro eliptické lineární rovnice je P_1 aproximace hranice dostačující pro P_1 konečné prvky.
10. str. 61, vyhodnocení na konci strany mi přijde zajímavé, obvykle řešení algebraických soustav trvá déle, než-li jejich příprava. Nemůže být zmiňovaný efekt způsoben např. výpočtem Jacobiánu?

Předložená práce jednoznačně prokazuje předpoklady autora k samostatné tvořivé práci a jednoznačně ji doporučuji k obhajobě.

25. 8. 2014

prof. RNDr. Vít Dolejší, Ph.D., DSc.