

Posudek oponenta na disertační práci Evy Ulrychové

Lineární algebra na školách netechnického směru

Práci je možné zařadit do oblasti terciární pedagogiky.

Po historickém úvodu o vývoji výuky matematiky na Vysoké škole ekonomické v Praze se autorka věnuje vývoji pojetí výkladu základních pojmů lineární algebry jako jsou *vektor*, *lineární kombinace vektorů*, *lineární závislost a nezávislost vektorů*, *lineární obal*, *matice*, *hodnota matice*, *atd.* na této škole. Zde je na poměrně krátké ploše necelých 6 stran uvedena řada užitečných postřehů o tom, jaké problémy provází přijetí základních pojmů v závislosti na formulaci jejich definic. Různé, matematicky ekvivalentní, definice mohou v některých případech pochopení pojmů usnadňovat, v jiných je činit obtížnějším. Jako cenné pozorování lze uvést odstavec o definici pojmu lineární kombinace, kde je upřednostněna formulace používající méně matematických symbolů. Myslím, že toto pozorování je možné zobecnit na mnoho dalších pojmů a na kurzy matematiky na všech typech vysokých škol.

V další části jsou uvedené výsledky testů na pochopení základních pojmů z lineární algebry na VŠE v Praze. Tato část obsahuje velké množství odpovědí z testů, trochu mi ale schází podrobnější zpracování, pokus o klasifikaci typických chyb a pochopení toho, z jakého neporozumění typické chyby pocházejí. Druhá moje námitka k této části se týká toho, že vychází pouze ze studentských formulací definic. Pochopení definice lze ale lépe posoudit na základě jejího použití v typických jednoduchých situacích. Kombinace obou přístupů může přinést lepší vhled do myšlení studentů. Chápu ale, že v běžném provozu vysoké školy není na takovýto přístup čas. Množství materiálu posbíraného jako podklad pro tuto část práce je velké a bylo asi možné jej zpracovat do větší hloubky.

Hlavní těžiště práce je v učebním textu *Základy lineární algebry*. Ještě dříve, než se vyjádřím k některým stránkám učebního textu, dovoluji si položit otázku: **pro koho je tento učební text určen?** Jsem přesvědčen, že v tomto rozsahu není úvodní kurs lineární algebry přednášen na žádné fakultě kterékoliv vysoké školy v České republice. Snad nejvíce se rozsah textu blíží kurzu lineární algebry pro studenty odborné matematiky na MFF UK v Praze.

V posudku se budu zabývat více pedagogickými aspekty textu, výběr témat mi až tak netradiční nepřijde, všechna se vyskytují ve větší nebo menší míře v základních kusech lineární algebry na univerzitách po celém světě, rozdíly jsou pouze v míře důrazu a abstraktnosti pojetí.

Text obsahuje řadu řešených jednoduchých typických příkladů. Za velmi cenné považuji také zařazení jednoduchých testových otázek typu ANO/NE, které lze velmi dobře použít při zjišťování míry pochopení základních pojmů a jejich jednoduchých důsledků.

Autorka se také snaží více používat slovních formulací oproti formulacím zdůrazňujícím matematický jazyk. Tento přístup velmi dobře odpovídá vývoji pojetí základních kurzů matematiky ve světě, jak se lze přesvědčit na nejlepších kursech MOOC (mezi ně nepočítám Kahn Academy).

Širší použití přirozeného jazyka při formulaci matematických tvrzení může přispět k lepšímu pochopení pojmů a vztahů a k prohloubení intuice s nimi spojené. Také je určitě lepší používat modernějších slov *je-li* nebo *pokud* namísto obstarožních *necht'* případně *a'* při formulaci předpokladů matematických tvrzení.

Nicméně při širším používání přirozeného jazyka hrozí velké nebezpečí, že podceníme neurčitost přirozeného jazyka, u kterého jsme zvyklí spoléhat do velké míry na jazykový cit, a nedbat tolik na správný slovosled. To může být v matematických textech zavádějící nebo dokonce škodlivé.

Jako příklad lze uvést větu *řidiče traktoru zraněného při nehodě odvezla sanitka*. Asi nikdo tuto větu nepochopí tak, že sanitka odvezla zraněný traktor a nikoliv zraněného řidiče. Nicméně slovosled říká, že přívlastek se vztahuje k nejbližšímu podstatnému jménu, u kterého stojí. Jazykový cit je zde nadřazen slovosledu.

Formulace úlohy ze základní školy *velikost trojnásobku neznámého čísla zvětšeného o tři* je ale spornější. Zapišeme levý sčítanec jako $3x+3$ nebo jako $3(x+3)$? Zde nám jazykový cit nepomůže. Pravidla slovosledu říkají, že *zvětšené o tři* je (*neznámé*) *číslo*, nikoliv *trojnásobek (neznámého čísla)*. Správná je proto pouze matematická formulace $3(x+3)$.

Z tohoto pohledu jsem našel v učebním textu několik závažných prohřešků. Formulace *množina lineárně nezávislých vektorů* nebo *množina ortogonálních vektorů*, jsou pro učební text naprosto nevhodné. To i přesto, že je matematici běžně používají. Ti už se mohou spolehnout na svůj matematický cit a používat v podstatě hovorové vyjádření. Ví, že žádný vektor není sám o sobě *lineárně nezávislý* nebo *ortogonální*.

V učebním textu ale považuji takové formulace za nevhodné až zavádějící. Správný slovosled je *lineárně nezávislá množina vektorů*, případně *ortogonální množina vektorů*.

Přes uvedené výhrady jsem přesvědčen, že práce naplňuje požadavky na disertační práci a doporučuji, aby na základě úspěšné obhajoby byl uchazeče udělen titul PhD.

V Praze 9.10.2013

Jiří Tůma

