

Název práce: O síle slabých rozšíření teorie \mathbf{V}^0

Autor: Sebastian Müller

Katedra: Katedra Algebry

Vedoucí disertační práce: Prof. RNDr. Jan Krajíček, DrSc., Katedra Algebry.

Abstrakt: V předložené disertační práci zkoumáme sílu slabých fragmentů aritmetiky. Činíme tak jak z modelově-teoretického pohledu, tak z pohledu důkazové složitosti. Pohled skrze teorii modelu naznačuje, že malý iniciální segment libovolného modelu omezené aritmetiky bude modelem silnější teorie. Jako příklad ukážeme, že každý polylogaritmický řez modelu \mathbf{V}^0 je modelem \mathbf{VNC} . Užitím známé souvislosti mezi fragmenty omezené aritmetiky a dokazatelností v rozličných důkazových systémech dokážeme separaci mezi rezolucí a \mathbf{TC}^0 -Frege systémem na náhodných 3CNF-formulích s jistým poměrem počtu klauzulí vůči počtu proměnných. Zkombinováním obou výsledků dostaneme slabší separační výsledek pro rezoluci a Fregeho důkazové systémy omezené hloubky.

Klíčová slova: omezená aritmetika, důkazová složitost, Fregeho důkazový systém, Fregeho důkazový systém omezené hloubky, rezoluce

Title: On the Power of Weak Extensions of \mathbf{V}^0

Author: Sebastian Müller

Department: Department of Algebra

Supervisor: Prof. RNDr. Jan Krajíček, DrSc., Department of Algebra.

Abstract: In this thesis we investigate the power of weak fragments of arithmetic. We do this from a model theoretic and also from a proof complexity perspective. From a model theoretic point of view it seems reasonable that a small initial segment of any model of bounded arithmetic is a model of a stronger theory. We exemplify this by showing that any polylogarithmic cut of a model of \mathbf{V}^0 is actually a model of \mathbf{VNC} . Exploiting a well-known connection between fragments of bounded arithmetic and provability in various proof systems, we show a separation result between Resolution and the \mathbf{TC}^0 -Frege proof system on random 3CNF within a certain clause-to-variable ratio. Combining both results we can also conclude a weaker separation result for Resolution and bounded depth Frege systems.

Keywords: Bounded Arithmetic, Proof Complexity, Frege proof system, bounded depth Frege proof system, Resolution.