Antonín Bohata: **Variační počet a jeho použití**

Posudek oponenta diplomové práce

Předložená práce představuje stručný úvod do variačního počtu s důrazem na řešené úlohy. V kapitole 2 jsou nejprve jako motivace uvedeny některé klasické úlohy variačního počtu, poté následuje teoretická pasáž věnovaná normovaným lineárním prostorům, spojitým funkcionálům a jejich extrémům. Kapitola 3 je věnována speciálním funkcionálům ve tvaru $F(x) = \int_a^b f(t, x(t), x'(t))\,\mathrm{d}t$, které se ve variačním počtu často vyskytují. Autor uvádí a dokazuje Eulerovu-Lagrangeovu rovnici jakožto nutnou podmínku při hledání extrému a správně poznamenává, že se nejedná o podmínku postačující. Škoda, že nejsou uvedeny (třeba i bez důkazu) vhodné postačující podmínky. Řešení aplikačních úloh, kterým je věnována kapitola 4, jsou tím pádem poněkud neúplná.

Práce má kompilační charakter. Text je sepsán kultivovaně, snad jen některé pasáže jsou stylisticky poněkud neobratné. Objevil jsem několik pravopisných chyb (např. „by jsme“ na s. 8, „úlohy by jistě ilustrovali“ na s. 41). Text je pěkně vysázen v TEXu, estetický dojem kazí pouze jednopísmenné předložky na koncích řádků. Škoda, že v textu zcela chybí obrázky; v některých místech by mohly napomoci ke zvýšení srozumitelnosti (uvítal bych např. obrázek cykloidy nebo graf kubické funkce z levé strany vztahu (A.3)).

Ze seznamu literatury je patrné, že autor prostudoval řadu českých i cizojazyčných zdrojů. V textu je na zdroje odkazováno pouze číslem položky v seznamu; uvítal bych přesnější citace zahrnující i čísla vět nebo stran.

Zadání práce se podle mého názoru podařilo splnit, i když není příliš jasné, jakým čtenářům by měl být text určen. Kapitola 2 je dosti abstraktní a např. pro posluchače učitelského studia na MFF bude zcela srozumitelná až v navazujícím magisterském studiu. Pokud chtěl autor sepsat text o variačním počtu co nejpřístupnější formou (což naznačují jeho komentáře o talentovaných SŠ studentech), mohl přeskočit obecnou teorii funkcionálů z kapitoly 2 a pracovat jen s integrálními funkcionály z kapitoly 3.

Na několika místech se předpokládají znalosti fyziky nad rámec střední školy. Např. sekce 4.2 je podle mého názoru zcela nesrozumitelná pro čtenáře, který se dosud nesetkal s pojmem „lagrangián“. Autor se jej sice snaží vysvětlit na s. 33, používá však nedefinovaný pojem „interakční energie“. Přitom by stačilo uvést, že lagrangián je rozdílem kinetické a potenciální energie. Dále se domnívám, že fyzikální příklady v sekci 4.2 nejsou z didaktického pohledu nejšťastnější, neboť je lze snadno řešit i bez variačního počtu.

Asi nejproblematičtější částí textu je příloha A: Příklady v sekcích A.2, A.3, A.4 vůbec nesouvisejí s tématem diplomové práce; proč je autor zařadil? Podle mého názoru mohl být prostor raději věnován dalším úlohám z variačního počtu (např. hledání nejkratší spojnice dvou bodů nejen v rovině, ale i na zakřivených plochách). V sekci A.1 jsou zopakovány některé poznatky o funkcích a derivacích, které se probírají v prvním ročníku matematické analýzy (některé již na střední škole). Pokud čtenář nemá tyto pojmy dobře zažité, určitě nebude rozumět zbývajícím částem práce, kde se bez vysvětlení používá i náročnější matematický aparát (diferenciální počet funkcí více proměnných, diferenciální rovnice).

K práci mám několik dalších připomínek:

- S. 9, důkaz tvrzení 2.2.5: První nerovnost má být rovnost.
- S. 17, řádek 8: Místo $\varepsilon_1(h) - \varepsilon_2(h)$ má být $\varepsilon_2(h) - \varepsilon_1(h)$.
- S. 18: Důkaz věty 2.4.7 je nesrozumitelný. Proč platí, že „pro dostatečně malou hodnotu $\|h\|$ má rozdíl $f(\tilde{x} + h) - f(\tilde{x})$ stejné znaménko jako $\varphi(h)$“? Co znamená obrat „můžeme udělit $\varphi(h)$ libovolné znaménko“?
- S. 21: Důkaz věty 3.2.1 je nesrozumitelný. Bylo by vhodné podrobněji okomentovat použití Taylorovy věty na řádku 5. Člen $o(h(t))$ závisí na t, měl by tedy být uvnitř integrálu. Z definice není ihned zřejmé, proč je funkce φ na řádku 8 diferenciálem F. Autor dále v poznámce pod čarou píše, že z tvrzení 2.3.12 plyne existence derivace $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} f_{\dot{x}}$; jsou splněny předpoklady tohoto tvrzení?
- V příkladu 3.2.4 ukazuje autor řešení úlohy o brachistochroně, přičemž některé obraty nejsou zcela přesně zdůvodněny. Autor to ovšem přiznává až v poznámce 3.2.5 a odkazuje čtenáře na knihu [7]. Proč není korektní rozbor přímo součástí diplomové práce?

- Na s. 32 v závěru sekce 4.1 autor píše, že úloha má smysl jen pro $l < \pi$. Tato podmínka sice je intuitivně zřejmá, proč ale není vysvětleno, jak plyne z předchozího výpočtu?
- S. 34: V příkladu 4.2.2 autor hovoří o „elektrickém poli E“, v následném výpočtu však E figuruje jako číslo. Jedná se o intenzitu elektrického pole?
- S. 38: V poznámce 10 autor píše, že poptávané množství zboží má být klesající funkcí času; správně má být klesající funkcí ceny.
- Škoda, že ekonomická aplikace v sekci 4.3 je vyřešena pouze obecně a řešení není ilustrováno na vhodně zvoleném příkladu.

Práci doporučuji uznat jako diplomovou. Vzhledem k výše zmíněným nedostatkům navrhuji hodnocení *velmi dobře*.

V Praze dne 26. 5. 2015

RNDr. Antonín Slavík, Ph.D.
Katedra didaktiky matematiky MFF UK