Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

DIDAKTICKÉ SITUACE VE VÝUCE MATEMATIKY ZAMĚŘENÉ NA VÝUKU FUNKCÍ NA DRUHÉM STUPNI ZÁKLADNÍ ŠKOLY

Autor: Bc. Michaela Krůtová
Obor: Matematika (učitelství VVP pro 2. a 3. st.)
Kombinované studium
rok 2013

Vedoucí diplomové práce: **Prof. RNDr. Jarmila Novotná, CSc.**

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala pod vedením vedoucí diplomové práce samostatně, za použití uvedených pramenů a literatury. Dále prohlašuji, že tato diplomová práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

V Příbrami, 29. dubna 2013 Michaela Krůtová

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji zejména paní profesorce Jarmile Novotné za vedení a obrovskou podporu, kterou mi poskytla při psaní diplomové práce. Dále děkuji panu řediteli ZŠ Bratří Čapků v Příbrami, Janu Pechlákovi, za to, že mi umožnil souvislou praxi v této škole, čehož jsem využila pro zpracování experimentální části této práce. Děkuji také všem kolegům a dalším učitelům matematiky, kteří mi poskytli své materiály a cenné rady. V neposlední řadě děkuji celé své rodině za trpělivost a pochopení, které mi pomáhaly během psaní této práce.

ANOTACE

Tato diplomová práce se zabývá možným způsobem využití Teorie didaktických situací na druhém stupni českých základních škol. Hlavním tématem pro experiment je zavedení funkcí u žáků 9. ročníků základních škol.

Celá práce se dělí na dvě části - teoretickou a experimentální. Teoretická část je zaměřena na představení Teorie didaktických situací a zpracování tématu funkcí ve výukových materiálech používaných v České republice. Dále se zabývá historickým vývojem tématu funkce v českých kurikulárních dokumentech. V souvislosti s tím autorka provedla výzkum, jehož předmětem byl především pohled učitele matematiky na základní škole na výuku funkcí a změny, které v poslední době české školství provázejí.

V experimentální části autorka předkládá podrobné informace o výukovém bloku zpracovaném a realizovaném podle zásad Teorie didaktických situací. Cílem experimentu bylo sledovat reakce žáků na pojetí výuky podle Teorie didaktických situací a zhodnotit jejich úspěšnost v souvislosti s požadovanými výstupy daného tématu. V práci je popsána příprava, průběh i vyhodnocení připravené výukové jednotky.

ABSTRACT

This thesis deals with the possible way to use the Theory of didactic situations in the second level of Czech primary schools. The main topic of the experiment is the introduction of functions in the 9th grade of primary schools.

The entire work is divided into two parts - theoretical and experimental. The theoretical part is focused on introduction of the Theory of didactic situations and processing the topic in the educational materials used in the Czech Republic. It also deals with the historical development of the topic of functions in the Czech curricula. In this context, the author conducted a survey, the purpose of which was primarily the view of a primary school mathematics teacher on teaching of functions and on changes that recently accompany the Czech school system.

In the experimental part, the author presents detailed information about the educational block processed and implemented according to the principles of the Theory of didactic situations. The aim of the experiment was to watch the reaction of students to the concept of teaching according to the Theory of didactic situations and to evaluate their success in relation to the desired outcomes of the topic. The thesis describes the preparation, progress and evaluation of the prepared educational unit.

OBSAH

ÚVOD

Zamyslím-li se nad postavením matematiky v očích našich nejmladších, žáků základních škol, musím konstatovat, že matematika nepatří mezi nejoblíbenější oblasti vzdělávání. Setkávám se s názory, že matematika není pro praktický život důležitá, že je nudná a zbytečně složitá. Děti v dnešní době rády poukazují na všudypřítomnost počítačů a jiných technologií, které jim umožňují získávat informace prakticky kdekoliv, tudíž není potřeba něco se učit. Informace ano, ale je matematika skutečně jen o předávání informací? Důvody, proč je dobré učit se matematiku a rozumět jí, nejsou možná pro žáka základní školy zřejmé, proto se v jeho povědomí matematika stává kritizovanou a neoblíbenou vědou.

Kouzlo matematiky neobjevíme, pokud k ní budeme přistupovat jako ke shluku vzorců, definic, pouček a postupů, které je potřeba umět zpaměti. Matematika je krásná v tom, že nám umožňuje objevovat vztahy a zákonitosti, které platí bez výjimky v každém okamžiku na kterémkoliv místě na světě. Matematika nás učí pracovat s údaji, hledat souvislosti, vyslovovat domněnky, které můžeme potvrzovat či vyvracet, učí nás také odhadovat a pomáhá rozvíjet abstraktní myšlení.

Aby žák mohl objevit kouzlo matematiky, je důležité, aby mu v tom pomohl učitel, který ho do této vědy zasvěcuje. Za nejzásadnější úkol pro učitele považuji vzbudit v žákovi zájem. A zaujmout dnešní děti opravdu není jednoduché. Jak řekl jeden z mých vysokoškolských učitelů, dnešní dítě se začíná nudit i v okamžiku, je-li v televizi osm sekund trvající záběr na jeden střih. Učitel by proto měl využívat co nejširší škálu příkladů, úloh, cvičení[1]. Dále by měl do výuky zařadit různé vyučovací metody, které žákům učivo přiblíží, zaujmou je a pomohou v odhalování vztahů mezi jednotlivými oblastmi matematiky.

Jednou z metod, která vede žáky k samostatnému objevování matematických zákonitostí a souvislostí, používá i Teorie didaktických

[1] **Příklad** používá učitel pro vysvětlení pojmů, aby žáci lépe pochopili, co se jim snaží sdělit. **Úlohu** řeší žáci zpravidla samostatně. **Cvičení** slouží k procvičování algoritmů, dovedností.

situací. Samotná myšlenka teorie se začala rozvíjet ve Francii již v 70. letech minulého století. Do České republiky však přišla teprve v průběhu několika posledních let.

Hlavním cílem této práce je stručné představení Teorie didaktických situací. Abych čtenáře nejen seznámila s podstatou hlavní myšlenky této teorie, ale také ho přesvědčila o její dobré využitelnosti ve škole, kladu si za úkol předložit v rámci experimentální části podrobnou rešerši o výukovém bloku sestaveném právě na základě této teorie. Jako rámcové téma jsem zvolila zavedení funkcí v matematice na základní škole. Dílčím cílem práce je také seznámení čtenáře se změnami, které v českých školách provázejí učivo o funkcích.

1 TEORIE DIDAKTICKÝCH SITUACÍ – OBECNÝ PŘEHLED[2]

1.1 VZNIK TEORIE DIDAKTICKÝCH SITUACÍ

Teorie didaktických situací (dále už jen TDS) vznikala ve Francii před téměř čtyřiceti lety pod vedením jejího autora Guye Brousseaua. Tato teorie je od té doby stále více zkoumaná a rozvíjená jak samotným autorem, tak jeho spolupracovníky a pokračovateli.

Guy Brousseau se zabývá různými přístupy žáků k matematice již od šedesátých let dvacátého století. Sám v té době působil jako učitel na francouzských základních školách, stejně tak i jeho manželka Nadine. Během učitelské praxe začala vznikat myšlenka nového přístupu k vyučování matematiky – myšlenka TDS. Za pomoci experimentů a pozorování byla tato teorie stále více rozvíjena a zdokonalována. Poprvé se Brousseau o TDS zmínil v roce 1970 na kongresu APMEP (Association des Professeurs de Mathématiques de l´Enseignement Public = Asociace učitelů matematiky státního školství). Brousseau se spolu se svými kolegy věnuje TDS dodnes. Skrze tuto diplomovou práci se pokusím prezentovat tuto teorii, její podstatu a cíle.

1.2 PODSTATA TDS

TDS se na výukové situace dívá jako na hru, u níž má učitel předem dobře rozmyšlená pravidla. Tato hra je spjatá s výukovou jednotkou, které se momentálně učitel potřebuje věnovat. Je přímo postavena na obsahu konkrétního učiva a od žáků očekává hlubší porozumění matematice. Tato teorie přináší nový přístup k výuce matematiky. V tomto přístupu učitel přenechává odpovědnost za získání nových poznatků svým žákům. TDS se nepřiklání na stranu klasického modelu trojúhelníku vyjadřujícího vztahy

[2] Zpracováno podle (Brousseau,1998; Brousseau, Sarrazy, 2002; Složil, 2005)

ve třídě, a sice „žák, učitel, učivo“. Mnohem významněji na žáka působí prostředí a podmínky pro práci, které mu učitel vytvoří.

Pro představu uvedu příklad využití TDS v hodině matematiky. Učitel nepřichází na hodinu s klasickým výkladem, ale s předem promyšlenou hrou, soutěží. Tato aktivita má samozřejmě základ v matematice, to ovšem není potřeba žákům/studentům sdělovat. Jediné, na čem v tu chvíli záleží, je vyhrát. Je potřeba objevit vítěznou strategii. Promýšlíte taktiku, hrajete, zkoušíte různé finty, diskutujete a ptáte se. Následuje rozšířená diskuse, kde je potřeba obhájit své objevy, argumentovat, demonstrovat, přesvědčit ostatní o správnosti vaší myšlenky, představy. Celá tato situace se odehrává pouze mezi spolužáky, učitel by neměl do dění ve třídě vůbec zasahovat. V závěru hodiny má každý žák povědomí o vítězné strategii.

Na řadu přichází opět učitel, který pomocí obměny již proběhlé hry ukáže souvislost s matematikou. Opět vyzývá žáky k promyšlení strategie řešení této obměny původní hry. Přidává i další úkoly, které jsou spojené s již nabytými poznatky. Nakonec učitel vysvětlí i teoretický základ toho, co žáci zjistili a objevili.

Protože v některých oblastech matematiky je obtížné vymyslet takovou hru, která by splňovala podmínky TDS, je možné namísto hry sestavit sérii pracovních úkolů. Opět je vše jen na učiteli, jak výukovou situaci pojme. Vytvoření problémových úloh, které jsou postavené na již známých poznatcích z matematiky, a jejich následné zadání bez pojmenování nového tématu, kterému se učitel právě chystá věnovat, je také možnou cestou TDS.

Z pohledu učitele je taková hodina interpretována jako sled uměle vytvořených situací. Celý průběh hodiny má předem rozmyšlený. Situace, které mezi žáky vznikají, mají za úkol modifikovat stávající znalosti nebo pomoci vytvořit poznatky nové. K tomu se využívá pouze dosud získaných vědomostí (str. 14). Učitel koriguje diskuse tak, aby se stále týkaly daného tématu. Jeden z nejdůležitějších úkolů čeká na učitele ke konci celé výukové jednotky. Je potřeba správně zařadit nově nabyté poznatky, které žáci během hodiny získali. Tím se z poznatků stávají vědomosti. Didaktická situace je tedy prostředek k učení, nikoli jen prostředí k učení.

1.3 KONTRAKTY V PROCESU UČENÍ

Tato část textu je velmi zestručněna. Vychází z literatury Brousseau, Sarrazy, 2002; Brousseau, 1998; Sarrazy, 1996. Tomuto tématu se ve své práci Teorie didaktických situací v české škole (2005) podrobně věnoval Jan Složil, proto zde uvedu jen stručný výklad.

Během procesu učení nebývá aktivní pouze učitel, ale také jeho žáci. Tato aktivita bývá zpravidla založena na jistém kontraktu - neboli nevyslovené, nepsané dohodě ve školním prostředí. Tyto kontrakty se rozdělují na dva typy – kontrakt bez didaktického záměru a kontrakt didaktický.

1.3.1 KONTRAKTY BEZ DIDAKTICKÉHO ZÁMĚRU

Mezi tyto kontrakty patří například:

Vysílací kontrakt – zpráva, kterou učitel vysílá, je pro žáky vnímatelná, srozumitelná.

Komunikační kontrakt – učitel se vyjadřuje tak, aby si byl jistý, že žák informaci přijal.

Posuzovací kontrakt – žák má právo chtít po učiteli důkaz, že předávaná informace je pravdivá.

Produkční kontrakt – informace předávaná žákovi je něčím nová.

Kontrakt o využitelnosti – informace předaná žákovi bude určitým způsobem užitečná, což mu nechá učitel ověřit zadáním nějaké konkrétní úlohy. Jejím vyřešením žák prokáže osvojení informace.

1.3.2 DIDAKTICKÝ KONTRAKT

Z tohoto kontraktu vychází veškerá činnost týkající se vyučovacího procesu. Jsou to vzájemné závazky pro obě strany vzdělávacího procesu, které ovšem nejsou vyslovené. Jde o pravidla zcela implicitní a to, že existují, se zpravidla zjistí až v případě jejich porušení. Proces se samozřejmě netýká jen učitele na jedné straně a žáka na druhé straně. Významnou roli zde hrají také vztahy mezi žáky, prostředím, učitelem, učivem i formou vzdělávání. Vzdělávaná část se chce něco naučit, vzdělávající část jí to umožňuje. Společnost svěřuje děti – nejmladší členy vzdělávané složky do rukou vzdělávající složky – učitele. Ten se zavazuje využít své schopnosti ve prospěch vzdělávaných. Tato nepsaná dohoda je významnou součástí didaktického kontraktu.

Při snaze plnit didaktický kontrakt se učitel často dopouští chyb. Jednou takovou chybou bývá učitelova snaha žáka „dotlačit" ke správné odpovědi, aniž by mu poskytl prostor pro samostatné přemýšlení. Často se také opomíjejí úlohy, které mají více řešení, nebo nemají naopak řešení žádné. Žáci si tím zažívají stereotyp, že vždy musejí najít správné řešení, když jim učitel zadá úkol.

Dalším příkladem učitelova chybného počínání je tak zvaný Topazův efekt. Učitel zde žákovi nenápadně podstrkuje správnou odpověď, díky čemuž žák nepotřebuje ke splnění úkolu žádné vědomosti. Jistou formou Topazova efektu je i Jourdainův efekt. V tomto případě učitel z časových důvodů (záměrně či nevědomě) přecení žákův výkon. Z odpovědi žáka si vyvodí, že potřebné vědomosti žák má, ten však mohl správnou odpověď pouze hádat, nebo mu ji někdo poradil.

Mnohdy se učitel pustí do vysvětlování nějaké látky pomocí nevhodně zvoleného příkladu. Tím se dostává do situace, kdy musí ještě složitěji vysvětlovat tento příklad. Tomuto jevu se říká „metakognitivní posun". Čím vice se učitel snaží vysvětlit látku tímto způsobem, tím méně žáků je schopno mu rozumět. Pokud se tento způsob výuky stane pro učitele typickým a on se pokaždé snaží látku vysvětlit svými slovy, nastává „metadidaktický posun".

Nakonec by si učitel měl dát pozor na časté používání analogických úloh. Pokud žáci neměli s úlohou č. *1* žádný problém a učitel jim zadá analogickou úlohu č. *2*, nepotřebují již žáci k jejímu vyřešení žádné vědomosti, pouze dosadí jiná čísla. Učitel zadáním analogické úlohy porušuje didaktický kontrakt, protože žákům připadá zadání příliš jednoduché. Ti následně často neřeší úlohu způsobem, který učitel očekává. Hledají jinou cestu, snaží se odpovědět přímo. Stejně tak si je učitel vědom toho, že žáci již mají daleko lepší schopnosti, než aby jim dával stejně obtížnou úlohu. Jiná je samozřejmě situace, kdy žáci mají s řešením úlohy problém, například neporozumí zadání. V této chvíli je zadání analogické úlohy na místě, jelikož může pomoci pochopit původní úlohu.

1.3.3 POZNATKY, VĚDOMOSTI

TDS rozlišuje dva druhy znalostí a to *connaissance* - **poznatek** a *savoir* - **vědomost**.

Jakákoliv zkušenost s konkrétní realitou se považuje za poznatek. Poznatek může být žákům předán skrze nějakou instituci (škola, kamarádi, média) nebo může vzniknout na základě osobní zkušenosti, pozorování. Poznatky žákům pomáhají rozhodovat se v různých situacích, které s ním souvisejí.

Příklad: Žáci pozorují grafy lineárních funkcí jedné proměnné dané předpisem $y = kx + q$. Zaměřují se na to, zda je funkce rostoucí nebo klesající. První funkce je dána předpisem $y = x + 1$. Poznatek žáků je, že tato funkce je rostoucí. Další funkce je dána předpisem $y = x + 4$. Poznatek žáků: funkce je opět rostoucí. Nyní zkouší funkci $y = x - 5$ a opět zjišťují, že funkce je rostoucí. Tyto tři poznatky mohou žáky vést k předpokladu, že číslo q nemá na sklon grafu funkce vliv, ať je jeho hodnota kladná či záporná. Zkusí tedy funkci $y = -x + 1$. Tato funkce je klesající, proto na sklon grafu funkce má vliv znaménko před členem kx.[3]

Je-li poznatků dostatečné množství a učiteli se podaří tyto poznatky začlenit do systému již nabytých vědomostí žáka, stávají se i z těchto poznatků **vědomosti**. Je-li vědomost smysluplně začleněna a ukotvena

[3] Převzato z (Složil, 2005)

v kognitivní struktuře žáka, může později fungovat jako výchozí strategie při řešení jiných problémů.

Příklad: Teprve když se žáci dovědí, že funkce je rostoucí (resp. klesající) právě tehdy, když platí ekvivalence $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$, *(resp.* $x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$*) utváří se vědomost. Od této vědomosti dokáží žáci odůvodnit fakt, že na to, zda je funkce rostoucí nebo klesající má vliv znaménko před členem kx.*[4]

[4] Převzato z (Složil, 2005)

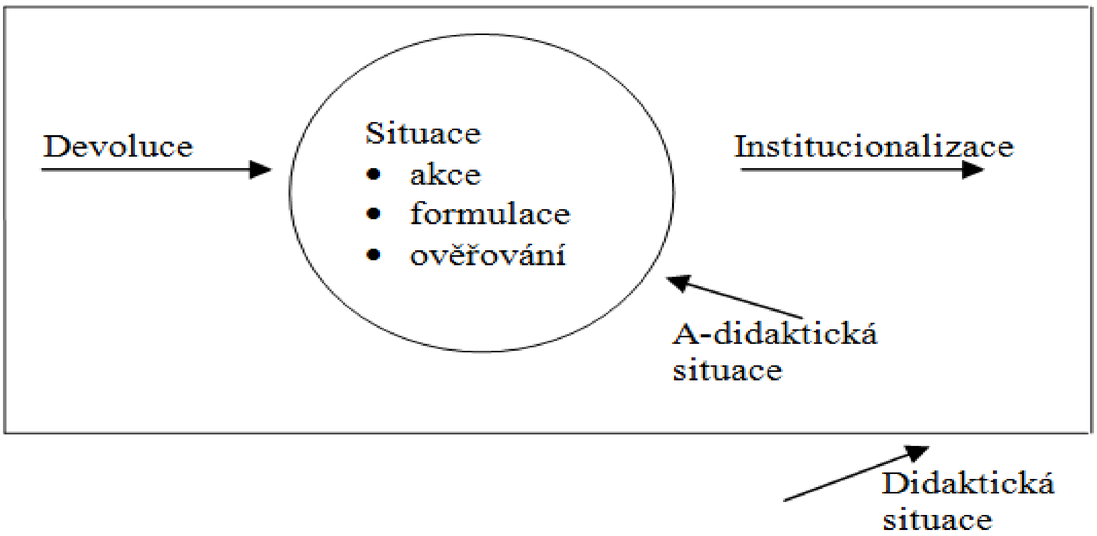
2 TEORIE DIDAKTICKÝCH SITUACÍ[5]

2.1 DIDAKTICKÁ SITUACE JAKO NOVÝ POJEM

G. Brousseau ve své knize Teorie didaktických situací definuje didaktickou situaci takto: *„Je to situace, při níž aktér (učitel) organizuje plán činností s cílem modifikovat u jiného aktéra (žáka) stávající znalost nebo umožnit vznik znalosti nové.“* (Složil, 2005, str. 27) Doposud byla didaktická situace chápána jako prostředí, ve kterém se žák něco učil. Žák je vystaven různým vlivům tohoto prostředí, ať už záměrným – učitel, učivo, nebo nezáměrným – hluk, zdravotní stav, počasí a jiným. Nově je však didaktická situace brána jako prostředek k výuce.

2.2 ČLENĚNÍ DIDAKTICKÉ SITUACE[6]

Didaktická situace je sestavena z několika důležitých částí. V některých má hlavní význam učitel, v jiných naopak podstata spočívá v aktivitě žáka. Didaktická situace se podle TDS skládá ze tří hlavních částí: devoluce, a-didaktická situace a institucionalizace. V následujícím textu jednotlivé fáze didaktické situace popisuji.



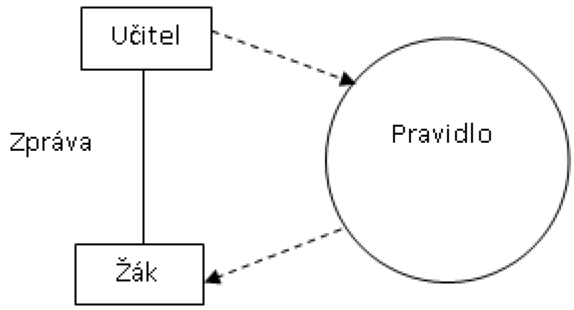
Obr. 1. Schéma didaktické situace (Převzato z Brousseau, 1997)

[5] Zpracováno podle (Brousseau, 1998; Brousseau, Sarrazy, 2002; Složil, 2005)
[6] Zpracováno podle (Brousseau, 1998; Složil, 2005)

2.2.1 DEVOLUCE[7]

Devoluce je činnost, během které učitel přenáší zodpovědnost za okamžik učení se na žáka. Žák je od této chvíle schopen převzít aktivitu a samostatně získává poznatky a zkušenosti, aniž by mu k tomu učitel nějak dopomáhal.

Devoluce je uměle vytvořená situace, je to vyložení pravidel, která jsou důležitá pro následující události, do kterých už učitel nebude zasahovat. Ve chvíli, kdy žáci pochopí, co mají dále dělat, učitel ustupuje do pozadí. Devoluce je dokončena a na řadu přichází a-didaktická situace.



Obr. 2. Schéma devoluce (Převzato z Brousseau, 1998)

2.2.2 A-DIDAKTICKÁ SITUACE[8]

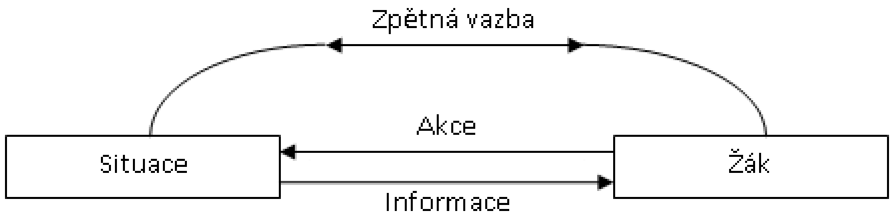
Devoluce posloužila k vytvoření další fáze didaktické situace a to a-didaktické situace. Tato situace se opět větví na tři části: akce, formulace, validace.

2.2.2.1 Akce

Po vyložení pravidel přichází samotná hra. Z počátku žáci získávají informace a pomalu si z nich staví jistou strategii. S každou další hrou se stávají zkušenějšími. Zvažují, jaké další kroky podniknout, aby na konci hry vyhráli právě oni a ne jejich protihráč. Tomuto zvažování, které žák činí výhradně sám se sebou, říkáme dialektika akce. Na žáka a jeho rozhodování působí především již odehrané partie a jejich výsledek. Žáci si v hlavě

[7] Zpracováno podle (Brousseau, 1998; Složil, 2005)
[8] Zpracováno podle (Brousseau, 1998; Složil, 2005)

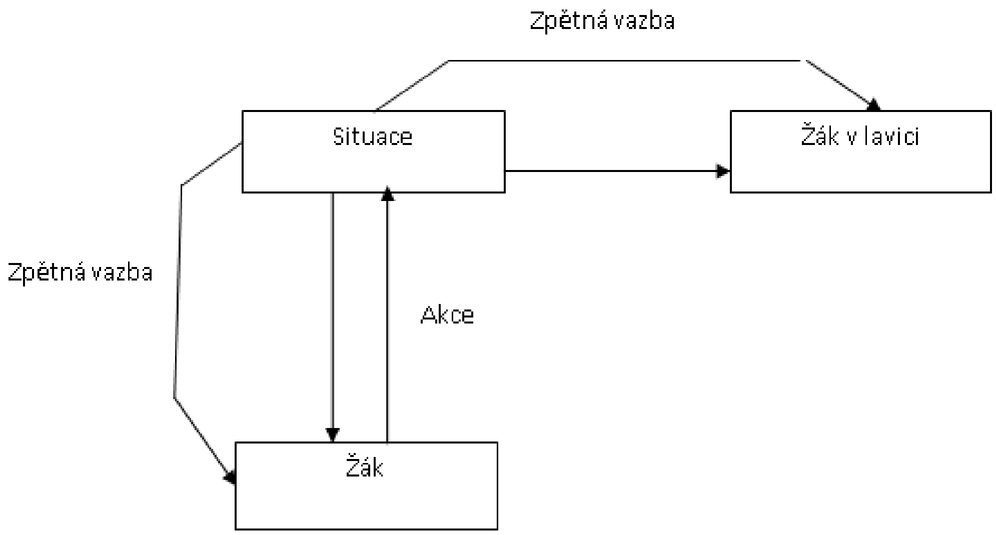
vytvářejí vztahy a pravidla, která podle nich vedou k vítězství. Tomuto celku pravidel a vztahů říkáme implicitní model. Žáci jej používají, ale nejsou schopni jej formulovat či vysvětlit.



Obr. 3. Získávání poznatků při akci (Převzato z Brousseau, 1998)

2.2.2.2 Formulace

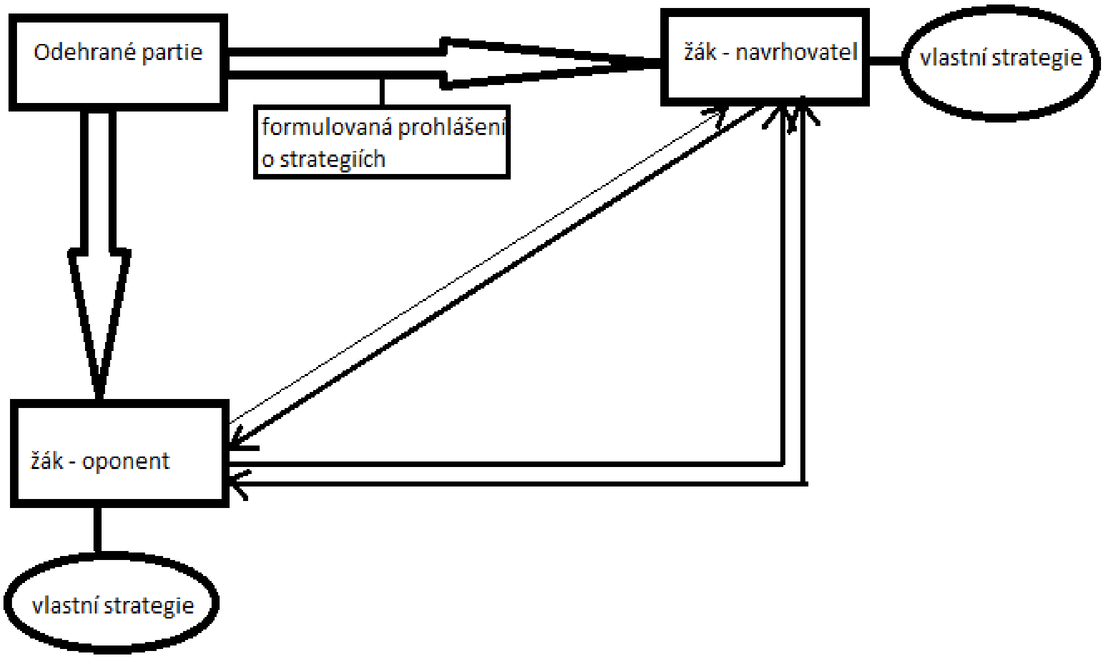
V další části hry se zvažování a obhajování strategie přesouvá z žákovy hlavy ven. Je třeba o svých domněnkách a vítězných postupech přesvědčit ostatní hráče. Dochází k diskuzím, zda daná strategie je nebo není ta pravá. Žáci se mezi sebou radí. Tato chvíle se nazývá dialektika formulace. Nyní už nejde jen o interakci mezi žákem a prostředím, jde o interakci mezi jednotlivými členy týmu/družstva/třídy. Oproti akci už jsou schopni žáci formulovat a obhajovat své objevy. Plynule se zde přechází do poslední části a-didaktické situace.



Obr. 4. Schéma formulace (Převzato z Brousseau, 1998)

2.2.2.3 Validace

Třetí a poslední část a-didaktické situace je charakterizována hledáním správných tvrzení a domněnek, jejich dokazováním, odůvodňováním či vyvracením. Žáci si mohou oponovat a své myšlenky dokazovat například na protipříkladech. V této části už každý musí zapojit své matematické myšlení. Navrhovaná tvrzení musí být srozumitelná a jasná pro všechny, navrhovatel musí být připraven své tvrzení hájit. Stále se situace odehrává výhradně v režii žáků, učitel nijak nezasahuje, nepomáhá s vysvětlením, nepřitakává. Učitel by svým vstupem do situace vnesl učitelskou autoritu, což není v této situaci žádoucí. Učitel tedy stále jen dohlíží na téma diskuse, které by nemělo odbočit. Dále ještě koriguje diskusi tak, aby se žáci mezi sebou nezačali slovně napadat. Tato didaktická situace nutí žáky přemýšlet o cizích strategiích, dívat se na ně z různých úhlů pohledu. Během validace snadno dochází ke změně názoru a přijetí opačného tvrzení. Tento myšlenkový vývoj se nazývá dialektika validace. Tvrzení, která v této fázi vznikají, nejsou zatím nijak uspořádaná. Ani učitel se nesnaží tvrzení žáků žádným způsobem upravovat, řadit. Tím by porušil a-didaktický charakter situace. Nechává raději žáky, aby sami objevovali vlastní chyby, aby se z nich poučili. V této chvíli stále ještě nevznikají vědomosti, pouze se ujasňují poznatky, které nyní navíc dostávají punc dokázaných, demonstrovaných, zdůvodněných či vyvrácených poznatků. Žáci zde dostanou dostatečné množství zpětných reakcí, které jim pomohou orientovat se v herní strategii.



Obr. 5. Získávání poznatků při validaci (Převzato z Složil, 2005)

2.2.3 INSTITUCIONALIZACE[9]

Nyní jsou žáci bohatší o poznatky, které získali během akce, formulace a validace. Tyto poznatky obsahují jak zdůvodnění a důkazy, tak zobecnění, díky kterému je schopen žák s poznatkem manipulovat a aplikovat ho i na jiné situace. Vytváří se vztahy mezi jednotlivými složkami poznatků. Fáze institucionalizace má za cíl správně zařadit tyto poznatky do systému matematických vědomostí. Původně tomu tak ale nebylo a učební proces podle TDS končil a-didaktickou situací.

Po určité době, kdy učitelé prováděli experimenty s TDS, se ukázalo, že někteří začínají pochybovat o účelnosti jejich počínání. Někteří žáci se začali v matematice ztrácet. Učitelé měli potřebu nějak jim probranou látku shrnout, sdělit, co je důležité, ukázat spojitost s předchozími poznatky, ukázat využitelnost nových zkušeností. Stejně tak žáci očekávají od učitele jisté začlenění poznatku. Chtějí vědět, co se naučili a jak s tím mohou dále pracovat. Tato vzájemná očekávání mezi dvěma institucemi způsobila vznik nové fázi didaktického procesu – institucionalizaci.

[9] Zpracováno podle (Brousseau, 1998; Složil, 2005)

Učitel umožní žákům poznání smyslu hry, shrne důležitá tvrzení, která se objevila ve fázi formulace. Dodá matematickou formu žákovským důkazům a ukázkám, které se objevili během validace. Pro provedení institucionalizace má učitel hned několik možností.

- Klade otázky, které souvisejí s tvrzeními vyslovenými během validace.
- Dokazuje tvrzení.
- Obměňuje pravidla hry a nechává žáky znovu hrát.
- Ukazuje příklady, na kterých lze nové poznatky využít.

Institucionalizace probíhá ve školách naprosto standardně. Institucionalizace se dá chápat jako každý výklad učitele směrem k žákům a nezáleží na tom, zda učitel používá učebnici, pracovní list či hovoří spatra. Hlavní rozdíl mezi výukou, kterou lze běžně vidět v našich školách a výukou podle TDS spočívá v tom, že u prvního příkladu vyučovací hodiny učitel vysvětluje něco, co žáci zatím neznají. Na rozdíl od toho učitel, který vysvětluje podstatu látky až po proběhnutí a-didaktické situace, může předpokládat, že jeho žáci už mají některé poznatky, které s novou látkou souvisí.

2.3 JAK PŘIPRAVIT HODINU PODLE TDS

Učitel, který se rozhodne vyzkoušet se svými žáky výuku na principu TDS, má před sebou nelehký úkol. Je si vědom toho, že do průběhu hodiny už nebude moci zasahovat. Jakmile vyloží pravidla, nebude moci dál působit na žáky. Z tohoto důvodu je nezbytně nutné, aby příprava na hodinu byla dokonale promyšlená.

Učitel si předem rozmyslí, co očekává, že si žáci z hodiny odnesou. Kolik času mají zabrat jednotlivé fáze hodiny, jak asi bude vypadat průběh hodiny. Musí také počítat s neočekávanými reakcemi žáků. Experiment by měl jasně směřovat ke stanovenému cíli. Je důležité si uvědomit, že během hodiny projdou žáci všechny tři fáze a-didaktické situace. Učitel nesmí podcenit formulovatelnost vítězné strategie. Důležitá jsou také přesně daná pravidla hry.

Jakmile učitel promyslí a připraví didaktickou situaci, je schopen provést devoluci. Je potřeba ale také zohlednit momentální stav třídy. Svou roli zde může hrát nálada, nemocnost, počasí aj. Proto je dobré mít připraveno více variant hry, které v případě potřeby učitel využije. Po devoluci učitel přenechává veškerou zodpovědnost za průběh hodiny žákům. Ti však netuší, co je cílem hodiny. Učitel zasahuje do dění ve třídě jen v nutných případech, rozhodně již neopakuje pravidla nebo dokonce nepřipomíná žákům matematické znalosti, které jim ke splnění úkolu pomohou.

3 VÝUKA FUNKCÍ NA ZÁKLADNÍCH ŠKOLÁCH V ČR – HISTORICKÝ VÝVOJ

3.1 KURIKULÁRNÍ DOKUMENTY ZAMĚŘENÉ NA MATEMATIKU V ČESKÉ ZÁKLADNÍ ŠKOLE

Až do roku 1989 bylo učivo matematiky na základních školách přesně vymezeno osnovami. Ty určovaly, ve kterém ročníku a v jakém časovém rozsahu se bude dané učivo probírat. Na jednu stranu byl tento systém uzpůsobený pro dosahování jednotné úrovně vzdělávání, na stranu druhou znemožňoval učitelům i žákům možnost projevit svou individualitu. V roce 1995 nahradil dosavadní systém osnov Standard základního vzdělávání. Od této chvíle nebylo striktně stanoveno učivo, které si žák musí osvojit. Šlo spíše o určení jistých norem, kterých je třeba dosáhnout. Tomuto dokumentu se ale časem začalo vytýkat nedostatečné rozlišení mezi povinnými a doporučenými standardy. V roce 2004 vznikl nový dokument, který stanovoval specifické cíle pro matematické vzdělávání – Rámcový vzdělávací program.

3.2 CÍLE, UČIVO V MATEMATICE NA ZŠ A JEJICH ZMĚNY ZA POSLEDNÍCH 35 LET[10]

3.2.1 UČEBNÍ OSNOVY ZÁKLADNÍ ŠKOLY (1979)

Matematika je předmětem, který nám umožňuje uplatnit se na poli rozvoje národního hospodářství, ekonomiky či techniky. Pomáhá řešit praktické situace, je základem pro další studium. Za nedílnou součást vyučování matematice mezi 5. – 8. ročníkem je brán rozvoj logického

[10] Zpracováno podle (Budínová, 2010)

myšlení. Žáci mají získat schopnost porozumět vztahům, argumentovat, zdůvodňovat svá tvrzení, využívat symbolů. Jsou vedeni k umění formulovat problémy a vhodně zvolenými postupy je řešit. Neopomíná se ani rozvoj paměti a logického myšlení. Dále se žáci učí číst s porozuměním matematické texty, odborně se vyjadřovat, matematizovat reálné situace.

Všech těchto cílů bylo dosahováno za pomoci návodných, procedurálních postupů. Ty sice vedly k osvojení daného učiva, ale nijak nerozvíjely samostatné uvažování. Na obranu procedurálních, návodných technik je však nutno dodat, že jsou nejjednodušším nástrojem jak pro žáky, tak pro jejich učitele. Dovednosti jimi získané jsou snadno testovatelné. A navzdory všem předpokladům, na jejichž základě docházelo v průběhu následujících let ke změnám v přístupu k vyučování, dosahovali žáci a studenti této doby stanovených cílů lépe než dnes. Oproti dnešním žákům a studentům si v minulosti odnášeli studenti ze svých studií lepší vědomostní základ.

Osnovy rozdělovaly učivo do jednotlivých ročníků, každé téma mělo přesně stanovený počet hodin, které se mu měly věnovat. Co se týče funkcí, začínaly se probírat již v 7. ročníku. Časová dotace činila 20 hodin, výuka se týkala základních poznatků o funkcích. Na 8. ročník připadala výuka kvadratických funkcí (20 hodin) a goniometrických funkcí (14 hodin). Pojem funkce v tomto konceptu vycházel z pojmu zobrazení. K vybudování povědomí o tom, co je zobrazení, však bylo zapotřebí mnoho dalších pojmů (kartézský součin dvou množin, binární relace,…).

3.2.1.1 Funkce v osnovách ZŠ v roce 1979

Dřívější pojetí výuky funkcí skýtá jednu důležitou výhodu: osnovy podrobně popisují proč a jakým způsobem se dané téma učí, jsou zde zmíněny historické souvislosti, propojení s ostatními úseky učiva. Jsou zde zmíněny dříve nabyté vědomosti a jejich časová posloupnost.

Nevýhodou může být procedurální přístup, který neklade důraz na žákovu ani učitelovu individualitu. Přehlíží se žákův poznávací proces. Žák je zahlcen pojmy.

- 7. ročník

  - seznámení s pojmem zobrazení a funkce (přímá úměrnost, nepřímá úměrnost, lineární funkce, empirická funkce
  - nauka o sestrojení grafů probíraných funkcí
  - získání základních zkušeností s filosofickými kategoriemi možnost-skutečnost, kvalitativní a kvantitativní změny a jejich přechod při probírání úloh s funkčními náměty
  - časová dotace: 20 vyučovacích hodin
  - přehled učiva: kartézský součin dvou množin; zobrazení; funkce; definiční obor funkce; množina všech hodnot funkce; graf funkce; lineární funkce; vlastnosti lineární funkce; graf lineární funkce; grafické řešení lineární rovnice
  - během probírání těchto témat se žáci seznamují s tím, že pojem funkce byl vystavěn na základě potřeb společnosti ke konci 16. století – v té době došlo k prudkému rozvoji výrobní síly a přírodní vědy měly potřebu kvantitativně vyjádřit vztahy mezi zákonitostmi pohybu a změnami v různých oblastech rozvoje
  - na pochopení pojmu kartézský součin dvou množin se pracuje už zhruba od 2. ročníku, v 7. ročníku dochází ke shrnutí nabytých poznatků a uvádí se název
  - objasnění pojmu zobrazení; funkce = zobrazení do množiny reálných čísel
  - tabulkový zápis funkce; souvislost mezi lineární funkcí a přímou úměrností; zavedení jednoduchých empirických funkcí
  - matematizace reálných situací

    - souvislost mezi shodným zobrazením a zobrazením v novém pojetí
- 8. ročník
    - seznámení s učivem o zobrazení a funkci
    - kvadratická funkce; racionální funkce; goniometrická funkce
    - časová dotace: 20 hodin - kvadratická funkce, racionální funkce; 14 hodin goniometrické funkce
    - přehled učiva: kvadratická funkce; graf kvadratické funkce; vzorec pro řešení kvadratické funkce; grafické řešení kvadratické funkce; nepřímá úměrnost; jednoduché racionální lomené funkce
    - počet řešení kvadratické funkce
    - sestrojování grafů jednoduchých lomených racionálních funkcí pomocí tabulky
    - koordinace matematiky, fyziky a techniky; využití praktických úloh; ukázka aplikovatelnosti matematiky na různá odvětví lidské činnosti
    - seznámení s tabulkou goniometrických funkcí a jejich grafy; využití především pravoúhlého trojúhelníku
    - intervaly; jednotková kružnice
    - žáci se vedou k řešení úloh z praxe, ukazuje se jim nezbytnost matematických dovedností při řešení praktických úkolů

3.2.2 STANDARD ZÁKLADNÍHO VZDĚLÁVÁNÍ (1995)

Standard základního vzdělávání stanovuje kmenové učivo pro jednotlivé vzdělávací oblasti. Toto učivo zahrnuje podstatné prvky, jádro základního vzdělání, které musí zvládnout všichni žáci absolvující povinnou školní docházku. Jsou v něm obsaženy klíčové poznatky a s nimi propojené činnosti aplikovatelné v praxi.

Vzdělávací proces směřuje k:

- získání základních vědomostí a dovedností v aritmetice, geometrii a algebře,
- pochopení funkčních vztahů a souvislostí mezi kvantitativně měřitelnými jevy,
- chápání vztahů v přírodních a společenských procesech,
- schopnosti aplikovat získané vědomosti a dovednosti při řešení praktických úloh,
- dovednosti řešit úlohy problémového charakteru,
- dovednosti posoudit reálnost získaného výsledku,
- dovednosti řešit úkoly, které vyžadují prostorovou představivost,
- dovednosti třídit informace, číst a chápat údaje zapsané v tabulkách či grafech a interpretovat je v praxi.

Učivo je rozděleno do jednotlivých okruhů kmenového učiva. Tyto okruhy jsou Aritmetika, Geometrie, Algebra a Užití matematiky a základy statistiky. Funkční závislosti, příklady funkcí, lineární funkce, kvadratická funkce, goniometrická funkce a nepřímá úměrnost zde spadají do oblasti Algebra. Pro představu uvádím přehled požadovaných vědomostí a dovedností v učivu funkcí podle Standardů.

- Soustava souřadnic
  - Zvolit vhodnou soustavu souřadnic v rovině.
  - Zobrazit bod v dané soustavě souřadnic.
  - Určit souřadnice bodu zobrazeného v soustavě souřadnic.

- Funkce
  - Rozhodnout, zda závislost mezi dvěma veličinami daná tabulkou, grafickým znázorněním nebo předpisem je funkcí.
  - Rozhodnout, zda číslo patří do definičního oboru dané funkce.
  - Určit definiční obor dané funkce z předpisu nebo tabulky.
  - Pro daný prvek definičního oboru určit hodnotu funkce.
  - Rozhodnout, zda dané body náleží grafu zadané funkce.
  - Rozhodnout, zda daná množina bodů v rovině je grafem nějaké funkce.
  - Z grafu funkce rozhodnout, zda je funkce rostoucí (resp. klesající) ve svém definičním oboru.
- Přímá úměrnost
  - Ze zadaných závislostí vybrat funkce, které jsou přímými úměrnostmi.
  - Určit koeficienty přímé úměrnosti.
  - Sestrojit graf přímé úměrnosti.
- Nepřímá úměrnost
  - Ze zadaných závislostí vybrat funkce, které jsou nepřímými úměrnostmi.
  - Určit koeficienty nepřímé úměrnosti.
  - Načrtnout graf nepřímé úměrnosti.
- Lineární funkce
  - Ze zadaných závislostí vybrat funkce, které jsou lineární.
  - Sestrojit graf lineární funkce.

- Kvadratická funkce
  - Ze zadaných závislostí vybrat kvadratické funkce typu $y = ax^2$ a $y = ax^2 + b$.
  - Načrtnout graf kvadratické funkce.
- Goniometrické funkce
  - Definovat tangens, sinus a kosinus ostrého úhlu.
  - Chápat tangens, sinus a kosinus jako závislosti.
  - Určit hodnoty goniometrických funkcí pomocí tabulek a kalkulačky.
  - Určit velikost úhlu α ze znalosti hodnot sin α, tg α pomocí tabulek a kalkulačky.
  - Užívat goniometrických funkcí k řešení úloh.

3.2.3 VZDĚLÁVACÍ PROGRAM ZÁKLADNÍ ŠKOLA (1996)

Zde jsou specifické cíle pro oblast matematiky formulovány takto: Matematika spolu s výukou českého jazyka tvoří osu vzdělávacího působení základní školy. Matematika poskytuje žákům vědomosti a dovednosti, které využijí pro orientaci v běžném životě. Vytváří předpoklady pro úspěšné uplatnění ve většině oborů profesionální přípravy i různých směrů studia na středních školách. Rozvíjí žákovský intelekt, paměť, představivost, tvořivost, abstraktní myšlení, schopnost logického uvažování. Působí také na osobnostní rysy, jako například pracovitost, vytrvalost, kritičnost.

Vzdělávací program Základní škola také rozděluje učivo podle osnov do jednotlivých ročníků, nestanovuje však časovou dotaci. U každého tématu je uvedeno probírané učivo a je zde také řečeno, co by měl žák po probrání daného učiva umět. Učivo o funkcích je zde zařazeno do 9. ročníku. Spadají sem lineární funkce; nepřímá úměrnost; kvadratická funkce; goniometrické funkce sinus a tangens v pravoúhlém trojúhelníku.

Poznatky a dovednosti nabyté v matematice jsou dobrým základem pro uplatnění v přírodovědných oborech, ekonomice, technice, výpočetní technice. Vyučování matematice vede žáky k umění:

- provádět početní výkony s přirozenými čísly, desetinnými čísly, zlomky a to zpaměti i písemně,
- řešit praktické úlohy s užitím početních výkonů, včetně užití procentového počtu a jednoduchého úrokování,
- odhadovat výsledky řešení a posuzovat jejich reálnost, provádět potřebná zaokrouhlení,
- číst a využívat jednoduché statistické tabulky a diagramy,
- užívat proměnnou, chápat její význam, řešit rovnice a nerovnice a umět je využít při řešení úloh,
- zapsat a graficky znázornit závislosti kvantitativních jevů v přírodě a ve společnosti a pracovat s některými konkrétními funkcemi při řešení úloh z praxe,
- řešit metrické geometrické úlohy, počítat obvody a obsahy rovinných obrazců, povrchy a objemy těles; užívat základní vztahy mezi rovinnými obrazci (shodnost, podobnost),
- orientovat se v rovině a v prostoru, využívat soustavu souřadnic,
- dokazovat jednoduchá tvrzení a vyvozovat logické závěry z daných předpokladů.

3.2.4 RÁMCOVÝ VZDĚLÁVACÍ PROGRAM (2007)

V roce 2004 MŠMT schválilo nové principy pro vzdělávání žáků od 3 do 19 let. Znamená to také přechod od jednostupňového systému kurikulárních dokumentů, které jsou nyní vytvářeny ve dvou úrovních – státní a školské. Státní úroveň je představena Národním programem vzdělávání a rámcově vzdělávacími programy. Ty vymezují rámce vzdělávání, které se školy zavazují splnit. Školní úroveň představují školní vzdělávací programy. Na jejich základě probíhá vzdělávání na jednotlivých školách. Ustoupilo se tedy od osnov i standardů a na vrchol vzdělávacího procesu se dostávají tzv. klíčové kompetence. Ty jsou v rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání definovány následovně: *„Klíčové kompetence představují souhrn vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot důležitých pro osobní rozvoj a uplatnění každého člena společnosti. Jejich výběr a pojetí vychází z hodnot obecně přijímaných ve společnosti a z obecně sdílených představ o tom, které kompetence jedince přispívají k jeho vzdělávání, spokojenému a úspěšnému životu a k posilování funkcí občanské společnosti. Smyslem a cílem vzdělávání je vybavit všechny žáky souborem klíčových kompetencí na úrovni, která je pro ně dosažitelná a připravit je tak na další vzdělávání a uplatnění ve společnosti.“* (RVP, str. 14)

Klíčové kompetence pro základní vzdělávání uvedu vždy v souvislosti s matematikou a konkrétním možným příkladem jejich naplňování.

- **Kompetence k učení** – studium nových pojmů, rozvoj logického myšlení, používání paměti – vzorce, algoritmy
- **Kompetence k řešení problémů** – zadávání problémových úloh, hledání řešitelských strategií, samostatnost, schopnost vyhledávat a používat informace
- **Kompetence komunikativní** – argumentace, skupinové práce, vzájemné vysvětlení možných postupů, používání matematického a symbolického jazyka, co nejpřesnější formulace myšlenek
- **Kompetence sociální a personální** – volba vhodných pracovních metod, skupinové práce
- **Kompetence pracovní** – využívání různých pomůcek (rýsovací potřeby, kalkulačky, tabulky), plnění domácích úkolů

Zodpovědnost za předané vědomosti a dovednosti žákům je v rukou učitele. Ten ale v podstatě nemá prostor pro zjištění, jakým způsobem rozvíjet klíčové kompetence žáků prostřednictvím jeho předmětu.

Cíle, kterých mají žáci dosáhnout, jsou stanoveny velice obecně. Není stanoveno, ve kterém ročníku se jaké učivo probírá. Tím vzniká další problém – nejednotnost časové koordinace probíraného učiva na různých školách.

Během základního vzdělávání se vzdělávací oblast matematika a její aplikace zaměřuje především na aktivní činnosti, které jsou využitelné v reálném životě. Poskytuje vědomosti a dovednosti potřebné pro praktický život a nabízí získání matematické gramotnosti. Žáci by si měli během plnění základní školní docházky osvojit určité pojmy, algoritmy, terminologii, symboliku a způsoby jejich využití. (RVP, str. 29)

Je otázkou, zda jsou cíle v RVP skutečně stanoveny tak, aby bylo v silách škol efektivně je naplnit. Při počátečním vytváření ŠVP se řada škol inspirovala vzdělávacím programem Základní škola. S tímto trendem jsem se seznámila při vlastní praxi i rozhovorech s učiteli různých škol. Původní osnovy, které učitelům vyhovovaly, se pouze přetransformovaly do podoby ŠVP. Dále se pak program upravoval podle aktuálních potřeb. Velká část učitelů se řídí tím, jak jsou koncipované učebnice, které mají k dispozici, a na jejich základě sestavili ŠVP.

Co se týče tématu funkce, na některých základních školách se v současné době učí pouze funkce lineární, zatímco na jiných školách stále zůstávají i funkce kvadratické či dokonce goniometrické. To, že z některých škol postupně mizí výuka kvadratických a goniometrických funkcí, můžeme brát jako důsledek nedostatku času pro probrání těchto témat, nízkého procenta pochopení ze strany většiny žáků či absence těchto témat v RVP.

3.2.4.1 Funkce na ZŠ v současném pojetí RVP

Spojitost mezi klíčovými kompetencemi a učivem matematiky na základních školách rámcově vzdělávací program žádným způsobem nestanovuje. Najdeme v něm, jaké cíle má žák v oblasti funkcí dosáhnout, tato informace je zde ovšem velmi strohá. Dovednosti pro učivo funkce jsou v RVP ZV (2010) zařazeny do tematického okruhu *Závislosti, vztahy a práce s daty*. Učivo, které je zahrnuto pod téma funkce, je:

- pravoúhlá soustava souřadnic,
- přímá úměrnost,
- nepřímá úměrnost,
- lineární funkce.

Mezi očekávané výstupy pak spadá:

- Žák určuje vztah přímé anebo nepřímé úměrnosti.
- Žák vyhledává, vyhodnocuje a zpracovává data.
- Žák vyjádří funkční vztah tabulkou, rovnicí, grafem.
- Žák matematizuje jednoduché reálné situace s využitím funkčních vztahů.

3.3 PŘEHLED ZMĚN V KURIKULÁRNÍCH DOKUMENTECH ZÁKLADNÍHO VZDĚLÁVÁNÍ V ČR ZAMĚŘENÝ NA TÉMA FUNKCE

Ročník / Rok	7. ročník	8. ročník	9. ročník
1979	Zobrazení Funkce Definiční obor Obor hodnot	Kvadratická funkce Nepřímá úměrnost Úvod do racionální lomené funkce	-

	Graf funkce Lineární funkce	Goniometrické funkce	
1990	-	Funkce Definiční obor Obor hodnot Graf funkce Lineární funkce a její vlastnosti Určení rovnice lineární funkce z grafu Kvadratická funkce Goniometrické funkce	-
2000	-	-	Pravoúhlá soustava souřadnic Funkce Definiční obor Obor hodnot Přímá úměrnost Lineární funkce Kvadratická funkce Nepřímá úměrnost Goniometrické funkce

2007	-	-	Pravoúhlá soustava souřadnic Funkce Přímá úměrnost Nepřímá úměrnost Lineární funkce

Z tabulky je vidět, že postupem času bylo učivo týkající se funkcí zhuštěno do jednoho ročníku a učiva výrazným způsobem ubylo. Dříve byly cíle konkrétněji definovány, rozvíjelo se více matematických dovedností. Využívalo se k tomu ale spíše procedurálních postupů.

Současné kurikulární dokumenty často postrádají souvislost mezi tím, co a jak učit, a mezi rozvíjením klíčových kompetencí. To má za následek, že učitelé často sami nevědí, jak se ke vzdělávání svých žáků postavit. Hrozí, že zkušení učitelé se budou i nadále držet zaběhnutých stereotypů.

3.4 SHRNUTÍ – MOMENTÁLNÍ STAV VÝUKY FUNKCÍ NA ZŠ

Je zřejmé, že změny v přístupu ke vzdělávání jsou nevyhnutelné. Společnost se neustále vyvíjí a nároky na dosažené schopnosti a dovednosti žáků se v závislosti na této skutečnosti mění. Tradiční výuka, která se zakládá především na sdělování a předávání poznatků, nepřipravuje žáky pro plnohodnotný život v současné společnosti. Stále rostoucí množství informací a možnosti jejich využití, používání stále novějších technologií, potřeba neustálého přizpůsobování se novým trendům nás nutí k určitým změnám v přístupu ke vzdělávání. Frontální výuka, předávání návodných postupů nebuduje u žáků schopnost řešit každodenní problémy, samostatně myslet a rozhodovat se, ačkoliv je jak pro žáky, tak pro jejich učitele zcela jistě pohodlnější.

V současné době je často pozorovatelný fakt, že vědomosti nabyté v matematice jsou čistě formální, postrádají souvislosti, zařazení do systému a schopnost aplikovat tyto poznatky při řešení konkrétních praktických problémů je nízká. Konkrétně u učiva o funkcích to dokazují výzkumy, které popisují schopnost funkčního myšlení u žáků (Eisenmann, Kopáčková, 2006). Na středních školách tento trend pokračuje. Tyto potíže se týkají především obtížnějších témat v matematice. Funkce bezesporu mezi taková témata patří.

Učivo týkající se funkcí je momentálně ve většině základních škol soustředěno do 9. ročníku. Mezi největší problémy tohoto obtížného tématu patří formální zavádění nového pojmu, postrádající aplikační problémy a příklady z běžného života, které by žákům umožnily snazší pochopení obtížného učiva. Dalším nedostatkem je absence projektové výuky, která je pro toto téma velmi vhodná (Budínová, 2010). Umožňuje žákům podívat se na celé téma z pohledu, který je jim srozumitelný. Pro to, aby žák dobře pochopil pojem funkce, nestačí, aby dokázal z funkčního předpisu sestavit tabulku a s pomocí této tabulky sestrojil graf. Dokonce ani nestačí, že je žák schopen popisovat vlastnosti funkcí nebo zjišťovat funkční hodnoty z grafu. Důležité je, aby žák měl osvojené používání algebry, práci s proměnnými a aby chápal vztah závislosti mezi určitými stavy. To od žáka vyžaduje schopnost nahlédnout do složitějšího typu abstrakce, než doposud potřeboval.

Při výstavbě funkcí je proto dobré držet se následujících tří principů (Bransford, Donovan, 2005, str. 397):

1. **Výstavba nových vědomostí na základě již existujících vědomostí a prekonceptů.** Se stejnou úlohou může mít žák problémy, pokud je její zadání formulováno matematicky, a může ji vyřešit zcela intuitivně, vztahuje-li se ke konkrétnímu problému, který je pro žáka dobře představitelný.
2. **Potřeba porozumění pojmu funkce a používání jejích nástrojů ve správném kontextu.** Stále preferované procedurální techniky učitelů,

které jsou zaměřené na pamětné osvojení matematických dovedností, mají často za následek nepochopení učiva, nepropojení dalších souvislostí. Proto je důležité, aby během výuky docházelo k osvojení nových pojmů/postupů, pochopení a následnému automatickému používání pojmů/postupů.

3. **Využívání metakognitivních procesů.** Žák ví o svých nabytých poznatcích a dokáže je využít. Je schopen hodnotit způsoby, jakými řeší problémy a vyhodnocovat svá řešení.

Stále více škol si tuto skutečnost uvědomuje a zamýšlejí se nad dalšími možnými způsoby výuky, které se více zaměřují na konstruktivistické přístupy. Žák je hlavním subjektem vzdělávání, ne učitel, ne učivo. A to je v podstatě i myšlenka TDS. Učitel již není mentorem, hlavním koordinátorem, ale stává se jakýmsi průvodcem. Vede své žáky jednotlivými fázemi učiva a pečlivě promyšleným způsobem klade svým žákům do cesty problematické úkoly, otázky, rozvíjí v nich myšlenkové pochody, učí používat terminologii a argumentovat. Teprve poté, co žáci objeví nějakou souvislost, strategii řešení, nový pohled na danou problematiku, učitel dohlédne na správné zařazení tohoto poznatku, potvrdí či vyvrátí vzniklé domněnky, shrne nově nabyté zkušenosti. Celé vzdělávání je tedy více o vzájemném diskutování, objevování, argumentování, ověřování než o memorování.

Co se týče dosahování cílů v matematice žáky základních škol, zatím není k dispozici žádná zpětná vazba, která by nám umožnila zjistit, jak na tom současní žáci jsou, do jaké míry naplňují očekávané cíle stanovené RVP. Momentálně se ale na základních školách sestavují výstupní testy pro žáky 5. a 9. ročníků, které by tuto zpětnou vazbu měly poskytnout.

3.4.1 NEJČASTĚJŠÍ ŽÁKOVSKÉ CHYBY[11]

Vzhledem k neuspokojivým výsledkům, kterých nejenom čeští žáci v oblasti funkcí dosahují, se tímto tématem začala zabývat řada výzkumníků.

[11] Zpracováno podle (Budínová, 2010)

Ti se pomocí svých výzkumů snaží najít efektivní způsoby, které by žákům pomohly dosáhnout lepších výsledků v této oblasti. Pro představu uvádím několik výzkumníků a směr, kterým byl jejich výzkum zaměřen.

Například Miková (2007) se zaměřuje na hledání různých přístupů, které by usnadnili osvojení učiva o vlastnostech funkcí. Eisenman a Kopáčková (2006) se zaměřují na funkční myšlení u žáků, na dynamickou povahu funkcí. Hledají příklady, které vedou k rozvíjení funkčního myšlení. Kubínová (2002) se věnuje problematice projektové výuky a konstruktivistickým přístupům k výuce funkcí.

Výuka funkcí je komplikovaná i v jiných zemích než je Česká republika, proto jsou známy i zahraniční výzkumy, např. výzkum Američanů Carlsona a Oehrtmana (2005). Stejné nedostatky, jaké můžeme pozorovat u českých žáků, bychom našli u řady zahraničních studentů.

Těmito a dalšími jinými výzkumy byly odhaleny především tyto nedostatky:

- Obtížná interpretace předpisu funkce, který je ze strany žáků chápán jako zápis rovnice.
- Konstantní funkce není brána jako funkce, v předpisu funkce se žáci dožadují symbolu x.
- Problém s rozlišením závisle a nezávisle proměnné.
- Zaměření výuky na specifické funkce, zejména lineární – studenti nabývají dojmu, že jiné funkce neexistují.
- Potíže s interpretací grafu funkce, který žáci berou spíše jako obraz fyzikální situace, než jako zobrazení množiny nezávisle proměnných do množiny závisle proměnných. Průsečík dvou křivek pak žáci chápou výhradně jako střet dvou objektů.

3.4.2 *ZPŮSOB NÁPRAVY*[12]

Nejdůležitějším krokem, který by měl vést k lepšímu pochopení učiva o funkcích, je nepochybně dodržování didaktické zásady – samostatnost žáka, která ho vede k intuitivnímu pochopení nového pojmu, a teprve dodatečné zavedení formální definice, začlenění do systému poznatků.

Přirozeným nástrojem může být například projektová výuka, která bude zároveň vycházet z každodenního života žáků (např. zjišťování spotřeby elektrické energie v závislosti na denním čase). Taková činnost u žáků bude rozvíjet funkční myšlení.

Vhodné otázky ze strany učitele také mohou žáky vést k hlubšímu pochopení pojmů. Dáme-li žákovi přesný návod, jak řešit danou úlohu, pouze ho motivujeme k naučení tohoto algoritmu, aniž by došlo k hlubšímu porozumění. Když se poté tento žák s problémovou úlohou setká, nebude možná ani vědět, že poznatek potřebný k jejímu vyřešení má.

Učitel by měl usilovat o to, aby si žáci vytvářeli ucelený a komplexní systém matematických vědomostí.

---

[12] Zpracováno podle (Budínová, 2010)

4 TÉMA „FUNKCE“ VE VYBRANÝCH UČEBNICÍCH ZÁKLADNÍCH ŠKOL POUŽÍVANÝCH V ČESKÉ REPUBLICE

Do této kapitoly jsem zařadila rozbor pěti vybraných učebnic používaných na základních školách v České republice. Hlavním cílem, který jsem u vybraných učebnic sledovala, byly opět funkce a jejich pojetí v dané knize. Především jsem se zaměřila na zavedení nových pojmů, problémové a zajímavé úlohy.

U jednotlivých učebnic je vždy uveden výčet kapitol, které spadají pod téma funkce, následuje charakteristika učebnicového pojetí tématu, způsob zavedení tématu a nakonec některé zajímavé úlohy. V závěru shrnuji klady a zápory, které jsem u dané literatury odhalila.

Následující kapitoly jsou pojmenované podle názvů učebnic a nakladatelství, které je vydalo.

4.1 MATEMATIKA PRO ZÁKLADNÍ ŠKOLY A VÍCELETÁ GYMNÁZIA, FRAUS

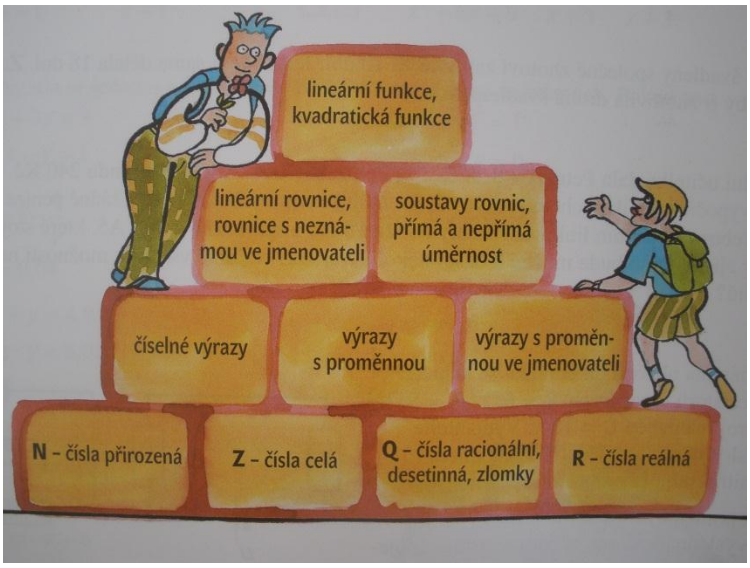
4.1.1 KAPITOLY

- Opakování – grafy, rovnice, přímá a nepřímá úměrnost
- Co jsou funkce?
- Některé funkce podrobněji
    - Přímá úměrnost a lineární funkce
    - Další funkce – nepřímá úměrnost
    - A nakonec kvadratická funkce
- Co musíme vědět

- Zkouška znalostí

4.1.2 CHARAKTERISTIKA

V učebnici jsou připomenuty některé situace z běžného života, ve kterých se s funkcemi setkáváme, navzdory tomu, že dosud nevíme, že jde o funkce. Na začátku tématu o funkcích je znázorněna pyramida pojmů a pyramida dovedností, které potřebujeme znát, abychom novou látku mohli pochopit. Učebnice je psaná stylem: příklady → vysvětlení. Po stranách učebnice jsou místy otázky, které přesahují téma matematiky a utvrzují žáky v tom, že dané téma nevyužijí pouze v hodinách matematiky. Učebnice je doplněna také pracovním sešitem.



Obr. 6. Důležité pojmy, potřebné k osvojení nové látky (str. 64)

Obr. 7. Dovednosti potřebné k osvojení nové látky (str. 64)

4.1.3 ZAVEDENÍ FUNKCÍ

První dvě úlohy ze sekce opakování jsou věnované pravoúhlé soustavě souřadnic a práci s ní. Není zde žádným způsobem vysvětleno, jak postupovat. Od žáků se očekává intuitivní práce. Další úlohy vycházejí z již nabytých vědomostí, které by žáci měli mít. Úlohy jsou zaměřeny na velmi rozdílné reálné situace, se kterými se v běžném životě setkáváme.

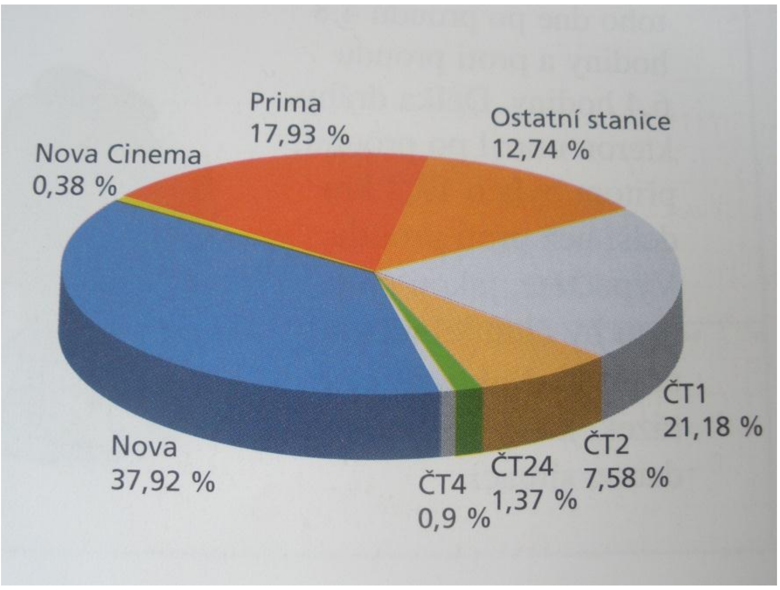
Kapitola *Co jsou funkce?* začíná opět úlohami. Následuje shrnutí dosavadních znalostí (přímá úměrnost) a začlenění nových poznatků (závislost, přiřazení právě jedné hodnoty), definice pojmu funkce, rozlišení mezi grafem funkce a grafem, který není funkcí. Možné interpretace funkce a vlastnosti funkcí jsou naopak nejprve vysvětleny, teprve poté doplněny vhodnými úlohami.

4.1.4 ZAJÍMAVÉ ÚLOHY

- Na obrázku je graf měnového kurzu, který zveřejnila Česká národní banka. Co všechno umíme z grafu vyčíst?

Obr. 8. Graf k úloze (str. 65)

- Vysvětlete, co znázorňuje koláčový diagram, a převeďte údaje do sloupcového diagramu.



Obr. 9. 24hodinový podíl na divácké obci dospělých – rok 2008 (str. 65)

- Váza má tvar kvádru a je naplněna vodou o objemu 240 ml do výšky 6 cm. Jaká výška vody bude ve váze, když do ní nalijeme vodu o objemu a) 300 ml, b) 600 ml? Připravte tabulku, která bude udávat vztah mezi výškou vody v nádobě a jejím objemem od 0 litru do 1 litru.

4.1.5 *KLADY A ZÁPORY*

Mezi klady této učebnice patří dle mého názoru řada praktických úloh, naznačená provázanost mezi dalšími odvětvími běžného života, zařazení práce s počítačem. Žáci jsou vedeni k intuitivní práci, k vlastnímu zkoušení, objevování a ověřování. Konkrétně téma funkce je zde zavedeno příjemným způsobem, příklady jsou voleny tak, aby žáci viděli souvislosti s reálnými situacemi. Velmi kladně hodnotím počáteční pyramidy, které nabízejí možnost sebereflexe – žák si sám pro sebe může zhodnotit, kde má nedostatky a co mu může činit problémy.

K záporům této učebnice podotknu, že z mého pohledu začínajícího učitele působí učebnice mírně chaoticky. Myslím, že učitel, který pracuje s touto knihou, má hodně práce s přípravou na hodinu a musí pečlivě rozmýšlet, kdy zařadit které úlohy, definice atd. tak, aby hodina měla „hlavu a patu" a žáci si z ní odnášeli skutečně důležité poznatky. V definici funkce zde autoři uvádějí, že *„Funkce f je předpis, který každému číslu x z nějaké množiny přiřazuje právě jedno číslo y."* Myslím, že tato formulace není zcela správná a místo *právě jedno y* by zde mělo být *nejvýše jedno y.* Popřípadě by šlo nahradit slovní spojení *z nějaké množiny* termínem *z jejího definičního oboru.* Nakonec mě překvapilo vyčlenění přímé úměrnosti z lineárních funkcí. Domnívám se, že přímá úměrnost je jednou z možných lineárních funkcí. Postrádám zde alespoň zmínku o intervalech.

4.2 MATEMATIKA 9, II. DÍL, PROMETHEUS

4.2.1 *KAPITOLY*

- Definice funkce
- Graf funkce
- Lineární funkce a její vlastnosti

- Další funkce
- Užití funkcí při řešení úloh z praxe

4.2.2 CHARAKTERISTIKA

Učebnice není na první pohled ničím výjimečná. Funkce zde tvoří první kapitolu. Při zběžném prolistování mě zaujalo velké množství textu, což pro učebnice matematiky nebývá typické. Kniha je barevně jednotvárná. Kapitoly jsou řazeny systematicky a přehledně. Učebnice je sestavena dle schématu: definice → příklad → vysvětlení.

4.2.3 ZAVEDENÍ FUNKCÍ

V této učebnici se začíná definicí funkce a zavedením pojmů definiční obor a obor hodnot. Následující příklady jsou vzápětí vyřešeny a dopodrobna vysvětleny. Součástí první kapitoly je také vysvětlení intervalů v souvislosti s množinami, jejich zápis a grafické znázornění. Kapitola Graf funkce je opět zahájena definicí. Následují řešené příklady, které zahrnují již probrané pojmy definiční obor, obor hodnot. Nechybí příklady na rozlišení grafu funkce a „nefunkce“. Následuje kapitola Lineární funkce, zde je nejprve uveden příklad, který by měl připomenout již dosažené vědomosti, následuje definice lineární funkce, příklady, vlastnosti a druhy lineárních funkcí.

4.2.4 ZAJÍMAVÉ ÚLOHY

- Zapište funkci, která každému přirozenému číslu menšímu než 6 přiřazuje číslo, které je o tři větší, než je jeho dvojnásobek. Určete obor hodnot této funkce.
- Nákladní auto vyjelo z Prahy a jelo po dálnici směrem na Břeclav stálou rychlostí 80 km/h. a) Určete funkci, která vyjadřuje závislost vzdálenosti auta od Prahy na jeho době jízdy za předpokladu, že jsme čas začali měřit v okamžiku, kdy auto bylo již 40 km od Prahy a od tohoto okamžiku jelo ještě tři hodiny. b) Sestrojte graf této funkce.

- Bez sestrojování grafu funkce rozhodněte, které z bodů [1, 1], [-1, 1], [0, 4] leží na grafu lineární funkce $y = -3x + 4$.

4.2.5 *KLADY A ZÁPORY*

Při práci s touto učebnicím kladně hodnotím především její přehlednost a systematičnost. Úlohy jsou zde vzorově řešené, což také může začínajícímu učiteli usnadnit práci. Tuto učebnici doporučuji jako vhodný studijní materiál pro samostudium.

Na druhou stranu to, že jsou zde úlohy vzorově vyřešené, nevyvolává u žáka potřebnou míru samostatnosti, schopnosti objevovat a navrhovat nové postupy. Chybí zde více úloh na interpretaci dat, čtení a orientaci v grafu.

4.3 MATEMATIKA S BETKOU PRO 8. ROČNÍK ZÁKLADNÍ ŠKOLY, SCIENTIA

4.3.1 *KAPITOLY*

- Jak popisujeme závislosti
- Rostoucí a klesající závislosti
- Přímá úměrnost
- Lineární závislost
- Ne každá závislost je lineární
- Úměrnost může být i nepřímá
- Znáte trojčlenku?
- Funkce, to jsou závislosti
- A ještě nakonec – funkce tangens

4.3.2 CHARAKTERISTIKA

Tato učebnice se liší od ostatních především skladbou jednotlivých kapitol, jejichž názvy zas až tolik nevypovídají o tom, jaké téma se v ní bude řešit. Dle autorů je to záměr. Nechtějí odradit žáky složitými a nesrozumitelnými termíny hned na začátku, nejprve je s nimi seznamují prostřednictvím běžných situací. Celou knihou provází žáky Betka, její rodina a kamarádi. Funkce jsou v cyklu těchto učebnic, na rozdíl od ostatních, zařazeny již v šestém ročníku. Autoři ale nepoužívají termín funkce, mluví se zde o závislostech. Neznamená to však, že by v devátém ročníku funkce již nebyly probírány. Celé toto obsáhlé téma je žákům dávkováno postupně, v přirozených souvislostech. Téma funkce je zde svázáno s pojmem závislosti. Autoři zde žákům předkládají nejprve úlohy, teprve poté vysvětlení nových pojmů, smyslu práce. Učebnice předpokládá velkou míru samostatnosti ze strany žáků. Je doplněna pracovním sešitem.

4.3.3 ZAVEDENÍ FUNKCÍ

Téma funkce je zde od začátku spojeno s pojmem závislosti. Hned v úvodu autoři nabízejí různé reálné příklady závislostí, předkládají žákům dvě úlohy a následně vysvětlují pojmy závisle a nezávisle proměnná. Následují úlohy, které ukazují různé způsoby popisování závislostí. Jako další je kapitola o rostoucích a klesajících závislostech, kde je opět nejprve uvedeno několik příkladů, poté shrnutí a opět příklady. Kapitola o přímé úměrnosti je koncipována stejným způsobem, zde se žáci poprvé seznamují s pojmy definiční obor a obor hodnot. Následuje téma lineární závislost. Všechny kapitoly jsou bohaté na příklady, které žákům připomenou skutečné situace, do kterých se dostávají, či mohou dostávat.

4.3.4 ZAJÍMAVÉ ÚLOHY

- Uveďte příklady závislostí popsaných

  a) tabulkou, b) grafem, c) diagramem, d) rovnicí, e) slovy.

- Rozhodněte, které z následujících závislostí jsou přímými úměrnostmi. Závislost:
  - obvodu čtverce na délce jeho strany,
  - spotřeby elektrické energie na počtu zapnutých elektrických spotřebičů,
  - délky dráhy, kterou ujede cyklista v daném čase, na jeho rychlosti,
  - stáří člověka a jeho výšky,
  - data narození člověka a jeho rodného čísla,
  - obsahu trojúhelníku se stranou a = 5 cm na jeho výšce,
  - průměrné denní teploty na kalendářním dni v roce.
- Betka dostává každý týden kapesné 30 Kč, z toho pravidelně 9 Kč uspoří. Popište závislost:
  - výše Betčina kapesného na čase,
  - jejích úspor na čase,
  - částky, kterou dostane jako kapesné, na čase.

4.3.5 KLADY A ZÁPORY

Učebnice obsahuje obrovské množství příkladů, které pracují s reálnými situacemi. Toto uspořádání nutí své čtenáře přemýšlet, zkoušet, dokazovat a vysvětlovat. Celá kniha je doplněna obrázky, které ji tvoří zajímavější a atraktivnější pro žáky.

Jsem přesvědčena, že pracují-li s touto učebnicí či stylem, který učebnice nabízí, žáci od prvního stupně, je pro ně velkým přínosem, protože je učí dívat se na problém z různých úhlů, argumentovat.

Pro začínajícího učitele se může zdát kniha složitá a nepřehledná, ovšem je to jen o ochotě strávit nad přípravou více času, rozmyslet si pořadí a typ úloh, vědět, jakého cíle chceme dosáhnout. Tato učebnice může při správném zacházení podporovat u žáků samostatnost, kreativní myšlení, hravost.

4.4 MATEMATIKA [2] PRO 9. ROČNÍK ZÁKLADNÍ ŠKOLY, PROMETHEUS

4.4.1 KAPITOLY

- Funkce
    - Závislosti, přiřazování, předpisy
    - Co je (a co není) funkce
    - Úlohy na závěr
- Lineární funkce
    - Přímá úměrnost
    - Lineární funkce a její graf
    - Rostoucí funkce a klesající funkce
    - Lineární funkce v praxi
    - Úlohy na závěr
- Ze světa nelineárních funkcí
    - Kvadratická funkce
    - Nepřímá úměrnost
    - Úlohy na závěr

4.4.2 CHARAKTERISTIKA

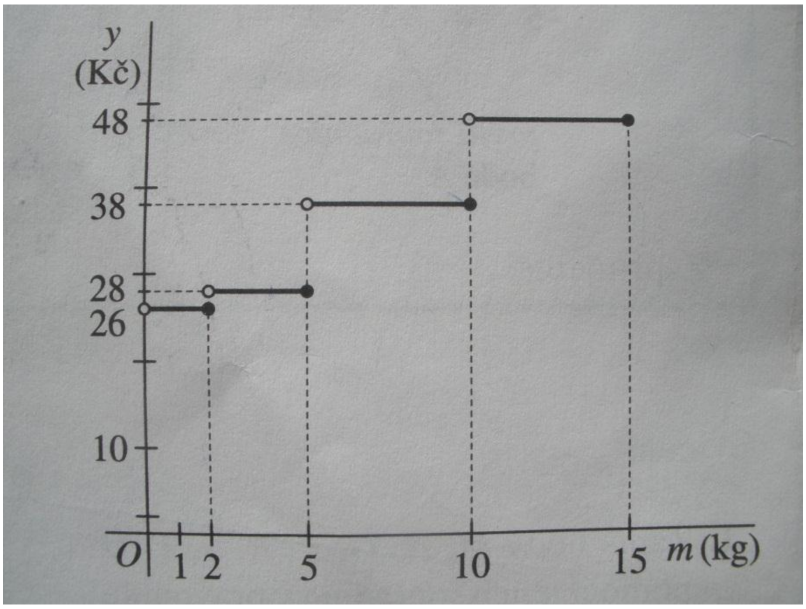
Tato učebnice zavádí nové téma vždy pomocí krátkého výstižného příkladu/příběhu doplněného návodnými otázkami. Tyto otázky by žáci měli být schopni zodpovědět na základě dosavadních znalostí. To by mělo žákům ulehčit vhled do nové látky. Poté zpravidla následuje definice, zavedení nového pojmu a úlohy na procvičení. Témata v této učebnici jsou tedy brána podle schématu: ověření vědomostí potřebných k pochopení tématu → definice → příklady a úlohy.

4.4.3 ZAVEDENÍ FUNKCÍ

Úvodním tématem pro zavedení funkcí je v této učebnici pravoúhlá soustava souřadnic a práce s ní, což by pro žáky 9. ročníků mělo být opakováním. Následují úlohy, které ověří, zda jsou žáci schopni číst údaje z grafu. Předkládány jsou především úlohy, se kterými se běžně setkáváme v reálných situacích. Aniž by to bylo zmíněno, učebnice ukazuje různé způsoby určení funkcí (předpis, tabulka, graf). Funkce je zde definována jako *předpis, podle kterého je každému číslu přiřazeno nejvýše jedno číslo* či *předpis, podle kterého je každému číslu z definičního oboru funkce přiřazeno jedno číslo*. Střídají se zde úlohy vyžadující použití „selského rozumu“ s úlohami, které ověřují čistě matematické dovednosti, postupy.

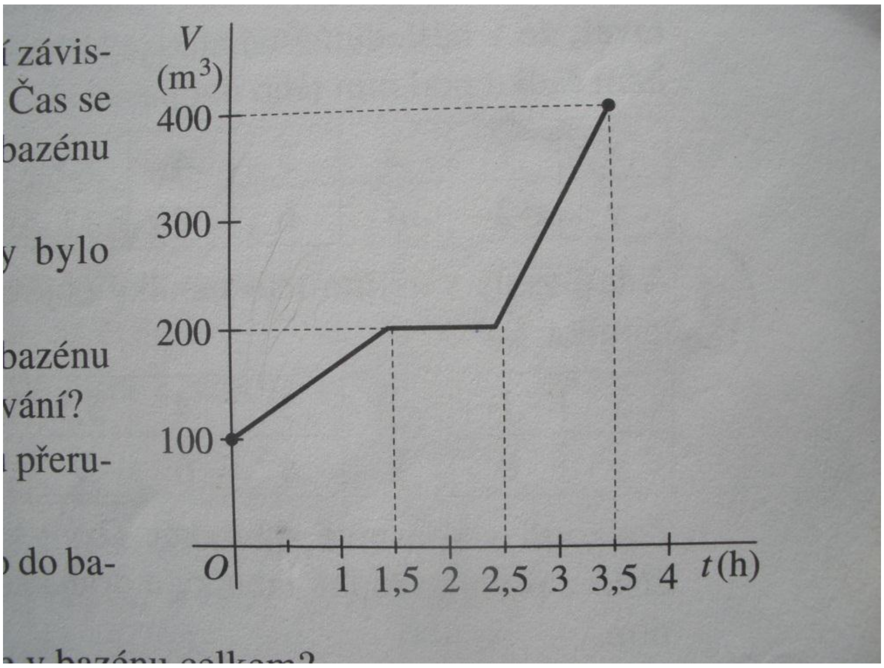
4.4.4 ZAJÍMAVÉ ÚLOHY

- Poplatky za balíky. Na obrázku je znázornění závislosti poplatku za poslání obyčejného balíku na jeho hmotnosti. Plné černé kolečko znamená, že tento bod do grafu patří; prázdné kolečko označuje bod, který do grafu nepatří.
  - Kolik korun zaplatíš za podání balíku o hmotnosti 4 kg?
  - Kolik korun stojí poslání balíku o hmotnosti 8,5 kg?
  - Kolik korun stojí poslání balíku o hmotnosti 10 kg?
  - Jakou nejvyšší hmotnost může mít balík posílaný z pošty?
  - O kolik korun zaplatíš víc za balík o hmotnosti 10,5 kg než za balík o hmotnosti 9,8 kg?



Obr. 10. Poplatky za balíky (str. 4)

- Plnění bazénu. Na obrázku vidíš grafické znázornění závislosti objemu vody v bazénu na čase. Čas se začal měřit na počátku doplňování bazénu vodou.
  - Kolik krychlových metrů bylo v bazénu na počátku plnění?
  - Kolik krychlových metrů bylo v bazénu za 1,5 hodiny od počátku doplňování?
  - Na jak dlouho bylo plnění bazénu přerušeno?
  - Kolik krychlových metrů přiteklo do bazénu za poslední hodinu plnění?
  - Kolik krychlových metrů vody je v bazénu celkem?



Obr. 11. Plnění bazénu (str. 5)

- Uveď alespoň dvě lineární funkce, pro které platí: Hodnota funkce přiřazená číslu 2 je 3.
- Je osa *x* soustavy souřadnic *Oxy* grafem některé konstantní funkce? Kterým vzorcem je dána?
- Uveď příklad lineární funkce, jejíž graf prochází bodem [-2, 1], a která je a) rostoucí, b) klesající.

4.4.5 KLADY A ZÁPORY

Myslím si, že tato učebnice obsahuje vyvážený počet úloh z reálných situací a úloh procvičujících matematické dovednosti. Kladně hodnotím především způsob zavádění nových pojmů, kdy nejprve žáci musejí zavzpomínat na učivo z minulosti. Učebnice je doplněna řadou obrázků, které vhodně doplňují úlohy a činí je pro žáky atraktivnějšími. Za klad učebnice považuji i závěrečné shrnutí celého tématu.

V učebnici zcela chybí alespoň zmínka o intervalech, definiční obor a obor hodnot zde žáci zapisují pomocí vlastnosti množiny. Chybí zde úlohy typu: Zjisti, zda daný bod leží na grafu funkce. Sestroj graf funkce v daném definičním oboru a urči obor hodnot.

4.5 MATEMATIKA PRO 9. ROČNÍK ZÁKLADNÍ ŠKOLY, 1. DÍL, SPN

4.5.1 KAPITOLY

- Pojem funkce
- Graf funkce
- Lineární funkce
- Nepřímá úměrnost
- Kvadratická funkce $y = ax^2$
- Funkce s absolutní hodnotou

4.5.2 CHARAKTERISTIKA

Tato učebnice mě zaujala především tím, že tématu funkce zde předchází kapitola Podobnost, pod kterou jsou zahrnuty také goniometrické funkce. V ostatních učebnicích jsou tato témata v pořadí Funkce – Podobnost. V této učebnici je ve všech kapitolách patrné schéma: definice → příklady.

4.5.3 ZAVEDENÍ FUNKCÍ

Téma funkce je zde, pominu-li kapitolu Goniometrické funkce, poprvé zmíněno až na závěr, jako poslední velké téma. Kapitola je zahájena poměrně obsáhlým textem, který pojednává o provázanosti funkcí s goniometrickými funkcemi, přímou a nepřímou úměrností, fyzikou a naznačuje provázanost i s dalšími oblastmi reálného světa. Následuje definice funkce, definičního oboru a oboru hodnot. Příklady a úlohy, které jsou zde nachystány, jsou ve většině případů vzorově vyřešeny. Téma graf funkce také začíná definicí. V této části jsou uvedeny různé grafy funkcí i „nefunkcí“, žáci mají zdůvodňovat, pro kterou možnost a proč se rozhodli. Další jsou témata lineární funkce, kam spadají vlastnosti funkcí, přímá úměrnost a konstantní funkce. Nakonec přichází nepřímá úměrnost, kvadratická funkce a funkce s absolutní hodnotou.

4.5.4 ZAJÍMAVÉ ÚLOHY

- Rovnoramenný trojúhelník *VXY* má obvod 20 cm. Vyjádřete rovnicí funkci *f*, která vyjadřuje závislost délky jeho základny *y* cm na délce jeho ramene *x* cm.
- Narýsujte od ruky alespoň dva grafy, které: a) jsou grafy funkcí, b) nejsou grafy funkcí.
- Paní Horynová koupila v úterý 15 citronů. Každý den počínaje středou spotřebovala tři citrony. Vyjádřete rovnicí a grafem funkční závislost počtu citronů *c* na počtu dnů *d*. Určete též definiční obor a obor hodnot této funkce a rozhodněte, zda je tato funkce rostoucí nebo klesající. Ve kterém dni spotřebovala paní Horynová poslední trojici citronů?

4.5.5 KLADY A ZÁPORY

Tato učebnice obsahuje velké množství příkladů, což je jejím plusem. Témata jsou řazena přehledně.

Grafická úprava není pro současné žáky bohužel ničím zajímavá, chybí zde motivační obrázky a praktické úlohy. Kromě úvodní strany k tématu funkce nenabízí učebnice žádnou úlohu, která by nutila žáky interpretovat data, číst z grafu.

5 UČITELÉ ZÁKLADNÍCH ŠKOL – PRŮZKUM ZAMĚŘENÝ NA VÝUKU FUNKCÍ

Mým původním záměrem bylo nasbírání dostatečného množství materiálů od učitelů matematiky na základních školách. Oslovila jsem proto všechny základní školy v okrese Příbram a požádala o předání mé prosby učitelům matematiky. Konkrétně jsem se zajímala o jejich přípravy na hodiny matematiky, jejichž hlavním tématem jsou funkce, především jejich zavedení. Také jsem chtěla zjistit, jaké mají časové rozvržení témat, kterým se během probírání učiva o funkcích věnují. Dále jsem se ptala na učebnice, které při výuce využívají, na spokojenost s jejich obsahem. Mé další dotazy směřovaly k ověřování cílů a zdrojům materiálů využívaných při hodinách.

K mému zklamání na mé dotazy reagovali pouze čtyři učitelé, ani ti však nezodpověděli všechny otázky. Proto jsem se rozhodla pro dotazníkové šetření prostřednictvím internetu.

Jelikož od původního záměru, kdy jsem chtěla udělat podrobný rozbor příprav, porovnat přístupy k výuce, časové rozložení a další, uplynuly zhruba dva měsíce, přehodnotila jsem otázky směřované na učitele matematiky základních škol.

Dotazník byl tedy stále zaměřen na výuku funkcí na základních školách v České republice. Konkrétně jsem se zaměřila na:

- délku praxe ve školství,
- pohled na obtížnost tématu funkce pro žáky,
- registraci změn ze strany MŠMT,
- zapracování změn do učiva matematiky,
- učebnice, které učitelé využívají,

- materiály/zdroje využívané k přípravám i přímé výuce,
- způsoby vyučování.

Cílem dotazníkového šetření bylo zjistit, jak se dotazovaní dívají na výuku funkcí na základní škole, jak hodnotí, zohledňují a přijímají změny, ke kterým za několik posledních let v souvislosti s výukou funkcí docházelo. Nakonec jsem zjišťovala, jakým tématům v oblasti funkcí učitelé věnují čas, odkud čerpají materiály a jaký způsob výuky upřednostňují.

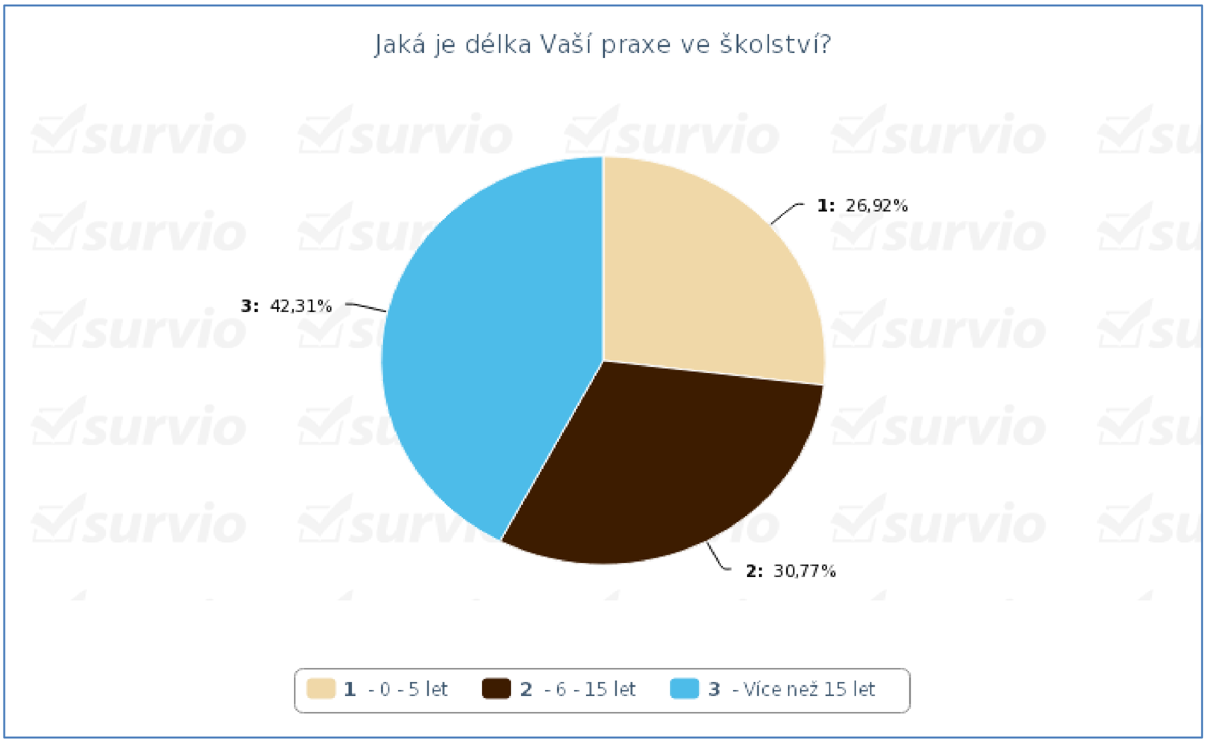
Dotazník zodpovědělo celkem 26 respondentů. Dotazník byl vytvořen a distribuován skrze internetový portál http://my.survio.com. Grafy, které jsou obsaženy v této práci, byly zpracovány prostřednictvím portálu survio.cz, proto je na jejich pozadí logo společnosti.

5.1 DÉLKA PRAXE VE ŠKOLSTVÍ

První otázkou dotazníku byla délka praxe ve školství, přičemž nebylo rozlišeno, zda jde o praxi na základní škole, střední škole, či jiném stupni škol. Respondenti měli na výběr z možností 0 – 5 let, 6 – 15 let a více než 15 let.

Z výsledků vyplynulo, že na dotazník odpovídalo 42% učitelů, kteří mají praxi delší než 15 let, 31% učitelů, jejichž délka praxe se pohybuje v rozmezí 6 – 15 let a nakonec 27% učitelů s praxí kratší než 6 let.

.



Obr. 12. Diagram znázorňující procentuální rozložení délky praxe respondentů ve školství

5.2 OBTÍŽNOST TÉMATU FUNKCE PRO ŽÁKY ZÁKLADNÍCH ŠKOL Z POHLEDU UČITELŮ

Osobně vnímám učivo o funkcích jako složité pro většinu žáků. Z vlastní zkušenosti vím, že si žáci neumí pod pojmem funkce představit nic konkrétního. V rozhovoru s bývalými žáky devátého ročníku jsem na otázku: „Co si pamatujete z učiva o funkcích?“ dostala následující odpovědi:

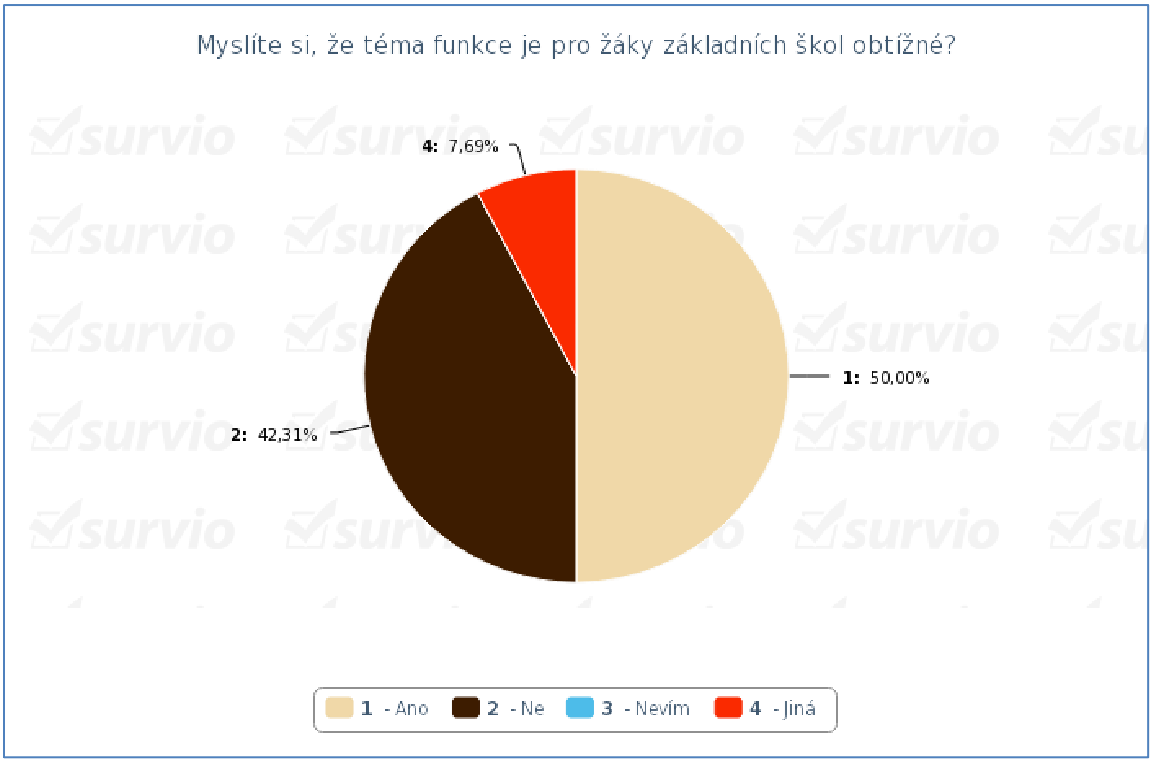
- *„To je takovéto s těmi osami x a y.“*
- *„To mi nešlo a nebavilo mě to.“*
- *„Dělali jsme tam tabulky a grafy.“*
- *„Graf funkce to byl, když ty body nebyly nad sebou.“*
- *„Grafem byly přímky nebo body. A nebo ještě ty… paraboly.“*

Z odpovědí je patrné, že si žáci pamatují, co konkrétního sestrojovali (grafy), počítali (hodnoty do tabulek), co bylo, či nebylo grafem funkce. To, že ve skutečnosti funkce reprezentují závislosti a vztahy, si žáci z hodin neodnesli.

Učitelé, kteří odpovídali na otázky dotazníku, se v pohledu na obtížnost učiva pro žáky, dělí na dvě skupiny,

58% učitelů odpovědělo „ano“ na dotaz, zda si myslí, že téma funkce je pro žáky základních škol obtížné. Zbylých 42% učitelů si to naopak nemyslí. Dva z respondentů rozvedli svou odpověď:

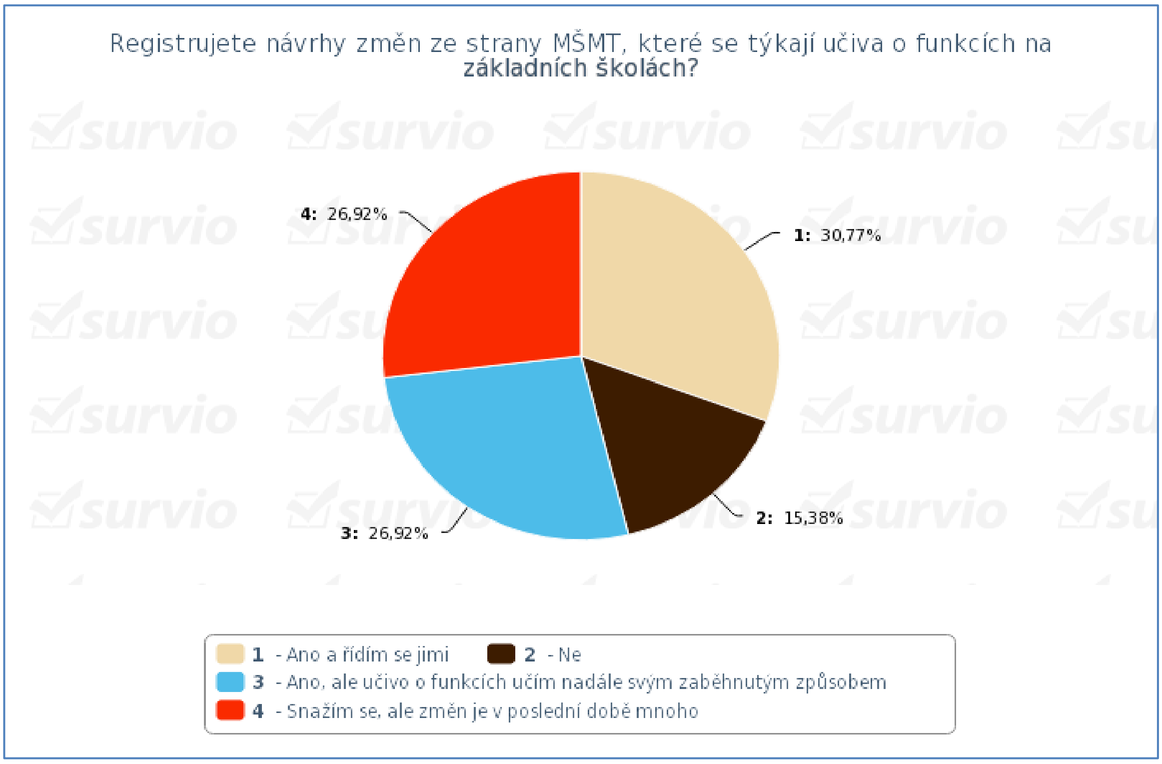
- „Ano, protože je to pro ně příliš abstraktní.“
- „Ano, protože jsou čím dál pohodlnější.“



Obr. 13. Diagram znázorňující rozložení odpovědí učitelů na otázku týkající se žákovského vnímání obtížnosti učiva o funkcích

5.3 ZMĚNY TÝKAJÍCÍ SE UČIVA O FUNKCÍCH NA ZÁKLADNÍCH ŠKOLÁCH

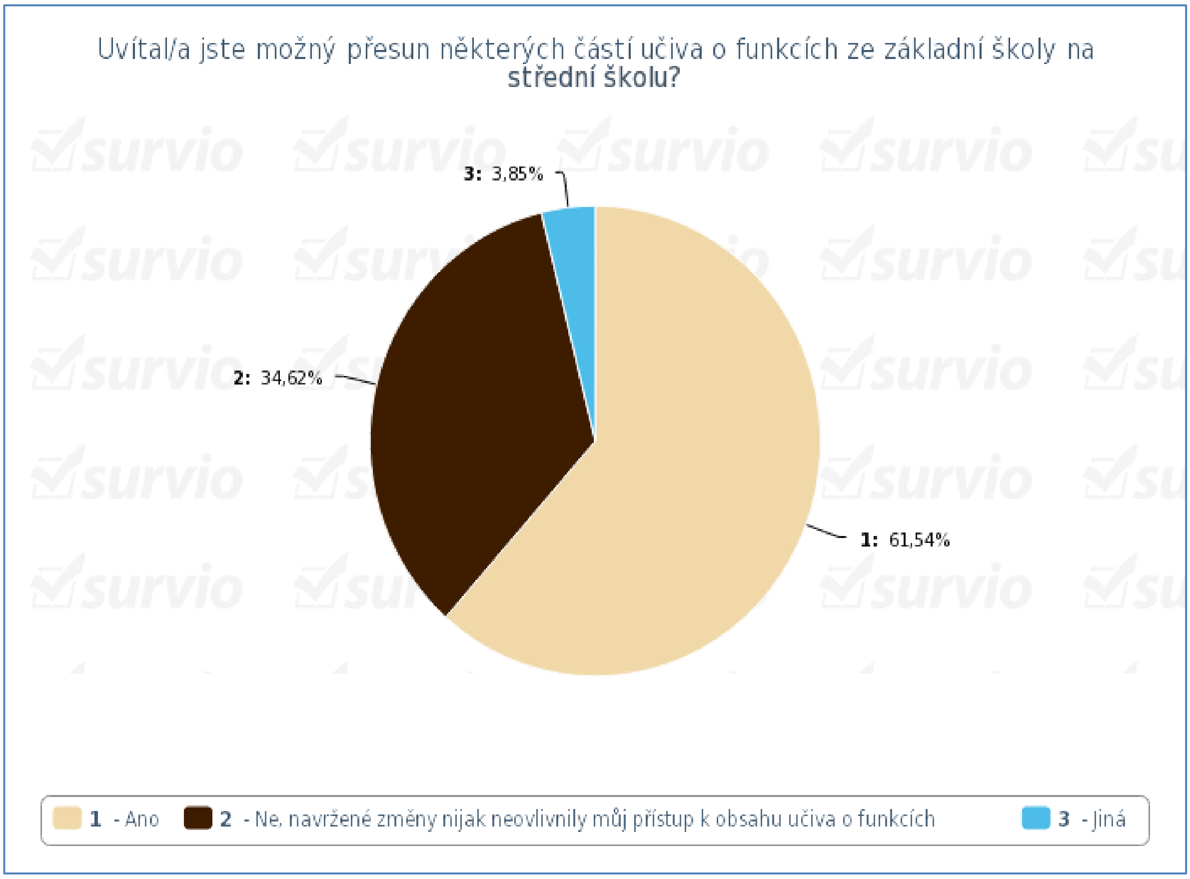
Protože patřím mezi začínající učitele, snažím se sledovat veškeré změny, návrhy a doporučení ze strany MŠMT. Během mého studia na gymnáziu a posléze vysoké škole, došlo k řadě změn v kurikulárních dokumentech týkajících se nejen základního vzdělávání. Z rozhovorů s ostatními učiteli matematiky, z nichž někteří jsou stejně jako já teprve na začátku, jiní už jsou zkušenými učiteli s dlouholetou praxí, jsem vyvodila, že změny většina z nich registruje, ne vždy se jimi však řídí a jsou jim nakloněni. V dotazníkovém šetření jsem se tedy také dotazovala, zda učitelé registrují návrhy změn ze strany MŠMT týkající se konkrétně tématu funkce na základní škole. Zde už respondenti využili celou škálu nabízených možností. Z 26 odpovídajících učitelů odpovědělo 31% učitelů, že změny sledují a řídí se jimi. 15,38% respondentů změny nesledují. 27% respondentů změny sleduje, ale neřídí se jimi a nakonec 27% odpovídajících se snaží změny sledovat, ale změn je dle jejich názoru za poslední dobu mnoho.



Obr. 14. Diagram znázorňující registraci změn ze strany MŠMT učiteli ZŠ

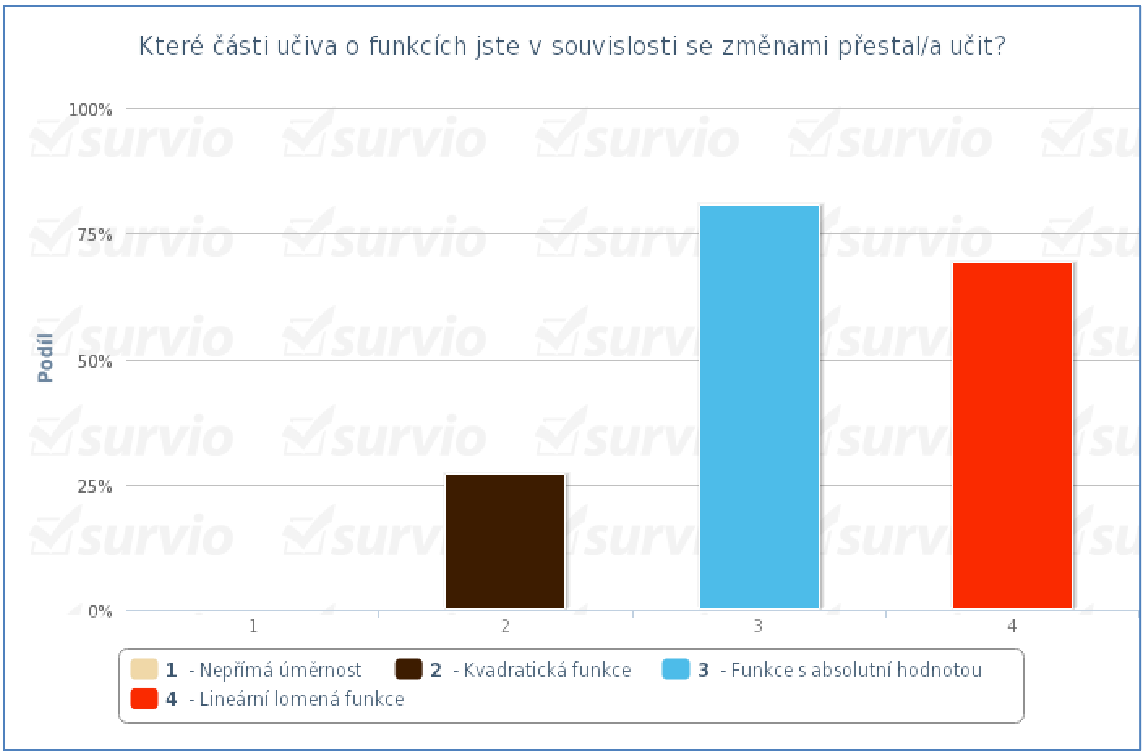
5.4 CO UČIT A CO NE?

Rámcový vzdělávací program umožnil učitelům základních škol vypustit některé části učiva o funkcích, které bylo do doby před zavedením RVP pro základní školy závazné. Proto jsem se rozhodla zjistit, jak se k možnosti tohoto odsunutí části učiva na střední školy staví samotní učitelé základních škol. Z průzkumu vyplynulo, že 63% učitelů tuto možnost uvítalo, 33% učitelů nebylo změnami žádným způsobem ovlivněno a dále učí funkce ve stejném rozsahu. Zbývající 4% respondentů odpověděli, že změny uvítali, protože tím získali více času na probrání učiva.



Obr. 15. Diagram znázorňující odpovědi na hodnocení možnosti přesunutí částí učiva o funkcích ze ZŠ na SŠ

V souvislosti s předchozí otázkou, jsem zjišťovala, které konkrétní oblasti učiva o funkcích přestali učitelé základních škol vyučovat. Do nabízených odpovědí jsem zařadila témata, která jsem sama jako žákyně základní školy probírala, dnes však jejich probírání RVP ZV nenařizuje. Těmito tématy jsou: nepřímá úměrnost; kvadratická funkce; funkce s absolutní hodnotou; lineární lomená funkce. Z odpovědí dotazovaných vyplynulo, že 78% přestalo věnovat svůj čas funkcím s absolutní hodnotou, 70% učitelů přestalo probírat lineární lomené funkce a 26% učitelů nyní neučí kvadratické funkce. Nepřímou úměrnost nepřestal probírat žádný z dotazovaných učitelů.



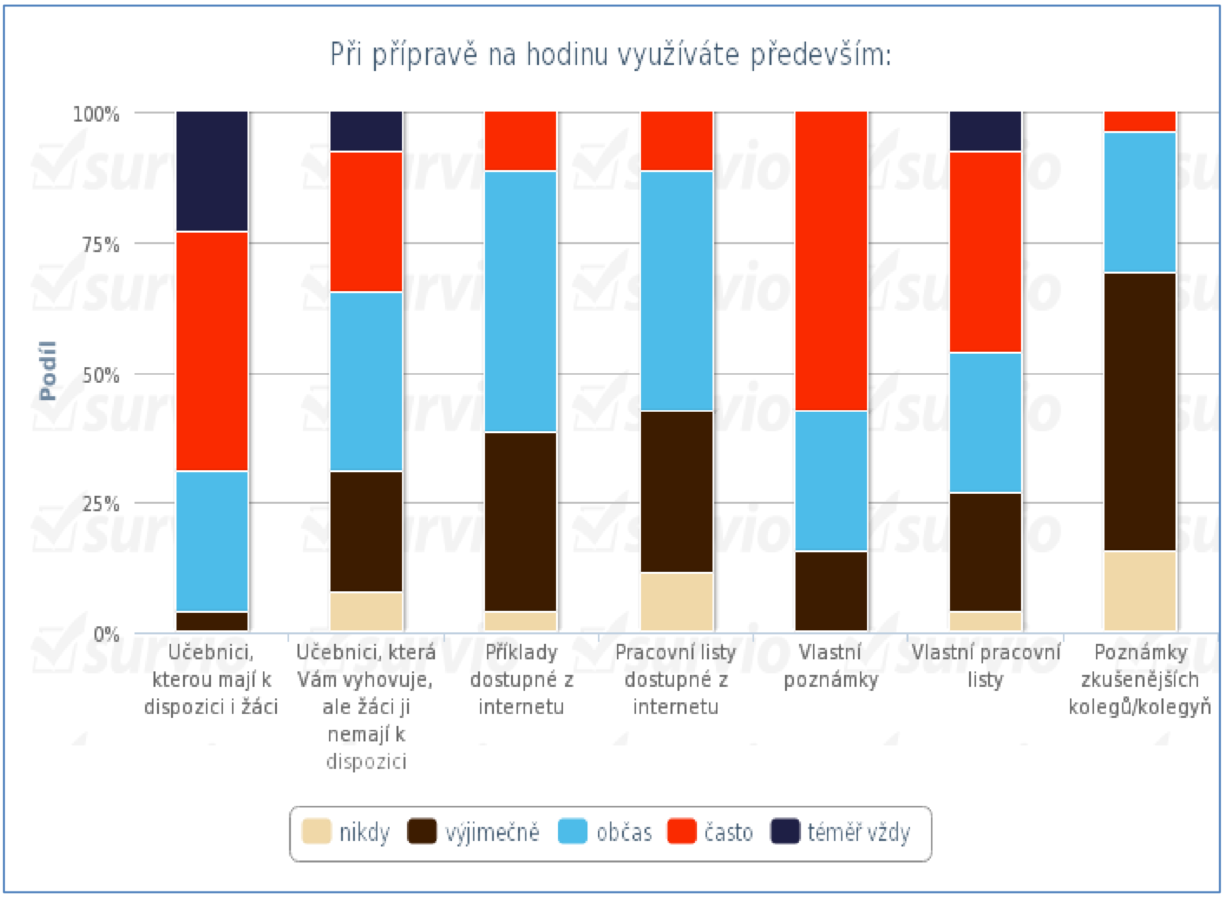
Obr. 16. Diagram znázorňující části učiva o funkcích, které učitelé ZŠ přestali učit v souvislosti se změnami ze strany MŠMT

5.5 UČEBNICE

Protože pro řadu učitelů mají velký význam také učebnice, které jejich žáci používají, můj další dotaz směřoval právě k nim. Z vlastní zkušenosti vím, že učebnice, kterými daná škola disponuje, nelze obměňovat tak, jak si konkrétní učitel usmyslí. Nákup novějších, kvalitnějších učebnic, které by držely krok s aktuálními potřebami žáků, je bohužel nad finanční možnosti většiny škol. Zajímalo mě tedy, kterou konkrétní učebnici používají učitelé, kteří odpovídali na dotazník. Odpovědi respondentů se zde velmi lišily. Většina z nich, tedy 63%, pracuje s učebnicí Matematika [2] pro 9. ročník (Odvárko, Kadleček; nakl. Prometheus), 18,5% respondentů pracuje s učebnicí Matematika pro 9. ročník základní školy (Trejbal; nakl. SPN). Zbývajících 18,5% učitelů zvolili jinou možnost, například Matematika pro víceletá gymnázia (Herman), Matematika 9 (Půlpán, Čihák; SPN) a další.

5.6 PŘÍPRAVA NA HODINU

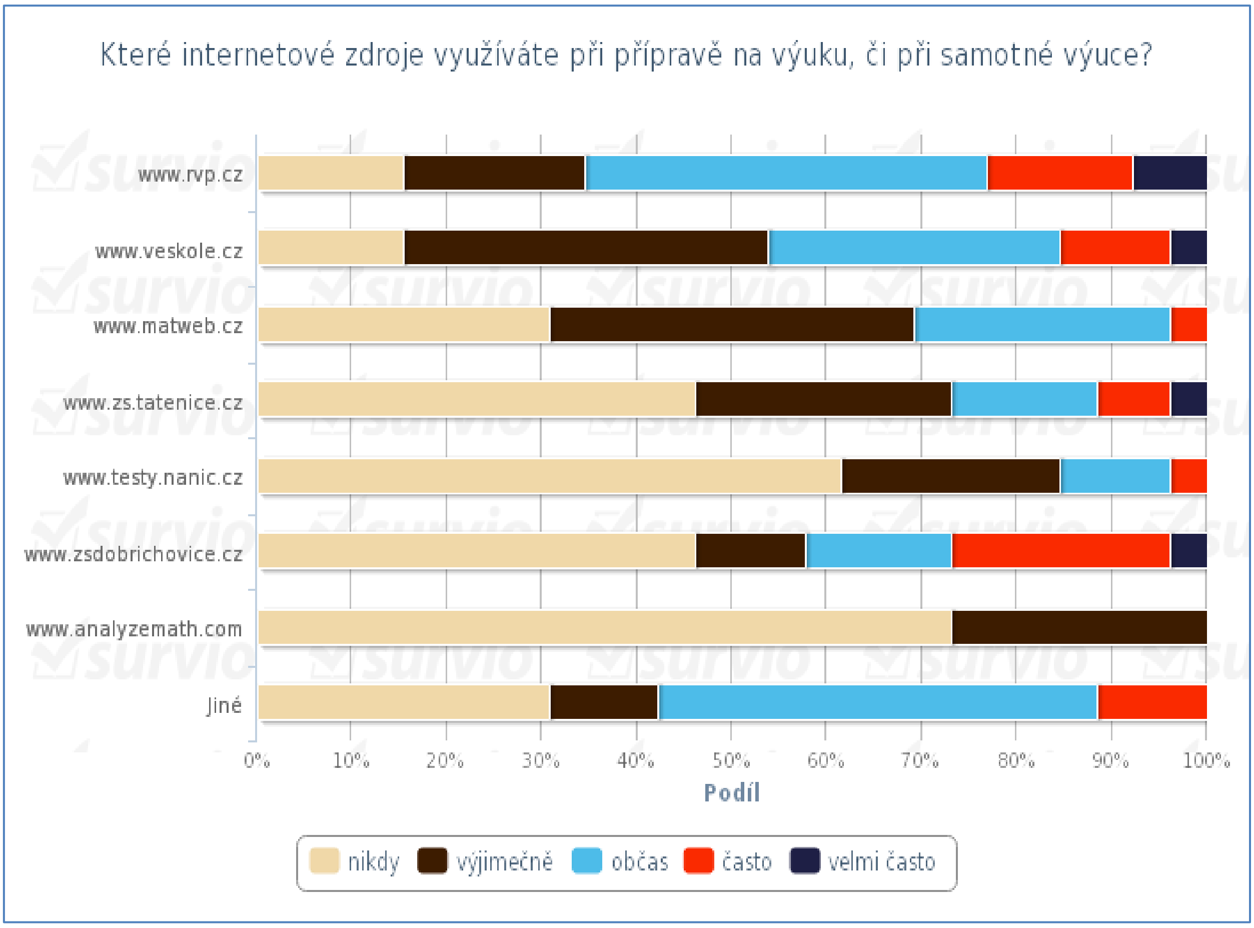
V souvislosti s učebnicemi, které mají k dispozici žáci i učitelé, mě zajímalo, zda učitelé sahají i po jiných zdrojích při svých přípravách na hodiny. Nabízené možnosti jsem volila dle svých vlastních zkušeností, protože sama vyhledávám různé zdroje a možnosti pro přípravy na hodiny. Z následujícího diagramu vyplývá, kolik procent respondentů využívá daný zdroj a jak respondenti hodnotí četnost využívání těchto zdrojů.



Obr. 17. Diagram znázorňující zdroje využívané při přípravě na hodiny a četnost jejich užívání ze strany učitelů

5.7 INTERNET JAKO ZDROJ INFORMACÍ

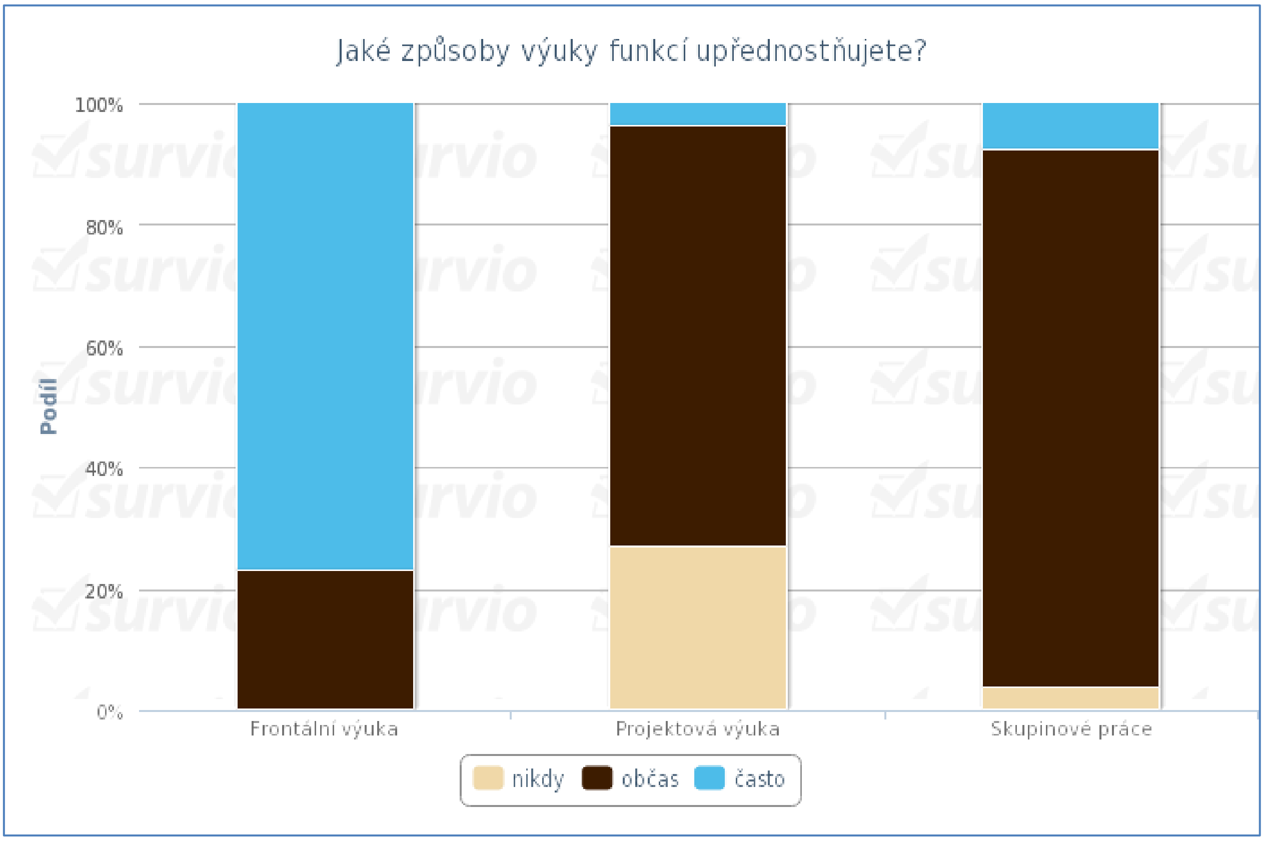
V dnešní době je internet jedním z nejvýznamnějších zdrojů informací a materiálů, které se dají dobrým způsobem využít při výuce. Existuje velké množství portálů, stránek škol, či osobních stránek samotných učitelů, kde se dá čerpat z volně dostupných materiálů, nápadů či zkušeností. Můj další dotaz tedy směřoval právě k těmto zdrojům, které učitelé mají možnost využívat nejen pro přípravu na vyučování, ale i při samotné výuce. Nabídku jsem sestavila vzhledem k možnostem, které nabídl internetový vyhledávač po zadání termínu: funkce na základní škole, materiály k výuce. Odpovědi respondentů jsou shrnuty v následujícím diagramu.



Obr. 18. Diagram znázorňující internetové zdroje využívané při přípravě na vyučovací hodiny či při samotných hodinách a četnost jejich užívání ze strany učitelů

5.8 ZPŮSOB VÝUKY

Jelikož hlavním tématem experimentální části této práce je zavedení funkcí u žáků 9. ročníku základní školy s využitím TDS, kdy žáci pracují ve skupinách, bez vedení a pomoci učitele, poslední dotaz šetření byl zaměřen na způsob výuky, který učitelé při výuce funkcí upřednostňují. Osobně si myslím, že začlenění skupinových prací, projektů či podnětných úkolů, má pro žáky obrovský motivační efekt, že je celé téma více pohltí a donutí je se zamýšlet nad danou problematikou z různých pohledů, hledat různé strategie řešení, domlouvat se a vzájemně se ovlivňovat. Následující graf shrnuje odpovědi učitelů na otázku, které způsoby výuky funkcí upřednostňují.



Obr. 19. Diagram znázorňující upřednostňované způsoby výuky funkcí ze strany učitelů

6 EXPERIMENT

6.1 ÚVOD, DŮVODY

6.1.1 *VOLBA FUNKCÍ*

Jako hlavní téma pro svou diplomovou práci jsem zvolila funkce na druhém stupni základních škol.

Toto téma je pro mnoho lidí neoblíbené. Ti, co mají základní školu za sebou, hodnotí funkce jako obtížné a jako „to, co nikdy moc nepochopili". Žáci, kteří mají funkce před sebou, si pod nimi neumějí dost dobře představit, co je čeká. Název jim připadá složitý. Přitom nás všechny provázejí životem různé zákonitosti, vztahy, závislosti, které chápeme jako docela běžné a obyčejné záležitosti. Tyto záležitosti se dají do matematického jazyka shrnout právě pod pojmem funkce. Z tohoto důvodu vidím jako důležité, aby žáci dokázali téma správně uchopit a naučili se mu porozumět. Provází je celým životem. Tato oblast matematiky může pomoci pochopit provázanost matematiky a různých reálných situací.

Funkce na základní škole vnímám jako velmi rozsáhlé téma, které se objevuje, ačkoli ne takto pojmenované, už od první třídy. Zde se začíná pomalu připravovat půda pro různé závislosti. Kdo z vás si vybaví „početní trychtýře" či „početní hady", do kterých se doplňovalo vhodné číslo, aby byl předem daný výsledek správný? Vzpomínáte na otázky učitelek/učitelů: „Kolik jablíček si bude moct maminka koupit za 10 Kč? Na čem záleží?". Takto se spolu se stupňující obtížností podobných úloh propracují žáci na druhý stupeň. Zde se většina setkává v matematice poprvé s pojmem graf. Seznamují se s pravoúhlou soustavou souřadnic, učí se hledat v jízdních řádech, číst údaje z grafů, diagramů. V 7. ročníku se již žáci seznamují s přímou a nepřímou úměrností. A nakonec přicházejí v 9. ročníku funkce. Najednou se zdá, jako by toto téma byla zcela nové, dosud netknuté a tudíž obtížné. Můžeme jen spekulovat, proč tomu tak je. Učitel nepřipomene, co všechno už vlastně žáci znají, nenabídne návodné otázky, „nepolidští" téma. Nebo žáci konzumují jedno téma za druhým, aniž by uvažovali nad provázaností, nad souvislostmi, které spojují to, co už znají dávno, s tím, co se jim právě odkrývá?

Z těchto důvodů, jsem si vybrala funkce. Na jednu stranu jsou obtížné a těžko představitelné, na druhou stranu je známe a chápeme od poměrně nízkého věku. Záleží, zda jsou zrovna probírané při vyučování matematiky, nebo s nimi pracujeme přímo při řešení nějaké reálné situace?

6.1.2 VOLBA METODY TDS

Jako hlavní problém u (nejen) dnešních žáků vnímám neprovázanost znalostí a dovedností mezi jednotlivými úseky, tématy učiva. Nejen u na první pohled velmi šikovných žáků, kteří sbírají „jednu jedničku za druhou", je vidět, že jsou schopni se danou látku naučit a po dobu probírání tohoto úseku ji bez problému ovládat. Ovšem stačí pár měsíců, kdy se probírá látka jiná, a tito žáci většinu nabytých dovedností a znalostí zase ztrácí.

Další bolestnou záležitostí pro učitele matematiky bývá zpravidla otázka ze strany žáků: „K čemu mi to jednou bude?" Žáci se domnívají, že to, co se učí ve školách, je pro ně nedůležité, nepoužitelné. Nesnažím se tvrdit, že se v životě neobejdou bez umění narýsovat lichoběžník, použít Pythagorovu větu či upravit lomený výraz. Vždy se jim proto snažím vysvětlit, že to, co určitě využijí, je logické myšlení, umění podívat se na problém z různých úhlů, vyhodnotit situaci a zvolit správný postup řešení. A v kterém jiném předmětu se tyto dovednosti trénují víc, než v matematice? Mým cílem proto je, aby žáci vnímali matematiku jako předmět, který je učí myslet logicky, systematizovat, objevovat, přemýšlet o svých objevech a propojovat objevené souvislostmi.

6.2 PŘÍPRAVA EXPERIMENTU

6.2.1 HRA NEBO SLED PRACOVNÍCH ÚKOLŮ

Pro experiment a téma celé diplomové práce jsem zvolila funkce. Vedlo mě k tomu několik důvodů. Během studia matematiky na Pedagogické fakultě Univerzity Karlovy v Praze jsem se na funkce několikrát zaměřila v rámci jiných předmětů. Dalším důvodem je již zmiňovaný pohled společnosti na výuku funkcí, její problematičnost. Na počátku tedy stálo téma. Čím více informací jsem získávala o TDS, tím obtížnější mi přišlo připravit hru, která by vedla žáky k dosažení určitých poznatků. Nakonec jsem se rozhodla pro sestavení matematické rallye.

6.2.2 MATEMATICKÁ RALLYE

Jedná se o skupinově organizovanou práci. Skupiny žáků procházejí jednotlivými stanovišti a řeší navzájem provázané úkoly problémového charakteru. Tyto úkoly jim mají pomoci odhalit některé matematické poznatky, které dosud žáci neměli. Pro vyřešení úkolů musejí žáci vynaložit určité úsilí a prokázat jisté znalosti. Tímto způsobem nabydou poznatky a zkušenosti nové. Ty jim pak umožní formulovat obecnější vědomosti. (podrobněji v: Růžičková, 2012)

Pro výukovou část jsem tedy zvolila sled pracovních úkolů. Nedodržela jsem přesnou formu myšlenky matematické rallye, kdy žáci přecházejí od jednoho stanoviště k druhému, ale sestavila jsem pracovní listy, v nichž jednotlivé úlohy simulovaly stanoviště, kterými měli žáci procházet. Téma funkce jsem zúžila především na zavedení funkcí, přičemž jsem slovo funkce nahradila závislostmi, vztahy.

Tomuto tématu předcházely tři týdny, během kterých jsme se zabývali řešením soustav dvou lineárních rovnic o dvou neznámých. Již tady jsem se snažila žáky připravit na samostatnou práci v hodině. Standardní učebnicové úlohy jsem střídala se slovními úlohami, které žáky velice bavily. Netrvala jsem na použití některé z metod, vedoucí k řešení. Slovní úlohy jsem přijímala i řešené pomocí úvah, obrázků. Součástí hodin se stalo také vymýšlení soustav rovnic či slovních úloh, které se dali řešit pomocí soustav.

První z pracovních listů, které jsem sestavila, navazoval právě na téma soustavy dvou lineárních rovnic o dvou neznámých. Úkolem však nebylo pouze vyřešení soustavy, ale také další práce s výsledkem. Žáci by si měli připomenout, jak se pracuje s pravoúhlou soustavou souřadnic, jaké podobné úlohy již během plnění základní školní docházky vypracovávali. Navíc by si měli uvědomit jistou provázanost mezi získanými vědomostmi a úkoly, jejichž vyřešení od nich očekávám během práce na jednotlivých stanovištích.

6.2.3 EXPERIMENTÁLNÍ SKUPINA

Experiment jsem prováděla v 9. ročníku ZŠ Bratří Čapků v Příbrami. Devátý ročník je zde jen jeden, navštěvuje jej 25 žáků. Jedná se o žáky spíše prospěchově slabší. Nutno však podotknout, že kázeňsky jsou naopak nadprůměrní. Vyučuji v této třídě od září 2012 matematiku a chemii. Žáci jsou pečliví a snaživí. Bohužel když dojde na ověřování předpokládaných cílů, dosahují průměrných až podprůměrných výsledků. Samozřejmě jsou zde i výjimky, celkově však vnímám třídu jako slabší. Oni sami nemají o svých matematických schopnostech vysoké mínění, což považuji za jeden z důvodů jejich častých neúspěchů. Zajímalo mě, jak přijmou TDS. Věřím, že pokud posune tato metoda kupředu slabší žáky, nebudou s ní mít problémy ani žáci nadanější.

6.2.4 POZADÍ EXPERIMENTU

Experiment proběhl ve čtyřech po sobě následujících pracovních dnech a to 28.2.2013, 1.3.2013, 4.3.2013 a 5.3.2013, vždy v hodinách matematiky. Pro první den experimentu jsem záměrně zvolila čtvrtek, protože třída má matematiku první hodinu. Předpokládala jsem proto lepší soustředěnost a „naladění“ pro trochu jiný druh práce, než na který jsou zvyklí. V závěru středeční hodiny, která předcházela experimentu, jsem žákům sdělila, že v následující hodině budu potřebovat vytvoření skupinek. Poprosila jsem žáky, aby byli již na začátku příští hodiny připravení a usazení dle mých pokynů. Ve třídě jsem jim zanechala rozdělení žáků do skupin.

Rozdělení do skupin byl trochu problém. Samozřejmě jsem musela zohlednit míru schopnosti řešení matematických problematických úkolů, ambice jednotlivých žáků. Nesměla jsem podcenit vztahy ve třídě. Ne každý by byl ochotný pracovat v jedné skupině s kýmkoliv. Nakonec se mi podařilo sestavit jednotlivé týmy tak, aby v každém družstvu byl někdo matematicky zdatný, někdo vůdčí, někdo schopný argumentovat.

Druhá hodina experimentu proběhla v pátek druhou vyučovací hodinu a dokončení práce se uskutečnilo v pondělí, pátou vyučovací hodinu. Při dokončování už byli žáci značně roztěkaní a nesoustředění, což jsem přikládala pozdní vyučovací hodině, a zřejmě svou roli sehrála i stupňující se obtížnost předkládaných úkolů. Poslední den experimentu připadl na úterý. V tento den jsme se věnovali shrnutí. Procházeli jsme jednotlivé úkoly a skupinky si navzájem sdělovaly, jakým způsobem problém řešily, proč si nevěděly rady, co by jim případně pomohlo.

V rámci experimentu jsem sestavila matematické rallye podle zásad TDS. Nyní popíši průběh experimentu tak, jak jsem jej předpokládala. Samotný experiment se od původních předpokladů lišil.

6.3 PŘEDPOKLÁDANÝ PRŮBĚH EXPERIMENTU

Na začátku první hodiny jsem žákům vymezila pravidla následující pracovní jednotky.

Devoluce – stanovení podmínek: Pracovat budete v předem určených skupinách. Poté, co vám rozdám pracovní listy, můžete začít plnit jednotlivé úkoly. Pro případ nouze je pro vás připravena ke každému listu nápověda, ta vám může či nemusí skutečně pomoci. Nápovědu si může zástupce každé skupiny kdykoliv během hodiny vyzvednout u mě na stole. Důležité je pozorně číst, co se od vás očekává, a přemýšlet. Na mě se s dotazy, které se týkají pracovních úkolů, neobracejte. Vyskytne-li se nějaký problém, diskutujte ho v rámci skupiny.

Akce – žáci se pouštějí do vypracovávání listu číslu jedna. Jeho součástí jsou početní úkoly, které by pro ně neměly představovat problém. Rozdělují si jednotlivé úkoly v rámci skupiny.

Formulace – součástí listů jsou také otázky, na které se týmy snaží formulovat své odpovědi.

Validace – po dokončení práce skupin přichází na řadu diskuse mezi jednotlivými skupinami. Řízeně debatují o postupu řešení jednotlivých úloh. Navzájem se snaží přesvědčit o správnosti svého řešení ostatní družstva, nebo naopak připouštějí svou chybu.

V průběhu experimentu jsem sledovala především reakce žáků na novou situaci v hodině, kterou jsem připravila podle TDS. Zajímalo mě, jak přijmou stanovená pravidla, zda se jimi budou schopni řídit. Také jsem byla zvědavá, zda dokáží sami odhalit poznatky, které z práce plynuly. Zda dokáží pracovat samostatně, aniž by jim učitel něco vykládal, vysvětloval, přesvědčoval je.

6.4 STANOVENÍ HYPOTÉZ

Pro experimentální část jsem sestavila sérii čtyř pracovních listů. Od každého z nich jsem očekávala jiný systém dosažených poznatků.

Očekávání obecného charakteru:

- Práce ve skupinách bude žáky bavit.
- Překážku pro některé žáky může představovat fakt, že nemohou ověřit správnost svých objevů u učitele, s tím se však smíří.
- Problémem může být zapojení všech členů skupiny do práce.

- Při nepochopení pokynů hrozí, že žáci na práci rezignují a odmítnou se dále zapojit.

6.4.1 *HYPOTÉZY - PRACOVNÍ LIST ČÍSLO 1*

- Během akce si žáci připomenou práci s pravoúhlou soustavou souřadnic. Zjistí, že řešení soustavy lineárních rovnic lze zaznamenat do soustavy souřadnic. Doplní tabulku závislostí a odhalí provázanost soustavy lineárních rovnic s grafickou podobou.
- Vytvoří zadání úlohy na základě znalosti řešení.
- Tyto poznatky uplatní skupiny při fázi formulace i validace.

6.4.2 *HYPOTÉZY - PRACOVNÍ LIST ČÍSLO 2*

- Žáci si připomenou přímou a nepřímou úměrnost, včetně grafického vyjádření.
- Žáci odhalí podstatu závislosti v matematice, v reálných situacích.

6.4.3 *HYPOTÉZY - PRACOVNÍ LIST ČÍSLO 3*

- Žáci objeví vztah mezi reálnou situací a jejím grafickým vyjádřením.
- Jsou schopni argumentovat a zdůvodňovat své poznatky, čehož opět využívají ve fázi formulace a validace.
- Získávají představu o možných a nemožných znázorněních reálných situací.

6.4.4 *HYPOTÉZY - PRACOVNÍ LIST ČÍSLO 4*

- Žáci přicházejí na základě předchozích zkušeností na to, jak sestavit příběh ke grafu.
- Zjištění, že příběh k druhému grafu vymyslet nejde.

6.5 SAMOTNÝ PRŮBĚH EXPERIMENTU

Experiment proběhl ve čtyřech po sobě následujících hodinách matematiky (čtvrtek, pátek, pondělí, úterý) se žáky 9. ročníku základní školy. První tři hodiny se žáci věnovali skupinové práci, kdy společně řešili zadané úkoly. Třída byla rozdělena na pět skupin po čtyřech a jednu skupinu po pěti členech. Počítala jsem však také s variantou nečekané absence, což se nakonec skutečně stalo. Skupinek tedy bylo šest, jen počet členů se měnil v závislosti na přítomnosti/nepřítomnosti ve škole. Po vysvětlení pravidel dostávali žáci pracovní listy následovně:

- 1. den (čtvrtek) – pracovní list 1.
- 2. den (pátek) – pracovní list 2.
- 3. den (pondělí) – pracovní listy 3 a 4.
- Poslední den (úterý) jsem věnovala společnému podrobnému rozboru jednotlivých úkolů.

Po předchozí dohodě se žáky jsem k jednotlivým skupinám rozmístila nahrávací audio zařízení, pro možnost kvalitnějšího zpracování celého experimentu. Žáci vypadali, že jim tato skutečnost v nejmenším nevadí. Kromě toho byly mými pomůckami pouze pracovní listy (viz níže), které jsem měla natištěné na barevné papíry. Tím jsem měla zajištěné rozpoznávání skupin. Tyto listy jsem po skončení hodiny vždy vybrala.

6.5.1 PRVNÍ HODINA

8:00 – Po příchodu do třídy jsem zapsala do třídní knihy téma hodiny a chybějící žáky. Ve třídě bylo 20 žáků. Všichni věděli, že následující práce se bude lišit od běžných hodin. Seděli ve skupinkách, které jsem jim den před tím stanovila. Skupin bylo celkem šest, čtyři skupinky po třech členech, dvě skupiny po čtyřech. Začala jsem vysvětlením, co je to diplomová práce. Snažila jsem se nenásilně podat, že má práce hodně záleží na jejich přístupu, požádala je o stoprocentní nasazení. Zdálo se, že žáci jsou ochotní mé prosby splnit. Atmosféra ve třídě byla dobrá, přátelská.

8:07 – Přešla jsem k samotným pracovním listům. Zatímco jsem rozdávala listy číslo jedna (obr. 20., 21.) jednotlivým skupinám, pokračovala jsem ve vysvětlování pravidel. Některým žákům přišel vtipný fakt, že se mě nesmějí ptát, že celou hodinu budou pracovat sami. Už to vzbudilo ve skupinkách diskuse. Přicházely dotazy typu: „Co když budu potřebovat na toaletu." Tuto situaci jsem očekávala, samozřejmě jsem jim odchod ze třídy povolila. Dodala jsem, že věřím, že toho nebudou nijak zneužívat. Dále žáky zajímalo, zda vypracované listy budu známkovat. Uklidnila jsem je, že na známky to není. Dodala jsem však, že zapojit se musí všichni ve skupině, protože to, co zjistí během práce na jednotlivých úkolech, jim bude užitečné pro další téma v hodinách matematiky.

8:10 – Každá skupina měla na stole první pracovní list, rozdala jsem jim také kalkulátor a nabídla nápovědu, která byla v případě potřeby k vyzvednutí na mém stole.

8:13 – V tuto chvíli již všechny skupiny pracovaly na zadaných úkolech. Během práce na listech nastávaly ve třídě následující situace:

- Žáci mě volali, abych jim schválila či vyvrátila výsledek prvního úkolu.
- Honza nechápal, k čemu jsou vedle příkladu dvě přímky s šipkami, označené jako x a y.
- Někteří žáci byli přesvědčeni, že počítali špatně, vyšlo-li jim číslo ve tvaru zlomku/desetinného čísla.
- Skupinka Oranžových si stěžovala na obtížnost, nic podobného jsme prý nedělali.
- Karel se ptal, zda mohou komunikovat i mezi skupinami.
- U čtvrtého úkolu jsem pozorovala téměř v každé skupině problém s dosazením záporného čísla.

- Karel se zvedl a přišel si k mému stolku pro jejich první nápovědu, po rozbalení však nebyl spokojený, taková nápověda mu prý nepomohla.

8:21 – až na dvě skupiny si pro nápovědu přišli i ostatní zástupci týmů.

Po zbytek hodiny už probíhala práce ve skupinách bez větších komplikací. Občas se ode mě sice některý z týmů pokusil zjistit, zda postupují správně, sami navzájem si však vzápětí připomněli, že jim nic potvrzovat ani vyvracet nesmím.

8:40 – Upozornila jsem žáky na blížící se konec hodiny. Požádala jsem je, aby dokončili myšlenku, prohlédli si svou práci a pokud mají hotovo, odevzdali.

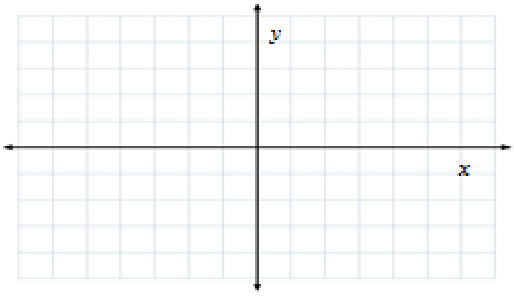
6.5.1.1 Pracovní list 1

Pracovní list 1

PRAVOÚHLÁ SOUSTAVA SOUŘADNIC

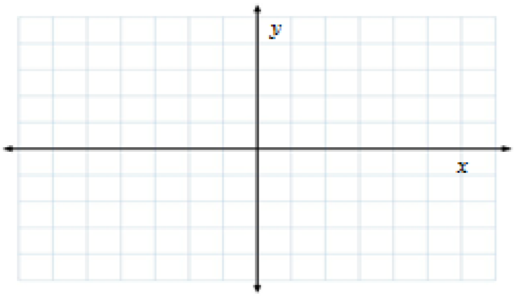
1) Vyřešte soustavu rovnic, řešení zakreslete do soustavy souřadnic.

$$x + y = 5$$
$$-2x + y = 1$$

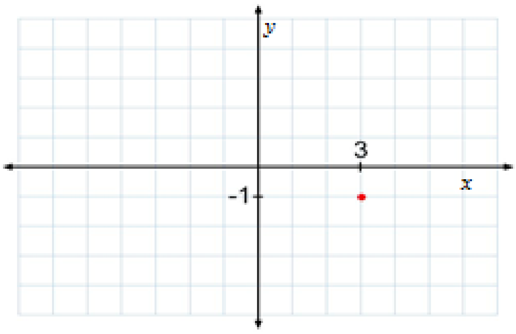


2) Vyřešte soustavu rovnic, řešení zakreslete do soustavy souřadnic.

$$5x + 4y = 2x - 2$$
$$-3y = 3x + 3$$



3) V soustavě souřadnic je dán bod [3;-1]. Sestavte soustavu rovnic, pro kterou bude tento bod řešením. Stručně popište, jak jste postupovali.



Obr. 20. První strana pracovního listu 1

4) Je dána soustava rovnic

$x + y = 6$
$2x - y = 9$

a) Doplňte tabulku, která odpovídá první rovnici, a body zakreslete do soustavy souřadnic. Pokud je lze spojit přímkou, udělejte to.

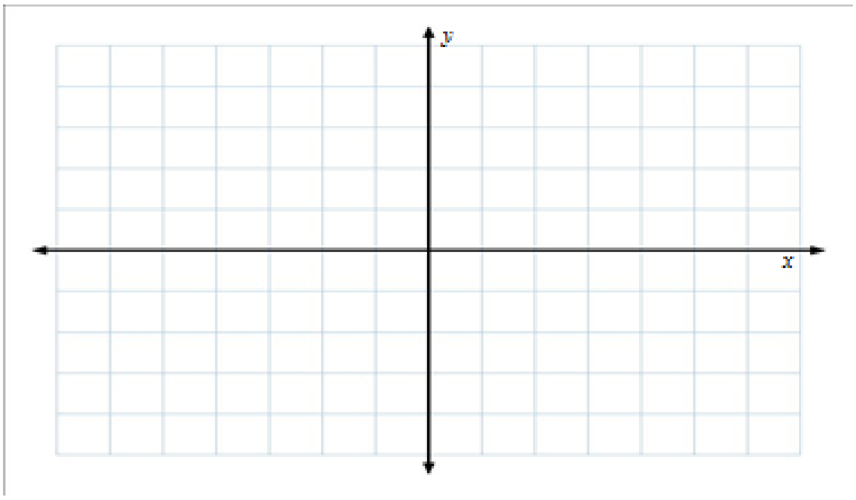
$x + y = 6$

x	-3	-2	-1	0	1	3/2	2	3	4
y									

b) Doplňte tabulku, která odpovídá druhé rovnici, a body zakreslete do stejné soustavy souřadnic jako v a). Pokud je lze spojit přímkou, udělejte to.

$2x - y = 9$

x	-3	-2	-1	-1/2	0	1	2	3	4
y									



c) Pokud se v soustavě souřadnic protnuly dvě přímky, označte místo, kde k tomu došlo.

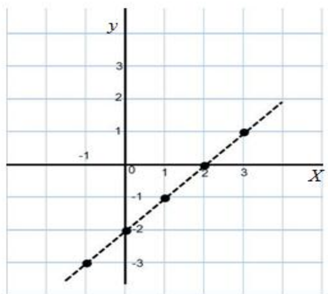
d) Vyřešte soustavu rovnic: $x + y = 6$
$2x - y = 9$

e) Co můžete říct o řešení z bodů c) a d)?

Obr. 21. Druhá strana pracovního listu 1

Nápověda 1.PL

x	-1	0	1	2	3
y	-3	-2	-1	0	1



Obr. 22. Nápověda k pracovnímu listu 1

6.5.1.2 Volba úkolů pracovního listu 1

Jelikož práce navazovala na téma soustavy dvou lineárních rovnic o dvou neznámých, rozhodla jsem se toho využít. Žáky toto téma poměrně zaujalo a s jeho řešením neměli větší problémy. Během probírání této látky jsem se záměrně nezmiňovala o možnosti grafického řešení. To mělo být objevem u prvního pracovního listu experimentu. Mým cílem bylo také připomenutí pravoúhlé soustavy souřadnic a intuitivní práce s ní.

Prvním a druhým úkolem bylo vyřešení soustavy rovnic a zakreslení tohoto řešení do pravoúhlé soustavy souřadnic. První soustava byla sestavena tak, aby řešením nebyla celá čísla. Chtěla jsem pozorovat reakce žáků na toto zjištění. Překvapilo mě, kolik z nich bylo přesvědčeno, že nepočítali správně, když jim nevyšel „hezký“ výsledek.

Třetí úkol byl opačného charakteru. V pravoúhlé soustavě souřadnic byl vyznačen bod a žáci měli sestavit takovou soustavu rovnic, jejíž řešení by tomuto bodu odpovídalo. Opět mě překvapilo, s jakým nepochopením se tato úloha setkala u žáků.

Čtvrtý úkol se také týkal soustav rovnic. Zde měli žáci doplnit tabulky, které odpovídají jednotlivým rovnicím, následně údaje z těchto tabulek zaznamenat do soustavy souřadnic a odtud vypozorovat, že grafické znázornění má cosi společného s řešením početním. Bohužel se ukázalo, že hlavním problémem je zde dosazování záporných hodnot do rovnice. Z toho důvodu pouze jedna skupina správně doplnila tabulky závislostí. Ani tato skupina ale nesestrojila grafickou interpretaci rovnic správně.

6.5.1.3 Výsledky práce jednotlivých skupin

Skupiny byly rozlišeny podle barev. Pracovní listy jsem jim tiskla na barevné papíry, aby nedošlo k záměně například z důvodu opomenutí podpisu. Takto se žáci podepisovat nemuseli. Pro lepší povědomí o skladbě skupin uvedu vždy barvu skupiny, jména členů a za jméno v závorce i známku z matematiky na posledním vysvědčení.

- Žlutí – Liana (2), Karolína (3), Honza C. (2)

- Růžoví – Nikola (1), Ivana (2), Tereza V. (3)
- Oranžoví – Monika (1), Štěpánka (2), Míša (3), Tonda (4), Matouš (4)
- Modří – Tereza T. (1), Anna (2), Honza G. (3), Eliška (2), Petr (3)
- Zelení – Denisa V. (1), Jana (3), Karel (4)
- Červení – Jirka (2), Svitlana (2), Dominik (3), Katka (2)

6.5.1.3.1 *Žlutí*

První soustava rovnic se skupině podařila vyřešit v poměrně krátkém čase. Výsledek zaokrouhlili a zapsali jej v podobě desetinných čísel. Do soustavy souřadnic však bod nezakreslili, pouze přiřadili výslednou hodnotu x k ose x a výslednou hodnotu y k ose y.

Druhá soustava rovnic se skupině nedařila vyřešit. Chtěli uplatnit sčítací metodu, ovšem zapomněli si převést všechna x a y na jednu stranu soustavy. Nakonec soustavu vyřešili a výsledek také znázornili graficky do soustavy souřadnic.

Třetí úkol skupina nevyřešila, nevěděli, jak začít. Zapsali pouze jednu rovnici, ta bohužel neodpovídala danému řešení.

Čtvrtá úloha jim v první části nedělala problém, první tabulku doplnili správně, což přikládám především jednoduchosti první rovnice. I body, které takto získali, správně zakreslili do soustavy souřadnic. Zaujalo mě však, že u zakreslování vynechali bod [0, 6]. Druhá tabulka, a s ní související druhá rovnice, už ovšem činila velké potíže. Skupina neuměla dosazovat záporné hodnoty do rovnice a dostávala se tedy ke špatným výsledkům. Úkoly c) a e) skupina neřešila.

6.5.1.3.2 *Růžoví*

První rovnici vyřešili Růžoví stejně jako skupina Žlutých, výsledek zapsali v podobě desetinných čísel. Do soustavy souřadnic zakreslili výsledek nesprávně.

Druhá rovnice se skupině nepodařila vyřešit vůbec. Většinu práce zde dělala jen Nikola.

Třetí úloha jim přišla nesrozumitelná, vynechali ji.

Čtvrtý úkol začali vyřešením soustavy rovnice, přestože nejprve měli doplnit tabulku. Tabulku doplnili správně s výjimkou bodu x=3/2. Z toho usuzuji, že zlomky jim stále činí potíže. Druhou tabulku skupina vyplnila zcela chybně, opět je zde vidět problém s dosazením záporných čísel do rovnice. Z toho důvodu se skupině nepodařilo dosáhnout očekávaného výsledku v grafickém znázornění soustavy rovnic. Překvapilo mě zde také to, že ačkoliv skupina vyřešila soustavu již na začátku čtvrtého úkolu, znovu ji řešili v bodu d) čtvrtého úkolu. Řešení proběhlo pokaždé jinou metodou.

6.5.1.3.3 *Oranžoví*

Stejně jako předchozí dvě skupiny, i oranžoví vyřešili první soustavu rovnic a výsledek zapsali ve tvaru desetinných čísel. Do soustavy souřadnic zakreslili bod nesprávně – souměrně sdružený podle osy x.

Druhou soustavu rovnic vyřešila skupina také správně. V této úloze již zakreslili bod dobře, dokonce si popsali osy x hodnotami od -3 do 3 a y hodnotami od -2 do 2. Je tedy zvláštní, že u prvního úkolu toto neučinili, nebo alespoň zpětně neopravili zakreslení bodu.

Třetí úkol skupina nevyřešila.

První tabulku ve čtvrté úloze řešili správně, zcela vynechali pole y pro hodnotu x=3/2. Opět je zde vidět neochota pracovat se zlomky. V druhé tabulce je zajímavé, že po dosazení za x hodnoty 0 a 1 skupina dopočítala vždy stejné y. Grafické znázornění bodů z obou tabulek skupina vynechala.

6.5.1.3.4 *Modří*

Skupina modrých vyřešila první soustavu rovnic bez problémů a výsledek zapsala ve tvaru zlomků. Problém jim nedělalo ani grafické znázornění výsledku v soustavě souřadnic.

Druhou soustavu rovnic řešili modří také správně, v závěru však přišla chyba ve znaménku. Dle dosaženého výsledku ale skupina správně zakreslila bod do pravoúhlé soustavy souřadnic.

Třetí úkol skupina nevynechala a s naprostou samozřejmostí zapsala dvě rovnice, kterým odpovídalo řešení znázorněné jako bod v pravoúhlé soustavě souřadnic. Honza, který byl hlavním řešitelem této úlohy, mi sdělil, že je to přece snadné, že si zvolil počet *x*, znaménko a počet *y* a dopočítal výsledek. Celé to pak zapsal jako rovnici, kde místo hodnot *x* a *y* nechal písmenka.

Čtvrtou úlohu řešili bez potíží, hodnoty z první tabulky zaznamenali do soustavy souřadnic a proložili je přímkou. Hodnoty z druhé tabulky byly až na první sloupec spočítány také správně. Po vynesení bodů do soustavy souřadnic se bohužel přímky neprotnuly v očekávaném bodě. Způsobilo to hlavně nepřesné zakreslování jednotlivých bodů. Při opakovaném zadání této úlohy bych proto pozměnila podobu pravoúhlé soustavy souřadnic. Zvolila bych čtverečkovaný podklad a popsala osy *x* a *y* příslušnými hodnotami. Tím bych zabránila možnosti nepřesného zakreslení bodů.

6.5.1.3.5 *Zelení*

První soustava rovnic se skupině Zelených nepodařila správně vyřešit, ale výsledek, který jim vyšel, zakreslili do pravoúhlé soustavy souřadnic dobře.

Druhou soustavu rovnic vyřešili správně. Výsledek v pořádku zakreslili do soustavy souřadnic.

Třetí úlohu nevyřešili, pouze do soustavy souřadnic dokreslili další body.

Čtvrtý úkol řešili Zelení v daném pořadí podúkolů. První tabulku doplnili správně, druhá tabulka jim už činila problémy. Zakreslení odpovídajících bodů do pravoúhlé soustavy souřadnic skupina neprovedla. Z nepochopitelných důvodů však do soustavy souřadnic zakreslili to, co jim bylo poskytnuto jako nápověda. Soustavu rovnic vyřešili správně, zdála se jim být jednoduchá.

6.5.1.3.6 *Červení*

První soustava rovnic byla i v této skupině vyřešena správně, výsledek byl zapsán v podobě desetinných čísel. Zakreslení řešení do soustavy souřadnic bylo v pořádku.

Druhá soustava rovnic nebyla dopočítána správně. Řešení, které skupina spočítala, ale správně graficky znázornila.

Ve třetím úkolu skupina našla jednu rovnici, jejíž řešení byl bod o daných souřadnicích, druhá rovnice bohužel s řešením nekorespondovala.

První tabulka ve čtvrté úloze nečinila skupině problém. S druhou tabulkou to bylo horší, opět dělalo potíže dosazování záporných hodnot do rovnice. Z toho vyplývá, že grafické znázornění neukázalo žádnou provázanost s řešením zadané soustavy rovnic, ke kterému skupina posléze došla.

6.5.1.4 Výsledky stanovených hypotéz

Skupinová práce bez zásahů učitele žáky skutečně bavila. Po počátečním zapálení ale někteří žáci přešli do pasivního stavu, kdy nechali veškerou práci na ostatních členech skupiny. Zpočátku měli žáci problém s tím, že jim nebylo správné/chybné řešení potvrzeno/vyvráceno, ale podle předpokladů se s tímto faktem po chvíli smířili. Některé skupiny skutečně zavrhly řešení jistých úkolů s odůvodněním, že nechápou, co s tím mají dělat.

- *Během akce si žáci připomenou práci s pravoúhlou soustavou souřadnic. Zjistí, že řešení soustavy lineárních rovnic lze zaznamenat do soustavy souřadnic. Doplní tabulku závislostí a odhalí provázanost soustavy lineárních rovnic s grafickou podobou.*

Co se týká pravoúhlé soustavy souřadnic, všechny skupiny prokázaly schopnost intuitivní práce s ní. Po vyřešení soustavy rovnic, ať už správném nebo chybném, dokázali žáci řešení graficky znázornit, přestože nic podobného zatím nedělali. Žádná ze skupin neodhalila provázanost mezi grafickým a početním řešením soustav rovnic. Důvod vidím především v nedostatečně propracovaném zadání pravoúhlé soustavy souřadnic, jež byla žákům předložena. Věřím, že kdyby byly osy předem popsány a v soustavě byly znázorněny mřížové body, pomohlo by to žákům v jejich objevování. Bohužel mi toto došlo až při práci v hodině, kdy na změny bylo už pozdě.

- *Vytvoří zadání úlohy na základě znalosti řešení.*

Překvapilo mě, že pouze skupina Modrých byla schopná sestavit soustavu rovnic, které by odpovídalo předem zadané řešení. Při předchozích hodinách jsem žáky nechávala vymýšlet soustavy rovnic a neměli s tím problém. Tuším, že je zde zmátla grafická podoba řešení, kterou si nebyli schopni přebrat.

6.5.2 DRUHÁ HODINA

8,55 – Při mém příchodu do třídy byli žáci již nachystaní ve skupinách, jako předešlý den. Zapsala jsem do třídní knihy téma hodiny a chybějící žáky. Ve třídě bylo 19 žáků. Jen jeden žák minulou hodin chyběl, proto jsem ho přiřadila k jedné ze skupin. Stručně jsem připomněla pravidla a rozdala jsem další pracovní listy (obr. 23., 24.). Stejně jako předchozí den měli žáci k dispozici nápovědu, kterou si v případě potřeby mohli vyzvednout u mě.

9,00 – Žáci začali pracovat na úkolech pracovního listu.

9,05 – Skupina Zelených si přišla pro nápovědu. Součástí nápovědy byla učebnice pro 7. ročník ZŠ (Odvárko-Kadleček, 2004). Za Zelenými následovaly i ostatní skupiny, kromě Modrých a Červených, ti dali najevo, že nápovědu nepotřebují.

9,20 – Skupina Modrých se i přes dohady uvnitř skupiny rozhodla využít nápovědu.

9,30 – Skupina Červených mi oznámila, že mají práci dokončenou, a odevzdali svůj pracovní list.

9,35 – Upozornila jsem na blížící se konec hodiny a požádala zbylé skupiny o dokončení myšlenek.

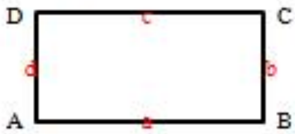
Během skupinové práce na pracovním listu č. 2 jsem pozorovala tyto situace:

- Téměř všechny skupiny po prozkoumání úkolů pracovního listu přeskočily první úkol a začaly pracovat na úkolu druhém. Teprve poté se vracely k úkolu jedna.
- Skupiny si dávaly více záležet na úkolech typu „*vysvětli*“, než tomu bylo předchozí den.
- Skupina Oranžových chtěla, abych jim zkontrolovala správnost dosavadní práce, když jsem odmítla, ztratili chuť pokračovat, nabyli přesvědčení, že pracovali chybně.
- Po odevzdání hotové práce skupiny Červených, začaly ostatní skupiny projevovat neklid. Honza C. se vyptával Červených, jak jim vyšlo…
- Všechny skupiny si nechávaly vykreslování grafů až na konec.

6.5.2.1 Pracovní list 2

Pracovní list 2
TABULKA A GRAF?

1) Je dán obdélník ABCD



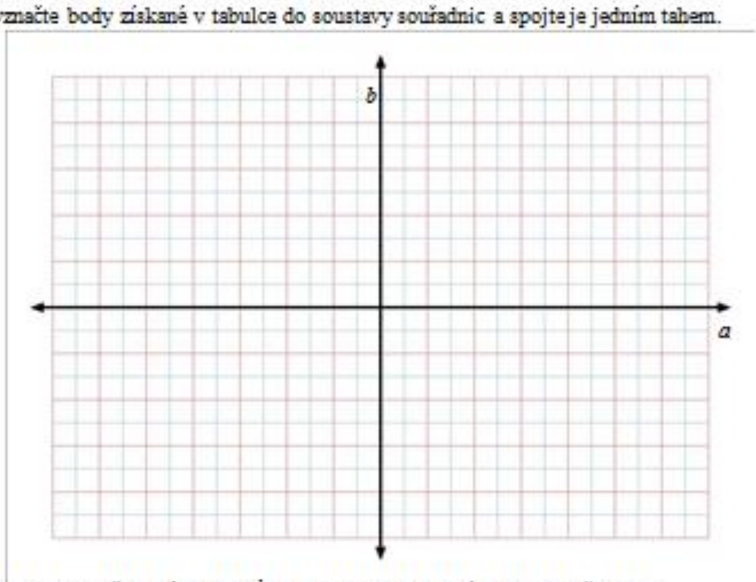
Víme, že obsah tohoto obdélníku je 120 cm^2.
Doplňte tabulku, víte-li, jakých hodnot může nabývat strana *a*.

Délka strany *a* (cm)	1	2	3	4	5	8	10	40	120
Délka strany *b* (cm)									

Vysvětlete, jakým způsobem jste na délku strany *b* přicházeli.

Doplňte větu vhodným slovem:
Obsah obdélníku, který má zadanou délku strany *a*, je …………………… na délce strany *b*.

Vyznačte body získané v tabulce do soustavy souřadnic a spojte je jedním tahem.



Vyhledejte v učebnicích pro ZŠ, kde jste se s podobným grafem již setkali.

Obr. 23. První strana pracovního listu č. 2

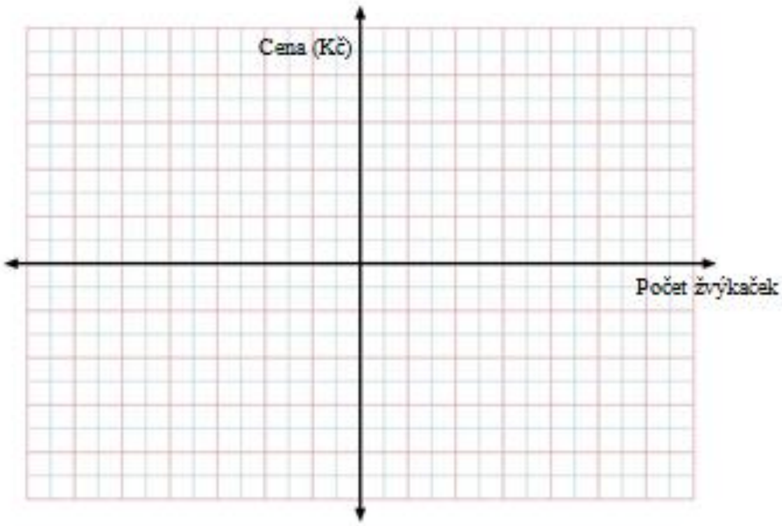
2) Za jednu žvýkačku v obchodě zaplatíte 2 Kč. Doplňte tabulku celkové ceny, pokud nakoupíte různý počet žvýkaček.

Počet žvýkaček	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Cena (Kč)									

Vysvětlete, jakým způsobem jste celkovou cenu počítali.

Doplňte větu vhodným slovem:
Celková cena žvýkaček ……………………… na počtu kusů koupených žvýkaček.

Vyznačte body získané v tabulce do soustavy souřadnic a spojte je jedním tahem.



Vyhledejte v učebnicích pro ZŠ, kde jste se s podobným grafem již setkali.

V čem se liší úlohy 1) a 2)? Dokážete vymyslet další případy, situace, které by šly zaznamenat podobnými tabulkami, grafy? Zapište je.

Podobnost s úlohou 1):

Podobnost s úlohou 2):

Obr. 24. Druhá strana pracovního listu č. 2

<u>**Nápověda 2.PL**</u>

Obsah obdélníku: $S = a \cdot b$

Učebnice pro 7.ročník ZŠ (Odvárko - Kadleček)

Obr. 25. Nápověda k pracovnímu listu č. 2

6.5.2.2 Volba úkolů pracovního listu 2

Druhý pracovní list byl sestaven ze dvou hlavních úkolů, z nichž jeden se zaměřoval na přímou úměrnost a druhý na nepřímou úměrnost. Záměrně jsem zvolila jako první úkol práci s nepřímou úměrností. Chtěla jsem, aby si žáci uvědomili rozdílnosti a podobnosti těchto dvou úkolů.

Při vymýšlení první úlohy jsem se inspirovala učebnicí Matematika s Betkou pro 8. ročník ZŠ. Žáci měli doplňovat tabulku, která odpovídá závislosti vztahu mezi délkou strany obdélníku a jeho obsahem. Svůj postup měli následně stručně vysvětlit. Další dílčí úlohou bylo doplnění slovíčka do věty. Šlo mi především o to, aby si žáci uvědomili, že jde o jistou závislost jedné veličiny na druhé. Jelikož součástí nápovědy byla učebnice pro 7. ročník, byla jsem přesvědčena, že načrtnout graf nebude žákům dělat problém. Na závěr úlohy měli žáci vyhledat téma, s kterým se již setkali, a pojmenovat ho.

Druhá úloha byla sestavena na stejném principu, zaměřovala se však na přímou úměrnost. Předpokládala jsem, že tato úloha bude pro žáky jednodušší.

6.5.2.3 Výsledky práce jednotlivých skupin

6.5.2.3.1 *Žlutí*

První úlohu skupina řešila správně. Žákům nedělalo problém doplnit tabulku pro nepřímou úměrnost, ani vysvětlit, jakým způsobem na hledané hodnoty přicházeli. Jako jedni z mála doplnili slovo *závislý* do předložené věty.

*Obsah obdélníku, který má zadanou délku strany a, je **závislý** na délce strany b.*

Také vyznačit jednotlivé body do pravoúhlé soustavy souřadnic se žákům dařilo. Jednotlivé body zůstaly nepropojené.

Úloha týkající se přímé úměrnosti byla zpracována správně. Větu doplnili slovem *„záleží“*.

*Celková cena žvýkaček **záleží** na počtu kusů koupených žvýkaček.*

Při zaznamenávání bodů do pravoúhlé soustavy souřadnic mě zaujalo vynechání bodu [0, 0]. Skupina dohledala v učebnici pro 7. ročník témata, se kterými tyto dvě úlohy souvisely, nevymyslela však žádný jiný příklad podobných úloh.

6.5.2.3.2 *Růžoví*

První úlohu skupina po přečtení přeskočila a začala pracovat na úloze druhé. Zde však pouze doplnili tabulku závislosti ceny na počtu žvýkaček. Nezformulovali vysvětlení, jakým způsobem na výslednou cenu přicházeli, ani nedoplnili větu žádným slovem. Do pravoúhlé soustavy souřadnic si pouze předepsali popis jednotlivých os, nezakreslili však žádný z dopočítaných bodů.

Poté se vrátili k první úloze a začali vyplňovat tabulku závislosti délky strany b na délce strany a při pevně daném obsahu obdélníku. Zpočátku žáci tabulku vyplnili zcela chybně, což si během hodiny opravili. Žádné další podúkoly nevypracovali.

6.5.2.3.3 *Oranžoví*

Tato skupina také vynechala první úlohu, týkající se nepřímé úměrnosti, a začali s úlohou druhou. Vyplnili tabulku závislosti ceny na počtu žvýkaček a vysvětlili, jak k hodnotám z tabulky došli. Připravenou větu doplnili slovem „*závisí*“.

*Celková cena žvýkaček **závisí** na počtu kusů koupených žvýkaček.*

Předloženou pravoúhlou soustavu souřadnic ještě popsali proměnnými x a y. S dalšími úkoly si skupinka nevěděla rady.

6.5.2.3.4 *Modří*

Skupina Modrých začala první úlohou. Doplnili tabulku závislosti délky strany b na délce strany a při daném obsahu obdélníku. Jak k výsledkům došli, už ale popsali velmi nejasně. Skupině nedělalo problém zakreslit dopočítané body do pravoúhlé soustavy souřadnic, bohužel nezohlednili vzdálenost čísel na číselných osách (vzdálenost mezi 1 a 2 je stejná jako vzdálenost mezi 40 a 120). Z tohoto důvodu jim nevyšla v grafu hyperbola, ale přímka. Do připravené věty dopsali slovo *„zadaná“*, což nedávalo smysl.

*Obsah obdélníku, který má zadanou délku strany a, je **zadaná** na délce strany b.*

Skupina si toho byla vědoma, ale jiné slovo je nenapadlo.

Druhá úloha skupině ve většině podúkolů také nedělala problém. Tabulku doplnili bez obtíží a hned na to sestrojili graf. Poté se vrátili k vysvětlení, jak dopočítávali hodnoty do tabulky. Zde jejich vysvětlení dává smysl. Do věty v této úloze doplnili číselnou hodnotu, kterou získali sečtením všech dopočítaných cen žvýkaček.

*Celková cena žvýkaček **72** na počtu kusů koupených žvýkaček.*

Opět si uvědomovali, že takto doplněná věta nedává smysl. Další úkoly listu skupina nestihla vypracovat.

6.5.2.3.5 *Zelení*

Skupina Zelených začínala druhou úlohou. Doplnili tabulku a slovně vysvětlili, jak na hodnoty v tabulce přicházeli. Větu doplnili slovem *„se dělí“*.

*Celková cena žvýkaček **se dělí** na počtu kusů koupených žvýkaček.*

Později mi svůj důvod vysvětlili tak, že mysleli, že se mají dostat zpět na cenu za jednu žvýkačku. Dopočítané hodnoty tabulky zakreslili do pravoúhlé soustavy souřadnic, body nespojili. Jejich řešení odpovídá učebnicovému příkladu, který skupina našla v učebnici, kterou měli k dispozici (str. 41/B).

První úlohu vyřešili jen částečně. Doplnili tabulku a slovně vysvětlili, jak postupovali. Větu doplnili slovem *„delší“*, což posléze vygumovali.

*Obsah obdélníku, který má zadanou délku strany a, je **delší** na délce strany b.*

Uvědomovali si, že takto doplněná věta nedává smysl, a nechtěli ji mít chybně. Poté ještě stihli popsat osu *a* číselnými hodnotami. Více bohužel nestihli.

6.5.2.3.6 *Červení*

Skupina Červených začala pracovat na úkolech v daném pořadí. Tabulku závislosti délky strany *b* na délce strany *a* při daném obsahu doplnili bez komplikací. Slovně vysvětlili, jakým způsobem hodnoty do tabulky počítali. Větu doplnili slovem *„závislý"*.

Obsah obdélníku, který má zadanou délku strany a, je ***závislý*** *na délce strany b.*

Graf této skupiny se jako jediný podobal hyperbole, což skupina také dohledala v zapůjčené učebnici. Ani Červení však nezohlednili přibližnou vzdálenost bodů na číselné ose. Červení zjistili, že podobný graf znají ve spojitosti s nepřímou úměrností.

Druhou úlohu vyřešili téměř kompletně. Doplnili tabulku a vysvětlili postup. Do věty dopsali slovo *„závisí"*.

Celková cena žvýkaček ***závisí*** *na počtu kusů koupených žvýkaček.*

Sestrojili graf. V učebnici nedohledali, ve kterém tématu se s podobným grafem již setkali. Pokusili se však vymyslet další úlohy, které se podobají úlohám zadaným v tomto listu.

6.5.2.4 Výsledky stanovených hypotéz

- *Žáci si připomenou přímou a nepřímou úměrnost, včetně grafického vyjádření.*
- *Žáci odhalí podstatu závislosti v matematice, v reálných situacích.*

První úloha měla žákům připomenout nepřímou úměrnost. Kromě jedné skupiny zvládli všichni doplnit tabulku. Jen polovina z nich však byla schopná popsat, jak k výsledkům docházeli. To, že při pevně daném obsahu obdélníku a délky jedné jeho strany, je délka druhé strany závislá na délce první strany, zapsaly jen dvě skupinky. Myslím, že zbývající skupiny si to také uvědomovaly, jen nebyly schopny slovo použít v předložené větě. Souvislost s nepřímou úměrností objevily jen dvě skupiny.

Druhá úloha byla řešena s větší úspěšností a s větším zájmem. Nešlo jen o matematickou úlohu, ale o prakticky dobře představitelnou úlohu. Všechny skupiny dokázali vyplnit tabulku a až na jednu skupinu také vysvětlily, jak k hodnotám došly. Jen dvě skupiny našly souvislost mezi zadanou úlohou a přímou úměrností. Grafická interpretace se nepodařila dvěma skupinám.

Myslím, že žáci si zde příliš neuvědomili, že podobné úlohy již v minulosti řešili. Jsem přesvědčena, že kdyby neměli k dispozici učebnici pro 7. ročník, nikdo z nich by si na přímou a nepřímou úměrnost nevzpomněl. Vzhledem k tomu, že učebnice měli k dispozici, překvapilo mě, jak nízký počet žáků byl schopen v učebnici hledat a dohledané informace použít k řešení úkolů.

6.5.3 TŘETÍ HODINA

Třetí hodina připadla na pondělí, matematiku jsme měli až pátou vyučovací hodinu.

11,50 - Po zápisu do třídní knihy jsem přiřadila dva žáky, kteří v minulých hodinách chyběli, ke skupinám, a poprosila jsem členy těchto skupin o vysvětlení pravidel nově příchozímu. Ve třídě bylo 22 žáků. Sdělila jsem jim, že v této hodině dokončí práci na pracovních listech a příští hodinu si o listech a strategiích řešení budeme povídat.

11,55 - Začala jsem rozdávat listy (obr. 26., 27., 28., 29.), a vysvětlovala žákům, že tentokrát budou pracovat na dvou listech během jedné hodiny, protože jednotlivé úkoly nejsou tak náročné. Upozornila jsem na nutnost hlídání času, který nad jednotlivými úkoly stráví. Připomněla jsem možnost získání nápovědy, tentokrát však jen k listu číslo 4.

12,00 – Všechny skupiny začaly pracovat na úkolech listů.

12,02 – Ve třech skupinách si rozdělili listy mezi jednotlivé členy a pracovali odděleně.

12,08 – Skupina Zelených si přišla pro nápovědu. Za nimi následovali i Oranžoví, Žlutí a Růžoví.

12,25 – Skupina Červených mi odevzdala svou práci.

12,30 – Skupina Modrých odevzdala svou práci. Upozornila jsem ostatní na blížící se konec hodiny a požádala je o dokončení práce.

Během hodiny docházelo k těmto situacím:

- Ozývaly se stížnosti na délku textu u pracovního listu 3.
- Předložené grafy v první úloze listu 3 hodnotili žáci jako naprosto stejné, nevěděli, proč mají vybírat jen jeden.
- Někteří žáci se nechtěli zapojit do skupinové práce. Zdůvodňovali to tím, že nechápou, co mají s úkoly dělat a nechtějí to ostatním kazit.
- Vymýšlení příběhů, kterým by odpovídaly nabízené grafy, žáky bavilo.
- Žáci chtěli vědět, jak mají být příběhy dlouhé.
- Žáci se ptali, zda si mohou osy soustavy souřadnic popsat podle svého.
- Skupinky mi předkládaly k přečtení jejich příběhy a výsledky a chtěly potvrdit či vyvrátit jejich správnost.

6.5.3.1 Pracovní list 3

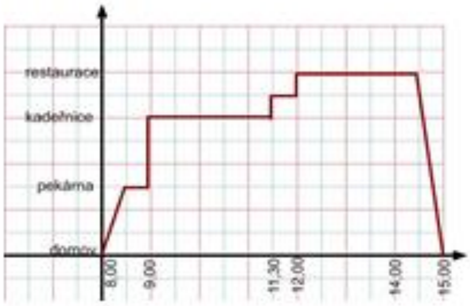
Pracovní list 3

GRAF A PŘÍBĚH?

Paní Popelková vyrazila v 8,00 do města. Když došla do pekárny, bylo 8,30. Zdržela se tu 15 minut a pospíchala ke kadeřnici, kam dorazila přesně v 9,00. Od kadeřnice odešla za dvě a půl hodiny. Ve 12,00 měla sraz se svou dcerou v restauraci. Povídali si zde až do 14,30.
Z restaurace domů jela paní Popelková taxíkem a přišla domů v 15,00.

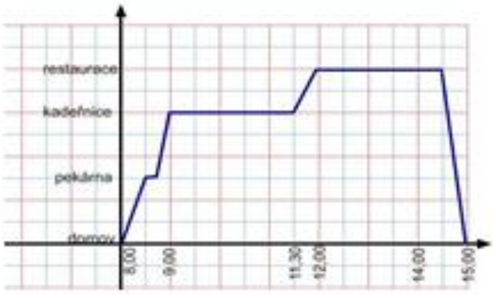
Vyberte z nabízených grafů ten, který zaznamenává putování paní Popelkové. U nezvolených grafů odůvodněte, proč si myslíte, že graf nevyhovuje skutečnosti.

a)



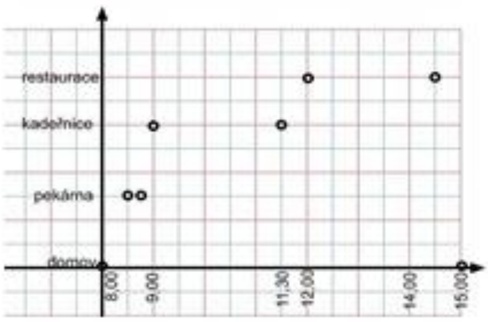
Odůvodnění:

b)



Odůvodnění:

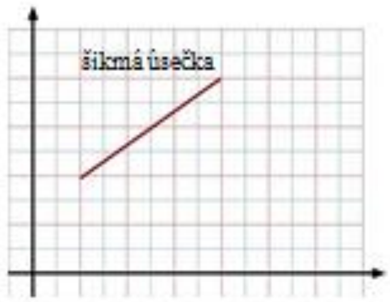
c)

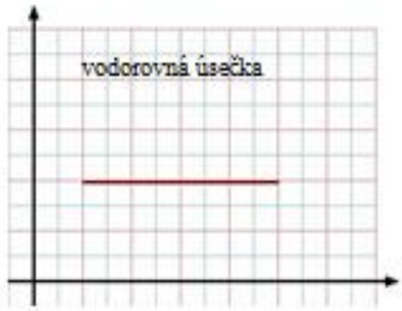


Odůvodnění:

Obr. 26. První strana pracovního listu 3

Vlastními slovy popište, co se děje, když je v grafu zaznamenána:

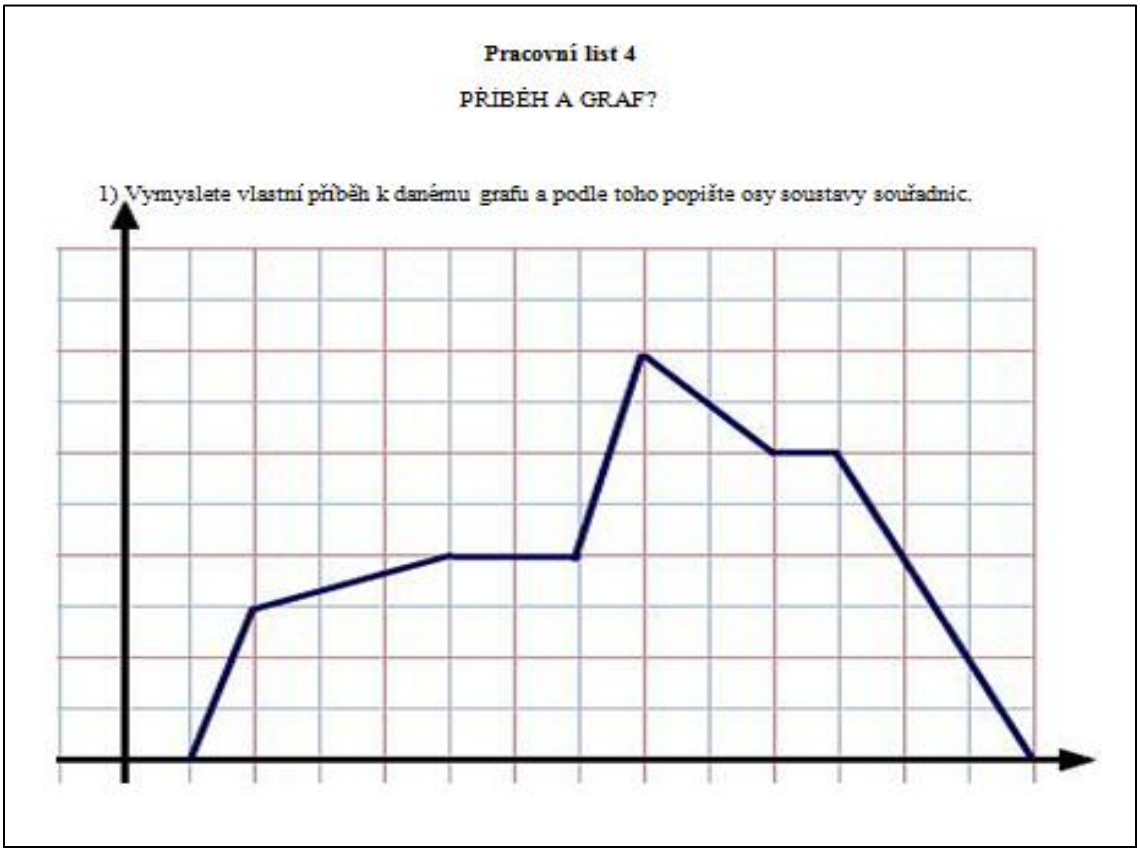




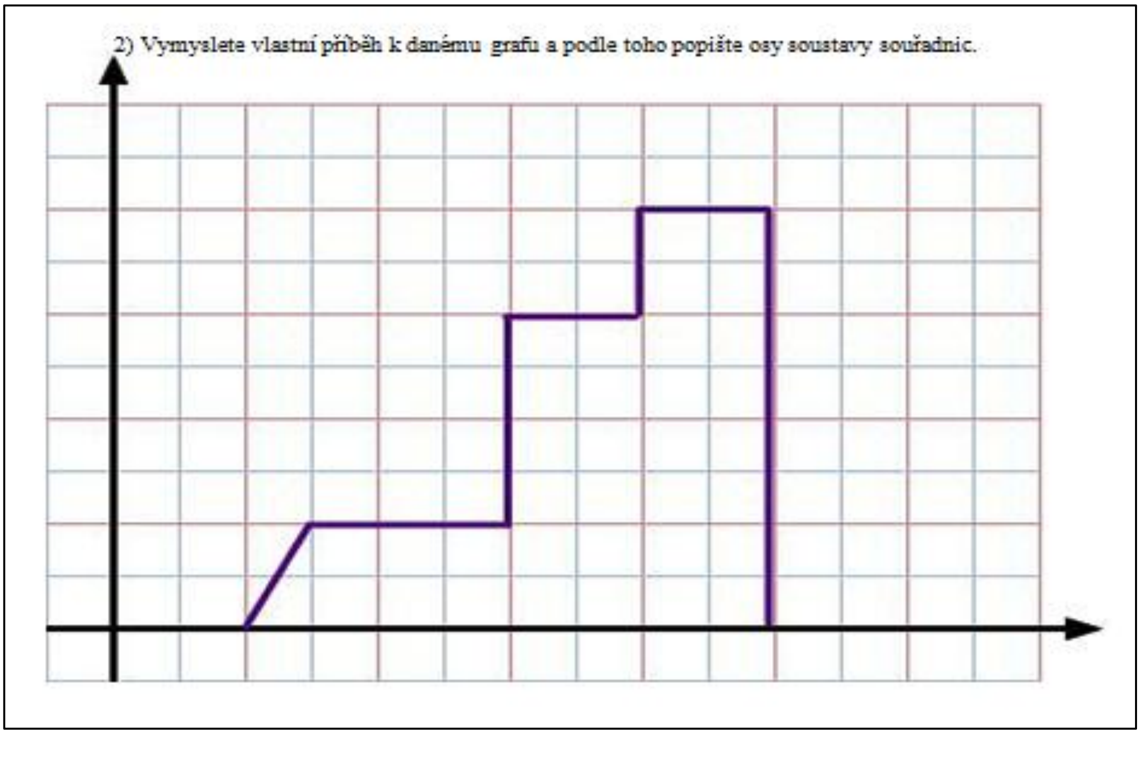
Který z těchto tří grafů dává nejméně smysl? Proč?

Obr. 27. Druhá strana pracovního listu 3

6.5.3.2 Pracovní list 4



Obr. 28. První strana pracovního listu 4



Obr. 29. Druhá strana pracovního listu 4

Nápověda 4.PL

Vlaky, autobusy, cyklistika, turistika
- místa, časy

$s = v \cdot t$ $v = s/t$ $t = s/v$

Obr. 30. Nápověda k pracovnímu listu 4

6.5.3.3 Volba úkolů pracovního listu 3

Třetí pracovní list byl sestaven tak, aby žáci byli nuceni číst z grafu, interpretovat data. Jejich úkolem bylo vybrat jeden ze tří nabízených grafů k příběhu, který vycházel z běžné reálné situace. Zajímalo mě především interpretování svislé úsečky v grafu. Dále jsem chtěla zjistit, jak žáci vnímají izolované body v grafu. Nakonec měli žáci popsat, co se v příběhu děje, když je grafickou interpretací vodorovná úsečka, svislá úsečka, šikmá úsečka. Zde jsem očekávala, že si žáci uvědomí, že jedna z možností nedává příliš smysl, a že budou schopni vysvětlit důvod.

6.5.3.4 Volba úkolů pracovního listu 4

Pracovní list číslo 4 navazoval na list číslo 3. Tentokrát jsem však žákům nabídla jen dva grafy a jejich úkolem bylo vymyslet vlastní příběhy tak, aby dané grafy těmto příběhům odpovídaly. Záměrně jsem nepopsala osy pravoúhlé soustavy souřadnic, abych žáky ničím nesvazovala, či je někam nesměřovala. Druhý graf zahrnoval svislé úsečky, doufala jsem, že pokud neodhalily skupiny nesmyslnost takové grafické interpretace příběhu v listu 3, odhalí ji zde.

Jako nápovědu jsem zvolila jen pojmy, související s cestováním. Takové příběhy, které souvisí s přesunem odněkud někam, jsou podle mé zkušenosti pro žáky nejsnáze pochopitelné. Součástí nápovědy byly také vzorce pro výpočet dráhy, času a rychlosti, nepředpokládala jsem však, že by tyto vztahy žáci zohlednili do svých příběhů.

6.5.3.5 Výsledky práce jednotlivých skupin

6.5.3.5.1 *Žlutí*

Skupina Žlutých se u listu 3 soustředila na přesné časy, které byly uvedeny v příběhu, a na základě toho žáci vylučovali možné grafické interpretace. Druhý graf, který odpovídal skutečnosti, skupina zamítla. Důvodem bylo: *„není zde uvedeno, že si povídali do 14,30.“* Toto odůvodnění vyplynulo dle mého názoru z nezkušenosti žáků se čtením a interpretací dat z grafu. Tato skupina dále pěkným způsobem vysvětlila, co se ve skutečnosti děje, když je v grafu:

- šikmá úsečka – *Paní Popelková jde z místa na místo, delší časový úsek.*
- vodorovná úsečka – *Paní Popelková se zdrží na stejném místě delší časový úsek.*
- svislá úsečka – *Za ten samý čas dojde na více míst.*

Jako nejméně smysluplnou vybrali žáci této skupiny poslední, svislou úsečku. Odůvodnili to takto: *„Poslední, protože nemůže být v ten samý čas na více místech.“*

U prvního úkolu čtvrtého pracovního listu vymysleli Žlutí příběh, který odpovídá grafu.

„V 8,00 hodin měl sraz zájezd do Polska. V 9,00 byli všichni připraveni a autobus vyjel. Do 10,00 jel rychlostí 120 km/h. a na benzínku dojel v 10,00. Další úsek jel autobus kvůli zácpě rychlostí 70 km/h a na odpočinkové parkoviště dojel v 13,00. Na parkovišti se zájezd zdržel 2 hodiny. V 15,00 vyrazil rychlostí 120 km/h a dorazili na místo v 16,00. Protože v Polsku bylo zavřené muzeum, tak se vůbec nezdrželi a jeli zpátky. V 16,00 vyrazili rychlostí 100 km/h a přijeli v 18,00 na odpočinkové parkoviště, kde se zdrželi hodinu. Po hodině odjeli rychlostí 120 km/h a domů se vrátili ve 23,00.“

K druhému úkolu listu 4 skupina nenapsala nic.

6.5.3.5.2 *Růžoví*

Skupina Růžových si v textu začala podtrhávat časy a kontrolovat je s grafickou interpretací. Během chvíle tedy vyloučili první nabízený graf, protože zjistili, že například čas strávený v pekárně neodpovídá grafu. Mezi druhou a třetí možností váhali, nakonec zvolili jako správnou druhou variantu. U třetího grafu, ve kterém byly vyznačeny izolované body, napsali jako důvod to, že zde není vyznačena cesta. Druhou stranu listu 3 popsali Růžoví takto:

- šikmá úsečka – *Těleso jde z bodu A do bodu B a trvá mu to dobu vyznačenou v grafu.*
- vodorovná úsečka – *Vodorovná úsečka znamená, že nějaké těleso stoj, po dobu značenou v grafu, na stejném místě.*
- svislá úsečka – *Těleso je v tu samou dobu v bodu A i B.*

Nejméně smysluplný jim připadal třetí graf, protože: *„nedává smysl, že těleso je ve dvou místech najednou.“*

U první úlohy listu 4 vymysleli Růžoví následující příběh:

„Paní Nováková v 9,30 vyrazila autobusem do Prahy na nákupy. Do Prahy dorazila v 10,00. Do obchodu dorazila v 11,30. V obchodu byla velká fronta, tak se paní Nováková zdržela. Když se dostala k pokladně, bylo už 13,00. Od nákupního domu to na zastávku trvá 1 hodinu. Na zastávce čekala 0,5 hodiny. Domů přijela v 16,00.“

Překvapilo mě, že přestože skupina zhodnotila svislou úsečku v grafu jako nesmyslnou, snažili se vymyslet příběh i k druhému grafu listu 4.

6.5.3.5.3 *Oranžoví*

Stejně jako výše popsané skupiny vyloučili Oranžoví první graf listu 3. Jako důvod uvedli také čas, který neodpovídal momentálnímu putování paní Popelkové. Zbývající dva grafy skupina zhodnotila jako odpovídající danému příběhu. Tato skupina zcela vynechala druhou stranu listu 3 a dali se do vyplňování listu 4. K prvnímu grafu vymysleli následující příběh:

„V 8,00 se domluvila Míša se Štěpou, že pojedou na kola. Z domova vyjeli v 9,00. V lese ve 12,00 potkali Monču na koloběžce. U pomníku ve 14,00 potkaly Tondu na tříkolce. Dohodli se, že pojedou na zmrzlinu do cukrárny a tam dojeli v 15,00. V 17,00 jeli k Tondovo babičce pro vajíčka. Poté jel každý z nich domů. Domů dorazili v 18,00. Protože byli unavení, šli ve 21,00 spát.“

Z příběhu je vidět, že skupina Oranžových špatně chápe jednotlivé úseky grafu. Aktéři v jejich příběhu se neustále pohybují z místa na místo.

K druhému grafu vymyslela skupina Oranžových jen část příběhu:

„Štěpa, Míša, Monča a Tonda vstávali v 10,00 a sešli se v 11,00, protože jeli do ZOO. Když byli v ZOO, tak si tam zašli i do restaurace v 14,00.“

6.5.3.5.4 *Modří*

Modří vyloučili první graf prvního úkolu listu 3 ze stejného důvodu jako předchozí skupiny. Za správný považovali graf druhý. U třetího mě zaujalo jejich vysvětlení, proč tento graf není správný: *„Není zde cesta! Paní Popelková nemá v kapse kapesní teleport.“* Druhou část pracovního listu 3 okomentovali Modří takto:

- šikmá úsečka – *zvýšení hodnoty, cesta do určeného místa*
- vodorovná úsečka – *žádná změna, zdržení – na místě*
- svislá úsečka – *prudká změna, návrat do původního místa, prudký přesun*

Za nesmyslný považovali Modří poslední graf, důvodem pro ně bylo: *„Neví se, kterým směrem čára jde“.*

U listu 4 vymysleli k prvnímu grafu následující příběh:

Firma AKKO vyrábí kabelky. Výrobek byl na trhu 14 měsíců. Za první měsíc prodali 300 kabelek. Za tři následující měsíce prodali 100 kabelek.

Dva měsíce prodali stejný počet kabelek. Za jeden měsíc prodali navíc 400 kabelek, následující 2 měsíce prodej kabelek klesl o 200. Jeden měsíc prodávali stejný počet kabelek, následující tři měsíce prodej postupně klesal až na 0.“

Modří si jako jediní nepopsali osy soustavy souřadnic tak, jak potřebovali. Uvědomili si, že vodorovná úsečka v grafu říká, že se nic neděje, že nedochází k žádné změně, ale nebyli schopni určit, co to znamená pro prodej kabelek.

Pro druhý graf listu 4 vymysleli Modří takovýto příběh:

„Na hokejovém zápase prodávali pivo. 5 minut před zahájením zápasu se prodalo 20 piv. Při zápase si nikdo pivo nedal. Při první přestávce si lidé koupili 40 piv. Poté pokračoval zápas. Mezi druhou a třetí třetinou se prodalo 20 piv. Po skončení zápasu si už nikdo pivo nekoupil.“

Ani osy tohoto grafu si Modří nepopsali.

6.5.3.5.5 *Zelení*

Zelení zamítli první graf u listu 3, protože: „*čas z domova ke kadeřnici není správně zakreslen“*. Zbývající dva grafy skupina zhodnotila jako stejné, odpovídající příběhu. Druhou stranu listu popsali Zelení takto:

- šikmá úsečka – *cesta od pekárny k restauraci*
- vodorovná úsečka – *z kadeřnictví do restaurace*
- svislá úsečka – *z restaurace cesta domů*

Nejméně jim dával smysl poslední graf, tedy svislá úsečka, protože: *„to není moc svislý u grafu na první straně.“* Této skupině dělal problém číst v grafu a interpretovat získaná data.

U posledního listu vymysleli k prvnímu grafu tento příběh:

„Karel vyšel z domova v 9,00 do divadla. Cesta do divadla mu trvala 1 hodinu. Představení trvalo do 12,00. Ve 14,00 měl sraz s Janou v restauraci u Švejka. Povídali si do 15,00. Po jídle se vydal na pracovní

schůzku, která se konala v 17,00. Schůzka trvala 1 hodinu. A v 18,00 jel autobusem domů. Domů dorazil ve 21,00.

U tohoto příběhu je vidět, že Zelení nepochopili, co představuje v grafu vodorovná úsečka. Popsali si osu *x*, osu *y* však nechali bez popisu.

U druhého grafu posledního listu popsali Zelení obě osy a sestavili příběh:

V 10,00 vyšla Denisa do cukrárny. Do cukrárny dorazila v 14,00. Měla se tam sejít s Eliškou. Mluvili o práci dvě hodiny. V 16,00 jela Denisa domů. Domů dorazila v 18,00.

6.5.3.5.6 *Červení*

Skupina Červených u prvního úkolu listu 3 také zavrhla první graf. Na rozdíl od ostatních skupin jako důvod uvedli, že v grafu je více zastávek než v zadání. Druhý graf také nejprve zamítli, ale později se k němu vrátili a zvolili ho jako nejvhodnější. U posledního grafu zapsali jako důvod nezvolení to, že jsou to pouhé body, ne trasy. Druhou stranu listu interpretovali Červení takto:

- šikmá úsečka – *pohyb mezi body*
- vodorovná úsečka – *setrvání na místě*
- svislá úsečka – *nereálné*

Poslední možnost označili jako nereálnou a dále o ní napsali: *„nejde jít do bodu A a bodu B ve stejném čase.“*

U posledního listu si Červení popsali osy a zapsali příběh k prvnímu grafu:

„Čerpadlo pumpovalo vodu. V 1,00 začalo a za 1 hodinu mělo výkon 30 koní. Za další tři hodiny mělo výkon 40 koní. Na 40 koních se drželo 2 hodiny a pak za 1 hodinu dosáhlo výkonu 80 koní. Za 2 hodiny klesl výkon na 60 koní a tak vydržel 1 hodinu. Za další 3 hodiny se úplně vyplo.

K druhému grafu příběh nevymýšleli, pouze zapsali, že takový příběh vymyslet nelze, „*protože nelze být na dvou místech v tu samou chvíli*“.

6.5.3.6 Výsledky stanovených hypotéz

- *Žáci objeví vztah mezi reálnou situací a jejím grafickým vyjádřením.*

Z výsledků práce jednotlivých skupin neplyne, že by všichni žáci objevili provázanost mezi reálnou situací a grafickým vyjádřením této situace. Během řešení úkolů měly některé skupiny s řešením úloh potíže. Neumějí číst v grafu a interpretovat data.

- *Jsou schopni argumentovat a zdůvodňovat své poznatky, čehož opět využívají ve fázi formulace a validace.*

Většina žáků je schopná formulovat a zdůvodňovat své poznatky. Nad úkoly však příliš dlouho nepřemýšleli a napsali první, co je napadlo. Více už se k takovému úkolu nevraceli, přestože si v následujících úlohách protiřečili.

- *Získávají představu o možných a nemožných znázorněních reálných situací.*

Ze šesti skupin si představu o nemožném znázornění reálné situace vytvořily pouze dvě skupiny.

- *Žáci přicházejí na základě předchozích zkušeností na to, jak sestavit příběh ke grafu.*

Všechny skupiny se pokusily o vytvoření příběhu k zadanému grafu, ale jen v polovině případů se dají příběhy považovat za odpovídající danému grafu. Největší problém dělala skupinám část grafu, kdy nedochází k žádným změnám.

- *Zjištění, že příběh k druhému grafu vymyslet nejde.*

Tento předpoklad nebyl splněn. K zjištění, že příběh k poslednímu grafu vymyslet nejde, došla pouze jedna skupina. Ostatní úlohu buď vynechali, nebo příběh navrhli. Ani poté nepostřehli, že graf a příběh v něčem nekorespondují.

6.5.4 *ČTVRTÁ HODINA*

Po dokončení pracovních listů následovala hodina, kdy jsem spolu se žáky procházela jednotlivé úkoly a rozebírali jsme, jakým způsobem přistupovali k jejich řešení, co jim dělalo problémy. Žáci tuto hodinu seděli tak, jak spolupracovali ve skupinách.

Jelikož jsem do druhého dne neměla dostatek času na pročtení všech prací, vzala jsem je do hodiny s sebou.

Prázdné pracovní listy jsem žákům jeden po druhém promítala na obrazovce a oni se vyjadřovali k jednotlivým úkolům. Pokud se vyjadřovat odmítli, nenutila jsem je. V následujících bodech jsou shrnuty důležité momenty, které nastaly během čtvrté hodiny:

Pracovní list 1

- Řešením soustavy rovnic nebyla celá čísla, což byl pro žáky důvod si myslet, že je vypočítaná chybně. Opakovanými pokusy o správný výsledek přicházely skupiny o čas. Kdyby věděly, že soustava vyjde „nepěkně", nedělal by jim úkol problém.
- Tři skupiny zakreslily výsledek do pravoúhlé soustavy souřadnic a zbylé tři skupiny ne. Neúspěšné skupiny zdůvodňovaly tento fakt tím, že jsme ještě nic podobného nedělali. Zbylé tři skupiny jim oponovaly, že do pravoúhlé soustavy souřadnic již v minulosti body zakreslovali. Jirka ze skupiny Červených se nakonec dal do vysvětlování přímo u tabule.
- Vymyslet soustavu rovnic, které by odpovídalo řešení zakreslené v pravoúhlé soustavě souřadnic, dokázala jen jedna skupina. Dá se ale říct, že na princip přišly skupiny dvě. Modří měli úlohu správně vyřešenou, Červení byli na dobré cestě, ale překážku pro ně představovaly numerické chyby. Ostatní prý vůbec nevěděli, jak začít. Když jim Modří vysvětlili, jak

postupovali, byli všechny skupiny schopny vytvořit jinou soustavu rovnic, které odpovídalo řešení dané v pracovním listu.

- Doplňování tabulek, které by odpovídaly rovnicím ze zadané soustavy rovnic, dělalo žákům potíže zejména v dosazování zlomků a záporných hodnot. Tohoto nedostatku ve svých matematických dovednostech jsou si prý žáci vědomi, ale i když si dávají pozor, často dělají ve výpočtech chyby.
- Vzhledem k chybně dopočítaným hodnotám v tabulkách, bylo nemožné, aby žákům vyšly v grafické interpretaci dvě přímky, i když skupina Modrých byla velice blízko.
- Po zkušenostech z experimentu plánuji, že ve své příští práci upravím podobu pravoúhlé soustavy souřadnic a rozšířím ji o hodnoty na osách a mřížové body. Tento návrh žáci vyhodnotili jako něco, co by jim při řešení nejspíš pomohlo.

Pracovní list 2

- Začali jsme úlohou, která se týkala přímé úměrnosti, žákům se zdála jednodušší a pracovali na ní všichni.
- Všechny skupiny se shodly, že doplnění tabulky bylo velmi snadné a vysvětlení, jak k hodnotám došly také.
- Doplnění věty vyvolalo diskuzi mezi skupinami. Skupiny, které měly doplněné slovo *závisí* nebo *záleží*, během chvíle přesvědčily ostatní o smysluplnosti jejich vět.
- Co se týče grafu, žáci v diskuzi opět prezentovali protichůdné názory, zda už něco podobného dělali, či nikoli. Čtyři skupiny však graf sestrojily, proto zbývající dvě skupiny musely přiznat, že pouze zapomněly, jak na to.
- U nepřímé úměrnosti již dělalo některým skupinám problém vyplnění tabulky. Někteří přiznali, že nejprve postupovali

stejně, jako u přímé úměrnosti, než si uvědomili, že tím by obsah stále narůstal.

- Jen dvě skupiny sestrojily graf odpovídající tabulce.
- Ostatní skupiny přiznaly, že našly grafy nepřímé úměrnosti v učebnici, ale zdály se jim složité a nevěděly, jak je sestrojit.
- To, že většina skupin nezapsala, která témata z minulosti jim pracovní list 2 připomíná, zdůvodnily tím, že v listu bylo moc podotázek a málo času.

Pracovní listy 3 a 4

- Žáci kladně hodnotili úkoly, práce na nich je prý bavila.
- U prvního úkolu listu 3 se rozběhla diskuse, podle čeho šlo poznat, že tento graf neodpovídá příběhu. Nechala jsem každou skupinu říct svůj objev, některé se shodovaly, ale hned dohledávaly jiné důvody. Druhý graf až na skupinu Žlutých všichni zvolili jako odpovídající, proto během chvilky poslední skupinu přesvědčili o správnosti grafické interpretace příběhu. U posledního příběhu jsem dala podnět k diskuzi sama. Chtěla jsem vědět, zda jsou různě orientované úsečky v grafu důležité, co vlastně znamenají. Společnou diskuzí jsme se dobrali k tomu, že v případě tohoto příběhu úsečky spojující jednotlivé body do grafu patří. Na závěr jsem přečetla poznámku o teleportu, kterou přispěla skupina Modrých, což žáky pobavilo a dali jim za pravdu.
- U druhé strany listu 3 jsem poprosila nejprve skupiny Červených a Růžových, aby se pokusily vysvětlit své zápisy. Poté jsem se ptala, zda je někdo, kdo nesouhlasí, ale nikdo takový se neozval. Modří si uvědomili, že svislá úsečka nemůže znamenat prudkou změnu, protože tu by označili velice strmou úsečkou.

- U posledního listu jsme se i hodně pobavili, protože jednotlivé skupinky vymýšlely příběhy přímo o vlastních členech, což ostatním připadalo vtipné.
- Postupně jsem vyzývala zástupce jednotlivých skupin, aby pomalu, po větách četli své příběhy, a ostatní žáci měli za úkol reagovat, když se jim zdálo, že graf se s příběhem neshoduje.
- U posledního úkolu jsem poprosila ty skupiny, které vytvořily příběh, aby ho také přečetly ostatním. Jedna skupina odmítla, protože už věděla, že to má špatně, a nechtěla se ztrapnit. Ostatní tři skupiny své příběhy přečetly, ale předem vždy zdůrazňovaly, že vědí, že to, co napsaly, není jako v zadaném grafu.

6.6 VÝSLEDKY OBECNÝCH OČEKÁVÁNÍ

- *Práce ve skupinách bude žáky bavit.*
    - Tento předpoklad se potvrdil. Práce ve skupinách žáky skutečně bavila. Dosud se prý v hodinách matematiky s takovou formou práce nesetkali. Líbilo se jim, že mohou diskutovat a navzájem se ovlivňovat. Měli radost, když někdo ze skupiny uměl/věděl něco, co se jim při vypracovávání úkolů hodilo.
- *Překážku pro některé žáky může představovat fakt, že nemohou ověřit správnost svých objevů u učitele, s tím se však smíří.*
    - Tento předpoklad se naplnil. Někteří žáci skutečně opakovaně zkoušeli od učitele získat schválení či vyvrácení svého postupování při práci na úkolech.
- *Problémem může být zapojení všech členů skupiny do práce.*
    - I tento předpoklad se projevil jako správný. Zpočátku se sice zapojili skutečně všichni členové jednotlivých

skupin. Někteří však po chvíli přestali pomáhat „akčnějším“ spolužákům a pouze sledovali jejich práci.

- *Při nepochopení pokynů hrozí, že žáci na práci rezignují a odmítnou se dále zapojit.*
    - Tento předpoklad se nenaplnil. Žáci pracovali a nebyl mezi nimi nikdo, kdo by se odmítal zapojit. Celkově projevovali všichni žáci vyšší aktivitu, než v klasických hodinách matematiky.

6.7 ROZBOR EXPERIMENTU VZHLEDEM K JEDNOTLIVÝM FÁZÍM TDS

6.7.1 DEVOLUCE

Devoluce proběhla během první hodiny experimentu. Žáci pochopili stanovená pravidla a snažili se jimi po celou dobu experimentu řídit. Jediné, co jim zpočátku dělalo problém, bylo zvyknout si na fakt, že jim nemohu kontrolovat správnost jejich řešení.

6.7.2 A-DIDAKTICKÁ SITUACE

6.7.2.1 Akce , formulace

Fázi akce a formulace jsem vnímala jako překrývající se. Jelikož žáci pracovali na úkolech ve skupinách, museli již během samotného řešení (akce) zdůvodňovat a vysvětlovat ostatním členům skupiny své nápady, poznatky (formulace).

6.7.2.2 Validace

Po dokončení práce na jednotlivých listech následovala hodina, kdy si skupiny navzájem sdělovaly, jak přistupovaly k řešení úkolů. Docházelo zde k možnosti nahlédnutí na problém z jiného úhlu. Skupiny si mezi sebou ověřovaly, zda postupovaly správnou cestou při snaze dosáhnout vyhovujícího řešení.

6.7.3 INSTITUCIONALIZACE

Cílem institucionalizace je začlenění nových poznatků do systému matematických vědomostí. Protože třídu učím, nesvazovalo mě žádné časové omezení. Během celého následujícího bloku učiva o funkcích jsem tedy čerpala z poznatků, které žáci získali během práce na rallye, a snažila se tyto poznatky systematicky začleňovat do struktury žákovských dosavadních matematických vědomostí. V následujících hodinách jsem proto vždy žáky upozornila, pokud jsme zavadili o problém, úlohu, o něco, co bylo předmětem pracovních listů, a aniž bych jim musela vysvětlovat, jak daný problém řešit, vždy se našlo několik žáků, kteří souvislost objevili a navrhli vhodný postup řešení.

7 ZÁVĚR

Hlavním cílem této diplomové práce bylo představit čtenáři podstatu Teorie didaktických situací. S pomocí uvedené literatury jsem myslím dokázala stručně vyložit alespoň hlavní myšlenku organizace didaktické situace tak, jak je používána v TDS. Podotýkám, že celá TDS je mnohem obsáhlejší, než abych ji dokázala podrobně vysvětlit.

V rámci teoretické části práce jsem dále zpracovala přehled změn v kurikulárních dokumentech, které se týkají výuky a především zavedení funkcí na základní škole. Získané informace jsem na konci kapitoly *Výuka funkcí na základních školách v ČR – historický vývoj* seřadila do přehledné tabulky, která ukazuje posun jednotlivých částí učiva o funkcích směrem k vyšším stupňům škol. Jako součást teoretické části práce jsem také zařadila rozbor vybraných učebnic matematiky pro základní školy, které se zabývají funkcemi. Součástí této kapitoly (kapitola 4) je vždy charakteristika publikace, zajímavé úlohy a klady a zápory, které jsem u dané učebnice shledala. Na konec teoretické části jsem zařadila výsledky dotazníkového šetření, které se uskutečnilo prostřednictvím internetového dotazníku[13]. Cílovou skupinu šetření tvořili učitelé matematiky na základních školách. Otázky se zaměřovaly na změny v kurikulárních dokumentech, ke kterým v posledních letech docházelo, a na celkový přístup učitelů k výuce matematiky a potažmo funkcí.

Experimentální část měla za úkol přesvědčit čtenáře o využitelnosti TDS v prostředí české školy. Experiment byl založen na vypracování série pracovních listů. Žáci řešili úkoly ve skupinách. S odstupem času mohu říci, že práce žáky bavila, motivovala a pro další vzdělávání jim byla přínosem.

Chce-li učitel učit podle zásad TDS, čeká ho náročná příprava. Mezi klady TDS jistě patří motivační charakter hry či úkolů a také pozitivní vliv na schopnost žáků samostatně i týmově pracovat. Co činí vyučování

[13] Dotazník byl zadán prostřednictvím portálu http://my.survio.com

realizované podle zásad TDS je, že nikdy předem nemůžeme vědět, jak se bude hodina vyvíjet a zda jsme se připravili dostatečně důkladně.

Za hlavní přínos TDS považuji skutečnost, že žáci jsou nuceni hlouběji se ponořit do daného problému, najít vhodnou strategii řešení. Jsou tak vedeni k tomu, aby využívali své dosavadní znalosti a dovednosti. Netvrdím, že TDS je tou jedinou správnou cestou, kterou se mají učitelé vydat, ale je to jedna z mnoha metod, které mohou učinit matematiku pro žáky bližší a zajímavější. A to jsem, myslím, prokázala.

LITERATURA

[1] BINTEROVÁ, H., FUCHS E., TLUSTÝ, P.: *Matematika 9: pro základní školy a víceletá gymnázia.* 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2010, 112 s. ISBN 978-807-2386-895.

[2] BRANSFORD, J. D., DONOVAN, M. S.: Scientific Inquiry and How People Learn. In: *How Students Learn: Mathematics in the Classroom*. Editors: Donovan, M. S., Bransford, J. D. Washington, DC, USA: National Academic Press, 2005. ISBN 0-309-07433-9

[3] BROUSSEAU, G. *Les doubles jeux de l'enseignement des mathématiques*. Lecture at Colloque inter IREM, 15-17 June 2001.

[4] BROUSSEAU, Guy, SARRAZY, Bernard. *Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques*. DAEST, Université Bordeaux 2, 2002.

[5] BROUSSEAU, Guy. *La théorie des situations didactiques et ses applications*. Cours donné à Montréal pour l'attribution du titre de Docteur Honoris Causa de l'Université de Montréal, 1998. 56 s.

[6] BROUSSEAU, G.: *Úvod do Teorie didaktických situací v matematice.* Z francouzštiny přeložili J. Novotná, J. Bureš, L. Růžičková. Praha: UK-PedF, 2012. ISBN 978-80-7290-600-0.

[7] BUDÍNOVÁ, I. : *Vazba mezi systémem vzdělávacích cílů a reálných výukových výstupů na příkladu učiva o funkcích na ZŠ.* [disertační práce] Brno: PdF MU, 2010

[8] CARLSON, M., OEHRTMAN, M. : Key Aspects of Knowing and Leaerning the Concept of Function. In : MAA Online, http://www.maa.org/t_and_l/sampler/research_sampler.html (The Mathematical Association of America), 2005.

[9] EISENMANN, P., KOPÁČKOVÁ, A. : *Rozvoj funkčního myšlení ve výuce matematiky na základní škole.* Praha : JČMF, 2006. ISBN 80-7015-085-8.

[10] KUBÍNOVÁ, M. : *Projekty ve vyučování matematice : cesta k tvořivosti a samostatnosti.* Praha : PdF UK, 2002.

[11] MIKOVÁ, M. : Vlastnosti funkcí. In : *Učitel matematiky*, ročník 15, číslo 2, leden 2007. Praha : JČMF, 2007. ISSN 1210-9037.

[12] MŠ ČSR: *Učební osnovy základní devítileté školy.* Praha: SPN, 1974

[13] MŠ ČSR: *Učební osnovy základní školy.* Praha: SPN, 1979

[14] MŠMT: *Standard základního vzdělávání.* 1995 [online]. Dostupné na www.vuppraha.cz nebo http://aplikace.msmt.cz/HTM/Standard_ZV.htm

[15] NOVOTNÁ, J., KUBÍNOVÁ M., SÝKORA, V.: *Matematika s Betkou*. 1. vyd. Praha: Scientia, 1998, 205 s. ISBN 80-718-3148-4.

[16] ODVÁRKO, O., KADLEČEK, J.: *Matematika pro 7. ročník základní školy.* 2. vyd. Praha: Prometheus, 2004, 84 s. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 978-807-1962-854.

[17] SARRAZY, Bernard. *La sensibilité au contrat didactique : Rôle des Arrière-plans dans la résolution de problèmes d'arithmétique au cycle trois*. Université de Bordeaux II, 1996. 775 s. Université de Bordeaux II. Vedoucí disertační práce Prof. Pierre Clanché.

[18] SLOŽIL, J. *Teorie didaktických situací v české škole : Dělitelnost přirozených čísel v 6. ročníku ZŠ.* [Diplomová práce.] Praha: UK-PedF, 2005.

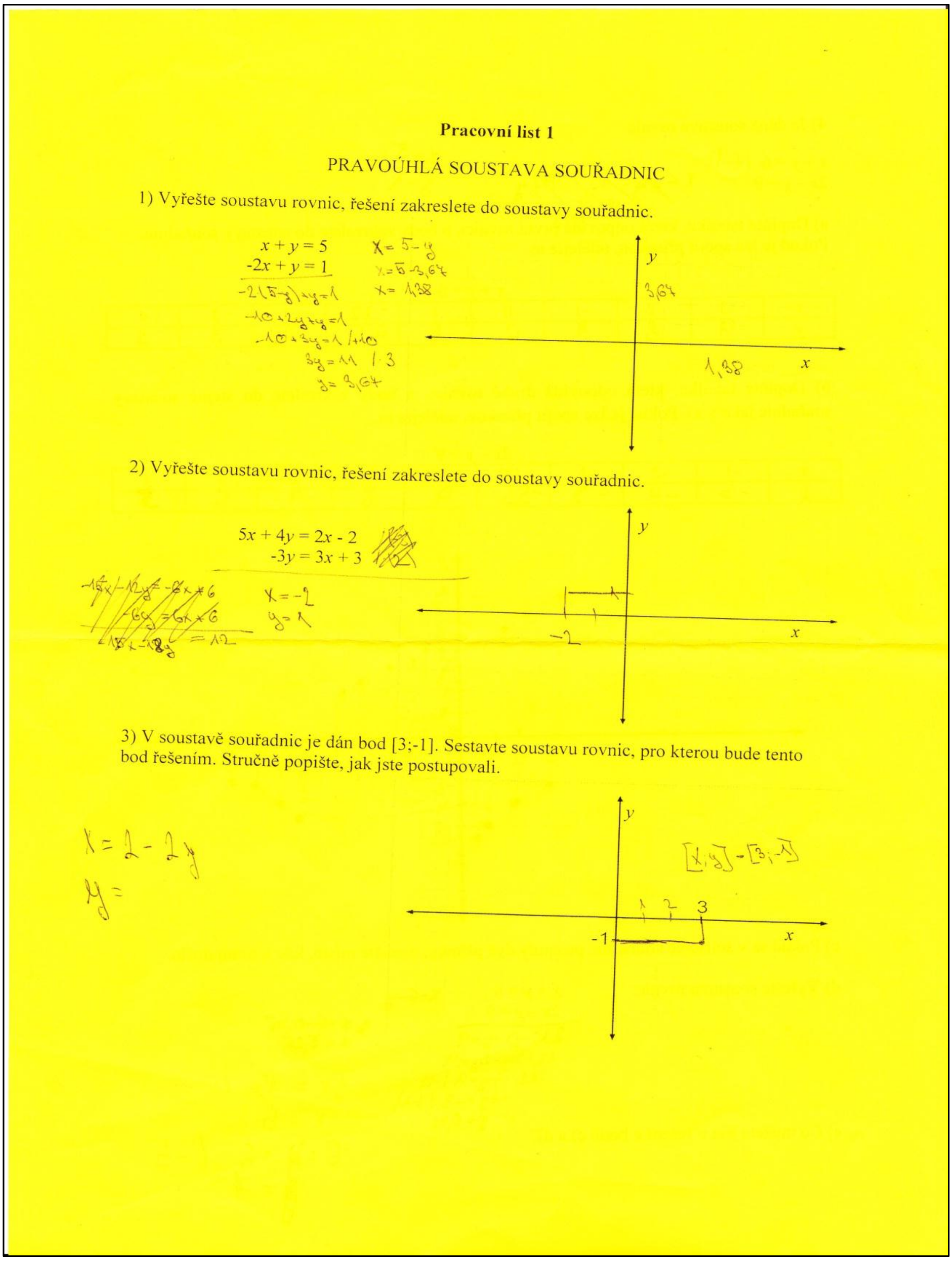
[19] ŠAROUNOVÁ, A.: *Matematika 9.* 1. vyd. Praha: Prometheus, 2000, 159 s. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 80-719-6175-2.

[20] TREJBAL, J.: *Matematika pro 9. ročník základní školy.* 2. přeprac. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 1999, 88 s. ISBN 80-723-5056-0.

8 PŘÍLOHY

8.1 VÝSLEDNÉ PRÁCE – ŽLUTÍ

8.1.1 LIST 1



Pracovní list 1

PRAVOÚHLÁ SOUSTAVA SOUŘADNIC

1) Vyřešte soustavu rovnic, řešení zakreslete do soustavy souřadnic.

$x + y = 5$
$-2x + y = 1$

$-2(5-y)+y=1$
$-10+2y+y=1$
$-10+3y=1 \;/+10$
$3y=11 \;/:3$
$y=3{,}64$

$x=5-y$
$x=5-3{,}64$
$x=1{,}38$

2) Vyřešte soustavu rovnic, řešení zakreslete do soustavy souřadnic.

$5x + 4y = 2x - 2$
$-3y = 3x + 3$

$x=-2$
$y=1$

3) V soustavě souřadnic je dán bod [3;-1]. Sestavte soustavu rovnic, pro kterou bude tento bod řešením. Stručně popište, jak jste postupovali.

$x = 1 - 2y$
$y =$

4) Je dána soustava rovnic

$x + y = 6$ $| \cdot (-1)$
$2x - y = 9$

~~$x - 2y = 15$~~ ~~$| + 2y$~~
~~$x = 15 + 2y$~~

$x = 5$
$y = 1$

a) Doplňte tabulku, která odpovídá první rovnici, a body zakreslete do soustavy souřadnic. Pokud je lze spojit přímkou, udělejte to.

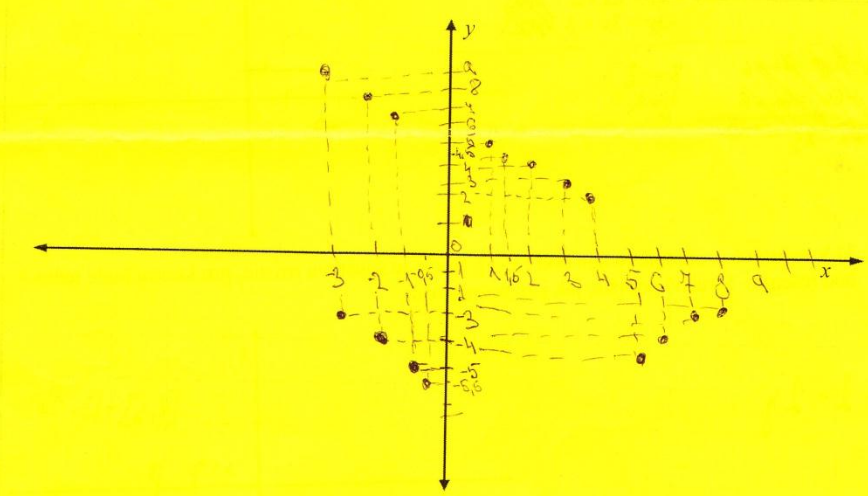
$x + y = 6$

x	-3	-2	-1	0	1	3/2	2	3	4
y	9	8	7	6	5	4,5	4	3	2

b) Doplňte tabulku, která odpovídá druhé rovnici, a body zakreslete do stejné soustavy souřadnic jako v a). Pokud je lze spojit přímkou, udělejte to.

$2x - y = 9$

x	-3	-2	-1	-1/2	0	1	2	3	4
y	-3	-4	-5	-5,5	9	8	7	6	5



c) Pokud se v soustavě souřadnic protnuly dvě přímky, označte místo, kde k tomu došlo.

d) Vyřešte soustavu rovnic:

$x + y = 6$
$2x - y = 9$

$x = 6 - y$

$2 \cdot (6 - y) - y = 9$
$12 - 2y - 2y = 9$
$12 - 4y = 9$ $| -12$
$-4y = -3$ $| : (-4)$
$y = 0,75$

$x = 6 - 0,75$
$x = 5,25$

$3x = 15$ $| :$
$x = 5$

$5 + y = 6$ $| -5$
$y = 1$

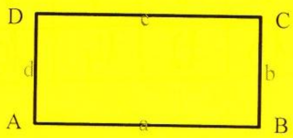
e) Co můžete říct o řešení z bodů c) a d)?

8.1.2 LIST 2

Pracovní list 2

TABULKA A GRAF?

1) Je dán obdélník ABCD



Víme, že obsah tohoto obdélníku je 120 cm^2.
Doplňte tabulku, víte-li, jakých hodnot může nabývat strana a.

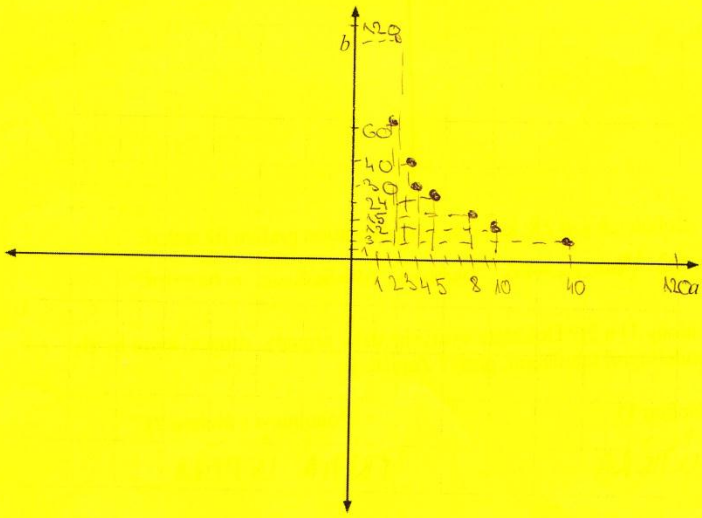
Délka strany a (cm)	1	2	3	4	5	8	10	40	120
Délka strany b (cm)	120	60	40	30	24	15	12	3	1

Vysvětlete, jakým způsobem jste na délku strany b přicházeli.

dosazením, vydělili jsme 120cm² délkou a

Doplňte větu vhodným slovem:
Obsah obdélníku, který má zadanou délku strany a, je ……závislý…… na délce strany b.

Vyznačte body získané v tabulce do soustavy souřadnic a spojte je jedním tahem.



Vyhledejte v učebnicích pro ZŠ, kde jste se s podobným grafem již setkali.

2) Za jednu žvýkačku v obchodě zaplatíte 2 Kč. Doplňte tabulku celkové ceny, pokud nakoupíte různý počet žvýkaček.

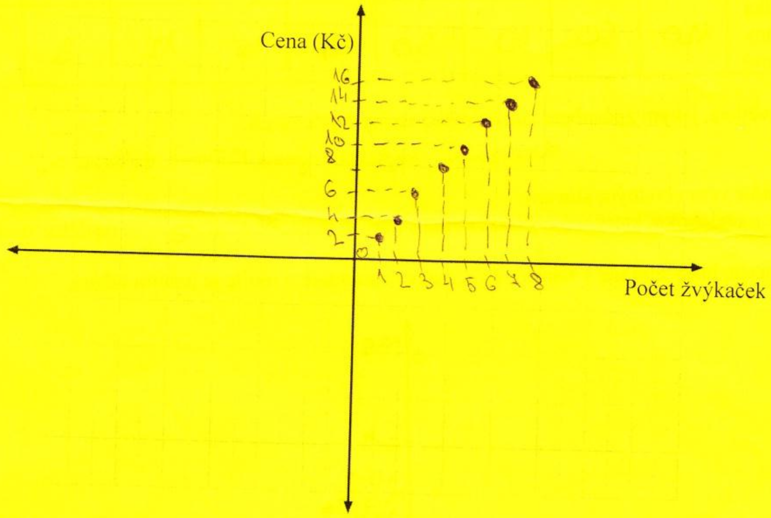
Počet žvýkaček	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Cena (Kč)	0	2	4	6	8	10	12	14	16

Vysvětlete, jakým způsobem jste celkovou cenu počítali.

počet žvýkaček vynásobíme ~~dvěma~~ 2, tak zjistíme cenu

Doplňte větu vhodným slovem:
Celková cena žvýkaček …závisí………………….. na počtu kusů koupených žvýkaček.

Vyznačte body získané v tabulce do soustavy souřadnic a spojte je jedním tahem.



Vyhledejte v učebnicích pro ZŠ, kde jste se s podobným grafem již setkali.

str. 38 | Pravoúhlá soustava souřadnic v rovině

V čem se liší úlohy 1) a 2)? Dokážete vymyslet další případy, situace, které by šly zaznamenat podobnými tabulkami, grafy? Zapište je.

Podobnost s úlohou 1):

NEPŘÍMÁ ÚMĚRA

Podobnost s úlohou 2):

PŘÍMÁ ÚMĚRA

8.1.3 LIST 3

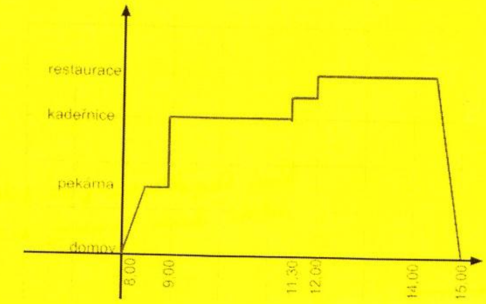
Pracovní list 3

GRAF A PŘÍBĚH?

Paní Popelková vyrazila v 8,00 do města. Když došla do pekárny, bylo 8,30. Zdržela se tu 15 minut a pospíchala ke kadeřnici, kam dorazila přesně v 9,00. Od kadeřnice odešla za dvě a půl hodiny. Ve 12,00 měla sraz se svou dcerou v restauraci. Povídali si zde až do 14,30.
Z restaurace domů jela paní Popelková taxíkem a přišla domů v 15,00.

Vyberte z nabízených grafů ten, který zaznamenává putování paní Popelkové. U nezvolených grafů odůvodněte, proč si myslíte, že graf nevyhovuje skutečnosti.

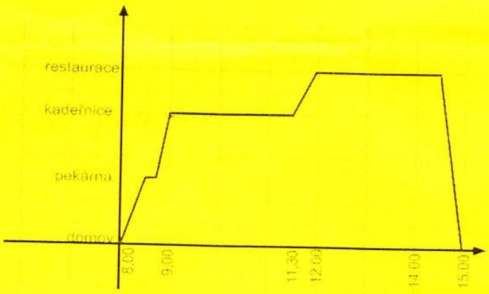
a)



Odůvodnění:

není zaznamenáno zdržení 15 min

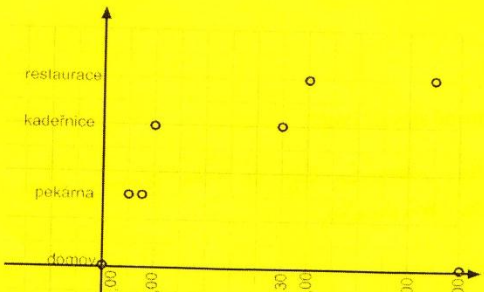
b)



Odůvodnění:

není zaznamenáno, že si povídali zde ao 14,30

c)

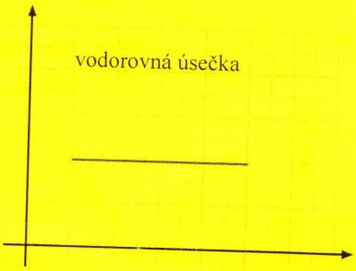


Odůvodnění:

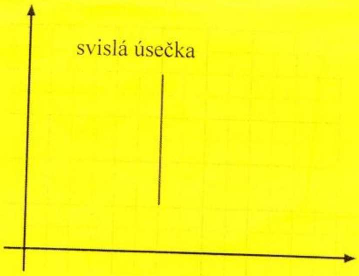
Od 12:00 nejsou v restauraci až do 14:30

Vlastními slovy popište, co se děje, když je v grafu zaznamenána:

Paní Popelková jde z místa na místo delší časový úsek



Paní Popelková se zdrží na stejném místě delší časový úsek.



Za ten samý čas dojde na více míst

Který z těchto tří grafů dává nejméně smysl? Proč?

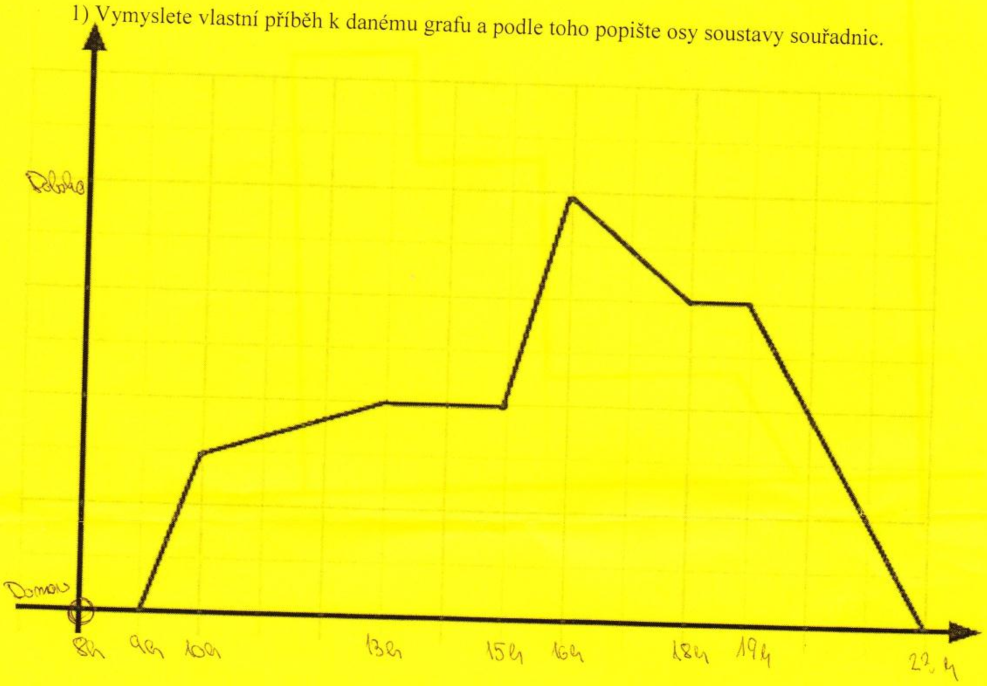
Poslední, protože nemůže být v ten samý čas na více místech

8.1.4 LIST 4

Pracovní list 4

PŘÍBĚH A GRAF?

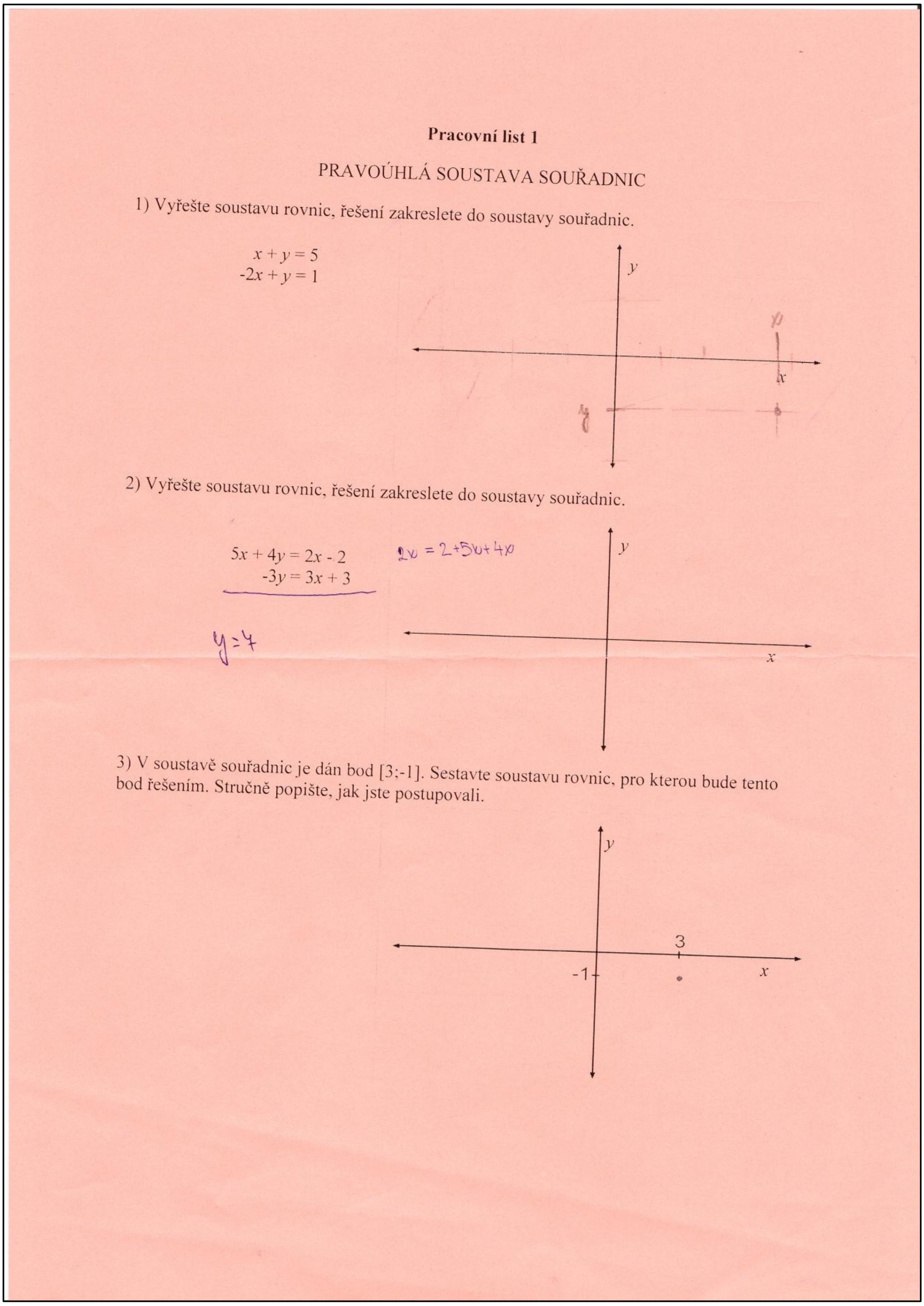
1) Vymyslete vlastní příběh k danému grafu a podle toho popište osy soustavy souřadnic.



V 8 hodin ~~xx~~ měl sraz ~~x~~ zájezd do Polska. V 9 h. byli všichni
připraveni a autobus vyjel. ~~Do~~ Do 10 hodin jel rychlostí 120 km/h
a na benzínku dojel v 10 h. Další úsek jel autobus kvůli zácpě
70 km/h a na odpočinkové parkoviště dojel ve 13 h. Na parkovišti
se zájezd zdržel 2 hodiny. V 15 h vyrazil rychlostí 120 km/h a dorazili
na místo v 16 h. Protože v Polsku bylo muzeum zavřené, tak se
více nezdrželi a jeli zpátky. V 16 h. vyrazili a rychlostí 100 km/h
přijeli v 18 h. na odpočinkové parkoviště kde se zdrželi hodinu
Po hodině odjeli rychlostí 120 km/h a domů se vrátili ve 23 h.

8.2 Výsledné práce – Růžoví

8.2.1 List 1



Pracovní list 1

PRAVOÚHLÁ SOUSTAVA SOUŘADNIC

1) Vyřešte soustavu rovnic, řešení zakreslete do soustavy souřadnic.

$$x + y = 5$$
$$-2x + y = 1$$

2) Vyřešte soustavu rovnic, řešení zakreslete do soustavy souřadnic.

$$5x + 4y = 2x - 2$$
$$-3y = 3x + 3$$

2x = 2+5x+4x

y = 7

3) V soustavě souřadnic je dán bod [3;-1]. Sestavte soustavu rovnic, pro kterou bude tento bod řešením. Stručně popište, jak jste postupovali.

4) Je dána soustava rovnic

$2\cdot(6-y)-y=9$
$12-2y-y=9$
$12-3y=9 \quad /-12$
$-3y=-3 \quad /:(-3)$
$y=1$

$x+y=6$
$2x-y=9$

$x=6-y$
$x=6-1=5$

a) Doplňte tabulku, která odpovídá první rovnici, a body zakreslete do soustavy souřadnic. Pokud je lze spojit přímkou, udělejte to.

$-3+\quad=6$

$x+y=6$

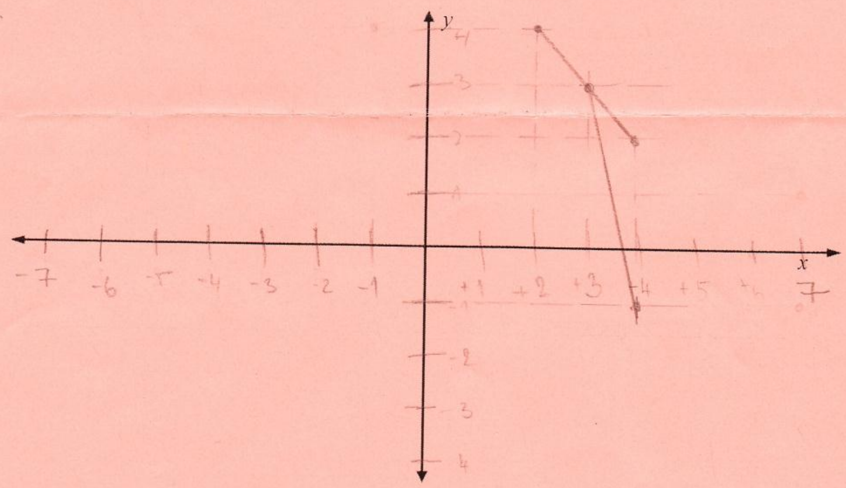
x	-3	-2	-1	0	1	3/2	2	3	4
y	9	8	7	6	5	~~0,5~~	4	3	2

b) Doplňte tabulku, která odpovídá druhé rovnici, a body zakreslete do stejné soustavy souřadnic jako v a). Pokud je lze spojit přímkou, udělejte to.

$2x-y=9$

x	-3	-2	-1	-1/2	0	1	2	3	4
y	+15	+13	+11	+10	+9	~~+7~~	+9	+3	-1

~~nesprávně~~



c) Pokud se v soustavě souřadnic protnuly dvě přímky, označte místo, kde k tomu došlo.

d) Vyřešte soustavu rovnic: $x+y=6 \quad /\cdot(-2)$
$2x-y=9$

$-2x-2y=-12$
$2x-y=9$
$-3y=-3 \quad /:(-3)$
$y=1$

$x+1=6 \quad /-1$
$x=5$

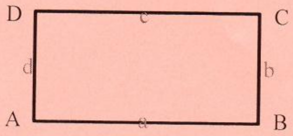
e) Co můžete říct o řešení z bodů c) a d)?

8.2.2 LIST 2

Pracovní list 2

TABULKA A GRAF?

1) Je dán obdélník ABCD



$S = a \cdot b$

$120 = a \cdot b$

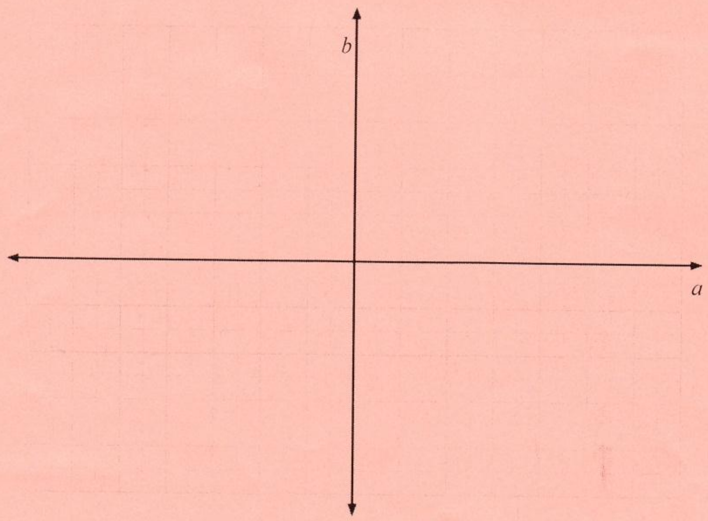
Víme, že obsah tohoto obdélníku je 120 cm^2.
Doplňte tabulku, víte-li, jakých hodnot může nabývat strana *a*.

Délka strany *a* (cm)	1	2	3	4	5	8	10	40	120
Délka strany *b* (cm)	~~0,5~~ 120	~~1~~ 60	~~1,5~~ 40	~~2~~ 30	~~2,5~~ 20	~~4~~ 15	~~5~~ 12	~~20~~ 3	~~60~~ 1

Vysvětlete, jakým způsobem jste na délku strany *b* přicházeli.

Doplňte větu vhodným slovem:
Obsah obdélníku, který má zadanou délku strany *a*, je …………………… na délce strany *b*.

Vyznačte body získané v tabulce do soustavy souřadnic a spojte je jedním tahem.



Vyhledejte v učebnicích pro ZŠ, kde jste se s podobným grafem již setkali.

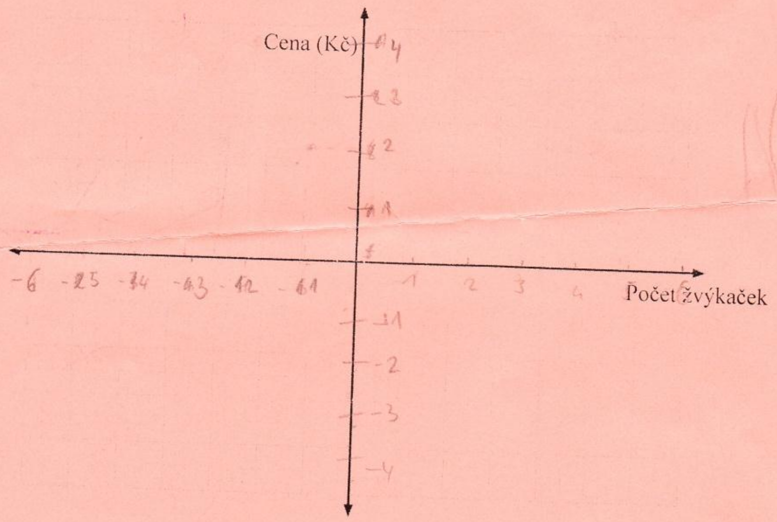
2) Za jednu žvýkačku v obchodě zaplatíte 2 Kč. Doplňte tabulku celkové ceny, pokud nakoupíte různý počet žvýkaček.

Počet žvýkaček	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Cena (Kč)	0	2	4	6	8	10	12	14	16

Vysvětlete, jakým způsobem jste celkovou cenu počítali.

Doplňte větu vhodným slovem:
Celková cena žvýkaček …………………….. na počtu kusů koupených žvýkaček.

Vyznačte body získané v tabulce do soustavy souřadnic a spojte je jedním tahem.



Vyhledejte v učebnicích pro ZŠ, kde jste se s podobným grafem již setkali.

NEDOKÁŽEME!

V čem se liší úlohy 1) a 2)? Dokážete vymyslet další případy, situace, které by šly zaznamenat podobnými tabulkami, grafy? Zapište je.

Podobnost s úlohou 1):

Podobnost s úlohou 2):

8.2.3 LIST 3

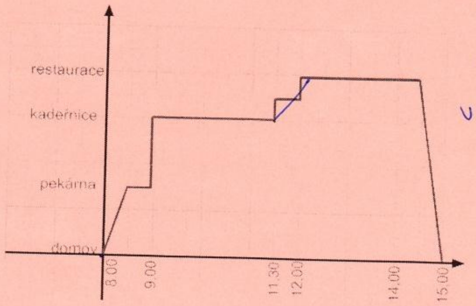
Pracovní list 3

GRAF A PŘÍBĚH?

Paní Popelková vyrazila v 8,00 do města. Když došla do pekárny, bylo 8,30. Zdržela se tu 15 minut a pospíchala ke kadeřnici, kam dorazila přesně v 9,00. Od kadeřnice odešla za dvě a půl hodiny. Ve 12,00 měla sraz se svou dcerou v restauraci. Povídali si zde až do 14,30. Z restaurace domů jela paní Popelková taxíkem a přišla domů v 15,00.

Vyberte z nabízených grafů ten, který zaznamenává putování paní Popelkové. U nezvolených grafů odůvodněte, proč si myslíte, že graf nevyhovuje skutečnosti.

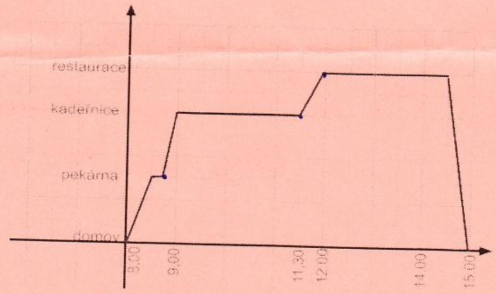
a)



Odůvodnění:

graf nevyhovuje, protože: v pekárně se zdržela jen 15min a při cestě z kadeřnictví šla rovnou do restaurace.

b)

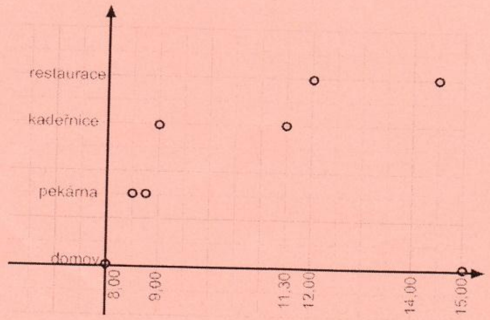


Správně

Odůvodnění:

~~graf nevyhovuje protože:~~

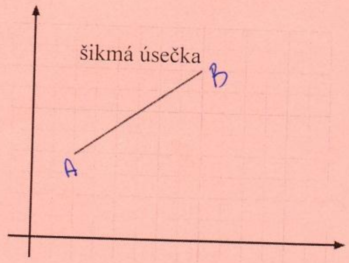
c)



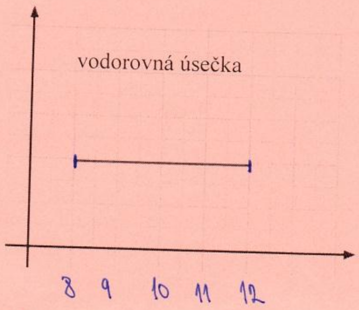
Odůvodnění:

není vyznačená cesta pouze body

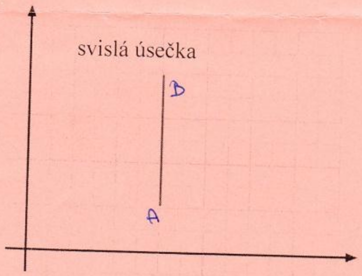
Vlastními slovy popište, co se děje, když je v grafu zaznamenána:



že těleso jde z bodu A do bodu B a trvá mu to dobu vyznačenou v grafu



Vodorovná úsečka znamená že naše těleso se stojí dobu značenou v grafu na stejném místě



že těleso je v ten samou bodu v bodu A i B

Který z těchto tří grafů dává nejméně smysl? Proč?

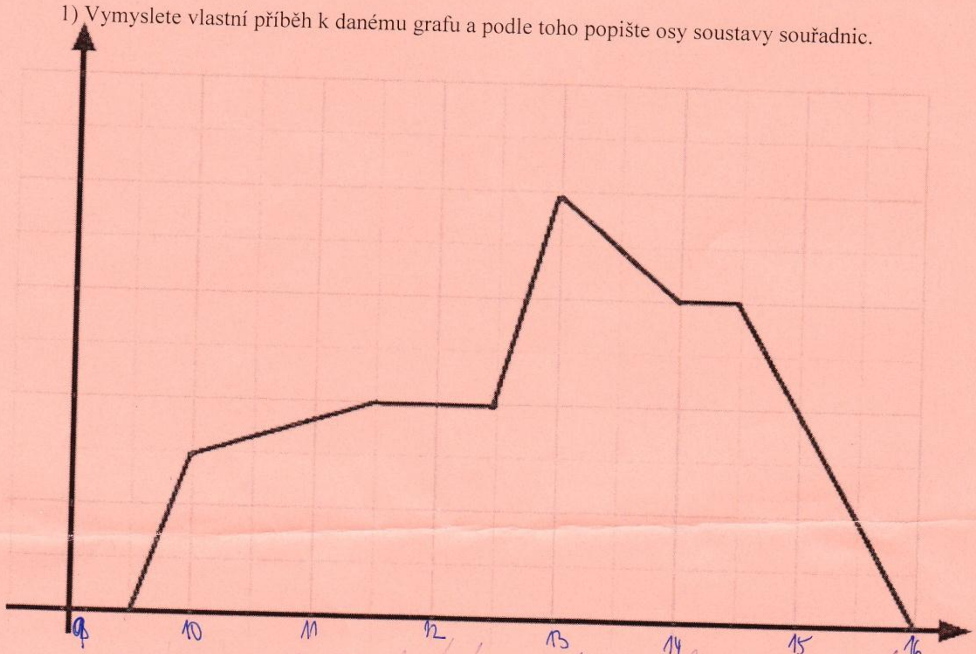
Ten třetí, protože nedává smysl že těleso je ve dvou místech najednou

8.2.4 *LIST 4*

Pracovní list 4

PŘÍBĚH A GRAF?

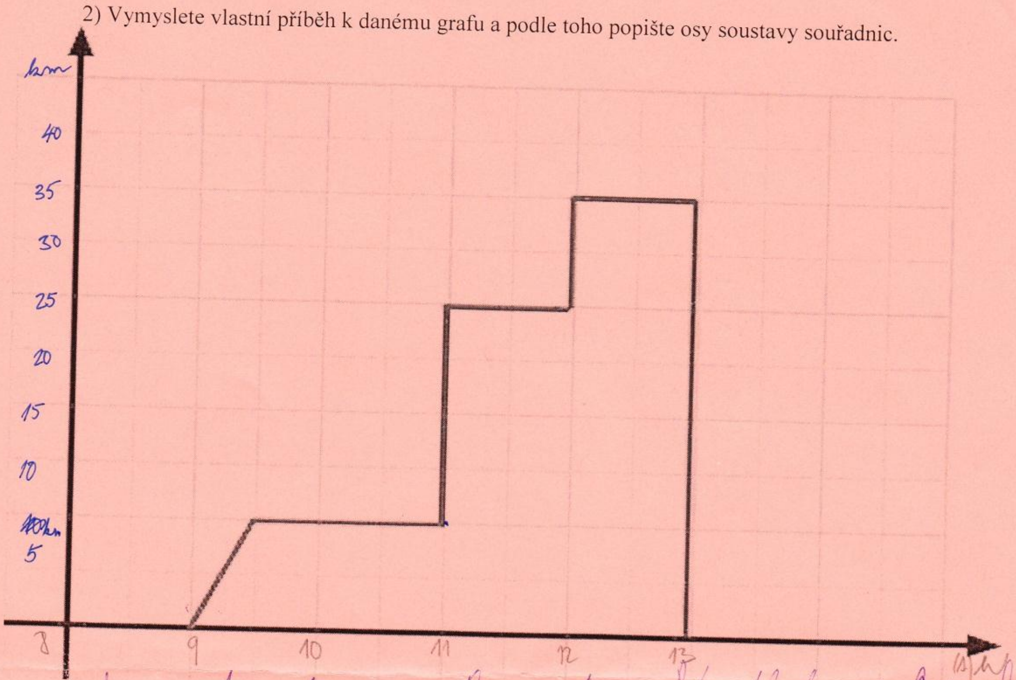
1) Vymyslete vlastní příběh k danému grafu a podle toho popište osy soustavy souřadnic.



~~Paní Nováková vyrazila v 9:30 h. tato se taky autobusem do Prahy.~~
~~Paní~~

Paní Nováková ~~vyrazila~~ v ~~9:30~~ 9:30 vyrazila autobusem do Prahy na nákupy. ~~V Praze~~ ~~to~~ ~~P~~ Do Prahy ~~vyrazila~~ dorazila ~~10:30~~ 10:00. ~~Při obchodu bylo 11:00 hodin~~ Do obchodu dorazila v ~~11:00~~ 11:20. V obchodu byla velká fronta tak se paní N. zdržela 1 h. Když se dostala k pokladně už bylo ~~11:25~~ 13:00. Od nákupního domu to na zastávku trvá 1 h min. Na zastávce čekala 30 min. Domů přijela ~~12:50~~ 16:00 h.

2) Vymyslete vlastní příběh k danému grafu a podle toho popište osy soustavy souřadnic.

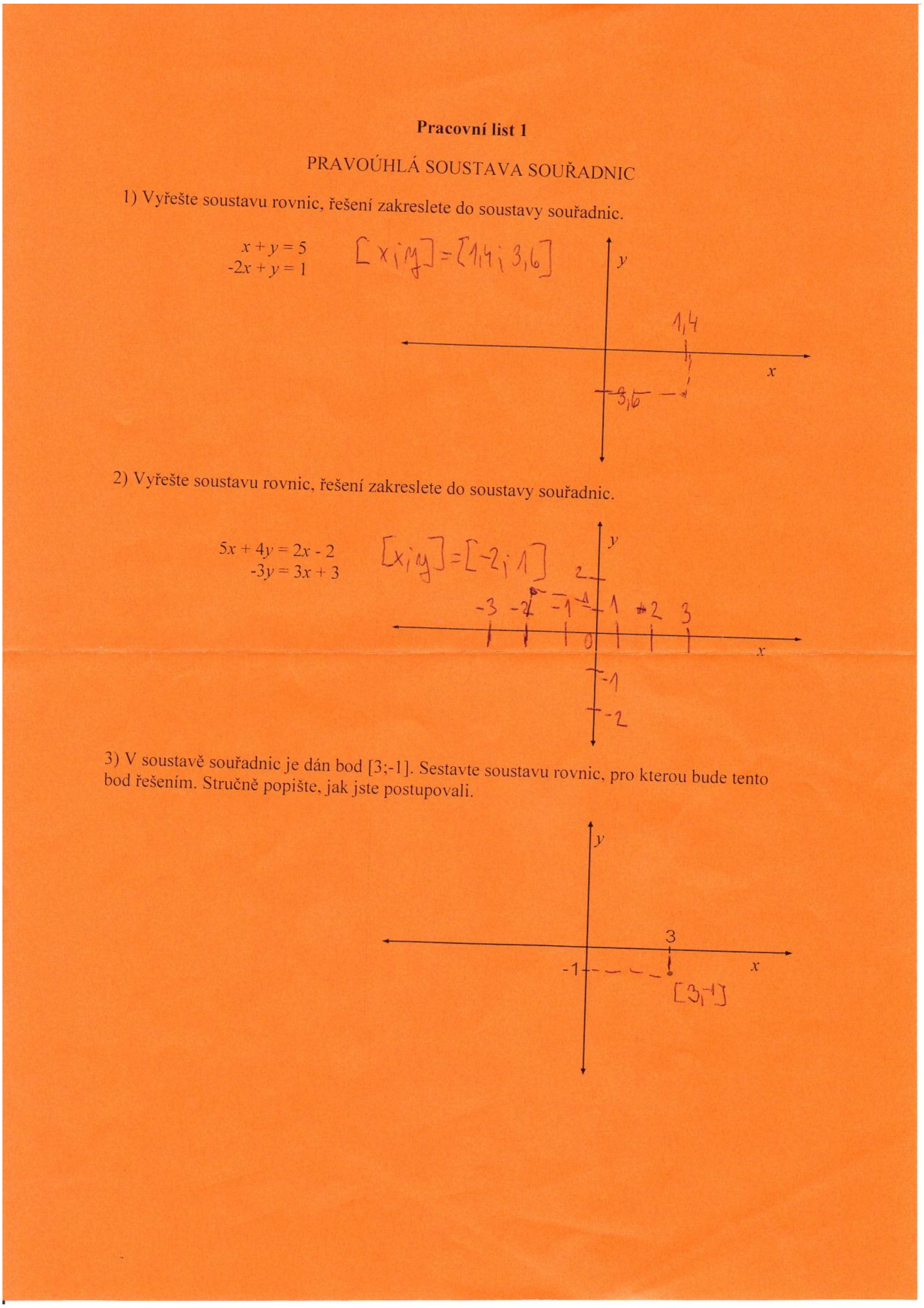


skupina turistů vyrazila na túru dlouhou 40 km. ~~při 1. přestávce ji ušla zkratku~~ Při první zastávce ušli se zdrželi 15 min. a ušli 8 km. Do konce zbývá 32 km. Pak šli lesem 9 km. a odpočinuli si.

Skupina turistů vyrazila v 9:00 na túru. Jeli na kole a za 30 min měli už 5 km, kde byla restaurace a zdrželi se tam do 11:00. Pak ujeli 25 km.

8.3 VÝSLEDNÉ PRÁCE – ORANŽOVÍ

8.3.1 LIST 1



Pracovní list 1

PRAVOÚHLÁ SOUSTAVA SOUŘADNIC

1) Vyřešte soustavu rovnic, řešení zakreslete do soustavy souřadnic.

$$x + y = 5$$
$$-2x + y = 1$$

[x;y] = [1,4; 3,6]

2) Vyřešte soustavu rovnic, řešení zakreslete do soustavy souřadnic.

$$5x + 4y = 2x - 2$$
$$-3y = 3x + 3$$

[x;y] = [-2;1]

3) V soustavě souřadnic je dán bod [3;-1]. Sestavte soustavu rovnic, pro kterou bude tento bod řešením. Stručně popište, jak jste postupovali.

4) Je dána soustava rovnic

$x + y = 6$
$2x - y = 9$

$[x;y] = [5;1]$

a) Doplňte tabulku, která odpovídá první rovnici, a body zakreslete do soustavy souřadnic. Pokud je lze spojit přímkou, udělejte to.

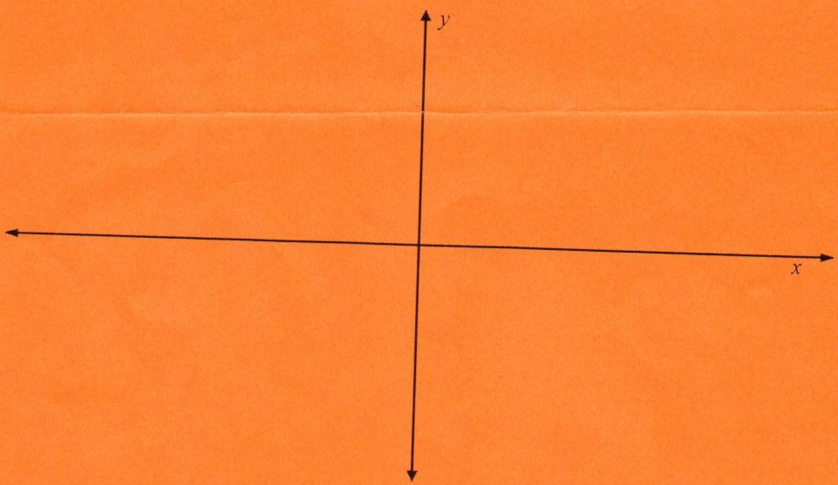
$x + y = 6$

x	-3	-2	-1	0	1	3/2	2	3	4
y	9	8	7	6	5		4	3	2

b) Doplňte tabulku, která odpovídá druhé rovnici, a body zakreslete do stejné soustavy souřadnic jako v a). Pokud je lze spojit přímkou, udělejte to.

$2x - y = 9$

x	-3	-2	-1	-1/2	0	1	2	3	4
y	-15	-13	-11	-10	-7	-7	-5	-3	-1



c) Pokud se v soustavě souřadnic protnuly dvě přímky, označte místo, kde k tomu došlo.

d) Vyřešte soustavu rovnic: $x + y = 6$
$2x - y = 9$

$[x;y] = [5;1]$

e) Co můžete říct o řešení z bodů c) a d)?

8.3.2 LIST 2

2) Za jednu žvýkačku v obchodě zaplatíte 2 Kč. Doplňte tabulku celkové ceny, pokud nakoupíte různý počet žvýkaček.

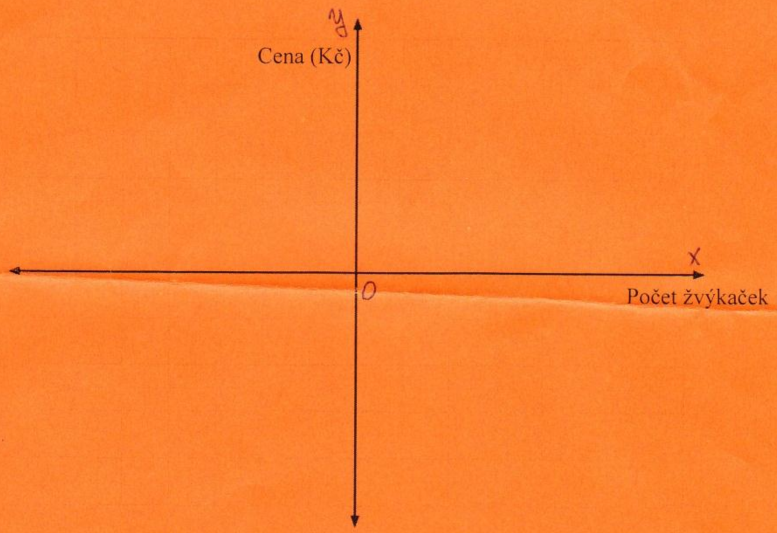
Počet žvýkaček	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Cena (Kč)	0	2	4	6	8	10	12	14	16

Vysvětlete, jakým způsobem jste celkovou cenu počítali.

počet žvýkaček · cena Kč

Doplňte větu vhodným slovem:
Celková cena žvýkaček ...závisí.................. na počtu kusů koupených žvýkaček.

Vyznačte body získané v tabulce do soustavy souřadnic a spojte je jedním tahem.



Vyhledejte v učebnicích pro ZŠ, kde jste se s podobným grafem již setkali.

V čem se liší úlohy 1) a 2)? Dokážete vymyslet další případy, situace, které by šly zaznamenat podobnými tabulkami, grafy? Zapište je.

Podobnost s úlohou 1):

Podobnost s úlohou 2):

8.3.3 LIST 3

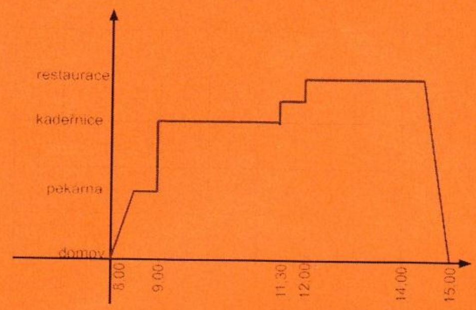
Pracovní list 3

GRAF A PŘÍBĚH?

Paní Popelková vyrazila v 8,00 do města. Když došla do pekárny, bylo 8,30. Zdržela se tu 15 minut a pospíchala ke kadeřnici, kam dorazila přesně v 9,00. Od kadeřnice odešla za dvě a půl hodiny. Ve 12,00 měla sraz se svou dcerou v restauraci. Povídali si zde až do 14,30. Z restaurace domů jela paní Popelková taxíkem a přišla domů v 15,00.

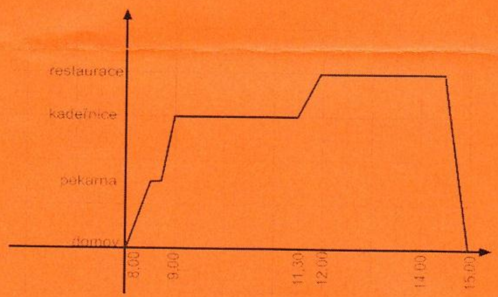
Vyberte z nabízených grafů ten, který zaznamenává putování paní Popelkové. U nezvolených grafů odůvodněte, proč si myslíte, že graf nevyhovuje skutečnosti.

a)



Odůvodnění: Neodpovídá protože v pekárně se měla zdržet 15 min., ale podle grafu se tam zdržela půl hodiny.

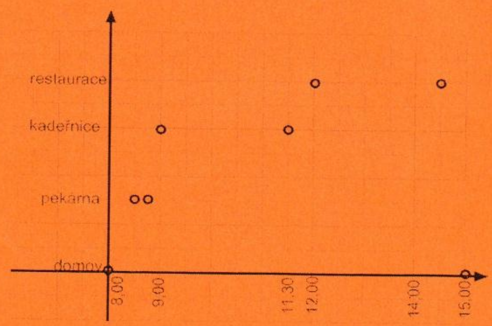
b)



Odůvodnění: ~~Neodpovídá protože v restauraci měla být do 14:30 ale podle grafu je tam do 15:00.~~

Odpovídá!!!

c)



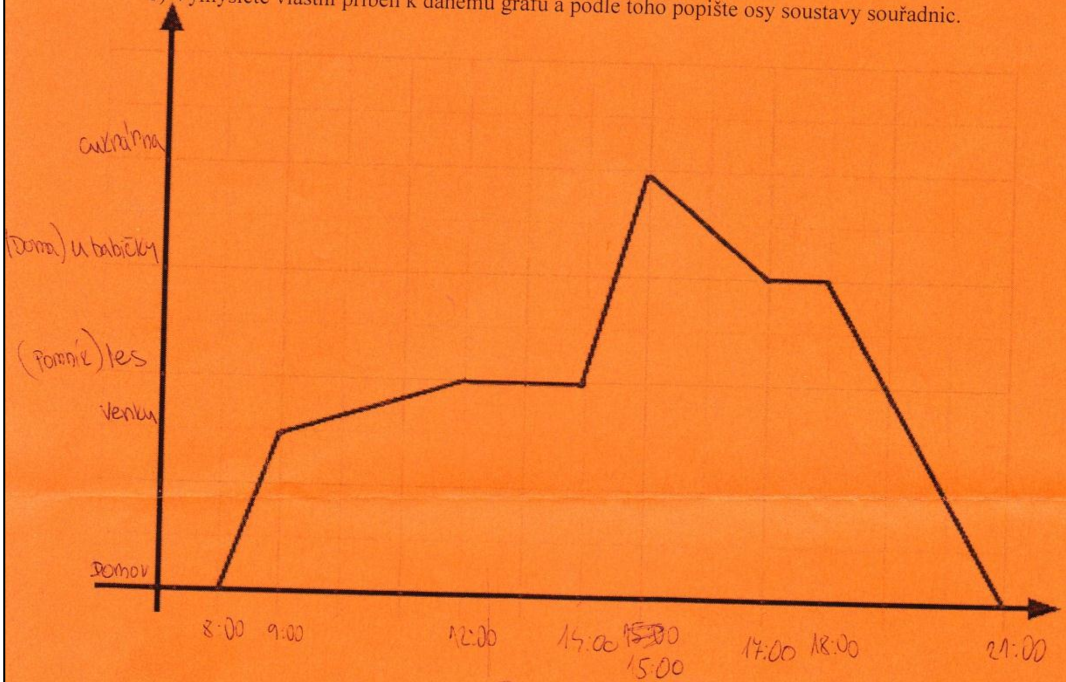
Odůvodnění: Tento graf odpovídá.

8.3.4 LIST 4

Pracovní list 4

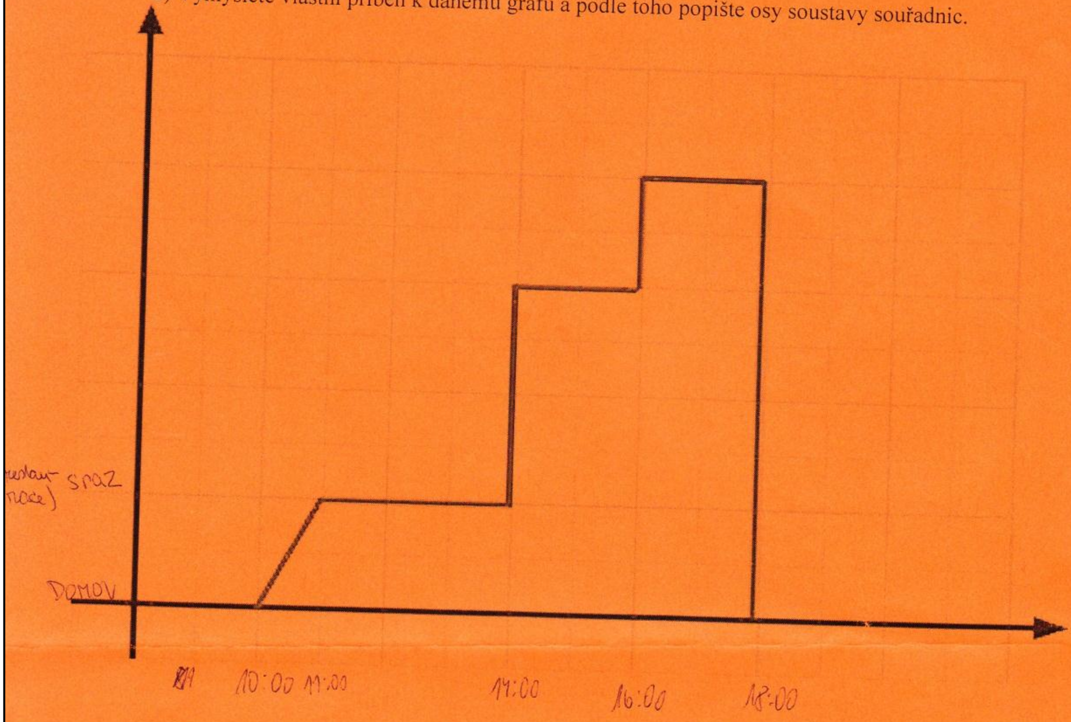
PŘÍBĚH A GRAF?

1) Vymyslete vlastní příběh k danému grafu a podle toho popište osy soustavy souřadnic.



V 8h. se domluvila Míša se Štěpou že pojedou na kola. Z domova vyjeli v 9h. ~~Ve 12h. v les~~ V lese ve 12h. potkali Moniku na koloběžce. U pomníku ve 14h. potkali Jondu na tříkolce. Dohodli se že pojedou na zmrzlinu (do cukrárny) a tam dojeli v 15h. V 17h. jeli k Jondově babičce pro vajíčka. Každý jsme poté jeli domů kam jsme dorazili v 18h. Byli jsme unavený a proto jsme šli spát v 21h.

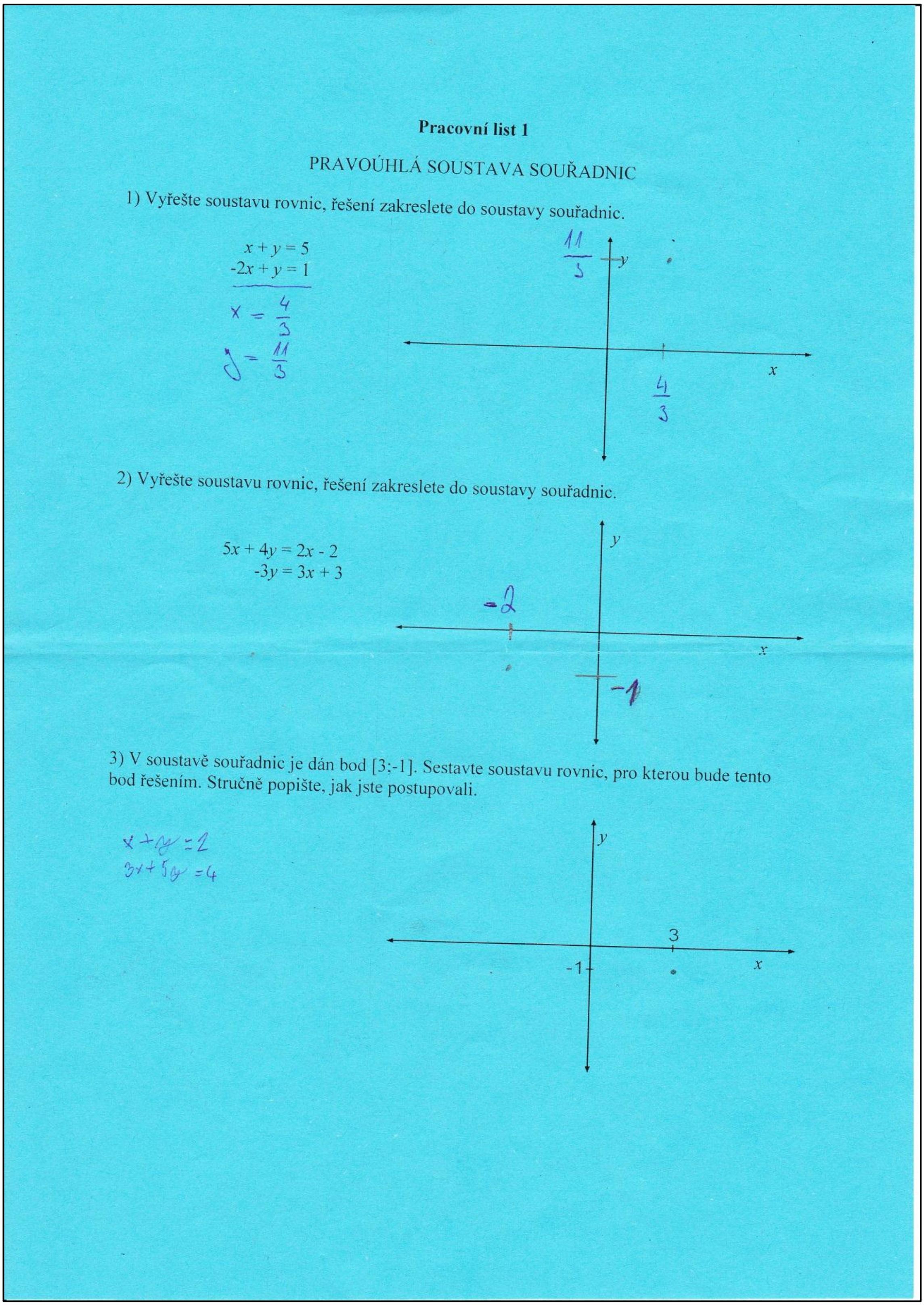
2) Vymyslete vlastní příběh k danému grafu a podle toho popište osy soustavy souřadnic.



Štěpa, Míša, Monča a Tonda vstávali v 10:00 a sešli se v 11:00 protože jeli do zoo. Když byli v zoo tak si tam zašli i do restaurace ve 14:00.

8.4 VÝSLEDNÉ PRÁCE – MODŘÍ

8.4.1 LIST 1



Pracovní list 1

PRAVOÚHLÁ SOUSTAVA SOUŘADNIC

1) Vyřešte soustavu rovnic, řešení zakreslete do soustavy souřadnic.

$$x + y = 5$$
$$-2x + y = 1$$

$x = \frac{4}{3}$

$y = \frac{11}{3}$

2) Vyřešte soustavu rovnic, řešení zakreslete do soustavy souřadnic.

$$5x + 4y = 2x - 2$$
$$-3y = 3x + 3$$

3) V soustavě souřadnic je dán bod [3;-1]. Sestavte soustavu rovnic, pro kterou bude tento bod řešením. Stručně popište, jak jste postupovali.

$x + y = 2$

$3x + 5y = 4$

4) Je dána soustava rovnic

$x + y = 6$ $\quad x = 5$

$2x - y = 9$ $\quad y = 1$

a) Doplňte tabulku, která odpovídá první rovnici, a body zakreslete do soustavy souřadnic. Pokud je lze spojit přímkou, udělejte to.

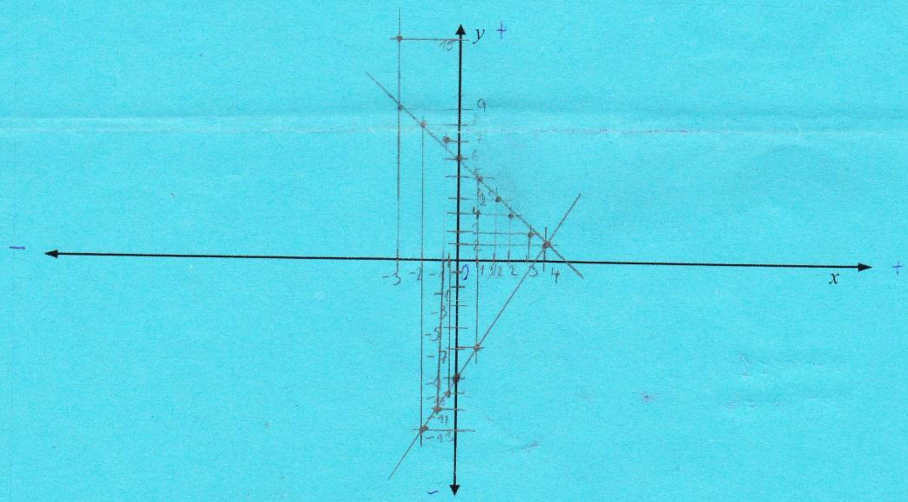
$x + y = 6$

x	-3	-2	-1	0	1	3/2	2	3	4
y	9	8	7	6	5	$\frac{9}{2}$	4	3	2

b) Doplňte tabulku, která odpovídá druhé rovnici, a body zakreslete do stejné soustavy souřadnic jako v a). Pokud je lze spojit přímkou, udělejte to.

$2x - y = 9$

x	-3	-2	-1	-1/2	0	1	2	3	4
y	15	−13	−11	−10	−9	−7	−5	−3	−1



c) Pokud se v soustavě souřadnic protnuly dvě přímky, označte místo, kde k tomu došlo.

d) Vyřešte soustavu rovnic: $\quad x + y = 6$ $\quad$ $x = 4$

$2x - y = 9$ $\quad$ $y = 2$

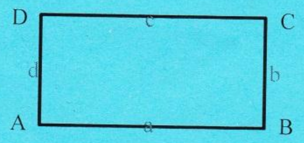
e) Co můžete říct o řešení z bodů c) a d)?

8.4.2 LIST 2

Pracovní list 2

TABULKA A GRAF?

1) Je dán obdélník ABCD



Víme, že obsah tohoto obdélníku je 120 cm^2.
Doplňte tabulku, víte-li, jakých hodnot může nabývat strana *a*.

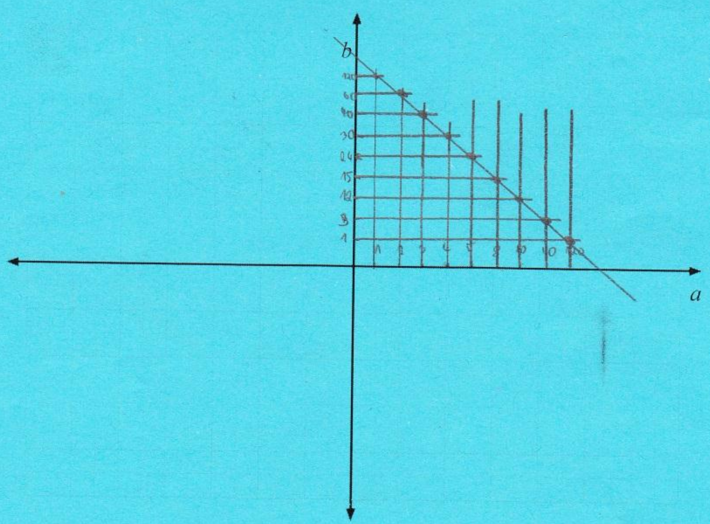
Délka strany *a* (cm)	1	2	3	4	5	8	10	40	120
Délka strany *b* (cm)	120	60	40	30	24	15	12	3	1

Vysvětlete, jakým způsobem jste na délku strany *b* přicházeli.

$S = a \cdot b$
$120 = 1b$

Doplňte větu vhodným slovem:
Obsah obdélníku, který má zadanou délku strany *a*, je ...zadaná......................... na délce strany *b*.

Vyznačte body získané v tabulce do soustavy souřadnic a spojte je jedním tahem.



Vyhledejte v učebnicích pro ZŠ, kde jste se s podobným grafem již setkali.

2) Za jednu žvýkačku v obchodě zaplatíte 2 Kč. Doplňte tabulku celkové ceny, pokud nakoupíte různý počet žvýkaček.

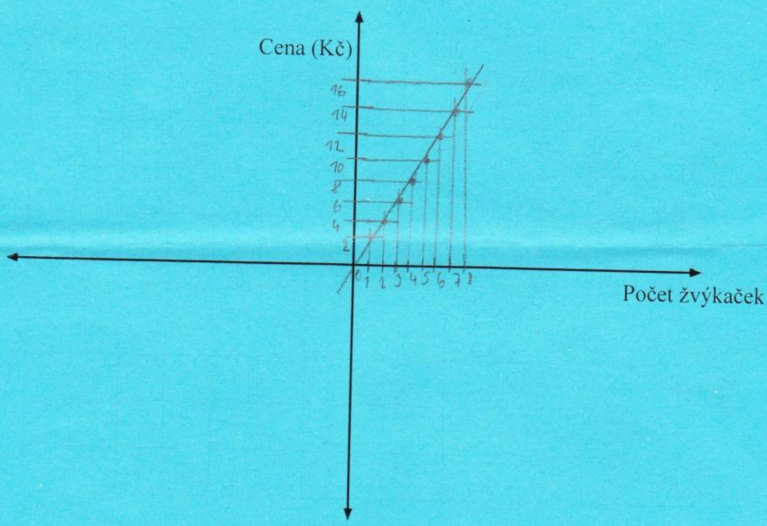
Počet žvýkaček	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Cena (Kč)	0	2	4	6	8	10	12	14	16

Vysvětlete, jakým způsobem jste celkovou cenu počítali.

počet žvýkaček x2

Doplňte větu vhodným slovem:
Celková cena žvýkaček …x2……………… na počtu kusů koupených žvýkaček.

Vyznačte body získané v tabulce do soustavy souřadnic a spojte je jedním tahem.



Vyhledejte v učebnicích pro ZŠ, kde jste se s podobným grafem již setkali.

V čem se liší úlohy 1) a 2)? Dokážete vymyslet další případy, situace, které by šly zaznamenat podobnými tabulkami, grafy? Zapište je.

Podobnost s úlohou 1):

Podobnost s úlohou 2):

8.5 LIST 3

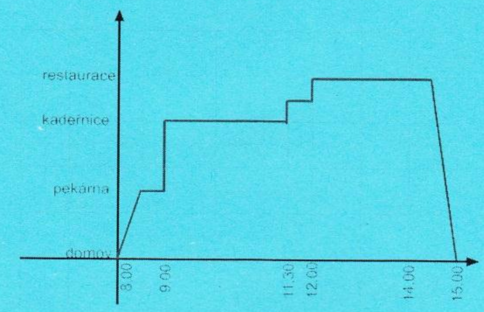
Pracovní list 3

GRAF A PŘÍBĚH?

Paní Popelková vyrazila v 8,00 do města. Když došla do pekárny, bylo 8,30. Zdržela se tu 15 minut a pospíchala ke kadeřnici, kam dorazila přesně v 9,00. Od kadeřnice odešla za dvě a půl hodiny. Ve 12,00 měla sraz se svou dcerou v restauraci. Povídali si zde až do 14,30.
Z restaurace domů jela paní Popelková taxíkem a přišla domů v 15,00.

Vyberte z nabízených grafů ten, který zaznamenává putování paní Popelkové. U nezvolených grafů odůvodněte, proč si myslíte, že graf nevyhovuje skutečnosti.

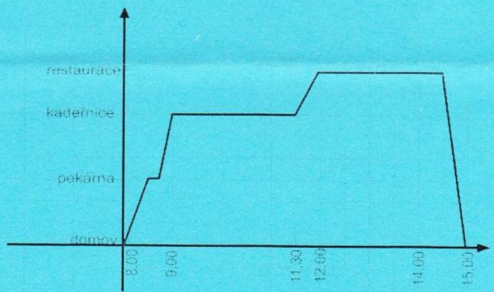
a)



Odůvodnění:

Chyba je že P. Pop. odešla z pekárny v 8:45 nikoli v 9:00 k dceři se nezdržela

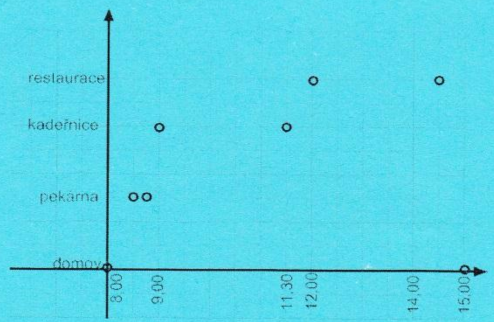
b)



Odůvodnění:

P. Popelková dorazila do pekárny v 8:30 a odešla v 8:45 ne v 9:00. Cestu do restaurace se nezdržela

c)



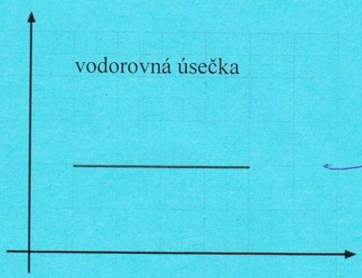
Odůvodnění:

Není zde cesta! Paní Popelková nemá v kapse kapesní teleport.

Vlastními slovy popište, co se děje, když je v grafu zaznamenána:

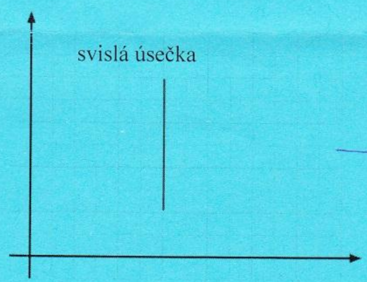
(Zvýšení hodnoty)

cesta do určeného místa



(žádná změna)

Zdržení - na místě



(prudká změna)

(návrat do původního místa)

(prudký přesun)

Který z těchto tří grafů dává nejméně smysl? Proč?

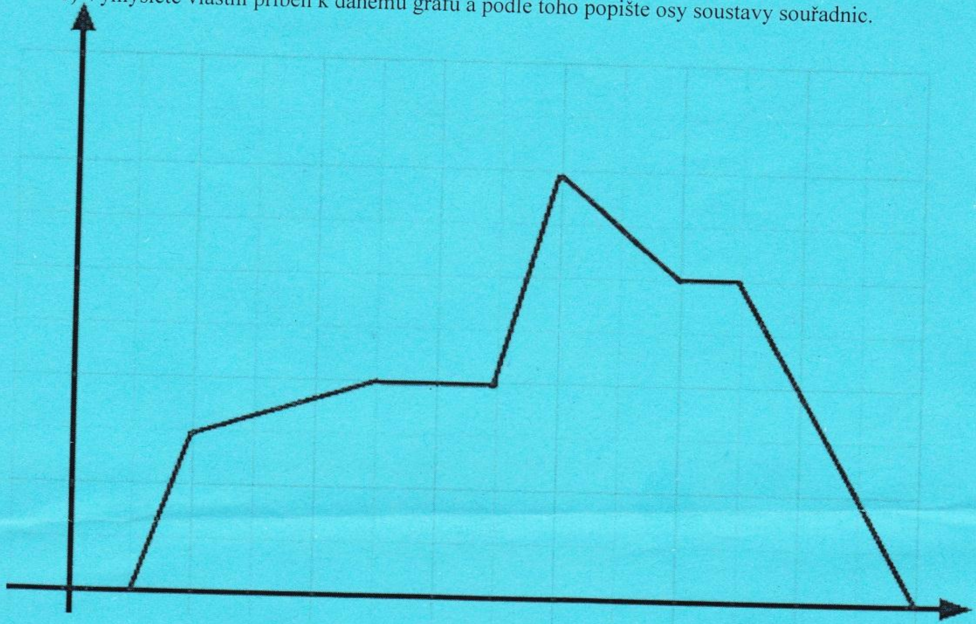
3 neví se kterým směrem čára jde

8.5.1 LIST 4

Pracovní list 4

PŘÍBĚH A GRAF?

1) Vymyslete vlastní příběh k danému grafu a podle toho popište osy soustavy souřadnic.

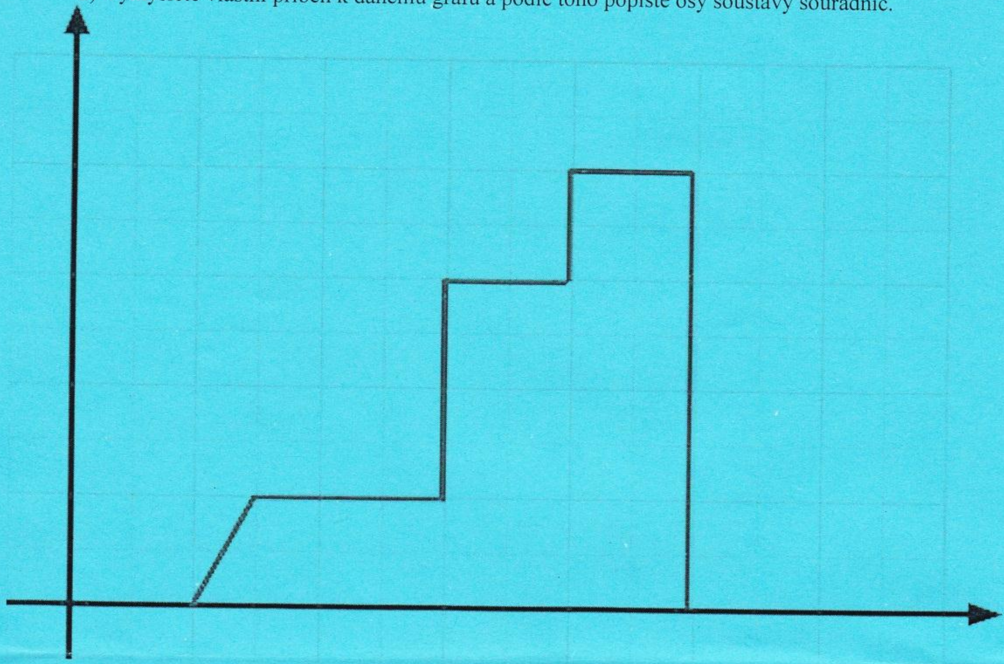


Firma AKKO, vyrábí kabelky. Za první měsíc prodali 300 kabelek. } Výrobek byl na trhu 14 měsíců

Za 3 následující měsíce prodali 100 kabelek. 2 měsíce prodali stejný počet kabelek. ~~+ navíc 400 kabelek~~

~~Za~~. Za jeden měsíc prodali navíc 400 kabelek, následující 2. měsíce prodej kabelek klesl o 200. 1 měsíc prodávali stejný počet kabelek, další následující 3 měsíce ~~X~~ postupně klesal na 0.

2) Vymyslete vlastní příběh k danému grafu a podle toho popište osy soustavy souřadnic.

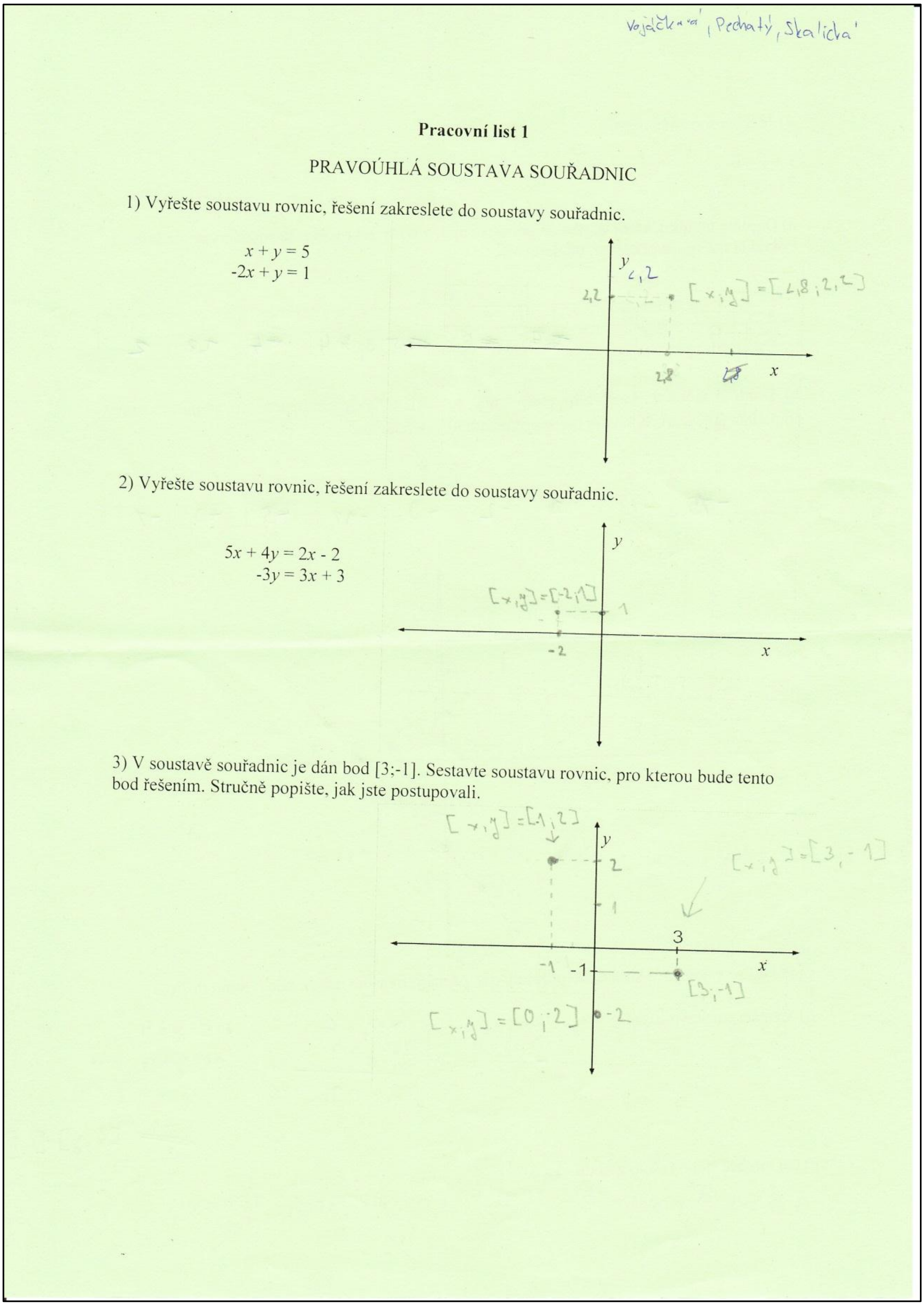


Na hokejovým zápase prodávali pivo.

~~Za~~ ~~Za p. 1. p~~ 5 min. před zahájením zápasu se prodalo 20 piv. při zápasu si nikdo pivo nekoupil. při 1. přestávce si ~~t~~ lidé koupili 40 piv. poté pokračoval zápas. Při ~~2 a 3~~ $\frac{2\text{ a }3}{3}$ se prodalo 20 piv. Po skončení zápasu se už nikdo pivo nekoupil.

8.6 VÝSLEDNÉ PRÁCE – ZELENÍ

8.6.1 LIST 1



Pracovní list 1

PRAVOÚHLÁ SOUSTAVA SOUŘADNIC

1) Vyřešte soustavu rovnic, řešení zakreslete do soustavy souřadnic.

$x + y = 5$
$-2x + y = 1$

2) Vyřešte soustavu rovnic, řešení zakreslete do soustavy souřadnic.

$5x + 4y = 2x - 2$
$-3y = 3x + 3$

3) V soustavě souřadnic je dán bod [3;-1]. Sestavte soustavu rovnic, pro kterou bude tento bod řešením. Stručně popište, jak jste postupovali.

4) Je dána soustava rovnic

$x + y = 6$
$2x - y = 9$

a) Doplňte tabulku, která odpovídá první rovnici, a body zakreslete do soustavy souřadnic. Pokud je lze spojit přímkou, udělejte to.

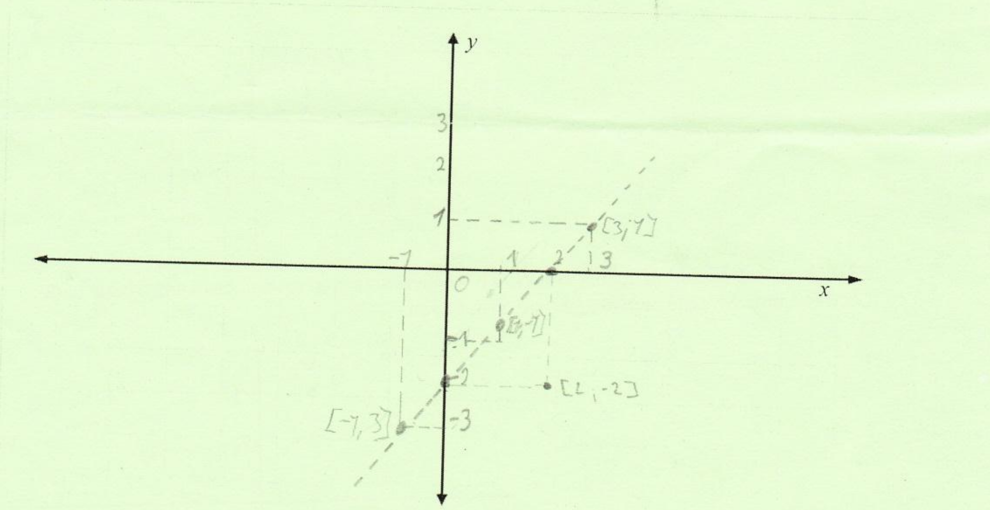
$x + y = 6$

x	-3	-2	-1	0	1	3/2	2	3	4
y	9	8	7	6	5	3, 4	4	3	2

b) Doplňte tabulku, která odpovídá druhé rovnici, a body zakreslete do stejné soustavy souřadnic jako v a). Pokud je lze spojit přímkou, udělejte to.

$2x - y = 9$

x	-3	-2	-1	-1/2	0	1	2	3	4
y	-15	-13	-10	-2	-9	-11	-5	-3	-7



c) Pokud se v soustavě souřadnic protnuly dvě přímky, označte místo, kde k tomu došlo.

d) Vyřešte soustavu rovnic:

$x + y = 6$
$2x - y = 9$

$x + y = 6$
$2x - y = 9$
$3x = 15 \quad | : 3$
$x = 5$

$2 \cdot 5 - y = 9$
$10 - y = 9 \quad | -10$
$-y = -1 \quad | : (-1)$
$y = 1$ $[x; y] = [5; 1]$

e) Co můžete říct o řešení z bodů c) a d)?

k d bodu d) mohu říct to, že to bylo lehké vyřešit tu rovnici.

8.6.2 LIST 2

$\boxed{120\ cm^2}$

Pracovní list 2
TABULKA A GRAF?

1) Je dán obdélník ABCD

D c C
d b
A a B

b = 1 cm
a = 4.2

S = a . b
120 = 1 . 2
120 = 2 .
120 = 3

12 . 1 . 40

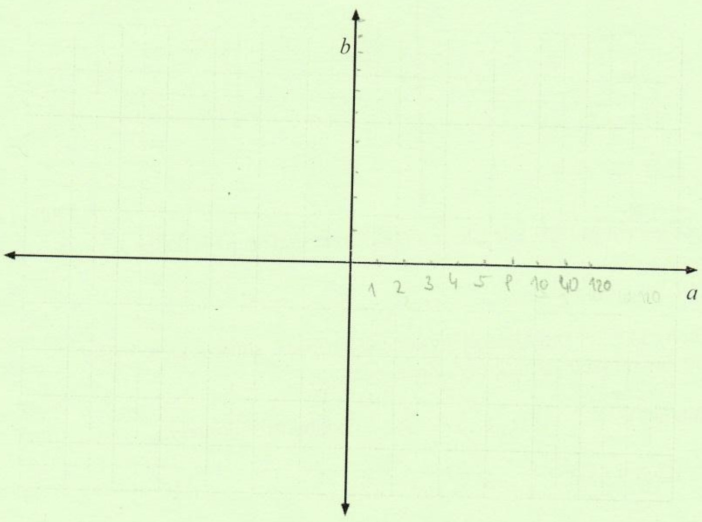
Víme, že obsah tohoto obdélníku je 120 cm^2.
Doplňte tabulku, víte-li, jakých hodnot může nabývat strana *a*.

Délka strany *a* (cm)	1	2	3	4	5	8	10	40	120
Délka strany *b* (cm)	120	60	40	30	24	15	12	3	1

Vysvětlete, jakým způsobem jste na délku strany *b* přicházeli.
Obsah obdélníku jsme vždy vydělili daným číslem strany a.

Doplňte větu vhodným slovem:
Obsah obdélníku, který má zadanou délku strany *a*, je …………………… na délce strany *b*.

Vyznačte body získané v tabulce do soustavy souřadnic a spojte je jedním tahem.



Vyhledejte v učebnicích pro ZŠ, kde jste se s podobným grafem již setkali.

2) Za jednu žvýkačku v obchodě zaplatíte 2 Kč. Doplňte tabulku celkové ceny, pokud nakoupíte různý počet žvýkaček.

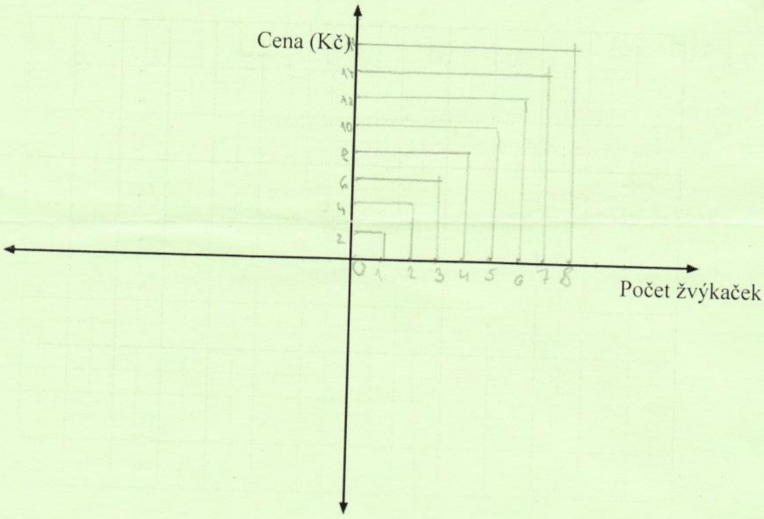
Počet žvýkaček	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Cena (Kč)	0	2	4	6	8	10	12	14	16

Vysvětlete, jakým způsobem jste celkovou cenu počítali.

Násobila jsem počet žvýkaček s cenou jedné žvýkaček.

Doplňte větu vhodným slovem:
Celková cena žvýkaček …se dělí………………. na počtu kusů koupených žvýkaček.

Vyznačte body získané v tabulce do soustavy souřadnic a spojte je jedním tahem.



Vyhledejte v učebnicích pro ZŠ, kde jste se s podobným grafem již setkali.

str: 41/2b, 43,2

V čem se liší úlohy 1) a 2)? Dokážete vymyslet další případy, situace, které by šly zaznamenat podobnými tabulkami, grafy? Zapište je.

Podobnost s úlohou 1):

Podobnost s úlohou 2):

8.6.3 LIST 3

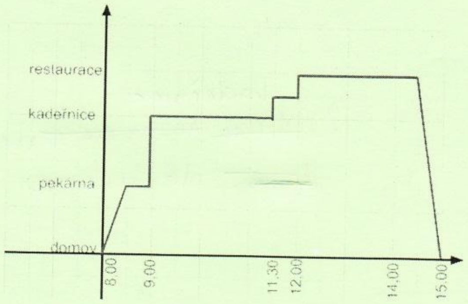
Pracovní list 3

GRAF A PŘÍBĚH?

Paní Popelková vyrazila v 8,00 do města. Když došla do pekárny, bylo 8,30. Zdržela se tu 15 minut a pospíchala ke kadeřnici, kam dorazila přesně v 9,00. Od kadeřnice odešla za dvě a půl hodiny. Ve 12,00 měla sraz se svou dcerou v restauraci. Povídali si zde až do 14,30. Z restaurace domů jela paní Popelková taxíkem a přišla domů v 15,00.

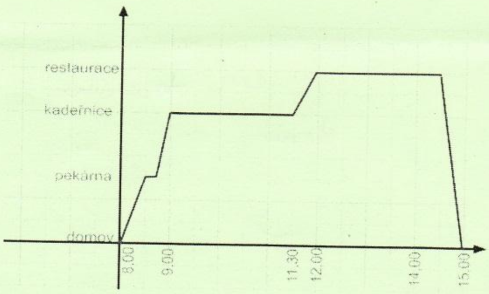
Vyberte z nabízených grafů ten, který zaznamenává putování paní Popelkové. U nezvolených grafů odůvodněte, proč si myslíte, že graf nevyhovuje skutečnosti.

a)



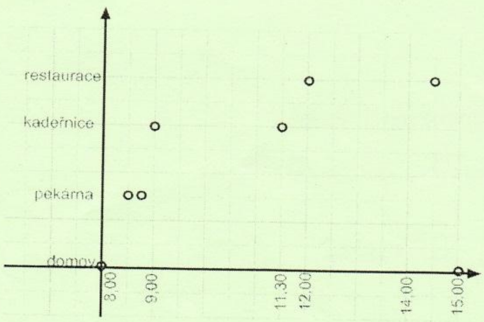
Odůvodnění:
Taky nevyhovuje, protože čas z domova ke kadeřnici není správně zakreslen

b)



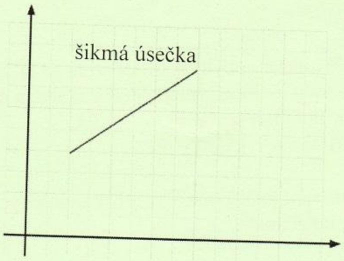
Odůvodnění:
Správně!

c)

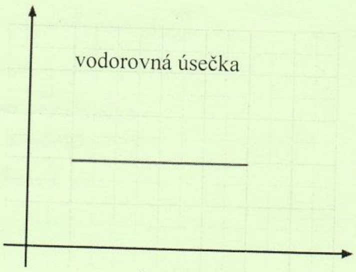


Odůvodnění:
Tenhle ~~Ten~~ je tem stejný jako Graf b)

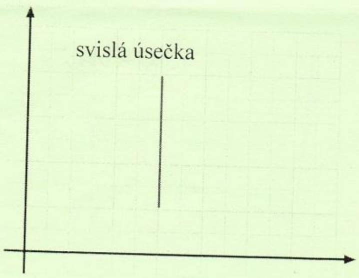
Vlastními slovy popište, co se děje, když je v grafu zaznamenána:



Pekárny
Cesta od ~~kadeřnice~~
ke restauraci



kadeřnice
Z ~~restaurac~~ ~~restaurace~~ cesta
~~domů~~. do restaurace



Z restaurace ~~do~~ cesta
domů

Který z těchto tří grafů dává nejméně smysl? Proč?

Graf se svislou úsečkou, protože to není
moc svislý u grafu na 1 straně

8.6.4 LIST 4

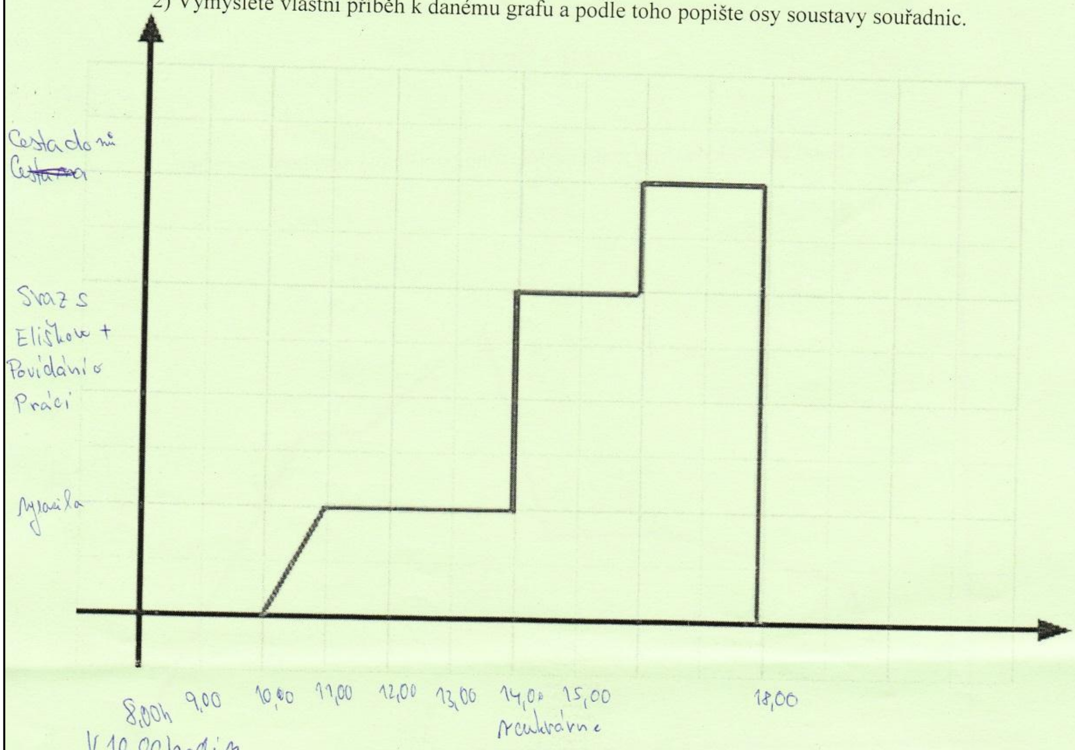
Pracovní list 4

PŘÍBĚH A GRAF?

1) Vymyslete vlastní příběh k danému grafu a podle toho popište osy soustavy souřadnic.

Karel vyšel z domova v 9,00 hodin do ~~kina~~ divadla. Cesta do divadla mu trvala 1 hodinu. Představení trvalo do 12,00 hodin. Ve 14,00 měl sraz ~~se~~ s Janou ~~v~~ Restaurace U Švejka. Povídali si do 15,00 hodin. Po jídle se vydal na pracovní schůzku, která se konala v 17,00 hodin. Schůzka trvala 1 hodinu. A v 18,00 hodin jel autobusem domů. Domů dorazil ve 21,00 hod.

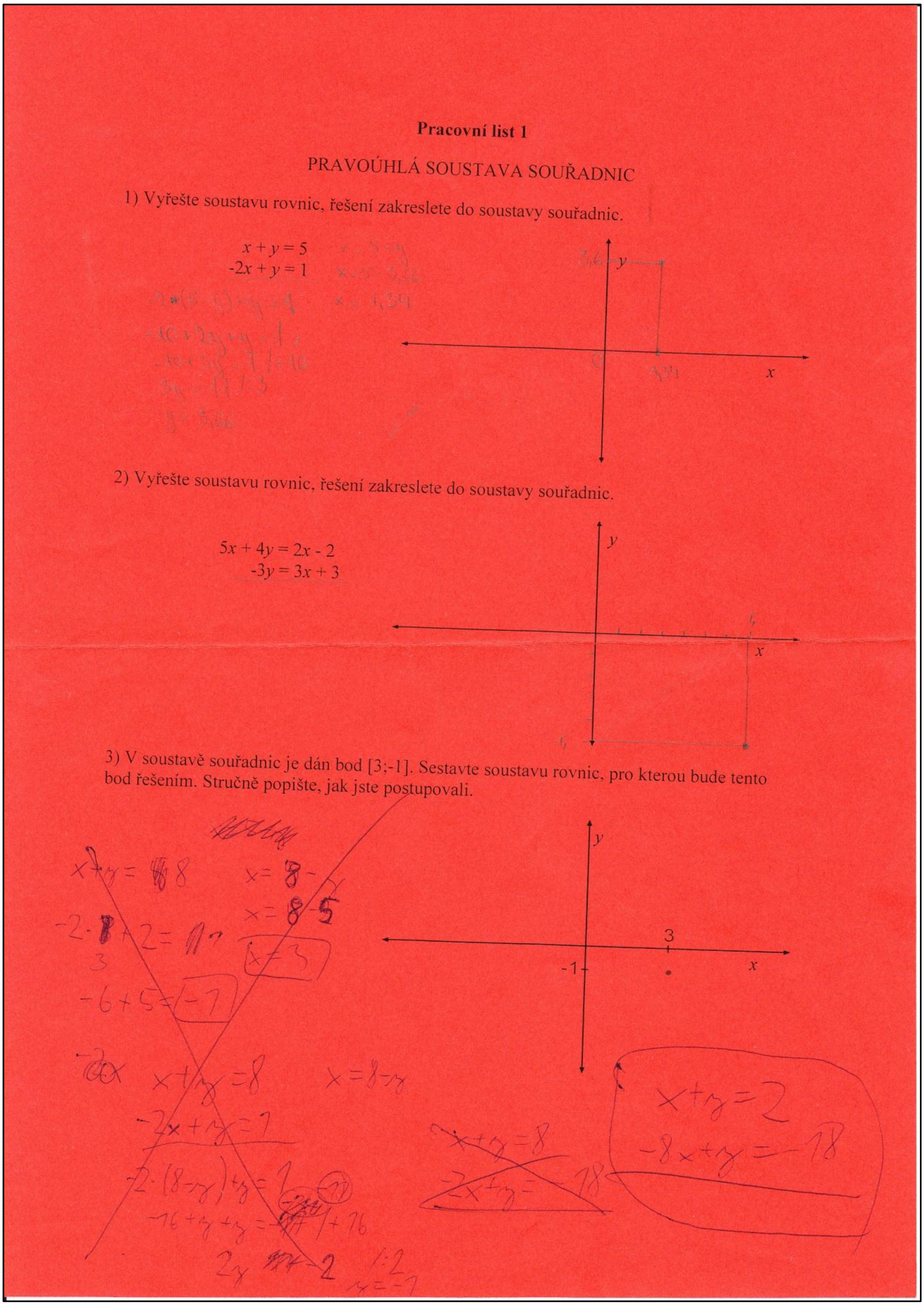
2) Vymyslete vlastní příběh k danému grafu a podle toho popište osy soustavy souřadnic.



V 10,00 hodin
~~V 10,00~~ ~~Tis~~ ráno vyšla Denisa do cukrárny. Do cukrárny ~~jsem~~ dorazila ve 14,00 hodin, měla se tam sejít s Eliškou. Mluvily o práci 2 hodiny. V 16,00 hodin jela Denisa domů. Domu dorazila v 18,00 hodin

8.7 Výsledné práce – Červení

8.7.1 List 1



Pracovní list 1

PRAVOÚHLÁ SOUSTAVA SOUŘADNIC

1) Vyřešte soustavu rovnic, řešení zakreslete do soustavy souřadnic.

$x + y = 5$
$-2x + y = 1$

2) Vyřešte soustavu rovnic, řešení zakreslete do soustavy souřadnic.

$5x + 4y = 2x - 2$
$-3y = 3x + 3$

3) V soustavě souřadnic je dán bod [3;-1]. Sestavte soustavu rovnic, pro kterou bude tento bod řešením. Stručně popište, jak jste postupovali.

$x + y = 2$
$-8x + y = -18$

4) Je dána soustava rovnic

$x + y = 6$
$2x - y = 9$

a) Doplňte tabulku, která odpovídá první rovnici, a body zakreslete do soustavy souřadnic. Pokud je lze spojit přímkou, udělejte to.

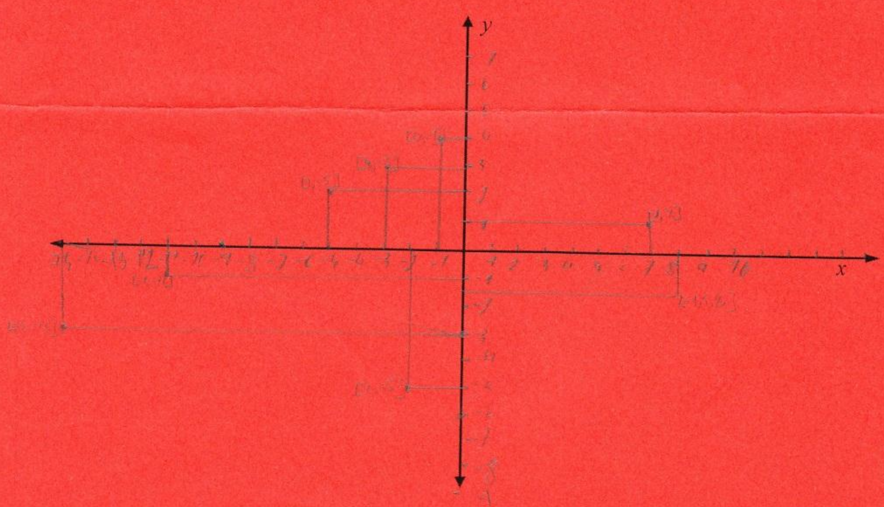
$x + y = 6$

x	-3	-2	-1	0	1	3/2	2	3	4
y	9	8	7	6	5	4,5	4	3	2

b) Doplňte tabulku, která odpovídá druhé rovnici, a body zakreslete do stejné soustavy souřadnic jako v a). Pokud je lze spojit přímkou, udělejte to.

$2x - y = 9$

x	-3	-2	-1	-1/2	0	1	2	3	4
y	-15	-13	-11	[illegible]	-9	-7	-5	-3	-1



c) Pokud se v soustavě souřadnic protnuly dvě přímky, označte místo, kde k tomu došlo.

d) Vyřešte soustavu rovnic: $x + y = 6$
$2x - y = 9$

$x = 5$

$y = 1$

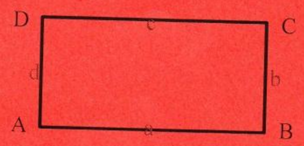
e) Co můžete říct o řešení z bodů c) a d)?

8.7.2 LIST 2

Pracovní list 2

TABULKA A GRAF?

1) Je dán obdélník ABCD



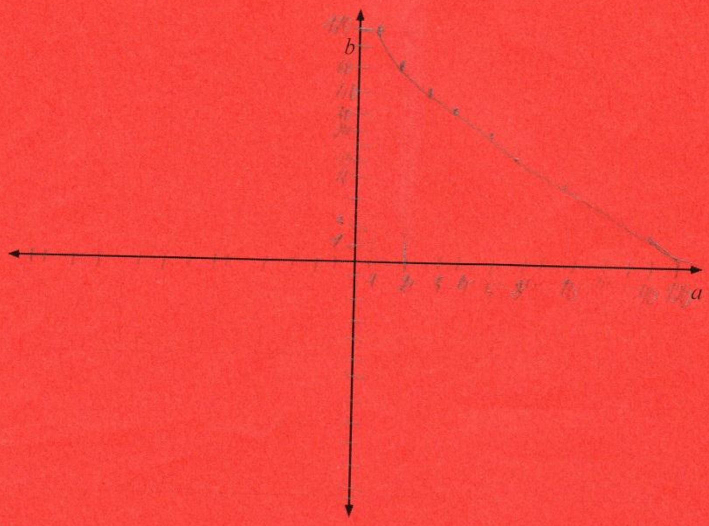
Víme, že obsah tohoto obdélníku je 120 cm^2.
Doplňte tabulku, víte-li, jakých hodnot může nabývat strana *a*.

Délka strany *a* (cm)	1	2	3	4	5	8	10	40	120
Délka strany *b* (cm)	120	60	40	30	24	15	12	3	1

Vysvětlete, jakým způsobem jste na délku strany *b* přicházeli.

Doplňte větu vhodným slovem:
Obsah obdélníku, který má zadanou délku strany *a*, je …………………… na délce strany *b*.

Vyznačte body získané v tabulce do soustavy souřadnic a spojte je jedním tahem.



Vyhledejte v učebnicích pro ZŠ, kde jste se s podobným grafem již setkali.

str. 45/BC nepřímá úměrnost

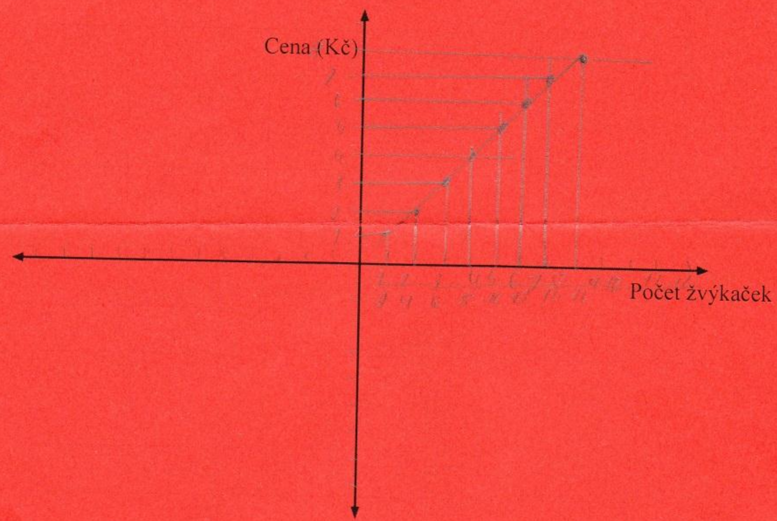
2) Za jednu žvýkačku v obchodě zaplatíte 2 Kč. Doplňte tabulku celkové ceny, pokud nakoupíte různý počet žvýkaček.

Počet žvýkaček	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Cena (Kč)	0	2	4	6	8	10	12	14	16

Vysvětlete, jakým způsobem jste celkovou cenu počítali. 2 · počet žvýkaček

Doplňte větu vhodným slovem: závisí
Celková cena žvýkaček ~~přímo úměrná~~ …………………… na počtu kusů koupených žvýkaček.

Vyznačte body získané v tabulce do soustavy souřadnic a spojte je jedním tahem.



Vyhledejte v učebnicích pro ZŠ, kde jste se s podobným grafem již setkali.

V čem se liší úlohy 1) a 2)? Dokážete vymyslet další případy, situace, které by šly zaznamenat podobnými tabulkami, grafy? Zapište je.

Podobnost s úlohou 1):	Podobnost s úlohou 2):
1. nepřímá úměrnost při jízdě km za den	2. přímá úměrnost. Cena se zvyšuje

8.7.3 LIST 3

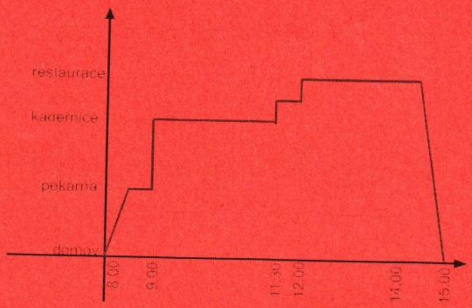
Pracovní list 3

GRAF A PŘÍBĚH?

Paní Popelková vyrazila v 8,00 do města. Když došla do pekárny, bylo 8,30. Zdržela se tu 15 minut a pospíchala ke kadeřnici, kam dorazila přesně v 9,00. Od kadeřnice odešla za dvě a půl hodiny. Ve 12,00 měla sraz se svou dcerou v restauraci. Povídali si zde až do 14,30. Z restaurace domů jela paní Popelková taxíkem a přišla domů v 15,00.

Vyberte z nabízených grafů ten, který zaznamenává putování paní Popelkové. U nezvolených grafů odůvodněte, proč si myslíte, že graf nevyhovuje skutečnosti.

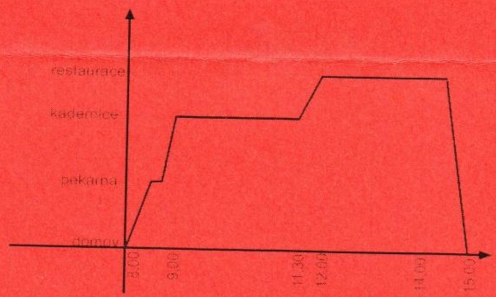
a)



Odůvodnění:

více zastávek než v zadání

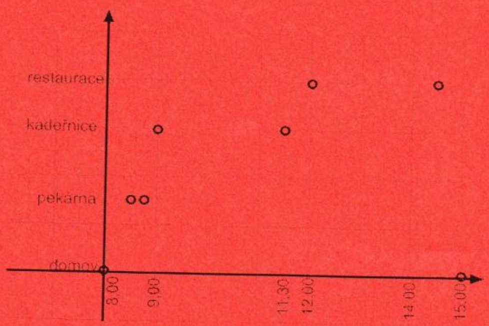
b)



Odůvodnění:

~~v je více zastávek než bylo v zadání~~

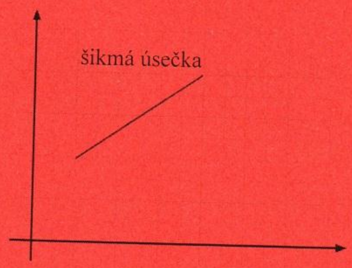
c)



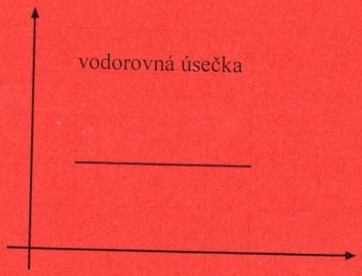
Odůvodnění:

pouhé body čáry ne

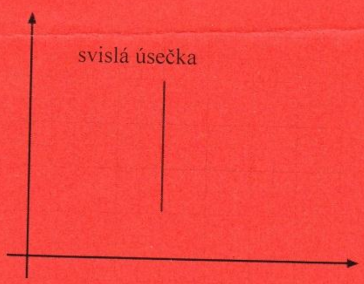
Vlastními slovy popište, co se děje, když je v grafu zaznamenána:



pohyb mezi body



setrvání na místě



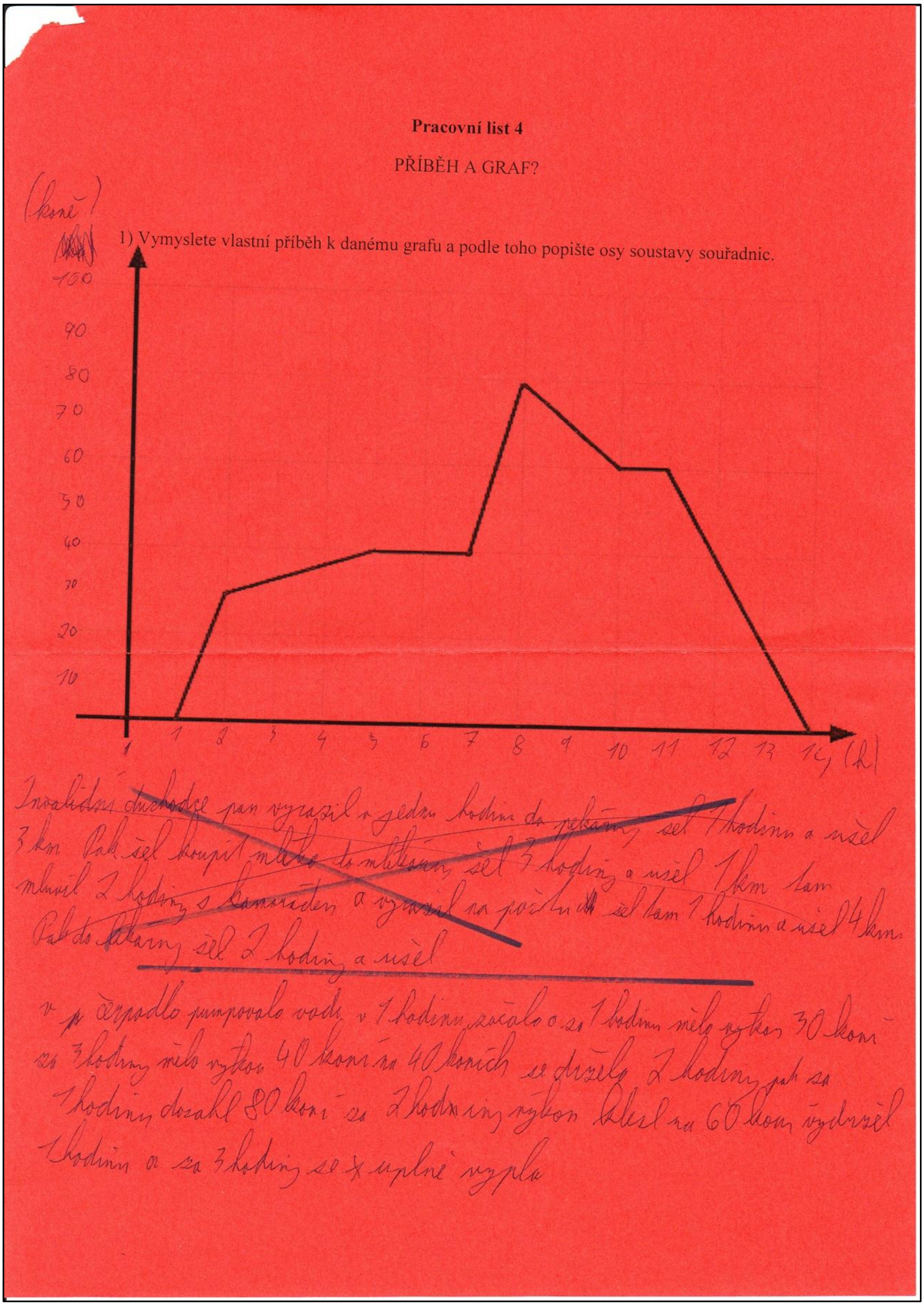
nereální

Který z těchto tří grafů dává nejméně smysl? Proč?

svislá úsečka

~~nemu~~ nelze jít do ~~bo~~ bodu A a bodu B ~~to~~ ve stejném času

8.7.4 *List 4*



Pracovní list 4

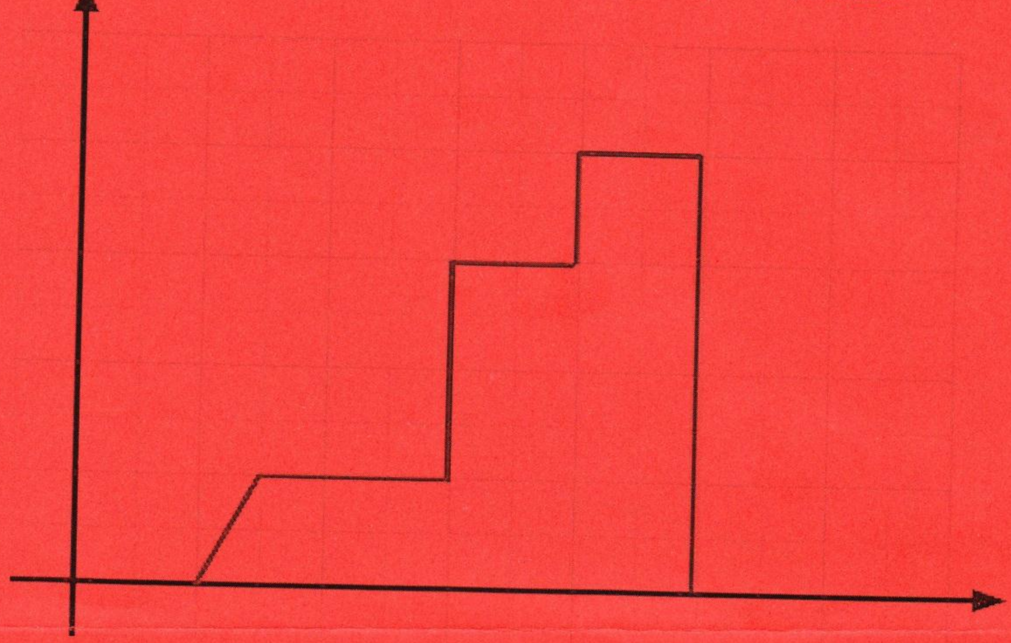
PŘÍBĚH A GRAF?

1) Vymyslete vlastní příběh k danému grafu a podle toho popište osy soustavy souřadnic.

~~Invalidní důchodce pan vyrazil v sedm hodin do pekárny šel 1 hodinu a ušel 3 km Pak šel koupit mléko do mlékárny šel 3 hodiny a ušel 1 km tam mluvil 2 hodiny s kamarádem a vyrazil na poštu šel tam 1 hodinu a ušel 4 km. Pak do lékárny šel 2 hodiny a ušel~~

v čerpadlo pumpovalo vodu v 1 hodinu začalo a za 1 hodinu mělo výkon 30 koní za 3 hodiny mělo výkon 40 koní na 40 koních se drželo 2 hodiny pak za 1 hodinu dosáhl 80 koní za 2 hodiny výkon klesl na 60 koní vydržel 1 hodinu a za 3 hodiny se úplně vypla

2) Vymyslete vlastní příběh k danému grafu a podle toho popište osy soustavy souřadnic.



! Nelze !

protože nelze ~~jít~~ být na dvou místech v samou chvíly