

Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE



Milan Pšenička

Z historie spinu

Katedra chemické fyziky a optiky

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Vojtěch Kapsa, CSc.

Studijní program: Fyzika

Studijní obor: Fyzika zaměřená na vzdělávání

Praha 2013

Na tomto místě bych rád poděkoval svému vedoucímu RNDr. Vojtěchu Kapsovi, CSc., za cenné rady a především za jeho trpělivost a přátelskou atmosféru při konzultacích.

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova v Praze má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle §60 odst. 1 autorského zákona.

V Praze dne 1.8.2013

Podpis autora

Název práce: Z historie spinu

Autor: Milan Pšenička

Katedra: Katedra chemické fyziky a optiky

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Vojtěch Kapsa, CSc., Katedra chemické fyziky a optiky

Abstrakt: Tento text by měl sloužit jako doplňkový materiál při výuce spinu a fyziky 20.století. Zábývá se historickým pozadím zavedení spinu a dvěma experimenty, které přímo vedli k potvrzení jeho existence a to pokusem Einsteinovým – de Haasovým a pokusem Sternovým – Gerlachovým. Rozbor těchto experimentů je proveden na základě původních článků a historický kontext je čerpán z přehledových publikací o historii fyziky.

Klíčová slova: spin, Sternův - Gerlachův pokus, Einsteinův - de Haasův pokus

Title: Episodes from History of Spin

Author: Milan Pšenička

Department: Department of Chemical Physics and Optics

Supervisor: RNDr. Vojtěch Kapsa, CSc., Department of Chemical Physics and Optics

Abstract: This thesis can be used as a supplementary material for teaching the 20th century physics and the history of spin. It deals with the historical background of discovery of spin and two experiments that confirmed directly its existence, namely the Einstein – de Haas and Stern – Gerlach experiments. Discussion of these experiments is based on the original articles and the historical context is drawn from the publications on the history of physics.

Keywords: spin, Stern – Gerlach experiment, Einstein – de Haase experiment

Obsah

Úvod	2
1 Historie a její místo ve výuce fyziky	3
2 Situace ve fyzice na přelomu 19. a 20. století	5
2.1 Spektrum atomu vodíku	6
2.2 Normální a anomální Zeemanův jev	7
2.3 Planckův vyzařovací zákon absolutně černého tělesa	8
2.4 Model atomu	11
2.4.1 Rutherfordův model atomu	11
2.4.2 Bohrov model atomu	12
3 Einsteinův – de Haasův experiment	17
3.1 Wander Johannes de Haas	17
3.2 Albert Einstein	18
3.3 Teorie Einsteinova – de Haasova experimentu	18
3.4 Rozbor Einstein – de Haasova experimentu	20
4 Sternův – Gerlachův experiment	25
4.1 Otto Stern	27
4.2 Walter Gerlach	28
4.3 Teorie Sternova – Gerlachova pokusu	28
4.4 Původní články Sterna a Gerlacha	29
5 Spin	31
5.1 Spin a příběh jeho zavedení	31
5.2 Spin v nerelativistické kvantové mechanice	33
Závěr	36
Seznam použité literatury	37

Úvod

Tento text je určen studentům středních škol, jejich učitelům, studentům prvních ročníků vysokých škol i laické veřejnosti. Cílem bylo sepsat rozšiřující materiál k výuce spinu s důrazem na historii jeho objevu a na rozbor dvou hlavních experimentů, které jeho existenci prokazují. Širokému portfolio potenciálních čtenářů byla také přizpůsobena matematická i fyzikální náročnost. Upřednostnili jsme tedy v mnoha případech fyzikální podstatu věci psanou slovem, nad mnohdy pracným, avšak pro preciznost nutným, výpočtem. Věříme, že tímto způsobem lze i složitý fyzikální problém uspokojivě popsat.

První kapitola je věnována výuce fyziky pomocí historických faktů a souvislostí. V další kapitole se věnujeme situaci ve fyzice na počátku 20. století. Především zde jsou krátce vyloženy fyzikální jevy, které mají co do činění se spinem. Poté se budeme věnovat Einsteinovu - de Haaseovu experimentu, kde si nejprve připomeneme fyzikálně historické souvislosti kolem tohoto experimentu a pak vyložíme samotný experiment. Další kapitola je věnována Sternovu - Gelachovu experimentu. I zde bude nejprve probrán fyzikálně historický kontext, ve kterém se experiment uskutečnil a poté bude vyložen experiment samotný. Poslední kapitolou je kapitola o spinu samému. Nejprve se podíváme na jeho zavedení Uhlenbeckem a Goudsmitem a poté bude postulován spin v rámci nerelativistické kvantové mechaniky.

1. Historie a její místo ve výuce fyziky

”Věda nás nadchne jen tehdy, když přes zájem o život a dílo významných vědců začneme zkoumat historii rozvoje jejich objevů”

(J.C.Maxwell)

I přes to, že žijeme v době technického rozmachu, zájem studentů o fyziku stále klesá, viz. např. [1]. Možností, jak takovou situaci napravit, je hned několik. Všechny jsou založeny na předávání fyzikálních poznatků a na moderním přístupu učitelů k výuce. Takových způsobů výuky dnes existuje celá řada, my se v této kapitole budeme zabývat právě jedním z nich a tím je vyučování fyziky pomocí historických faktů a souvislostí.

Nejdříve se zaměříme na prospěšnost historie při předávání fyzikálních poznatků. Fyzika, ať už se podíváme na kteroukoli její oblast, je postupně se rozvíjející vědou. V průběhu tohoto rozvoje může (a také se tak děje) mnoho fyzikálních konceptů a teorií v jedné oblasti inspirovat k zavedení podobných teorií v naprosto rozdílné oblasti a navíc i v úplně jiné době. Vyučování fyzikálních teorií spolu s jejich historickým kontextem tedy poskytuje studentům propojení témat z různých oblastí fyziky a podporuje pochopení fyzikálních konceptů sledováním jejich vývoje a jejich postupného vylepšování [2, 3]. Studenti takto mnohem snáze přijmou fyzikální teorie, pokud budou důsledkem několika po sobě jdoucích, logicky na sebe navazujících kroků.

Dalším kladem začlenění historie do výuky fyziky je historie sama o sobě. V dnešní době se velice často užívá pro oživení vyučovacích hodin tzv. mezipředmětových vazeb. Pro většinu žáků je fyzika jen souborem „z nebe padajících“ vzorců a právě to bývá důvodem, proč fyzika nepatří mezi nejoblíbenější předměty. Tím, že se do výkladu zahrnou historické zmínky o dané době, o situaci ve společnosti, či několik informací o daném fyzikovi se tato situace náhle změní. Zvýší se pozornost těch žáků, kteří mají zájem o historii, sociologii atd. Vyučovací hodina se také těmito vsuvkami dá rozdělit na několik menších, na příklad na pozornost náročnějších, částí. Což pochopitelně vede k větší efektivitě předávání fyzikálních poznatků.

Samozřejmě i k začlenění historie do výuky fyziky je třeba přisoupat se zdravým rozumem. V rámci aktivního přístupu k vyučování by to mělo vypadat např. takto: Žák kopíruje práci vědce. Sám se vydává na cestu, kterou šli mnozí předním a pokouší se ji uskutečnit ve školních podmínkách. Čili klíčovou roli tu hraje

původní experiment přímo vedoucí k vědecké teorii. Žák tedy získává nejen nové poznatky, ale i nové kompetence ¹ [4].

Historie může fyzice prokázat službu i v oblasti fyzikální (vědecké) gramotnosti ve společnosti. Vzhledem k tomu, že "postavení výuky fyziky na jakémkoli typu školy je do značné míry ovlivněno postojem k fyzice samé" ², je potřeba propagovat rozličná fyzikální témata mezi širokou veřejností a je třeba změnit ve společnosti zakořeněný názor, že vědec je podivín zavřený 36 hodin denně v laboratoři. A právě tady se uplatní historie. Většina slavných fyziků žila poměrně bujarým společenským životem, měli spousty zálib a koníčků, hráli na hudební nástroje apod. a právě to je třeba lidem ukázat. Přes historii tedy vede cesta k popularizaci fyziky, kterou je třeba se dát, chceme-li do fyzikálního oboru nalákat co nejvíce přemýšlivých lidí.

¹Kompetencemi se rozumí soubor vědomostí, zručností a postojů vedoucí k osobnímu rozvoji

²srov. Lacina: Aktuální problémy českého fyzikálního vzdělávání [5]

2. Situace ve fyzice na přelomu 19. a 20. století

Předtím, než se pustíme do popisu experimentů přímo vedoucích k objevu spinu, se podíváme na to, jaké poměry panovaly ve fyzice na konci 19. století a na začátku 20. století. Při psaní této historicko-přehledové kapitoly budeme vycházet z následujících zdrojů [6, 7, 8], pokud nebude uvedeno jinak.

Ještě v polovině 19. století se fyzika zdála být v podstatě neperspektivním oborem. Klasická mechanika, vybudovaná v sedmnáctém století Newtonem, byla rozšířena a matematicky vyšperkována v 18. století zejména pány Eulerem a Lagrangem a ve století devatenáctém především Hamiltonem a Jacobim. Mechanika nyní dostatečně popisovala pohyby nebeských těles, proudění tekutin, chování pevných i pružných těles i šíření zvukových vln v rozličných prostředích. Vynález parního stroje Jamesem Watterem v roce 1765 zase znamenal rozvoj termodynamiky. Mezi fyziky kteří se naukou o teple zabývali jmenujme především Carnota, Clausia, Kelvina a Helmholtze. Hypotéza o tom, že veškerá hmota se skládá z atomů, dala vzniknout v 19. století dalšímu fyzikálnímu odvětví - kinetické teorii tepla. To umožnilo Boltzmanovi vysvětlit termodynamické jevy pomocí mikroskopických pohybů atomů v látkách pomocí statistické fyziky. Tento přístup nám poprvé v historii přináší do fyzikálních zákonů pravděpodobnost, která je samotnou podstatou přírodních zákonů. Uvidíme později, že tato neurčitost se ve fyzice, zejména ve fyzice mikrosvěta, zakořenila a nehodlá ji jen tak opustit. Zajímavé je, že idea látek složených z atomů nebyla dlouho dobu přijímána všemi fyziky. I ve 20. století např. Ernst Mach atomovou teorii neustále popíral.

Jevy elektrické a jevy magnetické byly zkoumány a propojeny Faradayem, Oerstedem a Ampérem v první polovině 19. století a následně byly popsány Maxwellem v jeho teorii elektrodynamiky. Tato teorie předpovídala existenci elektromagnetických vln, které experimentálně potvrdil na konci 19. století Hertz. Optické jevy zkoumal v první polovině 19. stol. především Fresnel, ale poté co se ukázalo, že světlo je elektromagnetické vlnění, se optika redukovala na součást elektrodynamiky, která byla více než dobře popsána Maxwellem. Je nutno upozornit na to, že elektromagnetické vlny byly považovány za podobné vlnám mechanickým, tudíž potřebovaly ke svému šíření hmotné prostředí - éter. Myšlenka éteru opustila fyzikální svět až s příchodem Einsteinovy teorie relativity. Zdá se tedy, že makroskopické chování látek bylo na konci 19. století popsáno velice dobře, narozdíl od mikroskopického.

Studium mikroskopického složení látek bylo v té době především chemickým

oborem. Otcem moderní chemie bývá nazýván Lavoisier (2. pol. 18. stol.), který mimo jiné sepsal první rozsáhlý seznam prvků. V první polovině 19. stol. na něj navázal Dalton se svou tabulkou relativních atomových hmotností pro šest prvků: vodík, kyslík, dusík, uhlík, síra a fosfor. Dalton byl také velkým zastáncem atomové teorie. Koncept chemických prvků vystoupil do popředí v druhé polovině 19. století, kdy Meyer a Mendělejev nezávisle na sobě přišli na to, jak je uspořádat do periodické soustavy prvků. Myšlenka byla taková, že chemický prvek se skládal z malých nedělitelných objektů, atomů, které byly rozdílné od atomů všech ostatních prvků. Chemici znali poměry různých prvků ve sloučeninách a tak byly schopni vytvořit tabulku jejich atomových hmotností. Avogadro také navrhnul a později Loschmidt experimentálně potvrdil, že při stejném tlaku, stejné teplotě a stejném objemu budou dva odlišné plyny obsahovat stejný počet molekul.¹

V druhé polovině 19. století Kirchhoff a Bunsen přišli na to, že když se prvky zahřejí, tak každý vyzařuje světlo o určitých diskrétních vlnových délkách. Tento fakt byl vysvětlen tak, že atomy při zahřátí oscilují s danými frekvencemi. Obecné studium těchto spekter prvků však bylo příliš komplikované, avšak některé dílčí úspěchy se dostavily ještě v 19. století. Vzhledem k tomu, že vyzářené spektrum je charakteristické pro každý prvek se díky spektroskopii podařilo objevit několik nových prvků, např. cesium a thalium. Nyní se na tyto spektrální čáry podíváme trochu podrobněji, stejně tak na vývoj modelů atomu na začátku 20. století.

2.1 Spektrum atomu vodíku

V roce 1885 švýcarský učitel aritmetiky a kaligrafie na střední dívčí škole Johann Jacob Balmer ² publikoval článek v *Annalen der Physik und Chemie*, kde představil matematický vzorec, který správně udává vlnové délky spektrálních čar atomu vodíku. Jeho výpočty byly založeny na čtyřech známých spektrálních čarách ve viditelném spektru naměřených Angströmem. Základem Balmerova objevu je to, že vlnová délka libovolné spektrální čáry atomu vodíku se dá vyjádřit jako násobek jedné konstanty, kterou Balmer nazval základní číslo vodíku. Výsledná rovnice tedy je

$$\frac{1}{\lambda} = R_y \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (2.1)$$

¹Dnes udává počet molekul (atomů) plynu v jednom molu látky Avogadrova konstanta

²Balmerovým koníčkem byla numerologie. Nápad zajímat se o vodíkové spektrum nepocházel přímo z jeho hlavy, ale přítel fyzik (pravděpodobně E. Hagenbach) lámající si nad tímto problémem hlavu, ukázal Balmerovy soubor hodnot vlnových délek vodíkového spektra. Balmer, jakožto zvědavý numerolog, se ihned pustil do práce [9].

kde $R_y = 1.097213 \cdot 10^7 \text{m}^{-1}$ je Rydbergova konstanta a λ je libovolná vlnová délka spektrální čáry atomu vodíku v Angströmech. Pokud zvolíme v rovnici (2.1) $n = 2$ a $m = 3,4,5$ atd. tak dostaneme spektrální čáry ve viditelném spektru³. Ostatní serie spektrálních čar atomu vodíku byly objeveny až později. Pro volbu $n = 1$ a $m = 2,3,4$ atd. dostaneme Lymanovu serii, pro volbu $n = 3$ a $m = 4,5,6$ atd. dostaneme Paschenovu serii, pro $n = 4$ a $m = 5,6$ atd. dostaneme Brackettovu serii a nakonec pro $n = 5$ a $m = 6,7$ atd. dostaneme Pfundovu serii spektrálních čar atomu vodíku. Fyzikální podstata toho, že tyto spektrální čáry existují byla objasněna až poté, co Niels Bohr představil svůj model atomu vodíku [10].

2.2 Normální a anomální Zeemanův jev

Michael Faraday v roce 1845 ukázal, že rovina polarizace světla v elektrickém poli rotuje. To vedlo nejen jeho samotného, ale i mnoho dalších experimentátorů k myšlence, že by i magnetické pole mohlo mít vliv na spektrální čáry atomů[11]. Právě tento jev se od roku 1892 snažil prokázat i holandský fyzik Pieter Zeeman. Podařilo se mu to až roku 1896 poté co si pořídil silný Ruhmkorffův elektromagnet. Za objevení tohoto efektu⁴, obdržel spolu s Hendrikem Antoonem Lorentzem, který tento jev vysvětlil teoreticky, Nobelovu cenu v roce 1902. Při prvních měřeních v říjnu roku 1896 pozoroval Zeeman jen rozšíření jednotlivých spektrálních čar. Toto rozšíření ještě předpovídala klasická Larmorova elektronová teorie. Později na jaře roku 1897 Zeeman poprvé zaznamenal zřetelné rozštěpení spektrálních čar do dupletů a tripletů⁵. Toto rozštěpení se dá vysvětlit jako důsledek precese nosičů náboje, či iontů⁶ pod vlivem vnějšího magnetického pole. Už od dob Oerstedta bylo známo, že pohybující se nosiče náboje interagují s magnetickým polem. Tento vztah popsal Lorentz rovnicí

$$\vec{F} = e\vec{v} \times \vec{B}, \quad (2.2)$$

kde e je náboj, v je rychlost náboje a B je magnetická indukce pole. Je-li pole nulové, může nosič náboje kmitat po přímce v libovolném směru, kombinací fázově posunutých pohybů v různých směrech můžeme dostat i pohyby eliptické a kruhové. Ve všech případech je však frekvence kmitů ω_0 stejná. V homogením magnetickém poli může vykonávat pouze tři periodické pohyby, kterým odpovídají tři různé frekvence. Při pohybu po přímce ve směru magnetického pole je

³Této sérii se říká Balmerova série.

⁴Nyní právě tomuto jevu říkáme normální Zeemanův efekt

⁵dvojjic a trojjic

⁶Elektron byl objeven až později v tomtéž roce (1897) Thomsonem. Je však vidět, že objev elektronu už byl "na spadnutí".

Lorentzova síla působící na nosič náboje nulová, takže pohyb není polem ovlivněn a frekvence má stejnou hodnotu ω_0 jako bez pole. Zbývající dva pohyby jsou kruhové, v rovině kolmé k vektoru indukce, s jedním či s druhým smyslem oběhu. Pak se Lorentzova síla přidává, nebo odečítá k síle, která vyrovnává odstředivou sílu působící na nosič náboje. Z toho odvodíme frekvence pro krajní spektrální čáry tripletu[12]

$$\omega_{1,2} = \omega_0 \pm \Delta\omega, \quad (2.3)$$

kde

$$\Delta\omega = \frac{eB}{2m_e}, \quad (2.4)$$

kde m_e je hmotnost nosiče náboje. Čili normální Zeemanův jev byl dostatečně popsán pomocí Larmorovy-Lorentzovy teorie pohybujících se nábojů. Jelikož bylo možné změřit $\Delta\omega$, tak při známé velikosti B a v té době již známé velikosti náboje nosiče e , bylo možné odhadnout $\frac{e}{m_e}$. To také Zeeman udělal a vyšlo mu, že hmotnost nosiče náboje je tisíckrát menší než hmotnost atomu vodíku. To byl na jeho dobu velice překvapivý výsledek, protože se atom vodíku pokládal za nejmenší dále nedělitelnou částičku hmoty.

Na přelomu roku 1887/88 Thomas Preston v Dublinu, Alfred Cornu v Paříži a Albert Michelson v Chicagu nezávisle na sobě objevili naprosto odlišné štěpení spektrálních čar do kvartetů, sextetů a dalších složitějších struktur. Toto štěpení spektrálních čar, kterému se nyní říká anomální Zeemanův jev, zůstalo absolutní záhadou pro klasickou elektronovou teorii a dokonce se stalo velice problematickou pro pozdější Bohrovu teorii atomu. Také se nevědělo, proč se anomální Zeemanův jev při velmi silných magnetických polích změní na normální Zeemanův jev, což v roce 1912 zjistili Friedrich Paschen a Ernst Back. Později v roce 1920 se Carl Runge a Alfred Landé pokusili popsat komplikovaný anomální Zeemanův efekt fenomenologicky.

2.3 Planckův vyzařovací zákon absolutně černého tělesa

Pojem absolutně černé těleso zavedl do fyziky Kirchhoff. Absolutně černé těleso je takové těleso, které absorbuje veškeré dopadající záření. Realizací tohoto absolutně černého tělesa je dutina s reflektujícími vnitřními stěnami skládající se z částí o stejné teplotě. Když se zahřeje, začne emitovat záření uvnitř stěn, díky odrazům se záření znovu absorbuje atd. Záření by poté mělo být v tepelné rovnováze s materiálem stěn a právě toto záření, které projde ven malým otvorem se poté analyzuje. Sám Kirchhoff experimentálně i teoreticky zjistil, že spektrál-

ní hustota intenzity ⁷ tohoto záření $u_\nu(T)$ je funkce závislá pouze na teplotě a vlnové délce. Univerzální vyzářovací zákon však sám nenašel. To se podařilo až Maxu Planckovi v roce 1900. Mezitím samozřejmě mnoho fyziků zkoumalo tento jev a my si tu uvedeme jen výsledky kterých dosáhly Stefan, Boltzman a Wien.

Stefan-Boltzmanův zákon:

$$u(T) = AT^4 \quad (2.5)$$

Wienův posunovací zákon:

$$u_\nu(T) = \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right) \quad (2.6)$$

Wienův rozdělovací zákon

$$u_\nu(T) = \frac{8\pi b\nu^3}{c^3} e^{-\frac{a\nu}{T}} \quad (2.7)$$

Kde ν je frekvence záření, c je rychlost světla, $u_\nu(T)$ je spektrální hustota záření na jednotku vlnové délky a na jednotku objemu a a, b, A jsou konstanty. Planck se začal teorií záření absolutně černého tělesa zabývat kolem roku 1895 po svém příchodu do Berlína. Jeho prvním cílem bylo teoreticky zdůvodnit Wienův rozdělovací zákon (2.7). Po rozmluvě s Boltzmanem Planck přistoupil na jeho statistickou interpretaci entropie a pomocí ní se snažil dosáhnout úspěchu. Především se snažil najít vztah mezi energií a entropií pomocí analogie lineárního oscilátoru. Po nějakém čase odvodil a trochu také uhádl svůj rozdělovací zákon

$$E(\lambda, T) = \frac{c\lambda^{-5}}{e^{\frac{c}{\lambda T}} - 1}. \quad (2.8)$$

Později Planck vzpomínal, že v období od října do prosince 1900 nastali jeho intelektuálně nejpevnější týdny života, když se snažil teoreticky odvodit svůj rozdělovací zákon (2.8). Aby se mu podařilo vysvětlit jeho zákon, bylo potřeba udělat úplně nové úvahy o povaze entropie, které překračovali rámeček klasické termodynamiky i klasické elektrodynamiky. Tyto úvahy vycházely z Boltzmanovy statistické teorie entropie. Planck tedy střední hodnotu oscilátoru U , vzatou přes velmi dlouhý časový interval, nahradil energií N stejných oscilátorů dané frekvence ν v daném časovém okamžiku. Energie tohoto souboru potom bude $U_N = NU$. Aby mohl dále použít Boltzmanovy metody, rozdělil energii U_N na P stejných konečných kvant velikosti ϵ . Z kombinatorických pravidel víme, že počet všech

⁷intenzita na jednotku vlnové délky a jednotkový prostorový úhel

rozdělení P kvant N oscilátorům (to odpovídá počtu všech mikrostavů) je

$$W = \frac{(P + N - 1)!}{P!(N - 1)!}. \quad (2.9)$$

Planck potom použil Boltzmanův vztah pro entropii

$$NS = k \ln W, \quad (2.10)$$

kde k byla nejprve konstanta úměrnosti, ale pak Planck ukázal, že to je univerzální plynová konstanta vydělená Avogadrovým číslem⁸. Planck pak postupoval následovně. Ve vztahu (2.9) zanedbáme jedničky vůči velkým P a N a dosadíme (2.9) do (2.10). Užitím Stirlingovy formule⁹ dostaneme vztah

$$S = k \left\{ \left(\frac{P}{N} + 1 \right) \ln \left(\frac{P}{N} + 1 \right) - \frac{P}{N} \ln \left(\frac{P}{N} \right) \right\}. \quad (2.11)$$

Tento vztah Planck porovnával s rovnicí, kterou získal při odvozování svého rozdělovacího zákona (což mi pro náročnost dělat nebudeme, ale uvedeme výslednou formuli pro entropii, abychom na ni mohli navázat)

$$S = \frac{a'}{a} \left[\left(\frac{U}{a'\nu} + 1 \right) \ln \left(\frac{U}{a'\nu} + 1 \right) - \frac{U}{a'\nu} + \ln \left(\frac{U}{a'\nu} \right) \right], \quad (2.12)$$

kde a' a a jsou konstanty. Porovnáním rovnic (2.11) a (2.12) a za platnosti vztahu $NU = P\epsilon$ musí platit

$$\epsilon = a'\nu, \quad (2.13)$$

kde konstantu a' nakonec Planck označil jako h a nazval jí elementárním kvantem účinku.¹⁰ Planck se velice dlouho nemohl smířit s tím, že vyzařování neprobíhá spojitě, ale po určitých diskrétních "kvantech". O pět let později roku 1905 vysvětlil Einstein fotoefekt na základě toho, že světlo se nešíří spojitě, ale po diskrétních světelných kvantech. Právě tyto objevy a mnohé další daly vzniknout úplně nové fyzikální disciplíně - kvantové fyzice, ve které neplatí naše zkušenosti z makroskopického světa, kde "vše" probíhá spojitě. Tato odlišnost od našeho známého světa byla pro fyziky velkou překážkou, což dokládá i to, že ještě roku 1913 Planck stále nevěřil v Einsteinovu teorii světelných kvant[13].

⁸dnes k nazýváme Boltzmanovou konstantou a značíme k_B

⁹ $\ln(n!) \approx n \ln(n) - n$

¹⁰Dnes se tato konstanta nazývá Planckovou konstantou a její hodnota je $k = 6,626 \cdot 10^{-34} Js$

2.4 Model atomu

Jak je pravděpodobně vidět i z předchozích kapitol o mikroskopickou podstatu látek se na přelomu 19. a 20. století zajímalo mnoho fyziků. Nyní se podíváme, jak se vyvíjel pohled na atomy a na jejich vnitřní strukturu.

2.4.1 Rutherfordův model atomu

Nedlouho poté co roku 1897 tři fyzici, Kaufman, Weichert a Thomson nezávisle na sobě objevili elektron¹¹, se objevil také první model atomu. Z jejich měření nakonec vyplynulo, že elektron má 2000 krát menší hmotnost než nejlehčí atom, atom vodíku. Podle toho také vypadal Thomsonem navržený model atomu. Thomson si představoval atom jako kladně nabitou hmotu v které jsou rozmístěny maličké negativně nabitě elektrony.¹² Tento model ovšem nevydržel příliš dlouho.

Přesnější struktura atomu byla odhalena Rutherfordem a jeho kolegy, pomocí rozptylu α -částic na atomech a teoretickém popisu tohoto rozptylu, který provedl Rutherford osobně. První pokusy s rozptylem α -částic provedl Rutherford v roce 1906. V evakuované trubici posílal α -částice skrz štěrbinu na fotografickou desku, kde pozoroval obraz štěrbinu. Když umístil tenkou folii ze slídy mezi štěrbinu a fotografickou desku, obraz byl rozmazaný. Po přestěhování se do nové laboratoře v Manchesteru, stanovil Rutherford studium rozptylu α -částic za jeden z prvních výzkumných úkolů. Požádal tedy svého kolegu Geigera a studenta Marsdena, aby tento jev důkladněji prověřili, především měli za úkol zjistit úhel rozptylu α -částice vůči původnímu směru. Měření ukázala, že průměrný rozptylový úhel byl malý, až na několik vyjímek. V roce 1910, když Geiger s Marsdenem prováděli pokusy se zlatou folií na které zkoumali rozptyl, zjistili, že jedna z 8000 α -částic se při rozptyle odrazí zpět. Rutherford si uvědomil, že na takovýto rozptyl je třeba mnohem větší síla, než ta kterou na α -částice působí elektrony. Jeho předpoklad tedy byl, že uvnitř atomu je velký centrální náboj. Pojem jádro atomu bylo použito až později. Na základě této hypotézy vytvořil teoretický model pomocí diferenciálního účinného průřezu. Předpokládal, že nalétávající částice se k jádru atomu blíží po hyperbole a že jádro atomu na ně působí Coulombovskou silou

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{r^2}, \quad (2.14)$$

kde $2e$ je náboj α -částice, Ze náboj jádra a r je vzdálenost mezi nimi. Za těchto předpokladů odvodil Rutherford vztah pro záměrnou vzdálenost b a pro diferenciální účinný průřez $\frac{d\sigma}{d\Omega}$

¹¹při studiu katodového záření

¹²Tomuto modelu se také říká model pudingový.

$$b = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0mv^2} \coth \frac{\phi}{2}, \quad (2.15)$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{2Ze^2}{8\pi\epsilon_0mv^2} \right)^2 \frac{1}{(\sin \frac{\phi}{2})^4}. \quad (2.16)$$

Tato teoretická odvození Rutherforda experimentálně potvrdili jeho kolegové Geiger a Marsden. Z Rutherfordovy rovnice pro záměrnou vzdálenost (2.15) lze pro úhel totálního odrazu ($\phi = 180^\circ$) např. pro zlato spočítat přibližný poloměr jádra, který vychází přibližně $3 \cdot 10^{-12}$ cm. V porovnání s rozměry atomu¹³ je tedy vidět, že jádro atomu zabírá jen nepatrnou část prostoru v centru atomu. Představa atomu tedy je taková, že kolem velmi hmotného kladně nabitého jádra obíhají po libovolných kruhových drahách lehké a záporně nabitě elektrony.

2.4.2 Bohrov model atomu

Niels Bohr se s Rutherfordovým atomovým modelem seznámil během své postdoktorandské stáže u samotného Rutherforda v Manchesteru. Už tehdy bylo jasné, že tento model není správný. Hlavním problémem Rutherfordova modelu byla stabilita atomů. Pohybuje-li se elektron po kruhové dráze okolo jádra atomu, tak podle klasické elektrodynamiky musí emitovat záření. Tím přichází o energii, čili snižuje se poloměr jeho kruhové dráhy a neustále se blíží k jádru atomu. Toto zhroucení atomu proběhne řádově za $t = 10^{-10}$ s [14]. Bohr chtěl stabilitu atomů vysvětlit pomocí nové - Planckovy kvantové teorie tak, že by omezil počet možných orbit elektronu jen na ty s danými diskrétními hodnotami energie, tak jako si počínal Planck při odvozování své vyzařovací formule. Bohr také potřeboval, aby jeho teorie byla ve shodě s teorií spektrálních čar. Svou atomovou teorii Bohr postavil na dvou postulátech:

- Existují stacionární stavy atomu o určitých diskrétních hodnotách energie, při kterých atom nevyzařuje, čili atom v nich může setrvávat aniž by se změnila jeho energie.
- Absorbce/emise atomu je důsledkem přechodu mezi takovými stavy a má kvantový charakter: $\Delta E = |E_{kon.} - E_{poc.}| = \nu h$, kde ΔE je změna energie, ν je frekvence emitovaného/absorbovaného záření a h je Planckova konstanta.

Problémem ale bylo, jak spočítat ony hodnoty energií při kterých atom nevyzařuje. Při řešení tohoto problému Bohr nejdříve předpokládal, že při pohybu po povolených orbitách se elektron řídí zákony klasické fyziky a jen při přechodech mezi dvěma povolenými orbity se uplatní druhý postulát. Samozřejmě i Bohr se

¹³řádově 10^{-8} cm

zaměřil na nejjednodušší atom - atom vodíku, kde kolem jádra obíhá jen jeden elektron. Za předpokladu, že obíhá po kruhové dráze, bude platit, že elektrostatická síla působící mezi elektronem a jádrem se bude rovnat síle dostředivé tj.

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = m \frac{v^2}{r}, \quad (2.17)$$

kde e je náboj elektronu/jádra, r je poloměr kruhové dráhy elektronu, m je hmotnost elektronu a v jeho rychlost. Dále Bohr předpokládal platnost další podmínku¹⁴ a to

$$l = \frac{nh}{2\pi}, \quad (2.18)$$

kde l je moment hybnosti elektronu v povoleném stacionárním stavu a n je přirozené číslo. Z klasické fyziky známe vztah platící pro velikost momentu hybnosti $l = mrv$. Vynásobíme-li rovnici (2.17) mr^3 dostaneme

$$\frac{me^2 r}{4\pi\epsilon_0} = (mrv^2) = l^2. \quad (2.19)$$

Nyní dosazením z (2.18) do (2.19) dostaneme výsledný vztah pro poloměr dráhy elektronu v n -tém stacionárním stavu

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2} n^2 = a_1 n^2, \quad (2.20)$$

kde $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ a konstanta a_1 je poloměr první kruhové dráhy v Bohrově modelu atomu¹⁵. Když známe poloměr dráhy elektronu, můžeme z rovnice (2.17) určit i jeho rychlost

$$v_n = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar} \frac{1}{n} = v_1 \frac{1}{n}. \quad (2.21)$$

Teď už nám nic nebrání pustit se do výpočtu energie elektronu v n -tém stacionárním stavu. Vyjdeme z klasické rovnosti, že celková energie elektronu se rovná součtu jeho kinetické energie E_k a jeho potenciální energie E_p , čili

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}. \quad (2.22)$$

Do této rovnice doadíme za rychlost a poloměr z (2.21) a (2.20) a dostaneme finální vztah pro hledanou energii E_n

$$E_n = -\frac{me^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar^2} \frac{1}{n^2} = E_1 \frac{1}{n^2}, \quad (2.23)$$

¹⁴V některých publikacích bývá zařazena mezi Bohrovy postuláty, ale pravdou je, že Bohr tuto podmínku odvodil až později [15]

¹⁵konstanta a_1 se nazývá Bohrov poloměr a je rovna $0,53 \cdot 10^{-10}m$

kde E_1 označuje energii elektronu obíhajícího na první dráze¹⁶. Při přechodu z m -tého stavu do n -tého stavu tedy podle Bohrova postulátu dostáváme

$$\hbar\omega_{mn} = E_m - E_n = E_1 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (2.24)$$

Jak je vidět, tak rovnice (2.24) je přesně ta samá jako Balmerova rovnice spektrálních čar (2.1). I přes tyto shody s experimentálními výsledky, měl Bohrov model atomu několik vad. Například model takto dobře fungoval jen pro atom vodíku, tedy pro systém s jen jedním elektronem. Také Bohrov vztah $l = n\hbar$ nebyl Bohrem nijak fyzikálně vysvětlen. Bohrov model se pokusil vylepšit především Arnold Sommerfeld, který na základě Keplerova planetárního modelu připustil, že by se elektron mohl pohybovat i po eliptických drahách. Teoreticky se mu podařilo vybudovat takovou teorii pomocí toho, že se mu podařilo zobecnit Bohrovu podmínku kvantování hybnosti¹⁷. Zobecněním získal pro eliptický pohyb dvě kvantovací podmínky pro moment hybnosti a to pro jeho azimutální část p_Φ a pro jeho radiální část p_r

$$\int_{\Phi=0}^{\Phi=2\pi} p_\Phi d\Phi = nh \quad (2.25)$$

$$\int_{\Phi=0}^{\Phi=2\pi} p_r dr = n'h \quad (2.26)$$

V roce 1916 přidal k těmto dvěma kvantovým číslům Sommerfeld ještě třetí. Výsledek tedy byl takový, že dráha elektronu byla charakterizována trojicí celých čísel, první dvě z nich určovala tvar a velikost eliptické dráhy a třetí, označme ho m , určovalo orientaci roviny elipsy vzhledem k pevné prostorové ose z . Kvantové číslo m mohlo nabývat hodnot od $+L$ do $-L$. Stejně jako případ, kdy se $L = 0$ byl i případ $m = 0$ považován za nefyzikální. Podle tohoto modelu tedy existuje $2L$ různých orientací pro každou hodnotu L . Tedy moment hybnosti je kvantován a z toho jasně plyne, že úhel mezi osou z a momentem hybnosti musí nabývat jen určitých hodnot¹⁸. Na místě je možná připomenout, že v klasické fyzice tomu tak není, ba právě naopak, klasická fyzika připouští nekonečně mnoho různých orientací momentu hybnosti.

¹⁶ $E_1 = -2,18 \cdot 10^{-18} J = -13,6 eV$

¹⁷ Avšak ani on nevysvětlil její fyzikální podstatu

¹⁸ a to přesně $\alpha = \arccos \frac{m}{L}$

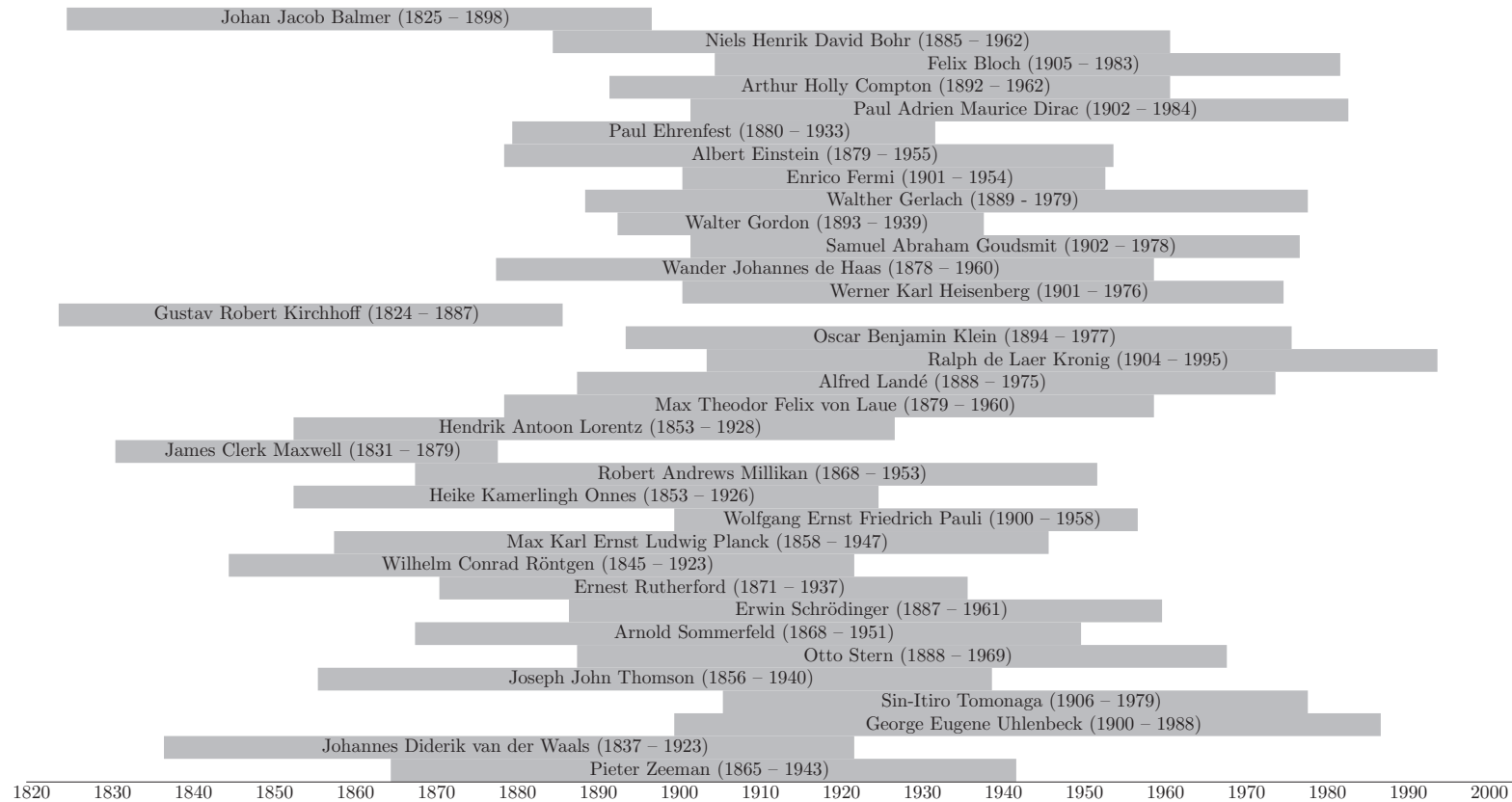


SOLVAY CONFERENCE 1927

colourized by pastincolour.com

A. PICARD E. HENRIOT P. EHRENFEST Ed. HERSEN Th. DE DONDER E. SCHRÖDINGER E. VERSCHAFFELT W. PAULI W. HEISENBERG R.H FOWLER L. BRILLOUIN
 P. DEBYE M. KNUDSEN W.L. BRAGG H.A. KRAMERS P.A.M. DIRAC A.H. COMPTON L. de BROGLIE M. BORN N. BOHR
 I. LANGMUIR M. PLANCK Mme CURIE H.A. LORENTZ A. EINSTEIN P. LANGEVIN Ch.E. GUYE C.T.R. WILSON O.W. RICHARDSON
 Absents : Sir W.H. BRAGG, H. DESLANDRES et E. VAN AUBEL

Obrázek 2.1: Solvayská konference roku 1927 [26]



Obrázek 2.2: Časová osa životů slavných fyziků na přelomu devatenáctého a dvacátého století.

3. Einsteinův – de Haasův experiment

Poté co Oersted v roce 1820 šťastnou náhodou objevil, že v okolí vodiče kterým prochází elektrický proud vzniká magnetické pole, ukázal Ampér, že dva vodiče kterými protéká proud na sebe navzájem působí magnetickou silou. Další experimenty na toto téma vedly Ampéra k hypotéze, že magnetické vlastnosti paramagnetických a ferromagnetických látek jsou způsobeny neustále proudícími elektrickými proudy v molekulách. Po dobu Ampérova života se však tato hypotéza nepodařila experimentálně prokázat. O dokončení této myšlenky se pokusil i J.C.Maxwell roku 1861 [16]. Dokonce v tomtéž roce navrhl experiment, kterým by se tato hypotéza dala ověřit, ale bohužel nepodařilo se mu tento efekt naměřit¹. Také elektronová teorie, která postupně vznikala od roku 1897² podpořila Ampérovu hypotézu. Ampérovy molekulární proudy od té doby neznamenal nic jiného než obíhající elektrony v molekulách. Právě v tomto období se Einstein s de Haasem pokusili vymyslet a sestavit experiment, který by Ampérovu hypotézu dokázal. Oba zmínění pánové vydali, ať už každý zvlášť nebo dohromady, 7 článků týkajících se tohoto tématu a jejich rozborem se budeme zabívat. Nejprve však pár slov o obou zmíněných experimentátorech, poté bude následovat teorie Einsteinova - de Haasova pokusu a nakonec budou rozebrány původní články.

3.1 Wander Johannes de Haas



Obrázek 3.1: Wander Johannes de Haas [27]

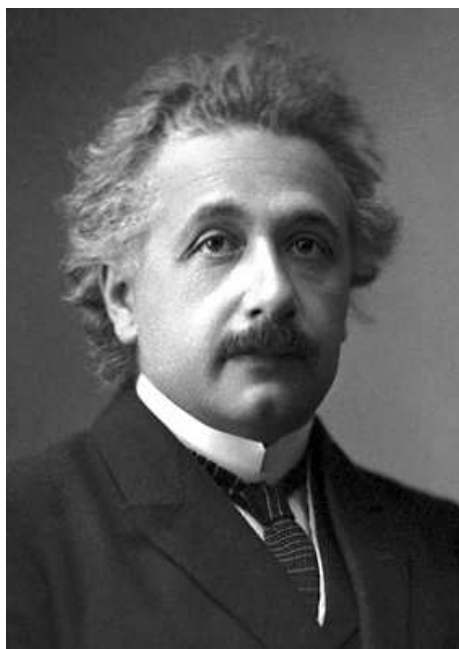
Wander Johannes de Haas se narodil 2.3.1878 v Lisse, malém městě poblíž Leidenu v Holandsku. Poté, co absolvoval střední školu v roce 1895, se chtěl stát notářem. Složil dvě ze tří zkoušek potřebných k tomu, aby mohl vykovat notářskou praxi, když se rozhodl pro změnu své budoucí kariéry. Odešel tedy do Leidenu studovat fyziku. Od roku 1905 do roku 1911 byl asistentem Kamerlingha Onnese a v roce 1912 obdržel doktorát. Mezitím se oženil s nejstarší Lorentzovou dcerou, Geertruidí Lubertou a v roce 1911 se s ní odstěhoval do Berlína. Právě zde se poprvé setkal s prof. H. du Boisem, který se zaměřoval především na magne-

¹Dnes již víme, že experiment byl navrhnout správně, jen je tento efekt příliš malý na to, aby ho Maxwell mohl v roce 1861 naměřit.

²Objev elektronu

tismus. V letech 1913-1915 byl výzkumným asistentem ve fyzikálně technickém ústavu a právě zde spolupracoval s Einsteinem. V roce 1917 se stal profesorem v Delftu a v roce 1922 v Groningenu. Poté se v roce 1924 vrátil do Leidenu. Wander Johannes de Haas zemřel 26.4.1960 v Bilthovenu v Holandsku.

3.2 Albert Einstein



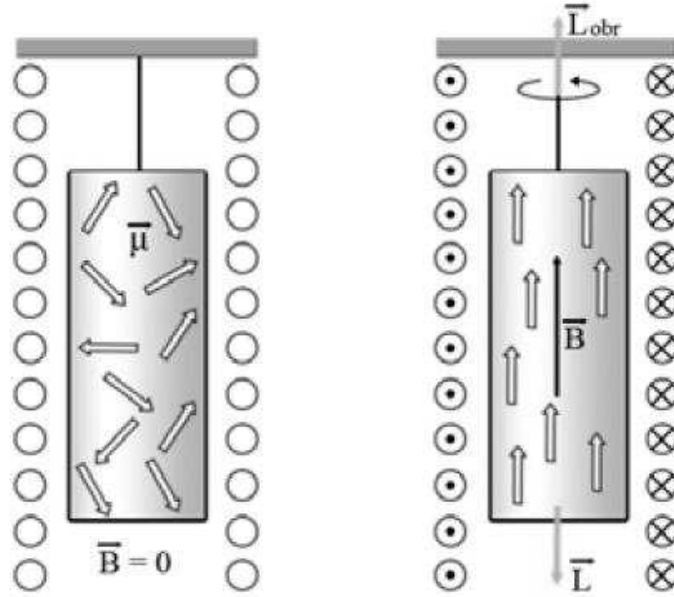
Obrázek 3.2: Albert Einstein [28]

Albert Einstein se narodil v Ulmu v Německu 14.3.1879. Šest týdnů po jeho narození se celá rodina přestěhovala do Mnichova, kde v pozdější době Einstein navštěvoval gymnázium. Poté se rodina přestěhovala do Itálie a Einstein pokračoval ve svých studiích v Arau ve Švýcarsku. V roce 1896 vstoupil na Švýcarskou státní polytechniku v Zurichu, kde studoval učitelství matematiky a fyziky. V roce 1901, poté co obdržel vysokoškolský diplom, zažádal o Švýcarské občanství a obdržel jej. Bohužel, nebo možná bohudík nenašel místo jako učitel a tak přijal nabídku práce jako technický asistent na Švýcarském patentovém úřadě. Již v roce 1905 ve věku 26 let publikoval několik článků mimo jiné týkající se Brownova pohybu, speciální teorie relativity

a Comptonova jevu. Za třetí zmíněný článek obdržel v roce 1921 Nobelovu cenu. Roku 1915 publikoval svou práci týkající se obecné teorie relativity. To je také doba, kdy se Einstein setkává s W.J. de Haasem. Roku 1933 opustil Německo a odjel do Princetonu v New Jersey, kde žil a přednášel až do své smrti 18.4.1955.

3.3 Teorie Einsteinova – de Haasova experimentu

Tento experiment na ověření existence Ampérových molekulárních proudů je založen na následující myšlence. Pohybující se nabitě částice (elektrony) vytvářejí magnetické pole. V našem zjednodušeném případě budeme uvažovat kruhovou dráhu (orbitu) elektronu obíhajícího kolem jádra. Tato kruhová proudová smyčka bude mít, podle klasické elektrodynamiky magnetický moment. Vzhledem k



Obrázek 3.3: Einsteinův - de Haasův pokus, vlevo je vidět náhodná magnetizace, bez zapnutého vnějšího pole cívky a vpravo je vidět situace po zapnutí magnetického pole cívky [29]

tomu, že elektron je také hmotná částice, tak při kruhovém pohybu musí mít i klasický moment hybnosti. A právě to, že elektron má oba tyto momenty teoreticky umožňuje magnetickým působením ovlivnit mechanické chování látky a naopak. Samotný experiment byl zkonstruován tak, že do magnetického pole byl zavěšen kovový válec. Poté se magnetické pole přepólovalo a válec se začal otáčet. Nyní se pokusíme najít vztah právě mezi mechanickým a magnetickým momentem. Pro magnetický moment proudové smyčky platí

$$\vec{\mu} = I \vec{S}, \quad (3.1)$$

kde I je elektrický proud a \vec{S} je orientovaná plocha vymezené kružicí, po které elektron obíhá. Vzhledem k tomu, že elektron obíhá po kružnici můžeme psát pro $|\vec{S}|$

$$|\vec{S}| = \pi r^2. \quad (3.2)$$

Pro velikost elektrického využijeme vztahu

$$I = -en, \quad (3.3)$$

kde n je počet oběhů za sekundu a e je velikost elementárního náboje. Dosazením z rovnic (3.2) a (3.3) do rovnice pro magnetický moment (3.1) dostáváme

$$|\vec{\mu}| = -en\pi r^2. \quad (3.4)$$

Nyní si vyjádříme moment hybnosti rotujícího elektronu. Budeme-li uvažovat, že elektrony obíhají po kružnici, tak s využitím 2. Keplerova zákona můžeme psát vztah pro moment hybnosti

$$L = 2m_e n S, \quad (3.5)$$

kde m_e je hmotnost elektronu, n je počet oběhů za sekundu a S je plocha kterou elektron obíhá a pro kterou opět platí vzorec (3.2). Nyní už můžeme zapsat vztah orbitálního magnetického momentu a orbitálního momentu hybnosti jako podíl³

$$\frac{|\vec{\mu}|}{|\vec{L}|} = \frac{-e}{2 m_e}. \quad (3.6)$$

A právě tento gyromagnetický poměr je podle Einsteina stejný jak pro individuální elektrony, tak pro plně magnetizovaný makroskopický vzorek. V celém Einstein-de Haaseho experimentu jde tedy především o ověření platnosti vztahu (3.6).

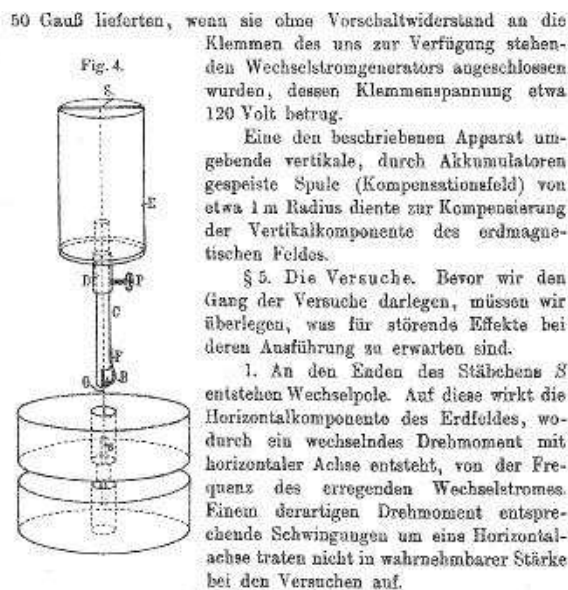
3.4 Rozbor Einstein – de Haasova experimentu

Původní články Einsteina a de Haase na toto téma[17]:

- A.Einstein, W.J.de Haas: Experimenteller Nachweis der Ampéreschen Molekularstörme. Publikováno 30.dubna 1915 v Deutsche Physikalische Gesellschaft (Verhandlungen 17).
- A.Einstein, W.J.de Haas: Experimental proof of the existence of Ampère's molecular currents. Publikováno 14.května 1915 v Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam, section of sciences, proceedings 18.
- A.Einstein: Experimenteller Nachweis der Ampéreschen Molekularstörme. Publikováno 7.května 1915 v Die Naturwissenschaften 3.
- A.Einstein: Berichtigung zu meiner gemeinsam mit Herrn J.W.de Haas veröffentlichten Arbeit "Experimenteller Nachweis der Ampéreschen Molekularstörme". Publikováno 30.května 1915 v Deutsche Physikalische Gesellschaft (Verhandlungen 17).
- A.Einstein, W.J.de Haas: Notiz zu unseren Arbeit "Experimenteller Nachweis der Ampéreschen Molekularstörme". Publikováno 30.listopadu 1915 v Deutsche Physikalische Gesellschaft (Verhandlungen 17).

³tzv. gyromagnetický poměr

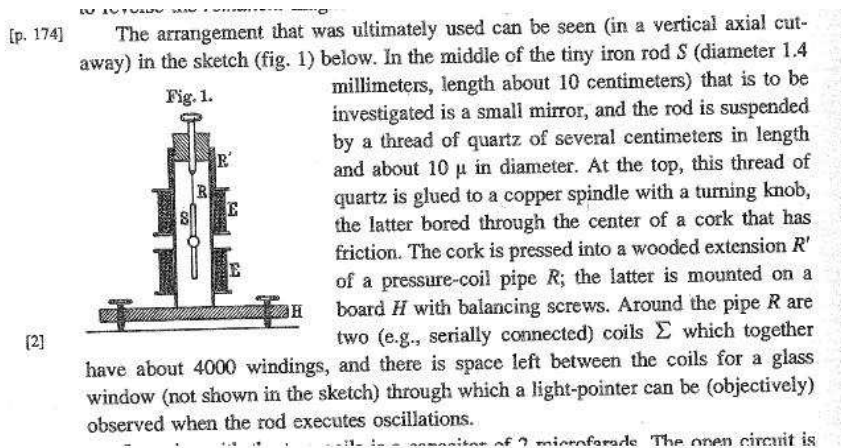
- A.Einstein: Ein einfaches Experiment zum Nachweis der Ampéreschen Molekularströme. Publikováno 15.května 1916 v Deutsche Physikalische Gesellschaft (Verhandlungen 18).
- Haas, W.J. de, Haas-Lorentz, G.L. de, An experiment of Maxwell and Ampere molecular currents, in: KNAW, Proceedings, 19.1. 1917, Amsterdam, 1917, pp. 248-255



Obrázek 3.4: Ukázka z původního článku - měřící aparatura [P4]

První z výše zmíněných článků je co se obsahu týče nejrozsáhlejší. Najdeme v něm teoretické vysvětlení Ampérových proudů, popis metody k jejich ověření, popis měřící aparatury i průběh experimentu samotného. Druhý článek je co se týče obsahu velmi podobný, nepřináší nic nového, pouze bylo vynecháno z prvního článku několik drobností především v popisu aparatury, chybí také nákres aparatury, který v prvním z článků je. Třetí je krátkým dvoustránkovým shrnutím vydaný jen Einsteinem, především se jedná o teoretický popis a nástin metody měření. Čtvrtý článek je půlstránková oprava numerických nepřesností v předchozích článcích, na která v dopisech Einsteinovy a de Haasemu upozornil Lorentz. V dalším po řadě již pátým článkem já krátká půlstránková poznámka o pokusech S.J. Barnetta, který se existenci Ampérových proudů pokusil dokázat již o šest let dříve, tedy okolo roku 1909. Barnettovy experimenty byly založeny na opačném principu, než Einstein-de Haaseovy, tedy mechanickým působením se snažil vyvolat magnetizaci. Barnett však nedospěl k žádným přesvědčivým výsledkům. Dalším článkem je Einsteinem navrhnuté vylepšení měřící aparatury z předchozích článků. V posledním uvedém článku jehož autorem je W.J. de Haas

a jeho žena G.L. Haas-Lorentzová ⁴ se autoři vrací k Maxwellem navrhnutému experimentu k ověření existence Ampérových molekulárních proudů. Obsahem článku je teoretický popis tohoto experimentu i se zpětným numerickým výpočtem (použili výsledky, které Einstein s de Haasem naměřili k tomu, aby zpětně spočítali výchylku, kterou se snažil naměřit Maxwell), který jasně vypovídá o tom, že za Maxwellova života bylo nemožné tento efekt naměřit.



Obrázek 3.5: Ukázka z původního článku - návrh na zjednodušení měřící aparatury [P6].

Nyní teoreticky popíšeme Einstein-de Haaseův experiment na základě původní článků, především budeme vycházet z prvních dvou článků ze seznamu uvedeném na začátku kapitoly. Při tomto popisu se budeme držet dobového značení.

Magnetický moment proudu i proudícího podél kruhu o ploše F je

$$m = iF. \quad (3.7)$$

Skládá-li se z jednoho elektronu o náboji e obíhající n krát za sekundu, pak platí

$$m = enF. \quad (3.8)$$

Tento magnetický moment je reprezentován vektorem kolmým na rovinu, ve které elektron obíhá. Kladný směr tohoto vektoru odpovídá kladnému směru proudícího proudu. Moment hybnosti elektronu s hmotností m_e ⁵ je

$$\mathcal{M} = 2m_enF. \quad (3.9)$$

⁴dcera Lorentze

⁵pro přehlednost značíme hmotnost m_e a ne jen m

Moment hybnosti je také reprezentován vektorem, který má stejný směr jako vektor magnetického momentu. Můžeme tedy psát

$$\mathcal{M} = \frac{2m_e}{e}m. \quad (3.10)$$

Pro těleso, kde obíhá určitý počet elektronů pak platí

$$\sum \mathcal{M} = \frac{2m_e}{e} \sum m = \frac{2m_e}{e}I, \quad (3.11)$$

kde jsme označili celkovou magnetizaci $\sum m=I$. Libovolná změna celkového momentu hybnosti $\sum \mathcal{M}$ tedy povede ke změně celkové magnetizace. Tento vztah je určen vektorovou rovnicí

$$\Theta = - \sum \frac{d\mathcal{M}}{dt} = 1,13 \cdot 10^{-7} \frac{dI}{dt}, \quad (3.12)$$

kde číselný koeficient byl odvozen ze známé hodnoty $\frac{e}{m}$ pro elektrony. Cílem celého experimentu tedy bylo potvrzení vztahu (3.12). Nejprve bylo ukázáno, že tento efekt není příliš malý na to, aby byl pozorován. Nechť je k experimentu použit železný válec o poloměru R , který se může otáčet kolem své svislé osy. Nyní bylo třeba z rovnice (3.12) získat vztah pro úhlovou rychlost ω válce, kterou získá díky díky tomu, že je podélně zmagnetizován. Hodnotu saturace této podélné magnetizace označme I_S , moment setrvačnosti válce Q a λ budeme značit číselný koeficient $1,13 \cdot 10^{-7}$. Teď už můžeme zapsat rovnici

$$Q\omega = \int \Theta dt = 2\lambda I_S. \quad (3.13)$$

Jako odhad pro saturaci I_S byla použita hodnota $\frac{M}{7,8} \cdot 1000$ na cm^3 , kde M je hmotnost válce. Moment setrvačnosti byl spočítán podle vzorce

$$Q = \frac{1}{2}MR^2. \quad (3.14)$$

Po dosazení hodnoty $R = 0,1$ cm do rovnice (3.14) a následném dosazení všech potřebných hodnot do rovnice (3.13) získáváme hodnotu pro úhlovou rychlost otáčení válce $\omega = 0,6 \cdot 10^{-2}$ Hz, což je hodnota, která je poměrně snadno pozorovatelná.

Nyní pár slov k metodě, která byla v tomto experimentu zvolena a k experimentu samotnému. Hladký železný válec byl zavěšen na úzkém vláknu, které splývalo s osou válce. Torzní kmity byly několik sekund. Válec byl obklopen cívkou, jejíž osa taktéž splývala s osou válce. Po zapojení cívky do proudu byla pozorována rotace válce kolem své osy. Ve skutečnosti ale tuto jednoduchou metodu

nelze příliš dobře realizovat. Pokud pole generované cívkou nebude konstantní, válec bude provádět nepravidelné pohyby, které naprosto znemožní pozorování hledaného efektu. Lepší výsledky můžeme obdržet bude-li efekt zesílen rezonancí. Pro tento účel bylo použito střídavého proudu o stejné frekvenci jako je frekvence torzních kmitů válce kolem své osy. Při experimentu byly použity dvě cívky zapojené do serie vzdálené od sebe 1 cm, které vytvářely pole o intenzitě okolo 50 G (Gaussů)⁶. Válec měl 1,7 mm průměr a na délku měl při prvních experimentech 7 cm. Nahoře uprostřed válce byl úzký otvor o průměru 0,3 mm do kterého bylo zavedeno skleněné vlákno. Na prostředek válce bylo připevněno velmi lehké zrcátko vyrobené z postříbřeného krycího skla mikroskopu. Na zrcátko se svítilo mezerou mezi cívkami. Odražené paprsky vytvořily obraz ve vzdálenosti 45 cm od zrcátka. Poté co začal válec kmitat, obraz na stínítku se začal rozšiřovat v horizontální směru a tvořil pás, jehož šířka určovala dvojnásobek úhlové výchylky válce. Kvůli dosažení rezonance bylo třeba zařídit, aby se v průběhu experimentu dala měnit délka skleněného vlákna. K tomuto účelu bylo využito upínací uspořádání, které právě nastavení různé délky skleněného vlákna umožňovalo. Samozřejmě byla také celá aparatura obklopena zařízením, které kompenzovalo magnetické pole Země.

Z naměřených výsledků Einstein s de Haasem dospěli k hodnotě $\lambda = 1,1 \cdot 10^{-7}$ což je ve velice dobré shodě s teoreticky odhadnutou hodnotou $\lambda = 1,13 \cdot 10^{-7}$. U tohoto výsledku uvádějí chybu 10%.

⁶Pro jednotky magnetické indukce platí $B = 1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$

4. Sternův – Gerlachův experiment

”No experiment is so dumb, that it should not be tried”

(W.Gerlach)

”V roce 1914 Otto Stern a Max von Laue stvrдили přísahou, že se vzdají fyziky, je-li něco pravdy na tom Bohrově kvantovém nesmyslu, rozuměj Bohrově kvantovém modelu atomu.”[19] O sedm let později už ale bylo všechno jinak. Roku 1921 navrhl Otto Stern experiment, který měl prokázat a nebo vyvrátit existenci prostorového kvantování a tím samozřejmě ovlivnit celou kvantovou teorii.

V letech 1912-1914 spolupracoval Stern s Einsteinem nejprve v Praze, pak i v Curychu. V tu dobu se Stern začal zajímat o kvantovou teorii záření a také o atomovou teorii, které Einstein považoval, spolu s relativitou, za nejdůležitější fyzikální oblasti. Po válce se Stern stal asistentem Maxe Borna ve Frankfurtu, kde začal experimentovat s molekulárními svazky. Born Sternu v těchto experimentech velice povzbuzoval a podporoval a možná i právě proto je Stern shledával tak zajímavými. V roce 1920 Stern publikoval svůj první článek týkající se molekulárních svazků, kde experimentálně zjistil průměrnou tepelnou rychlost atomů stříbra.

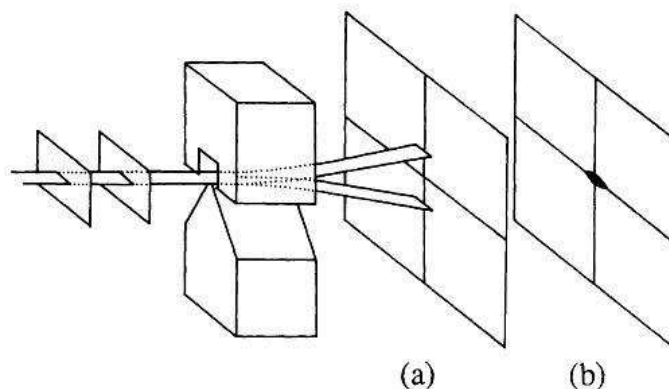
Zájem Walthera Gerlacha o molekulární svazky pramení již v roce 1912, kdy byl velice zaujat pozorováním Dunoyera, který zkoumal fluorescenci sodíkového svazku. Do Frankfurtu přijel s cílem studovat, zda-li molekulový svazek bismutu bude mít stejně silné diamagnetické vlastnosti, jako krystal bismutu. Jeho plán byl vychýlit svazek bismutových atomů ve vysoce nehomogéním magnetickém poli. Pro tento účel zkoumal různé geometrické konfigurace magnetů [22].

V roce 1921 byla nejpokročilejší atomovou teorií teorie Bohrova, vylepšená Sommerfeldem a Debyem a dalšími. Avšak i ta měla v té době značné potíže, např. anomální Zeemanův jev. Navíc prostorové kvantování, které tato teorie přepovídala, bylo zatím nepotvrzené a navíc, většina fyziků ho brala jako matematický výmysl, něco čemu ještě nerozumíme dostatečně na to, abychom to mohli popsat.

Příběh Sternova-Gerlachova experimentu se začal psát roku 1920. Stern dostal nápad na sestavení experimentu, který by buď potvrdil a nebo vyvrátil prostorové kvantování. Ještě ten den šel Stern za svým vedoucím Bornem, který však se mu jeho nápad snažil vymluvit¹. Naštěstí Stern si trval na svém a přemluvit se nenechal. Stern se tedy začal poohlížet po nějakém jiném kolegovi, který by

¹neboť i on zastával názor, že prostorové kvantování je něco co by se nemělo brát příliš vážně

mu s jeho nápadem pomohl. Tak se potkal s Gerlachem, který sice do té doby o prostorovém kvantování nic neslyšel, ale nadšeně se ke Sternovi přidal². Vymysleli svůj experiment následovně. Svazek atomů byl získáván vypařováním stříbra v ocelové elektrické pídce, která byla chlazená vodou. V jejím víku byl vyvrtán kruhový otvor o ploše 1 mm². Ve vzdálenosti 1 cm od víka pídce byla umístěna platinová clona s otvorem o průměru 0,05 mm a za ní, ve vzdálenosti 3 cm poslední clona stejných parametrů. Po průchodu prostorem mezi pólovými nástavci magnetu (délky 3 cm) byly atomy stříbra deponovány na skleněné destičce umístěné bezprostředně za nimi. Aby se zamezilo srážkám svazku atomů stříbra s atomy ve vzduchu, celý tento experiment probíhal v evakuovaném prostoru (10⁻³ Pa). Právě díky úrovni vakuové techniky, se Stern s Gerlachem snažili zvolit uspořádání svého experimentu tak, aby byla délka svazku atomů stříbra co nejkratší.



Obrázek 4.1: Sternův - Gerlachův pokus, a) kvantová předpověď b) klasická předpověď [20]

I přes veškerou snahu obou experimentátorů trvalo takřka rok, než z experimentu měli nějaké rozumné výsledky. Ty by se daly shrnout takto. Při vypnutém magnetickém poli je stopa stříbra na skleněné desce obrazem druhé štěrbinu kterou svazek prošel. Při zapnutém nehomogenním magnetickém poli tvar stopy na desce jasně ukazuje rozštěpení paprsku, žádný z atomů nezůstal nevychýlený. Čili kvantování momentu hybnosti bylo potvrzeno. Podařilo se jim také změřit magnetický moment atomů stříbra, který chybně ztotožnili s magnetickým momentem propůjčeným orbitálním momentem hybnosti jedнокvantového atomu. Je to čistě jen náhoda, že stará kvantová teorie byla kompatibilní s Gerlachovým a Sternovým měřením na atomech stříbra, a že tedy experiment nevedl k dalšímu zauzlení situace. Nicméně nevedl ani k objevu spinu[21].

²možná to bylo i tím, že oba pánové byli takřka stejně staří mladíci

4.1 Otto Stern



Obrázek 4.2: Otto Stern [30]

Stern věnoval především metodě molekulových paprsků. V Hamburku setrval až do vypuzení nacisty v roce 1933, poté odešel do Spojených států, kde působil na Carnegie-Mellonově ústavu v Pittsburku. Roku 1943 získal Nobelovu cenu za fyziku za určení hodnoty magnetického momentu protonu. Roku 1946 se stáhl do soukromí, přestěhoval se do Berkeley za svou rodinou. Otto Stern zemřel 17.8.1969 na následky srdeční mrtvice, jež ho postihla v biografu v Berkeley.

Otto Stern se narodil 17.2. 1888 v Zorách v Horním Slezsku. Po studiu na gymnáziu se Stern rozhodl ke studiu fyzikální chemie na univerzitě ve Wroclavi. V roce 1912 obhájil disertaci, pojednávající o kinetické teorii osmosy plynů. Poté se vydal na zkušenou za Einsteinem, se kterým pracoval v letech 1912-1914 v Praze a v Curychu. V následujících letech se Stern přemístil na univerzitu ve Frankfurtu, kde se pod vedením Bornovým seznámil s metodou molekulových paprsků. Právě tam spolu s Gerlachem v letech 1921-22 experimentálně prokázali prostorové kvantování momentu hybnosti. Z Frankfurtu byl povolán do Rostocku a odtud v roce 1923 na univerzitu v Hamburku, kde založil školu experimentální atomové fyziky. V této době se

4.2 Walter Gerlach



Obrázek 4.3: Walter Gerlach [31]

Walter Gerlach se narodil 1.8.1889 v Beibrichu v Německu. Studoval fyziku na Tübingenské univerzitě, kde obhájil doktorát v roce 1912. Poté pokračoval ve studiu na téže univerzitě jako Paschenův asistent a roku 1916 se rovněž habilitoval. V průběhu první světové války se účastnil vývoje bezdrátového telegrafu spolu s Wienem v Jeně. I po válce se Gerlach krátkou dobu věnoval průmyslovému výzkumu. Roku 1920 se ale vrátil na akademickou půdu, na univerzitu ve Frankfurtu. Tam působil nejprve jako Wachsmuthův asistent v Ústavu experimentální fyziky a od roku 1921 jako mimořádný profesor. V roce 1920 spojil své síly se Sternem při jejich nám již známém experimentu. Roku 1925 byl poslán do Tübingen aby převzal katedru po Paschenovi.

O čtyři roky později byl, po Wienově smrti, povolán do Mnichova, kde působil až do roku 1957. Během druhé světové války byl šéfem kontroverzního německého nukleárního výzkumu. Zemřel v Mnichově 10.8.1979.

4.3 Teorie Sternova – Gerlachova pokusu

Základní idea Sternova – Gerlachova experimentu vyhází z toho, že na magnetický dipól $\vec{\mu}$ vložený do magnetického pole \vec{B} působí síla \vec{F} , pro kterou platí vztah

$$\vec{F} = (\vec{\mu} \nabla) \vec{B}. \quad (4.1)$$

Právě tato síla může za rozštěpení stop po průchodu nehomogéním polem. Tato myšlenka je použita na magnetické momenty volného atomu. Pro zjednodušení si zvolíme směr pole ve směru osy z . Poté rovnice (4.1) přejde na rovnici

$$F_z = \mu \frac{\partial B}{\partial z}. \quad (4.2)$$

Pro magnetický moment μ platí rovnice

$$\mu = \frac{-e}{2m_e} gS, \quad (4.3)$$

kde e je elementární náboj elektronu, m_e jeho hmotnost, g je tzv. g-faktor a S je spin vnějšího elektronu. Pro S platí, že $S = \pm \hbar m_s$, kde $m_s = \pm \frac{1}{2}$. g-faktor pro elektron je rovný přibližně 2. Dosazením do rovnice (4.3) dostáváme

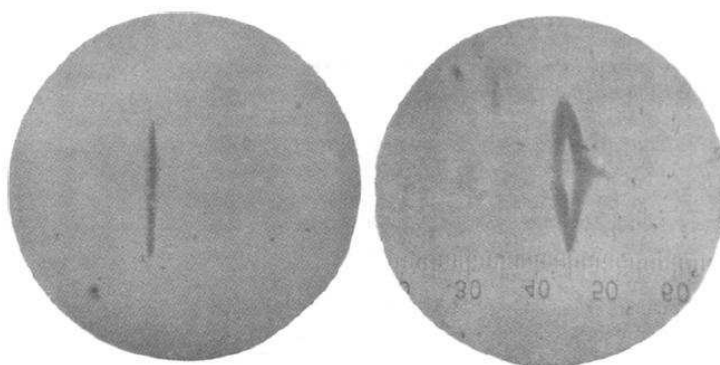
$$F_z = \pm \frac{e\hbar}{2m_e} \frac{\partial B}{\partial z} = \pm \mu_B \frac{\partial B}{\partial z}, \quad (4.4)$$

kde μ_B je tzv. Bohrov magneton.

4.4 Původní články Sterna a Gerlacha

- O.Stern: Ein Weg zur experimentellen Prüfung der Richtungsquantelung im Magnetfeld. Publikováno 26. srpna 1921 v Zeitschrift für Physik.
- W.Gerlach, O.Stern: Der experimentelle Nachweis des magnetischen Moments des Silberatoms. Publikováno 18.listopadu 1921 v Zeitschrift für Physik.
- W.Gerlach, O.Stern: Der experimentelle Nachweis der Richtungsquantelung im Magnetfeld. Publikováno 1.března 1922 v Zeitschrift für Physik.
- W.Gerlach, O.Stern: Das magnetische Moment des Silberatoms. Publikováno 1.dubna 1922 v Zeitschrift für Physik.
- A.Einstein,P. Ehrfest: Quantentheoretische Bemerkungen zum Experiment von Stern und Gerlach. Publikováno 21.srpna 1922 v Zeitschrift für Physik.

První ze článků vydal Stern sám a jedná se o ryze teoretickou práci. V druhém článku, vydaném oběma experimentátory jsou už jisté konkrétní specifikace experimentu avšak žádné větší experimentální úspěchy zatím nejsou. Samozřejmě navazuje na teorii článku prvního. Třetí článek už obsahuje dlouho očekávané výsledky měření. Je v něm také několik obrázků právě rozštěpených stop na skleněné destičce. Je tu detailní popis experimentu a diskuse výsledků. Poslední z námi uvedených článků je shrnutím dosavadních úspěchů a jsou tam přidána další data z nových měření.



Obrázek 4.4: Obdržený výsledek Sternova-Gerlachova experimentu [P10]

der magnetischen Achse senkrecht zur Feldrichtung scheint somit nicht vorhanden zu sein.

Wir erblicken in diesen Ergebnissen den direkten experimentellen Nachweis der Richtungsquantelung im Magnetfeld.

Eine ausführliche Darstellung der Versuche und Resultate unserer bisherigen kurzen Mitteilungen wird in den Annalen der Physik er-

Obrázek 4.5: Ukázka z původního článku - část, kde výsledek svého experimentu prezentují jako přímý důkaz prostorového kvantování. [P10]

5. Spin

”Models are to be used, not belived”

(H. Teil)

5.1 Spin a příběh jeho zavedení

Nejprve bychom asi měli začít tím, co to vlastně spin je. Tedy spin je základní vlastností, stejně jako např. náboj či hmotnost, elektronů stejně tak jako i ostatních částic, která nemá v klasické fyziky žádnou analogii. Ačkoli se většinou spin definuje jako vnitřní, nebo vlastní moment hybnosti, tak správné vysvětlení toho, jak v moderní fyzice chápeme spin má základy v matematické teorii grup¹. Mnohem jasnější představa², avšak ne zcela správná, o tom co to spin je, byla zavedena roku 1925 G. E. Uhlenbeckem a S. Goudsmitem. Spin elektronu podle těchto dvou fyziků, byl moment hybnosti spojený s rotací elektronu kolem své vlastní osy. Od toho je také odvozen jeho název spin - anglicky točit se. Aplikací tohoto modelu se podařilo vysvětlit některé doposud nevyřešené fyzikální problémy, jako Zeemanův jev a jemnou strukturu spektrálních čar. Avšak jak už jsme se zmínili, měl tento model několik závažných nedostatků, ke kterým se ještě dostaneme. Nyní se podíváme na historii spinu poněkud podrobněji. V této kapitole budeme vycházet především z článků Uhlenbecka a Goudsmita [23, 24].

Uhlenbeck s Goudsmitem se více seznámili až v roce 1925, poté co se Uhlenbeck vrátil do Leidenu ze svého studijního pobytu v Itálii. V tu dobu Uhlenbeck vážně přemýšlel o tom, že místo fyziky se dále bude věnovat kulturní historii. Po několika rozhovorech se svým strýcem, který byl profesorem lingvistiky na univerzitě v Leidenu, však tuto myšlenku zavrhl. Samozřejmě o tom také mluvil se svým vedoucím v Leidenu, Ehrenfestem. Ten mu doporučil, aby se začal věnovat aktuálním fyzikálním problémům, jako byla teorie atomu a atomových spekter. Vzhledem k tomu, že Uhlenbeck v tomto směru neměl příliš mnoho znalostí, doporučil mu Ehrenfest, aby kontaktoval Goudsmita, který už v té době měl publikováno několik článků na téma spektra atomů. Goudsmit se rád ujal svého kolegy a osvětlil mu jak svou dosavadní práci, tak práci Landého, Heisenberga a Pauliho na téma spektra atomů, struktura atomu a vektorový model atomu³.

Ve vektorovém modelu atomu se pro alkalické kovy předpokládalo, že jádro má moment hybnosti $\frac{\hbar}{2}$ a magnetický moment rovný Bohrovu magnetonu. Čili

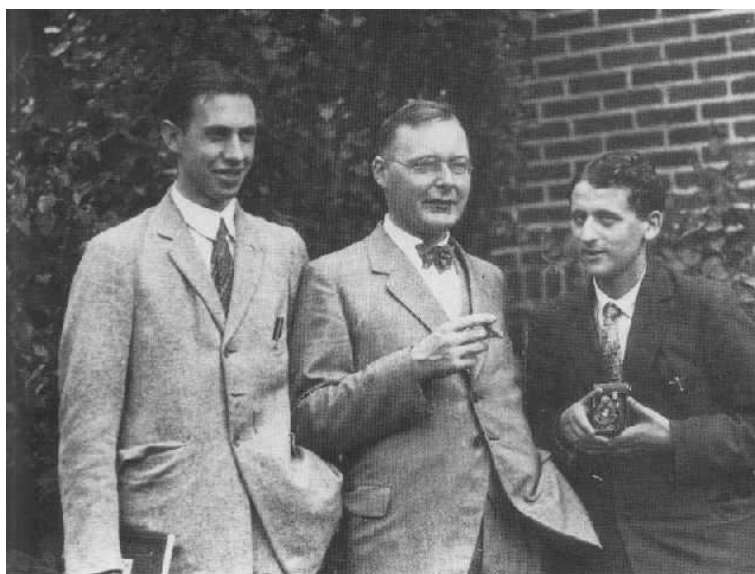
¹Liovy grupy, Cliffordovy algebry

²Fyzikální model

³v původních článcích se uvádí název das Rumpf-Modell

gyromagnetický poměr byl dvakrát tak velký než byla jeho klasická hodnota $\frac{e}{2m}$ pro orbitální pohyb elektronu. Tento model fungoval dobře pro všechny alkalické kovy, až na vodík, který zase dobře popisovala stará Sommerfeldova teorie.

V té době se Goudsmit s Uhlenbeckem scházeli velice často a diskutovali především o Pauliho kritice tohoto vektorového modelu atomu. Pauli v roce 1925 ve svém slavném článku o vylučovacím principu⁴ navrhl, že by se každý elektron dal posadit ne třemi, ale čtyřmi kvantovými čísly. Poté formuloval vylučovací princip, že žádné dva elektrony nemohou být popsány stejnou čtveřicí kvantových čísel. Už Pauli si všiml, že jím navržené čtvrté kvantové číslo bylo vždy $\pm\frac{1}{2}$



Obrázek 5.1: Zleva: G.E.Goudsmit, H.A.Krammers, S.A.Uhlenbeck [32]

Ze začátku bylo pro Goudsmita s Uhlenbeckem těžké porozumět Pauliho práci, avšak po nějaké době se jim to podařilo. Uhlenbecka poté napadlo, že každé kvantové číslo odpovídá jednomu stupni volnosti elektronu. Čili i Paulim nově představené čtvrté kvantové číslo musí představovat nějaký další stupeň volnosti - elektron musí rotovat kolem vlastní osy⁵. Díky dvěma různým možnostem rotace, ve směru orbitálního pohybu a proti směru orbitálního pohybu, se daly vysvětlit dublety objevené ve spektrech alkalických kovů. Díky rotaci také elektron získá moment hybnosti o velikosti $\frac{\hbar}{2}$ a s ním spojený magnetický moment $2\frac{e}{2m}\frac{\hbar}{2}$, který je pro rotaci dvakrát větší než klasický. Tím, že tyto vlastnosti Uhlenbeck s Goudsmitem přisoudili elektronu, v podstatě vyvracejí vektorový model atomu, kde magnetický moment byl přisouzen jádru atomů.

Goudsmit poté začal mít pochybnosti, stále si myslel, že by jim měl gyromag-

⁴dnes Pauliho vylučovací princip

⁵Goudsmit v té době nevěděl, co je stupeň volnosti, pravděpodobně proto, že v té době neměl vykonanou zkoušku z mechaniky. Ve skutečnosti tuto zkoušku nikdy nesložil, čili nemohl vyučovat mechaniku ani po získání doktorátu.

netický poměr vycházet $\frac{e}{2m}$ a ne jen $\frac{e}{m}$. Tyto obavy pak prezentoval Uhlenbeck u Ehrenfesta, který jim poradil, ať si nastudují článek M. Abrahama o magnetických vlastnostech rotujícího elektronu. Uhlenbeck tedy tak učinil a zjistil, že pokud by elektron měl náboj rozložený jen na povrchu, tak pak je velikost magnetického momentu právě $\frac{e}{m}$ což bylo ve shodě s jejich výpočty. Abrahamovy výpočty byly nerelativistické a založené na klasické představě elektronu jako nabitě koule i přes to doporučil Ehrenfest Uhlenbeckovi s Goudsmitem zveřejnit krátký článek o jejich teorii [P13].

Koncem roku 1925 měl Uhlenbeck možnost mluvit s Lorentzem, který, ač byl už v důchodu, byl považován mezi fyziky za velkou autoritu. Pověděl mu tedy Uhlenbeck o své nové teorii. Lorentz ho s radostí vyslechl, avšak k tomuto nápadu byl spíše skeptický. Další týden se Uhlenbeck s Lorentzem znovu potkali. Lorentz předložil Uhlenbeckovi hromádku papírů s výpočty, které provedl a které znamenali pro Goudsmitův a Uhlenbeckův model elektronu závažné potíže.

Pokud by rotující elektron měl moment hybnosti o velikosti $\frac{\hbar}{2}$, pak by povrchová rychlost elektronu byla desetkrát větší než rychlost světla. Navíc pokud by elektron měl magnetický moment o velikosti $\frac{e}{m} \frac{\hbar}{2}$, pak by magnetická energie byla tak velká, že by elektron musel obíhat po dráze o poloměru alespoň desetkrát větším než bylo naměřeno.

Po těchto námitkách šel Uhlenbeck za Ehrenfestem s tím, že by bylo lepší, aby se jejich článek k publikaci neposílal. Ehrenfest mu ale odpověděl, že článek už odeslal. Stejně výpočty a stejný nápad měl v té době také R. Kronig, který po rozhovoru s Paulim, který byl k těmto myšlenkám více než skeptický, své výsledky raději nepublikoval.

5.2 Spin v nerelativistické kvantové mechanice

V této kapitole se budeme zabývat tím, jak je zabudován spin do nerelativistické kvantové mechaniky. Pro tento oddíl předpokládáme znalosti na úrovni úvodního kurzu kvantové mechaniky např. podle [25], z kteréž to učebnice budeme i my vycházet. Nejprve zopakujeme komutační relace, které platí pro operátory složek momentu hybnosti

$$[\hat{L}_x, \hat{L}_y] = i\hbar\hat{L}_z, \quad [\hat{L}_y, \hat{L}_z] = i\hbar\hat{L}_x, \quad [\hat{L}_z, \hat{L}_x] = i\hbar\hat{L}_y. \quad (5.1)$$

Abychom našli operátor spinu \hat{S} vyjdeme z toho, že pro spin, jakožto vnitřní moment hybnosti, platí stejné komutační relace jako pro moment hybnosti

orbitální, tedy

$$[\hat{S}_x, \hat{S}_y] = i\hbar\hat{S}_z, \quad [\hat{S}_y, \hat{S}_z] = i\hbar\hat{S}_x, \quad [\hat{S}_z, \hat{S}_x] = i\hbar\hat{S}_y. \quad (5.2)$$

Dále víme z Uhlenbeckova a Goudsmitova zavedení spinu, že hodnota průmětu spinu na libovolnou osu měření je $\pm\frac{\hbar}{2}$. Z toho vyplývá, že lze tyto operátory \hat{S}_x , \hat{S}_y a \hat{S}_z reprezentovat hermitovskými maticemi řádu dvě σ_x , σ_y , σ_z majícími dvě vlastní čísla ± 1 . Pro tyto matice budeme psát

$$\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2}\sigma_x, \quad \hat{S}_y = \frac{\hbar}{2}\sigma_y, \quad \hat{S}_z = \frac{\hbar}{2}\sigma_z. \quad (5.3)$$

Užitím rovnic (5.2) a (5.3) lze odvodit pro příslušné matice σ_x , σ_y , σ_z následující vztahy

$$\sigma_x\sigma_y = i\sigma_z, \quad \sigma_y\sigma_z = i\sigma_x, \quad \sigma_z\sigma_x = i\sigma_y. \quad (5.4)$$

Pro tyto vztahy je možné nalézt různé matice jim vyhovující. Zvolíme-li

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (5.5)$$

nebude řešení rovnic (5.4) ještě jednoznačné, ale je možné ukázat, že potom existuje řešení ve tvaru

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

Matice σ_x , σ_y , σ_z se nazývají Pauliho matice. Reprezentace spinu pomocí Pauliho matic se často využívá. Snadno lze také ověřit, že vlastní funkce operátoru z-ové komponenty spinu odpovídající vlastním číslům $\frac{\hbar}{2}$ a $-\frac{\hbar}{2}$ jsou rovny

$$\uparrow \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \downarrow \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (5.7)$$

kde stav představovaný funkcí \uparrow se označuje jako spin nahoru a stav \downarrow jako spin dolů. Pokud Hamiltonián obsahuje operátor spinu, vlnovou funkci píšeme ve tvaru dvousložkové vlnové funkce

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}, \quad (5.8)$$

kde část ψ_1 reprezentuje částici s kladnou z-ovou složkou spinu $\frac{\hbar}{2}$ a ψ_2 reprezentuje opačnou z-ovou složku $-\frac{\hbar}{2}$. Pro pohyb elektronu v konstantním magnetickém poli

\mathbf{B} a skalárním potenciálu V můžeme psát tzv. Pauliho rovnici

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left[\frac{(-i\hbar \Delta + e\mathbf{A})^2}{2m_e} - eV + \frac{e}{m_e} \hat{\mathbf{S}}\mathbf{B} \right] \psi, \quad (5.9)$$

kde vlnová funkce ψ má tvar (5.8). Energie vodíku podobného atomu v magnetickém poli tedy závisí podle této rovnice jak na orbitálním momentu hybnosti, tak i na jeho spinu.

Závěr

V předchozích kapitolách byla stručně shrnuta historie objevu spinu pány Uhlenbeckem a Goudsmitem a historie dvou základních experimentů, Sternova-Gerlachova a Einstein-de Haasova experimentu, které jeho existenci potvrzují. Nejprve byl předložen stručný popis situace ve fyzice na počátku 20. století. Dále byly vyloženy oba zmíněné experimenty zasazené do historického kontextu. Nakonec bylo popsáno jakým způsobem vznikl koncept spinu a jakým způsobem se dnes spin popisuje v rámci nerelativistické kvantové mechaniky. Při psaní bylo využito jak přehledových knih o historii moderní fyziky, tak i původních článků na daná témata.

Tímto textem bychom také rádi upozornili na to, že začlenění historie do výuky fyziky může přinést prospěch, jak bylo ukázáno v první kapitole.

Věříme, že se text podařilo sepsat na dostatečné úrovni i přes to, že je určen pro velmi širokou škálu potenciálních čtenářů.

Seznam použité literatury

- [1] Höfer G. a kol. Výuka fyziky v širších souvislostech, Pedagogická fakulta Plzeň
- [2] Didis N.,Erkoc S. History of science for science courses: "Spin" Example from Physics, Lat.Am.J.Phys.Educ.Vol.3.No.1,Jan.2009
- [3] Matthews M.R. Science Teaching:The Role of History and Philosophy of Science, Routledge, New York 1994
- [4] Plášek V. Historické aspekty vo vyučování fyziky, 14. Zborník dejín fyziky 2006
- [5] Lacina A. Aktuální problémy českého fyzikálního vzdělávání, Československý časopis pro fyziku, Praha: Fyzikální ústav AV ČR, 2004, roč. 54, č. 2, s. 92 - 97. ISSN 0009-0700.
- [6] Brandt S. The Harvest of a Century, Discoveries of Modern Physics in 100 Episodes, Oxford press 2009, Oxford
- [7] Štol I. Dějiny fyziky, Prometheus, Praha 2009
- [8] Greenberger D.,Hestschel K.,Weinert F. Compendium of Quantum Physics, Concepts, Experiments,History and Philosophy, Springer 2009
- [9] Zajac R.,Pišút J.,Šebesta J. Historické pramene súčasnej fyziky 2, Univerzita Komenského Bratislava 1997
- [10] Borse H.A.,Moz L. The World of Atom 1, Basic books 1966
- [11] Faraday M. Faraday's Diary of experimental investigation, Vol. 1, HR Direkt, 2008
- [12] Studijní text fyzikálního1 praktika MFF UK [online] c2013 [citováno 31. 7. 2013]. Dostupné z WWW: http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/txt_417.pdf
- [13] Zajac R. Max Planck a vznik modernej fyziky, Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 28(1983),No.6,311-319
- [14] Lacina A. Bohrov model atomu, Pokroky matematiky, fyziky a astronomie 53, č.2, 2008
- [15] Bohr N. On the Constitution of Atoms and Molecules,Phil. Mag. 26, 1913
- [16] Bates L.F. Modern Magnetism, Cambridge University Press 1939

- [17] Kox A.J., Klein M.J., Schulman R. The collected papers of Albert Einstein, Volume 6, Princeton University Press 2009
- [18] Žáček A. Experimentální důkaz Ampérových molekulárních proudů, Časopis pro pěstování matematiky a fyziky, Vol. 45 (1916), No. 2-3, 218–221
- [19] Friedrich B., Herschbach D. Šťastná hvězda Sternova-Gerlachova experimentu, československý časopis pro fyziku 45, 1995
- [20] Friedrich B., Herschbach D. Space Quantization: Otto Stern's Lucky Star, Daedalus, Vol. 127, No. 1, Science in Culture (1998)
- [21] Friedrich B., Herschbach D. Stern and Gerlach: How a Bad Cigar Helped Reorient Atomic Physics, Physics Today, December 2003
- [22] Weinert, F. Wrong theory-right experiment: The significance of the Stern-Gerlach experiments. Studies in History and Philosophy of Science Part B Vol.26 (1995), 75-86
- [23] Goudsmit S.A. It might be spin, Physics Today, June 1976
- [24] Uhlenbeck G.E. Personal reminiscences, Physics Today, June 1976
- [25] Skála L. Úvod do kvantové mechaniky, Karolinum 2011, Praha

Původní články:

- [P1] Einstein A., Haas de W.J. Experimenteller Nachweis der Ampéreschen Molekularstörme, Deutsche Physikalische Gesellschaft (Verhandlungen 17), 1915
- [P2] Einstein A., Haas de W.J. Experimental proof of the existence of Ampère's molecular currents, Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam, section of sciences, Proceedings 18, 1915
- [P3] Einstein A. Experimenteller Nachweis der Ampéreschen Molekularstörme, Die Naturwissenschaften 3, 1915
- [P4] Einstein A. Berichtigung zu meiner gemeinsam mit Herrn J.W.de Haas veröffentlichten Arbeit "Experimenteller Nachweis der Ampéreschen Molekularstörme", Deutsche Physikalische Gesellschaft (Verhandlungen 17), 1915
- [P5] Einstein A., Haas de W.J. Notiz zu unseren Arbeit "Experimenteller Nachweis der Ampéreschen Molekularstörme", Deutsche Physikalische Gesellschaft (Verhandlungen 17), 1915
- [P6] Einstein A. Ein einfaches Experiment zum Nachweis der Ampéreschen Molekularstörme, Deutsche Physikalische Gesellschaft (Verhandlungen 18), 1916

- [P7] Haas de W.J., Haas-Lorentz de G.L. An experiment of Maxwell and Ampere molecular currents, Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam, Proceedings, Amsterdam, 1917
- [P8] Stern O. Ein Weg zur experimentellen Prüfung der Richtungsquantelung im Magnetfeld, Zeitschrift für Physik, 1921
- [P9] Gerlach W., Stern O. Der experimentelle Nachweis des magnetischen Moments des Silberatoms, Zeitschrift für Physik, 1921
- [P10] Gerlach W, Stern O. Der experimentelle Nachweis der Richtungsquantelung im Magnetfeld, Zeitschrift für Physik, 1922
- [P11] Gerlach W, Stern O. Das magnetische Moment des Silberatoms, Zeitschrift für Physik, 1922
- [P12] Einstein A., Ehrfest P. Quantentheoretische Bemerkungen zum Experiment von Stern und Gerlach, Zeitschrift für Physik, 1922
- [P13] Goudsmit S. Uhlenbeck G. Spinning Electrons and the Structure of Spectra, Nature, vol. 117, 1926

obrázky:

- [26] Science 4all: The forces of Nature: from Newton to String Theory [online]. c2013 [citováno 31. 07. 2013]. Dostupné z WWW: http://www.science4all.org/thibault_lehouillier/the-forces-of-nature-from-newtons-mechanics-to-string-theory
- [27] Wikipedia, The Free Encyclopedia: Wander Johannes de Haas [online] c2013 [citováno 31. 7. 2013]. Dostupné z WWW: http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Wander_Johannes_de_Haas&oldid=560915335
- [28] Wikipedia, The Free Encyclopedia: Albert Einstein [online] c2013 [citováno 31. 7. 2013]. Dostupné z WWW: http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Albert_Einstein&oldid=566411795
- [29] Resnick R., Halliday R. Fyzika, Vysoké učení technické v Brně, nakladatelství VUTIUM, Brno, 2000
- [30] Wikipedie: Otevřená encyklopedie: Otto Stern [online]. c2013 [citováno 31. 07. 2013]. Dostupné z WWW: http://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Otto_Stern&oldid=9887083

- [31] Wikipedia, The Free Encyclopedia: Walter Gerlach [online] c2013 [citováno 31. 7. 2013]. Dostupné z WWW: http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Walter_Gerlach&oldid=563857735
- [32] Wikipedia, The Free Encyclopedia: George Uhlenbeck [online] c2013 [citováno 31. 7. 2013]. Dostupné z WWW: http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=George_Uhlenbeck&oldid=560900778