Univerzita Karlova v Praze
Pedagogická fakulta

Didaktické situace v matematice na základní škole

Třídění čtyřúhelníků na základě vybraných vlastností

Bc. Kateřina Vladyková

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

Vedoucí diplomové práce: **Prof. RNDr. Jarmila Novotná, CSc**.

Studijní program: Učitelství pro střední školy, Učitelství všeobecně vzdělávacích předmětů pro základní školy a střední školy - matematika

2014

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma *Didaktické situace v matematice na základní škole* vypracovala pod vedením vedoucího diplomové práce samostatně za použití v práci uvedených pramenů a literatury. Dále prohlašuji, že tato diplomová práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

V Praze dne 10. 4. 2014

....

podpis

PODĚKOVÁNÍ

Ráda bych touto cestou vyjádřila poděkování Prof. RNDr. Jarmile Novotné, CSc.**,** za její cenné rady a trpělivost při vedení mé diplomové práce. Rovněž bych chtěla poděkovat za vstřícnost a pomoc při získání potřebných informací a podkladů.

....

Podpis

NÁZEV: Didaktické situace v matematice na základní škole.

Třídění čtyřúhelníků na základě vybraných vlastností.

AUTOR: Bc. Kateřina Vladyková

KATEDRA: Katedra matematiky a didaktiky matematiky

VEDOUCÍ PRÁCE: Prof. RNDr. Jarmila Novotná, CSc.

ANOTACE:

Tato diplomová práce se zabývá možným využitím Teorie didaktických situací ve výuce matematiky na druhém stupni české základní školy, konkrétně v oblasti třídění čtyřúhelníků na základě vybraných vlastností.

Práce se skládá ze dvou částí, z teoretické a praktické. V teoretické části jsou nejprve představeny základní pojmy Teorie didaktických situací. V další části jsou představeny kurikulární dokumenty, které jsou platné v současné době v České republice; pozornost je věnována hlavně tématu čtyřúhelníky. Dále jsou v této části analyzovány vybrané učebnice, které se využívají ve výuce v českých základních školách, opět se zaměřením na zpracování tématu čtyřúhelníky.

Jako ukázku konkrétního využití Teorie didaktických situací ve výuce matematiky na české základní škole předkládá autorka v experimentální části práce podrobný scénář k výukové jednotce, který je zpracován a realizován dle zásad Teorie didaktických situací. Dále uvádí průběh i vyhodnocení připravené výukové jednotky. Cílem experimentu bylo připravit a vyzkoušet jinou organizaci didaktické situace (dle zásad Teorie didaktických situací) pro zpracování geometrického tématu čtyřúhelníky v české škole. Dalším cílem bylo zjistit, jak na takovou výuku budou žáci reagovat a jaká bude úspěšnost vzhledem k požadovaným výstupům daného obsahu učiva.

KLÍČOVÁ SLOVA:

Didaktické situace v matematice, matematické vzdělávání na druhém stupni ZŠ, konstruktivismus, čtyřúhelníky v rovině, třídění čtyřúhelníků.

TITLE: Didactical situations in mathematics at lower secondary level.

The classification of quadrilaterals based on selected characteristics.

AUTHOR: Bc. Kateřina Vladyková

DEPARTMENT: Department of Mathematics and Mathematical Education

SUPERVISOR: Prof. RNDr. Jarmila Novotná, CSc.

ABSTRACT:

This thesis deals with the possible use of the Theory of didactical situations in mathematics at the lower secondary level of Czech school. It is specifically focused on the classification of quadrilaterals based on selected characteristics.

The thesis consists of two parts, theoretical and practical. The theoretical part deals mainly with the introduction of Theory of didactical situations, defining and explaining their basic concepts. The thesis also briefly introduces currently existing curricula in the Czech Republic, in which quadrilaterals were the author´s main focus. Furthermore, the topic is analyzed from educational materials (textbooks) used in Czech primary schools.

In the experimental part of the thesis the author presents a detailed script of educational unit. It is a practical demonstration of a particular theory of didactic situations in teaching mathematics at the Czech elementary school, which is developed and implemented according to the principles of the theory of didactic situations. The thesis also shows the process of evaluation within prepared educational unit. The aim of the experiment was to prepare different structure of a didactical situation in teaching quadrilaterals in the Czech school according to the Theory of didactical situations, what the pupils´ reactions will be and how successful they will be in relation to the desired outcomes of curriculum content.

KEY WORDS:

Didactical situations in mathematics, teaching mathematics at lower secondary level, constructivism, quadrilaterals in the plane, classification of quadrilaterals.

OBSAH

ÚVOD

Studium pedagogické fakulty jsem si vybrala převážně proto, že již od 5. třídy základní školy je mým snem být učitelkou. Při každé zmínce o tomto snu ve spojení s vyučováním matematice si mě posluchači prohlédnou tázavými pohledy a ještě dodávají: „Učit? A zrovna matematiku? Tu jsem na škole nikdy neměla ráda.“ Komentáře tohoto typu bohužel nejsou ojedinělé.

Též z výsledků mezinárodního výzkumu TIMSS[1] (Tomášek, 2012, str. 23) vyplynulo, že čeští žáci 4. třídy s tvrzením: „Matematiku mám rád/a“ nesouhlasí, resp. spíše nesouhlasí ve více než 20 procentech. Tento stav se oproti roku 2007 zlepšil, avšak oproti roku 1995 zhoršil.

Při své souvislé pedagogické praxi jsem se též několikrát setkala s dotazy žáků, resp. studentů, na co budou danou látku potřebovat v reálném životě, k čemu se učí různé poučky, když se nacházíme v době, které vládnou počítače a další komunikační a informační technologie. Do jisté míry s tímto názorem souhlasím, naši dobu skutečně tyto technologie ovládají, ale matematiku bychom kvůli tomu utiskovat neměli. Matematika by totiž především měla naučit děti, a nejenom je, logicky a abstraktně myslet, odhadovat, objevovat vztahy a zákonitosti, které nás neustále ohromují svou platností v každé situaci a díky nimž můžeme plnohodnotně poznávat svět kolem sebe. Také by nás měla naučit pokládat si otázku „proč“ a nespokojit se s poučkami bez souvislostí. Měli bychom díky matematice zvládnout najít souvislosti i tam, kde spolu skutečnosti zdánlivě nesouvisí, vyslovovat hypotézy, které potvrdíme, či vyvrátíme.

Úkolem učitele by tedy neměla být pouhá reprodukce poznatků, jak tomu u některých učitelů doposud bylo, ale mělo by jím být přenesení části zodpovědnosti za získávání poznatků, za samotný vyučovací proces na žáky, a především soustředění se na motivaci a vzbuzení zájmu u žáků. Učitel by si měl vzpomenout, proč se sám o matematiku zajímal, v čem vidí její kouzlo, a kousek tohoto zápalu přenést na své žáky. Není tajemstvím, že člověk, kterého nějaká činnost zaujala, ji bude vykonávat s větším zápalem a efektivitou než člověk, který ji vykonává pouze z donucení.

[1] TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) – mezinárodní výzkum výsledků vzdělávání v oblasti matematiky a přírodních věd

Totéž platí o objevování. Pokud umožníme žákům samostatně objevit nepoznané, jejich znalosti budou stabilnější a trvalejší, a tím i vyučovací proces smysluplnější a efektivnější. To je důvod, proč by měl učitel umožňovat svým žákům objevování nepoznaných skutečností a využívat pozitiv různých výukových koncepcí a vyučovacích metod tak, aby co nejlépe a nejpoutavěji přiblížil žákům učivo, které je třeba probrat.

Z posledních řádků je jasné, že učitel má v současné společnosti nelehký úkol. Jak však zajistit vše výše popsané? Není nic jednoduššího, než neustrnout na zdánlivě vyhovující cestě pouhé reprodukce poznatků, ale snažit se přijímat nové impulzy, hledat nové metody práce a neustále je zkoušet ve výuce.

Právě Teorie didaktických situací přináší novou metodu práce s žáky, kterou učitel může využít například k tomu, aby vedl žáky k samostatnému objevování souvislostí a matematických vztahů a zákonitostí, splňuje tedy výše uvedené požadavky na práci učitele v současné společnosti. Poprvé jsem se blíže seznámila s Teorií didaktických situací a s jejím kouzlem v diplomové práci J. Složila (Složil, 2005), kterou jsem si se zaujetím prostudovala.

Tato teorie, jejímž autorem je francouzský profesor Guy Brousseau, se rozvíjela od sedmdesátých let 20. století ve Francii a posléze i v dalších zemích. Velmi dlouho byla tato teorie rozpracovávána ve frankofonních zemích. Překlady do jiných jazyků na sebe nechaly poměrně dlouho čekat. Situace se změnila teprve v devadesátých letech, publikace o Teorii didaktických situací byly postupně překládány do dalších jazyků. První překlad vybraných kapitol do českého jazyka (Brousseau, 2012) byl publikován v roce 2012.

V této práci jsem se snažila představit možné využití Teorie didaktických situací v české škole. V teoretické části jsem si kladla za úkol stručně představit základní myšlenky a pojmy Teorie didaktických situací a v části experimentální předložit podrobný scénář a veškeré materiály k několika výukovým hodinám, které byly sestaveny právě na základě této teorie. Práce by proto mohla sloužit jako inspirace pro některé učitele, kteří by chtěli vyzkoušet něco nového, vyzkoušet učit jinak. Jako rámcové téma jsem zvolila *třídění čtyřúhelníků na základě vybraných vlastností*.

Při své souvislé pedagogické praxi na ZŠ jsem se nesetkala s velkým zájmem žáků o geometrii. Při vyslovení jakéhokoliv pojmu souvisejícího s geometrií žáci nebyli příliš nadšeni, ba naopak. V práci jsem se pokusila podívat na výuku geometrie jinak a snad jsem i dokázala, že geometrie může být zábavná a jakékoliv matematické třídění nemusí obsahovat pouze reprodukci poznatků a zavádění nových pojmů.

Zpracování scénáře v této práci a veškerých materiálů k výukovým hodinám dle Teorie didaktických situací (dále již stručně TDS[2]) by mohlo být, doufám, přesvědčivou ukázkou skvělé využitelnosti této teorie v podmínkách české školy.

[2] Je možné se setkat i se zkratkou TDSM – Teorie didaktických situací v matematice.

1 TEORIE DIDAKTICKÝCH SITUACÍ

Jelikož je část teoretického zázemí TDS v českém jazyce již velmi dobře zpracována např. v (Brousseau, 2012; Složil, 2005), bude tato kapitola obsahovat pouze zestručněný popis základních pojmů, které jsou potřebné k pochopení významu TDS.

1.1 Historie a vznik TDS

První zmínka o TDS byla přednesena jejím autorem Guyem Brousseauem v roce 1970 na kongresu APMEP (Association des Professeurs de Mathématiques de l´Enseignement Public = Asociace učitelů matematiky státního školství). (Brousseau, 2012, str. 7), avšak Brousseau se různými přístupy žáků k matematice zabýval již od šedesátých let 20. století.

V roce 1973 bylo ve Francii ve městě Talence při škole Julese Micheleta založeno centrum pro pozorování a výzkum výuky matematiky[3] **COREM** (Le Centre d'observation et de recherchesur l'enseignement des mathématiques.). Cílem úzké spolupráce výzkumníků, učitelů na prvním stupni, školních psychologů a studentů didaktiky matematiky bylo:

- provádět výzkum potřebný pro rozvoj znalostí vzdělávacích jevů matematiky,
- vytvořit a studovat nové vzdělávací situace, které by umožňovaly lepší osvojování matematických znalostí žáky,
- rozvinout soubor znalostí potřebných pro přípravu učitelů.[4]

Na základě mnoha výzkumných experimentů a pozorování, které autor realizoval spolu se svou ženou a kolektivem právě v COREM, vznikala myšlenka, která měla přinést nový přístup k výuce matematiky, myšlenka TDS.

Guy Brousseau je v současné době emeritním profesorem Univerzity Bordeaux Segalen a TDS se spolu se svými kolegy věnuje i nadále. Na jeho práci navazovali mnozí didaktici z různých zemí, jmenovitě například ze Španělska, Itálie a Kanady. (Brousseau,

[3] Le Centre d'observation et de recherchesur l'enseignement des mathématiques – volně přeloženo.
[4] Pasáž o COREM vychází z článku (Novotná, 2003).

2012, str. 9) V posledních letech se část jeho textů stává dostupnější pro českou veřejnost, např. díky již zmíněnému překladu do českého jazyka.

1.2 Kontrakty v učebním procesu

V této části práce uvedu pouze stručný přehled kontraktů v učebním procesu. Ve skutečnosti je problematika kontraktů o mnoho složitější. Zestručněný výklad této kapitoly vychází z literatury (Brousseau, 2002; Brousseau, 1998; Sarrazy, 1996; Brousseau, 2012). Detailněji se tímto tématem zabýval Jan Složil ve své diplomové práci z roku 2005 Teorie didaktických situací v české škole.

V učebním procesu se očekávají a vyžadují činnosti od učitele i od žáka, které jsou vždy založené na nějakém kontraktu. Slovo kontrakt můžeme dle překladu v (Složil, 2005, str. 15) chápat jako „nepsanou a nevyslovenou dohodu ve školním prostředí“. Uvádím zde dva typy kontraktů – kontrakt bez didaktického záměru a didaktický kontrakt.

1.2.1 Kontrakt bez didaktického záměru[5]

Kontrakt bez didaktického záměru chápeme jako dohodu obsahující nepsaná a nevyslovená pravidla, která by se měla dodržovat při šíření poznatků bez didaktického záměru, bez jakékoliv snahy přijímač (žáka)[6] cokoliv naučit. (Brousseau, 2012, str. 41)

Jelikož v diplomové práci již s kontrakty bez didaktického záměru dále nepracuji, uvádím pro ilustraci tyto vybrané příklady kontraktů:

Kontrakt o vysílání – vysílač (učitel) vysílá takové zprávy, které jsou pro přijímače (žáky) srozumitelné a vnímatelné. Zprávy mohou být tvořeny tvrzeními, která mohou být správná či chybná.

Kontrakt o komunikaci – od vysílače (učitele) je nyní požadováno, aby předal zprávu tak, aby byla správně přijata. Vysílač (učitel) již nemusí garantovat význam, který bude přijímač (žák) přidělovat dané zprávě.

---

[5] Kontrakty bez didaktického záměru zde uvádím proto, že je můžeme vnímat v jakékoliv interakci učitel – žák, ve které není cílem učitele něco žáka naučit.
[6] Uvádím pojem žák, jelikož se tato práce týká vyučovacího procesu na základní škole.

Kontrakt o odbornosti (posuzovací kontrakt) – od vysílače (učitele) je v tomto kontraktu požadováno, aby zaručil, že zpráva, kterou vysílá k přijímači (žákovi) je platná a aby byl na požádání schopen dokázat, že je tato informace (zpráva) pravdivá.

Kontrakt o tvorbě – vysílač (učitel) v tomto kontraktu zaručuje, že jeho zpráva (informace), kterou vysílá je něčím nová.

Jan Složil se ve své práci ještě zmiňuje o „kontraktu o použití poznatků“, který je v publikaci (Brousseau, 2012, str. 44) označen jako **kontrakt o používání poznatků**.

Kontrakt o používání poznatků – v tomto kontraktu je vysílač (učitel) zodpovědný za to, že informace, kterou vysílá je přijímači (žákovi) nějak užitečná, že je reálně využitelná.

1.2.2 Didaktický kontrakt[7]

Didaktický kontrakt můžeme vymezit jako vzájemnou dohodu, či závazek dvou stran (stranou, která se chce vzdělávat, a stranou, která jí vzdělání umožní). Tato dohoda obsahuje pravidla, která jsou ve většině případů implicitně stanovena, přičemž cílem vzdělávající instituce (v tomto případě učitele) je, aby u žáka došlo k osvojení určité vědomosti. Didaktický kontrakt tedy rozděluje role a určuje míru zodpovědnosti za jednotlivé činnosti ve vyučovacím procesu.

Významnou částí didaktického kontraktu je i následující sociální složka. Vzdělávající straně společnost svěřuje její členy (vzdělávaní) a vzdělávající strana se zavazuje využívat veškerých schopností a dovedností právě v jejich prospěch.

Pravidla a kritéria naplnění didaktického kontraktu nelze přesně vymezit, jelikož tato „smlouva“ nebyla mezi účastníky vyučovacího procesu přímo ani nepřímo uzavřena. To je důvodem, proč si projevy didaktického kontraktu začneme uvědomovat především tehdy, dojde-li k jeho porušení. (Růžičková, 2012, str. 18) Což může v některých případech nastat i záměrně.

Ve vyučovacím procesu mnohdy nastane situace, která nám umožní si uvědomit existenci didaktického kontraktu. Uvádím ukázku takové situace.

[7] Kapitola 1.2.2 je zpracována převážně podle (Brousseau, 1984; Brousseau, 1997; Brousseau, 1998; Brousseau, Sarrazy, 2002; Složil, 2005;)

K porušení didaktického kontraktu může dojít např. tehdy, pokud učitel nezařazuje do vyučování úlohy, které nemají žádné řešení, více než jedno řešení či dokonce nekonečně mnoho řešení, žáci nabývají dojmu, že veškeré úlohy jsou řešitelné a mají pouze jednu správnou odpověď (řešení). Nemají s úlohami, které mají „netradiční“ řešení, žádné zkušenosti a potom jsou schopni „vyřešit“ i úlohu typu: *„Na lodi je 26 ovcí a 18 koz, jak starý je kapitán?“* Dle výsledku výzkumu uvedeného v (Brousseau, 1998) odpovědělo 60 % žáků, že kapitánovi je 44 let, i přesto, že se jim otázka zdála divná. Žáci implicitně očekávali, že pokud dostanou úlohu tohoto typu, bude možné ji nějakou manipulací se zadanými čísly řešit. Tím, že úlohu nebylo možné řešit, byl porušen didaktický kontrakt.

Dalším jevem, který souvisí s didaktickým kontraktem, je jev, který nazýváme **Topazův**. Učitel žákovi položí otázku a ve snaze přiblížit mu správnou odpověď otázku neustále zjednodušuje, až do té míry, že žák k správnému zodpovězení otázky nepotřebuje vůbec žádné vědomosti. Například: učitel při diktátu v českém jazyce vyslovuje slova, ve kterých je měkké i, výrazně „měkce“, slova, ve kterých je ypsilon, výrazně „tvrdě“, nebo při diktátu v anglickém jazyce učitel vyslovuje i písmena, která se nevyslovují, ve snaze napovědět slabším žákům, např. u slova „knife“ přečte i písmeno „k“.

Jednou z forem Topazova jevu je také tzv. **Jourdainův jev**, který je pojmenovaný dle jedné z postav (Jourdain) z Molièrovy hry „Měšťák šlechticem“. (Brousseau, 2012, str. 50) Učitel občas přecení výkony svých žáků. Ať už z důvodu časové tísně, z obav z neúspěchu, záměrně či nevědomě, dochází k tomu, že učitel se z žákovy odpovědi domnívá, že žák danou vědomost má, ale žák ji ve skutečnosti nemá. K odpovědi (k řešení) se žák mohl dostat zcela jinou cestou, či úplnou náhodou (pokus – omyl, náhoda, rada od spolužáků).

Pokud učitel vysvětluje látku a nevhodně zvolí příklad, který má daný obsah učiva ilustrovat, může se stát, že onen ilustrující příklad bude natolik složitý, že žákům nepomůže k pochopení látky. Naopak se může tento nevhodně zvolený příklad stát nepochopitelným a učitel ho bude nucen složitě vysvětlovat. Takový jev nazýváme **metakognitivní posun**. Několikanásobným užitím tohoto posunu nastává tzv. **metadidaktický posun**.

Dalším příkladem jevů, které mohou nastat ve vyučovacím procesu, je velmi časté až nadměrné a mnohdy **nevhodné používání analogií**[8]. Pokud učitel žákům předloží úlohu, kterou spolu s žáky vyřeší, a poté zadá novou úlohu, žáci mohou na základě podobnosti např. vnějších znaků nabýt dojmu, že učitel očekává analogické řešení jako v první úloze. Stane se tak v případě, že učitel na podobnost upozorní, i v případě, pokud tak neučiní. Žáci začnou hledat řešení úlohy v didaktických náznacích, nikoliv pomocí vlastního úsudku. Je dokonce v jejich zájmu takto postupovat, protože učitel může v případě jejich opakovaného nezdaru při řešení úloh využít těchto analogií a žáky tak pokárat za neznalost, jelikož jim to už přece říkal několikrát. (Brousseau, 2012)

Pro lepší pochopení nevhodného použití analogie ve vyučovacím procesu uvádím příklad situace, která tento jev ilustruje.

Příklad 1: Při probírání z tématu *slovní úlohy o pohybu* zadá učitel úlohu:

Úloha 1: „Petr a Karel jsou bratři. Petr jezdí do školy na kole. Vyjíždí dříve a jede průměrnou rychlostí 6 km/h. Karel odjíždí z domu o 15 minut později na motorce a jede o 18 km/h větší průměrnou rychlostí než Petr. Za kolik minut Karel potká na své cestě Petra?“

Žáci tuto úlohu vyřeší společně s učitelem a rozebírají možná řešení. Následující hodinu zadá učitel úlohu 2 a říká, že se jedná o úlohu o pohybu a úlohu o pohybu již řešili v minulé hodině.

Úloha 2: Adélka a Bětka jsou kamarádky. Vzdálenost mezi domem, kde bydlí Adélka a domem, kde bydlí Bětka, je 3 km. Kamarádky se dohodly, že se sejdou. Adélka vyrazila o 15 minut později než Bětka a šla pěšky rychlostí 4 km/h. Bětka měla svou cestu s kopce a jela na kole rychlostí o 16 km/h větší než Adélka. Za kolik minut Adélka potká na své cestě Bětku?

Úlohy jsou si velmi podobné, záměrně jsem téměř všechny údaje použila stejné a pokusila jsem se také o stejnou formulaci otázky. Žáky taková úloha i komentář učitele mohou dovést k tomu, že bez jakéhokoliv přemýšlení použijí postup z úlohy 1,

---

[8] Vyučovací proces by se neobešel bez použití analogií. Tento prostředek však přináší různá úskalí, např. může vést k Topazovu jevu. Učitel by si měl být těchto úskalí vědom a používat ve výuce tento prostředek svědomitě.

který je ovšem v této úloze chybný, jelikož se ve druhém případě jedná o pohyb proti sobě.

1.3 Rozlišení matematických znalostí dle TDS (poznatek, vědomost)

Teorie didaktických situací rozlišuje pojem *poznatek* (z francouzského *connaissance*) a pojem *vědomost* (z francouzského *savoir*)[9].

Pod pojmem **poznatek** si můžeme představit jakoukoliv zkušenost s realitou, kterou může žák[10] získávat různými způsoby. Jedním takovým způsobem získávání poznatků je osobní zkušenost (pozorování). Dalším možným způsobem, jak žák může získat určitý poznatek, je prostřednictvím instituce, která mu jej předá. Takovou institucí může být např. škola, spolužáci, rodiče, média atd.

Na základě takto získaných poznatků mohou žáci vytvářet hypotézy a rozhodovat o své další činnosti v dané situaci (např. při řešení dané problémové úlohy). Žáci se ovšem na základě svých poznatků nemusí vždy rozhodnout správně, jelikož se poznatek váže na konkrétní situaci. Může se stát, že v novém kontextu žáci nerozpoznají souvislost s tímto poznatkem a nejsou proto schopni ho správně využít.

Pokud žák získá další zkušenosti v různých kontextech, může na jejich základě upravovat svou řešitelskou strategii a případně rozšiřovat obor její platnosti, konstruovat matematickou vědomost. (Růžičková, 2012) Učitel poté v jedné z fází didaktické situace (viz kapitola 2.2) rozpozná poznatky žáků, které získali vlastní zkušeností, ověří správnost těchto poznatků, pojmenuje je a začlení do struktury jejich vědomostí[11]. Pokud bude v tomto procesu úspěšný a podaří se mu tyto poznatky začlenit do žákovy struktury vědomostí, stanou se z poznatků **vědomosti**. Proto můžeme vědomosti chápat jako poznatky, které prošly procesem institucionalizace[12].

---

[9] Nebylo jednoduché tyto termíny z francouzského originálu přeložit do jiných jazyků. Do českého jazyka byly přeloženy jako „poznatek“ a „vědomost“, v anglofonních zemích se pro poznatek v některých případech užívá pojmu „c-knowledge“ a pro vědomost „s-knowledge“. (Růžičková, 2012, str. 14)

[10] Poznatek jako takový samozřejmě nemusí získávat pouze žák, ale v tomto případě používám tohoto termínu, jelikož se v této práci soustředím především na proces vyučování na základní škole.

[11] Struktura dosavadních vědomostí je systém „poznatků“, které však mají obecnější platnost a žáci jsou schopni je použít v jiných kontextech, než v těch, ve kterých byly získány.

[12] Podrobněji v kapitole 1.4.2.3.

Dle publikace (Brousseau, 2012, str. 38) můžeme pojem vědomost chápat jako „kulturní nástroj pro rozpoznání a organizaci poznatků“.

Vědomost, pokud byla do systému vědomostí žáka zařazena správně a pro žáka smysluplně, může přispět k osvojení další vědomosti. Může se tedy ocitnout v roli poznatku v jiném systému, při vzniku jiné vědomosti.

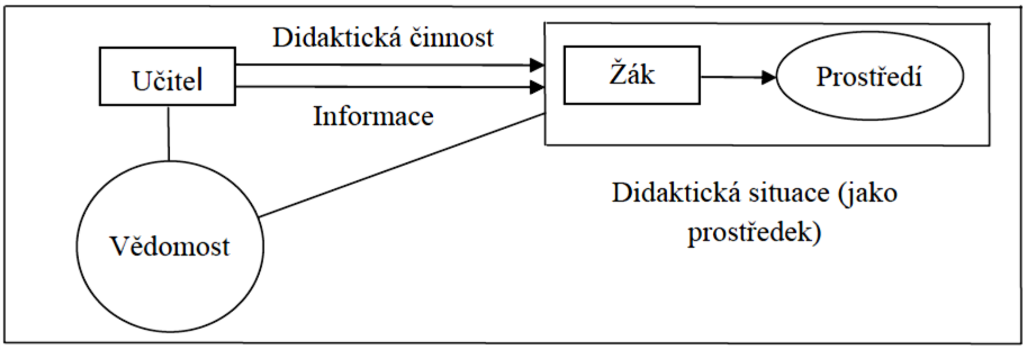
1.4 Didaktická situace

Všechny odstavce kapitoly 1.4 jsou zpracovány převážně podle literatury (Brousseau, 1997; Brousseau, 1998; Brousseau, 2012; Brousseau, Sarrazy, 2002; Novotná, 2006; Složil, 2005).

1.4.1 Význam pojmu didaktická situace

Matematickou situaci je možné chápat jako soubor vztahů „systém, do něhož vstupuje učitel, žák, prostředí, pravidla a omezení potřebná pro vytvoření daného matematického poznatku.“ (Novotná, 2006, str. 4)

Didaktické situace tvoří jednu ze dvou kategorií matematických situací rozlišovaných v TDS. Jedná se o situace, při nichž jeden účastník (učitel) záměrně vytváří druhému účastníkovi (žákovi) podmínky a organizuje jeho činnost s cílem změnit jeho vědomosti či vytvořit vědomosti zcela nové. Brousseau (1997) ji chápe jako situaci, při které učitel předkládá žákům určitou hru,resp. problém[13] a nechává je, aby hráli, resp. zkoumali herní a řešitelské strategie a přesvědčovali se, zda je nalezená strategie účinná. V tomto případě pak můžeme hovořit o **didaktické situaci** jako **prostředku k výuce**. Obrázek 1 znázorňuje takovou didaktickou situaci na schématu.



Obrázek 1. Schematické znázornění didaktické situace jako prostředku k výuce. (Převzato z Brousseau, 2012, str. 37)

[13] Pokud nebude možné dojít k nedorozumění, budu je nazývat souhrnným názvem **problémové úlohy**.

Ať již byla didaktická situace mimo TDS chápána jakkoliv (například jako prostředí, ve kterém se žák něco učí, nebo jako výuková situace, která bere v úvahu pouze vztah systému „učitel“ a systému „žák“ (Brousseau, 2012, str. 37)), nabývá tento pojem právě v TDS zcela nového významu.

Do druhé kategorie matematických situací patří **nedidaktické situace**[14], v nichž může dojít ke změně systému znalostí[15] účastníka (žáka), avšak tato změna není podmíněna přímým didaktickým působením organizátora dané činnosti, jeho záměrem nebylo vyučovat.

1.4.2 Členění didaktické situace na jednotlivé fáze

Didaktická situace má v TDS 3 fáze: devoluce, a-didaktická situace a institucionalizace. V některých fázích hraje hlavní roli učitel, v dalších naopak naprosto převládá činnost a aktivita žáků. V následujících podkapitolách podrobněji popisuji jednotlivé fáze.

1.4.2.1 Devoluce

První fází didaktické situace je **devoluce**. Jedná se o fázi, ve které má hlavní úkol učitel. Musí v procesu devoluce uvést žáky do záměrně a vhodně vytvořené a-didaktické situace[16] a předat jim část své zodpovědnosti za vyučovací proces.

V této uměle vytvořené situaci učitel musí vyložit veškerá pravidla a informace, které jsou důležité pro další činnost žáků. Pokud se jedná o hru, může učitel předvést ukázkovou partii, aby zaručil pochopení instrukcí.

Devoluce končí ve chvíli, kdy žáci pochopí, co mají dále dělat, jsou schopni převzít aktivitu a samostatně získávat poznatky a zkušenosti bez zásahu učitele.

1.4.2.2 A-didaktická situace

A-didaktická situace je taková situace, kterou učitel záměrně vytvořil a ve které sami žáci získávají zkušenosti a poznatky bez jakéhokoliv přímého didaktického působení učitele. Učitel do této fáze didaktické situace nijak nezasahuje a nenavrhuje

---

[14] Stručná informace o nedidaktických situacích je zde uvedena pro jasnější pochopení pojmu didaktická situace.
[15] V případě, že není důvod k rozlišování pojmů poznatek a vědomost, budu užívat pojmu znalost.
[16] Podrobněji v kapitole 2.2.2.

žádná řešení, ani vědomosti, které by se měly stát referenčním rámcem řešitelské strategie. Pro žáka je taková situace problémem k řešení.

Dle činností, které žáci v průběhu a-didaktické situace vykonávají, můžeme rozlišit 3 fáze této situace.

1.4.2.2.1 Akce

Akce je první fází a-didaktické situace. V této fázi žáci postupují dle instrukcí učitele z fáze devoluce a získávají prvotní zkušenosti s problémovou úlohou, kterou mají řešit. Postupně si vytváří strategie, které by dle nich mohly vést k řešení. Zkouší vytvořené strategie na problém aplikovat a zjišťují, zda jsou úspěšní, či nikoliv. Pokud úspěšní nejsou, musí dále zvažovat veškeré možnosti a rozmýšlet kroky, které je třeba podniknout, aby úspěšní byli.

Dialektika akce je pojem, který označuje právě takové žákovo rozmlouvání se sebou samým. Žákovi může pomoci k tomu, aby si díky souboru zkušeností a pravidel vybral nebo vytvořil řešitelskou strategii, která bude úspěšná.

Výstupem z této fáze a-didaktické situace by měl být implicitní model, soubor zkušeností, počátečních strategií, pravidel a vztahů, který žáci mnohdy využívají pouze implicitně (skrytě až nevědomě). Pokud o existenci tohoto souboru vědí, většinou nejsou schopni jeho pravidla a vztahy jakkoliv vysvětlit či formulovat.

1.4.2.2.2 Formulace

Další fází a-didaktické situace je formulace. V této části jsou žáci postaveni do situace, ve které již musí své řešitelské strategie formulovat, obhájit a sdílet se svými spolužáky, ale zatím není potřeba zdůvodňovat, proč je právě daná strategie účinná.

Ve třídě dochází k diskuzím o vítězných strategiích. Žáci v diskuzích formulují své vlastní strategie a snaží se zjistit, které jsou účinné a které nikoliv, které je možné použít a které nikoliv.

Tato interakce mezi jednotlivými žáky ve třídě (mezi jednotlivými členy týmu) se nazývá **dialektika formulace**.

1.4.2.2.3 Validace

Poslední fází a-didaktické situace je fáze validace, ve které již dochází k zdůvodňování, proč je či není strategie účinná.

Jedna skupina žáků (navrhovatelé) vyslovuje domněnky a snaží se je zdůvodňovat, potvrdit na konkrétních příkladech (v konkrétním systému). Navrhované důvody musí být formulovány zcela jasně a srozumitelně pro všechny žáky ve třídě. Navrhovatelé se tedy před návrhem tvrzení musí dohodnout a ve společné diskuzi (v rámci skupiny navrhovatelů) vyloučit všechny sporné body a zformulovat argumenty, kterými budou své tvrzení hájit.

Druhá skupina žáků (oponenti) může hledat protipříklady a tyto návrhy tak vyvrátit, žádat další důvody, argumenty či příklady použití, nebo s předloženými důvody (domněnkou) souhlasit.

Obě skupiny žáků musí nad navrženým tvrzením přemýšlet a zvažovat, zda by mohlo být přijato za platné, či nikoliv. Může se tedy stát, že žák, který navrhoval nějaké tvrzení, již není o jeho pravdivosti přesvědčen a přijme tvrzení zcela opačné. K takovému myšlenkovému vývoji dochází velmi snadno, nazýváme ho **dialektika validace**. Dialektika proto, že se opět jedná o rozmluvu žáka se sebou samým. Probíhá vnitřní rozhovor, zvažování a zdůvodňování jednotlivých tvrzení.

V této fázi zatím u žáků nevznikají žádné vědomosti, pouze se jejich jednotlivé poznatky stávají jasnějšími a jsou prostřednictvím jednotlivých tvrzení ilustrovány na příkladech, zdůvodněny, dokázány [17] nebo naopak vyvráceny.

Učitel by v této fázi a-didaktické situace neměl do dění ve třídě zasahovat. Jakákoliv jeho snaha o potvrzování, vysvětlování, uspořádání a řazení tvrzení by narušila charakter této a-didaktické situace. Učitel by tak vnesl do situace vlastní autoritu a mohlo by se stát, že někteří žáci přijmou tvrzení jen proto, že se na jeho stranu přiklonil učitel. Učitel by měl žáky nechat samostatně objevovat vlastní chyby, aby mohlo dojít k případnému poučení se. Přesto má učitel v této fázi důležitý úkol, a tím je především usměrňování diskuze, aby se žáci příliš neodchýlili od tématu,

[17] Není myšlen matematický důkaz, spíše logické zdůvodnění.

dohlížení na to, aby se žáci „v zápalu boje“ nezačali slovně či fyzicky napadat, a celkové udržení hladkého průběhu diskuze.

1.4.2.3 Institucionalizace

Institucionalizace je poslední fází didaktické situace, ve které má učitel opět hlavní roli. Původní TDS však s institucionalizací nepočítala. V průběhu provádění experimentů se ukázalo, že někteří učitelé začali mít potřebu učební proces zastavit a přiblížit probíranou látku žákům, kteří se dle jejich slov ztratili. Objevovala se i potřeba shrnout veškeré poznatky, propojit je s těmi předchozími, předvést jejich možnou využitelnost a přidělit jim určitou důležitost (vybrat ty nejdůležitější). Učitel si na sebe vzal větší zodpovědnost za vyučovací proces, než experimentátoři očekávali, a „musel shrnout, co žáci měli dělat (a případně předělat), co se naučili nebo měli naučit.“ (Brousseau, 2012, str. 62)

Žáci od učitele stejně tak očekávali, že jim sdělí, co se naučili, ale také jak takový poznatek dále využít, jak s ním pracovat.

Experimentátoři zjistili, že je tato činnost učitelů nezbytná a velmi důležitá, jelikož naplňuje jak očekávání učitelů, tak očekávání žáků, proto se institucionalizace stala nedílnou součástí a zároveň poslední fází didaktické situace.

Úkolem učitele v této fázi je především to, aby žáci poznali smysl hledání řešitelské strategie ve fázi **akce**, aby věděli, která tvrzení si mají odnést z fáze **formulace**. Také dodá matematickou formu žákovským důkazům jednotlivých poznatků, které byly navrženy během **validace**, a definuje vztahy mezi poznatky získanými vlastní činností žáků a vědomostmi; tím tyto poznatky zařadí do systému již nabytých matematických vědomostí.

Při vyučovacím procesu dle TDS jsou jednotlivé fáze řazeny takto: devoluce, a-didaktická situace a institucionalizace. Institucionalizace však probíhá i v běžném[18] pojetí vyučovacího procesu na našich základních školách. Každý učitel, který vykládá určitou látku žákům, provádí institucionalizaci, ovšem v jiné fázi vyučovacího procesu. V běžném pojetí vyučovacího procesu učitel vykládá učivo žákům, kteří zatím o dané látce nemají žádnou představu. Ve vyučovacím procesu, který probíhá dle myšlenek

[18] Vyučovací proces, který není veden dle myšlenek TDS.

TDS, však učitel vysvětluje podstatu učiva až ve chvíli, kdy žáci již mají některé poznatky z dané oblasti, které navíc prošly procesem validace. Mohou se tak stát v procesu institucionalizace téměř rovnocennými partnery učitele, více se zapojovat a jen třídit a zařazovat již vytvořené poznatky.

2 KURIKULÁRNÍCH DOKUMENTY ČESKÉ ZÁKLADNÍ ŠKOLY

2.1 Kurikulární dokumenty v matematice na základní škole, stručný vývoj [19]

Na počátku devadesátých let 20. století (po roce 1989) stálo české školství na začátku reformních snah v oblasti obsahu a organizace vzdělávání. Skutečnost, že postavení státní správy jako hlavního garanta právě těchto dvou oblastí vzdělávání bylo v období do roku 1989 neustále posilováno, byla jedním z determinantů této nadcházející reformy. Učební osnovy vycházející z učebních a studijních plánů určovaly závazně veškeré aspekty výuky a do jisté míry omezovaly učitele v jejich tvořivosti, co se týče obsahu i individuálního přístupu k žákům. Za první kroky k liberalizaci obsahu a organizace vzdělávání v českém školství můžeme považovat novelu školského zákona z roku 1990. (MŠMT, 2010)

Do vzdělávací soustavy ČR byl v roce 2004 zaveden víceúrovňový systém kurikulárních dokumentů pro vzdělávání žáků od 3 do 19 let. Tyto změny byly formulovány v Národním programu rozvoje vzdělávání v ČR (v tzv. Bílé knize) a legislativně zakotveny ve školském zákoně č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání, který nabyl účinnosti v lednu roku 2005.

První úrovní tvorby kurikulárních dokumentů je **úroveň státní,** kterou určují následující dokumenty:

- Národní program rozvoje vzdělávání v ČR (Bílá kniha),
- rámcově vzdělávací programy (dále jen RVP).

Bílá kniha formuluje myšlenky, obecné záměry a programy, které by měly udávat směr, jakým se bude vyvíjet vzdělávací soustava. RVP vymezují závazné rámce vzdělávání pro jednotlivé obory a etapy vzdělávání. Na základě těchto rámců a pravidel, která stanovují jednotlivé RVP, si školy vytvářejí své dokumenty, na jejichž základě probíhá v dané škole vzdělávání. Tyto dokumenty tvoří **školní úroveň** tvorby kurikulárních dokumentů a nazývají se školní vzdělávací programy (ŠVP).

[19] Zpracováno dle (MŠMT, 2013; MŠMT, 2010; NÚV, 2014)

2.2 Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání [20]

Základní vzdělání se realizuje dle Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání[21] (RVP ZV). V současné době (ve školním roce 2013/2014) školy musely vytvořit (příp. přetvořit) své ŠVP a vyučovat v souladu s upraveným RVP ZV dle Opatření ministra školství, mládeže a tělovýchovy č. j. MSMT-2647/2013-210 ze dne 29. ledna 2013 s účinností od 1. 9. 2013. (MŠMT, 2013)

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání dává základním školám a jejich učitelům větší možnost ovlivňovat výuku, přistupovat k ní tvořivě jak v oblasti obsahu učiva a použitých metod, tak v oblasti individuálního přístupu k žákům a jejich potřebám.

Dle RVP ZV by mělo základní vzdělávání žákům pomoci utvářet a postupně rozvíjet klíčové kompetence[22] (v základním vzdělávání jsou klíčové: kompetence k učení, kompetence k řešení problémů, kompetence komunikativní, kompetence sociální a personální, kompetence občanské a nakonec kompetence pracovní). RVP ZV již však neuvádí, jak prostřednictvím např. matematiky tyto kompetence rozvíjet. Dále by mělo základní vzdělávání žákům poskytnout základ vzdělání, které je všeobecné a orientuje se především na situace, které vycházejí z našeho života a ostatních praktických činností.

Rámcový vzdělávací obsah základního vzdělávání je rozdělen na 9 vzdělávacích oblastí tvořených příslušným vzdělávacím oborem či více obory, které jsou si obsahově blízké. Pro tuto diplomovou práci je zásadní vzdělávací oblastí Matematika a její aplikace, kterou tvoří stejnojmenný vzdělávací obor.

Tato vzdělávací oblast by měla být především orientovaná na aktivní činnosti žáků a praktické využití matematiky v různých reálných situacích. Vzdělávací obsah oboru Matematika a její aplikace je určen na jedné straně očekávanými výstupy a na straně druhé učivem. Učivo učiteli slouží jako prostředek k naplnění očekávaných výstupů. Očekávané výstupy jsou formulovány jako popis žákovy činnosti, jsou

[20] Kapitola je zpracována dle (MŠMT, 2013)
[21] Neuvádím zde rámcové vzdělávací programy pro jiné etapy vzdělávání, jelikož se tato práce zabývá TDS na druhém stupni základní školy.
[22] Definice - „Klíčové kompetence představují souhrn vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot důležitých pro osobní rozvoj a uplatnění každého člena společnosti." (MŠMT, 2013, str. 11)

prakticky zaměřené, využitelné v reálném životě a ověřitelné. Vzdělávací obsah oboru Matematika a její aplikace je rozdělen do 2 skupin dle stupně základního vzdělávání, pro který je určen (1. stupeň a 2. stupeň); dále se každá skupina dělí do 4 tematických okruhů dle témat učiva.

1. *Číslo a početní operace* na prvním stupni, na druhém stupni *číslo a proměnná*.
2. *Závislosti, vztahy a práce s daty*.
3. *Geometrie v rovině a v prostoru*.
4. *Nestandardní aplikační úlohy a problémy*.

2.3 Čtyřúhelníky na ZŠ v kontextu RVP

V tematickém okruhu Geometrie v rovině a v prostoru pro 1. i 2. stupeň můžeme najít očekávané výstupy a konkrétní učivo, které se týká čtyřúhelníků. Vymezení očekávaných výstupů je však velmi stručné. Učiteli je v tomto ohledu dána velká svoboda ve volbě problémových úloh či metod vedení výuky.

Čtyřúhelníky jsou mezi učivem v RVP ZV (MŠMT, 2013) zmíněny mezi ostatními *rovinnými útvary*, konkrétně je zmíněn na 1. stupni čtverec a obdélník, na stupni druhém lichoběžník a rovnoběžník.

Mezi očekávané výstupy pro 1. stupeň v oblasti čtyřúhelníků v RVP ZV patří:

- žák rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary,
- žák porovnává velikosti útvarů, …,
- narýsuje a znázorní základní rovinné útvary (čtverec, obdélník, …); užívá jednoduché konstrukce.

Mezi očekávané výstupy pro 2. stupeň oblasti čtyřúhelníků v RVP ZV patří:

- žák zdůvodňuje a využívá polohové a metrické vlastnosti základních rovinných útvarů při řešení úloh a jednoduchých praktických problémů; využívá potřebnou matematickou symboliku,
- žák charakterizuje a třídí základní rovinné útvary,
- žák načrtne a sestrojí rovinné útvary,

- žák analyzuje a řeší aplikační geometrické úlohy s využitím osvojeného matematického aparátu.

Další dovednosti týkající se vlastností čtyřúhelníků také můžeme najít ve specifikaci učiva *logické a netradiční geometrické úlohy* tematického okruhu *Nestandardní aplikační úlohy a problémy*.

3 ČTYŘÚHELNÍKY VE VYBRANÝCH UČEBNICÍCH PRO 2. STUPEŇ ZŠ A ODPOVÍDAJÍCÍ ROČNÍKY VÍCELETÝCH GYMNÁZIÍ

Pojem čtyřúhelník se objevuje již na prvním stupni ZŠ. Jedná se především o základní vymezení tohoto pojmu. Dále by žáci na prvním stupni dle RVP pro ZV měli zvládnout rozeznat, pojmenovat a vymodelovat čtverec a obdélník, později tyto útvary narýsovat a znázornit je. Na druhém stupni se žáci s čtyřúhelníky setkávají většinou v 7., popř. v 6. ročníku, dle učebnic, které používají, a dle koncepce vzdělávání dané školy, která je zakotvena v ŠVP.

Vybrala jsem celkem 4 učebnice (ze 2 různých řad). Výběr učebnic nebyl náhodný, vybírala jsem učebnice, se kterými jsem se setkala např. při své souvislé pedagogické praxi, podle kterých v současné době vyučuji, které využívám nebo jsem využívala jako doplňkové materiály atd.

Rozbor učebnic uvedený v této diplomové práci rozhodně není jejich podrobnou srovnávací analýzou. Prioritně jsem se zaměřila na aspekty, které souvisejí s tématem této diplomové práce, a snažila se ukázat, jak některé učebnice dostupné v ČR schválené MŠMT ČR předkládají téma třídění čtyřúhelníků žákům, z jakých konkrétních úloh si mohou učitelé vybírat aktivity do svých hodin a zda se tyto aktivity dají vhodně modifikovat.

Pro rozbor učebnic jsme zvolila následující kritéria:

- zda se opakují vlastnosti útvarů z 1. stupně, pokud ano, tak jakým způsobem,
- jak jsou nové pojmy tématu čtyřúhelníky v těchto učebnicích zavedeny,
- jaké úlohy jsou žákům v učebnicích předkládány, (zajímavé, problémové, ze života, bezkontextové).

Pro zachování přehlednosti textu a snazší orientaci uvádím jako nadpis kapitoly odkaz na příslušnou bibliografickou citaci na konci diplomové práce v podobě uvedení prvního prvku a data vydání učebnice.

U rozboru učebnic se až na výjimky zaměřuji pouze na části, které zavádí základní vlastnosti čtyřúhelníků potřebné k jejich třídění, nevěnuji se kapitolám, které zavádí výpočet obvodu a obsahu trojúhelníků či čtyřúhelníků, jelikož tato témata se neshodují s rámcovým tématem této diplomové práce. Přesto jsou tato témata pro úplnost uvedena v seznamu kapitol.

3.1 Učebnice matematiky nakladatelství Prometheus

3.1.1 Odvárko, Kadleček, 2013

3.1.1.1 Obecná charakteristika

Učebnice je rozdělena do tří dílů, téma čtyřúhelníků se vyskytuje v prvním z nich. Učivo je uspořádáno do kapitol, které se dále dělí na podkapitoly. Na závěr každé kapitoly jsou zařazeny *Úlohy na závěr*. V úvodu každé podkapitoly jsou pod označením písmen uvedeny úvodní úlohy. Úlohy označené písmeny jsou většinou vyřešené a žák má ověřit správnost, nebo je uvedeno řešení více a žák má rozhodnout, které z nich je správné, nebo se jedná o úlohy, které nejsou složité a dají se vyřešit i bez předchozích znalostí tématu např. manipulací, měřením, nebo je k nim nabídnuta nápověda. Každá podkapitola také obsahuje rámečky se shrnujícím učivem a *Cvičení* obsahující úlohy na procvičení týkající se daného tématu. Výsledky těchto cvičení jsou uvedeny na konci učebnice v samostatné kapitole. Učebnice je doplněna pracovním sešitem (soubor úloh). Za každým celkem, který je v učebnici probrán, je zařazena kapitola *Shrnující cvičení*, která obsahuje úlohy ze všech předchozích kapitol jednoho celku (např. dvou nebo tří kapitol s podobným tématem[23]).

3.1.1.2 Kapitoly a úlohy

V obsahu učebnice (Odvárko, Kadleček, 2013) jsou kapitoly, ve kterých se objevuje zmínka o jakýchkoliv čtyřúhelnících, uvedeny takto[24]:

- Črtáme, rýsujeme, měříme
    - Obdélníky, čtverce a trojúhelníky.
- Počítáme obvody a obsahy
    - Obvody.
    - Obsah obdélníku a čtverce.

[23] Např. v učebnici (Odvárko, Kadleček, 2013) je *Shrnující cvičení* zařazeno za kapitolami týkající se aritmetiky a další Shrnující cvičení je zařazeno za kapitolami s geometrickou tématikou.
[24] Uvádím pouze kapitoly a podkapitoly týkající se tématu čtyřúhelníky.

V podkapitole *Obdélníky, čtverce a trojúhelníky* je uvedena úvodní úloha A, ve které mají žáci vybrat z nabízených náčrtků, ty útvary, které nejsou čtyřúhelníky, které jsou obdélníky, které jsou čtverce, a které nejsou ani obdélníky ani čtverce. Tímto úvodní úloha poukazuje na existenci jiných čtyřúhelníků, než jen čtverců a obdélníků.

Shrnující rámeček umístěný bezprostředně za touto úlohou shrnuje vlastnost čtverce a obdélníku týkající se délky jejich stran (čtverec má všechny strany stejně dlouhé, sousední[25] strany obdélníku nejsou stejně dlouhé).

Následující úvodní úlohu B ze str. 50 uvedu v plném znění.

- „Teď je mi to jasné," povídá Pepa. „Když má čtyřúhelník všechny strany stejně dlouhé, je to čtverec."
  a) Myslíš si, že má Pepa pravdu?
  b) Zkus načrtnout čtyřúhelník, který má všechny strany stejně dlouhé, a přitom to není čtverec.

Tato úvodní úloha se snaží přimět žáky k objevení toho, že nestačí pouze jedna vlastnost (v tomto případě délka stran), abychom mohli s jistotou určit, o jaký útvar se jedná. Potřebujeme znát další údaje o útvaru, abychom mohli přesně určit, o který útvar se jedná (v tomto případě velikost vnitřních úhlů).

Další úloha, kterou zde uvedu v plném znění, tentokrát vede žáky k objevení faktu, že úhlopříčky ve čtverci jsou k sobě kolmé, i když skrytě. Jedná se o osmou úlohu z části *Cvičení* na str. 51-52.

- Konstrukce s tajenkou.

  Postupuj krok za krokem:

  * Narýsuj libovolně přímku m a k ní kolmou přímku n.
  * Označ jejich průsečík S.
  * Sestroj kružnici k se středem S a poloměrem 3 cm.
  * Označ průsečíky přímek m a n s kružnicí k písmeny A, B, C, D.
  * Body A, B, C, D jsou vrcholy čtyřúhelníku. Narýsuj jeho strany.
  * Jaký čtyřúhelník vznikl?

[25] Učebnice neuvádí termín sousední strany, strany označuje písmeny, která se objevují v náčrtku obdélníku.

Žáci v konstrukci ze cvičení 8 vlastně postupují od konstrukce kolmých úhlopříček. Vznikne jim čtverec, jelikož vzdálenost od bodu S je na všechny strany stejná. V textu však nejsou explicitně uvedeny otázky, které by žáky navedly na vlastnost kolmosti úhlopříček, ani otázky směřující na skutečnost, proč vlastně vznikl čtverec, proč nemohl vzniknout obdélník atd. Záleží tedy na učiteli, jak s touto úlohou bude pracovat dál, do jaké míry využije tento potenciál, který dle mého názoru úloha má.

V učebnici pro 6. ročník jsou opravdu velmi intuitivně a krátce zopakovány základní pojmy (čtverec, obdélník, trojúhelník). Jediná explicitně uvedená vlastnost čtverce a obdélníku se týká délky jejich stran. Záleží tedy dále na učiteli, zda žáky navede na objevení dalších základních vlastností u čtverce a obdélníku, zda si takto „připraví půdu“ pro další práci s čtyřúhelníky v 7. ročníku.

3.1.2 Odvárko, Kadleček, 2004

3.1.2.1 Obecná charakteristika

Tato učebnice je taktéž rozdělena do tří dílů, přičemž téma čtyřúhelníků se vyskytuje ve třetím z nich. Obecná charakteristika učebnice odpovídá charakteristice uvedené v kapitole 3.1.1.1.

3.1.2.2 Kapitoly a úlohy

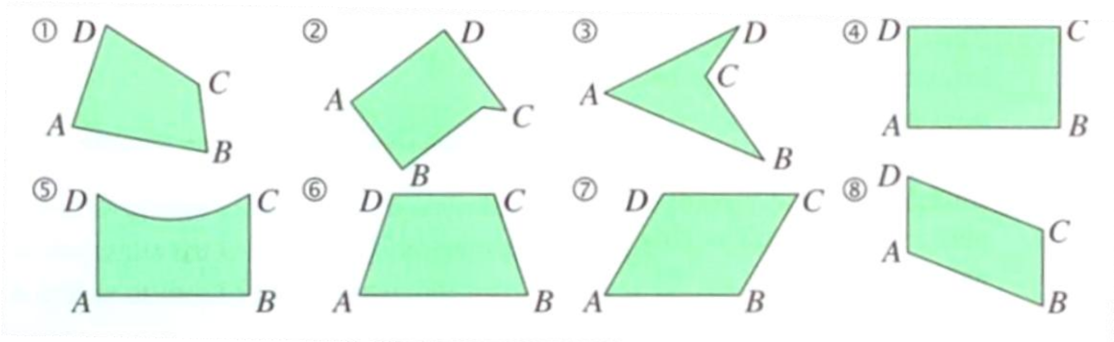
Když jsem tuto učebnici otevřela poprvé a v obsahu chtěla najít téma čtyřúhelníky, byla jsem velmi dezorientovaná. Nějakou dobu mi trvalo, než jsem se v obsahu zorientovala a pochopila rozdělení tématu do kapitol. V obsahu učebnice (Odvárko, Kadleček, 2004) jsou kapitoly týkající se čtyřúhelníků uvedeny takto:

- Rovnoběžník
  - Čtyřúhelníky a rovnoběžníky.
  - Výšky a úhlopříčky rovnoběžníku.
  - Kosodélník a kosočtverec.
  - Konstrukce rovnoběžníku.
  - Obvod a obsah rovnoběžníku.
  - Úlohy na závěr.

- Trojúhelník a lichoběžník
    - Obsah trojúhelníku.
    - Lichoběžník.
    - Konstrukce lichoběžníku.
    - Obvod a obsah lichoběžníku.
    - Úlohy na závěr.

Z obsahu není patrná žádná spojitost lichoběžníku se čtyřúhelníky. Osobně rozumím potřebě to takto rozdělit, ale dle mého názoru je to srozumitelné pro učitele, nikoliv pro žáky.

První podkapitola *Čtyřúhelníky a rovnoběžníky* začíná opakováním pojmu čtyřúhelník. V úvodní úloze mají žáci rozhodnout, na kterých obrázcích jsou nakresleny čtyřúhelníky (obr. 2). Učebnice předpokládá znalost pojmu čtyřúhelník, jelikož před zadáním úlohy, ani po ní není uvedena jakákoliv definice čtyřúhelníku. Útvary č. 4, 5, 6 a 7 jsou znázorněny v obvyklé (standardní) poloze[26], což je škoda. Nestandardní poloha útvaru je jedním z mnoha nástrojů pro diagnostiku formalismu (formálního poznatku) v geometrii. (Hejný, Kuřina, 2001) Zařazováním útvarů v nestandardní poloze bychom rozvíjeli představivost žáků, upevňovali jejich vědomosti o vlastnostech těchto útvarů a připravovali půdu pro pochopení transformací těchto útvarů (např. otočení).



Obrázek 2: Náčrtky útvarů (str. 36)

Ostatní úlohy v této podkapitole jsou bez souvislosti s reálným životem. Úloha, kterou uvádím, sice není spjata s reálným životem, ale rozhodně je zajímavá. Dá se

[26] Standardní polohou útvaru je v této práci myšlena poloha, kdy je alespoň jedna strana daného útvaru vodorovná.

velmi dobře využít podnětné[27]. Úkolem žáků je načrtnout čtyřúhelník, který splňuje zadaná kritéria. Uvádím přesné znění úlohy číslo 6 ze cvičení na straně 38.

- Nakresli takový čtyřúhelník $ABCD$, pro který platí:
  a) Všechny jeho vnitřní úhly jsou pravé.
  b) Má pravé vnitřní úhly jen při vrcholech A a B.
  c) Má pravé vnitřní úhly jen při vrcholech A a C.
  d) Má pravý vnitřní úhel pouze při vrcholu A.

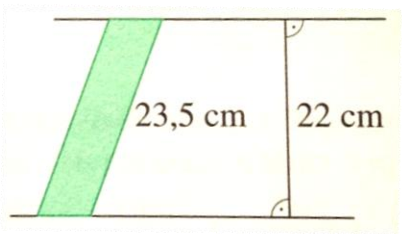
Žáci musí v první řadě pochopit zadání (porozumění pojmům pravý úhel, vnitřní úhel, vnitřní úhel při vrcholu), přemýšlet a představovat si jednotlivé čtyřúhelníky, které by mohly vyhovovat zadání. Dalším kladem této úlohy je, že jednotlivé části mají více řešení, učitel může úlohu rozšířit a žáci si např. mohou porovnávat své výsledky, kreativně tvořit a hledat více řešení. Pokud se úloha správně uchopí a použije se např. při skupinové práci, je možné rozvíjet některé klíčové kompetence, např. kompetenci k řešení problémů, kompetenci komunikativní a kompetenci sociální a personální. V zadání je možné zaměnit kritéria (délky stran, délky výšek, rovnoběžnost, různoběžnost stran atd.) a získat tak další úlohy, mohli bychom též rozvinout diskuzi, zda načrtnuté čtyřúhelníky umíme pojmenovat, atd.

V další části podkapitoly *Čtyřúhelníky a rovnoběžníky* se vyvozuje vlastnost součtu velikostí sousedních úhlů[28] v rovnoběžníku. Žákům jsou předkládány úlohy, ve kterých mají měřením či výpočtem zjistit velikostí úhlů, porovnávat tyto velikosti v načrtnutých nebo narýsovaných rovnoběžnících. V žádném cvičení není zmíněno použití vlastností souhlasných a střídavých úhlů. Pokud bychom využili vědomostí žáků z této oblasti, mohli bychom je nenásilně upevnit a s jejich použitím získat nové poznatky o součtu velikostí sousedních úhlů v rovnoběžníku. Střídavé a souhlasné úhly ale žáci zřejmě neznají, v této řadě učebnic jsou v učebnici pro 6. ročník (Odvárko, Kadleček, 1997) uvedeny pouze vlastnosti úhlů vedlejších a vrcholových. Záleží na konkrétní škole, zda do svého kurikula zařadila výuku vlastností úhlů střídavých a souhlasných.

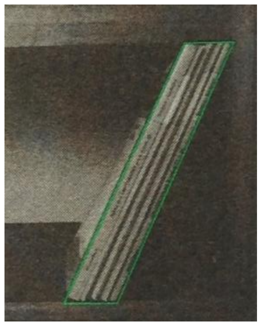
[27] Charakteristiky podnětné matematické úlohy lze najít v (Růžičková, 2012 ,str. 31).
[28] Učebnice pro vnitřní úhly rovnoběžníku přilehlé k téže straně uvádí termín sousední úhly.

Dále uvádím ilustraci úlohy z podkapitoly *Výšky a úhlopříčky rovnoběžníku*, která je spjata s běžným životem, a pokud se s ní správně pracuje, tak u žáků dle mého názoru podporuje schopnost argumentace a schopnost matematicky se přesně vyjadřovat, a tak rozvíjí kompetenci komunikativní (viz kapitola 2.2 a podrobněji v (MŠMT, 2013)). U úlohy je ovšem uvedena fotografie situace a náčrtek, z mého pohledu by bylo lepší, kdyby si situaci měli načrtnout sami žáci (obr. 3 a 4).

- Anička uklízí (úloha, která je označena písmenem, str. 41)
  Anička dělá pořádek ve svém pokoji. Do poličky, která má výšku 22 cm, postavila učebnice matematiky a sbírku úloh. Výška každé učebnice je 23,5 cm. Proč jsou knížky v poličce postaveny šikmo?



Obrázek 4: Náčrtek situace (str. 41)



Obrázek 3: Fotografie situace (str. 41)

Co se týče ostatních úloh, není většinou[29] uvedena souvislost s reálným životem. Např.:

- Výšky obdélníku (úloha z cvičení, str. 43)
  Výšky obdélníku jsou $v_a = 72$ mm a $v_b = 63$ mm. Jaké jsou délky jeho stran?

Sama úloha je velmi jednoduchá, je však zajímavá způsobem položení otázky. V učebnici není explicitně uvedeno, že strana obdélníka (resp. čtverce) je shodná s jeho výškou. Žák má za úkol tuto skutečnost odvodit. Musí si uvědomit, jak vypadá obdélník, načrtnout ho a vyznačit do nákresu výšku tohoto obdélníku. Rozhodně by se tato úloha

[29] Z celkového počtu cca 11 úloh (ať z cvičení, či úvodních úloh kapitoly Výšky a úhlopříčky rovnoběžníku) jsou 3 úlohy, které popisují reálnou situaci, ostatní nemají žádnou spojitost s reálným životem.

mohla vložit do kontextu s běžným životem a místo obdélníku by zadání mohlo obsahovat reálii z běžného života, např. otvor pro dveře, okenní tabulku a další.

V dalších částech této podkapitoly se stále opakují úlohy, které obsahují náčrtky útvarů téměř vždy ve standardní poloze. Výjimkou je úloha ze cvičení číslo 1 na str. 42, kde je jeden z rovnoběžníků zobrazen v nestandardní poloze.

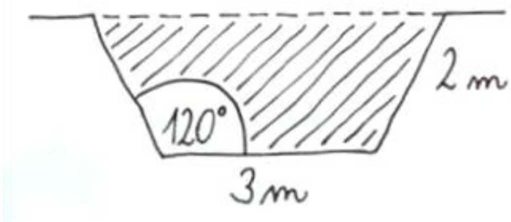
V následující podkapitole *Kosodélník a kosočtverec* se vyskytují typově podobné úlohy jako úlohy z první části, např. úlohy, kde mají žáci načrtnout útvar dle kritérií. V této podkapitole se ke kritériím, které se týkají velikostí úhlů, přidala ještě kritéria týkající se velikosti stran (shodnosti). Další změnou je zadání úkolu. Žáci mají útvar načrtnout i pojmenovat. Tato podkapitola obsahuje pouze jednu slovní úlohu, která má souvislost běžným životem. Na konci podkapitoly je uvedena tabulka, která shrnuje veškeré vlastnosti rovnoběžníků (čtverce, obdélníku, kosočtverce, kosodélníku) probírané v předchozích podkapitolách. Žáci mají za úkol zkontrolovat údaje v tabulce. Dle mého názoru je toto schematické znázornění vhodné, ale špatně uchopené. Tabulka působí přeplněným dojmem a pro mě osobně je demotivující. Dle mého názoru by opět mohla vést ke vzniku formálních poznatků. Z vlastní zkušenosti vím, že někteří žáci by z této tabulky nabyli dojmu, že se všechny tyto informace musí naučit nazpaměť. Možným řešením by mohlo být zapisování objevených informací do konkrétního načrtnutého tvaru nebo do neúplné tabulky, s vynechanými řádky, což by žáky donutilo se v tabulce zorientovat a vyvíjet vlastní aktivitu, nikoliv jen kontrolovat uvedené údaje.

Další podkapitola, kterou jsem se v této učebnici zabývala, se nazývá *Lichoběžník*. Úloha v úvodu, která je označena písmenem A (str. 58) předkládá fotografii (obr. 6), na které jsou vyfotografovány domy. Ve fotografii jsou barevně vyznačeny části střech, které tvoří různé lichoběžníky. Žáci mají za úkol najít, co mají všechny vyznačené obrazce společné. V kapitolách, které jsem se snažila analyzovat, se taková úloha objevila poprvé. Poprvé je zde náznak, že útvary nejsou zcela odtrženy od reality, ale že je možné je v běžném životě najít.

V podkapitolách o konstrukcích (*Konstrukce rovnoběžníku, Konstrukce lichoběžníku*) se vyskytují konstrukční úlohy, které jsou v úvodu vyřešené několika způsoby a žáci mají kontrolovat postup, a další, které předkládají zadání rozměrů útvarů, které mají žáci sami sestrojit. Kapitola obsahuje také dvě slovní úlohy, které jsou uvedeny v kontextu běžného života. Tyto úlohy se mají řešit graficky (konstrukcí zadaných útvarů) v určeném měřítku. Jako ilustraci uvedu úlohu 7, str. 62. Náčrtek průřezu koryta je na obr. 5.

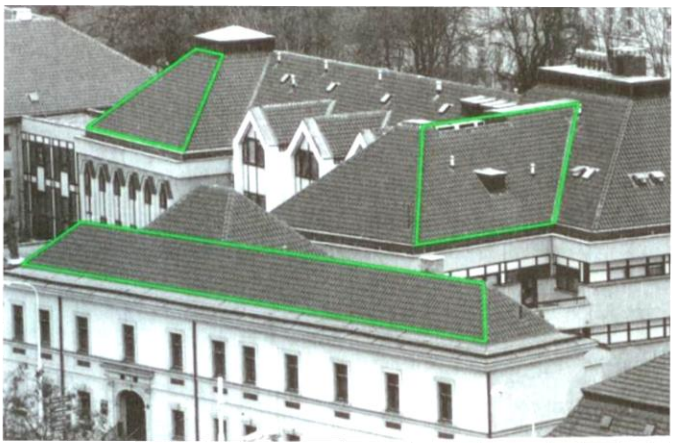
- Koryto potoka má v příčném řezu tvar rovnoramenného lichoběžníku. Náčrtek příčného řezu vidíš na obrázku.
  a) Chataři chtějí postavit přes potok můstek. Jaká je vzdálenost obou břehů?
  b) Jaká může být největší výška vody v potoce, aby se nevylil z břehů?

  Úlohu řeš graficky, narýsuj si obrázek v měřítku 1 : 50.



Obrázek 5: Náčrtek situace k úloze 7 (str. 62)

Prvním důležitým krokem je správně přečíst zadání a všimnout si, že lichoběžník je rovnoramenný. Možným úskalím úlohy je měřítko, je třeba, aby si žáci uvědomili, jaké rozměry bude mít jejich útvar. Poté mohou útvar sestrojit, a změřit vzdálenost břehů a opět tuto vzdálenost převést do reálných rozměrů pomocí měřítka.



Obrázek 6: Fotografie střech (str. 58)

3.2 Učebnice matematiky nakladatelství FRAUS

V této kapitole uvedu rozbor dvou učebnic ze stejné řady, jelikož se téma čtyřúhelníky vyskytuje v obou z nich. Jedná se o učebnici pro 6. ročník (Binterová, Fuchs, Tlustý, 2007) a učebnici pro 7. ročník (Binterová, Fuchs, Tlustý 2008).

3.2.1 Binterová, Fuchs, Tlustý, 2007

3.2.1.1 Obecná charakteristika

Tato učebnice pro 6. očník je rozdělena na dva díly, které se nazývají Aritmetika a Geometrie. V této diplomové práci analyzuji díl Geometrie.

Učebnice obsahuje v úvodu úlohu či několik úloh, které vedou k objevení různých geometrických vlastností a vztahů. Bezprostředně za těmito úlohami následuje modrý rámeček, který je nadepsán Co *jsme objevili*?, a který shrnuje objevené vlastnosti a vztahy. Další rámeček, který provází žáka celou učebnicí, má oranžovou barvu, a je nadepsán *Slovníček*. V tomto rámečku jsou vysvětleny základní pojmy, které souvisí s právě objevenou vlastností či vztahem. Na konci každé kapitoly jsou přehledně shrnuty hlavní myšlenky z celé kapitoly a učivo, které by si žáci měli osvojit. Najdeme ho pod označením C*o musíme vědět*. Za tímto rámečkem následuje část, která je označena jako *Zkouška znalostí*, kde žáci mohou otestovat, co se naučili.

V okrajích stránek jsou místy uvedeny otázky, které tematicky přesahují rámec matematiky. Autoři se takto zřejmě snaží propojit vzdělávací obsahy různých oborů a naplňovat některá průřezová témata[30]. Na obr. 7 uvádím ilustrační příklad takové otázky.

Obrázek 7: Otázky přesahující rámec matematiky (str. 57)

[30] Více viz (MŠMT, 2013).

Dále učebnice obsahuje celou řadu symbolů, které napovídají, jaký bude styl práce. Např. obrázek oka znamená *pozorování*, obrázek brýlí znamená *zamysli se*, žárovka znamená *vysvětlení* a pavučinka znamená *hledání souvislostí*.

3.2.1.2 Kapitoly a úlohy

Do učebnice (Binterová, Fuchs, Tlustý, 2007) autoři zařadili čtyřúhelníky následovně [31]:

- Mnohoúhelníky a hranoly
  - Čemu říkáme čtyřúhelníky?
  - Jak spočítáme obsah čtverce a obdélníku.
  - Co musíme vědět.
  - Zkouška znalostí.
- A ještě něco navíc
  - Geometrické útvary.
  - Shodnost.

Na začátku podkapitoly *Čemu říkáme čtyřúhelníky?* se vyskytuje úvodní úloha, která velmi nenásilně zavádí (resp. opakuje) pojem čtyřúhelník a vytváří půdu pro objevení vlastnosti součtu vnitřních úhlů ve čtyřúhelnících (úloha 1.1 str. 56).

➢ Na obrázku jsou narýsovány dva trojúhelníky ABC a RST. Platí, že $|BC| = |RS|$. Přeneste trojúhelník ABC tak, aby strana RS splývala se stranou BC a bod A neležel uvnitř trojúhelníku RST.
Pozorujte obrázek, který vznikl. Pojmenujte geometrický útvar $ABCT$.
Jaký je součet úhlů v trojúhelníku ABC? Jaký je součet úhlů v trojúhelníku RST? Zdůvodněte.

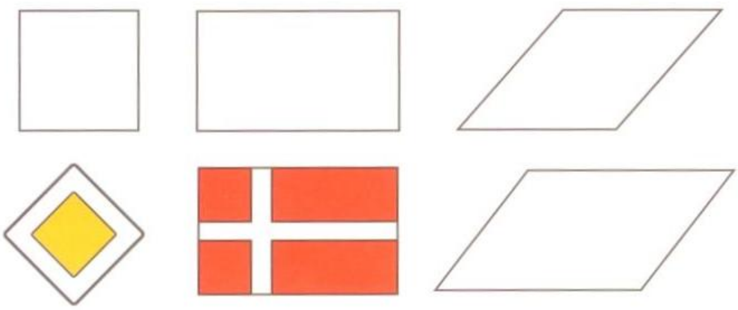
Otázek k úloze 1.1 je mnoho, což může žáky v první chvíli demotivovat, ale pokud se postupuje systematicky a postupně, je možné nechuť žáků částečně odstranit. Kladem této úlohy je dle mého názoru možnost vlastní manipulace s útvary (s trojúhelníky) a také to, že žáci mohou na vlastní oči vidět důvod skutečnosti, že součet všech vnitřních úhlů ve čtyřúhelníku je roven $360°$.

---

[31] Uvádím pouze kapitoly a podkapitoly týkající se tématu čtyřúhelníky.

Za úlohou 1.1 následuje modrý rámeček *Co jsme objevili?,* ve kterém je zobrazen podobný náčrtek vzniklého útvaru z úlohy 1.1 a také jsou v něm uvedeny odpovědi na některé otázky ze zadání úlohy 1.1. Skutečnost, že je řešení úlohy 1.1 uvedeno těsně za samotnou úlohou, vidím jako nevýhodu. Někteří žáci se ani nepokusí o řešení. Tento nedostatek se dá vhodnou prací učitele s touto úlohou odstranit. Např. tak, že si učitel připraví úlohu i s náčrtkem obou trojúhelníků na pracovní list a úlohu uvede samostatně s použitím zpětného projektoru, dataprojektorem či interaktivní tabule.

V další části této podkapitoly (str. 57) je zaveden pojem kosočtverec, jako „kosý čtverec“, a pojem kosodélník, jako „zkosený obdélník“. Úkolem žáků je pozorovat uvedené rovnoběžníky a všímat si vždy obou dvojic rovnoběžných stran. Všechny útvary jsou ilustrovány na náčrtcích (obr. 8). Velmi kladně hodnotím, že je čtverec i obdélník zobrazen v kontextu běžného života (dopravní značka hlavní silnice a státní vlajka Dánska) a navíc je čtverec zobrazen v nestandardní poloze, je „postaven“ na jednom ze svých vrcholů.



Obrázek 8: Náčrtky útvarů (str. 57)

Ostatní úlohy se téměř neodlišují od předchozí učebnice. Žáci mají z útvarů na obrázcích zjišťovat délky stran, velikosti úhlů, porovnávat velikosti úhlopříček a úhel, který úhlopříčky svírají. Jedinou odlišností je, že mají žáci v úloze 1.7 na str. 58 sami doplnit tabulku vlastností čtverce, obdélníku, kosočtverce a kosodélníku na základě předchozích pozorování (učebnice odkazuje na pracovní sešit). Tabulka je zobrazena na obr. 9.

Vlastnosti	Čtverec	Obdélník	Kosočtverec	Kosodélník
strany				
úhlopříčky				
vnitřní úhly				

Obrázek 9: Tabulka k doplnění (str. 58)

V kapitole *A ještě něco navíc* v části *Geometrické útvary* jsou žákům předloženy úlohy problémového charakteru. I přesto, že se částečně týkají obsahu čtyřúhelníků, udělám výjimku a uvedu zde v přesném znění jednu z nich. Úloha 7 ze str. 76 zní:

- Narýsuj čtverec o straně 10 cm. Najdi středy jeho stran a spoj je. Vznikne menší čtverec. Opět najdi středy jeho stran a spoj je. Jak dlouhá je strana nejmenšího čtverečku? Jaké jsou vzájemné vztahy mezi plochami takto vzniklých čtverců?

Úloha se snaží žáky přimět k hledání závislostí a vztahů mezi obsahy čtverců, které žáci sami zkonstruovali. Konstrukce čtverce a hledání středu úsečky je zde pouze prostředkem k dosažení jiného cíle. Úloha žákům ukazuje konkrétní využití těchto znalostí. Stranu prostředního čtverce ještě žáci 6. ročníku neumějí spočítat (Pythagorova věta, 8. ročník), ale přesto umí jistou manipulací (skládáním „přebytečných“ dílků k sobě) rozhodnout o vztahu obsahu tohoto čtverce k původnímu, i k nejmenšímu čtverci.

3.2.2 Binterová, Fuchs, Tlustý, 2008

3.2.2.1 Obecná charakteristika

Učebnice pro 7. ročník ZŠ je též rozdělena na dva díly totožných názvů jako v učebnici pro 6. ročník ZŠ. Autoři učebnice dodrželi i v tomto díle obecné charakteristiky[32] uvedené v kapitole 3.2.1.1.

3.2.2.2 Kapitoly a úlohy

V učebnici nakladatelství Fraus pro 7. ročník je téma čtyřúhelníků zařazeno takto:

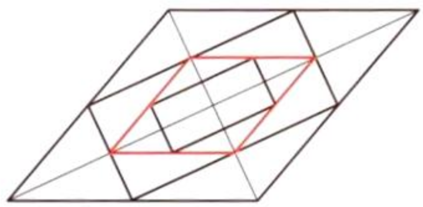
- Mnohoúhelníky
    - Co je to čtyřúhelník? Jaké má vlastnosti?

[32] Obecnými charakteristikami jsou myšleny názvy rámečků, uspořádání úloh atd.

- Pojďme si hrát s rovnoběžkami
    - Rovnoběžník
    - Lichoběžník
- Obvod a obsah rovnoběžníku
- Obvod a obsah lichoběžníku

V kapitole *Mnohoúhelníky* v části *Co je to čtyřúhelník? Jaké má vlastnosti?* jsou úlohy k připomenutí a zopakování vlastností některých čtyřúhelníků (čtverec, obdélník, kosočtverec, kosodélník) z minulého ročníku. První dvě úvodní úlohy jsou si podobné a jsou obě označeny značkou, která odkazuje na vypracování v pracovním sešitě. Uvádím zde úlohu 1.2 ze str. 48 v přesném znění:

- Kolik kosočtverců je na obrázku (náčrtek v učebnici ilustruje obr. 10)? Kolik je tam kosodélníků? Najdete obdélník? Určete velikost strany červeného kosočtverce. Narýsujte tento obrázek do pracovního sešitu. Narýsujte kružnici opsanou oběma obdélníkům. Napište, jak budete postupovat.



Obrázek 10: Náčrtek, součást úlohy (str. 48)

Úloha obsahuje opět velmi mnoho otázek, které jsou zhuštěné do jednoho odstavce. Otázky by mohly být opticky rozděleny, aby se žáci, zvláště ti se specifickými poruchami učení[33], v textu lépe vyznali. Jinak jsou otázky položeny tak, aby žáky nutily přemýšlet nad vlastnostmi útvarů při jejich hledání v obrazci, což hodnotím kladně. Pokud si žáci přečtou nejdříve všechny otázky v úloze 1.1, budou zřejmě moci bez přemýšlení odpovědět na otázku: „Najdete obdélník?“. V další otázce se píše: „Narýsujte kružnici opsanou oběma obdélníkům.“, je tedy jasné, že obdélník se v náčrtku nachází, a to hned dvakrát. Velkou výhodou je, že jsou v náčrtku oba

[33] „Heterogenní skupina poruch, které se projevují obtížemi při nabývání a užívání dovedností, jako je mluvení, porozumění mluvené řeči, čtení (dyslexie), psaní (dysgrafie, dysortografie), matematické usuzování (dyskalkulie), dále poruchy soustředění aj.“ (Průcha, Walterová, Mareš, 2003, str. 224)

obdélníky zobrazeny v nestandardní poloze. Některým žákům by mohlo i po přečtení „nápovědy“, že jsou v náčrtku dva, dělat problém tyto obdélníky uvidět.

Další úlohy v této části učebnice se též věnují opakování např. vlastností úhlopříček ve čtverci, obdélníku, kosodélníku a kosočtverci, dále vztahům mezi délkami stran těchto čtyřúhelníků i mezi velikostmi vnitřních úhlů. Již se zde objevuje souhrnný název **rovnoběžníky** pro výše jmenované čtyřúhelníky, a učebnice též upozorňuje (úlohou 1.4 na str. 48) na rozdíl mezi konvexním a nekonvexním útvarem. Žáci mají z načrtnutých útvarů odvodit, která vlastnost odlišuje dva vybrané útvary od těch ostatních.

V další části učebnice je rozšířen pojem střední příčka i těžiště na rovnoběžník a objevují se zde i konstrukční úlohy týkající se rovnoběžníků.

V následující podkapitole *Pojďme si hrát s rovnoběžkami* v části *Rovnoběžník* autoři učebnice vhodným výběrem úloh zavádí pojem výška rovnoběžníku. Z této části uvádím jednu úlohu, která má souvislost s reálným životem. Jedná se o úlohu 2.4 na str. 52, která je ilustrovaná fotografií na obr. 11.

- Prostor pod zkosenou střechou v podkroví nebo pod schody do patra můžeme zaplnit vestavěnými skříněmi. Na obrázku vidíte dveře takové skříně ozdobené šedým[34] pásem ve tvaru kosodélníku.
  Jak vysoký je tento pás? Jak bychom mohli změřit jeho výšku? Nakreslete schematický náčrtek dveří skříně při pohledu zepředu. Znázorněte výšku dveří a výšku šedého kosodélníku.

Obrázek 11: Fotografie reálné situace k úloze 2.4 (str. 52)

[34] Učebnice uvádí šedou barvu ozdobného pásu, na obrázku v této práci vypadá barva ozdobného pásu spíše jako hnědá. Tato skutečnost je zřejmě způsobena zkreslením při scanování obrázku.

Tato úloha dle mého názoru dobře propojuje vlastnosti útvaru rovnoběžník s vlastností útvaru lichoběžník. Dveře skříně jsou ve tvaru lichoběžníku a ozdoba na nich ve tvaru rovnoběžníku. Žák má za úkol načrtnout schéma dveří a vyznačit výšku u obou těchto útvarů.

Další úloha, kterou jsem vybrala, je velmi podobná úloze 1.7 ze str. 58 předchozího dílu učebnice. (Binterová, Fuchs, Tlustý, 2007). Žáci mají opět za úkol porovnat údaje daných rovnoběžníků a zapsat je do tabulky. První sledovaný údaj je stejný jako v předchozím díle učebnice (úhlopříčky), ale další údaje se liší. Pro porovnání uvádím tabulku na obr. 12.

	Čtverec	Obdélník	Kosočtverec	Kosodélník
úhlopříčky				
střední příčky				
výšky	se sobě rovnají			

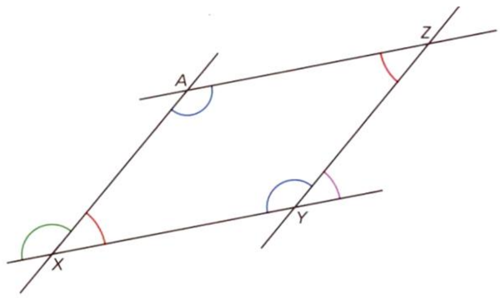
Obrázek 12: Tabulka k porovnání (str. 55)

V tomto díle učebnice nakladatelství Fraus se opět objevuje provázanost s dalšími předměty, jednak v článku z Lidových novin, který je uveden na straně 53 a doplněn otázkami, které nejsou pouze matematické, ale jsou provázány s předměty: zeměpis, český jazyk a jazykověda obecně, a rovněž úlohou 2.7 na str. 56, která je tentokrát provázána s fyzikou. Jedná se o úlohu, ve které je znázorněno skládání různoběžných sil. Žáci mají za úkol narýsovat rovnoběžník sil, který splňuje zadaná kritéria.

Další úloha, která se odlišuje od úloh tohoto typu v předchozí řadě učebnic, je zaměřená na objevení vztahů platných pro vnitřní úhly rovnoběžníku. Jedná se o úlohu 2.8 na str. 56 (náčrtek k úloze ze str. 56 je uveden na obr. 13).

- Vypočítejte velikost ostatních barevně vyznačených úhlů na následujícím obrázku rovnoběžníku, když víte, že $|\angle AXY| = 35°$. Stačí vám tento údaj?
    - Označte úhly vedlejší, vrcholové, souhlasné a střídavé. Je na obrázku přímý úhel? Jestliže ano, vyznačte ho.

- Shrňte vlastnosti, které mají vnitřní úhly v rovnoběžnících, a zpracujte je do přehledné tabulky do pracovního sešitu.



Obrázek 13: Náčrtek situace k úloze 2.8 (str. 56)

V této úloze kladně hodnotím zmínku o vedlejších, vrcholových, souhlasných a střídavých úhlech. Žáci opět mohou získat pocit, že vědomosti, které získali v jinou dobu a v jiném kontextu, jsou využitelné i jako prostředek k získání poznatku nového. Shrnutí vlastností a zapsání do tabulky považuji za opakování z minulého dílu učebnice.

Poslední část podkapitoly *Pojďme si hrát s rovnoběžkami* zavádí pojem lichoběžník. V úloze 2.11 lichoběžník vznikne protnutím dvou rovnoběžek dvěma různoběžkami (obdobný postup byl uveden v případě obdélníku a kosodélníku). Žákům tato úloha nepředkládá lichoběžník jako hotový útvar, který „spadl z nebe“, ale jako útvar, který vznikl manipulací s rovnoběžkami a různoběžkami, což žákům umožňuje již od začátku vnímat některé vlastnosti tohoto útvaru.

Úloha 2.14 na str. 59 ukazuje, kde všude je možné najít reprezentanty lichoběžníku v běžném životě. Ilustrace je uvedena na obr. 14.

- Pozorujte obrázky a řekněte, v čem se vyznačené lichoběžníky liší a v čem se shodují. Které typy lichoběžníků jsou zakresleny do tvarů předmětů na obrázcích.

Obrázek 14: Obrázky k úloze 2.14 (str. 59)

Další úloha mě zaujala, jelikož se jedná o praktický úkol. Úlohu označenou kladívkem na str. 60 uvádím v plném znění:

- Vystřihněte obdélník z papíru[35].
    - Jedním střihnutím vytvořte pravoúhlý lichoběžník a trojúhelník.
    - Jedním stříhnutím vytvořte dva lichoběžníky.
    - Dvěma stříhnutími vytvořte tři lichoběžníky. Jsou pravoúhlé?
    - Kolika stříhnutími vytvoříte dva lichoběžníky a trojúhelník?

  Vzniklé mnohoúhelníky popisujte. Určete jejich vlastnosti a rozhodněte, kolik řešení úloha má.

Žáci mají možnost na moment nechat na lavici ležet pravítka a kružítka, vzít do ruky nůžky a zkoušet. Vlastní manipulace žáků s konkrétními útvary, na které si mohou sáhnout, je určitě vítanou změnou, jak pro učitele, tak pro žáky. Další velkou výhodou tohoto úkolu je, že pokud žák udělá chybu, je možné ji napravit a dokonce zdůvodnit, proč není možné postupovat tak, jak daný žák postupoval. Je vidět hmatatelný výsledek práce žáků, ať už chybný, či správný. Další přínos vidím v diskuzi o možném počtu řešení, další možnost, jak rozvíjet klíčovou kompetenci komunikativní. Při vyvozování vlastností vnitřních úhlů lichoběžníku jsou žáci opět navedeni, aby využili znalostí úhlů vrcholových, vedlejších, souhlasných a střídavých.

Zcela na konci podkapitoly Lichoběžník se vyskytuje zmínka o osově souměrném konvexním čtyřúhelníku, který nemá žádné dvě strany rovnoběžné; o deltoidu. Deltoid je zmíněn v souvislosti s papírovým drakem, tedy v souvislosti s běžným životem žáků.

3.3 Shrnutí

Jsem si vědoma, že čtyři učebnice od dvou nakladatelství zdaleka nejsou dostatečným reprezentativním vzorkem; cílem práce však není srovnávat jednotlivé učebnice mezi sebou, ale uvést ukázky různých způsobů zavedení základních pojmů tématu čtyřúhelníky a také ukázky úloh, se kterými mohou učitelé pracovat, resp. se kterými se mohou žáci ve vyučovacích hodinách setkat.

[35] Úloha není uvedena kompletní. Jeden z úkolů je vynechán, jelikož nesouvisí s tématem této diplomové práce.

Obě řady učebnic obsahují úlohy, se kterými učitel může vhodně pracovat a používat je podnětně. V učebnici nakladatelství Fraus vidím pozitivum v častém zařazování úloh i otázek, které tematicky přesahují rámec matematiky a týkají se reálného života žáků. Dle mého názoru je to jedna z možností, jak dát žákům odpověď na věčnou otázku: „A k čemu mi to bude?“ Učebnice nakladatelství Prometheus také nabízí vhodné úlohy, které je možné podnětně využít, a obsahuje více úloh na procvičení daného tématu, i když ne vždy ve zcela vhodné formě.

4 EXPERIMENT

4.1 Úvod

4.1.1 Volba obsahu učiva

Velmi dlouho jsem vybírala obsah učiva, který bych ráda zpracovala jako didaktickou situaci. Nakonec jsem zvolila třídění čtyřúhelníků podle jejich vybraných vlastností. Dle mého názoru řada učitelů a možná i žáků vnímá tuto látku jako velmi jednoduchou, a proto je možné, že se učitelé nesnaží o nový náhled na celou situaci a novou realizaci vyučování tomuto tématu.

Čtyřúhelníky jsou útvary, které nás v každodenním životě obklopují. Dalo by se říci, že žijeme ve světě obdélníků. Kamkoliv se podíváte, minimálně jeden vždy najdete. Proto by třídění čtyřúhelníků na základě jejich vybraných vlastností mohlo být intuitivní.

Zavést pojmy jako lichoběžník, rovnoběžník (kosočtverec, kosodélník) můžeme velmi jednoduše a pohodlně pouhou reprodukcí vlastností (poznatků), které jednotlivé útvary od sebe odlišují. Ovšem když se zamyslím nad tím, že žák nemá zcela osvojené základní pojmy jako rovnoběžnost, protilehlé a sousední strany, vnitřní úhly atd., mohla by pro něj pouhá charakteristika vlastností jednotlivých čtyřúhelníků znamenat nutnost naučit se jejich názvy a vlastnosti k nim náležející zpaměti. Je potom takový vyučovací proces efektivní? Dochází k hlubšímu porozumění? Je opravdu učení se zpaměti nutné? Stála jsem tedy před úkolem pokusit se na téma třídění čtyřúhelníků podívat jinak a zkusit si tak odpovědět na výše uvedené otázky. Proto jsem si vybrala právě tento obsah učiva.

4.1.2 Volba TDS

Z vlastní zkušenosti vím, že žáci si mnohdy pod pojmem mít znalosti, umět, představují učení se nazpaměť, memorování. Pokud se žák učí nazpaměť soubor pouček a postupů, chybí mu jakákoliv logická provázanost jeho znalostí (pokud je tak vůbec můžeme nazvat), které tak postrádají jakoukoliv praktickou využitelnost. Člověk, který projde vzdělávacím systémem, by měl být připraven na řešení každodenních životních situací zahrnujících velké množství aspektů, které by člověk měl umět logicky zohlednit. Právě matematika by měla člověka naučit schopnosti logicky myslet, systematizovat, kategorizovat dle kritérií, analyzovat, dedukovat, vyvozovat, odhadovat, pracovat s daty a vyhodnocovat je, argumentovat a mnoho dalších.

Dle mého názoru právě TDS může všechny tyto dovednosti u žáků rozvíjet a zároveň může budovat faktické matematické vědomosti, které jsou zakotveny v kurikulárních dokumentech ČR. Dalším důvodem, proč jsem si vybrala využití TDS pro svou diplomovou práci, je pro mě nový pohled na vyučovací proces, který tato teorie přináší, nové možnosti, jak s žáky pracovat efektivněji, aby získali plnohodnotné vědomosti a aby byli sami zodpovědní za získávání vlastních poznatků a vědomostí.

4.1.3 Cíl experimentu

Cílem experimentu bylo vyzkoušet jinou formu práce s žáky, sledovat, jak bude přijata ze strany žáků, zda je možné zařadit výuku dle TDS do vyučování geometrie v českém prostředí, zda takové vyučování bude efektivní a pro žáky přijatelné. Chtěla jsem také zjistit, zda žáci dokážou pracovat určitou dobu bez dodatečného vysvětlování, zda dokážou sami pochopit zadání úkolů a dle zadání pracovat a jestli se smíří s faktem, že průběžná kontrola výsledků prováděná učitelem není možná.

4.2 Příprava experimentu

4.2.1 Volba organizace výukových jednotek

Výukové jednotky mohou být organizovány různě, ale vždy musí splňovat veškeré požadavky, které na ně TDS klade.

Jednou z možností je výukovou jednotku organizovat jako určitou formu hry, kterou učitel přináší do třídy s jasným cílem a s předem důkladně promyšlenými pravidly. Hra je velmi úzce spjata s daným obsahem učiva, kterému se potřebuje učitel momentálně věnovat.

Cílem žáků by mělo být vítězství ve hře, což je u soutěživých žáků, či žáků zaměřených na výkon velmi silnou motivací (učiteli odpadá problém s motivací žáků). Právě k vítězství ve hře potřebují žáci objevit tzv. vítěznou strategii, po jejíž aplikaci mají jistotu, že zvítězí. V této fázi, při objevování vítězné strategie, je žádoucí diskuze mezi žáky v dané skupině o zadaném problému, vymýšlení a zkoušení různých taktických tahů a kliček, které by vedly k vítězství. Učitel v této fázi stojí v pozadí, sleduje dění ve třídě a zatím do něj výrazně nezasahuje.

V další fázi hodiny by měla následovat diskuze mezi všemi žáky ve třídě, jejíž hlavním cílem by měla být formulace a obhajoba vlastních argumentů pro „objevenou" vítěznou strategii. Spolužáci by si mezi sebou sami měli vyvracet či potvrzovat své hypotézy týkající se objevených strategií. Učitel zatím stále nezasahuje.

Učitel vstupuje znovu na scénu případně s obměněnou verzí hry, která většinou žákům napovídá jistou spojitost s matematickým obsahem. Žáci mají za úkol opět promyslet a objevit vítěznou strategii u obměněné hry a řešit další úkoly, které jsou úzce spojeny s již objeveným. Úplně nakonec učitel spolu s žáky shrne všechny nabyté poznatky a doplní teoretické poznatky či pojmy a pojmenování, se kterými žáci téměř nevědomky pracovali, ale nemohli je správně využívat.

Výuková jednotka dané didaktické situace může být organizována i jinak, např. jako sled pracovních úkolů. Brousseau (2001) tuto metodu skupinově organizované práce nazývá **matematická rallye**. Průběh výukové jednotky s využitím této metody práce se mnoho neliší od pojetí výukové jednotky jako hry, ale má určité specifické odlišnosti. Žáci na základě řešení problémových úloh v sérii pracovních úkolů na různých stanovištích odhalují některé vlastnosti zkoumaných matematických objektů. Tyto úkoly problémového charakteru učitel vytváří proto, aby žákům poskytl vhodné prostředí pro získávání zkušeností s nově objevovanými poznatky daného obsahu v různých kontextech. (Růžičková, Novotná, 2011; Růžičková, 2012)

K řešení těchto problémových úloh žáci využívají své dosavadní vědomosti. Učitel představí žákům problémové úlohy bez jakéhokoliv uvedení nového obsahového celku, kterému se chce věnovat. I v tomto případě je zodpovědnost za získávání nových poznatků přenesena na žáky, což je hlavní podstatou TDS.

Úkolem učitele tedy zůstává velmi pečlivá příprava hodiny (pravidel hry, problémových úloh atd.) dle požadavků a pravidel TDS a konečné zařazení nově nabytých poznatků do struktury dosavadních vědomostí žáků. Jen tak je možné, aby se z nových poznatků staly vědomosti.

Pro svůj experiment jsem zvolila kombinaci obou typů organizace práce ve výukové jednotce. V prvních dvou vyučovacích hodinách jsem využila metodu skupinově organizované práce, matematickou rallye. Na třetí vyučovací hodinu jsem pro žáky připravila hru.

4.2.2 Popis úloh pracovních listů a jejich rozbor z hlediska účelu

Pro první část experimentu jsem připravila sérii 4 pracovních listů s úlohami, které zde uvádím. Tvořením a využíváním vhodných řešitelských strategií u zadaných úkolů z těchto pracovních listů si žáci připomínají a identifikují některé charakteristické vlastnosti čtyřúhelníků, na jejichž základě je mohou následně i třídit. U každé úlohy jednotlivých pracovních listů tyto vlastnosti a vztahy popisuji. Hypotézy k červenému pracovnímu listu uvádím společně s hypotézami ke žlutému pracovnímu, jelikož mají shodná zadání.

Záměrně při zadávání úkolů nepoužívám matematickou terminologii (lichoběžník, kosodélník, kosočtverec). O potřebě používání terminologie by měli žáci diskutovat v závěrečné hodině experimentu.

4.2.2.1 Pracovní list modrý

Modrý pracovní list je nazván *Načrtni dlaždici* (příloha B). Tvoří ho části a) až g). Zadání úkolu uvádím v plném znění:

Pan Novák vlastní firmu na výrobu dlaždic. Chce být originální a prodávat dlaždice různých tvarů. Bohužel již zapomněl, jak se jednotlivé útvary jmenují, a proto je na webovou stránku svého obchodu popisuje pomocí jejich vlastností. Ví pouze, že všechny dlaždice musí být čtyřúhelníky, aby se daly pomocí šablony vyrobit. Tvým úkolem bude panu Novákovi pomoci vyhotovit náčrtek takové dlaždice na přiložený čtverečkovaný papír.

- *Označ vrcholy dlaždice velkými písmeny abecedy.*
- *Skrývá se pod každým popisem pouze jediný možný tvar dlaždice?*
- *Pokud existuje více takových různých dlaždic, načrtni alespoň 3.*

Při tvorbě úkolu tohoto pracovního listu jsem se inspirovala v publikacích (Odvárko, Kadleček, 2004, str. 38; Hejný, Jirotková, 2010, str. 64).

V jednotlivých částech úkolu a) až g) jsou uvedeny vlastnosti dané „dlaždice“, kterou mají žáci načrtnout. Do popisů „dlaždic“ jsem zařadila následující vlastnosti v různých kombinacích: právě dvě dvojice rovnoběžných stran, jedna dvojice rovnoběžných stran, kolmost úhlopříček, stejná délka úhlopříček, vzájemné půlení úhlopříček, kolmost úhlopříček na jednu ze stran, různý počet vnitřních úhlů, které jsou pravé a různý počet stejně dlouhých stran (2 nebo všechny).

V tomto pracovním listě jsou všechny části kromě jedné specifické tím, že mají více než jedno řešení. „Dlaždice“ se totiž mohou velikostně jakkoliv lišit, je pouze zadáno, že musí splňovat uvedené vlastnosti. V některých případech se „dlaždice“ liší i tvarově, nikoliv pouze velikostí stran. Pro ilustraci uvádím úkol a).

Načrtni dlaždici, která:

- *má **právě dvě dvojice** rovnoběžných stran, její úhlopříčky jsou k sobě kolmé.*

Řešením může být čtverec, ale i kosočtverec. Záměrně v zadání celého úkolu uvádím, aby žáci načrtli alespoň 3 takové „dlaždice“, domnívám se, že je to donutí přemýšlet nad dalším tvarem. Pokud další nenajdou, pravděpodobně začnou uvažovat nad jinou velikostí stejného čtyřúhelníku. Samozřejmě se může stát, že najdou pouze čtverec a zakreslí 3 čtverce, pokaždé s jinou velikostí strany.

Záměrně též zařazuji úlohu d), která nemá žádné řešení. Zadání úkolu uvádím v přesném znění.

Načrtni dlaždici, která:

- *má **dvě dvojice** rovnoběžných stran, má všechny strany stejně dlouhé, všechny vnitřní úhly jsou pravé, úhlopříčky k sobě nejsou kolmé.*

Žáci musí propojit veškeré vlastnosti dohromady. Mohou například postupovat vyřazovací metodou. Čtyřúhelník, který má dvě dvojice rovnoběžných stran a všechny strany stejně dlouhé může být čtverec, nebo kosočtverec (zatím nepoužívají tuto terminologii, mohou si útvary črtat). Pouze čtverec má však všechny vnitřní úhly pravé, ale jeho úhlopříčky jsou k sobě kolmé, tudíž ani čtverec nesplňuje poslední uvedenou vlastnost. Žádný jiný čtyřúhelník, který by vyhovoval zadání, neexistuje.

4.2.2.1.1 Stanovení hypotéz – pracovní list modrý

- Žáci se seznámí s vhodnými formulacemi vybraných vlastností čtyřúhelníků.
- Žáci získají představu o možných podobách čtyřúhelníků zadaných vlastností.
- Žáci načrtnou čtyřúhelník dle zadaných vlastností a též ověří, zda jsou pro něj splněny.
- Žáci objeví vlastnost, že čtyřúhelník, který má dvě dvojice rovnoběžných stran a všechny strany stejně dlouhé, musí mít k sobě kolmé úhlopříčky.
- Žáci odhalí, že čtyřúhelník, který má k sobě kolmé úhlopříčky, nemusí být vždy čtverec. Může se jednat o lichoběžník, kosočtverec[36].
- Při zadané kolmosti úhlopříček v útvaru se žáci pokusí těmito úhlopříčkami začít.

4.2.2.2 Pracovní list zelený

Zelený pracovní list je potištěn z obou stran a nese název *Unesená princezna* (příloha C1 a C2). Obsahuje celkem dvě úlohy, které mají společné zadání. V textu zadání úlohy se objevuje odkaz na obrázek[37], který je v případě úlohy a) uveden v příloze C1 a v případě úlohy b) v příloze C2.

Princeznu unesl drak do své chýše. Tvé družstvo se ji chystá zachránit. Draka jste přemohli, teď je ještě potřeba vyluštit hádanky vychytralého draka. Na každých dveřích se nachází zvláštní obrazec a legenda. Tvým úkolem bude vyřešit všechny drakovy úkoly, abys princeznu vysvobodil.

a) Na stranách čtverce $A_1B_1C_1D_1$ jsou dány body E_1, F_1, G_1, H_1, I_1 a *J_1, dle obrázku. Najdi **všechny** útvary, které mají vrcholy **pouze** v uvedených bodech a mají následující vlastnost:*

- *Jsou to čtyřúhelníky a mají **pouze jednu dvojici** rovnoběžných stran. Zbylé dvě strany jsou různoběžné.*

Všechny nalezené útvary zapiš pomocí písmen vedle obrázku. Do obrázku můžeš črtat.

[36] Žáci stále nepoužívají tuto terminologii, jen útvary črtají.
[37] Veškeré obrázky v pracovních listech byly vytvořeny v programu GeoGebra.

b) *Na stranách obdélníku $PQRS$ jsou dány body T, U, V, W, X, Y a Z podle obrázku. Najdi* ***všechny*** *útvary, které mají vrcholy* ***pouze*** *v uvedených bodech a mají následující vlastnost:*

- *Jsou to čtyřúhelníky, mají dvě dvojice rovnoběžných stran a jejich úhlopříčky k sobě* ***nejsou*** *kolmé.*

Všechny nalezené útvary zapiš pomocí písmen vedle obrázku. Do obrázku můžeš črtat.

Při tvorbě této úlohy jsem se inspirovala jednou z úloh *Nestandardní poloha nebo nestandardní útvar* z publikace (Hejný, Kuřina, 2001, str. 164).

V této úloze je úkolem žáků v daném čtverci, resp. obdélníku, najít všechny lichoběžníky, resp. všechny kosodélníky a obdélníky, které mají vrcholy pouze v dalších zadaných bodech. Žákům opět záměrně nepředkládám matematickou terminologii (lichoběžník, kosodélník), snažila jsem se pouze popsat čtyřúhelníky dle jejich vlastností. V první řadě si žáci musí uvědomit vlastnost samotného čtverce, resp. obdélníku, ve kterém mají zadané čtyřúhelníky hledat, a také musí zohledit polohu již zadaných bodů. Pro lepší orientaci byl čtverec, resp. obdélník umístěn do čtvercové sítě a byl zobrazen ve standardní poloze. Dalším důležitým faktorem pro nalezení opravdu všech možností bylo vytvoření systému hledání daných útvarů.

4.2.2.2.1 Stanovení hypotéz – pracovní list zelený

- Žáci si připomenou základní vlastnosti čtverce a obdélníku a vezmou je při hledání čtyřúhelníků daných vlastností v úvahu.
- Žáci zohlední polohu bodů, resp. délku jednotlivých úseček, při hledání čtyřúhelníku požadovaných vlastností.
- Žáci vytvoří vlastní systém, pomocí něhož naleznou většinu popsaných tvarů, ale přesto nenaleznou všechny čtyřúhelníky, které odpovídají dané vlastnosti.
- Žáci bez problémů naleznou i ty lichoběžníky, jejichž základny neleží nad sebou a jejichž dolní základna je kratší než horní.

4.2.2.3 Pracovní list červený a žlutý

Červený pracovní list byl pojmenován *Počítač se zbláznil*, stejně tak jako žlutý pracovní list. To je důvodem barevného rozlišení všech pracovních listů.

Pracovní list se skládá celkem z 5 samostatných listů. Na prvním listě se nachází zadání (příloha D1), na následujících třech listech se nachází obrázky útvarů (příloha D2, D3, D4) a na posledním listě je tabulka, do které mají žáci zaznamenávat svá „povedená" i „nepovedená" řešení (příloha D5).

Zadání úkolu červeného pracovního listu uvádím v plném znění:

Počítač rozdělil soubor útvarů (čtyřúhelníků) vždy na nějaké skupiny (pokaždé na jiné). Opravit se může pouze tak, že se na řádek napíše správné kritérium, dle kterého počítač rozděloval. Tvým úkolem je zjistit, na základě jakého kritéria (vlastnosti) byly útvary rozděleny do skupin tak, jak vidíš na obrázku. Můžeš používat ***pravítko, kružítko i úhloměr****.* ***Všechna*** *navržená kritéria zapisuj do tabulky. Pokud zjistíš, že navržené kritérium není správné, uveď důvod selhání kritéria do třetího sloupečku tabulky. Pokud najdeš kritérium, které neselhává, je tedy to správné hledané, zapiš ho též na řádek nad obrázkem.*

Při tvorbě tohoto úkolu jsem se nechala inspirovat úlohou z publikace (Hejný, Kuřina, 2001, str. 166). Žáci mohou používat veškeré dostupné pomůcky, které využívají i ve standardních[38] hodinách geometrie (pravítko s ryskou, kružítko i úhloměr).

Účelem této úlohy bylo, aby si žáci všimli různých vlastností, které útvary mají a spontánně je ověřovali, aby objevovali u čtyřúhelníků jedné skupiny stejné vlastnosti, které je odlišují od druhé (resp. třetí) skupiny čtyřúhelníků. Vybírala jsem vlastnosti, podle kterých je možné následně čtyřúhelníky třídit a pojmenovat je (např. podle rovnoběžnosti stran na rovnoběžníky, lichoběžníky, obecné čtyřúhelníky).

V první části úkolu (příloha D2) měli za úkol žáci objevit, že jsou čtyřúhelníky rozděleny dle velkosti (délky) stran. V první skupině (útvary 1-4) jsou útvary, které mají všechny strany stejně dlouhé. Záměrně oba čtverce zobrazuji v nestandardní poloze, aby žáci museli vlastnost ověřovat, jelikož není viditelná na první pohled. Zároveň jsem

[38] Myšleno hodiny běžného vyučování bez využití metod TDS.

chtěla, aby si žáci všimli, že nejen čtverec, resp. obdélník, je útvarem, který má všechny strany stejně dlouhé, resp. dvě dvojice stran stejné délky. V druhé skupině (útvary 5-9) jsou čtyřúhelníky, které mají dvojici stran stejné délky. Opět pro žáky známý útvar zobrazuji v nestandardní poloze. V poslední skupině (útvary 10-15) se nacházejí čtyřúhelníky, které nemají ani jednu dvojici stran stejné délky.

V druhé části úkolu (příloha D3) bylo úkolem žáků objevit, že společnou vlastností čtyřúhelníků v první skupině (útvary 16-20) je, že alespoň jeden vnitřní úhel daného čtyřúhelníku je pravý, kdežto ve druhé skupině (útvary 21-28) jsou čtyřúhelníky, jejichž všechny vnitřní úhly jsou různé od 90°.

V poslední části úkolu (příloha D4) z červeného pracovního listu jsou čtyřúhelníky rozděleny na základě rovnoběžnosti jejich stran. V první skupině (útvary 29-31) jsou umístěny čtyřúhelníky, které nemají ani jednu dvojici rovnoběžných stran (žádné dvě strany nejsou rovnoběžné). V druhé skupině (útvary 32-38) se nacházejí čtyřúhelníky, které mají dvě dvojice rovnoběžných stran a v poslední skupině (útvary 39-41) útvary, které mají pouze jednu dvojici rovnoběžných stran.

Čtyřúhelníky z úkolů v červeném pracovním listě záměrně označuji čísly, abych zamezila používání pro žáky zatím neznámé matematické terminologie. V druhé a třetí části úkolu však s číslováním nezačínám znovu od 1, ale pokračuji v číselné řadě z první části (z důvodu lepší orientace v závěrečné tabulce).

Žlutý pracovní list obsahuje 4 samostatné listy (příloha D1[39], E1-E3). Název i zadání úkolu je zcela stejné jako v červeném pracovním listě. Pracovní listy se však liší zobrazenými čtyřúhelníky (příloha E1 a E2). Do zobrazených čtyřúhelníků jsem tentokrát zakreslila úhlopříčky, které by měly žákům napovědět, jaké vlastnosti mají ověřovat. Pokud by ovšem úhlopříčky v tomto úkolu vykresleny nebyly, žáci by velmi obtížně objevovali kritérium.

V první části tohoto úkolu (příloha E1) měli žáci objevit, že v první skupině (útvary 1-4) jsou umístěny čtyřúhelníky, které mají k sobě kolmé úhlopříčky. Záměrně jsem do této skupiny zařadila i lichoběžník s kolmými úhlopříčkami a v následné diskuzi jsem očekávala, zda někdo z žáků objeví, že kolmost úhlopříček není obecná vlastnost,

[39] Uvádím odkaz na přílohy červeného pracovního listu, jelikož motivace je u obou pracovních listů stejná.

která by platila pro všechny lichoběžníky (pro žáky zatím útvary s jednou dvojicí rovnoběžných stran). Ve druhé skupině (útvary 5-14) se dle kritéria nacházejí čtyřúhelníky, jejichž úhlopříčky k sobě nejsou kolmé.

Kritériem pro rozdělení čtyřúhelníků do skupin dle obrázku (příloha E2) v druhé části úkolu ze žlutého pracovního listu jsou úhlopříčky, které se navzájem půlí. Úhlopříčky čtyřúhelníků 22-28 se navzájem půlí, úhlopříčky čtyřúhelníků 15-21 nikoliv. Pokud by v této části úkolu žáci zanedbali vyznačené úhlopříčky a nevnímali je jako nápovědu, mohli by určit jako kritérium pro rozdělení do skupin rovnoběžnost stran. Čtyřúhelníky 22-28 mají vždy dvě dvojice rovnoběžných stran a ostatní čtyřúhelníky nikoliv. Pokud by se povedlo toto kritérium některé skupině objevit, určitě by bylo vhodné v diskuzi vyřešit, zda je to náhoda, jestli existuje útvar, který nemá dvě dvojice rovnoběžných stran a přesto se jeho úhlopříčky navzájem půlí atd.

4.2.2.3.1 Stanovení hypotéz – pracovní list červený a žlutý

- Žáci vytvoří hypotetické kritérium rozdělení čtyřúhelníků, zapíší jej do tabulky a ověří, že vlastnost jedna skupina útvarů má a druhá nikoliv. Na základě toho své kritérium opraví (velikost vnitřních úhlů, délka stran, rovnoběžnost stran, kolmost úhlopříček a půlení úhlopříček).
- Žáci objeví, že čtyřúhelníky můžeme třídit dle mnoha kritérií, a získají představu o tom, která kritéria jsou vhodná pro jejich třídění, což mohou využít v následující vyučovací hodině při hře.
- Žáci formulují vhodně své myšlenky, aby přesvědčili ostatní členy týmu o správnosti navrženého kritéria.
- Žáci získají představu o možných podobách čtyřúhelníků a jejich možných vlastnostech (lichoběžník může být rovnoramenný, pravoúhlý, jeho úhlopříčky mohou být kolmé atd.).
- Žáci budou mít potřebu útvary nějak pojmenovat.

4.2.3 *Popis práce na pracovních listech vzhledem k fázím TDS*

Devoluce: pokyny týkající se organizace.

Po příchodu udělím tyto pokyny: „V následujících dvou vyučovacích hodinách budete pracovat v předem určených skupinách. *Rozdávám úvodní list*[40]*.* Do listu se podepište a vymyslete jméno vaší skupiny. Všechny následující pracovní listy označte prosím tímto názvem skupiny. Dále máte na tomto listu uvedeno, v jakém pořadí budete pracovní listy vypracovávat. Listy jsou označeny barevně a jsou umístěny v první lavici. Po dokončení jednoho pracovního listu si můžete vyzvednout další dle uvedeného pořadí na úvodním listě. Pokud budete mít otázky, které se týkají zadání, diskutujte je s členy vašeho družstva.“

Akce

Skupina žáků postupně pracuje na jednotlivých pracovních listech v předem určeném pořadí, žáci ve skupině se domlouvají na strategii. Probíhá rozdělení úkolů.

Formulace

Pro splnění úkolů na pracovním listě v plném rozsahu je nutné, aby se žáci mezi sebou radili. Navrhují a formulují vlastní myšlenky, tak, aby byly pochopitelné pro ostatní členy týmu a aby dovedly skupinu k řešení.

Validace

V poslední (čtvrté) vyučovací hodině probíhá řízená diskuze o využitých strategiích, které vedly k cíli. Družstva se navzájem snaží přesvědčovat o správnosti svých strategií i výsledků, nebo naopak přijímají argumenty soupeře a připouštějí vlastní chybu.

[40]Podoba úvodního listu je uvedena v příloze A. Při tvorbě úvodního listu jsem se inspirovala publikací (Růžičková, 2012).

4.2.4 *Popis didaktické hry a její rozbor z hlediska účelu*

Pro druhou část experimentu (pro třetí vyučovací hodinu) jsem pro žáky připravila didaktickou hru. Pro její účely byli žáci rozděleni do dvojic vždy tak, aby v každé dvojici byl jeden žák alespoň průměrně zdatný[41] v matematice.

Každý hráč dostane stejný papír formátu A3 (příloha F1 a F2) s třinácti zobrazenými čtyřúhelníky, které jsou očíslovány, a tabulku pro zápis svých otázek (příloha F3). Jeden z hráčů si vybírá čtyřúhelník a zapisuje jeho číslo tajně do tabulky (kvůli kontrole). Druhý z dvojice se ptá soupeře na různé vlastnosti daného čtyřúhelníku, soupeř může odpovídat pouze ANO nebo NE (inspirace hrou SOVA, publikace Hejný, Kuřina, 2001, str. 166-167). Žák si své otázky i s příslušnou odpovědí zaznamenává do tabulky. Za každou položenou otázku, která se týká vlastnosti čtyřúhelníku, si započítává jeden trestný bod. Za každou položenou otázku, kterou zacílí na konkrétní číslo čtyřúhelníku a soupeřova odpověď bude znít „NE“, si připočítává tři trestné body (např. otázka: „Jedná se o čtyřúhelník číslo 5?“). Tři body si připočítává i v případě, že se bude jeho otázka týkat jakékoliv jiné souvislosti, než je vlastnost daných čtyřúhelníků či vztah, který v nich platí (např. otázka: „Je číslo hledaného čtyřúhelníku sudé?“). Cílem žáka, který pokládá otázky, je s co nejmenším počtem otázek (trestných bodů) uhodnout číslo čtyřúhelníku, který si vybral jeho soupeř.

Poté se žáci vystřídají. Mohou takto sehrát několik partií[42] (dle časových možností). Vítězí ten hráč, který má NEJMÉNĚ trestných bodů.

Cílem této hry je žáky navést do situace, kdy musí vybrat vhodnou vlastnost, která rozdělí dané čtyřúhelníky na skupiny, nebo vyřadí velké množství čtyřúhelníků. Dotazující žáci též musí vhodně a přesně formulovat tyto vybrané vlastnosti, aby nedošlo k nedorozumění a soupeř rozuměl položenému dotazu. Žák, který odpovídá, musí ověřovat vlastnosti daného čtyřúhelníku, které jsou předmětem soupeřovy otázky. K tomuto účelu mají žáci k dispozici pomůcku, papírek[43] (příloha F4) tvaru

[41] Hodnocení zdatnosti žáků jsem prováděla osobně, jelikož žáky běžně matematiku učím. Zaměřila jsem se na hodnocení přístupu k práci v hodinách matematiky, na schopnost vyvozovat a na výsledky, kterých žáci v matematice dosahovali v části tohoto školního roku (od září 2013 do března 2014).
[42] Partií je myšlena ta část hry, kdy jeden žák klade otázky a druhý žák na ně odpovídá. Po vystřídání rolí začínají žáci hrát novou partii.
[43] Papírky, které se v kancelářích běžně používají na poznámky.

čtverce. K ověřování vlastností nesmějí používat ani pravítko, úhloměr, ani kružítko. Použití pravítek je dovoleno pouze k ověřování rovnoběžnosti stran. Tato skutečnost má dle mého názoru velkou výhodu. Žáci si musí nejprve uvědomit, jaké vlastnosti má čtverec, jaké vlastnosti pomocí něho mohou ověřovat. Mohou ověřovat, zda je některý vnitřní úhel v čtyřúhelníku pravý, zda jsou k sobě úhlopříčky kolmé. Mohou si na něj nanášet vzdálenosti a zjišťovat, zda jsou některé strany čtyřúhelníků stejně dlouhé atd.

4.2.4.1.1 Stanovení hypotéz – didaktická hra

- Žáci budou využívat předchozích zkušeností z pracovních listů s vlastnostmi čtyřúhelníků.
- Žáci budou na začátku nuceni dotazované vlastnosti ověřovat s využitím papírku ve tvaru čtverce, v dalších partiích už budou ověřovat méně.
- Žáci po prvních dvou partiích zjistí, jaké vhodné otázky pokládat, aby čtyřúhelníky rozdělili do skupin, z nichž jedna by měla obsahovat hledaný útvar. Volbou dalších vhodných dotazů žák, který pokládá otázky, určí, ve které skupině se hledaný útvar nachází, a zúží tak počet možností.
- Žáci si uvědomí, že kolmost úhlopříček není vlastnost, kterou splňují všechny lichoběžníky.
- Žáci budou mít potřebu útvary nějak pojmenovat.
- Žák, který na soupeřovy otázky odpovídá, bude mít chybně vytvořené představy o vlastnostech jednotlivých útvarů. Bude odpovídat špatně a hra se bude odvíjet špatným směrem.

4.2.5 Popis didaktické hry vzhledem k fázím TDS

Žáci pracují v předem rozdělených dvojicích. Každý žák má k dispozici papír s vytištěnými čtyřúhelníky, tabulku a „měřící papírek."

Devoluce: seznámení žáků s pravidly hry.

V následující hodině budete soutěžit. Jeden z dvojice si vybere jeden čtyřúhelník z listu, jehož číslo zapíše do tabulky tak, aby ho soupeř neviděl. Druhý hráč začne pokládat otázky, aby zjistil, jaký čtyřúhelník soupeř zvolil. Všechny položené otázky i odpovědi na ně zapisuje tázající se hráč do tabulky. Pokud se položená otázka bude týkat vlastností daného čtyřúhelníku, hráč, který ji položil, si za ni připíše 1 trestný bod a hra pokračuje. Pokud se však bude otázka týkat čísla čtyřúhelníku (např. „Jedná se o čtyřúhelník 5“?) a soupeřova odpověď bude znít NE, hráč si připíše 3 trestné body a hra pokračuje. Stejně tak si 3 body připíše hráč, který se zeptal na jakoukoliv jinou otázku, která nesouvisí s vlastnostmi čtyřúhelníku. Po odehrané partii si vystřídáte role. Vyhrává ten hráč, který získá nejméně trestných bodů. Po určitém čase hru přeruším.

Akce

Hráči ve dvojicích hrají zadanou hru. Po odehrané partii si vymění role. Postupně objevují vlastnosti, na které se mají dotazovat, aby bylo položených otázek co nejméně.

Formulace

Žáky spojím do dvou družstev tak, abych žádnou z dvojic nerozdělila. Vzniklá družstva hrají proti sobě hru se stejnými pravidly. Hra je však upravená pro potřeby obou družstev. Tabulka je načrtnutá na tabuli, vybraní žáci chodí k tabuli a zapisují na ni otázky, odpovědi i počty trestných bodů. Žáci z jednoho týmu sedí kolem lavic, uprostřed mají papír formátu A3 se zobrazenými čtyřúhelníky. Žáci z druhého týmu sedí na druhé straně třídy.

Validace

V poslední (čtvrté) vyučovací hodině probíhá řízená diskuze o využitých strategiích a vlastnostech, na které je nutné se ptát, aby žák, který pokládá otázky, získal co nejméně trestných bodů. Družstva se navzájem snaží přesvědčovat o správnosti svých strategií, nebo naopak připouštějí chybu a přijímají jiné stanovisko.

4.2.6 Pozadí experimentu

Experiment proběhl v 7. ročníku ZŠ Lyčkovo náměstí 6 na Praze 8 ve třech po sobě následujících březnových dnech, a to 31. 3. až 2. 4. 2014. Ve škole jsou dva sedmé ročníky. Pro svůj experiment jsem záměrně vybrala třídu, ve které sama od září 2013 učím. V době experimentu navštěvovalo tuto třídu 24 žáků, z toho 2 žáci v průběhu měsíce března přestoupili na ZŠ Lyčkovo náměstí 6 z jiné školy.

Pro experiment jsem záměrně vybrala pondělí až středu, jelikož jsme nechtěla mít mezi jednotlivými hodinami experimentu delší časovou prodlevu (víkend). V pondělí měla třída matematiku třetí a čtvrtou vyučovací hodinu, což není standardní situace, kvůli účelu experimentu proběhla výměna hodin, v úterý a ve středu první vyučovací hodinu.

4.2.7 Experimentální skupina

Žáci ve vybrané experimentální skupině jsou prospěchově průměrní, samozřejmě až na výjimky. Celkově jsou ale velmi komunikativní, ochotni pracovat samostatně (bez zásahu učitele) i v menších skupinách (dvojicích), schopni diskutovat i argumentovat a v hodinách projevují zájem o pochopení dané látky. Pokud samostatně objeví jakoukoliv matematickou zákonitost, mají z vlastního úspěchu radost, i přes to, že si příliš nevěří. Podle mého názoru je TDS vhodná jak pro žáky, kteří v dané třídě dosahují nadprůměrných výsledků, tak pro žáky s průměrnými i podprůměrnými výsledky.

Žáky jsem se snažila pro první dvě vyučovací hodiny rozdělit do pracovních skupin tak, aby v každé pracovní skupině byl někdo, kdo je zdatný v logickém myšlení, má chuť objevovat, někdo organizačně schopný, výřečný a schopný argumentovat, což se mi nakonec podařilo. Konkrétně v této třídě nebylo snadné takové skupiny sestavit. Dva nově příchozí žáky jsem zatím nestihla dostatečně poznat a navíc jsou vztahy v této třídě velmi komplikované, což jsem při rozřazování žáků do skupin musela zohlednit. Do třídy jsou integrováni dva žáci, oba s kombinací různých specifických poruch učení a poruchy pozornosti. S jedním z nich třída odmítá spolupracovat ve skupině, jelikož je, dle jejich slov, velmi nesamostatný. Musela jsem tedy rozdělení do skupin velmi pečlivě rozmýšlet. Tohoto žáka jsem nakonec zařadila mezi dva hochy, kteří jsou většinou tolerantní, a občas[44] s jedním z nich tento žák ve dvojici úspěšně spolupracuje.

Pro účely hry ve třetí vyučovací hodině bylo potřeba vytvořit z pracovních skupin dvojice. Tentokrát jsem se snažila, aby byly dvojice více vyrovnané, homogenní.

[44] Bohužel u žáků ve vybrané experimentální skupině nelze dopředu odhadnout jejich naladění. Někdy žáka zapojí, jindy nikoliv.

Pouze k velmi slabým žákům jsem se pokoušela zařadit ty žáky, kteří by v případě potřeby dokázali slabšímu žákovi vysvětlit pravidla a být mu nápomocni.

Žáky jsem s rozdělením do pracovních skupin pro první fázi experimentu[45] seznámila již na konci páteční vyučovací hodiny a poprosila je, aby se na začátku příští hodiny matematiky do těchto skupin rozdělili a usadili se společně na vybrané a upravené[46] pracovní místo.

4.2.8 Stanovení obecných očekávání

Na začátku této kapitoly uvádím obecná očekávání od experimentu jako takového.

Obecná očekávání a vytipování problémových situací u pracovních listů:

- Žáky bude jinak organizovaná práce bavit.
- Žáci budou motivovaní, jelikož se jedná o jiný způsob práce, než na jaký jsou zvyklí. Ale jejich motivace může být jen chvilková.
- Žáci budou mít radost ze svého vlastního úspěchu při řešení jednotlivých úkolů.
- Ve vybrané experimentální skupině bude problémem schopnost žáků pracovat ve větší skupině.
- Pravděpodobně se do skupinové práce nezapojí všichni její členové. Předpokládám problémy ve skupině, ve které se nachází integrovaný žák, se kterým většinou skupina nechce spolupracovat.
- Ve vybrané třídě jsou velké rozdíly mezi žáky, co se týče jejich zdatnosti v matematice. Časové omezení práce na pracovních listech bude pro pomalejší a podprůměrné žáky stresující. Naopak rychlejší žáci budou mít se svou skupinou práci dříve hotovou.
- Některým žákům bude dělat problém pochopení zadání úlohy. Je možné, že pokud skupina nepochopí zadání, rozhodne se úkol neplnit vůbec.

---

[45] Budu takto označovat první dvě vyučovací hodiny experimentu, ve kterých žáci pracovali se sérií pracovních listů.

[46] Upraveným pracovním místem myslím sražené lavice tak, aby každý člen týmu měl k dispozici židli a pracovní místo na lavici.

- Pro některé žáky bude zpočátku nepříjemné, že nemohou správnost svého výsledku ověřit u učitele.

Obecná očekávání a vytipování problémových situací u didaktické hry:

- Jelikož jsou žáci v experimentální skupině soutěživí, hra je bude bavit.
- Problémem může být lichý počet přítomných žáků ve třídě. Nebude možné utvořit dvojice. Bude nutné hru upravit.
- V případě hry bude skupinová práce (práce ve dvojicích) efektivnější. Bez aktivity jednoho hráče nemůže být aktivní ani druhý hráč. Musí se zapojit oba.

4.3 Průběh experimentu

Experiment proběhl s žáky 7. ročníku ZŠ ve 3 po sobě následujících dnech (pondělí, úterý, středa) celkem ve 4 vyučovacích hodinách matematiky. Práce byla mezi jednotlivé hodiny rozdělena následovně.

- 1. pondělí, 3. a 4. vyučovací hodina – skupinová práce na zadaných pracovních listech (modrý, zelený, žlutý, červený) dle předem daného pořadí,
- úterý, 1. vyučovací hodina – žáci hrají hru nejprve ve dvojicích, následně ve dvou družstvech,
- středa, 1. vyučovací hodina – diskuze mezi žáky a rozbor jednotlivých úkolů z pracovních listů a rozbor využitých strategií ve hře.

V hodinách experimentu jsem k zaznamenávání průběhu hodiny, zápisků na tabuli a k některé argumentaci žáků využívala digitální kameru s fotoaparátem, především z toho důvodu, abych byla schopná průběh hodiny přesněji popsat. Kameru jsem však neměla zapnutou celou hodinu, jelikož žáky v jejich práci velmi rušila. Jakmile jsem se na ni snažila zachytit otázky nebo návrhy, které žáci ve skupině podávali, zmlkli, nebo se naopak začali předvádět, proto jsem v průběhu hodiny kameru vypnula a zajímavé momenty jsem si zapisovala na papír. Kromě toho jsem měla k dispozici pracovní listy jednotlivých skupin, do kterých její členové zapisovali své nápady a návrhy řešení jednotlivých úloh.

4.3.1 První a druhá hodina

Třída byla již předchozí vyučovací hodinu seznámena s tím, že pro účely práce v prvních dvou vyučovacích hodinách experimentu budou pracovat v 8 skupinách po 3 žácích.

10:00

Po vstupu do třídy jsem zjistila počet chybějících žáků a zapsala je do třídní knihy. V čase první fáze experimentu bylo ve třídě 21 žáků, 3 žáci nebyli přítomní. Žáci již byli připraveni dle pokynů z vyučovací hodiny, která této hodině předcházela. Absence 3 žáků však způsobila, že skupiny nebyli úplné, proto jsem na místě přerozdělila některé skupinky a vzniklo 7 skupin po 3 žácích. Stále jsem se snažila o dodržení pravidla, aby v každé skupině byl alespoň jeden žák zdatný v matematice.

Venku bylo krásné počasí, žáci seděli po 3 u jednoho pracovního místa a byli již na začátku hodiny nezvykle hluční. Žáci jsou zvyklí v matematice častěji pracovat ve dvojici než ve vícečlenných skupinách. Přesto, že se počet členů v jedné skupině zvýšil pouze o jednoho člena (z dvojice na trojici) oproti běžně využívané práci, bylo to na atmosféře i na hlučnosti ve třídě velmi znát.

Stručně jsem žákům vysvětlila, proč takový experiment děláme a co je to diplomová práce. Také jsem žákům sdělila, že budeme pracovat dvě vyučovací hodiny bez přerušení (10:00-11:40), že si mohou kdykoliv odskočit na toaletu, pokud to udrží v určitých mezích (myšleno, že nepůjdou 4 žáci najednou atd.). Jelikož třídu běžně učím, věděla jsem, že si takovéto uvolnění pravidel mohu dovolit.

10:04

Přešla jsem k samotnému zadání pracovních listů. Začala jsme vysvětlovat, že každé skupině nejprve rozdám úvodní list[47] (příloha A), do kterého napíší jména členů skupiny a vymyslí její název. Poté si začnou postupně chodit pro pracovní listy, které jsou označené barvou. Pořadí barev zjistí též na úvodním listě. Dodala jsem, že pokud v průběhu práce nastane jakýkoliv problém, který se týká práce na pracovním listě, musí ho diskutovat v rámci skupiny, nesmí se s ním obrátit na mě. Tato věta vyvolala ještě větší rozruch ve třídě. Žáci okamžitě zvedali ruku a tázali se, co se stane, když

[47] Inspirace (Růžičková, 2012)

nebudou rozumět zadání, když nebudou vědět, co mají dělat. Opět jsme je odkázala na ostatní členy skupiny. V závěru jsem dodala, že mají veškeré nápady zapisovat přesně dle zadání a že je nutné, aby se do práce zapojili všichni členové skupiny. Výsledky práce budou využívat v dalších hodinách matematiky.

10:11

Rozdala jsem úvodní listy a žáci začali zapisovat jména členů skupiny a vymýšlet její název. Tato skutečnost způsobila velké rozbroje mezi členy skupiny číslo 5, do které jsem zařadila již zmíněného integrovaného chlapce, se kterým většinou nikdo nechce spolupracovat, Vojtu (i)[48]. Kvůli krkolomným názvům skupin jsem se rozhodla, že pro účely této diplomové práce bude vhodnější skupiny označovat pouze čísly (1-7).

10:18

Žáci si začali chodit pro první list ze seznamu a začínají na něm pracovat. Během této práce nastaly ve třídě tyto situace:

- Zdeněk (skupina 1) nechápal, jak k sobě mohou být kolmé úhlopříčky daného čtyřúhelníku (modrý pracovní list).
- Michal (skupina 4) se ptal, jestli je možné, že něco nepůjde řešit (modrý pracovní list).
- Anička (skupina 7) se ptal, zda mohou na papír kreslit (zelený pracovní list).
- Zdeněk (skupina 1) se ptal, co jsou to vlastně úhlopříčky (modrý pracovní list).
- 3 skupiny mě volali k sobě, abych jim potvrdila, či vyvrátila jejich první část řešení (modrý i zelený pracovní list).
- Vojta (i) mě neustále volal k jejich skupině a stěžoval si, že mu kluci nepůjčí list, že ho nenechají na list sahat, že na něj nevidí atd.
- Všimla jsem si, že žáci skupina číslo 6 při plnění úkolů na modrém pracovním listě používali pravítko, i přesto, že tyto úkoly plnili na přiložený čtverečkovaný papír.

[48] Jelikož ve třídě jsou Vojtové dva, budu o integrovaném chlapci, který má problém se skupinovou prací, psát jako o Vojtovi (i).

- Do ticha se ozývaly povzdechy typu: „To nechápu, to nejde, je to moc těžké.“
- Michal (skupina 4) se ptal, jestli si může dojít pro další pracovní list v pořadí i přesto, že ten předcházející nemá splněný.

10:25

Členové skupiny číslo 5 se nemohli neustále dohodnout a Vojta (i) měl stále nějaký problém, neustále mě volal k jejich skupině a stěžoval si, proto jsem tuto skupinu rozdělila. Vojta (i) pracoval sám ve skupině číslo 8. Ve skupině 5 pracovali žáci pouze ve dvojici.

10:35

Nastal další problém. Žákyně ze skupiny 4 musela ze zdravotních důvodů odejít domů. Bohužel se jednalo o jednu ze zdatných posil skupiny 4, která v týmu chyběla. Ze skupiny 4 zůstala také pouze dvojice, ve které byl žák, který je velmi zdatný v matematice, a žák, který ve škole od září strávil pouhé dva týdny, ostatní dny byl nemocný a bude přestupovat na jinou školu. Chtěla jsem tedy spojit tyto dvě neúplné skupiny v jednu, ale jelikož obě skupiny měly již rozpracované odlišné pracovní listy, neučinila jsem tak.

Od této chvíle již každá skupina postupovala vlastním tempem. Zástupci jednotlivých skupin si chodili vyzvedávat pracovní listy dle pořadí uvedeného v úvodním listu. Nastávaly další situace:

- Při přebírání žlutého nebo červeného pracovního listu se žáci pozastavili nad množstvím listů.
- U žlutého a červeného pracovního listu některé skupiny práci rozdělily mezi jednotlivé členy.

V dalších částech hodiny už nenastaly žádné další komplikace. Občas mě žáci některé skupiny zavolali a chtěli zkontrolovat postup své práce, vzápětí si vzpomněli, že jim práci kontrolovat nemohu, a svůj dotaz vzali zpět. Pouze Vojta (i) mě neustále volal ke své lavici s dotazy ohledně zadání. V 11:15 jsem ohlásila, že do ukončení práce zbývá 25 minut, aby si žáci mohli lépe zorganizovat práci ve skupině. Se zvoněním v 11:40 jsem vybrala všechny pracovní listy.

4.3.1.1 Popis a složení pracovních skupin

4.3.1.1.1 Skupina 1

Tuto skupinu tvořili žáci: Kačka, Matěj a Zdeněk. Zdeňkův přístup k matematice jsem zatím nestačila dostatečně poznat, jelikož je ve třídě nový. Přestoupil z jiné školy teprve nedávno. Kačka je dívka, která je v matematice velice zdatná, z matematiky měla v pololetí jedničku a v soutěži Matematický klokan se umístila na prvním místě ve své kategorii. Matěj je žák, který je ve třídě integrován kvůli SPU, v matematice se však snaží, ale nijak zásadně nevyniká. V této skupině byla dominantní osobou bezesporu Kačka, rozdávala úkoly a podílela se na plnění většiny úkolů v pracovních listech.

4.3.1.1.2 Skupina 2

Tuto skupinu tvořili žáci: Tereza, Radek a Evelína. Radek je druhý žák, který přestoupil do této třídy teprve nedávno, ale zatím vyvíjí v matematice velké úsilí. Dobrovolně se zúčastnil Pythagoriády, o matematiku jeví zájem. Evelína je dívka, která je v matematice zdatná, ale její myšlenky jsou většinou chaotické, neuspořádané. Tereza je žákyně, která prospěchově nijak nevyniká, ale v matematice se velmi snaží, klade dotazy a o látku se zajímá. Nejvíce se v této skupině zapojovala Evelína s Terezou. Radek zůstával pasivnější.

4.3.1.1.3 Skupina 3

Tuto skupinu tvořili žáci: Vojta, Martin a Eliška. Vojta je žák, který ve třídě vyniká v deduktivním myšlení. Je také velmi výřečný. Při jakékoliv práci, ve které je třeba něco objevit nebo vyvodit, má nejvíce nápadů a nebojí se je říci nahlas. Martin se v hodinách matematiky spíše neprojevuje, je pasivnější. Většinou vykládané látce nerozumí. Eliška se v hodinách matematiky taktéž moc neprojevuje, ale její výsledky jsou slabě nadprůměrné.

4.3.1.1.4 Skupina 4

Tuto skupinu tvořili žáci: Anička K., Michal a Jakub. Anička K. je žákyně, které se v průběhu první hodiny udělalo nevolno a třídu opustila. Jakub je žák, který byl ve škole přítomen minimálně a 7. ročník opakuje, nemá téměř žádné znalosti základního charakteru. Michal je žák, který je v matematice nadprůměrný, stejně tak jako Vojta umí velmi dobře vyvozovat a má výborné nápady.

4.3.1.1.5 Skupina 5

Tuto skupinu tvořili žáci: Karel a Filip. Původně v této skupině byli 3 členové. Vojta (i) nebyl schopen spolupracovat, proto pracoval samostatně. Filip je žák spíše pasivní a prospěchově v matematice spíše podprůměrný. Karel jeví větší zájem o matematiku a lépe v tomto předmětu prospívá.

4.3.1.1.6 Skupina 6

Tuto skupinu tvořili žáci: Matouš, David a Láďa. Matouš je žák, který má nadprůměrné výsledky v matematice, ale zůstává v pozadí. Pokud má nějaký nápad, rozhodně není první, kdo se ho snaží prezentovat. David je žák spíše s podprůměrnými výsledky v matematice. O matematiku nejeví zájem, v hodinách je velmi pasivní. Láďa se v hodinách matematiky velmi snaží, ale bohužel dosahuje pouze podprůměrných výsledků.

4.3.1.1.7 Skupina 7

Tuto skupinu tvořili žáci: Anička H., Martin a Nicole. Poslední jmenovaná je v hodinách matematiky spíše pasivní a v matematice dosahuje podprůměrných výsledků. Martin na začátku školního roku v matematice vynikal, ale poté často chyběl, probíranou látku už nedohnal a nyní má spíše podprůměrné výsledky. Anička H. je žákyně, která má nadprůměrné výsledky v matematice, hlásí se a v hodinách projevuje o matematiku zájem.

4.3.1.1.8 Skupina 8

Skupinu 8 tvořil pouze Vojta (i), jelikož nebyl naprosto schopen pracovat v kolektivu. V hodinách matematiky je aktivní a zadané úkoly plní vždy pomaleji než ostatní žáci, ale ve většině případů je plní správně.

4.3.1.2 Modrý pracovní list – výsledky jednotlivých skupin

V této kapitole co nejpřesněji uvedu řešení úloh modrého pracovního listu jednotlivými skupinami. V přílohách[49] na konci práce jsou zařazeny řešení modrého pracovního listu jednotlivými skupinami, jelikož se jedná o náčrtky, které nelze

[49] Rozhodla jsem se zařadit ukázky řešení jednotlivých skupin na konec práce především proto, aby byly uvedeny v co největší velikosti. Čtyřúhelníky žáků jsou totiž načrtnuty tužkou na recyklovaném papíře. Zmenšením obrázků by se několikanásobně snížila jejich kvalita.

dostatečně přesně popsat. Příloha je vždy označena písmenem, v tomto případě M (modrý pracovní list), a číslem, které odpovídá číslu skupiny.

Při vyhodnocování výsledků tohoto pracovního listu jsem se zaměřila na to, zda všechna uvedená řešení splňují zadání a zda žáci uváděli více řešení dle pokynů v zadání.

4.3.1.2.1 Skupina 1

Skupina 1 řešila modrý pracovní list jako první v pořadí. Vrcholy vzniklých čtyřúhelníků (dlaždic) měly být dle zadání označeny písmeny abecedy, což tato skupina nesplnila ani v jednom případě, neuvedla ani odpověď na otázku, zda se pod každým popisem skrývá pouze jediný možný tvar, ani více možných řešení. Útvary byly skutečně načrtnuty, skupina zřejmě nepoužívala pravítko. Řešení skupiny 1 tohoto pracovního listu je uvedeno v příloze M1.

Skupina 1 vyřešila správně pouze úkol a) a úkol b). V úkolu a) žáci neuvedli další možnost, kterou by mohla být dlaždice tvaru kosočtverce. V úkolu b) je též uvedena pouze jedna možná podoba dlaždice místo tří, které požadovalo zadání. Stačilo pozměnit velikosti stran. Úlohy c), d), e), f), g) a h) jsou vyřešeny chybně. Načrtnutý útvar u úlohy c) není čtyřúhelník. Chybou byl náčrtek situace, ve které se úhlopříčky půlí. Čtyřúhelník (čtverec) uvedený jako řešení úlohy d) nesplňoval zadání, ve kterém je uvedeno, že úhlopříčky k sobě **nejsou** kolmé. V úloze e) členové skupiny 1 uvedli jako řešení pravoúhlý lichoběžník, který ovšem nemá dvě dvojice rovnoběžných stran. Tento fakt poukazuje na téměř žádnou zpětnou kontrolu. Úhlopříčka v načrtnuté dlaždici k úloze f) nebyla kolmá k jedné z rovnoběžných stran dle zadání. Úloha g) byla úplně stejná jako úloha e), pouze byla jinak naformulovaná skutečnost, že úhlopříčky nemají stejnou délku (mají různou délku). Tato skupina si do zadání u těchto dvou úloh udělala značku, což by napovídalo, že si skupina všimla shodnosti úloh, ale řešení tomu neodpovídalo. V úloze h) načrtli členové skupiny 1 opět pravoúhlý lichoběžník, jehož úhlopříčky k sobě nebyly kolmé.

4.3.1.2.2 Skupina 2

Skupina 2 řešila modrý pracovní list také jako první v pořadí. Ani tato skupina neoznačila vrcholy vzniklých čtyřúhelníků (dlaždic) písmeny abecedy. Taktéž jejich řešení obsahuje pouze jeden útvar u každé úlohy, otázka ohledně jednoznačnosti popisu útvaru nebyla zodpovězena. Žáci při řešení úloh nepoužívali pravítko. Řešení skupiny 2 tohoto pracovního listu je uvedeno V příloze M2.

Skupina 2 nevyřešila ani jeden úkol tohoto pracovního listu správně. V úkolu a) načrtli místo čtverce obdélník a kolmost úhlopříček nezjišťovali. Úkol b) nedokončili. V úkolu c) uvedli stejný útvar jako skupina 1. V úkolu d) načrtli čtverec. Z výsledků v úkolu a) a v úkolu d) usuzuji, že se žáci domnívali, že úhlopříčky ve čtverci k sobě nejsou kolmé. V úkolu e) začali žáci ze skupiny 2 kolmými úhlopříčkami, které ale dle zadání k sobě být kolmé neměly, a poté ještě špatně určili vrcholy. Tudíž úsečky, které vyznačili, nejsou v načrtnutém čtverci úhlopříčkami, ale spojují vždy protější středy stran čtverce. V úkolu g), který je s úkolem e) shodný, žáci načrtli obdélník a opět vyznačili spojnice středů jeho protějších stran, nikoliv úhlopříčky. Domnívám se, že tato chyba vyplývá z nedostatečného pochopení pojmu úhlopříčka a ze snahy začít črtáním úhlopříček. U úkolu f) si žáci načrtli jednu dvojici rovnoběžných stran a umístili úhlopříčku, která ovšem nesplňovala zadání, což si nejspíš uvědomili a úkol nedokončili. Totéž se stalo při řešení úkolu h).

4.3.1.2.3 Skupina 3

Skupina 3 řešila modrý pracovní list jako druhý v pořadí. Tato skupina opět neoznačila vrcholy vzniklých čtyřúhelníků (dlaždic) písmeny abecedy. Jejich řešení obsahuje dva listy, některá úloha je vyřešena na obou z nich. Žáci při řešení úloh nepoužívali pravítko. Řešení modrého pracovního listu této skupiny je uvedeno v přílohách M3a a M3b.

Řešení skupiny 3 obsahuje dva pracovní listy. Na každém listě je uvedeno nové řešení všech úkolů. Zřejmě si její členové nebyli zcela jisti správností svého řešení. O správnosti řešení se v tomto případě rozhodovalo velmi obtížně, jelikož žáci črtali většinou mimo mřížové body a nebylo tak zcela jasné, zda vnitřní úhly útvaru jsou pravé či nikoliv.

Žáci této skupiny v jedné z verzí vyřešili úlohu a) správně (příloha M3a) a ostatní úlohy chybně, nebo o správnosti nebylo možné rozhodnout. Ve verzi druhé vyřešili správně úlohu g) ve které načrtli kosodélník. Zřejmě si nevšimli shodnosti úloh, protože řešení v úloze e) bylo zcela odlišné. V úloze c) uvedli stejný náčrtek jako předchozí dvě skupiny. Řešení úlohy h) by mohlo být uznáno za správné, pokud by žáci dokončili svou myšlenku a náčrtek udělali větší. Takto nelze o správnosti rozhodnout. Co se týče řešení úlohy f), kromě výsledků v pracovním listě jsem zanalyzovala videozáznam, ve kterém Vojta črtá čtyřúhelník, začne dvojicí rovnoběžných stran a následně načrtne jednu stranu kolmou na tyto rovnoběžky a raduje se. Ve svých úvahách zaměnil úhlopříčku za stranu. Ve většině chybně vyřešených případů čtyřúhelník nesplňoval některou ze zadaných vlastností.

4.3.1.2.4 Skupina 4

Skupina 4 řešila modrý pracovní list taktéž jako druhý v pořadí. Tato skupina je první, která označila vrcholy vzniklých čtyřúhelníků (dlaždic) písmeny abecedy. Jejich řešení obsahuje tři listy. Na dvou z nich se objevují čtyřúhelníky, které nejsou označeny písmeny abecedy, ani písmenem odpovídající úlohy. Nelze určit, ke které z nich patří. Na poslední list se zřejmě žáci snažili sumarizovat své poznatky a uvést řešení jednotlivých úloh. Uvedli pouze řešení úlohy a) a b). Řešení modrého pracovního listu této skupiny je uvedeno v příloze M4.

Úlohu a) vyřešila skupina 4 správně. Jako řešení uvedla dlaždici tvaru čtverce. Jako druhou možnost uvedla skupina opět čtverec, který byl s prvním čtvercem shodný a nebyl zobrazen ve své standardní poloze, což poukazuje na snahu uvést alespoň 3 různá řešení, ale také na chybnou představu, že se jedná o 2 různá řešení. Úloha b) je také vyřešena správně. Řešení dalších úloh skupina neuvedla. U náčrtků, které nebyly přiřazeny žádnému z úkolů (nebyly příslušně označeny), se již objevila snaha začít při črtání úhlopříčkami, ale bohužel nebyla správně dotažena do konce.

4.3.1.2.5 Skupina 5

Skupina 5 řešila modrý pracovní list jako druhý v pořadí. Žáci této skupiny neoznačili vrcholy čtyřúhelníků písmeny abecedy, neuvedli ani více možných řešení u jednotlivých úloh. U každé úlohy načrtli pouze jedno řešení. Řešení modrého pracovního listu skupinou 5 je uvedeno v příloze M5.

Jedná se o první skupinu, která správně vyřešila úlohu d). Původně měli žáci načrtnutý čtverec tužkou, který následně přeškrtli propiskou a napsali „nelze“. Kromě toho skupina 5 vyřešila správně úlohu a) a e). Načrtnutý útvar v úloze c) nesplňoval předepsaný počet dvojic rovnoběžných stran, čtyřúhelník v úloze b) neměl dvě strany stejně dlouhé. U úlohy g) dvojice neodhalila, že se jedná o shodnou úlohu s e), a uvedla chybné řešení. V řešení úlohy g) dvojice zřejmě také zaměnila úhlopříčky za strany.

4.3.1.2.6 Skupina 6

Skupina 6 řešila modrý pracovní list jako druhý v pořadí. Žáci této skupiny označili vrcholy téměř všech čtyřúhelníků písmeny abecedy, více řešení však neuvedli ani u jednoho úkolu. Je znatelné, že žáci používali pravítko, ale stále se snažili, aby u většiny útvarů byly vrcholy umístěny v mřížových bodech. Řešení modrého pracovního listu skupinou 6 je uvedeno v příloze M6.

Jedná se o první skupinu, která v úloze a) uvedla jako řešení dlaždici tvaru kosočtverce. Téměř správně je vyřešena i úloha b), ale stejně jako u předchozí skupiny nemá vytvořený čtyřúhelník dvě strany stejně dlouhé. U úlohy c), d) a f) je uvedeno, že úlohu „nelze řešit“. Tato skutečnost je však platná pouze pro úlohu d). Úloha e) je správně vyřešena. U úlohy g) skupina nevypozorovala shodnost s úlohou e) a uvedla zcela jiné řešení. U této skupiny se také objevila snaha začít při črtání úhlopříčkami.

4.3.1.2.7 Skupina 7

Skupina 7 řešila modrý pracovní list jako první v pořadí. Žáci této skupiny neoznačili vrcholy načrtnutých čtyřúhelníků písmeny abecedy, ani neuvedli více řešení jednotlivých úkolů. Řešení modrého pracovního listu skupinou 7 je uvedeno v příloze M7.

Skupina 7 vyřešila správně úlohy a), b) a d). U úlohy c) a h) nelze o správnosti řešení rozhodnout. Další úlohy jsou vyřešené chybně. Načrtnutý čtyřúhelník vždy nesplňuje některou vlastnost ze zadání.

4.3.1.2.8 Skupina 8

Vojta (i) úkoly v modrém pracovním listě vypracovával jako první v pořadí. Vrcholy načrtnutých útvarů označil velkými písmeny abecedy. U žádného z úkolů neuvedl další možná řešení. Řešení modrého pracovního listu Vojty (i) je uvedeno v příloze M8.

V úloze a) uvedl Vojta náčrtek čtverce, který je jedním ze správných řešení. Úlohu b), e), g) a h) vyřešil chybně. Úlohu f) nevyřešil vůbec a v úloze c) uvedl jako řešení náčrtek útvaru, který není čtyřúhelník (stejně jako skupina 1 a další). Ani Vojta si nevšiml shodnosti úloh e) a g) a u každé úlohy uvedl jiné řešení.

4.3.1.2.9 Výsledky stanovených hypotéz[50]

- *Žáci se seznámí s vhodnými formulacemi vybraných vlastností čtyřúhelníků.*

První hypotéza se potvrdila při hře ve 3. vyučovací hodině experimentu, kdy většina žáků bez větší problémů využívali formulací z tohoto pracovního listu (např. dvě dvojice rovnoběžných stran, kolmost úhlopříček atd.).

- *Žáci získají představu o možných podobách čtyřúhelníků zadaných vlastností.*

Dle mého názoru žáci nezískali přesnou a ucelenou představu o možných podobách čtyřúhelníků, jelikož 4 skupiny z 8 uvedly v jednom z řešení útvar, který není čtyřúhelník.

- *Žáci načrtnou čtyřúhelník dle zadaných vlastností a též ověří, zda jsou pro něj splněny.*

Jedna skupina neporozuměla slovu „načrtni“ a k řešení používala pravítko. Pozitivem však bylo, že žáci z dané skupiny si procvičili konstrukci čtverce a obdélníku, a získali určitou[51] zkušenost s konstrukcí kosodélníku a lichoběžníku. Je možné, že je k použití pravítka vedla snaha o přesnou kontrolu zadaných vlastností. U dalších skupin zpětná kontrola probíhala v omezené míře (jen u některých úloh), nebo probíhala chybně. Jen u některých úloh se dá tato kontrola vypozorovat. Žáci nejprve nějaký útvar načrtli, následně ho škrtli a načrtli útvar jiný, nebo napsali, že úkol řešit nelze.

- *Žáci objeví vlastnost, že čtyřúhelník, který má dvě dvojice rovnoběžných stran a všechny strany stejně dlouhé, musí mít k sobě kolmé úhlopříčky.*

[50] Hypotézu považuji za potvrzenou, pokud se sledovaný jev objeví u více než poloviny žáků, resp. skupin.
[51] Při konstrukci žáci využívali též čtvercové sítě.

Tato hypotéza byla dle mého názoru potvrzena, ne však v plné šíři. 4 skupiny vyřešily obě úlohy, které se týkaly této hypotézy, správně. 3 skupiny vyřešily pouze úlohu a). V případě této úlohy uvedlo 6 skupin pouze jeden útvar, a to čtverec. Zřejmě z toho důvodu, že je pro ně známější. Pouze jedna skupina uvedla u úlohy a) jako řešení kosočtverec, ale neuvedla čtverec. 1 skupina vyřešila oba úkoly týkající se této hypotézy špatně.

- *Žáci odhalí, že čtyřúhelník, který má k sobě kolmé úhlopříčky, nemusí být vždy čtverec. Může se jednat o lichoběžník, kosočtverec.*

Tato hypotéza se opět potvrdila při hře ve 3. vyučovací hodině experimentu. Žáci se dotazovali na kolmost úhlopříček a tuto vlastnost ověřovali u všech předložených čtyřúhelníků. Nenastala situace, aby po kladné odpovědi na kolmost úhlopříček automaticky hádali čtverec.

- *Při zadané kolmosti úhlopříček v útvaru se žáci pokusí těmito úhlopříčkami začít.*

Tři skupiny z osmi se při svém řešení pokoušeli začít úhlopříčkami, které jsou k sobě kolmé, bohužel zřejmě chybně chápou pojem úhlopříčka a útvar doplnili tak, že z původně zamýšlených úhlopříček vyšly střední příčky daného čtyřúhelníku.

4.3.1.3 Zelený pracovní list – výsledky jednotlivých skupin

V této kapitole co nejpřesněji popíši řešení úloh zeleného pracovního listu jednotlivými skupinami. Do textu budu zařazovat obrázky řešení pouze výjimečně[52]. Všechny úkoly tohoto pracovního listu byly převážně řešeny slovně, není obrazová dokumentace řešení všech skupin nutná.

Při vyhodnocování výsledků tohoto pracovního listu jsem se zaměřila na to, zda všechna uvedená řešení splňují zadání, zda žáci řádně označovali nalezený čtyřúhelník, a na to, jaké typy čtyřúhelníků nacházeli nejčastěji. Také jsem se snažila zjistit, zda skupiny vyhledávaly čtyřúhelníky systematicky. V úkolu a) měli za úkol nalézt lichoběžník, v úkolu b) obdélník, či kosodélník.

[52] Uvádím obrázky řešení pouze tehdy, pokud si žáci zaznamenávali některé údaje do obrázků, nebo pokud by byl popis jejich řešení příliš zdlouhavý.

4.3.1.3.1 Skupina 1

Skupina 1 řešila zelený pracovní list jako druhý v pořadí. V úkolu a) nalezla celkem 11 čtyřúhelníků. Všechna uvedená řešení splňují zadanou vlastnost, mají pouze jednu dvojici rovnoběžných stran (jedná se o lichoběžníky). Všech 11 nalezených lichoběžníků je pravoúhlých. Žáci nalezli 8 lichoběžníků, které mají dolní základnu kratší než horní, a 3 lichoběžníky, které mají dolní základnu delší než horní. Na pracovním listě je patrné, že se skupina snažila o vytvoření systému hledání, 10 z 11 čtyřúhelníků obsahuje vrchol A_1, dále však nepokračovali.

V úkolu b) skupina uvedla celkem 7 čtyřúhelníků, z nichž 1 nesplňoval uvedené vlastnosti (neměl dvě dvojice rovnoběžných stran). Ostatní čtyřúhelníky byly kosodélníky. Skupina neuvedla žádný obdélník.

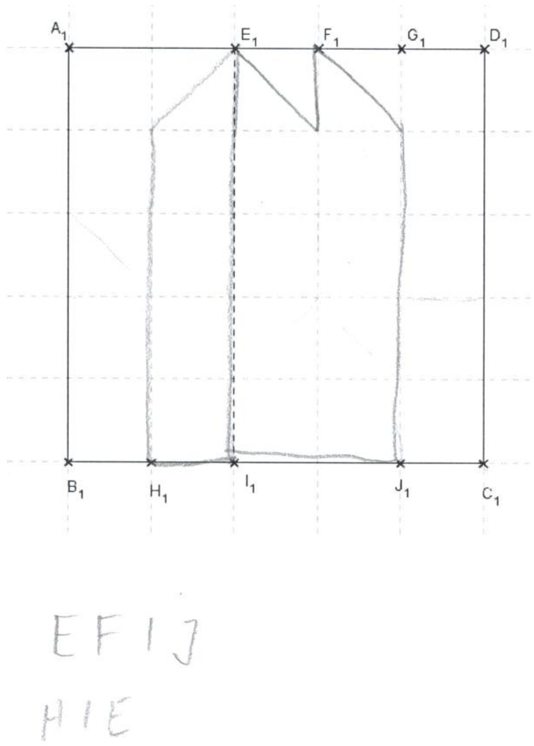
4.3.1.3.2 Skupina 2

Skupina 2 řešila zelený pracovní list jako druhý v pořadí. Zřejmě si žáci s řešením nevěděli rady, snažili se vyhledávat čtyřúhelníky v mřížových bodech uvnitř čtverce. Tato skupina neuvedla v úkolu a) ani jeden čtyřúhelník, který by měl vrcholy v uvedených bodech. V úkolu b) vyznačili členové této skupiny 3 obdélníky, které však nezapsali pomocí jejich vrcholů.

4.3.1.3.3 Skupina 3

Skupina 3 řešila zelený pracovní list jako první v pořadí. Její členové v úkolu a) uvedli pouze 2 útvary. Oba dva však nemají vrcholy pouze v uvedených bodech, žáci si vrcholy dodělávali do mřížových bodů čtvercové sítě. Jeden z útvarů má dokonce 6 vrcholů. Skupina zřejmě nepochopila zadání. Obr. 15 ilustruje řešení úkolu a) tohoto pracovního listu skupinou 3.

V úkolu b) žáci uvedli 3 čtyřúhelníky. Tentokrát postupovali správně, všechny nalezené útvary měly vrcholy v uvedených bodech. Bohužel však dva útvary nesplňovaly zadanou vlastnost, neměly dvě dvojice rovnoběžných stran. Pouze nalezený kosodélník vyhovoval zadání.



Obrázek 15. Ukázka řešení úlohy a) zeleného PL skupinou 3

4.3.1.3.4 Skupina 4

Skupina 4 řešila zelený pracovní list jako první v pořadí. Členové skupiny 4 nalezli v úkolu a) nejvíce čtyřúhelníků. Bylo zřejmé, že na začátku uváděli náhodné čtyřúhelníky a u pátého útvaru již postupovali systematicky. Dle mého názoru se poté velice soustředili na systém a zapomněli ověřovat, zda platí u jejich čtyřúhelníku zadaná vlastnost. V jednom případě totiž žáci uvedli obdélník, útvar $A_1E_1B_1I_1$, a v druhém případě kosodélník, útvar $A_1E_1I_1J_1$. Ze 17 správně nalezených lichoběžníků je 15 pravoúhlých. 7 lichoběžníků má dolní základnu kratší než horní a 10 lichoběžníků má dolní základnu delší než horní. Jediné dva nepravoúhlé lichoběžníky mají dolní základnu delší než horní.

Žáci této skupiny uvedli i jeden lichoběžník, který nemá své základny nad sebou, ale nakonec ho přeškrtli.

V úkolu b) našli žáci 6 řešení, z toho 2 vyřadili. Všechna jejich řešení, i přeškrtnutá, splňují zadanou vlastnost. Jedná se však pouze o obdélníky, žáci neuvedli žádný kosodélník. V zápise některých čtyřúhelníků vyznačili šipkami záměnu pořadí vrcholů. Jsou první skupinou, která si uvědomila, že zápis útvarů má svá pravidla (nejsou dodržena ve všech případech).

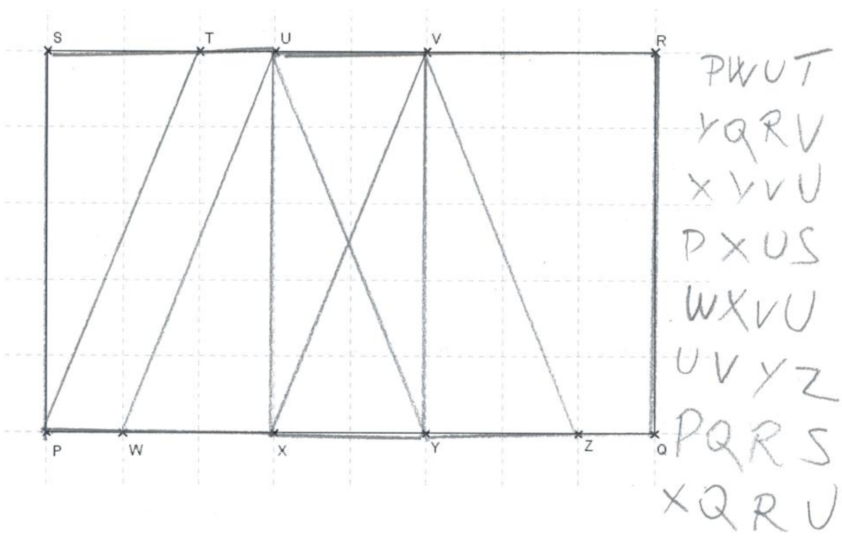
4.3.1.3.5 Skupina 5

Skupina 5 řešila zelený pracovní list jako první v pořadí. Její členové uvedli jako řešení úkolu a) 5 čtyřúhelníků. Žádný z nich však nesplňuje zadanou vlastnost, jelikož se jedná o obdélníky. V úkolu b) žáci uvedli 6 čtyřúhelníků, z nichž jeden škrtli. Škrtnutým čtyřúhelníkem je obdélník, který také vyhovoval zadání. Ostatní 4 čtyřúhelníky jsou kosodélníky, které také vyhovují zadání, pouze 1 čtyřúhelník nevyhovuje, jelikož se jedná o lichoběžník, útvar $SXZU$.

4.3.1.3.6 Skupina 6

Skupina 6 řešila zelený pracovní list jako první v pořadí. V úkolu a) uvádějí její členové 10 čtyřúhelníků, všechny splňují zadanou vlastnost. 9 z nich je pravoúhlých. Skupina uvedla 5 lichoběžníků, jejich dolní základna je kratší než horní, a 5 lichoběžníků, které mají horní základnu kratší než dolní. Jediný nepravoúhlý lichoběžník patří do druhé jmenované skupiny. Žáci v této skupině vypisovali jednotlivé lichoběžníky a zároveň si je barevně (první úkol) nebo tužkou (druhý úkol) vyznačovali do obrázku. Obr. 16 ilustruje řešení úkolu a) tohoto pracovního listu.

U druhého úkolu tohoto pracovního listu žáci uvedli 8 správných řešení. Nalezli 3 kosodélníky a 5 obdélníků. V jejich postupu jsem nenašla žádný systém.

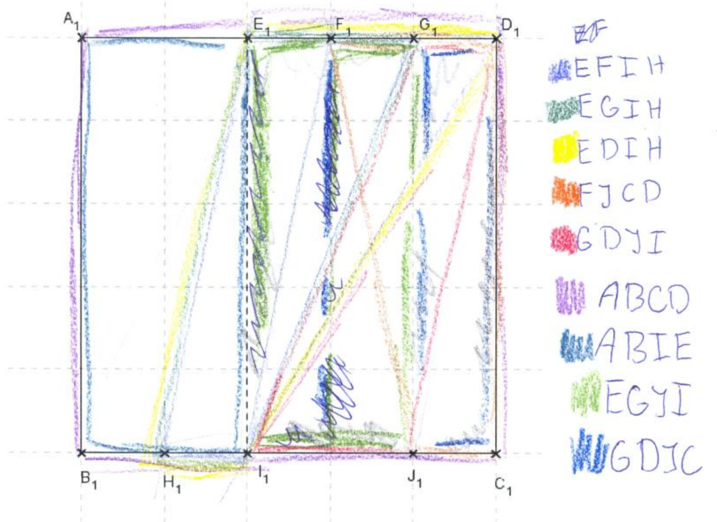


Obrázek 16. Ukázka řešení úlohy b) zeleného PL skupinou 6

4.3.1.3.7 Skupina 7

Žáci skupiny 7 řešili zelený pracovní list jako druhý v pořadí. Nalezli celkem 9 řešení úkolu a). Stejně tak jako předchozí skupina si nalezené útvary barevně črtali do obrázku. Z 9 vypsaných čtyřúhelníků odpovídají pouze 4 zadané vlastnosti (jsou lichoběžníky). V ostatních případech se jedná o obdélníky. Zajímavé však je, že skupina uvedla pouze 1 pravoúhlý rovnoběžník. Žáci nalezli 3 lichoběžníky, které mají dolní základnu kratší než horní a jeden, který má dolní základnu delší než horní. V každé této skupině našli dokonce 1 lichoběžník, který nemá své základny nad sebou (lichoběžník $G_1D_1J_1I_1$ a $E_1G_1I_1H_1$). Řešení úlohy a) tohoto pracovního listu skupinou 7 je ilustrování obr. 17.

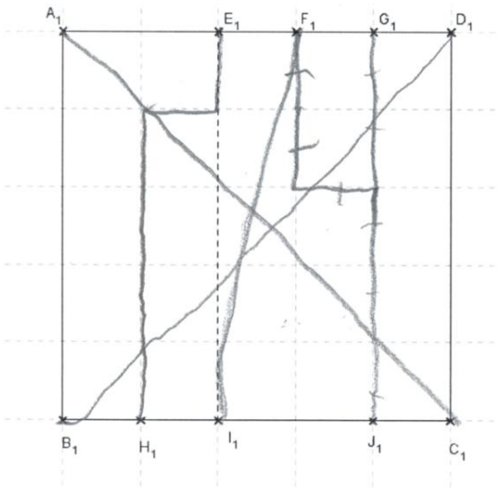
V úkolu b) žáci této skupiny uvedli 8 správných řešení, z nichž 3 jsou kosodélníky a 5 obdélníků. Náznak toho, že by žáci měli vytvořený systém hledání, jsem nepostřehla.



Obrázek 17. Ukázka řešení úkolu a) zeleného pracovního listu skupinou 7

4.3.1.3.8 Skupina 8

Vojta (i) řešil zelený list jako druhý v pořadí. V úkolu a) si též vytvářel nové body v mřížových bodech čtvercové sítě, což plyne z nepochopení zadání. V druhém úkolu uvedl slovo „nejde“ jako řešení. Řešení úkolu a) zeleného pracovního listu Vojtou (i) je uvedeno na obr. 18.



Obrázek 18. Ukázka řešení úkolu a) zeleného PL Vojtou (i).

4.3.1.3.9 Výsledky stanovených hypotéz

- *Žáci si připomenou základní vlastnosti čtverce a obdélníku a vezmou je při hledání čtyřúhelníků daných vlastností v úvahu.*
- *Žáci zohlední polohu bodů, resp. délku jednotlivých úseček, při hledání čtyřúhelníku požadovaných vlastností.*

U některých skupin se tyto hypotézy potvrdily. Ty skupiny, které uváděly i útvary, které nesplňovaly zadanou vlastnost, nezohlednily správně vzdálenost vyznačených bodů. Skupiny, které se snažily dodělávat vlastní body v mřížových bodech čtvercové sítě, zřejmě nepochopily zadání nebo dostatečně nezohlednily rovnoběžnost stran samotného útvaru (čtverce a obdélníku), ve kterém mají čtyřúhelníky hledat.

- *Žáci vytvoří vlastní systém, pomocí něhož naleznou většinu popsaných tvarů, ale přesto nenaleznou všechny čtyřúhelníky, které odpovídají dané vlastnosti.*

Určité náznaky toho, že se skupina snažila hledat systematicky, jsem zaznamenala pouze u dvou skupin. Ostatní skupiny vyhledávali čtyřúhelníky splňující zadanou vlastnost zcela náhodně.

- *Žáci bez problémů naleznou i ty lichoběžníky, jejichž základny neleží nad sebou a jejichž dolní základna je kratší než horní.*

Tato hypotéza se potvrdila pouze částečně. 3 skupiny ze 4[53] nalezli větší množství lichoběžníků, které mají dolní základnu kratší než horní, než těch, které mají dolní základnu delší než horní. Pouze jedna skupina však nalezla dva lichoběžníky, které neměly své základny umístěné nad sebou[54].

4.3.1.4 Červený a žlutý pracovní list – výsledky jednotlivých skupin

V této kapitole co nejpřesněji uvedu řešení červeného i žlutého pracovního listu jednotlivými skupinami, ale do textu budu zařazovat obrázky řešení pouze výjimečně[55], jelikož se ve všech úkolech těchto pracovních listů jednalo o slovní řešení, není obrazová dokumentace nutná. Při vyhodnocování výsledků tohoto pracovního listu jsem se kromě správnosti řešení zaměřila na následující skutečnosti:

- Zda si žáci do obrázků vyznačovali některé údaje.
- Zda nefunkční kritéria zapisovali do tabulky.
- Zda se u žlutého pracovního listu v úkolu b) snažili hledat kritérium týkající se úhlopříček.

Všechny skupiny řešili červený a žlutý pracovní list až po vypracování modrého a zeleného pracovního listu.

4.3.1.4.1 Skupina 1

Žáci z této skupiny vyřešili správně úkol a) a b) červeného pracovního listu. V úkolu a) odhalili, že počítač čtyřúhelníky rozdělil na jednotlivé skupiny dle počtu shodných stran v daném čtyřúhelníku, své řešení zapsali takto: „č. 1-4 - všechny strany stejně velké, 5-9 - dvě strany stejně dlouhé, 10-15 – mají každou stranu jinak dlouhou“. V úkolu b) počítač rozdělil útvary na dvě skupiny. V jedné skupině se nacházely čtyřúhelníky, které měly alespoň jeden vnitřní úhel pravý, a ve druhé skupině čtyřúhelníky, které neměly žádný vnitřní úhel pravý. Žáci této skupiny uvedli správné řešení takto: „útvary 16-20 mají aspoň jeden pravý úhel“. V úkolu c) žáci uvedli chybné kritérium rozdělení. Dle jejich názoru jsou v jedné skupině čtyřúhelníky (č. 29-31),

[53] Uvádím pouze 4 skupiny, protože ostatní 4 skupiny buď nevyřešily úkol vůbec, nebo jejich řešení nebylo správné.
[54] Jednalo se o hraniční případ, kdy jedna úhlopříčka daného lichoběžníku je kolmá na základny (2 vrcholy leží nad sebou).
[55] Pouze pokud si žáci zaznamenávali některé údaje do obrázků, nebo pokud by byl popis jejich řešení příliš zdlouhavý.

jejichž všechny strany „jsou různě dlouhé“, což ale nesplňuje útvar č. 29, který má dvě strany stejně dlouhé.

Úkoly a) a b) ve žlutém pracovním listě žáci také vyřešili správně. V první části uvedli, že v jedné skupině jsou umístěny čtyřúhelníky, které „mají kolmé úhlopříčky“, a ve druhé skupině čtyřúhelníky, které „nemají kolmé úhlopříčky“. Jako kritérium rozdělení čtyřúhelníků v úkolu b) uvedli, že čtyřúhelníky v první skupině (č. 15-21) „nemají dva páry rovnoběžek“, zatímco čtyřúhelníky ve druhé skupině (č. 22-28) „mají 2 páry rovnoběžek“. Sice neobjevili kritérium ohledně úhlopříček, které se půlí, ale úkol přesto správně vyřešili. Do obrázků si žáci této skupiny nic nevyznačili.

4.3.1.4.2 Skupina 2

V červeném pracovním listě vyřešili žáci správně úlohu a). Do řešení tohoto úkolu uvedli následující: „1-4 – mají všechny strany stejně velké, 5-9 – mají pouze dvě strany stejně dlouhé, 10-15 – nemají ani jednu stranu stejně dlouhou“. Vlastnost poslední skupiny útvarů naformulovali žáci nepřesně, pravděpodobně mysleli, že tyto útvary nemají ani jednu dvojici stran stejné délky. Kritérium pro rozdělení čtyřúhelníků v úkolu b) popsali takto: „16-3, mají více než jeden pravý úhel, 21-28 – mají 1 pravý úhel“. Žáci pravděpodobně uvedli první kritérium, které je napadlo, a zvolené kritérium již neověřovali u všech útvarů. V první skupině útvarů má více než 1 pravý úhel pouze čtyřúhelník č. 17, 18 a 20. Úkol c) nevyřešili vůbec, do tabulky nezaznamenali ani jeden pokus o jeho vyřešení.

Do řešení úkolu a) i b) žlutého pracovního listu uvedla skupina 2 tyto formulace: „1-4 – nejsou zmáčklé, 5-14 – jsou zmáčklé, resp. 15-21 – nejsou zmáčklé, 22-28 jsou zmáčklé“. Žáci nepoužili vhodné formulace a nelze z nich odvodit, co přesně měli na mysli.

4.3.1.4.3 Skupina 3

Skupina 3 vyřešila správně pouze úkol b) červeného pracovního listu. Uvedla, že první skupina útvarů (č. 16-20) „má alespoň 1 pravý úhel“. V řešení úkolu a) žáci napsali, že útvar 1-4 „jsou kosočtverce“. Tento fakt poukazuje na potřebu čtyřúhelníky pojmenovávat a také na nesprávné pochopení pojmu kosočtverec. Do řešení úkolu c) žáci zapsali, že útvary 32-38 „mají 4 strany“, a z útvarů 39-41 „má každý jednu kolmici“. První uvedené tvrzení je pravdivé, ale neodlišuje vybrané útvary od ostatních, všechny útvary jsou čtyřúhelníky. Druhé uvedené kritérium nesplňuje ani jeden z vybraných čtyřúhelníků v dané skupině.

Jako řešení úkolu a) žlutého pracovního listu uvedli žáci této skupiny následující: „ty čáry mají vždy pravý úhel“. Sice objevili správné kritérium rozřazení, ale jejich formulace je žalostná. Úkol b) v tomto pracovním listě neřešili vůbec.

4.3.1.4.4 Skupina 4

Skupina 4 nevypracovala ani jeden z pracovních listů pravděpodobně z důvodu nedostatku času. Jedná se o skupinu, ze které odešla žákyně v průběhu první vyučovací hodiny kvůli nevolnosti.

4.3.1.4.5 Skupina 5

Skupina 5 uvedla v řešení úkolu a) červeného pracovního listu, že útvary č. 1-4 jsou „čtverce, které nějak jinak vypadají“. Žáci se pravděpodobně pozastavili nad kosočtverci, které chtěli pojmenovat, nehledali jejich společné vlastnosti. V úkolu b) žáci napsali do řešení následující: „útvary č. 16-20 – když spojíme protilehlé strany, vyjdou nám 4 trojúhelníky“. Není zcela jasné, jak žáci myslí spojení protilehlých stran (zda měli na mysli úhlopříčky). Úkol c) žáci vyřešili správně. Použili následující formulace: „29-31 mají 2 různoběžky (2 dvojice), 32-38 mají 2 rovnoběžky (2 dvojice), 39-41 mají vždy 1 rovnoběžku (1 dvojici)“.

Jako řešení úkolu a) žlutého pracovního listu uvedli: „1-4 – trojúhelníky jsou vždy pravoúhlé“. Pravděpodobně měli na mysli trojúhelníky, na které daný čtyřúhelník rozdělily jeho úhlopříčky. Trojúhelníky v obrázku nijak nevyznačili. Úkol b) žáci vyřešili takto: „22-28 – všechny trojúhelníky v jednom útvaru jsou stejné“. I přesto, že jsme předcházející hodinu probírali shodnost trojúhelníků, žáci použili slovo „stejné“. Toto kritérium platí pouze pro útvary č. 22, 23.

4.3.1.4.6 Skupina 6

Žáci této skupiny neuvedli žádné správné kritérium, které by bylo řešením úkolů červeného pracovního listu. Z listů je však patrné, že se toto řešení snažili usilovně hledat (obr. 40).

Do tabulky žáci uvedli zajímavé formulace jako např.: „všechny strany rovnoběžné, nakloněný i nenakloněný čtverec a obdélník“. Z použití slova „nakloněný“ je patrné, že si žáci uvědomují odlišnost kosočtverce a čtverce, resp. kosodélníku a obdélníku, a rádi by tyto útvary nějak pojmenovali. V úkolu b) mají žáci uvedené správné kritérium pro rozdělení, ale nesprávně určili, že tomuto kritériu nevyhovuje útvar č. 19.

V tabulce žlutého pracovního listu žáci opět uvedli ve výčtu nesprávných řešení formulaci „nakloněný čtverec, obdélník“. Vyřešili však správně pouze úkol a) tohoto listu. Jako řešení uvedli, že počítač rozdělil čtyřúhelníky podle toho, zda jsou „vnitřní trojúhelníky pravoúhlé“, což odpovídá kritériu kolmosti úhlopříček.

4.3.1.4.7 Skupina 7

V řešení úkolu a) červeného pracovního listu žáci této skupiny uvedli, že v první skupině útvarů (č. 1-4) „jsou kosočtverce“. Poukazuje to na snahu nějak útvary souhrnně pojmenovat, ale také na fakt, že žáci pojmu kosočtverec nerozumí. Za kosočtverce totiž označili i dva čtverce (č. 1 a 2). U čtyřúhelníků č. 10-15 žáci uvedli, že mají „všechny strany jinak dlouhé“ a do závorky uvedli: „nemají shodnou dvojici“. Je vidět, že žáci v této skupině intuitivně vnímají, že se bude jednat o rozdělení do skupin dle délky stran, což i do tabulky shrnuli. Zapsali úkol a) a k tomu „podle stran“. Bohužel nebyli schopni tento fakt vhodně naformulovat. V úkolu b) uvedli žáci této skupiny řešení: „podle úhlů“. Nelze z toho určit, zda opravdu zjistili, že jeden vnitřní úhel u čtyřúhelníků v jedné skupině je pravý, či nikoliv. Do řešení úkolu c) uvedli: „nemají shodnou dvojici“. Také není možné určit, zda úkol vyřešili správně.

Jako řešení úkolu a) žlutého pracovního listu žáci objevili řešení: „mají dva stejné úhly“. I v tomto případě je formulace natolik nepřesná a vágní, že nelze o správnosti rozhodnout. Není jasné, jaké dva úhly měli žáci na mysli, zda vnitřní úhly čtyřúhelníku, či úhly, které svírají úhlopříčky. U druhého úkolu došlo ke stejné situaci jako v řešení úkolu a) červeného pracovního listu. Dle jejich řešení jsou čtyřúhelníky č. 22-28 „čtverce, nebo obdélníky“, a čtyřúhelníky č. 15-21 „nejsou ani čtverce ani obdélník“. Opět chybně označili kosočtverec za čtverec a kosodélník za obdélník. Pravděpodobně chtěli žáci uvést kritérium týkající se počtu dvojic rovnoběžných stran, ale opět ho naformulovali zcela nevhodně. Do obrázků si žáci nic nevyznačili.

4.3.1.4.8 Skupina 8

Vojta (i) zapsal do tabulky k řešení úkolu a) červeného pracovního listu následující: „všechny strany jsou stejně dlouhé“. Zároveň uvedl, že toto kritérium nefunguje, jelikož je „jeden čtverec menší než ostatní“. Zřejmě si ale nevšiml, že i délka strany kosočtverce (útvar č. 4) se nerovnala délce strany čtverce (č. 1). Do obrázku úkolu b) si Vojta (i) začal vyznačovat pravé úhly, ale kritérium nezapsal.

Žlutý pracovní list neřešil vůbec.

4.3.1.4.9 Výsledky stanovených hypotéz

- *Žáci vytvoří hypotetické kritérium rozdělení čtyřúhelníků, zapíší jej do tabulky a ověří, že vlastnost jedna skupina útvarů má a druhá nikoliv. Na základě toho své kritérium opraví (velikost vnitřních úhlů, délka stran, rovnoběžnost stran, kolmost úhlopříček a půlení úhlopříček).*

Většina skupin vůbec neuváděla hypotetická kritéria. Žáci uvedli vždy pouze řešení na řádku nad obrázkem, nebo uváděli správná řešení do tabulky a v určeném řádku na tabulku odkázali.

- *Žáci objeví, že čtyřúhelníky můžeme třídit dle mnoha kritérií, a získají představu o tom, která kritéria jsou vhodná pro jejich třídění, což mohou využít v následující vyučovací hodině při hře.*

Některé skupiny se nepokoušeli hledat další a další vlastnosti, ale setrvávali u jedné vybrané. Pokud se zabývali u červeného pracovního listu délkou stran, snažili se toto kritérium hledat i ve žlutém pracovním listě.

- *Žáci formulují vhodně své myšlenky, aby přesvědčili ostatní členy týmu o správnosti navrženého kritéria.*

U 6 skupin se v řešení objevily nevhodné formulace. Některé byly nepřesné a nebylo možné zjistit, co jimi žáci mysleli, některé zas poukazovaly na nedostatečné zvnitřnění předchozích znalostí (stejné/shodné trojúhelníky).

- *Žáci získají představu o možných podobách čtyřúhelníků a jejich možných vlastnostech (lichoběžník může být rovnoramenný, pravoúhlý, jeho úhlopříčky mohou být kolmé atd.).*

- *Žáci budou mít potřebu útvary nějak pojmenovat.*

Tato hypotéza se potvrdila, jelikož se tato potřeba objevila u 5 skupin z 8.

4.3.2 Třetí vyučovací hodina

Žáky jsem pro účely této didaktické hry rozdělila do dvojic. Měla jsem již dvojice utvořené, ale žáky jsme s rozdělením zatím neseznamovala.

8:00

Po vstupu do třídy jsem zjistila, kdo chybí, kolik je žáků ve třídě a žáky rozdělila do 9 dvojic a jedné trojice. V čase této fáze experimentu bylo ve třídě 21 žáků, 3 žáci nebyli přítomní. Dva chybějící žáci nebyli přítomní ani předcházející hodinu experimentu. Dále chyběla dívka, která z předcházející hodiny odešla z důvodu nevolnosti. Byla však přítomna žákyně, která minulou hodinu chyběla.

Ve třídě proběhla Devoluce (přesný popis v kapitole 4.2.5). Rozdala jsem každému veškeré materiály a vysvětlila pravidla. Pro lepší pochopení zápisu do tabulky jsem položila jeden ukázkový dotaz. Na tabuli jsem načrtla dva útvary, jeden trojúhelník, jeden čtverec, dále jsem požádala žáka v první lavici, aby si jeden z útvarů vybral. Položila jsem mu otázku: „Má daný útvar 4 vrcholy?“ Žák odpověděl: „Ano.“ Zapsala jsem otázku i s odpovědí do tabulky a připsala si jeden trestný bod. „Je to tento útvar?“(ukážu na čtverec, jelikož útvary na tabuli nemám označeny číslem) je můj další dotaz. Žák taktéž kladně odpověděl. Já jsem si zapsala do tabulky na tabuli otázku i s odpovědí a přičetla si 1 trestný bod. Nakonec jsem body sečetla a řekla žákům, že já jsem v této partii získala 2 trestné body.

Žáci začali zdvihat ruce, pokládat otázky, ujišťovat se o počtu bodů, které si mají zapsat za danou otázku.

8:05

Žáci začali hrát. Během fáze Akce nastaly ve třídě tyto situace:

- Zdeněk nerozuměl tomu, co to znamená dvojice rovnoběžných stran.
- Martin se ptal, zda musí mít dvě rovnoběžky stejnou délku.
- Všimla jsem si, že někteří žáci měli snahu pojmenovávat útvary, používali např. pojem kosočtverec, ale ve špatném významu.

8:15

V některých skupinách se žáci začali hádat. Hádky byly způsobené tím, že ten z dvojice, který měl odpovídat na otázky, odpovídal špatně. Špatně vizuálně ověřil dotazovanou vlastnost. Žák, který pokládal otázky, se zlobil, žádal novou partii. Vše probíhalo bez mého zásahu, žáci si ve dvojici i sami nalezli otázku, na kterou žák odpověděl špatně.

8:22

Oznámila jsem žákům, aby ukončili své partie a rozdělili se na dva týmy dle seznamu. Přečetla jsem seznam členů prvního týmu, ti žáci, které jsem nepřečetla, se přesunuli na druhou stranu třídy a sedli si všichni k jedné řadě lavic. Oznámila jsem také, že budou tutéž hru hrát ve dvou týmech, a že vždy vyzvu jednoho zástupce k tabuli.

8:25

Vyzvala jsem jedno družstvo, aby vybralo útvar, který má druhé družstvo za úkol uhodnout a tajně ho zapsalo do tabulky. Žáci se dlouho domlouvali, chtěli vybrat těžký útvar. Nakonec vybrali útvar číslo 5. Pro lepší orientaci v následujícím textu, jsem označila družstvo, které pokládá dotazy, A, družstvo, které odpovídá, B.

Dále jsem vyzvala dva zástupce[56] (z každého družstva jednoho), aby přišli k tabuli. Oba žáci si s sebou automaticky vzali list s čtyřúhelníky. Žák, který měl položit dotaz, se radil se svým družstvem. Všichni radili, aby se zeptal na otázku, zda má útvar sudé (liché) číslo. Nakonec žák skutečně položil otázku: „Je číslo útvaru liché?“ Odpověď druhého žáka byla kladná. Žák z družstva A připsal do kolonky body na tabuli 1 bod. Družstvo B se ohradilo. Žáci se domnívali, že by si družstvo A dle pravidel mělo napsat body 3. Souhlasila jsem. Žák se vrátil a přepsal jedničku na trojku. Oba vybraní žáci si sedli zpět ke svému družstvu. Ve třídě panovala bojovná atmosféra. Vybrala jsem další dva žáky k tabuli. Jeden z nich bez přemýšlení položil otázku: „Má 2 dvojice rovnoběžných stran?“ Následovala rychlá odpověď: „Ne!“ Žák, který kladl dotaz, doplnil na tabuli odpověď a 1 trestný bod. Po vyvolání dalšího žáka k tabuli následovala

[56] Abych podpořila diskuzi mezi členy družstva, vybírala vždy žáka, o kterém vím, že není velmi zdatný v matematice a že se v minulých hodinách téměř nezapojoval. Volbu jsem neměla připravenou předem, rozhodovala jsem se na místě v danou chvíli.

vzrušená debata o další otázce, která by se měla položit. Žáci v družstvu A vyškrtali všechny čtyřúhelníky, jejichž označení není liché číslo, a které nemají dvě dvojice rovnoběžných stran. Museli se rozhodovat mezi útvary č. 3, 5, 7 a 9. Po dlouhé odmlce položili otázku: „Má daný útvar k sobě kolmé úhlopříčky?“ Odpověď byla kladná. Vyřadili tak útvar č. 3 a 9. Nalezli odlišnost posledních dvou zbývajících útvarů a další vyvolaný žák položil otázku: „Jsou úhlopříčky stejně dlouhé?“ Odpověď žáka z družstva B byla kladná. Žáci družstva A svorně vykřikli otázku: „Je to útvar č. 5?“ Odpověď byla opět kladná. Družstvo A získalo celkem 7 trestných bodů (počítá se i jeden bod za poslední otázku ohledně čísla útvaru, která byla zodpovězena kladně).

8:38

Družstva si vyměnila role. Druhá partie již proběhla rychleji než první, pravděpodobně proto, že žáci druhé skupiny měli jasno ohledně otázek, které je rychle dovedou k cíli. Žáci družstva A ohlásili, že již mají vybraný útvar. Vybrali si útvar č. 9. Žákyně z týmu B položila první otázku: „Jsou úhlopříčky tohoto útvaru kolmé?“ Žáci z družstva A ihned odpověděli záporně. Žáci z družstva B začali vyřazovat všechny útvary, jejichž úhlopříčky jsou k sobě kolmé. Další žák družstva B šel k tabuli a položil otázku: „Má dvě dvojice rovnoběžných stran?“ Družstvo A odpovědělo, že hledaný útvar nemá dvě dvojice rovnoběžných stran. Jeden z členů družstva A (Vojta (i)) oponoval a tvrdil, že útvar má dvě dvojice rovnoběžných stran. Ostatní členové před něho položili papír se čtyřúhelníky, ukazovali mu rovnoběžné strany daného útvaru a vysvětlili, že útvar má opravdu jen jednu dvojici, nikoliv dvě. Družstvo B se na chvilku odmlčelo a snažilo se najít vlastnost, která by vyřadila další útvary. Hledaný útvar bude buď čtyřúhelník č. 2, 3, 9, nebo 12.

8:45

V danou chvíli zazvonilo na konec vyučovací hodiny. Žákům jsem oznámila, že partii ještě dohrajeme.

Vyvolaný žák z družstva B napsal na tabuli otázku: „Má jednu dvojici rovnoběžných stran?“ Tentokrát žáci družstva A odpověděli kladně. Žáci vyřadili čtyřúhelník č. 2 a 9. V této chvíli již žáci hádali a riskovali: „Je to útvar číslo 9?“ Žák z družstva A odpověděl, že ano. Mohl to být také útvar číslo 4. Družstvu B risk vyšel a žáci zvítězili se 4 trestnými body oproti 7 trestným bodům družstva A.

Žákům jsem oznámila, že si mohou zabalit. Hodina skončila. Vybrala jsem si od nich tabulky, do kterých zaznamenávali své otázky a odpovědi při hře ve dvojicích, i list se zobrazenými čtyřúhelníky.

4.3.2.1 Rozbor tabulek jednotlivých žáků

K analýze hry jeden na jednoho jsem využila tabulky, do kterých žáci zaznamenávali své otázky i odpovědi na ně. K analýze hry mezi družstvy jsem využila záznam z digitální kamery.

Při analýze tabulek jsem se zaměřila především na tyto skutečnosti:

- Kolik partií stihli ve hře jeden proti jednomu zahrát.
- Zda žáci využívali formulace, se kterými se seznámili při práci na pracovních listech.
- Jaké otázky žáci kladli a jejich četnost.

Žáci sehráli ve dvojici průměrně 3 partie (1 žák se tázal dvakrát, druhý pouze jedenkrát).

17 žáků z 21 se ve své tabulce snažilo[57] využít alespoň jednou některou z formulací z modrého či zeleného pracovního listu. Nejčastěji využívali otázky na počet dvojic rovnoběžných stran. Otázka: „Je útvar podobný útvaru č. …?“ byla použita celkem desetkrát, ale pouze 2 různými lidmi, kteří spolu byli ve dvojici, tudíž se velmi pravděpodobně ovlivňovali. Odehráli spolu celkem 4 partie. V těchto partiích používali pouze tyto otázky a přímé dotazy na číslo hledaného útvaru. V otázkách se též objevují dotazy na konkrétní útvary, např.: „Je to kosodélník?“ Konkrétně u této otázky si nejsem jistá, zda oba žáci správně chápou pojem kosodélník. Na zadanou otázku odpověděl žák správně. Jeho útvar byl však čtverec (útvar č. 11), jehož pojmenování zná již z prvního stupně, proto nelze určit, zda žák správně pochopil pojem kosodélník. Poukazuje to však na fakt, že žáci cítí potřebu útvary nějak přesněji pojmenovat.

[57] Formulace otázek nebyly zcela stejné jako v pracovních listech, ale otázky se tázaly na stejné vlastnosti jako v pracovních listech.

V následující tabulce uvádím přesné znění otázek a jejich četnost za všechny partie hry jeden na jednoho. Otázky jsem také odlišovala dle formulací, i když se žáci pravděpodobně chtěli zeptat na totéž. Otázky jsou seřazeny od nejčastěji používaných, k těm nejméně častým.

OTÁZKA TÝKAJÍCÍ SE VLASTNOSTI	ČETNOST
Má dvě dvojice rovnoběžných stran?	11
Je útvar podobný útvaru č. …	10
Má jednu dvojici rovnoběžných stran?	8
Jsou jeho úhlopříčky kolmé?	7
Má všechny strany stejně dlouhé?	4
Má 90°?	3
Má alespoň jeden úhel 90°?	3
Má 4 vrcholy?	2
Má útvar pravý úhel?	2
Je to kosočtverec?	2
Je útvar pravidelný?	1
Má 4 úhly?	1
Je to obdélník?	1
Je to kosodélník?	1
Má jednu dvojici stejně dlouhých stran?	1
Má 3 strany stejně dlouhé?	1
Má dvě strany stejně dlouhé?	1
Má 4 pravé úhly?	1
Svírají všechny vnitřní úhly 90°?	1
Má tvar nakloněného obdélníku?	1
Je podobný obdélníku?	1
Je velký?	1
Jsou tam dvě strany menší než ostatní?	1

Tabulka 1. Typ otázek a jejich četnost při hře jeden na jednoho.

OTÁZKA TÝKAJÍCÍ SE ČÍSLA ÚTVARU	ČETNOST
Přímý dotaz na útvar s kladnou odpovědí.	24
Přímý dotaz na útvar se zápornou odpovědí.	27
Je číslo útvaru dvojciferné?	2
Je číslo útvaru liché?	2
Je číslo útvaru sudé?	1

Tabulka 2. Typ otázek, které se jakkoliv týkají čísla útvaru.

4.3.2.2 Výsledky stanovených hypotéz

- *Žáci budou využívat předchozích zkušeností z pracovních listů s vlastnostmi čtyřúhelníků.*

Tato hypotéza se potvrdila. Skutečně většina žáků využívala ve svých otázkách předchozích zkušeností z pracovních listů. Výjimku tvořily dvě dvojice. Jedna dvojice se pravděpodobně snažila najít hledaný útvar, ale formulace z předchozích pracovních listů nevyužívala vůbec; jednalo se o žáky, kteří v předchozí skupinové práci nebyli aktivní. Oba žáci pokládali téměř stejné otázky (otázky typu: „Je útvar podobný útvaru č. …?“). Druhá dvojice nepřistoupila ke hře vážně, žáci se snažili pokládat takové otázky, aby získali co nejvíce bodů, i přesto, že pravidlům rozuměli.

- *Žáci budou na začátku nuceni dotazované vlastnosti ověřovat s využitím papírku ve tvaru čtverce, v dalších partiích už budou ověřovat méně.*

Tato hypotéza se také potvrdila. Během partií jeden na jednoho jsem žáky sledovala. 7 žáků během první partie dokonce na pár chvil opustilo své místo a vydali se do zadní lavice papírkem ověřovat otázku soupeře. 2 žáci odpovídali v první partii chybně na soupeřovy otázky, proto po prozrazení útvaru žáci spontánně ověřovali všechny otázky, aby zjistili, kde udělal soupeř chybu. Poté jsem zaznamenala ještě 1 žáka, který odcházel k zadní lavici, aby ověřil soupeřovu otázku, v tu chvíli ve dvojici hráli druhou partii. Dále už jsem nezpozorovala, že by někdo z žáků papírek používal.

- *Žáci po prvních dvou partiích zjistí, jaké vhodné otázky pokládat, aby čtyřúhelníky rozdělili do skupin, z nichž jedna by měla obsahovat hledaný útvar. Volbou dalších vhodných dotazů žák, který pokládá otázky, určí, ve které skupině se hledaný útvar nachází, a zúží tak počet možností.*

Tato hypotéza se potvrdila až při hře družstvo proti družstvu, ve které žáci pokládali už jen otázky, které je velice rychle dovedli k cíli. Výjimkou byla otázka ohledně číselného označení útvaru.

- *Žáci si uvědomí, že kolmost úhlopříček není vlastnost, kterou splňují všechny lichoběžníky.*

O této hypotéze nelze rozhodnout, zda se potvrdila. Při hře družstvo proti družstvu po zjištění, že označení čtyřúhelníku je liché číslo a že nemá dvě dvojice rovnoběžných stran, žákům zbývaly 4 čtyřúhelníky. Všechny byly lichoběžníky a žáci zjistili, že dva z nich se liší kolmostí úhlopříček, následně se na tuto vlastnost dotázali. Otázkou však zůstává, zda si uvědomovali, že se jedná ve všech případech o útvary s jednou dvojicí rovnoběžných stran, nebo jestli o další otázce rozhodli pouze analýzou rozdílů daných čtyřúhelníků.

- *Žáci budou mít potřebu útvary nějak pojmenovat.*

Z typů a počtu položených otázek soudím, že někteří žáci opravdu měli potřebu útvary pojmenovat. Ve hře jeden proti jednomu žáci celkem čtyřikrát využili dotaz na konkrétní útvar („Je to kosočtverec? Je to obdélník?“) a jeden žák se snažil zjistit, zda se jedná o kosodélník vlastní formulací: „Má tvar nakloněného obdélníku?“

- *Žák, který na soupeřovy otázky odpovídá, bude mít chybně vytvořené představy o vlastnostech jednotlivých útvarů. Bude odpovídat chybně a hra se bude odvíjet špatným směrem.*

Někteří žáci skutečně měli chybné představy o vlastnostech útvary a odpovídali na zadané otázky chybně. Většinou to byli žáci, kteří v matematice dosahují podprůměrných výsledků a při hře ani neprojevovali snahu tázanou vlastnost ověřit. Většinou až po prozrazení čísla útvaru začali na popud soupeře vlastnosti ověřovat. Chyba byla ve všech takových případech nalezena.

4.3.3 Čtvrtá vyučovací hodina

Ve čtvrté hodině jsem spolu s žáky rozebírala průběh didaktické hry i úkoly jednotlivých pracovních listů. Řešili jsme, jak přistupovali k řešení úkolů k zadávání otázek, zda nastal nějaký problém, jaké volili strategie a co se jim zdálo obtížné.

Žákům jsem rozdala všechny materiály, které měli dostupné ve všech třech hodinách, ale prázdné. V následujících bodech shrnuji důležité momenty a ukázky konkrétních argumentací, které nastaly v průběhu poslední hodiny experimentu:

Didaktická hra

- Většina žáků hodnotila hru velmi kladně.

- Žáci postupně uváděli ty otázky (vlastnosti), které sami kladli ve fázi Akce a poté i ve fázi Formulace, a vybírali z nich ty, které vedou nejrychleji k cíli. Jako nejzásadnější většina žáků označila otázky týkající se počtu dvojic rovnoběžných stran, délek stran a kolmosti úhlopříček. Ojediněle byly navrženy otázky, které se týkaly vnitřních úhlů a shodné délky úhlopříček. Žáci velmi rychle dospěli k domluvě.
- Žáci, kteří ve svých tabulkách uváděli dotazy ohledně podobnosti s nějakým útvarem, navrhovali tyto dotazy třídě. Ostatní žáci argumentovali, že to takto není možné říci, protože nevíme, o jakou podobnost se jedná, v jaké vlastnosti konkrétně a co to vůbec znamená podobný, do jaké míry. Navrhovatelé nakonec uznali svou chybu, prý chtěli odlišit útvary s jednou dvojicí rovnoběžných stran a útvary se dvěma a nevěděli, jak to formulovat.
- Jeden žák navrhl otázku: „Má 4 pravé úhly?“ a chtěl ji zařadit mezi ty otázky, které vedou nejrychleji k cíli. To vyvolalo diskuzi. Jedna žákyně (Kačka, skupina 1) oponovala, že není jasné, které úhly má tazatel na mysli. Navrhovatel svou formulaci opravil: „Jsou všechny vnitřní úhly útvaru pravé?“ a komentoval to slovy: „Stejně je to jedno.“ Na to se na něho třída obořila, že to jedno není, protože mohl myslet např. úhel, který svírají úhlopříčky.
- Po zkušenosti s didaktickou hrou nenavrhuji v jejím zadání žádné změny. Pro zkvalitnění průběhu navrhuji věnovat jí více času. Většině skupin bylo líto, že si nemohli zahrát více partií, a to jak ve dvojici, tak v týmech. Tým, který prohrál, vyžadoval odvetnou hru.

Modrý pracovní list

- Žáci se shodli, že největší problém jim dělalo si uvědomit, co je úhlopříčka, kde se v útvaru nachází a jak ji načrtnout podle kritérií.
- Když Michal (skupina 4) prezentoval dvě řešení úlohy a), žáci ve třídě se nejdříve ptali, zda jsou všechny strany obou dlaždic shodné. Michal odpověděl, že ano. „V tom případě to není druhé řešení.“ odpověděli žáci. Michal řekl, že je, protože má jiný tvar (čtverec je pootočený). Žáci

odpovídali, že dlaždice je v obou případech čtvercová, a jelikož má druhá dlaždice stejně dlouhé strany jako první, jedná se o shodné čtverce. Michal uznal svou chybu a na tabuli načrtl větší čtverec. Žáci toto řešení uznali. Michal odešel od tabule, ale čtyři žáci na něj volali, že podle zadání ještě musí označit vrcholy velkými písmeny. Ostatní žáci se velmi divili, že něco takového je uvedeno v zadání. „No jo, toho jsem si nevšiml.“ komentoval to Michal.

- Někteří žáci si až v průběhu diskuze o úlohách všimli, že v úloze d) je napsáno, že úhlopříčky k sobě nejsou kolmé. Což může být důvodem většího počtu chyb v řešení úlohy d).
- Někteří žáci poukázali na to, že úlohy e) a g) jsou stejné a úloha h) mohla být vyřešena stejně jako c). Ostatní žáci se opět divili.
- Celkově se úlohy modrého pracovního listu žákům zdály velmi obtížné.
- Po těchto zkušenostech při příštím použití toho pracovního listu rozdělím čtverečkovaný papír na úseky, které nadepíši řešení 1, řešení 2, řešení 3, aby bylo jasné, že úkolem je najít 3 útvary. Dále zmenším počet čtyřúhelníků. Žáci byli demotivovaní, když spatřili množství úloh.

Zelený pracovní list

- Někteří žáci přiznali, že na začátku vůbec nechápali zadání úloh zeleného pracovního listu. Museli několikrát číst zadání.
- Žáci jedné skupiny říkali, že i přesto, že našli u řešení úlohy a) systém, určitě nenašli všechny útvary. Komentovali to slovy: „Vždyť je jich tam hrozně moc.“
- Jiná skupina uváděla, že když si do čtverce, resp. obdélníku, začali barevně vyznačovat dané čtyřúhelníky, již pro ně nebylo snadné najít další řešení.
- Diskuzi vyvolali žáci skupiny 4, když uvedli, že měli ještě jedno řešení úlohy a), které nakonec vyřadili, jelikož prý nesplňovalo zadání. Požádala jsem je, aby daný čtyřúhelník zapsali na tabuli. Ostatní žáci si prstem začali ukazovat v prázdném pracovním listu a ověřovat, zda tento čtyřúhelník skutečně nesplňuje zadanou vlastnost. Poté se asi 5 žáků

přihlásilo. Podle nich bylo řešení správné. Michal však oponoval, že tento čtyřúhelník má dvě dvojice rovnoběžných stran. Anička H. mu však důrazně začala vysvětlovat, že strana A_1E_1 nemá stejnou délku jako strana I_1C_1, a proto nemohou být strany A_1I_1, E_1C_1 rovnoběžné. Michal pravděpodobně pochopil, ještě jednou sklonil hlavu do prázdného listu a poté uznal, že řešení bylo správné.

- Do tohoto pracovního listu při jeho příštím použití zařadím pouze jednu úlohu. Nejspíš úlohu a). Žáky při práci tlačil čas, domnívám se, že pokud by tento list obsahoval pouze jednu úlohu, žáci by byli mnohem více motivováni k hledání možností, a nalezli by jich více.

Červený a žlutý pracovní list

- Žáci u těchto dvou pracovních listů komentovali svůj postup. Zkoušeli ověřovat různé vlastnosti nejprve u čtyřúhelníků v jedné skupině. Když zjistili, že vlastnosti mají všechny čtyřúhelníky v této skupině, začali ověřovat tutéž vlastnost i u dalších skupin čtyřúhelníků.
- Žáci skupiny 5 uváděli své řešení úlohy b) žlutého pracovního listu. Do řešení uvedli: „Všechny trojúhelníky v jednom útvaru (22-28) jsou stejné.“ Ostatní žáci oponovali, že to není pravda. Matouš řekl, že jsou shodné vždy dva trojúhelníky. Všechny jsou dle jeho názoru shodné pouze u útvaru 22 a 23. Žáci skupiny pět se zamysleli, dívali se na útvary a nakonec uznali svou chybu. Tuto situaci s žáky ještě rozeberu v jiné hodině, jelikož kritérium, které se týká úhlopříček, můžeme vyvodit pomocí shodnosti trojúhelníků, ale v této hodině na to bohužel nezbyl čas.
- Žáci prý na začátku úkolu vůbec nechápali, na co je tabulka a co do ní mají zapisovat.
- Úkoly tohoto pracovního listu žáci vyhodnotili jako jedny z těch snazších.

4.3.4 Výsledky obecných očekávání

- *Žáky bude jinak organizovaná práce bavit.*

- *Žáci budou motivovaní, jelikož se jedná o jiný způsob práce, než na jaký jsou zvyklí. Ale jejich motivace může být jen chvilková.*

Žáci sami konstatovali, že je didaktická hra bavila mnohem více, než práce na pracovních listech. V úvodních dvou hodinách žáci pracovali ve skupinách po 3 žácích. V prvních cca 20 minutách všichni žáci pracovali. Poté se stávalo, že jeden žák ze skupiny vůbec nepracoval. Ostatní členové se ho snažili přimět k práci, ale ne vždy se jim to podařilo.

- *Žáci budou mít radost ze svého vlastního úspěchu při řešení jednotlivých úkolů.*

Žáci při závěrečné hodině experimentu skutečně projevovali radost, pokud jejich řešení bylo ostatními žáky uznáno za správné. Naopak, pokud některý z žáků vyslovil nepravdivé tvrzení, horlivě argumentovali a snažili se o vyvrácení.

- *Ve vybrané experimentální skupině může být problémem schopnost žáků pracovat ve skupině.*
- *Je možné, že se do skupinové práce nezapojí všichni její členové. Předpokládám problémy ve skupině, ve které se nachází integrovaný žák, se kterým většinou skupina nechce spolupracovat.*

Tato hypotéze se skutečně potvrdila. Vojta (i) musel pracovat sám. Dalším problémem bylo již výše uvedené nezapojení se všech členů do práce.

- *Ve vybrané třídě jsou velké rozdíly mezi žáky, co se týče jejich zdatnosti v matematice. Časové omezení práce na pracovních listech může být pro pomalejší a podprůměrné žáky stresující. Naopak rychlejší žáci mohou se svou skupinou práci skončit dříve.*

Pro další využití proto aktivitu upravím tak, že některé výše jmenované úlohy vyřadím, aby žáci měli na práci více času. Mohli by se více do problematiky ponořit a vyřešit zadané úkoly.

- *Některým žákům může dělat problém pochopení zadání úlohy. Je možné, že pokud skupina nepochopí zadání, rozhodne se úkol neplnit vůbec.*

Tato hypotéza se potvrdila např. u Vojty (i). Ten u úkolu a) zeleného pracovního listu hledal řešení zcela chybně, načež celou úlohu přeškrtl a dále ji neřešil. U úkolu b) napsal: „nejde“. Domnívám se, že když nepochopil zadání ihned, už se nesnažil a na práci rezignoval.

- *Pro některé žáky může být nepříjemné, že nemohou správnost svého výsledku ověřit u učitele.*

Zpočátku se objevovalo mnoho dotazů ohledně správnosti řešení, strategie nebo cesty k řešení. Protože jsem však žáky neustále odkazovala na členy jejich skupiny, dotazy v průběhu experimentu zcela vymizely.

Obecná očekávání a vytipování problémových situací u didaktické hry:

- *Jelikož jsou žáci v experimentální skupině soutěživí, hra je bude bavit.*

Tato hypotéza se potvrdila, žáci dokonce požadovali, abychom si tuto hru zahráli ještě jednou.

- *Problémem může být lichý počet přítomných žáků ve třídě. Nebude možné utvořit dvojice. Bude nutné hru upravit.*

Tento problém v experimentální skupině skutečně nastal. Vyřešila jsem ho tak, že jsem vytvořila jednu trojici a poupravila pravidla. Ve trojici kladli otázky střídavě dva hráči jednomu, který tajně vybral útvar.

- *V případě hry bude skupinová práce (práce ve dvojicích) efektivnější. Bez aktivity jednoho hráče nemůže být aktivní ani druhý hráč. Musí se zapojit oba.*

Skutečně byla hra ve dvojicích a jedné trojici efektivnější než práce v předchozích hodinách. Když jsem procházela třídou, všichni hráli zadanou hru, když jsem ale procházela třídou v předcházejících hodinách (práce na pracovních listech), všímala jsem si toho, že v některé tříčlenné skupině pracovala pouze dvojice, v některé dokonce sám jedinec[58].

[58] Mám tentokrát na mysli kompletní tříčlenné skupiny.

4.3.5 Rozbor experimentu vzhledem k jednotlivým fázím TDS

4.3.5.1 Devoluce

Devoluce proběhla na začátku první hodiny experimentu a poté na začátku třetí hodiny experimentu. Stanovená pravidla žáci pochopili. V průběhu devoluce kladli doplňující dotazy. Zpočátku se mě neustále dotazovali i v průběhu práce (zvláště v prvních dvou hodinách experimentu, ale poté dotazy vymizely).

4.3.5.2 A-didaktická situace

4.3.5.2.1 Akce

Fáze Akce se dle mého názoru v první části experimentu (práce na pracovních listech) překrývala s fází Formulace. Pokud se chtěli žáci ve skupině dohodnout na řešení, museli si navzájem sdělovat a zdůvodňovat vlastní myšlenky a vhodně je formulovat.

V druhé části experimentu (didaktická hra) ve fázi Akce žáci hráli didaktickou hru jeden proti jednomu.

4.3.5.2.2 Formulace

Ve třetí vyučovací hodině experimentu žáci ve fázi formulace hráli didaktickou hru ve dvou družstvech proti sobě. Žák, který byl vyvolán, se musel radit se svým družstvem o otázce, kterou položí. Žáci v jeho družstvu museli vhodně formulovat otázku, aby žák u tabule věděl, na co se má ptát. Druhé družstvo muselo vlastnost ověřit. Opět museli žáci spolupracovat, aby odpověď na otázku byla jednotná.

4.3.5.2.3 Validace

V poslední hodině experimentu proběhla fáze Validace. Žáci si mezi sebou navzájem sdělovali, jak postupovali, jaké v jejich skupině probíhaly úvahy a jak vlastně úkol vyřešili. V této hodině měli žáci možnost zjistit, jak o problému uvažují jiní lidé, a možnost nahlédnout na danou problematiku z jiné perspektivy

4.3.5.3 Institucionalizace

Institucionalizace si klade za cíl začlenit nové poznatky do systému matematických vědomostí žáka. Jelikož tuto třídu matematiku běžně učím, rozhodla jsem se institucionalizovat průběžně. V první fázi žáci vyplňovali tabulku, která se týká vlastností rovnoběžníků a lichoběžníků. Žáky jsem také s názvy jednotlivých čtyřúhelníků seznámila. Dále jsem se snažila nové poznatky a zkušenosti začleňovat postupně. Vždy, když jsme v probírání látky narazili na podobnou úlohu, nebo vlastnost, která se vyskytovala v pracovním listě, žáky jsem upozornila. Bez dalšího vysvětlování se vždy někteří žáci hlásili a rádi se o objevenou souvislost s pracovními listy podělili s ostatními.

5 ZÁVĚR

Jedním z cílů diplomové práce bylo představit čtenářům základní myšlenku a vysvětlit základní pojmy Teorie didaktických situací. Teorie je velmi rozsáhlá a není možné ji podrobně představit v jedné diplomové práci. Proto jsem se soustředila jen na ty základní pojmy, které potřebuji v experimentální části jako základ pro vytvoření didaktické situace zaměřené na třídění čtyřúhelníků v rovině. Potřebné teoretické pojmy jsou v práci stručně a srozumitelně vyloženy.

V teoretické části práce jsou dále stručně představeny kurikulární dokumenty, které v současné době platí v České republice. Zaměřila jsem se především na konkrétní výstupy, které jsou věnovány tématu čtyřúhelníky, a to jak na prvním, tak i na druhém stupni základní školy. Dále jsem do teoretické části zapracovala analýzu vybraných učebnic matematiky. Soustředila jsem se především na to, jak tyto učebnice zpracovávají téma čtyřúhelníky, jaké konkrétní úlohy uvádějí a do jaké míry umožňují učiteli s nimi dále pracovat.

V experimentální části jsem uvedla podrobný scénář k výukové jednotce, která je zaměřena na třídění čtyřúhelníku na základě vybraných vlastností. Scénář jsem zpracovala a realizovala v souladu se zásadami TDS. Dále jsem uvedla podrobný popis průběhu realizovaného experimentu a na základě jeho výsledků jsem ve scénáři navrhla změny.

Velké pozitivum výuky realizované dle zásad TDS vidím v motivačním charakteru hry nebo úkolů. Učitel však musí zvážit a zvolit vhodný typ organizace výukové jednotky pro danou skupinu žáků. V případě skupiny, která byla vybrána pro realizaci v této diplomové práci popsaného experimentu, to byla didaktická hra. Výuka realizovaná dle zásad TDS také pozitivně působí na schopnosti žáků spolupracovat ve skupině. Příprava výuky dle zásad TDS je však náročná, což mohou někteří učitelé vnímat jako negativum této teorie. Učitel musí pečlivě připravovat veškeré materiály, ať už je jeho výuková jednotka organizována jako práce na pracovních listech či didaktická hra. Je to téměř jediný zásah (kromě devoluce), kterým může směrovat práci žáků. Při výuce nesmí odpovídat na dotazy, které se týkají zadání. Učitel ovšem nikdy nemůže dopředu předpovědět veškeré situace, které ve třídě během takto organizované výuky nastanou. Nemůže si tedy být nikdy jist, zda se připravil dostatečně, což ovšem nemůže říct ani učitel, který nerealizuje výuku dle TDS.

V této diplomové práci jsem dokázala, že pokud se učitel rozhodne žákům přiblížit jakékoliv matematické téma, ať už aritmetické či geometrické, a učinit ho zábavnějším, jednou z možností, jak toho docílit, je příprava a realizace výuky dle zásad TDS. V (Složil, 2005) je zpracována didaktická situace zaměřená na aritmetiku, speciálně na dělitelnost přirozených čísel. Zde pracuji se situací geometrickou. V obou pracích je dokumentováno, že použití didaktické situace připravené podle zásad TDS je pro žáky zábavné a umožní jim zajímavou formou osvojit si potřebné znalosti a dovednosti.

Za hlavní přínos této teorie považuji přenesení zodpovědnosti za získávání poznatků na žáky. Žáci mohou sami za použití dosavadních vědomostí získávat nové poznatky a zkušenosti s danou matematickou problematikou prostřednictvím učitelem vytvořených podmínek. Pokud totiž žákům umožníme samostatně objevovat zatím nepoznané skutečnosti a získávat osobní zkušenosti s různými matematickými tématy, získané vědomosti budou stabilnější a trvalejší.

Podobně jako didaktická situace, která je v práci představena, lze připravit situace pro různé oblasti matematiky. Otevírají se možnosti pro další studenty, aby vybrali některé další téma ze školské matematiky a zpracovali ho podle zásad TDS.

6 LITERATURA

[1] **Binterová, H., Fuchs, E., Tlustý, P. 2007.** *Matematika 6: učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia. Geometrie.* Plzeň : Fraus, 2007. ISBN 978-80-7238-656-7.

[2] **—. 2008.** *Matematika 7: učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia. Geometrie.* Plzeň : Fraus, 2008. ISBN 978-80-7238-681-9.

[3] **Brousseau, G. 1984.** *Le rôle central du contrat didactique dans l'analyse et la construction des situations d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques.* Actes de la IIIe école d' été de didactiques des mathémathiques. Grenoble : IMAG, 1984.

[4] **—. 1997**. *Theory of Didactical Situations in mathematics 1970 - 1990*. [Edited and translated by Balacheff, M., Cooper R. Sutherland, V. Warfield]. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publisher, 1997

[5] **—. 1998.** *La théorie des situations didactiques et ses applications.* Cours donné à Montréal pour l'attribution du titre de Docteur Honoris Causa de l'Université de Montréal, 1998. 56 s.

[6] **—. 2001.** *Les doubles jeux de l'enseignement des mathèmatiques.* Lecture at Colloque inter IREM, 2001.

[7] **—. 2012.** *Úvod do teorie didaktických situací v matematice.* [překl.] J. Novotná, J. Bureš a L. Růžičková. Praha : UK - PedF, 2012. 105 s. ISBN 978-80-7290-600-0.

[8] **Brousseau, G., Sarrazy, B. 2002.** *Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques.* DAEST, Université Bordeaux 2, 2002.

[9] **Hejný, M., Kuřina, F. 2001.** *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování.* Praha : Portál, 2001. 187 s. ISBN 80-717-8581-4.

[10] **MŠMT. 2010.** Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy. *Zpráva o vývoji českého školství od listopadu 1989 (v oblasti regionálního školství).* [Online] 26. Květen 2010. [Citace: 27. Únor 2014.] Dostupné z WWW: <http://www.msmt.cz/file/10376?highlightWords=zpr%C3%A1va+v%C3%BDvoji+%C4%8Desk%C3%A9ho+%C5%A1kolstv%C3%AD+listopadu+1989>.

[11] **—. 2013**. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání (se změnami k 1. 9. 2013).* [online]. Praha: Národní ústav pro vzdělávání. 2013. 146 s. [cit. 2014-03-02]. Dostupné z WWW:<http://www.nuv.cz/file/319>.

[12] **NOVOTNÁ, Jarmila et al. 2003.** *Navigating between Theory and Practice. Teachers who navigate betweent her Research and thein Practise. Plenary panel*. In: *Proceedings of the 27 International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Eds. Pateman, Neil A.; Dougherty, Barbara J. and Zilliox, Joseph. University of Hawai´i. CRDG, College of Education. 2003, p. 69-99. ISBN 0771-100 X.

[13] **Novotná, J., Pelantová, A., Hrabáková, H., Krátká M. 2006**. *Příprava výukových situací.* In *Sborník příspěvků celostátní konference Jak učit matematice žáky ve věku 11-15 let?* Ed. Magdalena Krátká. Vydavatelský servis Plzeň, 2006, p. 151-173. ISBN 80-86843-08-4.

[14] **NÚV – Národní ústav pro vzdělávání. 2014**. *Rámcové vzdělávací programy.* [online]. © 2011 – 2014 [cit. 2014-03-02]. Dostupné z WWW: <http://www.nuv.cz/ramcove-vzdelavaci-programy>.

[15] **Odvárko, O., Kadleček, J. 1997.** *Matematika [3] pro 6. ročník základní školy.* Praha : Prometheus, 1997. ISBN 80-7196-144-2.

[16] **—. 2004.** *Matematika [3] pro 7. ročník základní školy.* Praha : Prometheus, 2004. ISBN 80-7196-286-4.

[17] **Růžičková, L., Novotná, J. 2011.** Matematická rallye: Shodná zobrazení. In N. Stehlíková a L. Tejkalová. *Dva dny s didaktikou matematiky 2011: Sborník příspěvků.* Plzeň : Vydavatelský servis, 2011, stránky 89-94.

[18] **Růžičková, L. 2012.** *Užití podnětných úloh ve výuce matematiky.* 1. vyd. Praha : Pedagogická fakulta Univerzity Karlovy v Praze, 2012. 116 s. ISBN 978-80-7290-614-7.

[19] **Sarrazy, B. 1996.** *La sensibilité au contrat didactique : Rôle des Arrière-plans dans la résolution de problèmes d'ari-thmétique au cycle trois.* Université de Bordeaux. : Université de Bordeaux II., 1996. Vedoucí disertační práce Prof. Pierre Clanché. 775 s.

[20] **Složil, J. 2005.** *Teorie didaktických situací v české škole: Dělitelnost přirozených čísel v 6. ročníku ZŠ. [Diplomová práce].* Praha : UK - PedF, 2005. 123 s.

[21] **Tomášek, V. a kol. 2012.** Česká školní inspekce. *Národní zpráva TIMSS 2011.* [Online] 2012. [Citace: 31. červenec 2013.] nebo jen http://www.csicr.cz/cz/O-nas/Mezinarodni-setreni/TIMSS/Narodni-zprava-TIMSS-2011. Dostupné z WWW: <http://www.csicr.cz/getattachment/f80cafe7-4097-4bf5-a29f-8b25e150f2d9/narodni-zprava-TIMMS_2011_WEB.pdf>. ISBN 978-80-905370-4-0.

7 PŘÍLOHY

Příloha A Ukázka úvodního pracovního listu skupiny 1.

Příloha B Zadání úloh modrého pracovního listu.

Příloha C1 Motivace a zadání úlohy a) zeleného pracovního listu.

Příloha C2 Zadání úlohy b) zeleného pracovního listu.

Příloha D1 Motivace a všeobecné zadání úkolů červeného i žlutého pracovního listu.

Příloha D2 Čtyřúhelníky rozdělené do skupin dle kritéria, které je řešením úkolu a) červeného pracovního listu.

Příloha D3 Čtyřúhelníky rozdělené do skupin dle kritéria, které je řešením úkolu b) červeného pracovního listu.

Příloha D4 Čtyřúhelníky rozdělené do skupin dle kritéria, které je řešením úkolu c) červeného pracovního listu.

Příloha D5 Tabulka pro zápis všech kritérií červeného pracovního listu.

Příloha E1 Čtyřúhelníky rozdělené do skupin dle kritéria, které je řešením úkolu a) žlutého pracovního listu.

Příloha E2 Čtyřúhelníky rozdělené do skupin dle kritéria, které je řešením úkolu b) žlutého pracovního listu.

Příloha E3 Tabulka pro zápis všech kritérií žlutého pracovního listu.

Příloha F1 Očíslované čtyřúhelníky k didaktické hře. List 1.

Příloha F2 Očíslované čtyřúhelníky k didaktické hře. List 2.

Příloha F3 Tabulka pro zápis otázek, odpovědí a trestných bodů.

Příloha M1 Ukázka řešení modrého pracovního listu skupinou 1.

Příloha M2 Ukázka řešení modrého pracovního listu skupinou 2.

Příloha M3a Ukázka 1. verze řešení modrého pracovního listu skupinou 3.

Příloha M3b Ukázka 2. verze řešení modrého pracovního listu skupinou 3.

Příloha M4 Ukázka řešení modrého pracovního listu skupinou 4.

Příloha M5 Ukázka řešení modrého pracovního listu skupinou 5.

Příloha M6 Ukázka řešení modrého pracovního listu skupinou 6.

Příloha M7 Ukázka řešení modrého pracovního listu skupinou 7.

Příloha M8 Ukázka řešení modrého pracovního listu skupinou 8.

PŘÍLOHA A

ČTYŘÚHELNÍKY

Skupina číslo **1**

Název skupiny: ……………………………………..

Jména členů skupiny: ……………………………………..

……………………………………..

……………………………………..

……………………………………..

Průběh práce:

V této pracovní skupině budete spolupracovat následující 2 vyučovací hodiny. Vaším prvním úkolem je vymyslet název vaší skupiny. Zvolené jméno napište na příslušný řádek. Budete postupně řešit úkoly v jednotlivých pracovních listech. Vždy označíte váš pracovní list číslem skupiny a názvem vašeho týmu. Na konci těchto vyučovacích hodiny si od vás vyplněné pracovní listy vyberu.

Pořadí pracovních listů:

Vaše skupina má povinnost splnit úkoly z následujících pracovních listů v **zadaném pořadí**:

Pracovní listy jsou označeny barevně.

1) Modrý pracovní list
2) Zelený pracovní list
3) Červený pracovní list
4) Žlutý pracovní list

PŘÍLOHA B

MODRÝ PRACOVNÍ LIST

Načrtni dlaždici

Pan Novák vlastní firmu na výrobu dlaždic. Chce být originální a prodávat dlaždice různých tvarů. Bohužel již zapomněl, jak se jednotlivé útvary jmenují, a proto je na webovou stránku svého obchodu popisuje pomocí jejich vlastností. Ví pouze, že všechny dlaždice musí být čtyřúhelníky, aby se daly pomocí šablony vyrobit. Tvým úkolem bude panu Novákovi pomoci vyhotovit náčrtek takové dlaždice na přiložený čtverečkovaný papír.

- Označ vrcholy dlaždice velkými písmeny abecedy.
- Skrývá se pod každým popisem pouze jediný možný tvar dlaždice?
- Pokud existuje více takových různých dlaždic, načrtni alespoň 3.

Načrtni dlaždici, která:

a) má **právě dvě dvojice** rovnoběžných stran,
její úhlopříčky jsou k sobě kolmé.

b) má **pouze jednu dvojici** rovnoběžných stran,
2 strany stejně dlouhé,
2 vnitřní úhly jsou pravé.

c) má **pouze jednu dvojici** rovnoběžných stran,
úhlopříčky stejné délky jsou k sobě kolmé.

d) má **dvě dvojice** rovnoběžných stran,
má všechny strany stejně dlouhé,
všechny vnitřní úhly jsou pravé,
úhlopříčky k sobě nejsou kolmé.

e) má **dvě dvojice** rovnoběžných stran,
její úhlopříčky k sobě nejsou kolmé,
úhlopříčky nemají stejnou délku, ale navzájem se půlí.

f) má **pouze jednu dvojici** rovnoběžných stran,
jedna úhlopříčka je kolmá právě k oněm rovnoběžným stranám.

g) má **pouze jednu dvojici** rovnoběžných stran,
její úhlopříčky jsou k sobě kolmé.

h) má **pouze jednu dvojici** rovnoběžných stran,
její úhlopříčky jsou k sobě kolmé.

PŘÍLOHA C1

ZELENÝ PRACOVNÍ LIST

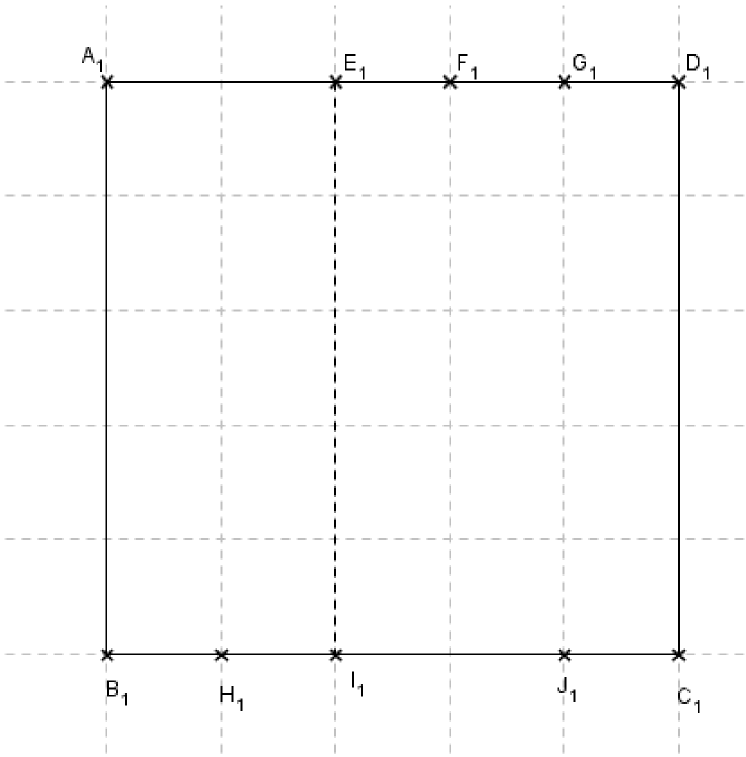
Unesená princezna.

Princeznu unesl drak do své chýše. Tvé družstvo se ji chystá zachránit. Draka jste přemohli, teď je ještě potřeba vyluštit hádanky vychytralého draka. Na každých dveřích se nachází zvláštní obrazec a legenda. Tvým úkolem bude vyřešit všechny drakovy úkoly, abys princeznu vysvobodil.

a) Na stranách čtverce $A_1B_1C_1D_1$ jsou dány body E_1, F_1, G_1, H_1, I_1 a J_1, dle obrázku. Najdi **všechny** útvary, které mají vrcholy **pouze** v uvedených bodech a mají následující vlastnost:

Jsou to čtyřúhelníky a mají **pouze jednu dvojici** rovnoběžných stran. Zbylé dvě strany jsou různoběžné.

Všechny nalezené útvary zapiš pomocí písmen vedle obrázku. Do obrázku můžeš črtat.

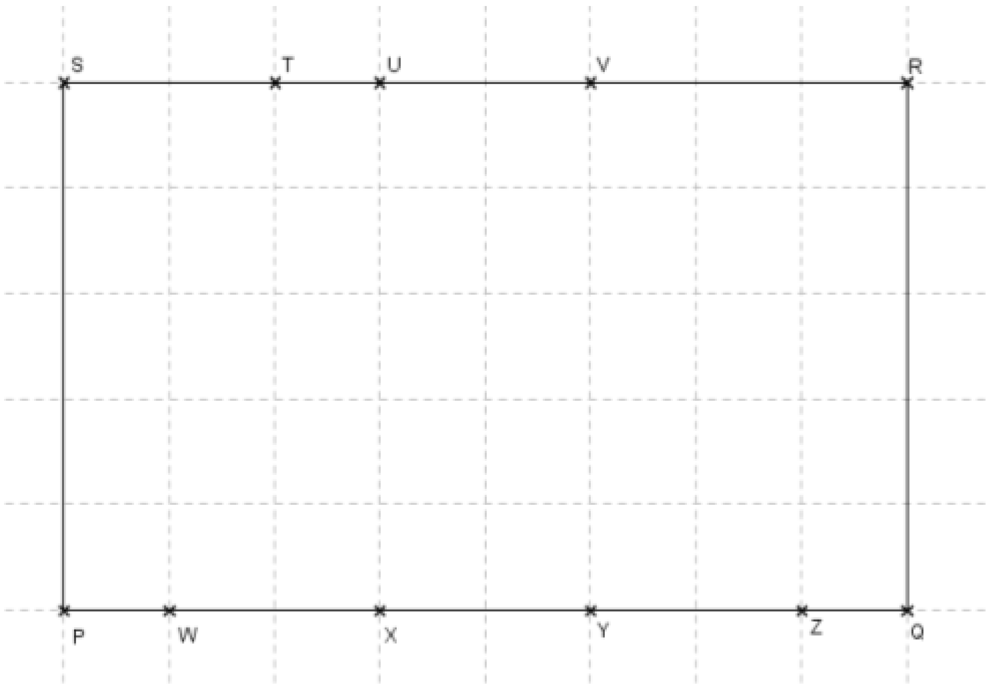


PŘÍLOHA C2

b) Na stranách obdélníku $PQRS$ jsou dány body T, U, V, W, X, Y a Z podle obrázku. Najdi **všechny** útvary, které mají vrcholy **pouze** v uvedených bodech a mají následující vlastnost:

Jsou to čtyřúhelníky, mají dvě dvojice rovnoběžných stran a jejich úhlopříčky na sebe **nejsou** kolmé.

Všechny nalezené útvary zapiš pomocí písmen pod obrázek. Do obrázku můžeš črtat.



PŘÍLOHA D1

ČERVENÝ PRACOVNÍ LIST

Počítač se zbláznil.

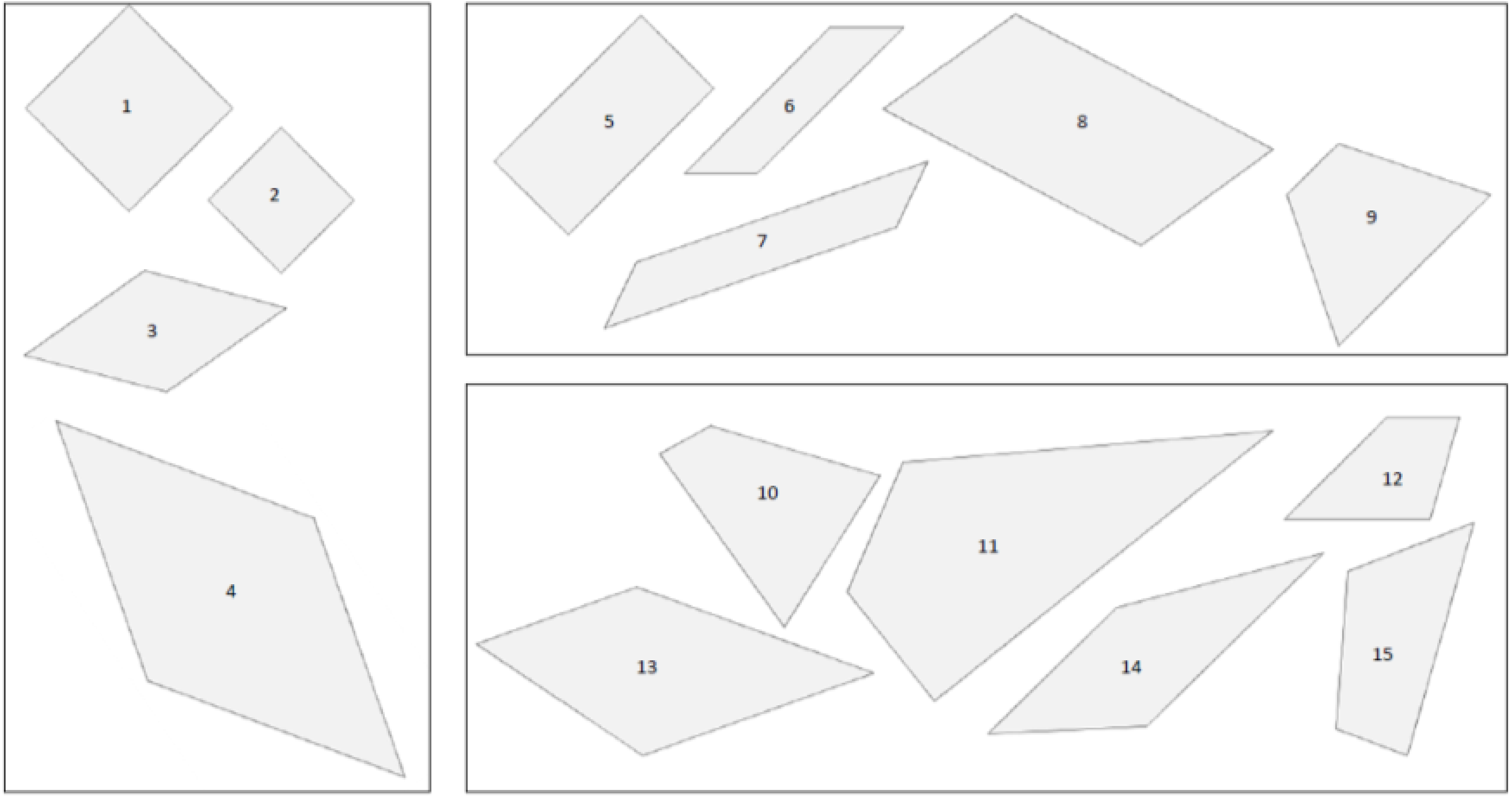
Počítač rozdělil soubor útvarů (čtyřúhelníků) vždy na nějaké skupiny (pokaždé na jiné). Opravit se může pouze tak, že se na řádek napíše správné kritérium, dle kterého počítač rozděloval.

Tvým úkolem je zjistit, na **základě jakého kritéria (vlastnosti) byly útvary rozděleny** do skupin tak, jak vidíš na obrázku. Můžeš používat *pravítko, kružítko i úhloměr*.

Všechna navržená kritéria zapisuj do tabulky. Pokud zjistíš, že navržené kritérium není správné, uveď důvod selhání kritéria do třetího sloupečku tabulky. Pokud najdeš kritérium, které je správné, zapiš ho též na řádek nad obrázkem.

PŘÍLOHA D2

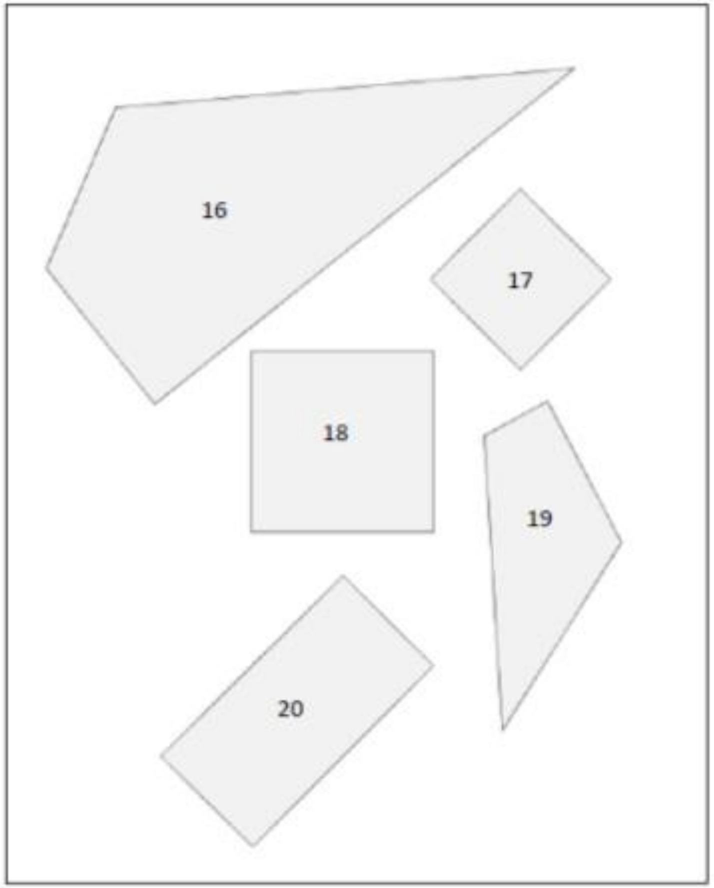
a) ....
....

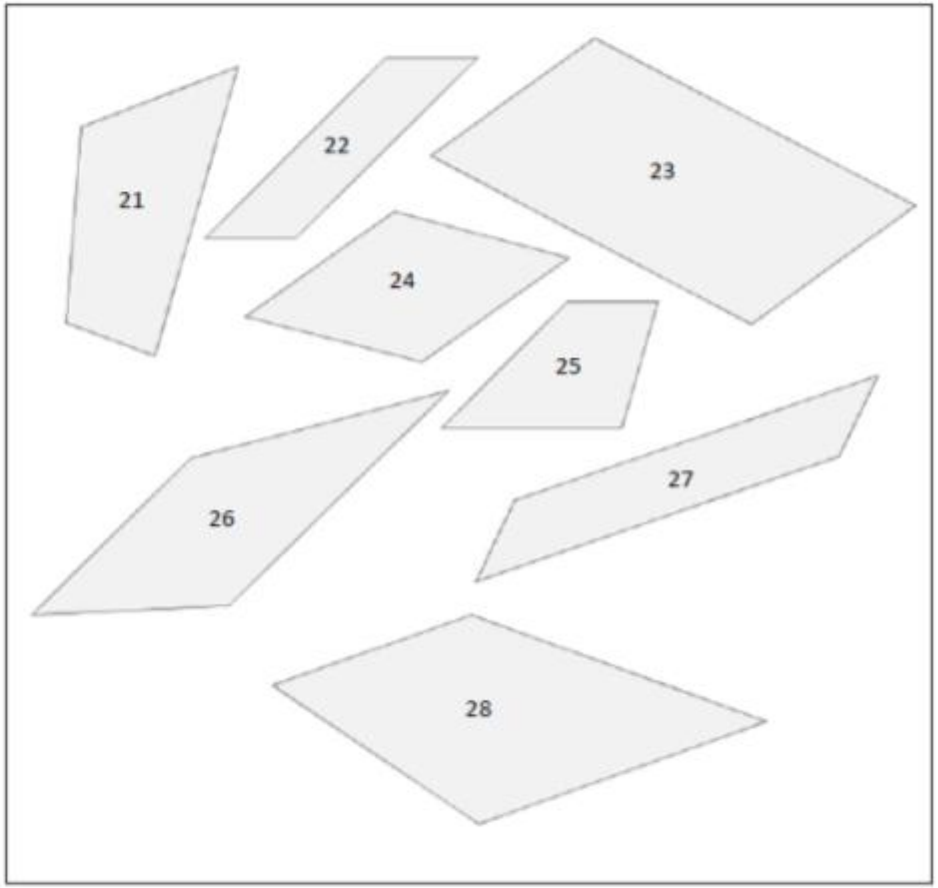


PŘÍLOHA D3

b) ....

....

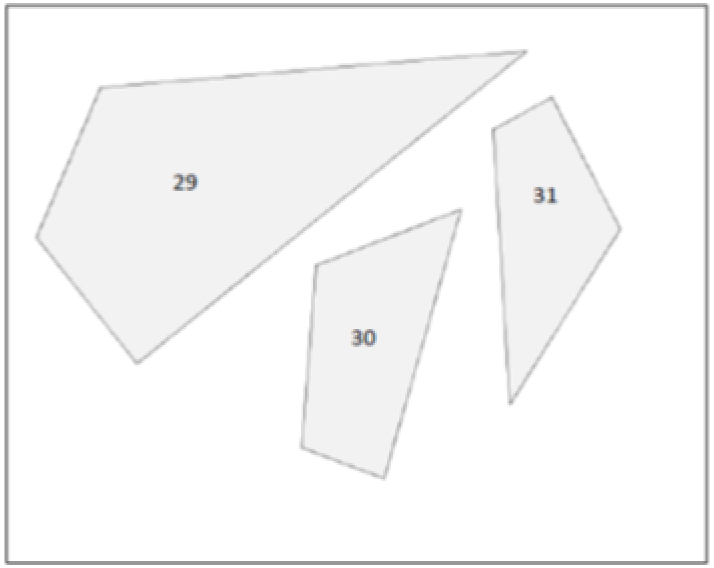


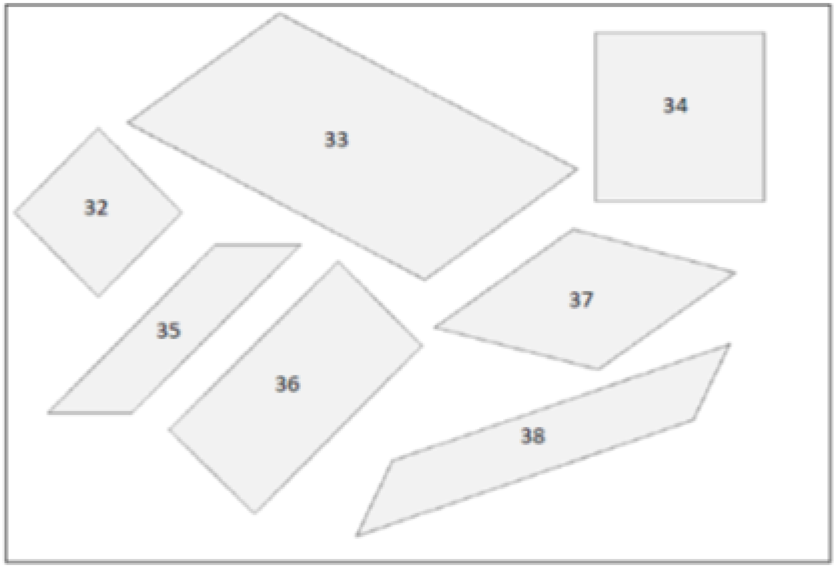


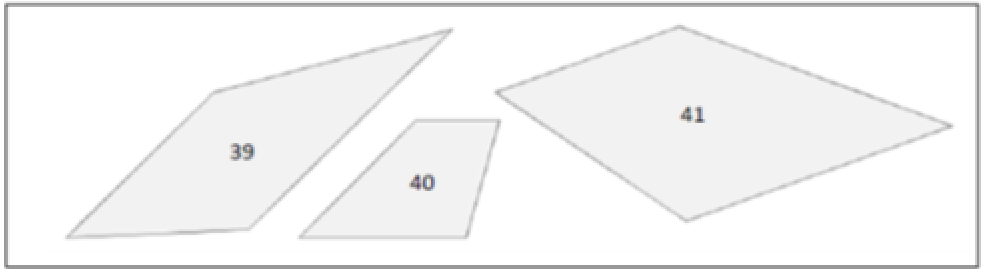
PŘÍLOHA D4

c) ....

....







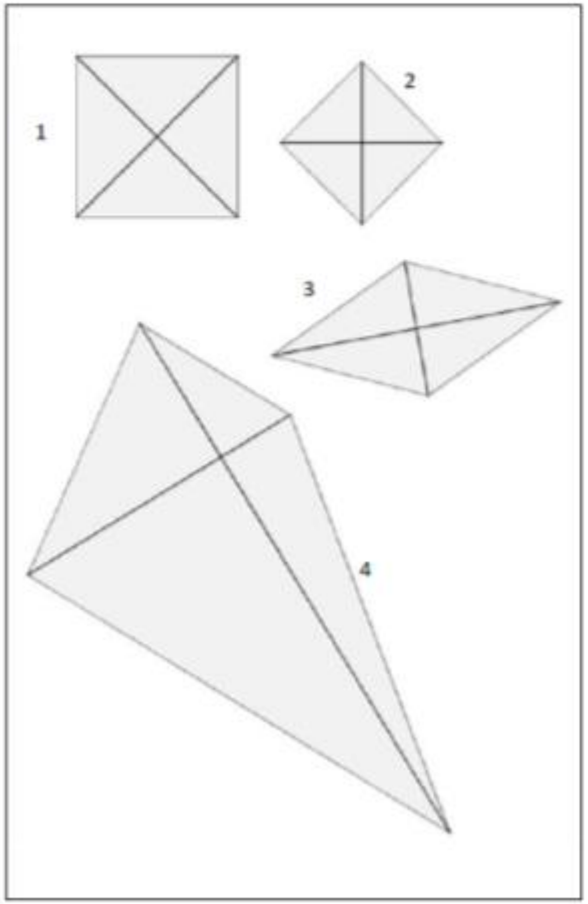
PŘÍLOHA D5

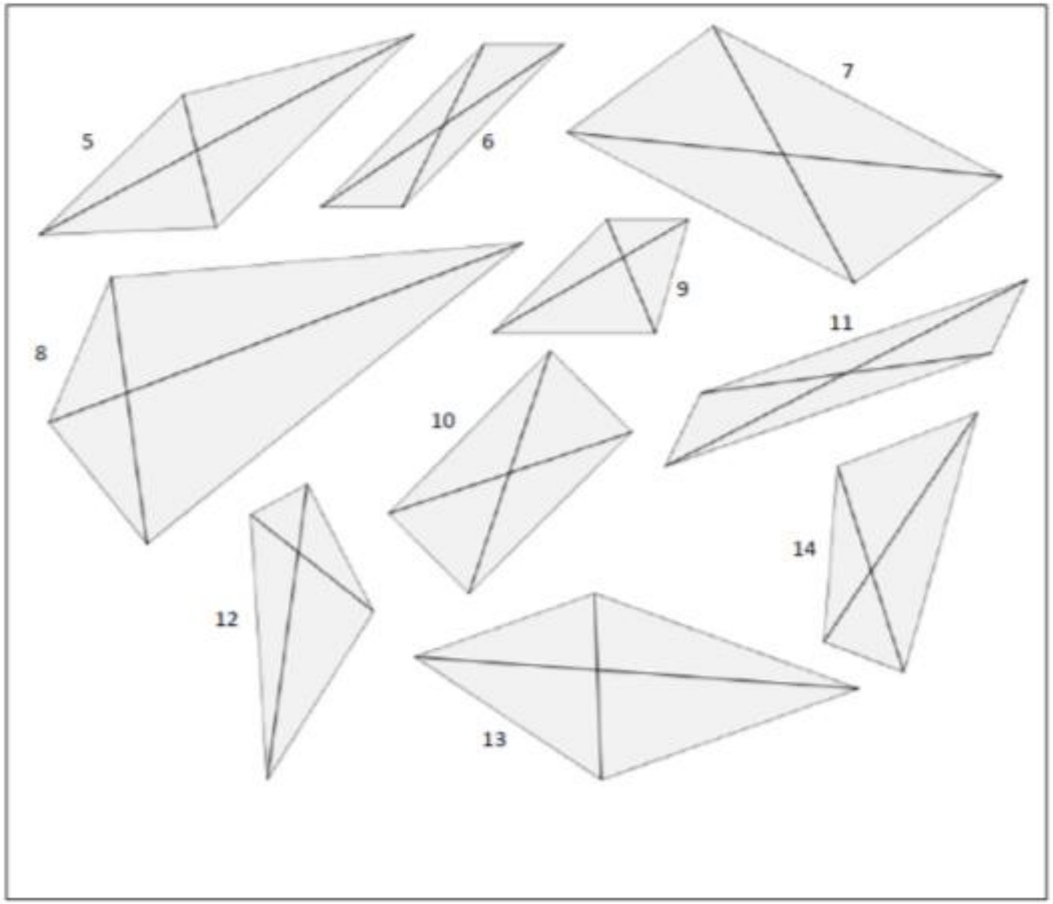
Označení úkolu [Zapiš a), b), nebo c)]	Kritérium zvolené k ověření	Důvod selhání kritéria (uveď čísla útvarů, která nevyhovují navrženému kritériu).

PŘÍLOHA E1

a) ....

....

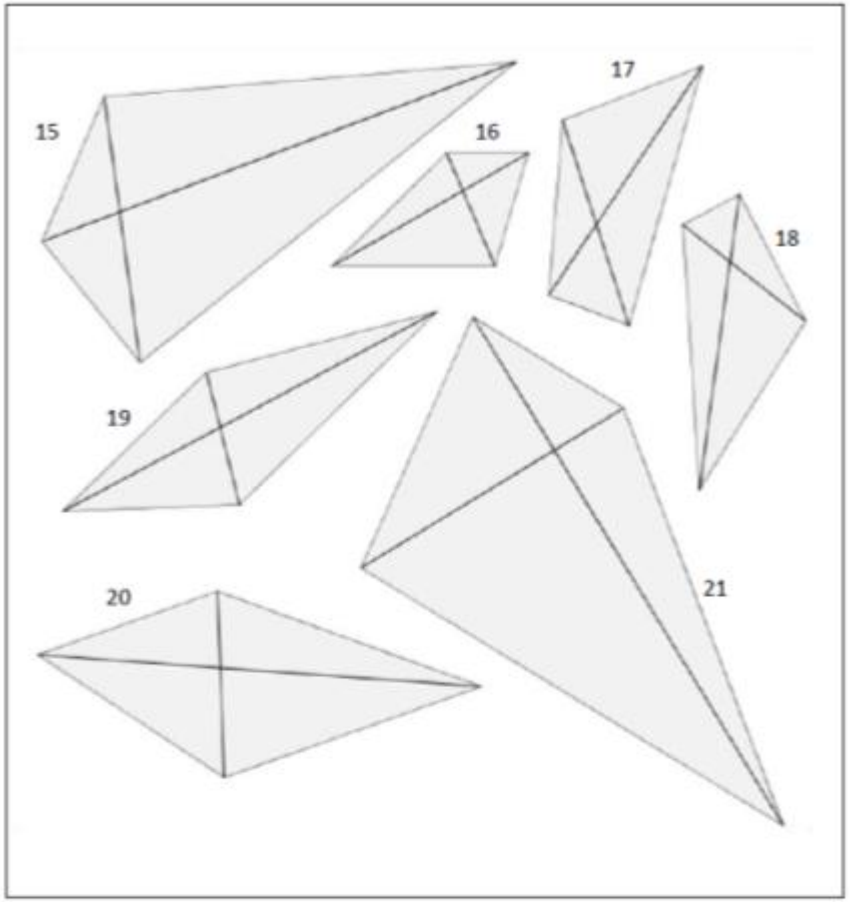


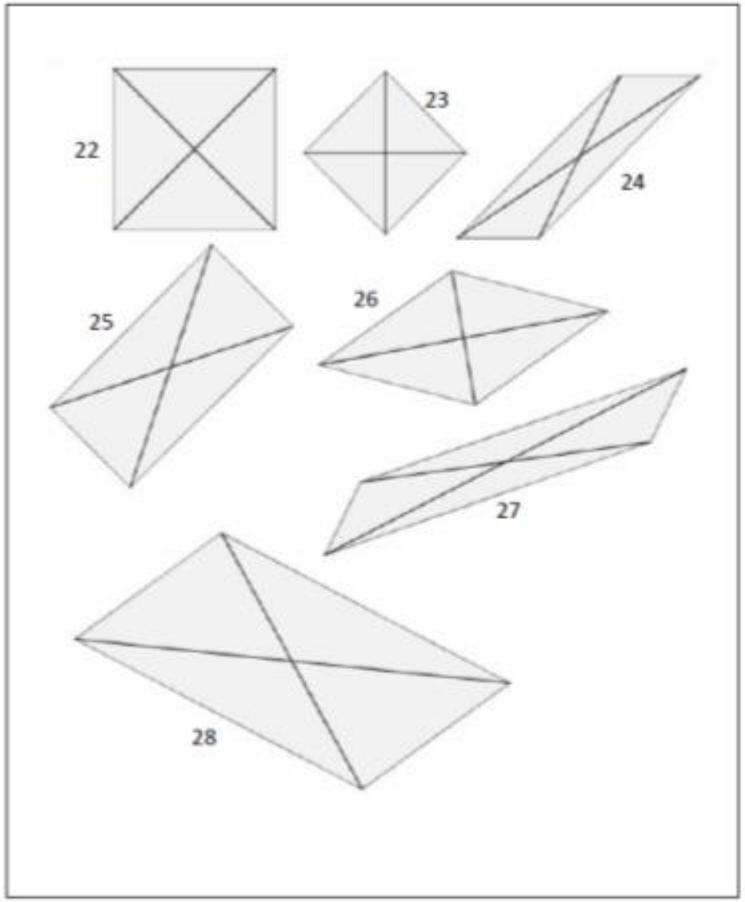


PŘÍLOHA E2

b) ………

………

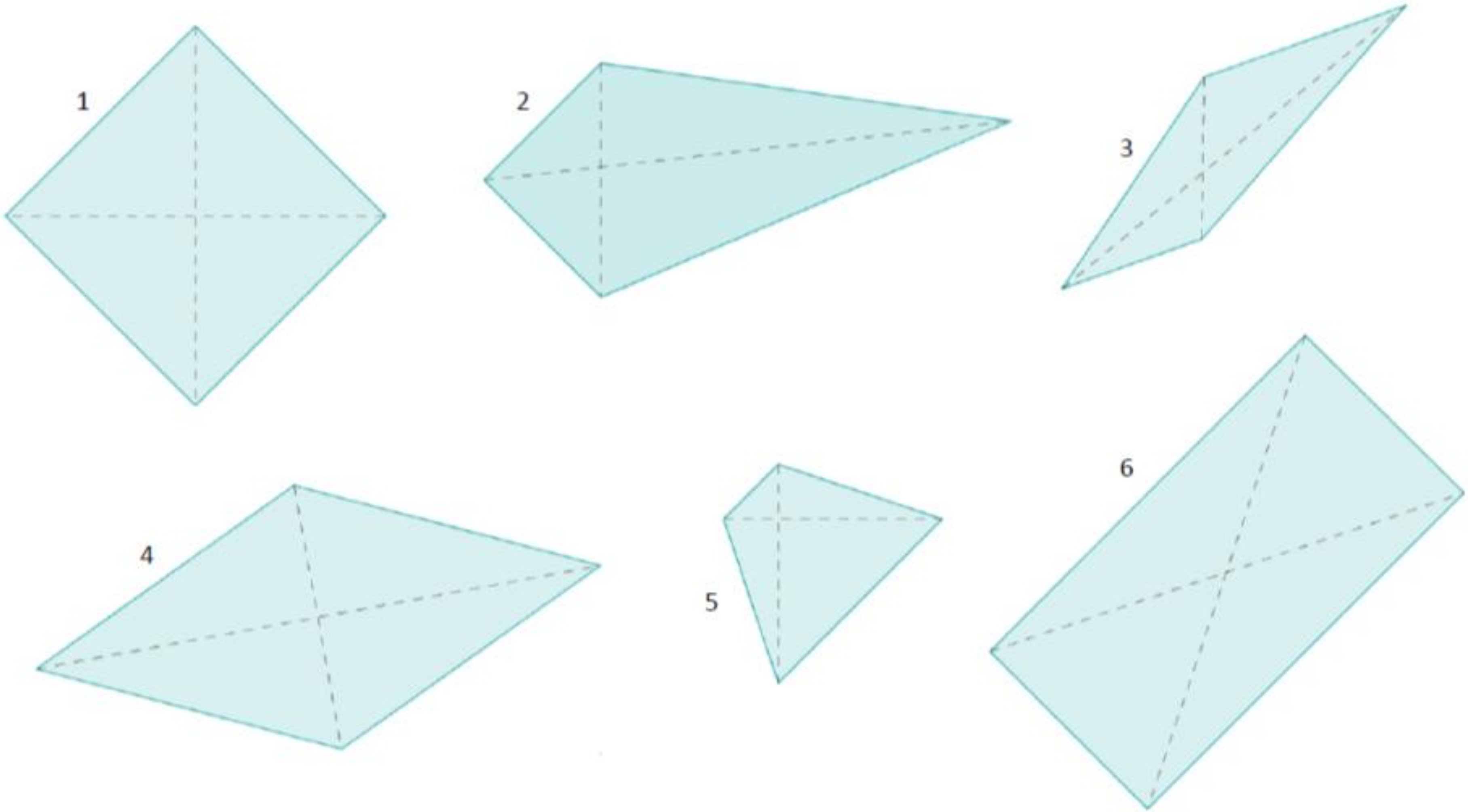




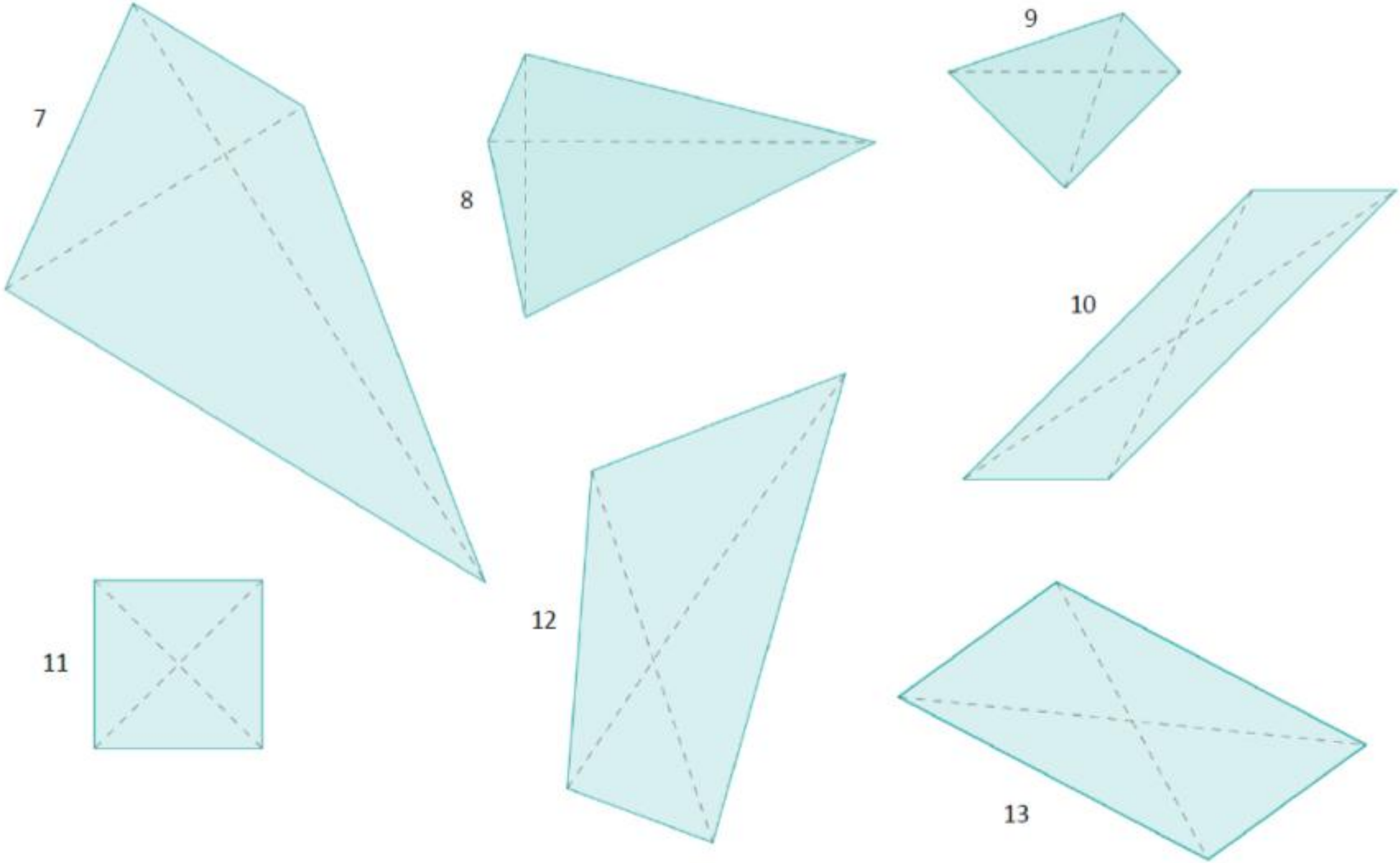
PŘÍLOHA E3

Označení úkolu [Zapiš a), nebo b)]	Kritérium zvolené k ověření	Důvod selhání kritéria (uveď čísla útvarů, která nevyhovují navrženému kritériu).

PŘÍLOHA F1



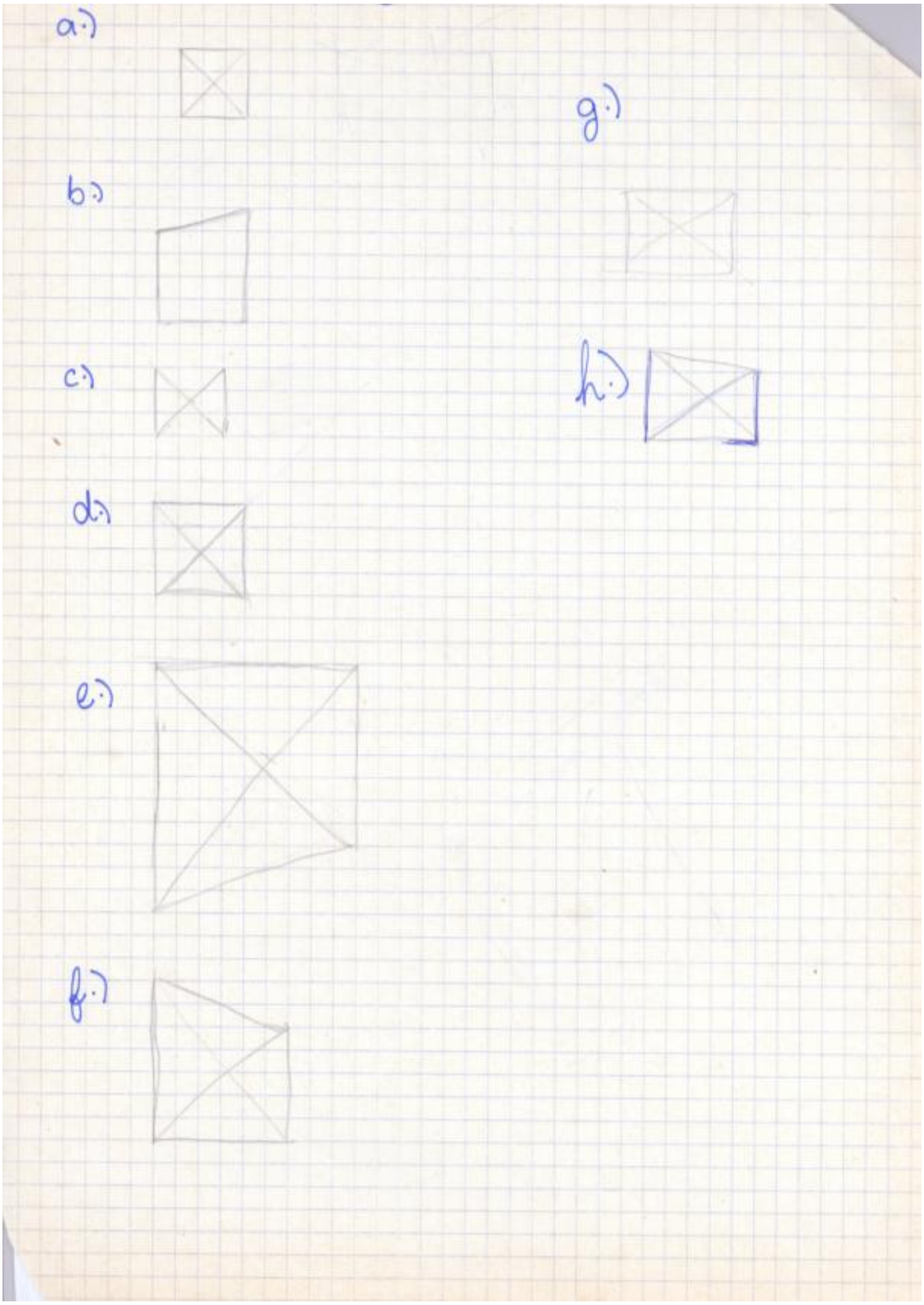
PŘÍLOHA F2



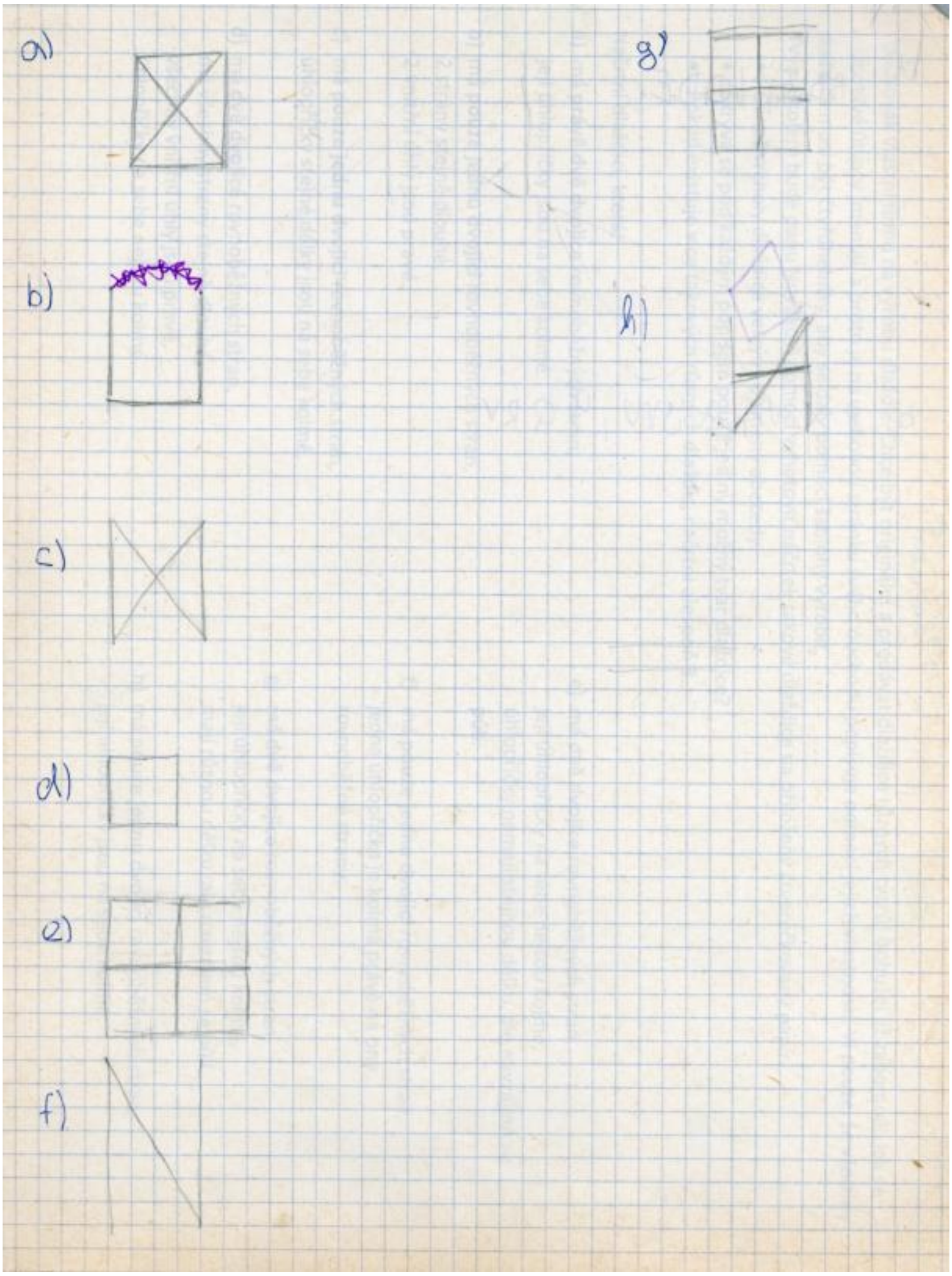
PŘÍLOHA F3

Číslo útvaru	MOJE OTÁZKA	ODPOVĚĎ SOUPEŘE	TRESTNÉ BODY

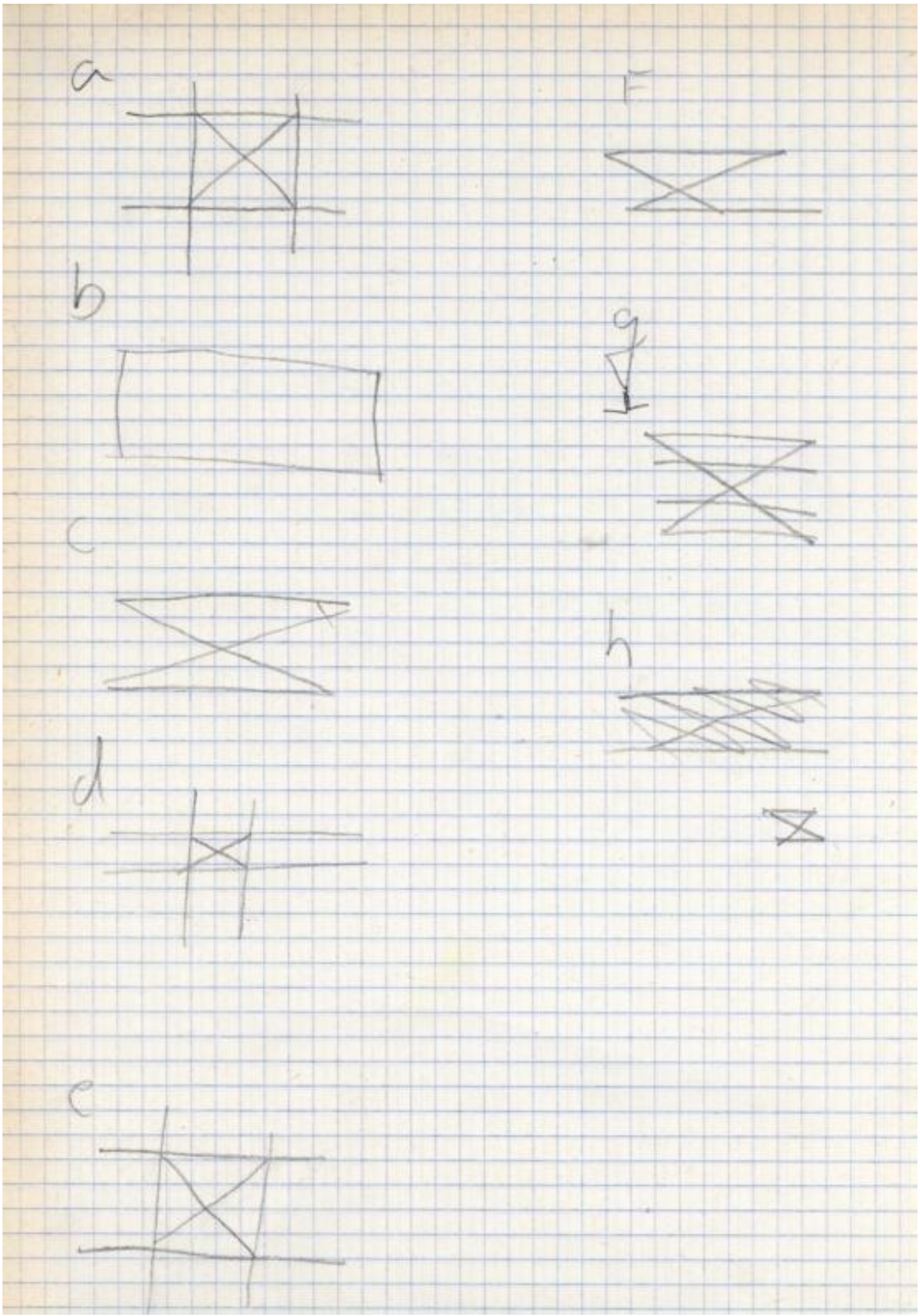
PŘÍLOHA M1



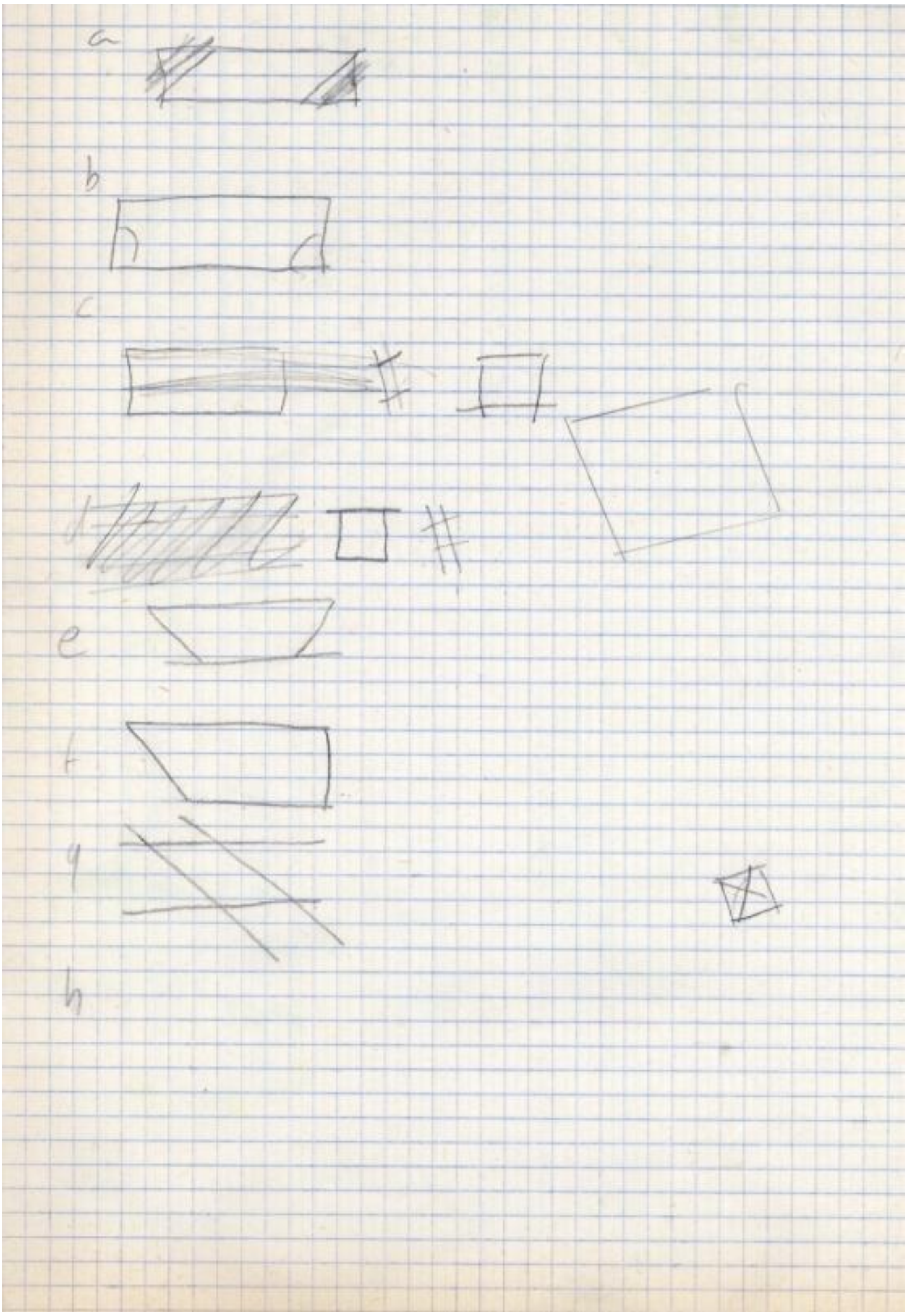
PŘÍLOHA M2



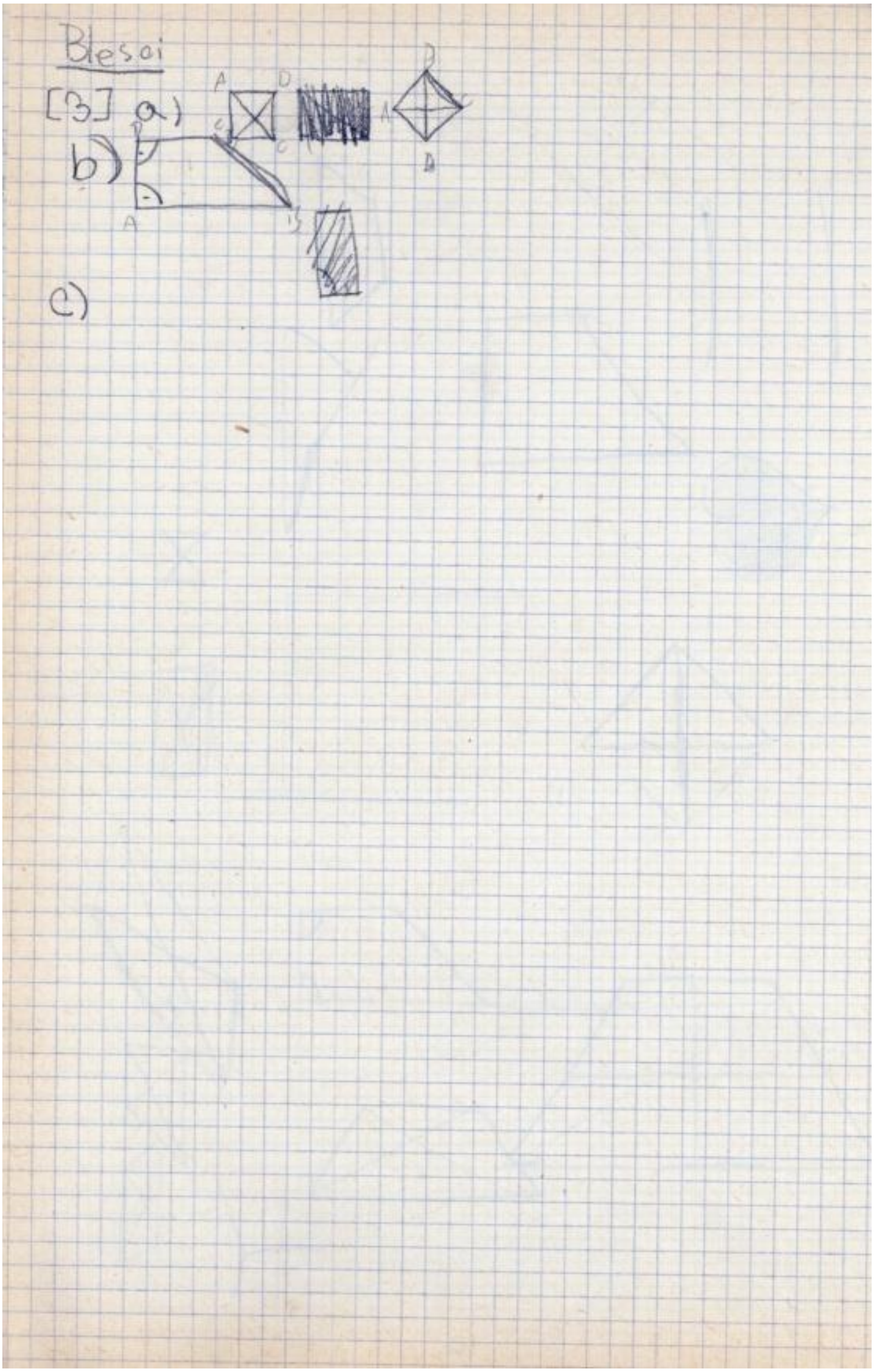
PŘÍLOHA M3a



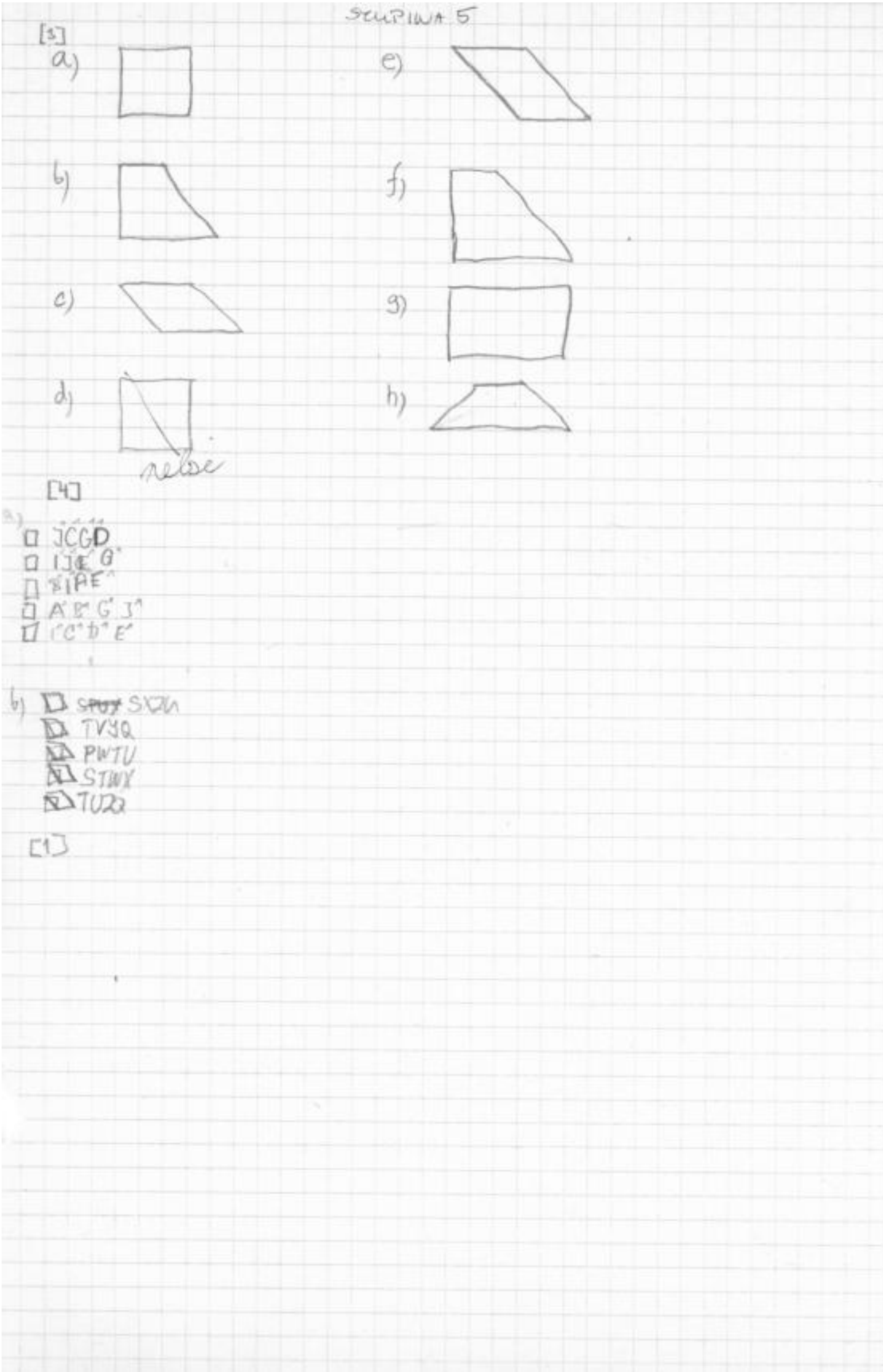
PŘÍLOHA M3b



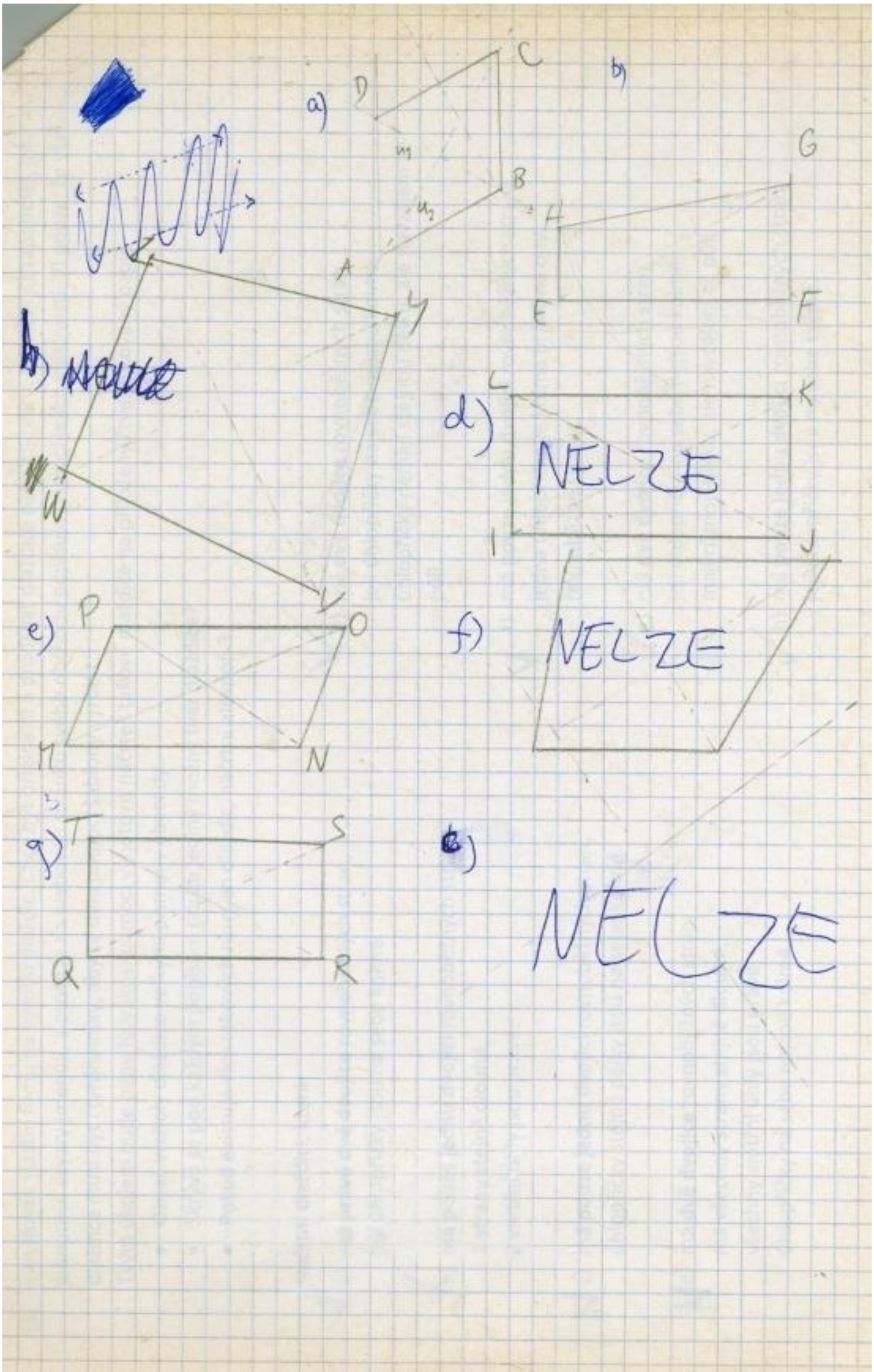
PŘÍLOHA M4



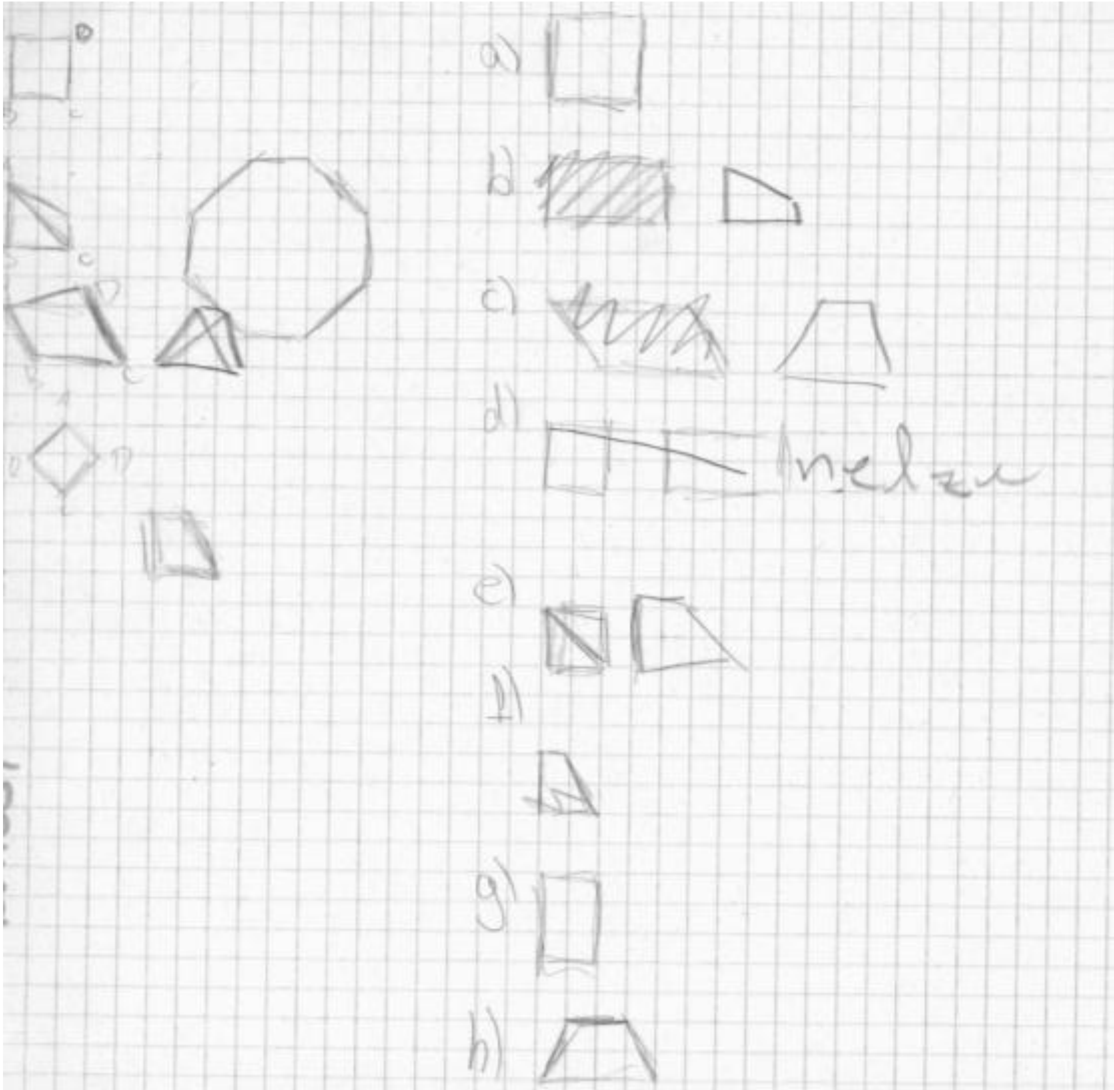
PŘÍLOHA M5



PŘÍLOHA M6



PŘÍLOHA M7



PŘÍLOHA M8