

## Vyjádření školitele k disertační práci Jaroslava Trnky

*Lagrangians for effective theories and their properties*

Předkládaná disertační práce se zabývá podrobným studiem různých teoretických i fenomenologických aspektů nízkenergetické Kvantové chromodynamiky (QCD) se třemi lehkými kvarky z pohledu efektivní kvantové teorie pole.

Jak známo, Lagrangián QCD je formulován v termínech kvarkových a gluonových polí, ta však nejsou vhodnými proměnnými v oblasti nízkých energií. V důsledku uvěznění kvarků a gluonů jsou relevantními stupni volnosti v oblasti energií shora omezených hadronovou škálou  $\Lambda_H \approx 1\text{GeV}$  (pseudo)Goldstonovy bosony odpovídající spontánně narušené chirální symetrii, které se ztotožňují s oktetem pseudoskalárních mezonů  $\pi$ ,  $K$ ,  $\eta$ . Dynamika těchto stupňů volnosti se popisuje efektivní teorií známou jako Chirální poruchová teorie (ChPT), která umožňuje počítat relevantní fyzikální pozorovatelné systematickým rozvojem v mocninách energie a kvarkových hmot a která představuje velmi úspěšný nástroj pro analýzu experimentálních dat.

V nejnižším řádu je součástí Lagrangiánu ChPT tzv. chirální nelineární  $SU(N)$  sigma-model (v tomto konkrétním případě  $N = 3$ ), který je známý i v jiných oblastech teoretické fyziky. V následujících řádech přibývá v ChPT Lagrangiánu počet chirální symetrií povolených členů, což je doprovázeno zvyšováním počtu volných parametrů (tak zvaných nízkenergetických vazbových konstat (LEC)). Tyto parametry efektivně zahrnují příspěvek dynamiky stupňů volnosti na škálách  $E > \Lambda_H$ , které nejsou součástí ChPT Lagrangiánu; dominantní roli zde hraje intermediální škála  $E < 2\text{GeV}$  populovaná nejnižší ležícími mezonovými rezonancemi. Informace o hodnotách LEC z prvních principů přímo z QCD není dostupná, proto je třeba k jejich určení vhodně skloubit obecné teoretické principy s experimentálními daty. Jednou z možných metod je tak zvaná saturace LEC, spočívající ve ztotožnění ChPT s efektivní teorií vzniklou odintegrováním rezonancí z tak zvané Rezonanční chirální teorie (RChT), která je QCD inspirovaným modelem platným pro oblast energií zahrnujících intermediální škálu a popisujícím dynamiku pseudoskalárních mezonů a nejnižší ležících negoldstonovských mezonových rezonancí. LEC jsou pak vyjádřeny pomocí parametrů Lagrangiánu RChT a ty jsou v principu experimentálně dostupné z fenomenologie rezonancí. Na rozdíl od ChPT, která je pro QCD exaktní nízkenergetickou efektivní teorií, výše zmíněná RChT nemá takto pevný status. Lze ji chápat jako aproximaci dvojího typu, založenou na vedoucím členu rozvoje QCD v limitě nekonečného počtu barev  $N_C$ , na následném ořezání spektra původně obsahujícího nekonečný počet rezonancí ponecháním pouze nejnižší položené rezonance v každém kanále a ad hoc naložením vybraných vysokoenergetických vazeb známých z poruchové QCD (OPE). Ačkoliv tato aproximace není systematická a její vztah ke QCD není zcela pod kontrolou, přesto dává pro odjinud známé LEC vcelku dobrý odhad a v mnoha případech (zvláště pro  $O(E^6)$  LEC) bývá často jediným dostupným odhadem. Kromě toho, že RChT není exaktní efektivní teorií QCD, stále nejsou zcela vyřešeny její vnitřní problémy spojené především se statutem smyčkového rozvoje, generujícím příspěvky následujícího řádu v rozvoji v  $1/N_C$  a přinášejícími do procesu sešití s

ChPT závislost na renormalizační škále. Také struktura UV divergencí je v RChT komplikovanější a protože teorie neobsahuje mass gap, chybí jednoznačný způsob organizace příspěvků vyšších řádů. Konečně absence protektivní symetrie může způsobit komplikace spojené s generováním nových pólů v Greenových funkcích RChT, které mohou představovat patologické defekty teorie jako je nežádoucí přítomnost ghostů a tachyonů. Všechny těchto problémů RChT se předkládaná disertační práce dotýká.

Další problematikou, kterou se práce zabývá, je aplikace moderních nediagramatických metod výpočtů mnohočásticových stromových on-shell amplitud. Tyto metody, které v poslední době prodělávají bouřlivý vývoj především ve spojení s kalibračními teoriemi s maximální supersymetrií ( $N = 4$  super Yangova-Millsova teorie a  $N = 8$  supergravitace), využívají velmi obecných vlastností on-shell amplitud, jako je struktura pólů při vhodném analytickém prodloužení vnějších impulsů, unitarita a z ní vyplývající faktorizace příslušných reziduí. Tyto vlastnosti umožňují počítat on-shell amplitudy rekurentně podle počtu částic a nahradit tak faktoriálně rostoucí počet Feynmanových diagramů pouze polynomiálně rostoucím počtem kroků nové alternativní výpočetní procedury, známé jako Britto-Cachazo-Feng-Wittenovy (BCFW) rekurentní relace. Kromě masivního snížení výpočetní náročnosti přináší BCFW relace také možnost výrazně zjednodušit výsledné výrazy pro amplitudy a jsou i nástrojem pro vyšetřování různých obecných vlastností amplitud. Zobecnění těchto relací pro jiné než renormalizovatelné kalibrační teorie závisí na možnosti nalézení takového analytického prodloužení on-shell amplitud, pro které amplitudy vymizí v limitě nekonečných prodloužených impulsů. To vyžaduje zobecnit původní BCFW shift, tím je např. tak zvaný all-line-shift, přesto existují příklady, kdy ani tento zobecněný postup není použitelný a amplitudy jsou rekurentním postupem určeny až na tzv. povrchové členy. Typickým příkladem teorií, pro něž ani modifikovaný BCFW shift nebyl použitelný, jsou efektivní teorie, které jsou v principu nerenormalizovatelné a jejichž Lagrangian obsahuje nekonečný počet členů. Takovou teorií je např. chirální nelineární  $SU(N)$  sigma-model, pro něž rostou analyticky prodloužené amplitudy s prodlouženými impulsy kvadraticky. Disertační práce se zabývá vyšetřováním možností aplikace vhodně modifikovaných BCFW relací pro tento model.

Práce sestává z krátkého úvodu, vysvětlujícího základní pojmy a shrnujícího dosažené výsledky, a z přetisku tří publikovaných článků, jichž je doktorand spoluautorem.

První článek (v práci zařazený jako kapitola 2) se zabývá výpočtem rozdílu korelátorů  $\langle SS \rangle - \langle PP \rangle$ , (kde  $S$  a  $P$  jsou po řadě skalární a pseudoskalární kvarková hustota), který je (nelokálním) parametrem uspořádání spontánně narušené chirální symetrie QCD. Jsou porovnány (a ve vedoucím a následujícím řádu v rozvoji v  $1/N_C$  sešity) výpočty jednak v rámci ChPT (tento výsledek představuje nízkenergetický rozvoj pro  $p \rightarrow 0$ , kde  $p$  je vnější impuls, a je parametrizován příslušnými LEC), v rámci RChT (což lze chápat jako rozšíření předchozího výsledku do intermediální oblasti, kde se projevuje analytická struktura odpovídající pólům a řezům způsobených výměnou rezonancí) a konečně v rámci poruchové QCD (resp. OPE, tento výpočet dává asymptotiku korelátoru v hluboce euklidovské oblasti). Sešití RChT v UV oblasti dává vazby na parametry RChT Lagrangianu, sešití v IR oblasti pak realizuje výše uvedený pro-

gram saturace LEC, jmenovitě  $L_8$  a  $C_{38}$ . Výsledné hodnoty jsou porovnány s alternativními odhady těchto LEC a je diskutován vliv dodatečných členů RChT Lagrangiánu a alternativních renormalizačních schémat.

Druhý článek (v práci zařazen jako kapitola 3) se týká obecného problému výpočtu smyčkových korekcí v rámci RChT, vyšetřovaném na konkrétním příkladu výpočtu vlastní energie polí užitých k popisu rezonancí se spinem 1. Jsou diskutovány tři komplementární formalismy, založené na reprezentaci prostřednictvím Procova vektorového pole, antisymetrického tensorového pole a tzv. formalismu prvního řádu, který využívá obou výše zmíněných typů polí. Je zkoumána řada aspektů procedury renormalizace efektivních teorií, jako je organizace kontr členů, Dysonova resumace, dynamické generování nových stupňů volnosti, je diskutován počet a povaha dodatečných pólů na prvním a druhém listu a jejich interpretace a s tím související problematika konsistence RChT na jedné smyčce v intermediální oblasti energií.

Třetí článek (v práci kapitola 4) vyšetřuje obecné vlastnosti stromových amplitud chirálního nelineárního  $SU(N)$  sigma-modelu. Je podrobně diskutována grupová struktura, různé parametrizace Lagrangiánu, různé varianty rekurentních relací včetně modifikovaných BCFW relací, škálování amplitud při přeskálování podmnožiny vnějších impulsů a jednoduchá a dvojitá soft limita. Článek přináší první příklad modifikované BCFW konstrukce pro nerenormalizovatelný model s nekonečným počtem interakčních vertexů v Lagrangiánu.

Obsah předkládané disretace představuje výsledky několikaleté práce prováděné v týmu spoluautorů působících jednak v Ústavu částicové a jaderné fyziky MFF UK, jednak v Universitat Autònoma de Barcelona. Výsledky byly referovány jak Jaroslavem Trnkou tak i ostatními spoluautory na několika mezinárodních konferencích a workshopech a kromě ve výše uvedených třech článcích byly publikovány i ve formě rapid communications a v několika recenzovaných konferenčních sbornících.

Jaroslav Trnka se brzy ukázal být velmi platným členem autorského týmu. Přispěl do finálních výsledků jednak nezávislými paralelními výpočty a jejich pečlivým srovnáním s výpočty ostatních autorů (to se týká především článků 1 a 2, např. v článku 2 paralelně spočítal a překontroloval vlastní energie ve všech třech výše zmíněných formalismech), jednak přidáním původních vlastních výpočtů a analýz (např. v článku 3 nezávisle spočetl metodou Frye a Susskinda šesti a osmibodovou amplitudu, takže ji bylo možné srovnat s metodou založenou na Beredsových-Gieleho rekurentních relacích - v práci jako formule (4.34) a (4.199)). Co se týká třetího článku, jeho tematiku nám přivezl ze svého tehdejšího působiště na Institute of Advanced Studies v Princetonu, kde vznikla v diskusích s jeho tamním supervisorem Nimou Arkani-Hamedem, se kterým pracoval a dále pracuje na problematice radikální matematické reformulace planární  $N = 4$  super Yangova-Millsovy teorie a se kterým publikoval celkem devět hojně citovaných prací. Během svých častých pražských návštěv nás pak seznamoval s nejnovějším vývojem v této oblasti a podílel se na četných diskusích týkajících našich pokusů o aplikaci těchto moderních metod na chirální nelineární  $SU(N)$  sigma-model (např. obrátil naši pozornost na význam dvojitě soft limity, navrhl vhodné kinematické proměnné pro presentaci explicitních výsledků pro amplitudy, zasloužil se o zjednodušení formule pro BCFW rekursi - v

práci (4.102) a o větší přehlednost explicitního příkladu aplikace BCFW rekurze na šestibodovou amplitudu - v práci kap. 4.4.5). Kromě toho samostatně sepsal část úvodu (v práci kap. 4.1), review o BCFW relacích (v práci kap. 4.3.1) a pečlivým čtením textu a mnoha poznámkami k jeho formě se zasloužil o jeho větší čitelnost.

Během svého pražského působení (a ještě v daleko větší míře během svého pobytu v Princetonu, kde již úspěšně obhájil disertaci s názvem Grassmannian origin of scattering amplitudes) Jaroslav Trnka prokázal, že je velmi talentovaným teoretickým fyzikem, kromě toho nesmírně pilným a pracovitým, schopným samostatné vědecké činnosti na nejvyšší úrovni, proto jednoznačně doporučuji udělit mu titul PhD.

V Praze 18. listopadu 2013

RNDr. Jiří Novotný, CSc.

Citované články v pořadí, v jakém jsou zařazeny do disertační práce:

1. J. J. Sanz-Cillero and J. Trnka, *High energy constraints in the octet  $SS$ - $PP$  correlator and resonance saturation at NLO in  $1/N(c)$* , Phys. Rev. D **81** (2010) 056005 [arXiv:0912.0495 [hep-ph]].
2. K. Kampf, J. Novotny and J. Trnka, *Renormalization and additional degrees of freedom within the chiral effective theory for spin-1 resonances*, Phys. Rev. D **81** (2010) 116004 [arXiv:0912.5289 [hep-ph]].
3. K. Kampf, J. Novotny and J. Trnka, *'Tree-level Amplitudes in the Nonlinear Sigma Model*, JHEP **1305** (2013) 032 [arXiv:1304.3048 [hep-th]].