Posudek vedoucího na bakalářskou práci

Richard Dubiel: p-adická čísla

Ve své práci se student zabývá konstrukcí p-adických čísel, reprezentací p-adických čísel coby mocninných řad v p a jejich aplikací při řešení diofantických rovnic (v tomto případě se jedná o použití Hasseho-Minkowského věty).

Práce je výhradně kompilační a vychází především z monografie *p-adic Numbers: An Introduction* od F. Q. Gouvea. Některá tvrzení jsou převzatá z jiných textů a struktura práce dosti přesně odpovídá struktuře patřičných částí zdrojových textů.

Konstrukce p-adického zúplnění tělesa racionálních čísel a kanonická reprezentace prvků tohoto zúplnění coby mocniných řad v p (obsah kapitol 1–5) jsou popsány přehledně a srozumitelně. V této části bych kromě několika dalších překlepů vytknul následující drobnosti:

1. Trochu odbyté vysvětlení existence čísla a s danými vlastnosti na str. 12 nahoře.

2. Na str. 21 uprostřed nedotažený důkaz, proč můžeme předpokládat, že $|b_i|_p \leq 1$ pro každé i. Pokud by totiž byla p-adická norma cauchyovské posloupnosti (b_i) rovna přesně jedné (což jistě může nastat), pak ze samotné definice limity *neplyne*, že $|b_i|_p \leq 1$ pro dostatečně velké i. Tady je třeba navíc např. použít, že posloupnost $|b_i|_p$ je od určitého i konstantní, což bylo dokázáno dole na str. 17.

3. Vysvětlení "čo nie je nič iné, ako že po vydelení p^j sa a_{j+1}, a_j nelíšia" na téže straně je poněkud něpřesné.

Méně optimální je zpracování kapitoly 6, tj. Henselova lemmatu a aplikace Hasseho-Minkowského věty o existenci netriviálního řešení kvadratických forem nad racionálními čísly. Tato část, která by měla ukazovat zajímavou aplikaci p-adických čísel, nedostala od autora tolik pozornosti, kolik by si zasloužila. Je v ní celá řada překlepů a nevhodných zkratek v důkazech. Zde podotýkám, že se student rozhodl pro zcela samostatnou práci a proto se mé připomínky objevují až v posudku:

1. Nevidím důvod, proč zobecněná verze Henselova lemmatu zmíněná v poznámce na str. 26 nahoře, která navíc v dalším textu hraje důležitou roli, nemohla být v práci řádně dokázána. Složitost ani délka důkazu nepřesahuje rámec práce.

2. Argument na str. 27, proč můžeme předpokládat, že a, b, c jsou po dvou nesoudělná, je podám matoucím způsobem.

3. Na přelomu str. 29/30 je bez komentáře provedeno matoucí přeznačení. U nutné podmínky pro existenci 2-adického řešení byla x_0 z 2-adických čísel x_0, y_0, z_0 jediná nejednotka, zatímco diskuze, proč podmínka postačuje, začíná slovy "skúsme položiť $x_0 = 1$."

4. Na str. 30 uprostřed se říká "a teda by tam (do ideálu $4\mathbb{Z}_2$) muselo patriť aj ax^2, čo pravda byť nemusí." Nejenže to pravda být nemusí, ale dokonce ani nemůže! Autor dluží čtenáři vysvětlení, proč tomu tak je.

5. Na str. 30 hned v následujících řádcích a ještě jednou v poslední větě na str. 30 je odkázáno na "podobné použití Henselova lemmatu" jako v předchozích případech. Jsem toho názoru, že si autor měl dát tu práci a rozepsat tato použití podrobněji.

6. Podobně komentář v případu 4 na str. 30, že je-li jedno z y, z p-adická jednotka, pak "opäť ňou teda musia byť obe (inak by sa nám "nevynulovali)." Přesnější výklad by nebyl na škodu.

Celkově shrnuto, i když popis aplikací p-adických čísel mohl dopadnout lépe, text splňuje požadavky na bakalářskou práci. Navíc od poslední verze podané počátkem roku 2013 byly tehdejší výtky uvedené v mém i oponentově posudku studentem zpracovány.

Práci **doporučuji uznat jako bakalářskou** a hodnocení příkládám na zvláštním listě.

V Praze dne 18. 6. 2013 RNDr. Jan Šťovíček, Ph.D.