

Posudek školitele na disertační práci Mgr. Petry Sukové

Mgr. Petra Suková se během svého doktorského studia zabývala dynamikou volného pohybu hmotných testovacích částic v poli statické (původně Schwarzschildovy) černé díry soustředně obklopené tenkým diskem nebo prstencem. Úlohu řešila obecně relativisticky, v rámci statické a axiálně symetrické třídy přesných řešení Einsteinových rovnic.

Disertační téma jsme nahlíželi jako teoreticko-fyzikální problém, na němž nás především zajímalo, do jaké míry je geodetický pohyb – kompletně integrabilní ve Schwarzschildově poli – narušen přítomností dodatečného zdroje gravitace (byť velmi symetrického), zda se v jejím důsledku pohyb může stát chaotickým a jak se charakter jeho dynamiky mění v závislosti na parametrech systému. Jedná se o standardní typ problému z nebeské mechaniky, který je však v obecné relativitě navíc zajímavý (a obtížnější) tím, že samotný konfigurační prostor (tedy prostoročas) je popsán nelineární teorií.

Původní motivace pro studium daného dynamického systému byla však astrofyzikální: v jádrech většiny galaxií a v některých rentgenových dvojhvězdách se velmi pravděpodobně nacházejí černé díry, které – mají-li být pozorovatelné – musejí interagovat s hmotou ve svém okolí. Množství této hmoty je obvykle zanedbatelné ve srovnání s hmotností samotné černé díry, takže i její příspěvek ke gravitačnímu poli, avšak je-li hustota v některých místech dost vysoká, může tato hmota znatelně ovlivňovat vyšší derivace metriky (křivost), a tím zejména stabilitu svého vlastního pohybu. Zde nás v této souvislosti zajímalo, zda hmotné konfigurace vyskytující se kolem černých děr v astrofyzikálních systémech (speciálně v jádře naší galaxie) mohou narušit pohyb volných testovacích částic v jejich polích natolik, že se tento pohyb stane chaotickým.

Petra Suková řešila nastíněné otázky převážně numericky, přičemž pro tyto účely upravila program integrující časupodobné geodetiky ve Weylových prostoročasech, sepsaný před léty jedním z mých předchozích doktorandů Miroslavem Žáčkem. Uvažovala několik typů fyzikálně přijatelných "vnějších" zdrojů: invertovaný první a čtvrtý disk z třídy kontrarotujících tenkých disků Morgana & Morganové, dále jeden z "mých" tenkých disků s mocninným průběhem hustoty, a konečně tenký (lineární) prsteneček, jehož metrika byla odvozena již v r. 1922 Bachem & Wylem. Zjistila, že pohyb volných částic v superponovaných polích se skutečně stává chaotickým, konkrétně vykazuje typické vlastnosti tzv. slabě perturbovaného dynamického systému, dobře odpovídajícího KAM teorii. K rozvinutí chaosu je třeba dostatečné hmotnosti dodatečného zdroje a dostatečně vysoké energie testovacích částic, avšak – jak známo – obecně neplatí, že čím vyšší relativní hmotnost (resp. energie či jiný parametr), tím silnější chaos; "chaotičnost" zahrnuje i to, že fázový portrét systému se se změnou parametrů typicky vyvíjí velmi složitě, a pro velmi vysoké hodnoty zmíněných parametrů se naopak spíše vrací zpět k regularitě.

Konkrétněji k práci a výsledkům doktorandky: Petra na svém zadání pracovala po celou dobu studia, postupně nastudovala a poté samostatně numericky implementovala vícero metod diagnostiky a klasifikace chaosu, totiž Poincarého řezy, fourierovská (lépe řečeno "power") spektra odpovídající vývoji fázových proměnných; dále dva rekurenční přístupy, z nichž jeden je založen na sledování (a nasčítávání) směrů, v nichž daná trajektorie opakovaně prochází "buňkami" zvolené sítě ve fázovém prostoru, a druhý na statistice nad samotnými opakovanými výskyty částice ve zvolených "buňkách"; v poslední době se pak věnovala několika veličinám, které kvantifikují míru rozbíhavosti/sbíhavosti blízkých světočar (Lyapunovovy exponenty, "fast Lyapunov indicator" a "mean exponential growth of nearby orbits"). První z uvedených

rekurenčních metod (tzv. "average directional vectors") použila Petra v relativitě vůbec poprvé, a možná také poprvé pro čistě *deterministický* problém, protože metoda byla původně navržena pro rozlišení mezi deterministickými (byť třeba chaotickými) a *stochastickými* (náhodnými) vývoji. Ukázalo se však, že dokáže dobře rozlišit míru iregularity v přísně deterministických případech (dokonce největší citlivosti jsme u ní dosáhli právě u extrémně *slabě* chaotických drah). Petra provedla řadu porovnání mezi fázovými portréty získanými za různých parametrů, mezi různými orbitami a výstupy různých metod, přičemž se speciálně zaměřila na "slabě chaotické" dráhy, které během svého vývoje střídají velmi nepravidelný pohyb v "chaotickém moři" fázového prostoru s téměř regulárním setrváváním v těsné blízkosti stabilních ostrovů. Tyto dráhy se vyskytují zejména během nejzajímavější fáze, kdy se chaos objevuje, a tím, že vykazují různé stupně chaotičnosti v různých svých úsecích, poskytují nejlepší cíl pro testování vlastností a porovnání různých metod.

Během doktorského studia jsme s Petrou sepsali tři články (dva z nich jsou publikovány, jeden byl právě k publikaci přijat), Petra kromě toho o výsledcích přednášela na několika mezinárodních akcích (12th Marcel Grossmann Meeting, Paris 2009; 25th Texas Symposium on Relativistic Astrophysics, Heidelberg 2010; Spanish Relativity Meetings, Granada 2010 a Madrid 2011; "From the Dolomites to the event horizon: sledging down the black hole potential well", Sexten 2013) a v rámci Relativistického semináře našeho ústavu, na dvou dalších akcích je také prezentovala formou posteru. Podílela se rovněž na článku o dynamice oscilátorů popsanych nestandardními konstitučními vztahy, který bude nyní zaslán k publikaci v odborném matematickém časopise; spoluautory jsou Prof. Josef Málek z Matematického ústavu UK a Prof. K. R. Rajagopal z Texas A&M University, v jehož skupině byla Petra v rámci doktorského studia půl roku na stáži. Zmíněné práce jsou zařazeny jako součást předkládané PhD disertace, za doprovodu poměrně rozsáhlého úvodního textu.

Petra Suková během doktorského studia prokázala schopnost orientace v literatuře, samostatné aplikace nových metod a dlouhodobější konfrontace s problémem. Získala řadu zkušeností v oblasti dynamických systémů a teorie chaosu, kromě toho se podrobněji seznámila s některými řešeními a postupy obecné relativity, jakož i s nezbytným astrofyzikálním pozadím. Její podíl na společných pracích byl podstatný, v numerické oblasti téměř výhradní. Spolupráce s ní je bezproblémová a tvůrčí, Petra je přístupná diskusi, radám i kritice, ačkoli si dělá na věci vlastní názor. Umí rovněž velmi dobře předat své myšlenky a vědomosti během seminářů či konzultací s mladšími studenty. Několik let byla vedoucí studentského grantu a prokázala přitom (a také při zařizování vlastních zahraničních cest) přirozený organizační smysl, který dnes odborná dráha také vyžaduje.

Rád proto doporučuji, aby práce „Chaos in motion around black holes“ Petry Sukové byla přijata jako disertační a po úspěšné obhajobě byl její autorce udělen titul PhD.

Praha 20. srpna 2013



doc. RNDr. Oldřich Semerák, DSc.
Ústav teoretické fyziky MFF UK
školitel