

Univerzita Karlova v Praze  
Matematicko-fyzikální fakulta

## BAKALÁŘSKÁ PRÁCE



Zuzana Jelínková

## Studium oscilací neutrin na experimentu Nova

Ústav částicové a jaderné fyziky

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Karel Soustružník, Ph.D.

Studijní program: Fyzika, Obecná fyzika

Praha 2013

Děkuji vedoucímu této bakalářské práce, RNDr. Karlovi Soustružníkovi, Ph.D., nejen za uvedení do problematiky oscilací neutrin, jejich měření a analýzy dat, ale hlavně za velkou ochotu, cenné komentáře a nekonečnou trpělivost.

Děkuji také svým rodičům za obětavost a podporu, bez které by tato práce jistě nemohla vzniknout.

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracovala samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova v Praze má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle §60 odst. 1 autorského zákona.

V ..... dne .....

Podpis autora

Názov práce: Studium oscilací neutrin na experimentu Nova

Autor: Zuzana Jelínková

Katedra: Ústav částicové a jaderné fyziky

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Karel Soustružník, Ph.D.

Abstrakt: V práci jsou shrnuty základní vlastnosti neutrin a jejich oscilací, tj. jevu, při kterém dochází, po urazení určité dráhy, ke změně původní vůně neutrina na jinou. Představeny jsou primární neznámé s tímto jevem spojené a možnosti jejich měření, zejména jako cíle současně připravovaného experimentu NOvA pod americkým výzkumným centrem Fermilab. Podrobněji jsou popsány jak obecné principy experimentu, tak stavba a funkce budovaných detektorů. Rozebrány jsou interakce neutrin, které mohou v detektorech probíhat a jejich identifikace pomocí interpretace naměřených dat. Rozlišeny jsou případy považované za signál, zmíněny jsou typy pozadí a způsoby jejich oddělení od signálu. Uvedeny jsou také příklady dat ze simulací Monte Carlo ve formě histogramů vytvořené s využitím programu ROOT.

Klíčová slova: neutрино, oscilace

Title: Study of neutrino oscillations at Nova

Author: Zuzana Jelínková

Department: Institute of Particle and Nuclear Physics

Supervisor: RNDr. Karel Soustružník, Ph.D.

Abstract: In this thesis, basic characteristics of neutrinos and their oscillations, i.e. phenomenon, in which initial neutrino flavor after travelling a certain distance is changed to another, are summarized. The primary unknown parameters connected with this phenomenon and possibilities of measurement are introduced, mainly as goals of the currently constructed NOvA experiment under american research facility Fermilab. General principles of the experiment are described, as well as structure and function of detectors being built. Neutrino interactions that can take place in detector and their identification by interpreting measured data are discussed. Events considered as signal are differentiated, types of background are mentioned along with ways to distinguish them from signal. Examples of data from Monte Carlo simulations in the form of histograms created using program ROOT are given.

Keywords: neutрино, oscillations

# Obsah

<b>Úvod</b>	<b>2</b>
<b>1 Experiment NOvA</b>	<b>7</b>
1.1 Svazek . . . . .	8
1.1.1 Vznik svazku . . . . .	9
1.2 Detektory . . . . .	11
1.2.1 Blízký detektor . . . . .	12
1.2.2 Vzdálený detektor . . . . .	14
<b>2 Interakce neutrin a jejich detekce</b>	<b>15</b>
2.1 Typy interakcí . . . . .	15
2.2 Pozadí . . . . .	16
2.3 Detekce . . . . .	18
<b>3 Příklady simulovaných dat</b>	<b>20</b>
<b>Závěr</b>	<b>23</b>
<b>Seznam použité literatury</b>	<b>24</b>
<b>Seznam obrázků</b>	<b>27</b>

# Úvod

Částice neutrino byla nejdříve teoreticky postulována a až o několik desítek let později nalezena experimentálně. Jeho existenci navrhl teoretický fyzik W. Pauli v roce 1930 [1] při zkoumání  $\beta$ -rozpadu. Ten je dnes popsán jako troj-objektový rozpad:

$$X(A, Z) \longrightarrow Y(A, Z + 1) + e^- + \bar{\nu}_e \quad (1)$$

Neutron v jádře se promění na proton a vyzáří elektron a elektronové antineutrino:

$$n^0 \longrightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e \quad (2)$$

V době předpovědi se ale myslelo, že výsledkem jsou jen dva objekty, jelikož neutrino jako neutrální částici interagující pouze slabou interakcí nebyli schopni zaregistrovat. Tento předpoklad však porušoval zákon zachování energie a hybnosti. I když v té době neutron ještě nebyl znám, pro jednoduchost uvažme situaci popsanou rovnicí (2). Pokud má neutron na počátku nulovou hybnost, vzniklé částice ji musí mít v součtu také nulovou. Takže proton a elektron by se musely pohybovat ve vzájemně opačném směru s přesně definovanou energií. Tomu by odpovídalo naměření diskrétního spektra energií elektronů, výsledkem experimentů však bylo spektrum spojité. Dalším porušeným zákonem byl zákon zachování momentu hybnosti. Jádro po rozpadu měnilo svůj spin o celočíselnou hodnotu, ale vyzářený elektron ubíral spin  $1/2$  a další ztracená polovina spinu se zdála být scházející. Navrhovaná třetí částice do rozpadu měla s sebou odnášet část energie a hybnosti, tím zachránit zákony zachování těchto veličin a spinem  $1/2$  zaručit splnění zákona zachování momentu hybnosti. Elektromagneticky ji neregistrovali, a tak jí byl správně přisouzen nulový náboj. Neutrino, resp. jeho antičástici, objevili až v roce 1953 pánové Cowan a Reines [1]. Neutrino interagují slabě avšak s velmi nízkou pravděpodobností, jsou tedy obtížně detekovatelná. Dlouho se předpokládalo, že neutrino mají klidovou hmotnost nulovou. Vycházelo se z faktu, že maximální naměřená energie elektronů z  $\beta$ -rozpadu byla hodně blízká předpokládané maximální energii počítané bez uvážení třetí částice. Tuto hypotézu však spolehlivě vyvrátilo objevení jevu zvaného oscilace neutrin, který by

nemohl nastávat, kdyby měla neutrina skutečně nulovou hmotnost.

Existují tři typy, „vůně“, neutrín, pojmenované podle leptonů, s kterými bývají vytvořeny, nebo které mohou slabou interakcí vytvořit – elektronové  $\nu_e$ , mionové  $\nu_\mu$  a tauonové  $\nu_\tau$ . Stejně tak existují jejich protějšky – antineutrína. V zmíněném  $\beta$ -rozpadu (2) s elektronem vzniká i elektronové antineutrino. Mionové neutrina dostaneme například rozpadem kladně nabitých pionů:

$$\pi^+ \longrightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (3)$$

Nebo naopak slabou interakcí mionového neutrína s neutronem může vzniknout mion:

$$\nu_\mu + n^0 \longrightarrow \mu^- + p^+ \quad (4)$$

Neutrína ale mají i další vlastní stavy, tzv. *hmotnostní*, které jsou lineární kombinací stavů vůní a naopak:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{k=1}^3 U_{\alpha k} |\nu_k\rangle \quad \alpha = e, \mu, \tau \quad (5)$$

$$|\nu_k\rangle = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} U_{\alpha k}^* |\nu_\alpha\rangle \quad k = 1, 2, 3 \quad (6)$$

Hvězdička značí komplexní sdružení. Matice  $U$  se nazývá Pontecorvo–Maki–Nakagawa–Sakata (PMNS) matice a pro tři typy neutrín má tvar [2]:

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\alpha_1/2} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_2/2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

kde  $c_{ij} = \cos\theta_{ij}$  a  $s_{ij} = \sin\theta_{ij}$ . První tři matice jsou po řadě spojeny s experimenty studujícími oscilace *atmosférických*, *reaktorových* a *slunečních* neutrín. *Atmosférická* neutrina vznikají při interakcích kosmického záření s částicemi v atmosféře, *reaktorová* neutrina jsou produkována v jaderných reaktorech a *sluneční* neutrina jsou výsledkem jaderných procesů ve Slunci. Parametry  $\alpha_1$  a  $\alpha_2$  ve čtvrté matici jsou nenulové, jen pokud je neutrina *Majorana* částice, tj. pokud je neu-

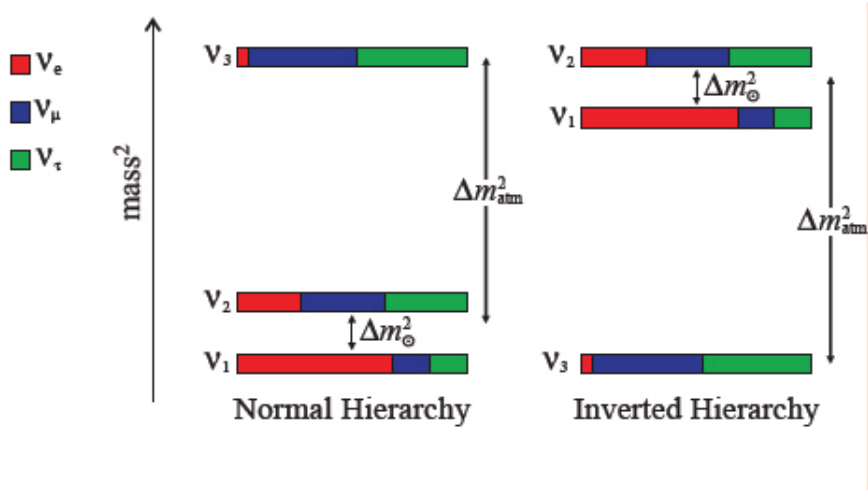
trino totožné se svou antičásticí, což se ale zatím neví [2]. Úhly  $\theta_{13}$ ,  $\theta_{12}$  a  $\theta_{23}$  jsou tzv. *míchací* (mixovací) úhly a fáze  $\delta$  se někdy značí  $\delta_{CP}$ , protože je zodpovědná za případně porušení  $CP$  symetrie. Neutrino vzniká s jistou *vůní*, ale šíří se v jednom ze tří *hmotnostních stavů*. Po urazení určité dráhy však může interagovat jako neutrino s vůní zcela odlišnou, než mělo při svém zrodu. Tento jev se nazývá *oscilace*. Pokud by neměla neutrino žádnou hmotnost, všechna by se pohybovala přesně rychlostí světla. Všechny hmotnostní komponenty dané vůně by se pohybovaly stejně rychle, žádná by se neopozdila nebo nepředběhla, a tedy by neutrino nemohlo být detekované s jinou vůní, než s jakou vzniklo. Dnes jsou známy horní odhady hmotností neutrin. Nejlehčí je *elektronové* s hmotností menší než 0,2 eV. Těžší je *mionové* s odhadem hmotnosti  $< 0,19$  MeV a největší hmotnost má neutrino *tauonové*, maximálně 18,2 MeV [3]. Co se týče *hmotnostních stavů*, je známo, že hmotnost stavu  $\nu_2$  je větší než hmotnost  $\nu_1$ , tedy  $m_2 > m_1$ , a že tyto hmotnosti jsou si velikostí velice blízké:  $\Delta m_{21}^2 = m_2^2 - m_1^2 = 7,50 \times 10^{-5}$  eV<sup>2</sup> [3]. Také bylo zjištěno, že  $|\Delta m_{31}^2| \approx |\Delta m_{32}^2| = 2,32 \times 10^{-3}$  eV<sup>2</sup> [3]. Neví se ale, jaké je znaménko  $\Delta m_{32}^2$ , tedy zda je hmotnostní stav  $\nu_3$  nejtěžší nebo nejlehčí. Uspořádání stavů dle hmotnosti nazýváme *hmotnostní hierarchie*. Pro  $\nu_3$  nejtěžší je to hierarchie *normální* (NH) a v opačném případě *invertovaná* (IH), viz obrázek 1. Zjistit, která platí, je jedním z hlavních cílů experimentu NOvA. Na obrázku 1 si také můžeme povšimnout přibližného zastoupení vůní v hmotnostních stavech.

Když se omezíme na oscilaci dvou vůní, pravděpodobnost toho, že začneme s jednou vůní  $\nu_x$  u zdroje a u detektoru naměříme druhou  $\nu_y$  je:

$$P(\nu_x \longrightarrow \nu_y) = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(1.27\Delta m^2 \frac{L(\text{km})}{E(\text{GeV})}\right) \quad (8)$$

Mixovací úhel  $\theta$  definuje jak moc je odlišný stav vůně od hmotnostního stavu. Kdyby  $\theta = 0$ , stavy vůně by byly totožné s hmotnostními stavy a k oscilaci by nedocházelo,  $P(\nu_x \longrightarrow \nu_y) = 0$ . Pro  $\theta = \frac{\pi}{4}$  jsou oscilace *maximální* a v jistém bodě dráhy mezi zdrojem a detektorem by všechna  $\nu_x$ , se kterými jsme začali, přeoscillovala na  $\nu_y$ . Když máme dvě vůně, jsou jen dva hmotnostní stavy. Parametr  $\Delta m^2 = m_1^2 - m_2^2$  je rozdíl kvadrátů hmotností hmotnostních stavů. Aby mohlo dojít k oscilaci, jak už bylo zmíněno, alespoň jeden nesmí mít nulovou hmotnost. Také oba nesmí mít hmotnost stejnou, jinak  $\Delta m^2 = 0$  a i  $P(\nu_x \longrightarrow \nu_y) = 0$ . Zde





Obrázek 1: Hmotnostní hierarchie. Pro situaci, kdy  $\nu_3$  je nejtěžší stav, se hierarchie nazývá normální (*vlevo*), pro situaci opačnou invertovaná (*vpravo*). Rozdíl  $\Delta m_{21}^2$  se někdy značí jako  $\Delta m_{sol}^2$  a  $\Delta m_{32}^2$  jako  $\Delta m_{atm}^2$  podle souvislosti s měřením oscilací slunečních a atmosférických neutrin [obrázek z 4].

je omezení experimentů oscilací neutrin – dovedou změřit rozdíl kvadrátů hmotností, ale nedokáží určit absolutní hmotnosti stavů, ani jestli je  $m_1$  menší nebo větší než  $m_2$ . Pro  $\Delta m^2 \rightarrow -\Delta m^2$  zůstává pravděpodobnost stejná. Jediný parametr, který můžeme ovládat, je  $L/E$ .  $L$  je *vzdálenost* mezi zdrojem a detektorem a  $E$  je *energie neutrin* [5].

V případě tří vůní ve vakuu se pravděpodobnost naměření vůně  $\beta$  za předpokladu počáteční vůně  $\alpha$  chová dle vztahu [1]:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i>j=1}^3 \text{Re}(K_{\alpha\beta,ij}) \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E} \right) + 4 \sum_{i>j=1}^3 \text{Im}(K_{\alpha\beta,ij}) \sin \left( \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E} \right) \cos \left( \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E} \right) \quad (9)$$

kde

$$K_{\alpha\beta,ij} = U_{\alpha i} U_{\beta i}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j} \quad (10)$$

Když se ale neutrina šíří v látce, mají na pravděpodobnost oscilací také vliv možné interakce. V Slunci a Zemi mohou interagovat zejména elektronová neutrina s všudypřítomnými elektrony, a to jak neutrálními proudy pomocí  $Z$  bosonu, tak i přes proudy nabitě prostřednictvím bosonů  $W$ , zatímco pro mionová a tau-

onová neutrína je možný jen první způsob [1]. Právě jen měření těchto *látkových efektů* umožňuje zjistit hmotnostní hierarchii [6].

K *mixovacím úhlům* je přístup skrz pravděpodobnost oscilací ve formě  $\sin^2(2\theta)$ . Aktuální výsledky z [3] jsou  $\sin^2(2\theta_{12}) = 0.857$ ,  $\sin^2(2\theta_{23}) > 0.95$ ,  $\sin^2(2\theta_{13}) = 0.095$ . Nedávné zjištění z experimentu Daya Bay [8, 7], že  $\theta_{13} \neq 0$ , otvírá možnosti zkoumání  $\delta_{CP}$ , o kterém se zatím nic neví. Oblast  $\theta_{13}$  je však také stále málo prozkoumána. Stejně tak je známo, že  $\sin^2(2\theta_{23}) \neq 1$ , ale neví se oktant  $\theta_{23}$ , tedy jestli je  $\theta_{23} <$  nebo  $> 45^\circ$ . Všechny tyto a mnohé další problémy částicové fyziky jsou předmětem výzkumu experimentu NOvA, který je v této práci podrobněji představen.

# 1. Experiment NOvA

Experiment NuMI Off-Axis  $\nu_e$  Appearance (NOvA) je dvou-detektorový, tzv. *long baseline* experiment, zaměřený na zkoumání oscilací neutrin v atmosférickém režimu ve dvou kanálech: tzv. *appearance* kanál, tj.  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  resp.  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$  a tzv. *disappearance* kanál, tj.  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$  resp.  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ . NOvA využívá svazek NuMI (Neutrinos at the Main Injector), více o svazku je v sekci 1.1. V neutrinovém módu se budou tři roky posílat svazky mionových neutrin napříč zemskou kúrou směrem k oběma detektorům budovaných 14 mrad od osy svazku a pak na další tři roky se změní mód na antineutrinový. Díky odklonu detektorů od osy svazku mají přicházející neutrina energii blízkou 2 GeV. Jednou z největších výhod NOvA experimentu je dostatečná (810 km) vzdálenost mezi detektory na projevení *hmotových efektů*, což jsou efekty spojené s interakcemi neutrin v látce. Díky tomu bude možné například rozlišit hmotnostní hierarchii, tedy jestli je hmotnostní stav  $\nu_3$  nejtěžší nebo nejlehčí, což přímo souvisí se znaménkem  $\Delta m_{32}^2$ . Pravděpodobnost oscilace  $\nu_\mu$  na  $\nu_e$  ve vakuu je dána vztahem [3]:

$$\begin{aligned}
 P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) &= P1 + P2 + P3 + P4 \\
 P1 &= \sin^2(\theta_{23}) \sin^2(2\theta_{13}) \sin^2(\Delta m_{32}^2 L/4E) \\
 P2 &= \cos^2(\theta_{23}) \sin^2(2\theta_{13}) \sin^2(\Delta m_{21}^2 L/4E) \\
 P3 &= -/ + J \sin(\delta) \sin(\Delta m_{32}^2 L/4E) \\
 P4 &= J \cos(\delta) \cos(\Delta m_{32}^2 L/4E)
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

kde

$$\begin{aligned}
 J &= \cos(\theta_{13}) \sin(2\theta_{12}) \sin(2\theta_{13}) \sin(2\theta_{23}) \times \\
 &\quad \sin(\Delta m_{32}^2 L/4E) \sin(\Delta m_{21}^2 L/4E)
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

Znaménko v  $P3$  je mínus pro neutrina a plus pro antineutrina. Pro formuli a odvození této pravděpodobnosti se započítáním *hmotových efektů* odkazují na [9].

Jak je ze vzorce patrné, pravděpodobnost oscilace závisí na vzdálenosti, kterou neutrino urazí a také na jeho energii. V případě experimentu NOvA je vzdálenost  $L = 810$  km a energie neutrin  $E = 2$  GeV. Toto uspořádání pokládá experiment na první  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  oscilační pík.

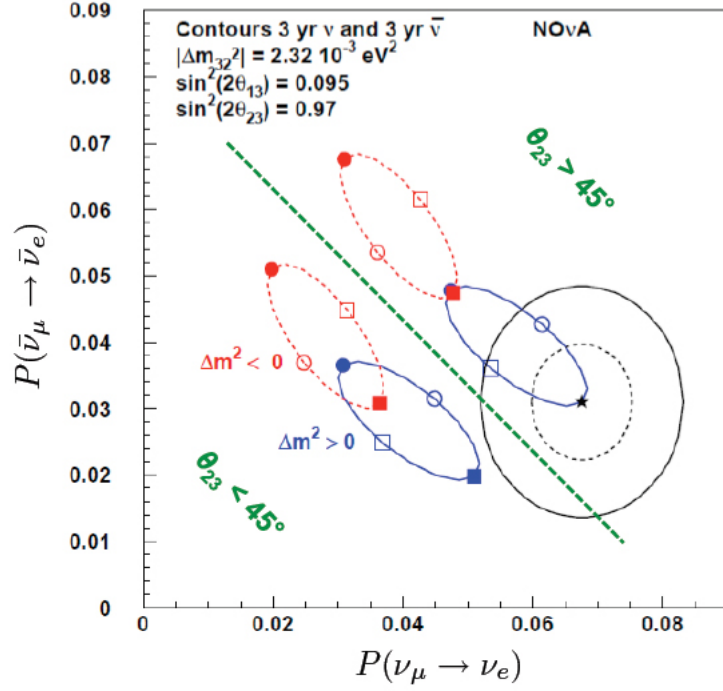
Jak název napovídá, většina fyzikálních zjištění bude právě z *appearance* kanálu. Pozorované množství interakcí  $\nu_e$  a  $\bar{\nu}_e$  poskytne informace o hmotnostní hierarchii, míře porušení CP symetrie v neutrinovém sektoru, velikosti mixovacího úhlu  $\theta_{13}$  a objasní, jestli stav  $\nu_3$  má víc příměsi  $\nu_\mu$  nebo  $\nu_\tau$ , tzn. jestli  $\theta_{23} >$  nebo  $< 45^\circ$ .

Rozlišit znaménko  $\Delta m_{23}^2$ , oktant  $\theta_{23}$  a určit  $\delta_{CP}$  je možné porovnáním pravděpodobnosti oscilace antineutrin s pravděpodobností oscilace neutrin. Na obrázku 1.1 jsou demonstrovány rozdíly v možných hodnotách těchto pravděpodobností. Pokud platí normální hierarchie, naměří se hodnoty na modré elipse, pokud platí inverzní, naměřená data padnou na červenou elipsu. Body na elipsách ukazují, jak se budou měnit pravděpodobnosti oscilací neutrin a antineutrin pro různé hodnoty fáze  $\delta$  při zafixování ostatních parametrů. Hodnoty nad zelenou čarou pak odpovídají  $\theta_{23} > 45^\circ$  a pod zelenou čarou  $\theta_{23} < 45^\circ$ . Plný a přerušovaný kruh okolo symbolu hvězdičky značí obrys oblastí  $1\sigma$  a  $2\sigma$ , kterých může být dosaženo měřením tří let v neutrinovém a tří let v antineutrinovém módu.

Porovnáním *disappearance*  $\nu_\mu$  a  $\bar{\nu}_\mu$  kanálu NOvA také zpřesní znalost hodnot oscilačních parametrů  $\theta_{23}$  a  $|\Delta m_{atm}^2|$  [6, 10, 4].

## 1.1 Svazek

NOvA využívá jako zdroj neutrin svazek NuMI (Neutrinos at the Main Injector), který byl původně navržen s výkonem 400 kW pro účely experimentu MINOS, ale s možností měnit energetické spektrum neutrin. Detektory experimentu NOvA jsou od osy NuMI svazku odkloněny o 14 mrad, takže jsou vystaveny neutrinům s relativně úzkým rozsahem energií okolo 2 GeV. Na obrázku 1.2 je znázorněno, jak se mění energetické spektrum interakcí  $\nu_\mu$  přes nabitě proudy (charged current, CC), tedy interakce prostřednictvím W bosonů, s pozicí detektorů vzhledem k osy svazku. Potlačení vysokoenergetického konce spektra v situaci experi-



Obrázek 1.1: Vztah pravděpodobností oscilací antineutrín a neutrín [obrázek z 4].

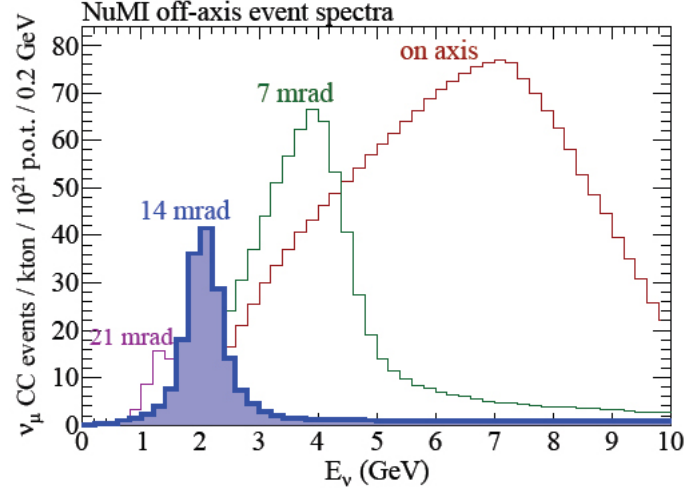
mentu NOvA snižuje pozadí od neutrálních proudů (neutral current, NC) v energetické oblasti 1 až 3 GeV, kde by mělo docházet k  $\nu_e$  CC událostem, které se považují za signál.

V plánu je také zvýšení průměrného výkonu svazku NuMI na 700 kW [10, 11].

### 1.1.1 Vznik svazku

Na obrázku 1.3 je schematicky zobrazeno, jak svazek neutrín vzniká. Protony z urychlovače Main Injector o energii 120 GeV jsou transportovány do terčíkové haly (Target Hall), kde naráží do uhlíkového terčíku a silnou interakcí vznikají hlavně piony a kaony. Dva parabolické magnetické trychtýře, každý asi 3 m dlouhý, směřují svazky sekundárních částic s kladným nábojem (v neutrinovém módu) do héliem naplněné rozpadové trubky (decay pipe) dlouhé 675 metrů, kde se rozpadají převážně na miony a mionová neutrína:

$$\pi^+ \longrightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (1.3)$$



Obrázek 1.2: Simulované spektrum energií neutrin pro  $\nu_\mu$  interakce nabitými proudy (charged current, CC) pro odklon detektorů od osy NuMI 0, 7, 14 a 21 mrad. NOvA je posazena na 14 mrad. [obrázek z 10].

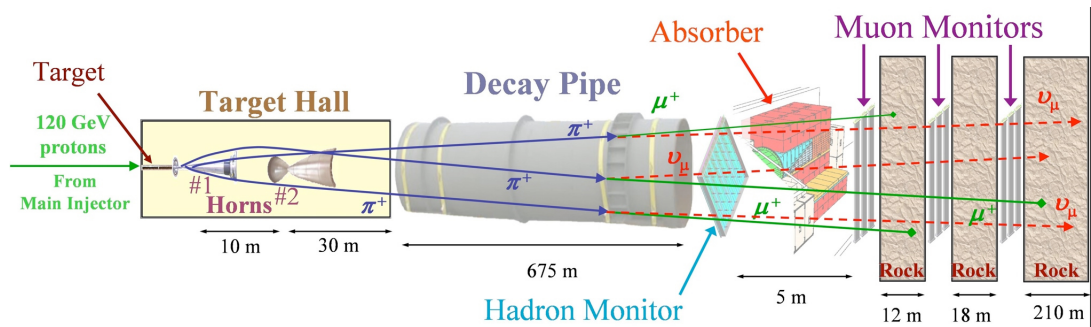
Pro antineutrinový mód se změni polarita trychtýřů, soustředují se částice se záporným nábojem, které ve výsledku dají antineutrína:



Miony se ale také mohou ještě rozpadat:



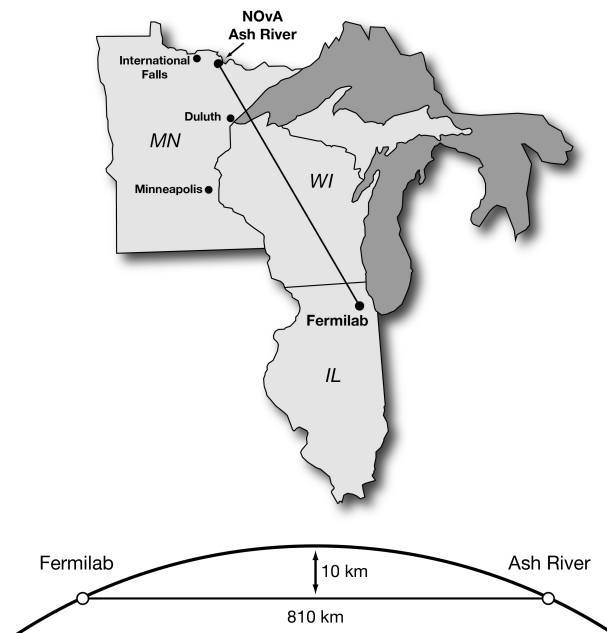
a do svazku mionových neutrin se tak mohou přimíchat i neutrina (antineutrína) elektronová. Další znečištění svazku je způsobeno nedokonalým oddělením částic dle náboje magnetickými trychtýři, takže i částice s nechtěným nábojem např. které se pohybují v ose magnetu nebo o vysoké energii, mohou zůstat. Po opuštění rozpadové trubky částice putují do hadronového absorbátora a bariér ze skály. Tam se zachytí veškeré jiné částice a dál už zůstává jen čistý neutrinový svazek [12, 13]. Celkově je složení svazku pro neutrinový mód 91.7%  $\nu_\mu$ , 7%  $\bar{\nu}_\mu$  a 1.3%  $\nu_e + \bar{\nu}_e$  a pro antineutrinový mód je to 39.9%  $\bar{\nu}_\mu$ , 58.1%  $\nu_\mu$  a 2.0%  $\nu_e + \bar{\nu}_e$ . Kvůli výše zmíněným procesům i v antineutrinovém módu pořád převládají neutrina.



Obrázek 1.3: Vznik NuMI neutrinového svazku [obrázek z 14].

## 1.2 Detektory

Experiment NOvA má dva detektory – *blízký* (Near Detector – ND) a *vzdálený* (Far Detector – FD). Blízký detektor je umístěn cca 1 km od zdroje, v nově vybudované podzemní jeskyni. Vzdálený se nachází blízko Ash River v Minnesotě. Vzájemná poloha detektorů je znázorněna na obrázku 1.4.



Obrázek 1.4: Vzájemná poloha detektorů NOvA. Blízký detektor je asi 1 km od zdroje ve Fermilabu a o 810 km dál, blízko Ash River, se nachází vzdálený detektor [obrázek z 15].

Odklon detektorů od osy svazku je 14 mrad. Svazek vstupuje do ND shora pod úhlem 58 mrad ( $\sim 3$  stupně) a do FD pod tím samým úhlem zespoda [16].

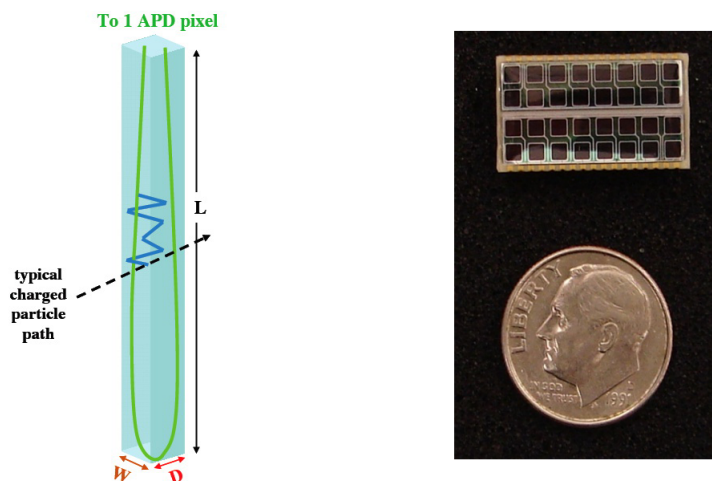
Oba detektory jsou konstrukcí stejné, plně aktivní kalorimetry s tekutým scintilátorem, které kromě energií částic měří i jejich dráhy. Blízký detektor je menší verze detektoru vzdáleného, liší se jen v rozměrech [16]. Základní jednotkou detektorů je jednoduchá obdélníková PVC cela rozměrů  $(W \times D \times L) = (6 \times 4) \text{ cm}$ ,  $L = 15.6 \text{ m}$  pro FD a  $L = 4.1 \text{ m}$  pro ND [10], obsahující tekutý scintilátor a světlocitlivé vlákno, viz obrázek 1.5 vlevo. Nabité částice přechází celou primárně podél její tloušťky ( $D$ ) a v tekutině je vytvářeno scintilační světlo. Světlo se v cele odráží, dokud není zachyceno světlocitlivým vláknem anebo absorbováno v PVC nebo v scintilátoru. Vlákno tvaru U s průměrem 0,7 mm je dvakrát delší než výška cely  $L$ , takže zachycené světlo je vedeno dvěma směry na konec cely. Efektivně jsou tedy v cele dvě vlákna, každé s téměř dokonalým zrcadlem naspodu, takže se zachytí bezmála čtyřikrát víc světla, než by zachytilo jedno neodrazivé vlákno. Na vrchu cely oba konce ohnutého vlákna vedou na jeden pixel v řadě APD (Avalanche Photodiode – lavinová fotodioda) fotodetektorů, kde je světlo konvertováno na elektronický signál, viz obrázek 1.5 vpravo. Světlo z optického vlákna má vlnovou délku okolo 540 nm, kde má APD kvantovou efektivitu až 85%. Aby se snížil tepelný šum, APD jsou chlazeny na teplotu  $-15 \text{ }^\circ\text{C}$  termoelektrickým chladičem [16]. Vnitřek cely je potažený vysoko odrazivým oxidem titaničitým [17]. Tekutý scintilátor uvnitř cel má složení: 94,91% potravinářského minerálního oleje, 4,98% pseudokumenu (1,2,4-Trimethylbenzene) jako scintilantu, 0,110% PPO (propylenoxid) a 0,00153% bis-MSB (1,4-Bis(2-methylstyryl)benzen) oba slouží k úpravě vlnové délky, 0,0010% Stadis-425 s antistatickou funkcí a 0,0010% vitamínu E jako antioxidantu [18].

16 cel tvoří tzv. *extrusion* a 32 cel (2 extrusiony slepené spolu) tvoří 1 modul, viz obrázek 1.6 a obrázek 1.7 vlevo. Jednu vrstvu tvoří 12 modulů a vrstvy jsou vedle sebe uloženy střídavě horizontálně a vertikálně, to umožňuje 3D rekonstrukci drah částic, viz obrázek 1.7 vpravo.

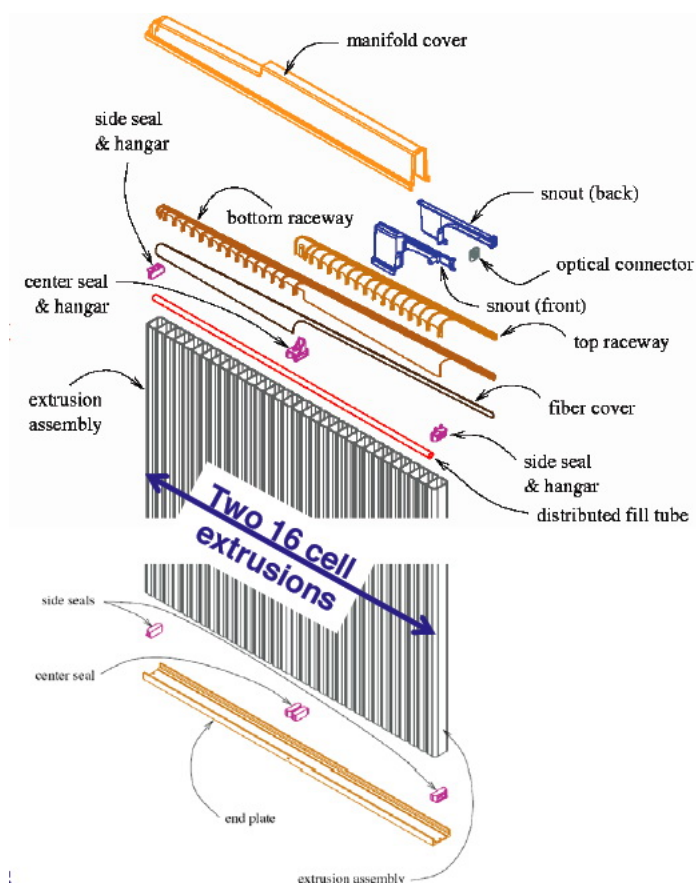
### 1.2.1 Blízký detektor

Mnoho částí blízkého detektoru – PVC extrusiony, moduly, vrstvy, bloky – bylo navrženo a vyvinuto pro vzdálený detektor. Použily se i pro blízký detektor, aby si byly oba co nejpodobnější [17]. Blízký detektor je identická kopie vzdáleného,

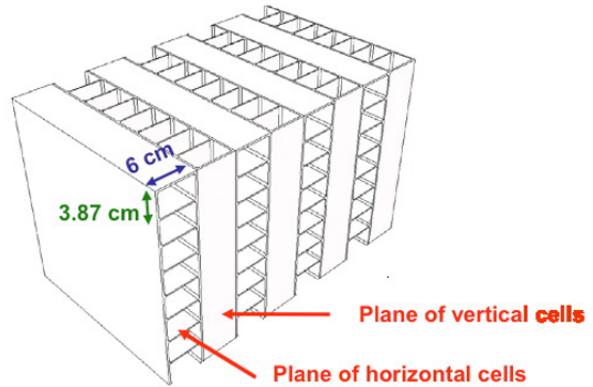




Obrázek 1.5: **Vlevo:** PVC cela o rozměrech  $W$ ,  $D$ ,  $L$  obsahující tekutý scintilátor a světlocitlivé vlákno. Interakce nabité částice vyprodukuje světlo (modrá čára), které se odráží od stěn cely, dokud není absorbováno optickým vláknem. Vlákno vede světlo do APD. **Vpravo:** 32 kanálová lavinová fotodioda. Každý konec světlocitlivého vlákna končí na jednom pixelu APD. [obrázek vlevo z 19],[obrázek vpravo z 20].



Obrázek 1.6: Modul se skládá ze dvou 16 celových extrusionů slepených vedle sebe [obrázek z 20].



Obrázek 1.7: **Vlevo:** Extrusion je tvořený 16 celami. **Vpravo:** Uspořádání vrstev PVC cel v detektoru. Střídají se horizontálně a vertikálně uložené vrstvy [obrázek vlevo z 19],[obrázek vpravo z 21].

až na to, že kvůli prostorovým omezením jsou moduly kratší. Detektor je složený z vrstev, které jsou 96 cel široké (3 moduly) a 96 cel vysoké (3 moduly), uspořádaných střídavě horizontálně a vertikálně. Spolu obsahuje ND 686 modulů, takže cel cca 22 000 [22]. Za bloky modulů je ještě deset vrstev proložených vrstvami oceli tlustých 10 cm, co tvoří tzv. *muon catcher* [17].

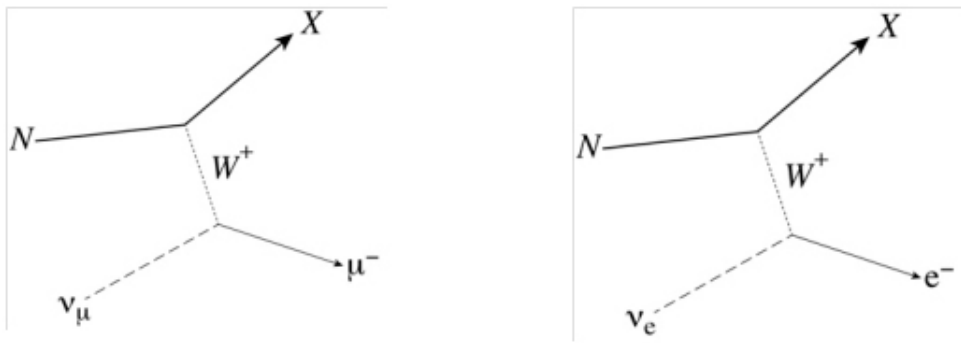
## 1.2.2 Vzdálený detektor

Vzdálený detektor je optimalizovaný pro detekci nízkoenergetických ( $\sim 2$  GeV) elektronových spršek [13]. FD má 28 32-vrstvových bloků. Každý blok se skládá z 32 vrstev PVC cel uložených střídavě vertikálně a horizontálně. FD má tedy 12 288 cel v jednom bloku a celkově 344 064 cel. Celková hmotnost bloků v detektoru je 14 625 tun z čeho je 9 294 tun hmotnost scintilátoru [23]. Nad detektorem bude 15,2 cm vrstva barytu ( $\text{BaSO}_4$ ), která je o 60% těžší než stejná vrstva žuly a bude mít stejný efekt jako 122 cm betonu. Tato vrstva má umožnit rozlišení interakcí částic kosmického záření od signálu. Při interakci s barytem částice vytvoří spršku na vrchu detektoru a ta bude podle směru drah snáze identifikovatelná jako pozadí [24].

## 2. Interakce neutrin a jejich detekce

### 2.1 Typy interakcí

Neutrino mohou v detektoru interagovat různými způsoby. Jednou z nejběžnějších možností interakce neutrina o dané energii s hmotou je kvazi-elastický (QE) rozptyl. Při QE rozptylu se neutrino může odrazit od neutronu v jádře atomu a vymění si W nebo Z boson. Když si vymění W boson, jedná se o QE rozptyl přes nabitě proudy (CC – charge current) a výsledkem interakce budou nabitě částice. Neutrino se změní na příslušný lepton a neutron z jádra se změní na proton. Když má neutrino dostatečnou energii, proton obvykle z jádra vyletí. Diagramy CC QE jsou zobrazeny na obrázku 2.1.



Obrázek 2.1: Diagramy kvazi-elastického rozptylu neutrin přes nabitě proudy. *Vlevo* je případ interakce mionového neutrina a *vpravo* elektronového neutrina s neutronem v jádru  $N$ . V obou případech je výsledkem příslušný záporně nabitý lepton a proton. Obecně při interakci neutrina s jádrem však  $X$  představuje různé hadronové produkty [obrázek z 19].

Když interakce neutrina s jádrem probíhá výměnou Z bosonu, jde o kvazi-elastický rozptyl přes neutrální proudy (neutral current – NC). Dá se zaregistrovat nukleon  $N$ , který vyletí z jádra  $A$ , ale vůně interagujícího neutrina je v tomto případě neznámá:

$$\nu + A \longrightarrow \nu' + N + (A - 1) \quad (2.1)$$

Další možnosti interakce neutrin v detektoru jsou *produkce rezonancí* (RES), *hluboký neelastický rozptyl* (Deep-Inelastic Scattering – DIS) a *koherentní produkce pionů* (COH). Všechny tyto procesy mohou probíhat přes nabitě proudy výměnou

W bosonů i přes neutrální proudy výměnou bosonů Z [13].

V procesu RES vzniká částice *rezonance*. Rezonance jsou excitované stavy hadronů se stejnou kvarkovou strukturou ale s větší hmotností [25]. V našem případě vzniká převážně  $\Delta(1232)$  [26], která se za řádově  $10^{-23}$  s [25] rozpadá na nukleon a pion. Je 7 možností jak RES může proběhnout, z toho 4 NC a 3 CC:

$$\begin{aligned}
\nu_\mu p &\longrightarrow \nu_\mu n \pi^+ & \nu_\mu p &\longrightarrow \mu^- p \pi^+ \\
\nu_\mu p &\longrightarrow \nu_\mu p \pi^0 & \nu_\mu n &\longrightarrow \mu^- n \pi^+ \\
\nu_\mu n &\longrightarrow \nu_\mu n \pi^0 & \nu_\mu n &\longrightarrow \mu^- p \pi^0 \\
\nu_\mu n &\longrightarrow \nu_\mu p \pi^- & &
\end{aligned} \tag{2.2}$$

V případě DIS vyráží neutrino kvarky z protonu nebo neutronu v jádře. Kvarky nemohou existovat samy o sobě, jen v baryonech a mezonech, takže kvark při tom, jak opouští jádro, vytváří spršku částic [27]. Interakce CC DIS vypadá takto:

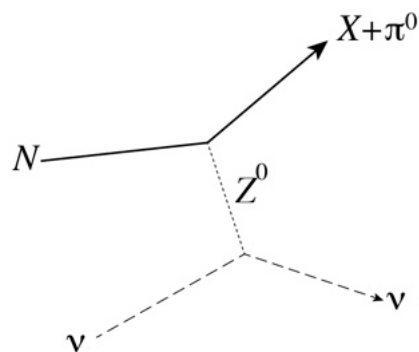
$$\nu_\mu + quark \longrightarrow \mu^- + quark' \tag{2.3}$$

Jádro se rozbije a kvark změní vůni tak, aby zachoval náboj. Například, kdyby neutrino vyrazilo down-kvark z neutronu, při tom se slabou interakcí změnilo na záporně nabitý mion, down-kvark se změní na up-kvark a náboj bude zachován [27]. V případě NC, neutrino zůstane neutrinem a kvark si taky svou vůni zachová.

V koherentním procesu COH se neutrino odráží od jádra jako celku a jediná finální vytvořená částice kromě leptonu je jeden nabitý pion pro CC interakci a jeden neutrální pion pro NC interakci [13]. Na obrázku 2.2 je diagram NC COH procesu.

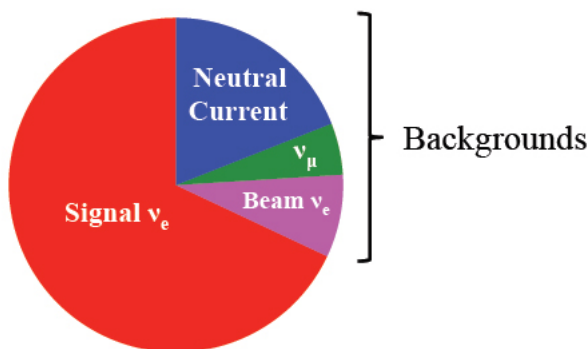
## 2.2 Pozadí

Cílem experimentu NOvA je zjistit, kolik mionových neutrin z původního svazku přeoscilovalo na neutrino elektronové. Proto relevantním signálem pro FD budou jenom interakce  $\nu_e$  CC QE a ostatní QE procesy budou tvořit složku pozadí, které bude nutno od signálu odlišit. Do pozadí se přičte i část CC signálu od  $\nu_e$ , jelikož použitý svazek neutrin není čistě  $\nu_\mu$ , ale obsahuje i jisté procento  $\nu_e$  už



Obrázek 2.2: Koherentní produkce pionu přes neutrální proudy. Neutrino se odrazí od jádra jako celku a vytvoří se  $\pi^0$  [obrázek z 19].

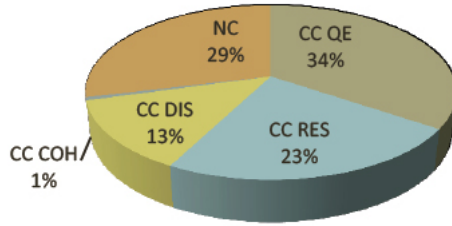
od začátku. Ke kvantitativnímu odhadu poslouží extrapolace signálu z blízkého detektoru na detektor vzdálený [13]. Poměr QE pozadí k signálu je zobrazen na obrázku 2.3.



Obrázek 2.3: Poměr signálu k pozadí, které tvoří NC,  $\nu_\mu$  CC a interakce  $\nu_e$  ze svazku [obrázek z 4].

Do pozadí patří také RES, DIS a COH. Tyto procesy mohou napodobovat signál. Kupříkladu se může stát, že nebude zaregistrován jeden ze dvou fotonů z rozpadu  $\pi^0$ , který vznikl při NC COH. Důvodem může být únik fotonu z detektoru ještě před vytvořením spršky, nebo nedostatek energie na vytvoření spršky vůbec [28]. Porovnání důležitosti zmíněných procesů vůči dalším složkám pozadí je na obrázku 2.4.

Další nezanedbatelnou složkou pozadí jsou miony z kosmického záření. Detektory NOvA se před nimi částečně chrání umístěním pod zem v případě ND a vrstvou barytu na střeše budovy detektoru FD. Miony v těchto barierách interagují a původ částic se pak snadno identifikuje podle drah přicházejících shora

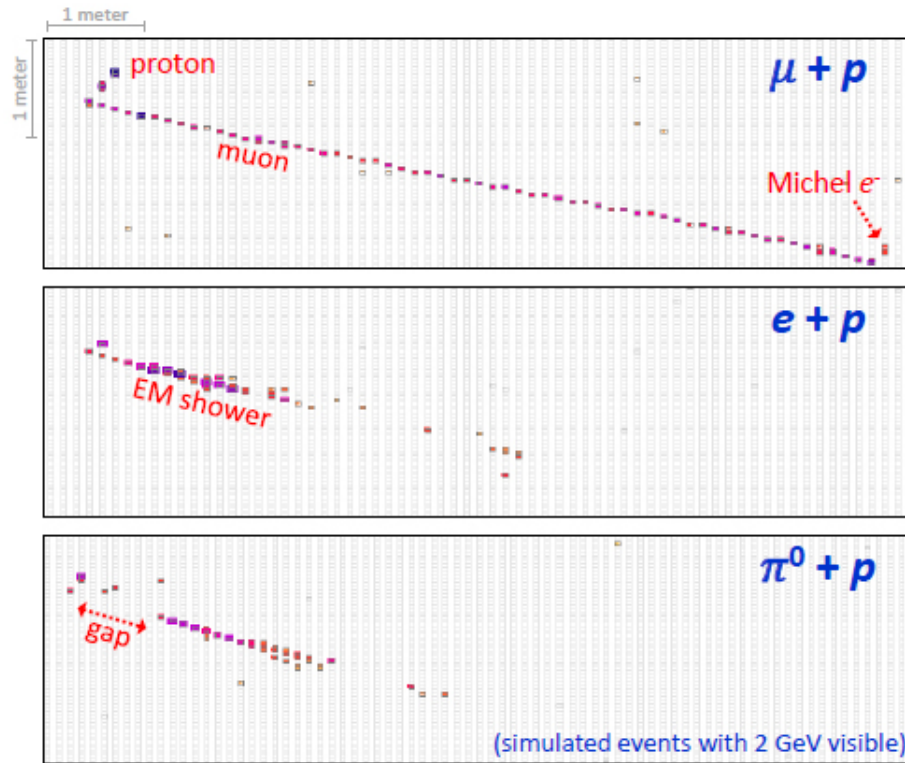


Obrázek 2.4: Percentuální zastoupení jednotlivých složek pozadí. Interakce přes neutrální proudy tvoří 29%, kvazi-elastické procesy 34%, CC produkce rezonancí 23%, CC hluboký neelastický rozptyl 13% a nejmenší vliv mají CC koherentní procesy 1% [obrázek z 29].

do detektoru.

## 2.3 Detekce

Detekce neutrin probíhá skrz identifikaci výsledných produktů jejich interakce s látkou. Na obrázku 2.5 jsou zmíněné příklady QE CC a NC tak, jak je zaznamená detektor. Jsou to simulované události v NOvA ND. Miony jsou jasně identifikovatelné jako dlouhé, přímé dráhy s odpovídající ztracenou energií na jednotku délky. Dráhy protonů se od ostatních hadronů liší význačným profilem energetických ztrát. Technologie detektorů NOvA je velmi vhodná na identifikaci elektromagnetických spršek, jelikož radiační délka v detektoru  $X_0 = 38$  cm je mnohokrát delší než relevantní rozměr PVC cely. Tato úroveň zrnitosti pomáhá odlišit rozpad  $\pi^0$ , jehož výsledné fotony zanechávají výraznou mezeru v detektoru mezi polohou interakce neutrina a konverzním bodem fotonů, jak je vidět v spodní části obrázku 2.5 [10].



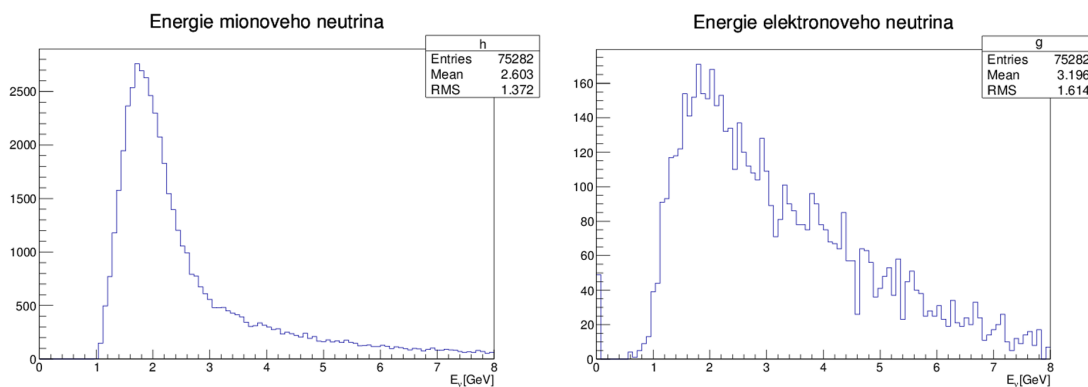
Obrázek 2.5: Simulované ND události s viditelnou energií 2 GeV. Každý barevný obdélníček odpovídá jedné cele detektoru. Tmavší barvy reprezentují větší uloženou energii. Pro každou událost je tu zobrazen jen jeden ze dvou ortogonálních náhledů. *Nahoře* je  $\nu_\mu$  CC QE událost, s výslednými produkty mionem a protonem. Je vidět i elektron z rozpadu mionu na konci jeho dráhy. *V středě* je  $\nu_e$  CC QE událost. *Spodní* je NC produkce  $\pi^0$ , s  $\pi^0$  a protonem jako produkty. Jeden foton z rozpadu  $\pi^0$  nese většinu jeho hybnosti a jeho aktivita je jasně oddělena od bodu interakce neutrina [obrázek z 10].

### 3. Příklady simulovaných dat

Tato kapitola je věnována datům ze simulací Monte Carlo, které mají napodobovat a vytvořit představu, jak budou vypadat reálná data z detektorů experimentu NOvA. Uvedeny jsou příklady z blízkého i vzdáleného detektoru, pro neutrinový i antineutrinový mód. V případech „fluxswap“ byla mionová neutrína zaměněna za elektronová, aby se získalo víc událostí od elektronových neutrin v simulovaných datech. Nezkresleny jsou případy „nonswap“.

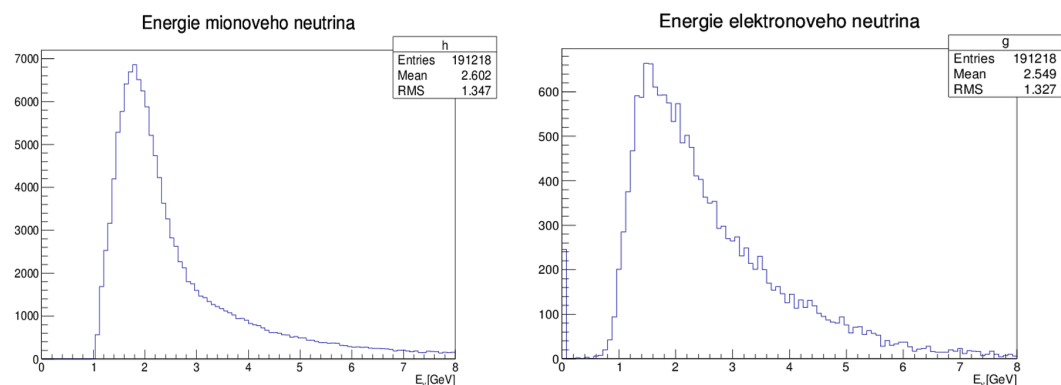
Jelikož neutrína samotná není možno jako taková detekovat, informace o nich se zjišťují rekonstrukcí, využitím výsledných produktů interakce v detektoru, jejichž vlastnosti jako deponovaná energie v detektoru, délka dráhy, atp., už dostatečně přesně měřitelné jsou. Rozlišení interakcí podle výsledných produktů je blíže popsáno v sekci 2.3.

Následující histogramy obsahují rekonstruovaná energetická spektra mionových a elektronových neutrin. U všech je zřetelný pík kolem 2 GeV, jak bylo možno očekávat, viz sekci 2.3.

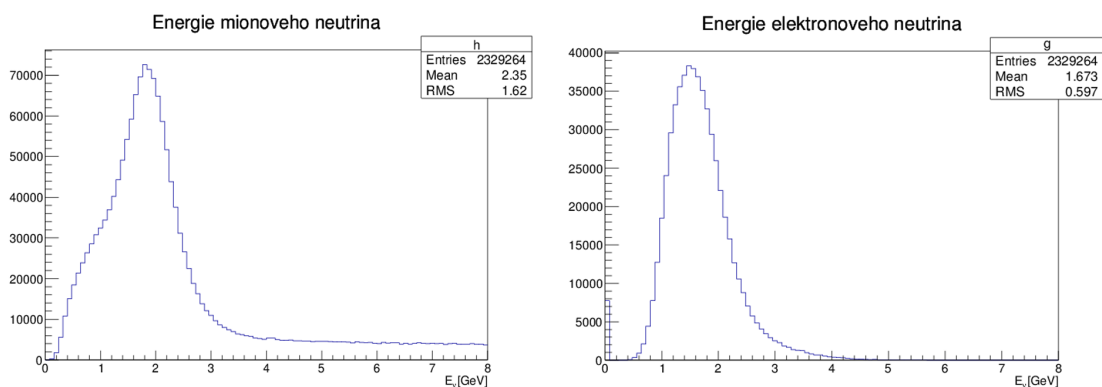


Obrázek 3.1: ND: neutrinový mód - *vlevo* energie  $\nu_\mu$ , *vpravo* energie  $\nu_e$ .

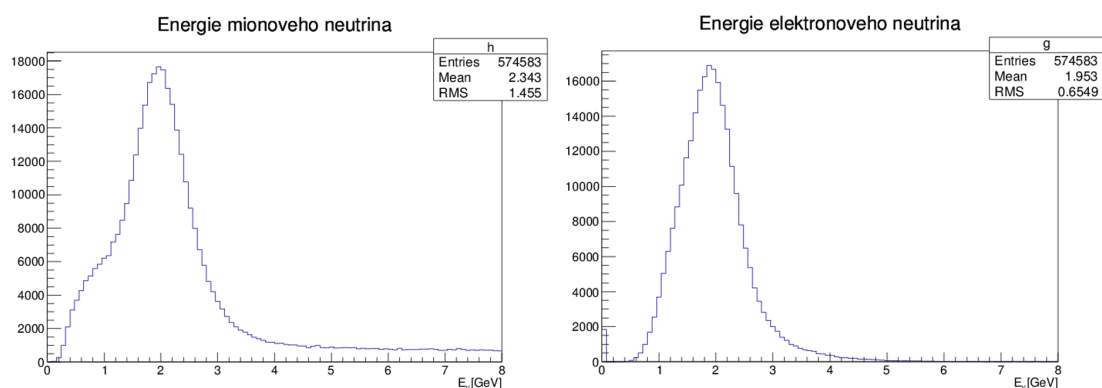




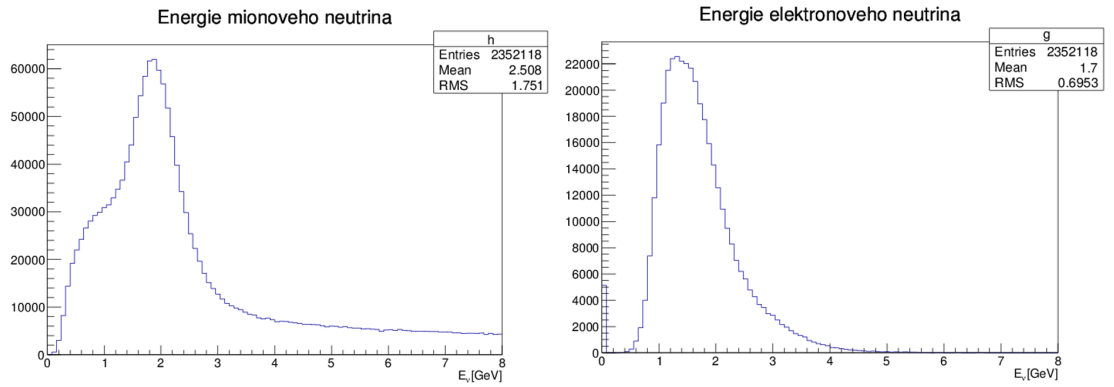
Obrázek 3.2: **ND**: antineutrínový mód - *vlevo* energie  $\nu_\mu$ , *vpravo* energie  $\nu_e$ .



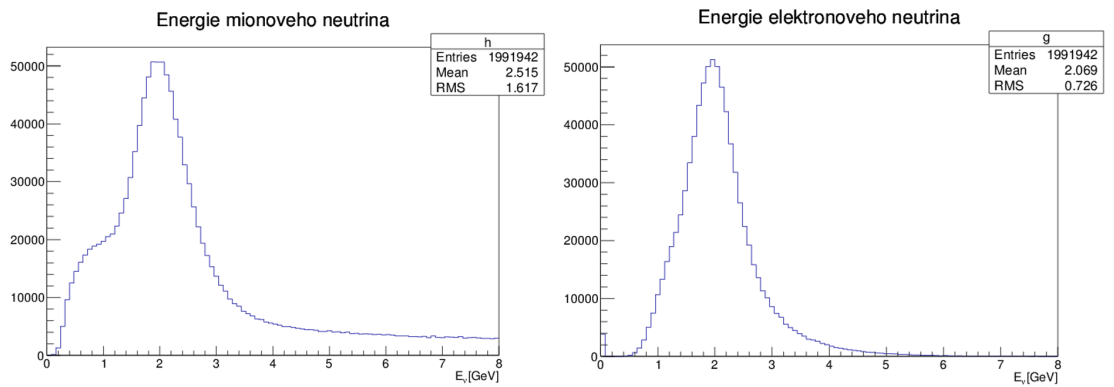
Obrázek 3.3: **FD**: neutrinový mód - "nonswap"- *vlevo* energie  $\nu_\mu$ , *vpravo* energie  $\nu_e$ .



Obrázek 3.4: **FD**: neutrinový mód - "fluxswap"- *vlevo* energie  $\nu_\mu$ , *vpravo* energie  $\nu_e$ .



Obrázek 3.5: **FD**: antineutrinový mód -"nonswap"- *vlevo* energie  $\nu_\mu$ , *vpravo* energie  $\nu_e$ .



Obrázek 3.6: **FD**: antineutrinový mód -"fluxwap"- *vlevo* energie  $\nu_\mu$ , *vpravo* energie  $\nu_e$ .

# Závěr

V úvodu této práce byly stručně popsány myšlenky vedoucí k objevu částice neutrino, jehož existence byla navržena prakticky hlavně proto, aby "zachránila" zákony zachování.

Představen byl jev oscilací, vztahy popisující jeho pravděpodobnost a fyzikální význam příslušných parametrů spolu s jejich aktuálními známými hodnotami. Stále je ale mnoho neznámého, co je potřeba zkoumat. Například, která hmotnostní hierarchie se v přírodě realizuje, nebo jestli dochází během oscilací k porušení CP symetrie. To a mnoho dalšího mají za úkol zjistit experimenty jako je NOvA.

V kapitole 1 je experiment NOvA podrobně rozebrán. Popsána je stavba a funkce obou detektorů.

V kapitole 2 jsou vysvětleny interakce neutrin s látkou s důrazem na důsledky pro experiment NOvA. Rozlišen je signál od pozadí a zmíněny jsou metody, kterými se pozadí potlačuje. Dále je vysvětlena identifikace jednotlivých interakcí z naměřených dat podle známých vlastností výsledných produktů.

Kapitola 3 je pak věnována datům ze simulací Monte Carlo. Ty mají vytvořit představu o reálně měřených detektory experimentu NOvA. Simulovaná data jsou demonstrována v podobě histogramů.

# Seznam použité literatury

- [1] ZUBER, K.: *Neutrino Physics*. New York: Taylor & Francis, ©2004. ISBN 0-7503-0750-1.
- [2] KING, S. F., Neutrino Mass, 2007, doi: 10.1080/00107510701770539, arXiv:0712.1750v1.
- [3] BERINGER, J. *et al.* (Particle Data Group), PR **D86**,010001 (2012).
- [4] FRANK, M., The NOvA Experiment, 2013, NOVA-doc-9221-v4, 07/24/2013.
- [5] BOYD, S., Neutrino Oscillations, 2013, Dostupné z <[http://www2.warwick.ac.uk/fac/sci/physics/current/teach/module\\_home/px435/lec\\_oscillations.pdf](http://www2.warwick.ac.uk/fac/sci/physics/current/teach/module_home/px435/lec_oscillations.pdf)>.
- [6] THOMAS, J., VAHLE, P.: *Neutrino oscillations: Present Status and Future Plans*. Singapore: World Scientific Publishing, ©2008.
- [7] AN, F. *et al.* (The Daya Bay Collaboration). Observation of electron-antineutrino disappearance at Daya Bay. *Phys. Rev. Lett.* **108**, 171803 (2012), arXiv:1203.1669v2 [hep-ex].
- [8] SANCHEZ, M., Spectacular NEW RESULTS from the NOvA Experiment, 2013, NOVA-doc-9436-v1, 07/09/2013.
- [9] KAYSER, B., Neutrino Oscillation Phenomenology, (2008), arXiv:0804.1121.
- [10] PATTERSON, R. B., The NOvA experiment: status and outlook, (2012), arXiv:1209.0716v1 [hep-ex].
- [11] CHILDRESS, S., STRAIT, J., Long baseline neutrino beams at Fermilab, (2012), arXiv:1304.4899v1 [physics.acc-ph].
- [12] FELDMAN, G., Technical Scope of Work between the NOvA Experiment(E-929) and Fermi National Accelerator Laboratory, 2013, NOVA-doc-9306-v1, 17/3/2013.

- [13] NO $\nu$ A COLLABORATION, Proposal to Build a 30 Kiloton Off-Axis Detector to Study  $\nu_{\mu} \rightarrow \nu_e$  Oscillations in the NuMI Beamline, 2005, NOVA-doc-593-v1, 09/07/2012.
- [14] NOWAK, J., NovA and MINOS, 2012, NOVA-doc-8020-v3, 10/26/2012.
- [15] FERMILAB. Fermilab Web page. [cit. 25-07-2013]. Dostupné z <[http://www.fnal.gov/pub/presspass/press\\_releases/2013/NOvA-201303-images.html](http://www.fnal.gov/pub/presspass/press_releases/2013/NOvA-201303-images.html)>
- [16] FELDMAN, G. J., HARTNELL, J., KOBAYASHI, T., Long-Baseline Neutrino Experiments, *Advances in High Energy Physics* **2013** (2013), Article ID 475749, 30 pages, doi:10.1155/2013/475749.
- [17] AYRES, D. S. *et al.*, NO $\nu$ A Technical Design Report, (2007), FERMILAB-DESIGN-2007-01, 04/24/2013.
- [18] CORWIN, L. A., Status of NO $\nu$ A, 2011, NOVA-doc-6545-v2, 05/14/2012.
- [19] MESSIER, M., The NO $\nu$ A Experiment, 2011, NOVA-doc-6555-v1, 10/10/2011.
- [20] DESAI, S., Status of the NO $\nu$ A Experiment, 2013, NOVA-doc-8889-v3, 5/31/2013.
- [21] SCHROETER, R., The NO $\nu$ A EXPERIMENT, 2011, NOVA-doc-6684-v3, 10/02/2012.
- [22] MIAO, T., Near Detector Report, 2013, NOVA-doc-9444-v1, 07/10/2013.
- [23] GUARINO, V. *et al.*, Nova Far Detector Structure, 2013, Nova-# 6257 v2.
- [24] GRIM, K., NO $\nu$ A detector to sit under uniquely protective roof, 2013, Dostupné z <[http://www.fnal.gov/pub/today/archive/archive\\_2010/today10-03-05.html](http://www.fnal.gov/pub/today/archive/archive_2010/today10-03-05.html)>.
- [25] MARKERT, C., Resonance Production in RHIC collisions, 2006, Dostupné z <<http://rhic.physics.wayne.edu/bellwied/sandiego06/talks/markert-sd.ppt>>.

- [26] ZELLER, S., Present Understanding of Low Energy Neutrino Cross Sections, 2003, Dostupné z <<http://www-boone.fnal.gov/slides-talks/conf-talk/sam/zeller.pdf>>.
- [27] THE UNIVERSITY OF WARWICK, Neutrino Detector Exercise, Dostupné z <<http://homepages.warwick.ac.uk/phrfba/>>.
- [28] THE MINIBOONE COLLABORATION, First Observation of Coherent  $\pi^0$  Production in Neutrino Nucleus Interactions with  $E_\nu < 2$  GeV, 2008, arXiv:0803.3423v1.
- [29] BETANCOURT, M., Study of Quasi-Elastic Scattering in the NOvA Detector Prototype, 2013, NOVA-doc-9359-v1, 06/30/2013.

# Seznam obrázků

1	Hmotnostní hierarchie. . . . .	5
1.1	Vztah pravděpodobností oscilací antineutrin a neutrin. . . . .	9
1.2	Spektrum svazku v závislosti na poloze detektorů. . . . .	10
1.3	Produkce svazku. . . . .	11
1.4	Vzájemná poloha detektorů. . . . .	11
1.5	PVC cela a APD. . . . .	13
1.6	Modul. . . . .	13
1.7	Extrusion a uspořádání vrstev v detektoru. . . . .	14
2.1	Diagramy CC QE rozptylu. . . . .	15
2.2	Diagram NC QE rozptylu. . . . .	17
2.3	Poměr signálu k pozadí . . . . .	17
2.4	Percentuální zastoupení jednotlivých složek pozadí. . . . .	18
2.5	Simulované ND události. . . . .	19
3.1	ND neutrinový mód-energie $\nu_e$ a $\nu_\mu$ . . . . .	20
3.2	ND antineutrinový mód-energie $\nu_e$ a $\nu_\mu$ . . . . .	21
3.3	FD neutrinový mód-"nonswap"-energie $\nu_e$ a $\nu_\mu$ . . . . .	21
3.4	FD neutrinový mód-"fluxswap"-energie $\nu_e$ a $\nu_\mu$ . . . . .	21
3.5	FD antineutrinový mód-"nonswap"-energie $\nu_e$ a $\nu_\mu$ . . . . .	22
3.6	FD antineutrinový mód-"fluxswap"-energie $\nu_e$ a $\nu_\mu$ . . . . .	22