

Oponentský posudek na diplomovou práci Lenky Jankovské

Russelova analýza Peanovy aritmetiky

Zvolené téma, totiž Russelův logicismus a pokus o jeho realizaci pomocí teorie typů, je velmi zajímavé a náročné. Náročné za prvé proto, že se dotýká hlubokých problémů filosofie logiky a matematiky, za druhé pak proto, že vyžaduje osvojení si velmi komplexního formálního systému. Objemnost už jenom primární literatury je v tomto případě výjimečná. Výzvu představuje také ta skutečnost, že Russell oproti dnešním zvykostem svůj systém podává poměrně neformálním a volným způsobem, takže nemusí být snadné jej přesně rekonstruovat. Zajímavost spočívá v tom, že jde o zkoumání způsobů jak dělat logiku v některých ohledech výrazně jinak, než jak je to dnes obecně běžné.

Ačkoli autorka svůj úkol nepochybně zvládla a práci doporučuji k obhajobě, rád bych vyjádřil několik zásadních námitek.

Především postrádám jasnější orientaci. Velmi bych uvítal, kdyby autorka dala alespoň trochu najevo, proč se rozhodla věnovat se právě Russellově teorii typů a jaký přínos si od ní slibuje. Vzhledem k šíři tématu je potřeba si trochu lépe ujasnit, z jakého hlediska se jím chceme zabývat.

Absence jasnější motivace se na práci bohužel podepisuje. Diplomová práce samozřejmě nemusí být jednoznačně matematická nebo filosofická, pohybovat se na pomezí může být naopak velmi přínosné. Jenomže v tomto případě se mi spíše zdá, že se prostě nešlo příliš do hloubky, ať už filosoficky nebo matematicky.

Nakolik to mohu posoudit, dokazování opravdu nových matematických výsledků by v tomto případě bylo na diplomovou práci neúměrně náročné, ale autorka se mohla pokusit uceleněji a přesněji formulovat některé netriviální výsledky samotného Russella. To by bylo chvályhodné už jenom vzhledem k Russellově zmíněnému ne vždy exaktnímu vyjadřování. Autorka ale podrobněji neukázala takřka nic, čím by se Russellova rekonstrukce aritmetiky zajímavě lišila od dnes běžné prvořádové Peanovy aritmetiky (případně od druhořádové). Poměrně hodně místa je věnováno leckdy laxnímu dokazování skutečností, které se studenti logiky učí stejným způsobem dokazovat už v rámci bakalářského studia, což nemusí být špatně, ale mělo by to vést někam dál.

Nad rámec obecně známého jde důkaz neexistence nestandardních modelů, ale je podán na můj vkus až příliš volně. Například jeho poslední krok na straně 57 by měl být vysvětlen jasněji (doporučuji si to připravit na obhajobu).

Pokud se autorka rozhodla nenořit se příliš do technických aspektů teorie typů a vyhnout se exaktnímu matematickému způsobu podání, bylo by to ospravedlnitelné hlubším zájmem o filosofickou stránku věci. K tomu by téma zavdávalo mnoho příležitostí.

Jednou možností bylo zaměřit se na sice ne matematické, ale přesto interní problémy teorie typů. O některých se v textu sice dozvíme, ale sotva více než to, že ten který problém existuje a vedou se o něj spory. Tak je např. zmíněn problém (ne-)logičnosti axiomu reducibility a axiomu nekonečna (jehož formulace se mi navíc zdá minimálně terminologicky problematická, patrně se v ní používá – a to bez jakéhokoli předchozího vysvětlení – pojem „kardinální číslo“ ve významu „přirozené číslo“; asi jde o neopatrný překlad z angličtiny). V prvním případě jsou uvedeni někteří kritici zmíněného axiomu, ale sotva lze pochopit, v čem jejich námítka spočívají. Autorka navíc sama žádné vlastní stanovisko nevyjadřuje. Čtenář se může dohadovat, že sdílí Russellovy vlastní pochyby o obou axiomech, protože od něj v průběhu celé práce v podstatě nezaujímá odstup (pouze občas zmíní, jak je zvláštní, že se občas vyjadřuje poměrně nepřesně).

Podobnou příležitostí, v tomto případě lákavou i z matematického hlediska, by bylo rozvést, v čem je Russellovo podání hierarchie typů a řádů, jak se v práci praví, nejednoznačné, jaké různé interpretace jsou možné a jak by se podle nich mohla hierarchie konkrétně lišit. Dozvídáme se ale pouze, že Russell nám o hierarchii „nedává jasnou představu“. Osobně jsem ani nepochopil, kde a jak Russell nerozlišuje mezi jazykem-objektem a metajazykem a k jakým problémům to má vést.

Místo interních problémů se autorka samozřejmě mohla zaměřit na širší otázky významu Russellovy teorie a jejích předností a nevýhod např. ve srovnání s provořadovou Peanovou aritmetikou. Samozřejmě by bylo možné zkoumat, proč matematici nakonec Russellovu teorii v podstatě nepoužívají a zda je jejich rozhodnutí rozumné. Jak jsem ale již napsal, autorka se vůbec nezmiňuje o tom, proč se svým tématem zabývá a v čem by mělo být přínosné.

Přes problematickou neformálnost jsem v práci, možná až na zmíněné dokončení důkazu neexistence nestandardních modelů na straně 57, nenašel žádné matematické chyby. Mnoho filosofických pojmů by ovšem potřebovalo bližší vysvětlení. Často je na škodu, když autorka něco zmiňuje, aniž to vysvětluje. Např. nerozumím rozdíl mezi dvěma verzemi logicismu na straně 12. Autorka se sice odvolává na podobnou formulaci ze sekundární literatury, přesto je minimálně při tomto vytržení z kontextu nejasné, v čem má rozdíl spočívat (konkrétněji nechápu, jak se „matematická pravda“ liší od „matematického teorému“).

Neuspokojivá mi také přijde prezentace neúplných symbolů. Ačkoli je tato část Russellovy filosofie obecně známá, především díky jeho analýze určitých deskripcí, zdá se mi, že autorka příliš málo objasňuje, co má ona „neúplnost“ znamenat. Také není rozvedeno, proč mají být některé uvedené symboly - např. symbol pro logaritmus - neúplné. Nejzávažnější je to v případě symbolů pro třídy, kvůli kterým se v práci vůbec o neúplných symbolech začne hovořit.

Podobných nedostatků bych mohl zmínit ještě více. Omezím se už jen na to, že se autorka vůbec nepozastavuje nad tím, že v celé práci používá – pokud to dobře chápu - slovo „term“ v podstatě ve významu objekt (např. prvek univerza nějakého modelu) a zároveň jako běžné označení něčeho z jazyka. Možná jsem zde nepochopil její záměr. Možná dokonce jde o terminologickou nedůslednost samotného Russella, ale pak ji nelze jen tak přejít.

Pokud jde o jazykovou stránku, pak je škoda občas užívaného hovorového slovníku, gramatických chyb (např. „vyvarovat se něčemu“ místo „vyvarovat se něčeho“) a především velkého množství stylistických neobratností. Sice nakonec neznemožňují porozumění, ale někdy je výrazně ztěžují a svou četností i povahou kazí dojem.

Přes všechny výhrady je třeba uznat, že se jednotlivé kapitoly skládají v dobře uspořádaný celek. Je zřejmé, že autorka nastudovala poměrně velké množství netriviální – a zdaleka nejenom Russellovy – literatury. Navíc nabízí podněty a vodítka pro další studium problematiky. Celkově tedy práci doporučuji k obhajobě a hodnotím ji prozatím jako *velmi dobrou až dobrou*. Pokud se na obhajobě podaří vysvětlit její celkové zaměření a vyjasnit alespoň některé z uvedených námitek, přikloním se spíše k hodnocení *velmi dobrá*.