POSUDEK BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Autor práce: Richard Dubiel
Název: *p*-adická čísla
Vedoucí: RNDr. Jan Šťovíček, Ph.D.

Předložená práce se zabývá konstrukcí, prezentací a několika aplikacemi tělesa p-adických čísel a oboru p-adických celých čísel.

Po motivačním úvodu jsou v textu nejprve postupně zavedeny potřebné nástroje (p-valuace, p-adická absolutní hodnota, ultrametrika), které v následující kapitole umožňují zkonstruovat těleso p-adických čísel jako faktoru okruhu cauchyovských posloupností racionálních čísel podle maximálního ideálu posloupností s nulovou limitou a poté těleso p-adických čísel reprezentovat jako formální mocninné řady. Závěrečná část práce je věnována důkazu Henselova lemmatu a aplikaci vyslovené, ale nedokázané Hasseovy-Minkovského věty na zodpovězení otázky existence netriviálních racionálních nul kvadratické formy na třídimenzionálním prostoru.

Práce vycházející z monografie Fernanda Gouvey a učebnice Svetlany Katok je kompilační a zpracovává nepříliš rozsáhlé ani obtížné výsledky. Důkazy několika tvrzení, které byly v kompilovaných zdrojích přenechány čtenáři jako cvičení, jsou pravděpodobně výsledkem studentovy samostatné práce. Jedná se především o důkaz Lemmatu 3.1.3, částí důkazů Vět 3.2.3 a 3.3.7, Tvrzení 4.1.2, části odpovědí na otázky 4.2.2 a 4.2.4 a body 3., 4. a 5. kapitoly 6.2 věnované hledání netriviálních nul kvadratické formy na $\mathbb{Q}^3$. Hodnotu studentova přínosu ovšem poněkud snižuje fakt, že vlastní důkazy svým obsahem obvykle nepřekračují rámec detailních nápověd, které jsou v Gouveově práci uvedeny. Bohužel nezřídka bývá myšlenka důkazu srozumitelnější spíše z nápovědy než z předloženého textu. Text se poměrně dobře čte, což myslím není zásluha jen kompilovaných zdrojů, a obsahuje přiměřené množství překlepů a drobných nepřesností (kterých ovšem ke konci práce znatelně přibývá). Seznam konkrétních nedostatků je uveden níže.

Práce Richarda Dubiela *p-adická čísla* přes uvedené výhrady naplnila zadání a doporučuji ji uznat jako bakalářskou.

v Praze 3.6.2013 Jan Žemlička

Seznam závažnějších matematických nepřesností:

- s.7 - korektnost definice 3.1.2 pro obecná racionální čísla by stála přinejmenším za komentář (v Gouveově textu je otázka formulována v Problému 24);
- s.11 - Definice 3.3.5 by měla bý jasnější (uvádí se, že absolutní hodnota „se dá"rozšířit na B, ale vzápětí se s nějakým - či každým - konkrétním rozšířením dál pracuje);
- s.13 - důkaz Věty 3.3.7 pro $p = 2$ je nejasný (analogie s předchozím bodem by měla být přinejmenším lépe komentována), v definici x_n zřejmě chybí k a podobně nejasný je význam l;
- s.19 - na konci důkazu 4.2.4. stále pracujeme s absolutní hodnotou $|-|_p$ nikoli $|-|$;
- s.21 - v důkazu Lemmatu 5.1.1 chybí komentář ohledně jednoznačnosti λ;
- s.21-22 - zmatek v indexech a exponentech znesnadňuje čtení důkazu 5.1.2: všude uvažujme p^i či p^j nikoli p_i či p_j, kvantifikace na 8.řádku důkazu by měla být $\forall i \geq n_j$, nikoli $\forall i, j \geq n_j$, kongruenci na s.22 uvažujeme modulo p^{n_0} nikoli modulo p^{i_0};

s.22 ř.14 - koeficienty u p^i jsou d_i nikoli b_i;

s.25 ř.17 - $k-1$ má být index v $F'(a_{k-1})$;

s.29-30 - bez komentáře je využíván fakt, že $p\mathbb{Z}_p$ je jediný maximální ideál, tedy Jacobsonův radikál okruhu $\mathbb{Z}_p$, navíc fakt, že druhá mocnina jednotky $\mathbb{Z}_2$ je tvaru $1 + 8\mathbb{Z}_2$ by spíše než komentována "to vidno okamžite z..."měla být dokázán.

s.30, ř.21 - argument "čo pravda byť nemusí"nám nedává spor s předpoklady.