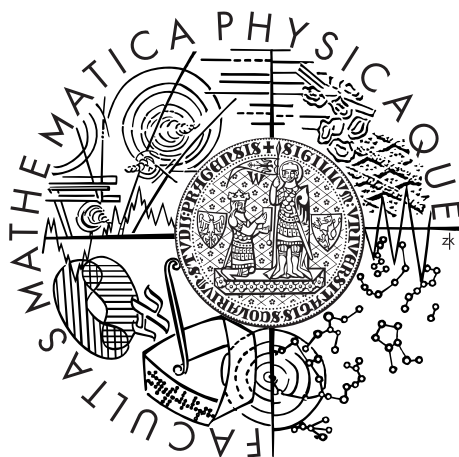


Univerzita Karlova v Praze  
Matematicko-fyzikální fakulta

## DIPLOMOVÁ PRÁCE



Helena Cibulková

# Kolizní vývoj hlavního pásu asteroidů po dobu čtyř miliard let

Astronomický ústav UK

Vedoucí diplomové práce: Mgr. Miroslav Brož, Ph.D.

Studijní program: Fyzika

Studijní obor: Astronomie a astrofyzika

Praha 2013

Na tomto místě bych ráda poděkovala především svému vedoucímu Mgr. Miroslavu Brožovi, Ph.D. za jeho čas, trpělivost a cenné rady při vzniku této diplomové práce. Také děkuji mamince, paní Věře Cibulkové, za podporu a zázemí. A v neposlední řadě bych ráda poděkovala Paule G. Benavidez za poskytnutí dat ze simulací rozpadů 100km těles.

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracovala samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova v Praze má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle 60 odst. 1 autorského zákona.

V Praze dne .....

Podpis autora

Název práce: Kolizní vývoj hlavního pásu asteroidů po dobu čtyř miliard let

Autor: Helena Cibulková

Katedra: Astronomický ústav UK

Vedoucí diplomové práce: Mgr. Miroslav Brož, Ph.D., Astronomický ústav UK

Abstrakt: V předložené práci jsme vytvořili nový model pro kolizní vývoj hlavního pásu asteroidů. Naším cílem je testovat škálovací zákon z práce Benz & Asphaug (1999) a zjistit, zda platí pro celý hlavní pás. Dále chceme nalézt počáteční rozdělení velikostí uvažovaných šesti částí hlavního pásu a zároveň ověřit, zda počet rodin asteroidů, které vzniknou v průběhu simulace, odpovídá počtu pozorovaných rodin. K sestrojení pozorovaných rozdělení velikostí jsme mohli využít nová observační data z družice WISE (Masiero et al., 2011). Vzájemné kolize asteroidů simulujeme upraveným programem Boulder (Morbidelli et al., 2009), využívajícím výsledky hydrodynamických simulací srážek z práce Durda et al. (2007). S vědomím, že materiálové vlastnosti těles mohou významně ovlivnit charakter srážek, jsme vytvořili dva modely — jeden pracující s monolity a druhý s nesoudržnými tělesy (Benavidez et al., 2012). Výsledky modelování pro monolity i nesoudržná tělesa jsou srovnatelné a v obou případech je počet vzniklých rodin v rámci nejistot konzistentní s pozorováním. Jistý nesoulad kumulativních rozdělení velikostí pro průměry  $D \simeq 1$  až 5 km je dobrou motivací pro výpočet nových hydrodynamických simulací s relativně malými terči.

Klíčová slova: hlavní pás asteroidů; kolize; rozdělení velikostí; asteroidální rodiny



Title: Collisional evolution of the Main Asteroid Belt over four billion years

Author: Helena Cibulková

Department: Astronomical Institute of the Charles University

Supervisor: Mgr. Miroslav Brož, Ph.D., Astronomical Institute of the Charles University

Abstract: In this work, we constructed a new model for the collisional evolution of the Main Asteroid Belt. Our goals are to test the scaling law from the work of Benz & Asphaug (1999) and ascertain if it can be used for the whole belt. We want to find initial size-frequency distributions (SFDs) for the considered six parts of the belt, and to verify if the number of asteroid families created during the simulation matches the number of observed families as well. We used new observational data from the WISE satellite (Masiero et al., 2011) to construct the observed SFDs. We simulated mutual collisions of asteroids with a modified Boulder code (Morbidelli et al., 2009), in which the results of hydrodynamic (SPH) simulations from the work of Durda et al. (2007) are included. Because material characteristics can affect breakups, we created two models — for monolithic asteroids and for rubble-piles (Benavidez et al., 2012). The results for monolithic and rubble-pile asteroids are comparable and in both cases the number of created families is, within uncertainties, consistent with the observations. A disagreement of the SFDs for a limited size range  $D \simeq 1$  to 5 km is a good motivation to conduct new SPH simulations with relatively small targets.

Keywords: Main Asteroid Belt; collisions; size-frequency distribution; asteroid families

# Obsah

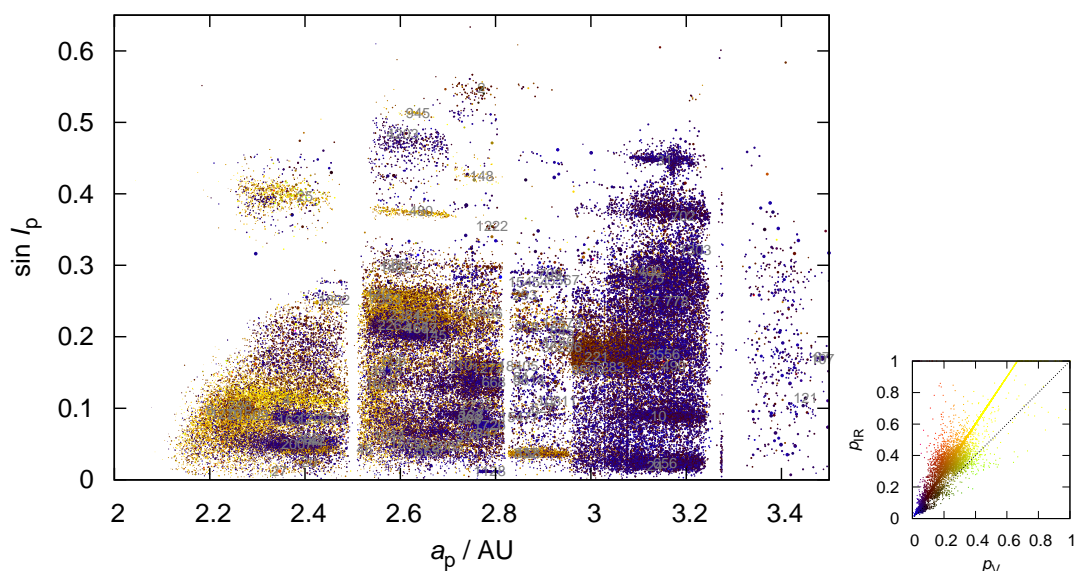
Úvod a motivace	2
<b>1 Základní pojmy a přehled kolizních modelů</b>	<b>5</b>
1.1 Škálovací zákon . . . . .	5
1.2 Hydrodynamické simulace SPH . . . . .	7
1.3 Stacionární kolizní model . . . . .	8
1.4 Předchozí modely kolizního vývoje hlavního pásu . . . . .	9
<b>2 Hlavní pás asteroidů</b>	<b>12</b>
2.1 Observační data, konstrukce rozdělení velikostí . . . . .	12
2.2 Výpočet kolizních pravděpodobností a impaktních rychlostí . . . . .	15
<b>3 Program Boulder</b>	<b>18</b>
3.1 Základní operace, vstupní a výstupní soubory . . . . .	18
3.2 Ukázkové případy vývoje kumulativního rozdělení velikostí . . . . .	21
3.3 Změny škálovacího zákona . . . . .	22
<b>4 Nový kolizní model hlavního pásu</b>	<b>26</b>
4.1 Výpočet s šesti populacemi monolitů . . . . .	26
4.2 Výpočet $\chi^2$ a optimalizace metodou simplexu . . . . .	30
4.3 Detailnější analýza parametrického prostoru . . . . .	37
<b>5 Simulace s nesoudržnými tělesy</b>	<b>42</b>
5.1 Úpravy kolizního modelu . . . . .	42
5.2 Srovnání výsledků s monolitickými tělesy . . . . .	43
<b>6 Kolizní model s velkým pozdním bombardováním</b>	<b>46</b>
<b>Závěr</b>	<b>49</b>
<b>Literatura</b>	<b>52</b>
<b>Seznam použitých veličin a zkratk</b>	<b>56</b>
<b>Poster: A Collisional Model of the „Pristine Zone“</b>	<b>57</b>

# Úvod a motivace

Problematika kolizního vývoje hlavního pásu asteroidů se obecně vztahuje k ranému období sluneční soustavy, kdy se vytvářel planetární systém a vzájemné srážky asteroidů byly mnohem intenzivnější než dnes.

Hlavní pás tvoří asteroidy s velkými poloosami mezi 2,1 AU a 3,5 AU a s excentricitami menšími než asi 0,3, což znamená, že nekříží dráhy planet. Pozorujeme v něm několik desítek asteroidálních rodin (Zappalà et al., 1995; Nesvorný et al., 2005; Nesvorný, 2010; Brož et al., 2013), které vznikly roztržštěním mateřských asteroidů při vzájemných katastrofických srážkách. Zkoumáním těchto rodin a rozdělení četnosti velikostí asteroidů lze usuzovat na počet i charakter kolizí. Kolizní vývoj hlavního pásu asteroidů je studován již od šedesátých let dvacátého století. Jednotlivé modely se postupně zdokonalovaly díky rozvoji techniky i díky rostoucímu počtu získaných dat. V našich simulacích můžeme čerpat z nových observačních dat pořízených družicí WISE (Wide-field Infrared Survey Explorer, Masiero et al., 2011). Tato data byla shromážděná v roce 2010.

Družice WISE pracovala ve čtyřech pásmech infračerveného oboru (konkrétně v pásmech s maximy na vlnových délkách  $3,4 \mu\text{m}$ ,  $4,6 \mu\text{m}$ ,  $12 \mu\text{m}$  a  $22 \mu\text{m}$ ). Máme tak k dispozici průměry  $D$  a geometrická albeda  $p_V$  pro 129 750 asteroidů. Popis družice a podrobný přehled potřebných kalibrací či barevných korekcí jsou obsaženy v pracích Mainzer et al. (2006), Liu et al. (2008), Wright et al. (2010) a Mainzer et al. (2011). Podle poslední zmíněné práce jsou nejistoty určení průměrů planetek  $\sigma_D \leq 10\%$ , z čehož pro nejistoty geometrických albed plyne  $\sigma_{p_V} \leq 20\%$ . Na obrázku 1 jsou barevně vyznačeny hodnoty geometrických albed asteroidů hlavního pásu určené družicí WISE.

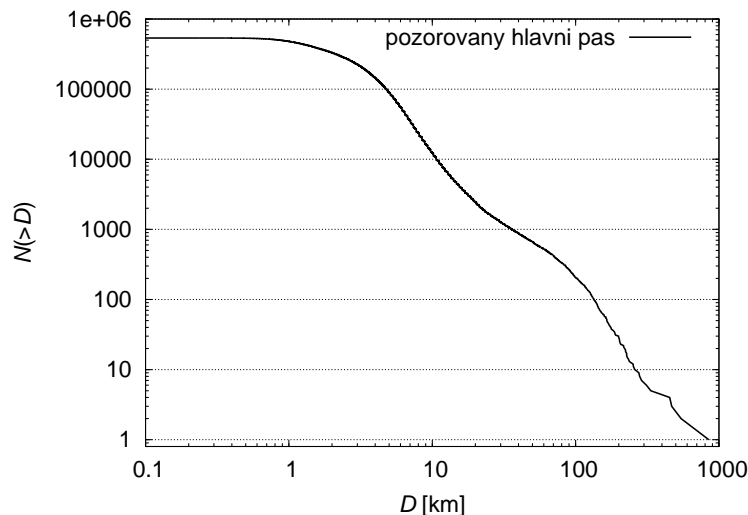


Obrázek 1: Hlavní pás asteroidů v rovině určené vlastní velkou poloosou  $a_p$  a sklonem dráhy  $\sin I_p$  s barevně vyznačenými hodnotami geometrických albed  $p_V$  podle družice WISE. Příslušná barevná škála je zobrazena na obrázku vpravo. Číslice na obrázku odpovídají polohám asteroidálních rodin, resp. asteroidům s nejmenším číslem.

V této práci se zabýváme kolizním vývojem hlavního pásu po dobu čtyř miliard let, kdy byly podmínky v hlavním pásu, tj. rozdělení drah a příslušné kolizní pravděpodobnosti, nejspíše podobné dnes pozorovaným hodnotám.

V první kapitole vysvětlíme některé základní pojmy spojené s modelováním srážek, jako je pevnost asteroidu či škálovací zákon. Zmíníme základní principy hydrodynamických simulací SPH (anglicky smooth-particle hydrodynamics, Benz & Asphaug, 1995), sestrojíme stacionární kolizní model, kde předpokládáme neměnnost počtu těles v populacích, a dále přiblížíme předchozí modely kolizního vývoje hlavního pásu a jejich další aplikace.

Druhá kapitola se věnuje hlavnímu pásu asteroidů a jeho pozorovanému rozdělení velikostí (obrázek 2). Prozatím žádný kolizní model nedokázal zcela uspokojivě vysvětlit tvar rozdělení velikostí planetek z hlavního pásu a nalézt jaké procesy ho formují. Celý hlavní pás rozdělíme do šesti částí v prostoru orbitálních elementů. To je nový přístup k problematice oproti předchozím pracem Bottke et al. (2005a) a Morbidelli et al. (2009), v kterých se pracuje s hlavním pásem jako jedním celkem.



Obrázek 2: Pozorované kumulativní rozdělení velikostí  $N(>D)$  asteroidů hlavního pásu. Na horizontální ose je vynesena průměr  $D$  těles a na vertikální ose je vynesena počet  $N$  těles s průměrem větším než  $D$ .

Většina simulací je počítána programem *Boulder* (Morbidelli et al., 2009), který jsme upravili pro šest populací asteroidů hlavního pásu. Vstupní parametry a výstupy jsou přiblíženy v třetí kapitole, kde také předvedeme několik ukázek vývoje rozdělení velikostí celého pásu pro různé počáteční podmínky a různé škálovací zákony.

Ve čtvrté kapitole používáme již nový kolizní model se šesti populacemi, v rámci kterého jsme implementovali porovnání simulovaných dat s pozorováním (výpočet  $\chi^2$ ). Ten se snažíme minimalizovat metodou simplexu a zjistit tak nejlepší počáteční podmínky vývoje hlavního pásu. Parametrický prostor zkoumáme nejprve na větších škálách, poté detailněji.

Velký vliv na charakter kolizí mají materiálové vlastnosti asteroidů (Michel et al., 2011; Benavidez et al., 2012). Náplní páté kapitoly jsou proto simulace s nesoudržnými tělesy („hromadami suti“, anglicky rubble-pile), které mají obecně menší pevnost a pohromadě je drží převážně gravitační síla.

V šesté kapitole zkoumáme vliv velkého pozdního bombardování na počet asteroidálních rodin, přičemž v modelu je započten dynamický rozpad těles v hlavním pásu a vývoj kometárního disku.

V závěru jsou shrnuty výsledky našeho modelu a motivace pro další práci. Část výsledků modelování kolizního vývoje hlavního pásu se šesti populacemi byla již prezentována v práci Brož, Cibulková, Řehák (2012) (viz příloha).

# 1. Základní pojmy a přehled kolizních modelů

Tato kapitola je stručným teoretickým úvodem do problematiky modelování kolizního vývoje hlavního pásu asteroidů. Diskutujeme v ní škálovací zákon, hydrodynamické simulace SPH a stacionární kolizní model. Dále ukážeme, jak se postupně vyvíjel přístup k modelování a jakých výsledků bylo dosaženo, přičemž přehled čerpáme z Bottke et al. (2005a) a z jednotlivých citovaných prací.

## 1.1 Škálovací zákon

Jedním ze vstupních parametrů pro kolizní modely je pevnost asteroidu  $Q_D^*$  jako funkce jeho velikosti  $D$ , neboli škálovací zákon. Pevnost planety je vlastně specifická energie impaktu, udávaná na jednotku hmotnosti terče, potřebná k tomu, aby bylo rozptýleno do prostoru přesně 50 % hmotnosti terče. Závislost bývá vyjádřena mocninným vztahem

$$Q_D^* = \frac{1}{q_{\text{fact}}} (Q_0 r^a + B \rho r^b) , \quad (1.1)$$

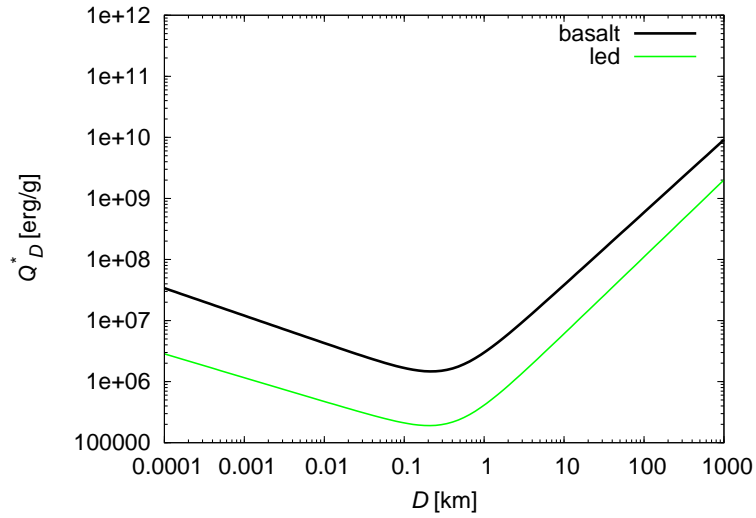
kde  $r$  označuje poloměr asteroidu v cm,  $\rho$  hustotu,  $q_{\text{fact}}$ ,  $Q_0$  a  $B$  jsou normalizační parametry,  $a$  a  $b$  charakterizují sklon příslušné mocninné závislosti. Dnes často používaný škálovací zákon odvodili Benz & Asphaug (1999) na základě hydrodynamických simulací SPH, a to pro různé materiály – bazalty a led. Příslušné parametry vztahu (1.1) jsou uvedeny v tabulce 1.1.

	$\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )	$Q_0$ (erg/g)	$a$	$B$ (erg/g)	$b$	$q_{\text{fact}}$
basalt	3,0	$7 \cdot 10^7$	-0,45	2,1	1,19	1,0
led	1,0	$1,6 \cdot 10^7$	-0,39	1,2	1,26	8,0

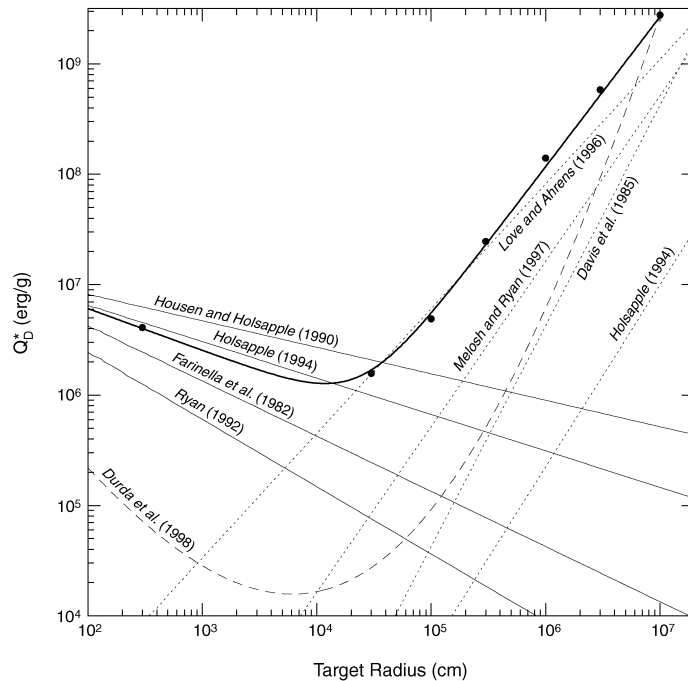
Tabulka 1.1: Parametry škálovacího zákona pro bazalty a led podle Benz & Asphaug (1999).

Odpovídající škálovací zákony jsou zobrazeny na obrázku 1.1. Vidíme, že nejněsněji jsou rozbíjena tělesa s průměry kolem 200 m. Pro menší tělesa jsou rozhodující elektromagnetické síly, proto je obtížnější je rozbít. Ve větších tělesech se častěji vyskytují malé „prasklinky“, které pevnost těchto těles snižují. Naopak pro tělesa s průměrem větším než 200 m roste jejich pevnost s rostoucím průměrem (gravitační pevnost). Tento tvar škálovacího zákona je podle některých modelů (např. Durda et al., 1998) příčinou „vln“ na kumulativním rozdělení velikostí hlavního pásu okolo  $D \approx 100$  km a  $D \approx 4$  km (viz obrázek 2).

Parametrický popis škálovacího zákona se v literatuře různí. Několik starších škálovacích zákonů je zobrazeno na obrázku 1.2 (převzato z Asphaug, Ryan & Zuber, 2002). Vidíme, že se od sebe jednotlivé závislosti výrazně liší. Pokud bychom při modelování započítali více škálovacích zákonů vnesli bychom do řešení daného problému nejistotu.



Obrázek 1.1: Škálovací zákon pro bazalt (černá křivka) a led (zelená křivka) podle Benz & Asphaug (1999). Parametry jsou uvedeny v tabulce 1.1. Na horizontální ose je vynesena průměr  $D$  tělesa a na vertikální ose je vynesena pevnost  $Q_D^*$  tělesa.



Obrázek 1.2: Přehled škálovací zákonů v literatuře (převzato z Asphaug, Ryan & Zuber, 2002). Na horizontální ose je vynesena poloměr tělesa a na vertikální ose je vynesena pevnost  $Q_D^*$  tělesa. Tlustá křivka označuje škálovací zákon Benz & Asphaug (1999) pro bazalt.

Změnami parametrů z tabulky 1.1 lze zpevnit či oslabit planetky, a tím pochopitelně ovlivnit kolizní vývoj pásu asteroidů. Tomuto problému se věnuje kapitola 3.3. Jinak předpokládáme, že platí Benz & Asphaug (1999) a tento testujeme.

Podle materiálových vlastností lze asteroidy dělit na monolitická a nesoudržná<sup>1</sup> (anglicky rubble-pile) tělesa. Tyto dva typy těles se při srážkách chovají odlišně, jak ukázala Benavidez et al. (2012), proto jsme v rámci této práce modelovali kolizní vývoj hlavního pásu zvlášť pro oba typy asteroidů.

## 1.2 Hydrodynamické simulace SPH

Procesy jako akrece planetesimál a vznik asteroidálních rodin mohou být studovány pomocí numerických modelů založených na hydrodynamických simulacích označovaných SPH (smooth-particle hydrodynamics). Benz & Asphaug (1995) vyvinuli numerickou metodu za účelem studia interakce malých těles, jejichž pevnost je převážně určena elektromagnetickými silami.

Základní rovnice jejich modelu pro dokonale pružný materiál jsou rovnice kontinuity, zákon zachování hybnosti, zákon zachování energie, rovnice pro časový vývoj tenzoru napětí a stavová rovnice. Konkrétně:

rovnice kontinuity

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial}{\partial x^\alpha} v^\alpha = 0 , \quad (1.2)$$

kde  $\rho$  označuje hustotu,  $t$  čas,  $x^\alpha$  prostorové souřadnice a  $v^\alpha$  složky rychlosti.

rovnice popisující zachovávání hybnosti

$$\frac{dv^\alpha}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x^\beta} \sigma^{\alpha\beta} , \quad (1.3)$$

kde  $\sigma^{\alpha\beta}$  označuje tenzor napětí;

zákon zachování energie

$$\frac{du}{dt} = -\frac{P}{\rho} \frac{\partial}{\partial x^\alpha} v^\alpha + \frac{1}{\rho} S^{\alpha\beta} \dot{\epsilon}^{\alpha\beta} , \quad (1.4)$$

kde  $P$  označuje tlak,  $S^{\alpha\beta}$  smykovou část tenzoru napětí a  $\epsilon^{\alpha\beta}$  tenzor malých deformací.

Dále je potřeba znát časový vývoj tenzoru  $S^{\alpha\beta}$

$$\frac{dS^{\alpha\beta}}{dt} = 2\mu \left( \dot{\epsilon}^{\alpha\beta} - \frac{1}{3} \delta^{\alpha\beta} \dot{\epsilon}^{\gamma\gamma} \right) + S^{\alpha\gamma} R^{\beta\gamma} + S^{\beta\gamma} R^{\alpha\gamma} , \quad (1.5)$$

kde  $\mu$  označuje modul smyku,  $\delta^{\alpha\beta}$  Kronekerovo delta a  $R^{\alpha\beta} \equiv \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial x^\beta} v^\alpha - \frac{\partial}{\partial x^\alpha} v^\beta \right)$ .

K této soustavě rovnic je třeba přidat stavovou rovnici  $P = P(\rho, u)$ , aby byla uzavřená a řešitelná.

Protože žádný skutečný materiál není dokonale pružný, při překročení kritického napětí dojde k trvalé deformaci. Benz & Asphaug (1995) toto chování materiálu zahrnuli v rovnicích použitím kritéria von Misesa. Pro smykovou část tenzoru napětí je použito omezení

$$S^{\alpha\beta} = f S^{\alpha\beta} , \quad (1.6)$$

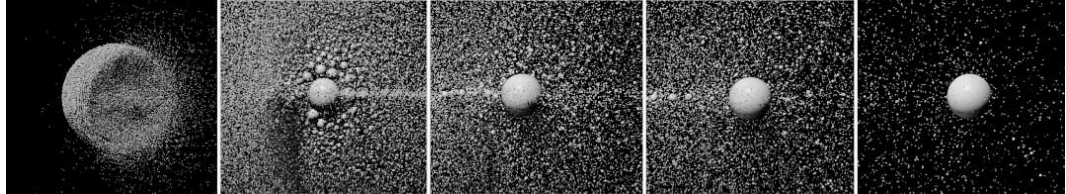
<sup>1</sup>Tato tělesa samozřejmě nejsou zcela nesoudržná. Jsou tvořena soudržnými balvany, s jistým rozdělením velikostí, a uplatňuje se tu gravitace.



kde  $f = \min \left[ \frac{Y_0^2}{3J_2}, 1 \right]$ .  $J_2$  označuje druhý invariant  $S^{\alpha\beta}$ , tj.  $J_2 = (1/2)S^{\alpha\beta}S^{\alpha\beta}$  a  $Y_0$  je vlastnost materiálu,  $Y_0 = Y_0(T, \rho, \dots)$ .

Tato soustava rovnice se pak řeší numericky a následuje výpočet gravitačních interakcí mezi vznikuvšími fragmenty. Jejich rychlosti nepřekračují hodnotu únikové rychlosti a může proto dojít k reakumulaci na mateřské těleso (viz obrázek 1.3, převzato z Michel et al., 2001).

Podrobnější diskuzi lze nalézt v Benz & Asphaug (1995).



Obrázek 1.3: Simulace katastrofického rozpadu tělesa a následné gravitační reakumulace (počítaná  $N$ -částicově). Převzato z Michel et al. (2001).

### 1.3 Stacionární kolizní model

Ve zjednodušeném stacionárním modelu vývoje hlavního pásu předpokládáme neměnnost počtu těles v populacích. Nejprve zvolíme velikosti  $D_{\text{target}}$  asteroidů, které budou představovat terče (mateřská tělesa). Poté spočítáme průměr  $d_{\text{disrupt}}$ , který by musel mít projektil, aby takovýto cíl rozbil. Podle Bottke et al. (2005a) je

$$d_{\text{disrupt}} = \left( \frac{2Q_D^*}{v_{\text{imp}}^2} \right)^{1/3} D_{\text{target}} , \quad (1.7)$$

kde  $Q_D^*$  označuje pevnost terče a  $v_{\text{imp}}$  označuje dopadovou rychlost. Nyní už jsme schopni určit počet srážek za časový interval  $\Delta t$  jako

$$n_{\text{events}} = \frac{D_{\text{target}}^2}{4} n_{\text{target}} p_i n_{\text{project}} \Delta t , \quad (1.8)$$

kde počet terčů  $n_{\text{target}}$  určíme z pozorovaného rozdělení velikostí asteroidů hlavního pásu pro odpovídající  $D_{\text{target}}$  a podobně počet projektilů  $n_{\text{project}}$  pro odpovídající  $d_{\text{disrupt}}$ .  $p_i$  je vlastní pravděpodobnost kolize, která závisí pouze na orbitálních elementech příslušných dvou objektů. Udává se v jednotkách  $\text{km}^{-2} \text{yr}^{-1}$ . Vlastní pravděpodobnost kolize mezi dvěma populacemi může být definovaná vztahem (Dahlgren, 1998)

$$p_i = \frac{N}{n_p T R^2} , \quad (1.9)$$

kde  $N$  označuje počet přiblížení na vzdálenost menší než  $R$  za čas  $T$  a  $n_p$  označuje počet možných interagujících párů z příslušných populací.

Tento postup jsme aplikovali na tělesa s  $D_{\text{target}} = 100$  km. Jejich pevnost je podle škálovacího zákona Benz & Asphaug (1999)  $Q_D^* \simeq 5 \cdot 10^8$  erg/g. Průměrná impaktní rychlost v hlavním pásu asteroidů je podle Dahlgren (1998)  $v_{\text{imp}} = 5,28$  km/s. Podle vztahu (1.7) je pak  $d_{\text{disrupt}} \simeq 15$  km. Z pozorovaného rozdělení velikostí jsme určili  $n_{\text{target}} = 207$  a  $n_{\text{project}} = 4416$ . Průměrná pravděpodobnost

kolize v hlavním pásu je podle Dahlgren (1998)  $p_i = 3,1 \cdot 10^{-18} \text{ km}^{-2} \text{ yr}^{-1}$ . Za časový interval  $\Delta t = 4 \text{ Gyr}$  pak podle vztahu (1.8) dojde k 28 srážkám, což je vlastně spodní limit pro počet asteroidálních rodin s mateřským tělesem o průměru  $D \geq 100 \text{ km}$ . Populace hlavního pásu byla však v minulosti větší, neboť dochází k postupnému úbytku těles srážkami i jinými dynamickými procesy (Bottke et al., 2005a), lze proto očekávat, že počet rodin je ve skutečnosti větší.

Pokud bychom všechny možné průměry  $D_{\text{target}}$  rozdělili do binů a výše popsaný postup na ně aplikovali, odpovídal by takto sestrojený stacionární model jednomu časovému kroku v kolizním kódu `Boulder`.

## 1.4 Předchozí modely kolizního vývoje hlavního pásu

Jednu z prvních prací zabývajících se modelováním kolizního vývoje hlavního pásu vytvořil Anders (1965). Počáteční rozdělení velikostí asteroidů zde bylo rekonstruováno podle mateřských těles asteroidálních rodin — nejedná se zatím o vývojový kolizní model. Podle výsledků této práce bylo iniciální rozdělení velikostí gaussovské. To později vyvrátil Davis et al. (1979, 1985).

První vývojový model vytvořil Dohnanyi (1969), nepoužívá však ještě realistický škálovací zákon (viz kapitola 1.1), ale předpokládá, že k rozpadu terče dochází vždy při stejném poměru hmotností projektilu a terče a že vlastní gravitaci terče lze zanedbat. Výsledkem modelování je, že se populace těles v kolizní rovnováze vyvine tak, že její diferenciální rozdělení velikostí bude mít sklon odpovídající mocninné funkci s exponentem  $-3,5$ . Na diferenciální rozdělení velikostí  $dN(D)$  lze nahlížet jako na derivaci kumulativního rozdělení  $N(>D)$ , což je počet těles s průměrem větším než  $D$  jako funkce  $D$  (viz obrázek 2).

Škálovací zákon zohledňující dva odlišné režimy pevnosti malých, resp. velkých asteroidů, byl poprvé použit v pracích Davis et al. (1979) a Davis et al. (1985). Zde se také objevují důležité podmínky, které by měl splňovat kolizní model: 1) rozdělení velikostí těles hlavního pásu na konci simulace musí odpovídat pozorovanému rozdělení; 2) počet rodin vzniklých v průběhu simulace musí odpovídat pozorovanému počtu rodin; 3) musí dojít k úbytku hmoty z hlavního pásu v důsledku dynamických procesů v rané fázi sluneční soustavy; a konečně 4) musí vysvětlovat zachovanou bazaltickou kůru asteroidu Vesta.

Další práci, kterou je třeba zmínit, je Bottke et al. (2005a). Tento model započítává i dynamické procesy krátce po vzniku planetárních embryí, kdy byla většina planetesimál<sup>2</sup> vyvržena z hlavního pásu. Hlavní výsledky této práce jsou následující: 1) iniciální hlavní pás obsahoval téměř stejný počet asteroidů s průměry většími než 120 km, jako pozorujeme dnes, a mnohem menší počet menších těles; 2) vlnitý tvar rozdělení velikostí je převážně dán již kolizním vývojem původního asteroidálního disku; 3) populace hlavního pásu před přibližně 4,6 Gyr byla 120 až 250 krát větší než je dnes.

---

<sup>2</sup>planetesimála je těleso řádově kilometr velké, které vzniklo postupnou akrecí prachu; růstem planetesimál pak vznikají planetární embrya, která jsou řádově tisíckrát hmotnější

Významné jsou pro nás i výsledky některých prací, které se nezabývají přímo modelováním kolizního vývoje celého hlavního pásu, ale věnují se úzce souvisejícím problémům.

V práci Durda et al. (2007) jsou zkoumány rozpady monolitických asteroidů s průměrem 100 km pro různé počáteční podmínky (velikost projektilu, impaktní rychlost a impaktní úhel). Využito je při tom simulací SPH (viz kapitola 1.2). Výsledkem práce je, že  $\sim 20$  pozorovaných rodin vzniklo při katastrofickém rozpadu tělesa s průměrem větším než 100 km, ostatní pozorované rodiny vznikly při kráterování.

Výsledná rozdělení fragmentů těchto kolizí podle velikostí jsou použita např. v práci Morbidelli et al. (2009), jako jeden ze vztahů implementovaných v kolizním kódu `Boulder` (viz kapitola 3). Morbidelli et al. (2009) tak zjistili, že planetesimály nebo planetární embrya vznikaly převážně v rozsahu velikostí 100 km až několik stovek km, pravděpodobně až 1000 km, a že jejich rozdělení velikostí (v tomto intervalu průměrů) mělo stejný sklon, který dnes pozorujeme na rozdělení velikostí takto velkých asteroidů.

Obdobné simulace jako v práci Durda et al. (2007) byly provedeny i pro nesoudržná tělesa, a to v práci Benavidez et al. (2012). Bylo tak nalezeno několik rodin (Meliboea, Erigone, Misa, Agnia, Gefion a Rafita), které pravděpodobně vznikly rozpady nesoudržných těles. Velikosti těchto mateřských těles vycházejí menší než určil Durda et al. (2007) s předpokladem, že se jedná o monolity. Dalším výsledkem této práce je, že rozdělení velikostí fragmentů při málo energetických srážkách se pro monolitická a nesoudržná tělesa liší, ale při vysoce energetických srážkách jsou si podobná.

Významným obdobím v historii sluneční soustavy bylo velké pozdní bombardování (před 4,1 až 3,8 miliardami let), během kterého bylo vytvořeno velké množství kráterů na Měsíci (Hartmann et al., 2000). Dynamická nestabilita planetárního systému způsobila přísun projektilů z transneptunické oblasti do hlavního pásu.<sup>3</sup> Předpokládané následky takového bombardování jsou: 1) mělo být vytvořeno přibližně 100 asteroidálních rodin s mateřským tělesem o průměru  $D_{PB} \geq 100$  km a 2) mělo by být vytvořeno desetkrát méně rodin s  $D_{PB} \geq 200$  km. Oba závěry jsou však v rozporu s pozorováním. Brož et al. (2013) našel pět procesů, které mohou vysvětlit, proč není pozorováno mnoho rodin vzniklých v průběhu velkého pozdního bombardování: 1) rozpad komet před jistou kritickou vzdáleností od perihélia; 2) rozbití rodin v důsledku dalších sekundárních kolizí; 3) rozdělení velikostí komet bylo ploché se „zlomem“ kolem  $D \sim 100$  až 150 km; 4) fyzická životnost komet mohla být závislá na jejich velikosti, komety s  $D = 10$  až 20 km se mohly rozpadnout snadněji než komety s  $D = 40$  až 70 km; 5) pro kolize kamenných asteroidů s kometami tvořenými ledem nejsou k dispozici SPH simulace, přitom charakter těchto kolizí může být odlišný.

Kolizní modely se nepoužívají pouze pro popis hlavního pásu, ale i pro jiné oblasti. Z novějších prací jmenujme např. Campo Bagatin & Benavidez (2012), kde byl zkoumán kolizní vývoj transneptunické oblasti (velká poloosa Neptunu  $a_N \doteq 30$  AU). V jejich modelu jsou zahrnuty nejen kolize, ale i migrace těles v disku a další dynamické procesy. Výsledky modelování jsou ve shodě s pozorováním a vysvětlují ploché rozdělení velikostí v intervalu průměrů 30 až 100 km. Podle

---

<sup>3</sup>V této diplomové práci se soustředíme na období po velkém pozdním bombardování a snažíme se vysvětlit počet rodin bez jeho přispění.

tohoto modelu je také vysoká pravděpodobnost, že se ve vnějším Kuiperově pásu nachází alespoň jedno velké těleso ( $D > 1700$  km), které dosud nebylo pozorováno.

## 2. Hlavní pás asteroidů

V této kapitole sestrojíme rozdělení velikostí asteroidů hlavního pásu z dostupných observačních dat. Pro účely detailnější analýzy pak celý pás rozdělíme do šesti částí podle parametrů jejich oběžných drah a zkonstruujeme příslušná rozdělení velikostí. Dále vypočítáme kolizní pravděpodobnosti mezi jednotlivými částmi hlavního pásu a vzájemné impaktní rychlosti.

### 2.1 Observační data, konstrukce rozdělení velikostí

K sestrojení rozdělení velikostí jsme využili observační data z družice WISE (Masiero et al., 2011)<sup>1</sup> a katalogů AstOrb (The Asteroid Orbital Elements Database, Bowell, 2008)<sup>2</sup> a AstDyS (Asteroids Dynamic Site, Knežević & Milani, 2003)<sup>3</sup>. Pokud byl pro daný asteroid zjištěn průměr družicí WISE, použili jsme tuto hodnotu. V opačném případě jsme využili katalogu AstOrb a pokud nebyl udán průměr asteroidu ani tam, spočítali jsme ho dle vztahu (Bowell et al., 1989)

$$D = 10^{[0,5(6,259 - \log p_V) - 0,4 H]}, \quad (2.1)$$

kde  $H$  označuje absolutní hvězdnou velikost z katalogu AstOrb a  $p_V$  geometrické albedo. Pro asteroidy s vlastní velkou poloosou  $a_p \leq 2,7$  AU jsme položili  $p_V = 0,15$  a pro asteroidy s  $a_p > 2,7$  AU pak  $p_V = 0,04$ , což přibližně odpovídá převažující hodnotě albed v dané oblasti hlavního pásu.

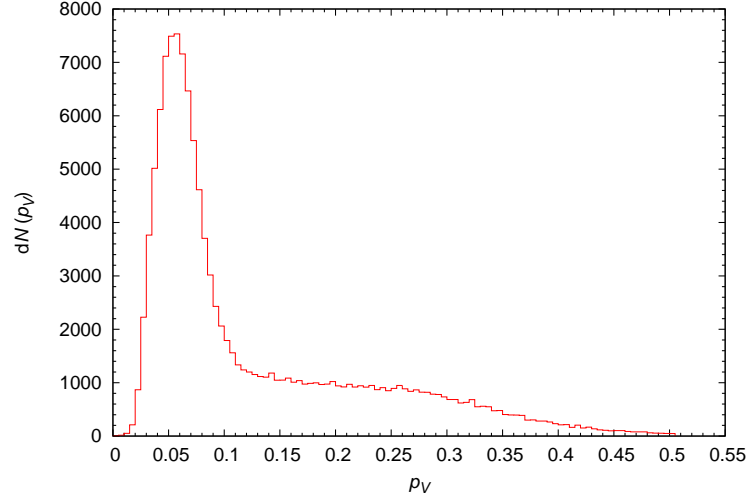
Jiný možný postup při určení geometrického albeda je sestřit histogram hodnot dle družice WISE (obrázek 2.1) a spočítat průměr, případně medián. Obrázek 2.1 však napovídá, že medián nebude vhodný, neboť je dán hlavně maximem zobrazené distribuce albed a ztrácí se v něm informace o počtu těles s vyšší hodnotou albeda. Průměrná hodnota albeda je  $p_V = 0,13$  a medián  $p_V = 0,05$ . Výsledná kumulativní rozdělení velikostí, pro výše zmíněné tři přístupy k určení geometrického albeda, jsou vynesena na obrázku 2.2.

**Test správnosti konstrukce rozdělení velikostí.** Abychom zjistili, jak velké chyby jsme se dopustili zjednodušujícími předpoklady výše uvedených hodnot albed, provedli jsme následující simulaci. Předpokládáme nějaké známé hodnoty  $D$  a k nim přiřazujeme metodou Monte Carlo albeda dle distribuce hodnot z družice WISE. Inverzí vztahu (2.1) spočítáme hodnoty absolutních hvězdných velikostí. Nyní se snažíme rekonstruovat kumulativní rozdělení velikostí. Nové „neznámé“ hodnoty průměrů spočítáme opět ze vztahu (2.1). Na obrázku 2.3 je vyneseno původní známé rozdělení velikostí a čtyři nová syntetická rozdělení velikostí. Při rekonstrukci prvního jsme předpokládali fixní hodnotu geometrického albeda  $p_V = 0,15$ ; v druhém případě jsme použili hodnotu průměru albed  $p_V =$

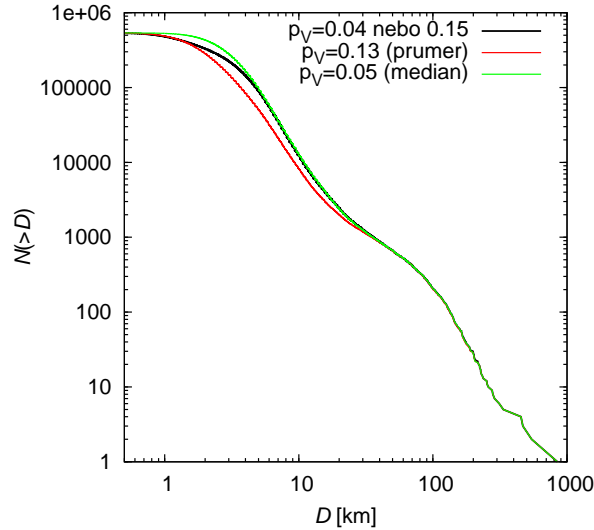
<sup>1</sup>[http://wise2.ipac.caltech.edu/staff/bauer/NEOWISE\\_pass1/](http://wise2.ipac.caltech.edu/staff/bauer/NEOWISE_pass1/)

<sup>2</sup><ftp://ftp.lowell.edu/pub/elgb/astorb.html>

<sup>3</sup><http://hamilton.dm.unipi.it/astdys/>



Obrázek 2.1: Diferenciální histogram geometrických albed  $p_V$  dle družice WISE (Masiero et al., 2011).

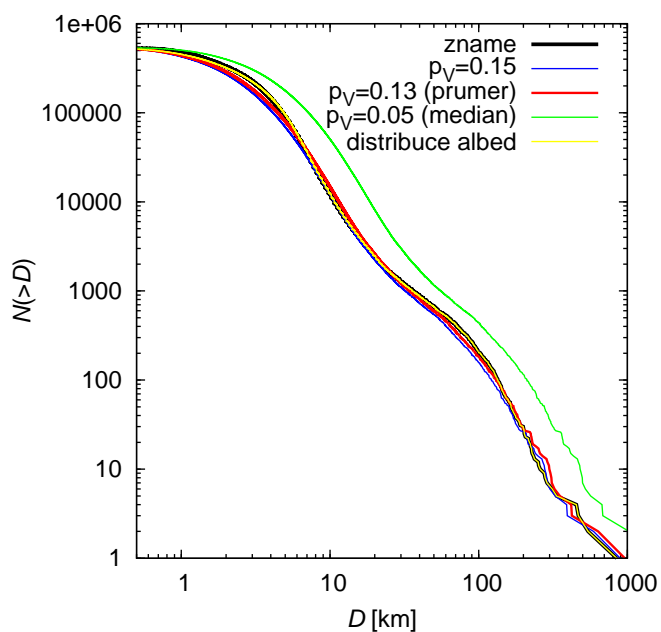


Obrázek 2.2: Zkonstruovaná kumulativní rozdělení velikostí  $N(>D)$  asteroidů hlavního pásu. Zelená křivka zobrazuje rozdělení s albedem  $p_V = 0,13$ , což je průměr albed dle WISE a červená křivka je pro albedo  $p_V = 0,05$ , což je medián. Černá křivka pak zobrazuje rozdělení s albedem  $p_V = 0,15$  pro asteroidy s velkou poloosou  $a_p \leq 2,7$  AU a  $p_V = 0,04$  pro asteroidy s  $a_p > 2,7$  AU.

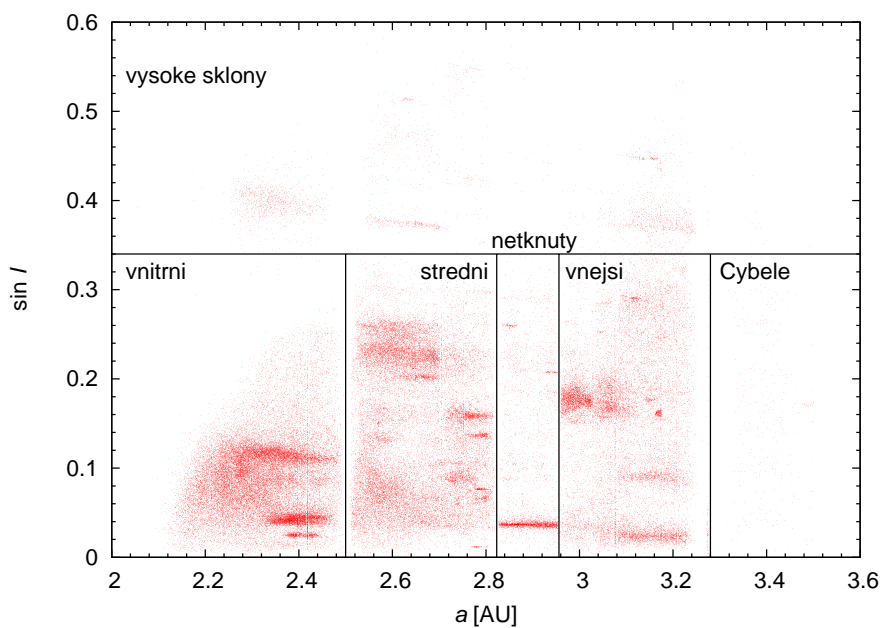
0,13; v třetím jsme použili hodnotu mediánu  $p_V = 0,05$  a za čtvrté jsme pro asteroidy s  $H < 15$  ponechali známé hodnoty albed (WISE), ostatním asteroidům jsme pak přiřadili albeda náhodně dle stejné distribuce hodnot jako výše.

Jak je vidět na obrázku 2.3, výsledek poslední zmíněné metody (žlutě) velmi dobře odpovídá známému rozdělení velikostí (černě), proto budeme při konstruování rozdělení velikostí používat tuto metodu. Dále je vidět, že jak jsme předpokládali, dopadlo nejhůře rozdělení s mediánem geometrických albed.

**Definice šesti částí hlavního pásu.** Celý hlavní pás jsme rozdělili do šesti částí podle jejich orbitálních elementů (velké poloosy a sklonu dráhy). Pět částí oddělených významnými rezoncencemi středního pohybu s Jupiterem je dobře defi-



Obrázek 2.3: Ověření přesnosti na simulovaném kumulativním rozdělení velikostí. Černá křivka představuje známé rozdělení velikostí, modrá křivka zobrazuje syntetické rozdělení velikostí s konstantní hodnotou geometrického albeda  $p_V = 0,15$ , červená  $p_V = 0,13$ , zelená pak  $p_V = 0,05$  a žlutá křivka zobrazuje syntetické rozdělení se známými hodnotami albed pro asteroidy s  $H < 15$ , přičemž ostatním asteroidům jsou přiřazena albeda dle distribuce hodnot z družice WISE.



Obrázek 2.4: Rozdělení hlavního pásu asteroidů do šesti částí podle vlastní velké poloosy  $a_p$  a sklonu dráhy  $\sin I$ .

nováno, neboť skrz tyto rezonance nízkých řádů tělesa nedifundují Jarkovského jevem (Bottke et al., 2006) — pokud se nějaké těleso k rezonanci přiblíží, zvýší se rychle excentricita jeho dráhy a stane se blízkozemním tělesem. Šestou část pak tvoří asteroidy, jejichž dráha má velký sklon ( $\sin I > 0,34$ ). Volili jsme ji tak, abychom nerozdělili žádnou pozorovanou rodinu. Hodnota  $\sin I = 0,34$  přibližně odpovídá poloze sekulární rezonance  $\nu_6$ , nad touto hranicí již převažují rodiny nad pozadím.

Konkrétně jsou části definovány takto (viz obrázek 2.4):

1. vnitřní pás – od 2,1 do 2,5 AU (rezonance 3:1);
2. střední pás – od 2,5 do 2,823 AU (5:2);
3. „netknutý“<sup>4</sup> pás – od 2,823 do 2,956 AU (7:3);
4. vnější pás – od 2,956 do 3,28 AU (2:1);
5. oblast Cybele<sup>5</sup> – od 3,3 do 3,51 AU;
6. asteroidy s vysokým sklonem dráhy –  $\sin I > 0,34$ .

Hodnoty  $a$  a  $\sin I$  pro konkrétní asteroidy jsme přednostně brali z katalogu vlastních elementů AstDyS, pokud tento katalog daný asteroid neobsahoval, použili jsme oskulační hodnotu z katalogu AstOrb.

Pro takto roztríděné planety jsme získali jejich průměry opět ze vztahu (2.1), přičemž hodnoty albed pro asteroidy s  $H < 15$  jsou známé (WISE) a pro ostatní asteroidy jsme albeda přiřazovali náhodně dle distribuce hodnot příslušné populace (oprávněnost takového postupu jsme ukázali výše). Na obrázku 2.5 jsou vyneseny kumulativní rozdělení velikostí pro jednotlivé části hlavního pásu. Je vidět, že se výrazně liší v celkovém počtu těles i v příslušných sklonech rozdělení velikostí.

Největším zdrojem nejistot při konstrukci kumulativních rozdělení velikostí jsou způsoby výpočtu geometrického albeda  $p_V$ . Jak jsme však viděli jsou tyto nejistoty výrazně menší než rozdíl mezi kumulativními rozděleními jednotlivých částí hlavního pásu asteroidů. Dalším problémem ovlivňujícím především rozdělení asteroidů s malými průměry je observační neúplnost. Na kumulativním rozdělení velikostí vidíme, že od jistého průměru směrem k menším asteroidům se již jejich počet nezvyšuje. Tyto asteroidy zatím nejsou pozorovány, neboť jsou převážně slabší než dosah stávajících přehlídek oblohy: LINEAR (Stuart, 2001), Catalina<sup>6</sup>, Space Watch (Bottke et al., 2002), Pan-STARRS (Hodapp et al., 2004) aj.

## 2.2 Výpočet kolizních pravděpodobností a impaktních rychlostí

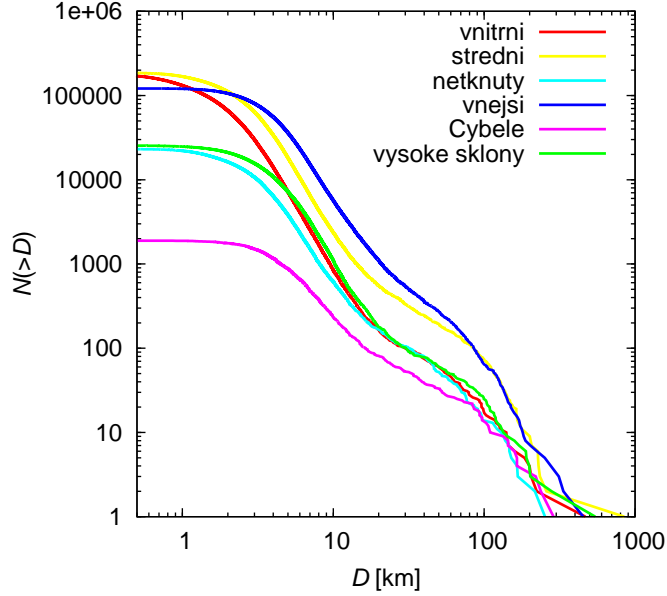
Abychom mohli zkoumat vývoj jednotlivých částí hlavního pásu asteroidů potřebujeme znát vlastní pravděpodobnosti kolizí mezi nimi a také jejich vzájemnou

<sup>4</sup>anglicky „pristine zone“ – relativně prázdná oblast hlavního pásu, která může být do jisté míry podobná dřívějšímu hlavnímu pásu (před vytvořením velkých rodin)

<sup>5</sup>pojmenovaná podle asteroidu (65) Cybele

<sup>6</sup><http://www.lpl.arizona.edu/css/>





Obrázek 2.5: Zkonstruovaná kumulativní rozdělení velikostí  $N(>D)$  pro jednotlivé části hlavního pásu.

impaktní rychlost. K tomu používáme upravený program, který napsal W. F. Bottke (Bottke & Greenberg, 1993) na základě práce Greenberg (1982). Na jeho vstupu jsou parametry oběžných drah asteroidů dvou pásů. Program počítá kolizní pravděpodobnosti a rychlosti mezi každou dvojicí asteroidů z různých pásů. Z těchto sad výsledků pak spočítáme průměrné  $p_i$  a průměrné  $v_{\text{imp}}$  (pro orbity jejichž  $p_i > 0$ ).

Abychom zkrátili výpočetní čas, použili jsme z každé části hlavního pásu jen prvních 1000 asteroidů, což je dostačující počet. Výsledky shrnuje tabulka 2.1. Vidíme, že jednotlivé impaktní rychlosti, resp. pravděpodobnosti kolize, se významně liší (hodnoty od 2,22 do 10,09  $\text{km s}^{-1}$ , resp. od 0,35 do 11,98  $\cdot 10^{-18} \text{ km}^{-2} \text{ yr}^{-1}$ ). Pravděpodobnost kolize klesá se zvětšujícím se rozdílem hlavních poloos dvou asteroidů. Nejnižší hodnotu tedy dostáváme pro interakci vnitřního pásu s oblastí Cybele. Nejvyšší impaktní rychlosti vycházejí pro interakci asteroidů s vysokým sklonem dráhy s libovolným pásem, což je dáno právě velkým rozdílem sklonů drah příslušných těles.

Nejistoty impaktních rychlostí jsou řádu 0,1  $\text{km/s}$  a nejistoty pravděpodobností kolizí jsou řádu 0,1  $\cdot 10^{-18} \text{ km}^{-2} \text{ yr}^{-1}$ ). Hodnoty, které odvodil Dahlgren (1998),  $p_i = 3,1 \cdot 10^{-18} \text{ km}^{-2} \text{ yr}^{-1}$  a  $v_{\text{imp}} = 5,28 \text{ km s}^{-1}$ , jsou v souladu s našimi výsledky.

Z těchto výsledků je patrné, že kdybychom uvažovali pouze jednu hodnotu  $p_i$  a  $v_{\text{imp}}$  pro celý hlavní pás a počítali jeho kolizní vývoj, vnášeli bychom do výpočtu nezanedbatelnou chybu.

interagující pásy	$v_{\text{imp}}$ ( $\text{km s}^{-1}$ )	$p_i$ ( $10^{-18} \text{ km}^{-2} \text{ yr}^{-1}$ )
vnitřní – vnitřní	4,34	11,98
vnitřní – střední	4,97	5,35
vnitřní – netknutý	3,81	2,70
vnitřní – vnější	4,66	1,38
vnitřní – Cybele	6,77	0,35
vnitřní – vysoké sklony	9,55	2,93
střední – střední	5,18	4,91
střední – netknutý	3,96	4,67
střední – vnější	4,73	2,88
střední – Cybele	5,33	1,04
střední – vysoké sklony	8,84	2,68
netknutý – netknutý	2,22	8,97
netknutý – vnější	3,59	4,80
netknutý – Cybele	4,57	1,37
netknutý – vysoké sklony	7,93	2,45
vnější – vnější	4,34	3,57
vnější – Cybele	4,45	2,27
vnější – vysoké sklony	8,04	1,81
Cybele – Cybele	4,39	2,58
Cybele – vysoké sklony	7,87	0,98
vysoké sklony – vysoké sklony	10,09	2,92

Tabulka 2.1: Impaktní rychlosti  $v_{\text{imp}}$  a kolizní pravděpodobnosti  $p_i$  mezi jednotlivými částmi hlavního pásu asteroidů.

# 3. Program Boulder

K simulování vývoje hlavního pásu asteroidů používáme program **Boulder** (Morbidelli et al., 2009). Tento statistický kolizní kód byl původně vyvinut pro modelování vzniku planetárních embryí. V této kapitole budeme zatím uvažovat hlavní pás jako jeden celek a za pozorované kumulativní rozdělení asteroidů budeme brát rozdělení sestavené v kapitole 2.1. Ukážeme několik příkladů různých počátečních rozdělení velikostí a různých škálovacích zákonů a popíšeme hlavní tendence jejich vývoje. Počátečním rozdělením je pro nás rozdělení na konci formování planetárního systému a po velkém pozdním bombardování, kdy můžeme předpokládat „poklidný“ vývoj hlavního pásu, tzn. bez výrazných změn kolizních pravděpodobností nebo dynamických vlastností.

## 3.1 Základní operace, vstupní a výstupní soubory

Program **Boulder** pracuje s částicemi rozdělenými do skupin, které se mohou lišit hodnotami  $p_i$ ,  $v_{\text{imp}}$ , materiálovými vlastnostmi, aj. V každé takové skupině je populace částic reprezentována hmotnostní distribucí. Příslušný hmotnostní rozsah je rozdělen na logaritmické biny. Šířka binu  $i$  jeho střed se dynamicky vyvíjejí a adaptují se vývoji populace.

V každém časovém kroku jsou vykonány následující operace:

1. nejprve jsou vypočítány vzájemné kolizní pravděpodobnosti a relativní impaktní rychlosti;
2. dále je vypočten celkový počet kolizí v uvažovaném časovém intervalu;
3. pro každou kolizi je určena hmotnost největšího pozůstatku a největšího fragmentu a také sklon rozdělení velikostí fragmentů;
4. největší pozůstatek a fragmenty kolize jsou rozděleny do hmotnostních binů;
5. lze také předepsat úbytek těles dynamickými procesy;
6. nakonec jsou predefinovány hmotnostní biny – pokud jsou dva biny příliš blízko, resp. daleko, dojde k jejich spojení, resp. vytvoření nového binu, a dále jsou přepočítány středy jednotlivých binů.

K rozdělení velikostí fragmentů po kolizích využívá **Boulder** hydrodynamické simulace SPH (Benz & Asphaug, 1995) z práce Durda et al. (2007), díky kterým máme popsána rozdělení fragmentů pro monolitická mateřská tělesa (parent body) s průměrem  $D_{\text{PB}} = 100$  km. Pro menší, resp. větší, mateřská tělesa je použito škálování. Vztahy pro sklon  $q$  rozdělení velikostí fragmentů po rozpadu a pro hmotnost největšího fragmentu (largest fragment)  $M_{\text{LF}}$  jsou dle Morbidelli et al. (2009)

$$q = -10 + 7 \left( \frac{Q}{Q_D^*} \right)^{0,4} \exp \left( -\frac{Q}{7Q_D^*} \right), \quad (3.1)$$

$$M_{\text{LF}} = 8 \cdot 10^{-3} \left[ \frac{Q}{Q_D^*} \exp \left( -\left( \frac{Q}{4Q_D^*} \right)^2 \right) \right] M_{\text{tot}}, \quad (3.2)$$

kde  $M_{\text{tot}}$  označuje součet hmotností projektilu a terče,  $Q_D^*$  pevnost asteroidu a  $Q$  kinetickou energii projektilu na jednotku hmotnosti terče.

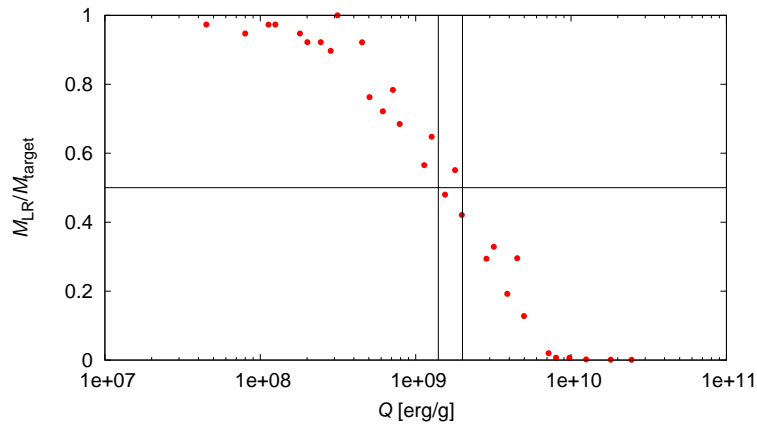
**Ověření vztahů pro  $q$  a  $M_{\text{LF}}$ .** Podařilo se nám získat výsledná data (velikosti všech fragmentů jednotlivých kolizí, Benavidez et al. (2012), osobní sdělení) z výše zmíněných simulací Durda et al. (2007) a mohli jsme tak vztahy 3.1 a 3.2 nezávisle odvodit, ověřit, zda dostaneme shodné výsledky a také nahlédnout příslušné nejistoty.

Nejprve je třeba spočítat kinetickou energii projektilu  $Q$  na celkovou hmotnost  $M_{\text{tot}}$  projektilu a terče

$$Q = \frac{\frac{1}{2} M_{\text{projectile}} v_{\text{imp}}^2}{M_{\text{tot}}}, \quad (3.3)$$

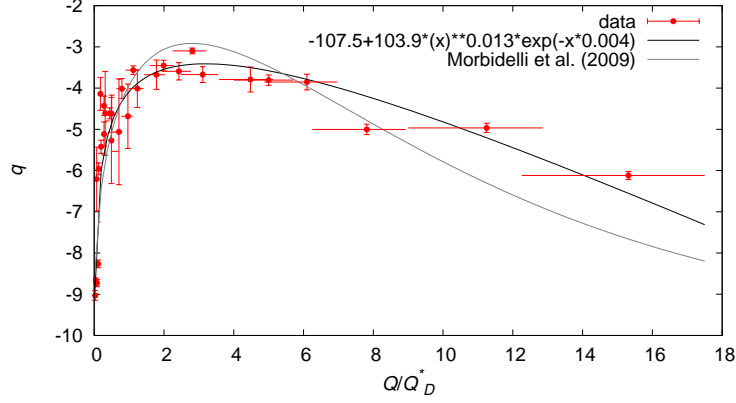
kde  $v_{\text{imp}}$  označuje vzájemnou impaktní rychlost. Následně jsme vynesli závislost hmotnosti největšího zbytku terče (largest remnant) ku hmotnosti terče  $M_{\text{LR}}/M_{\text{target}}$  na  $Q$  (obrázek 3.1) a odečetli tak pevnost 100km asteroidů  $Q_D^*$ , kterou jsme definovali v kapitole 2.1 (pro  $M_{\text{LR}}/M_{\text{target}} = 0,5$  je  $Q_D^* = 160 \cdot 10^7$  erg/g, nejistota je  $-20$  a  $+40 \cdot 10^7$  erg/g). Kumulativní rozdělení velikostí všech fragmentů po jedné kolizi jsme logaritmovali a proložili přímkou, a zjistili tak mocninný sklon  $q$  tohoto rozdělení.

Dále je třeba určit hmotnost největšího fragmentu  $M_{\text{LF}}$ . Pokud není srážka asteroidů dostatečně energetická, jedná se pouze o kráterování, je do prostoru rozptýlena jen malá část hmotnosti terče. Největšímu tělesu pak říkáme největší pozůstatek (anglicky largest remnant). Druhé největší těleso, které mívá již podstatně menší hmotnost, je pak největší fragment (anglicky largest fragment). Při katastrofických rozpadech jsou hmotnosti prvních dvou těles srovnatelné a největším fragmentem v tomto případě nazýváme největší těleso.

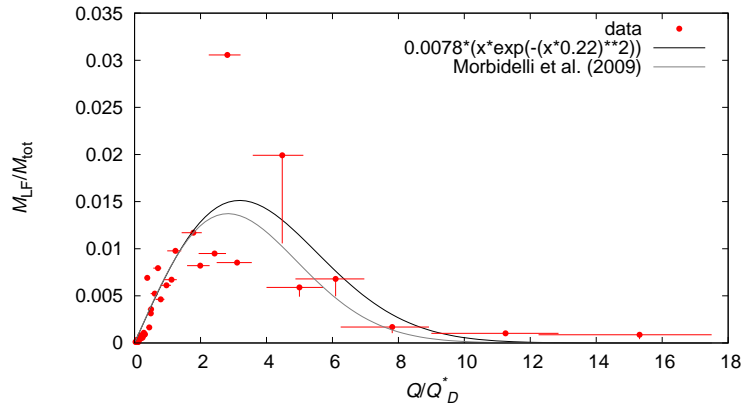


Obrázek 3.1: Závislost hmotnosti největšího zbytku terče ku hmotnosti terče  $M_{\text{LR}}/M_{\text{target}}$  na měrné kinetické energii projektilu  $Q$ . Čarami jsou vyznačené: hodnota  $M_{\text{LR}}/M_{\text{target}} = 0,5$ , podle které jsme určovali pevnost  $Q_D^*$ ; a nejistoty v určení pevnosti  $Q_D^* = 1,4$  až  $2 \cdot 10^9$  erg/g.

Porovnání výsledků je na obrázcích 3.2 a 3.3. Horizontální chybové úsečky jsou dány odečítáním pevnosti asteroidů z grafu, jak bylo popsáno výše, a chyby sklonu jsou dány prokládáním bodů přímkou. Při některých kolizích může být obtížné rozhodnout mezi největším pozůstatkem a největším fragmentem. Chybové úsečky v obrázku 3.3 odpovídají bodům, které bychom dostali v případě, že



Obrázek 3.2: Porovnání závislosti sklonu rozdělení fragmentů  $q$  na energii impaktu  $Q/Q_D^*$ , kterou odvodil Morbidelli et al. (2009) s našimi výsledky.



Obrázek 3.3: Porovnání závislosti  $M_{LF}/M_{tot}$  (hmotnosti největšího fragmentu ku celkové hmotnosti terče a projektilu) na energii impaktu  $Q/Q_D^*$ , kterou odvodil Morbidelli et al. (2009) s našimi výsledky.

bychom pro  $M_{LF}$  zvolili druhou z výše zmíněných možností. Případy, kde jsme si jisti určením největšího fragmentu, nemají chybový interval.

Je vidět, že dostáváme kvalitativně podobné výsledky jako Morbidelli et al. (2009). I když se číselné koeficienty liší, výsledné funkce jsou si podobné. Příslušné vztahy jsou následující:

$$q = -107,5 + 103,9 \left( \frac{Q}{Q_D^*} \right)^{0,013} \exp \left( -0,004 \frac{Q}{Q_D^*} \right), \quad (3.4)$$

$$M_{LF} = 7,8 \cdot 10^{-3} \left[ \frac{Q}{Q_D^*} \exp \left( - \left( \frac{0,22 Q}{Q_D^*} \right)^2 \right) \right] M_{tot}. \quad (3.5)$$

Rozpady velkých těles jsou během jednoho časového kroku  $\Delta t$  málo pravděpodobné. Program **Boulder** pro tyto případy generuje náhodná čísla  $p_{rnd}$  v intervalu  $[0,1]$ . Rozpad nastane, pokud je  $p_{rnd} \leq p$ , kde  $p = \Delta t / \tau_{event} = \Delta t f_{event}$ , kde frekvence událostí (srážek)  $f_{event} = n_{events} / \Delta t$  ( $n_{events}$  podle vztahu (1.8)). Procesy se tak stávají stochastickými a pro stejnou sadu počátečních podmínek tak můžeme získat různé výsledky.

Před samotným modelováním vývoje rozdělení velikostí je třeba zadat vstupní informace o původním pásu asteroidů a další parametry výpočtu. V souboru `collprob.dat` zadáme pravděpodobnost kolize dvou asteroidů a impaktní rychlost pro každou dvojici interagujících pásů. Počáteční a koncový čas a časový krok jsou obsaženy v souboru `param.dat`. Parametry škálovacího zákona jsou v souboru `phys_par.dat`. V souboru `gen_ic.in` zadáváme počet populací v simulaci a jejich počáteční rozdělení velikostí, které generujeme pomocí programu `gen_sfd`.

Ve výstupním souboru `ob.data` je pak na prvním řádku uveden: čas (v letech), číslo dané populace (resp. části pásu), počet binů. Na dalších řádcích jsou ve třech sloupcích informace o hmotnosti binu (v gramech), poloměru binu (v centimetrech) a hmotnosti všech těles obsažených v příslušném diferenciálním binu (v gramech).

### 3.2 Ukázkové případy vývoje kumulativního rozdělení velikostí

Při výpočtu následujících příkladů jsme měnili pouze tvar počátečního rozdělení velikostí, ostatní parametry jsme ponechali konstantní. Pravděpodobnost kolize byla  $3,1 \cdot 10^{-18} \text{ km}^{-2} \text{ yr}^{-1}$  a impaktní rychlost  $5,28 \text{ km s}^{-1}$  (Dahlgren, 1998), škálovací zákon ve tvaru (1.1), s parametry podle práce Benz & Asphaug (1999) pro bazalt, počáteční čas byl 0 yr, koncový čas byl  $4 \cdot 10^9$  yr a časový krok byl  $1 \cdot 10^7$  yr.

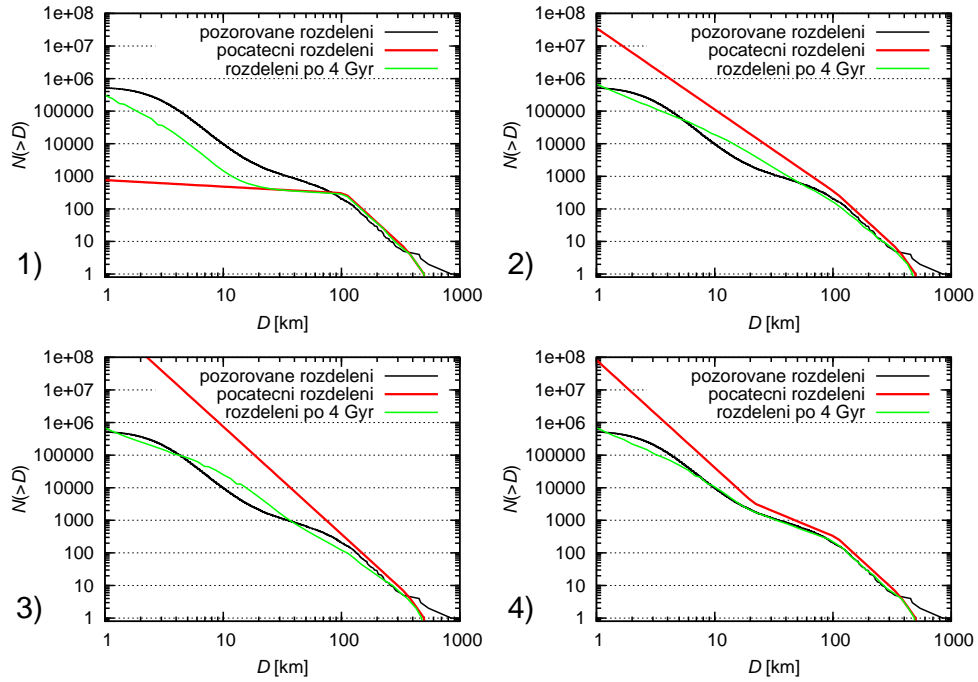
Parametry počátečních rozdělení velikostí, jejichž vývoj byl počítán, jsou uvedeny v tabulce 3.1. Jedná se o sklony, příslušné hranice a normalizace rozdělení velikostí.

č.	$d_1$ (km)	$d_2$ (km)	$q_a$	$q_b$	$q_c$	$d_{\text{norm}}$ (km)	$n_{\text{norm}}$
1	100	20	-4,3	-1,2	-1,2	100	300
2	100	20	-4,3	-3,5	-3,5	100	300
3	100	20	-4,3	-4,3	-4,3	100	300
4	100	20	-4,3	-2,5	-4,3	100	300

Tabulka 3.1: Přehled počátečních rozdělení velikostí asteroidů hlavního pásu.  $q_a$  je mocninový sklon diferenciálního rozdělení pro asteroidy s průměrem větším než  $d_1$ ,  $q_b$  je sklon rozdělení pro průměry mezi  $d_1$  a  $d_2$ ,  $q_c$  je sklon rozdělení pro průměry menší než  $d_2$ ,  $d_{\text{norm}}$  a  $n_{\text{norm}}$  jsou normalizační hodnoty, tj.  $n_{\text{norm}}$  je počet asteroidů, které mají průměr větší než  $d_{\text{norm}}$ .

Výsledný tvar rozdělení po 4 Gyr kolizního vývoje je zobrazen na obrázku 3.4 (pro lepší orientaci jsou jednotlivé simulace očíslovány k v tabulce 3.1 i na obrázku 3.4). Pokud zvolíme iniciační kumulativní rozdělení velikostí ploché (sklon  $q_b = q_c = -1,2$ , obr. 3.4 vlevo nahoře, č. 1), vyvine se do strmého rozdělení (na rozdíl od všech ostatních uvedených příkladů) se sklonem  $q'_c = -3,0$ , tedy vznikají asteroidy s průměrem  $D \lesssim 10 \text{ km}$ . V oblasti rozdělení velikostí asteroidů větších než asi 15 km nedochází k žádnému významnějšímu vývoji a křivka tu i po 4 Gyr zůstává nad pozorovaným rozdělením.

Jestliže naopak zvolíme počáteční rozdělení velmi strmé (sklon  $q_b = q_c = -3,5$  až  $-4,3$ ; č. 2 a 3), získáme výsledné rozdělení s menším sklonem (č. 2:  $q'_b = -3,2$  a  $q'_c = -2,9$ ; č. 3:  $q'_b = -3,3$  a  $q'_c = -2,8$ ). Čím strmější rozdělení zvolíme,



Obrázek 3.4: Ilustrativní příklady vývoje čtyř různých počátečních kumulativních rozdělání velikostí. Červená křivka zobrazuje původní rozdělání velikostí, zelená křivka pak jeho tvar po 4 Gyr. Černá křivka představuje pozorované rozdělání velikostí.

tím je k dispozici více projektilů a rozbito více větších asteroidů ( $D \simeq 100$  km). Na obrázku 3.4 vlevo dole (č. 3) si můžeme všimnout, že po 4 Gyr je již křivka syntetického rozdělání velikostí pod hranicí pozorovaného rozdělání.

Posledním příkladem je rozdělání s menším sklonem  $q_b = -2,5$  (vpravo dole, č. 4). Vidíme, že již poměrně dobře odpovídá pozorovanému rozdělání velikostí.

### 3.3 Změny škálovacího zákona

V této kapitole budeme měnit parametry škálovacího zákona z tabulky 1.1 pro bazalty, abychom zjistili, jak ovlivňují kolizní vývoj hlavního pásu asteroidů. Abychom dokázali posoudit pravděpodobnosti jednotlivých realizací, nechali jsme proběhnout vždy 100 simulací pro jeden škálovací zákon, neboť jak bylo zmíněno výše, výsledky bývají ovlivněny rozpady velkých asteroidů a generováním náhodných čísel.

$d_1$ (km)	$d_2$ (km)	$q_a$	$q_b$	$q_c$	$d_{\text{norm}}$ (km)	$n_{\text{norm}}$
100	20	-4,3	-2,5	-3,5	100	300

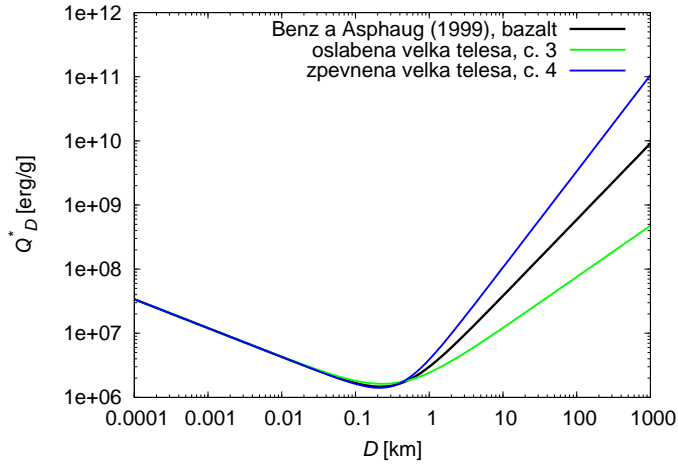
Tabulka 3.2: Počátečních rozdělání velikostí hlavního pásu pro simulace s různými škálovacími zákony.  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $q_a$ ,  $q_b$ ,  $q_c$ ,  $d_{\text{norm}}$  a  $n_{\text{norm}}$  označují stejné parametry jako v tabulce 3.1.

Parametry počátečního rozdělání velikostí jsou uvedeny v tabulce 3.2, pro všechny simulace zůstávají nezměněny. Tabulka 3.3 pak shrnuje parametry pro

pět škálovacích zákonů. V prvních dvou případech oslabujeme, resp. zpevňujeme tělesa menší než 200 m, v následujících dvou případech provádíme obdobnou změnu pro tělesa větší než 200 m. Poslední případ odpovídá škálovacímu zákonu, kde jsme posunuli hranici nejsnáze rozbíjených těles z 200 m na 400 m. Jednotlivé simulace jsou podobně jako v kapitole 3.2 očíslovány pro lepší orientaci.

č.	$\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )	$Q_0$ (erg/g)	$a$	$B$ (erg/g)	$b$	$q_{\text{fact}}$
1	3,0	$3 \cdot 10^6$	-0,1	2,1	1,19	1,0
2	3,0	$2 \cdot 10^9$	-0,8	2,1	1,19	1,0
3	3,0	$7 \cdot 10^7$	-0,45	110	0,8	1,0
4	3,0	$7 \cdot 10^7$	-0,45	0,1	1,5	1,0
5	3,0	$6 \cdot 10^7$	-0,35	2,1	1,19	1,0

Tabulka 3.3: Parametry pro pět testovaných škálovacích zákonů. Tyto parametry dosazujeme do vztahu (1.1).

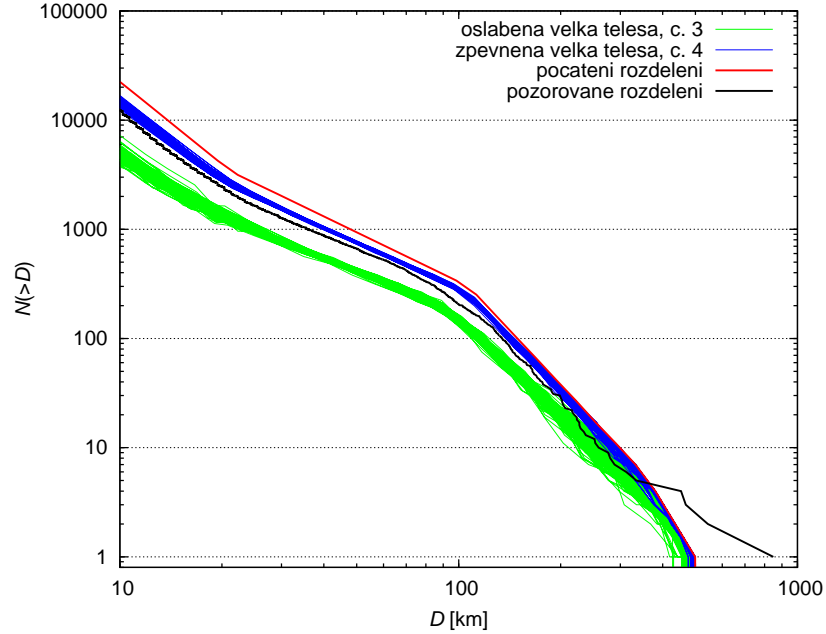


Obrázek 3.5: Škálovací zákony  $Q_D^*(D)$  s různou pevností velkých těles.

Simulace se změněným škálovacím zákonem pro velká tělesa ( $D > 200$  m, obrázek 3.5) dávají předpokládané výsledky. Pokud tyto asteroidy zpevníme (č. 4), je obtížnější je rozbít a rozdělení velikostí se v této oblasti nijak výrazně nevyvíjí. Naopak pokud je oslabíme (č. 3), klesne křivka rozdělení velikostí po 4 Gyr výrazně pod pozorované rozdělení (viz obrázek 3.6).

Zajímavější jsou výsledky pro změny pevnosti malých těles ( $D < 200$  m). Příslušné tři škálovací zákony jsou zobrazeny na obrázku 3.7. Malé asteroidy slouží jako projektily, kterými jsou rozbíjena větší tělesa, proto je obtížné předem odhadnout, jak příslušná změna škálovacího zákona ovlivní výsledné rozdělení velikostí. Pro přehlednost jsme do obrázku 3.8 vynesli průměrná rozdělení velikostí ze sta simulací. Protože však rozdělení výsledků není gaussovské a průměrná hodnota a rozptyl tedy nejsou zcela vyhovující, jsou na obrázku úsečkami znázorněny rozsahy výsledků ze všech simulací. Jednotlivé případy se od sebe příliš neliší, nicméně jistého trendu si lze všimnout. Pokud zpevníme tělesa menší než 200 m (modrá křivka, č. 2), budou snáze rozbíjet asteroidy s průměrem kolem jednoho



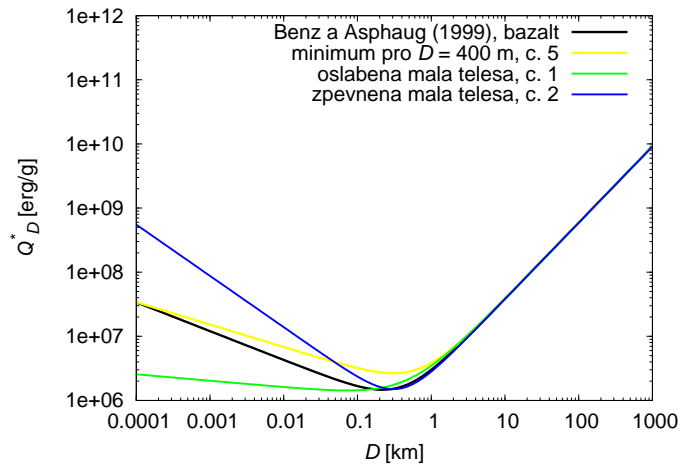


Obrázek 3.6: Výsledná rozdělení velikostí  $N(>D)$  pro různou pevnost velkých těles. Zobrazeno je 100 simulací s oslabenými tělesy (zelená křivka) a 100 simulací se zpevněnými tělesy (modrá křivka).

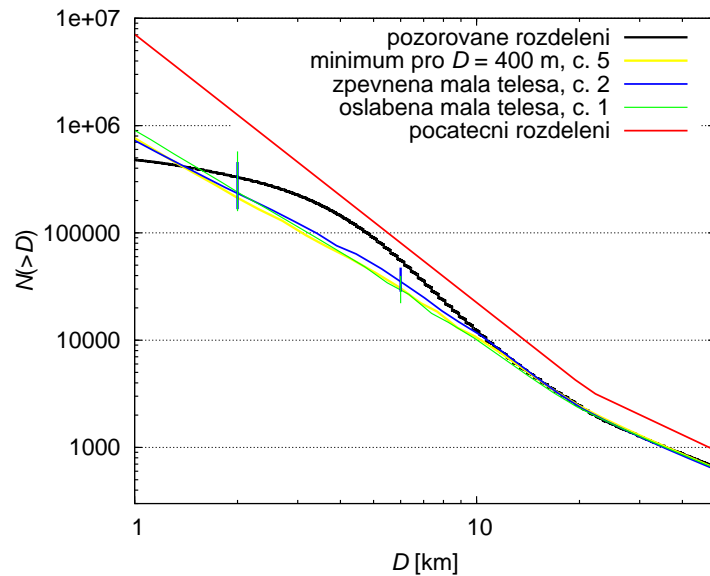
kilometru, jejichž počet se následkem toho zmenší (modrá křivka klesne pod zelenou, reprezentující naopak oslabená malá tělesa). Protože tyto asteroidy slouží jako projektily pro ještě větší tělesa ( $\simeq 7$  km), těchto naopak zůstane více. Obdobná, ale obrácená vazba platí samozřejmě i pro oslabená malá tělesa.

Dále vidíme, že ve všech případech vzniká menší počet těles s  $D < 10$  km než je pozorováno. Vezmeme-li v úvahu, že rozpady velkých těles jsou v simulaci ovlivněny generováním náhodných čísel, lze za možné vysvětlení tohoto rozporu považovat nedávný rozpad velkého tělesa ( $D \simeq 100$  km), který by vytvořil větší počet menších asteroidů. Tuto hypotézu testujeme v kapitole 4.

Měněním parametrů škálovacího zákona takto „ručně“ lze získat představu o následném charakteru kolizí, avšak pro další využití by bylo třeba nejprve spočítat  $\chi^2$  (nebo jinou vhodnou míru shody syntetického a pozorovaného rozdělení velikostí) a pak aplikovat např. numerickou metodu *simplex* na minimalizaci  $\chi^2$ , a nalézt tak nejlepší parametry (obdobně jako provádíme v kapitole 4.2).



Obrázek 3.7: Škálovací zákony  $Q_D^*(D)$  s různou pevností malých těles.



Obrázek 3.8: Výsledná rozdělení velikostí  $N(>D)$  pro různou pevnost malých těles. Úsečkami jsou vyznačené rozsahy hodnot ze 100 simulací. Zobrazen je detail rozdělení velikostí v intervalu  $D$  1 až 50 km.

# 4. Nový kolizní model hlavního pásu

Jak jsme ukázali v kapitole 2.1, jednotlivé části hlavního pásu asteroidů se nezanedbatelně liší v počtu těles i tvarem rozdělení velikostí. Lze proto očekávat i odlišný vývoj těchto rozdělení. Navíc se samozřejmě jednotlivé pásy ovlivňují mezi sebou v závislosti na vzájemné rychlosti. Máme tedy dobrý důvod upravit kolizní program Boulder pro výpočet s více populacemi.

## 4.1 Výpočet s šesti populacemi monolitů

Nejprve je třeba upravit vstupní soubory uvedené v kapitole 3.1, tedy zadat kolizní pravděpodobnosti a impaktní rychlosti z kapitoly 2.2. Sklony a normalizační hodnoty iniciálních rozdělení velikostí jsme aproximovali příslušnými pozorovanými hodnotami. Některé parametry jsme však po předběžných testech změnili a neodpovídají tedy pozorovaným (např. sklon  $q_c$  vnitřního pásu). Konečné parametry počátečních rozdělení velikostí jsou uvedeny v tabulce 4.1. Škálovací zákon necháváme pro všech šest částí hlavního pásu stejný (vztah (1.1) s parametry podle Benz & Asphaug, 1999) a testujeme tak, zda platí pro celý hlavní pás právě tento škálovací zákon.

pás	$d_1$ (km)	$d_2$ (km)	$q_a$	$q_b$	$q_c$	$d_{\text{norm}}$ (km)	$n_{\text{norm}}$
vnitřní	90	20	-3,5	-2,1	-2,6	100	32
střední	105	18	-4,3	-2,3	-3,6	105	75
netknutý	100	13	-3,6	-2,4	-3,6	100	21
vnější	80	20	-3,7	-2,5	-3,5	100	90
oblast Cybele	80	15	-2,5	-2,0	-2,8	100	17
vysoké sklony	100	20	-2,9	-2,2	-3,5	100	30

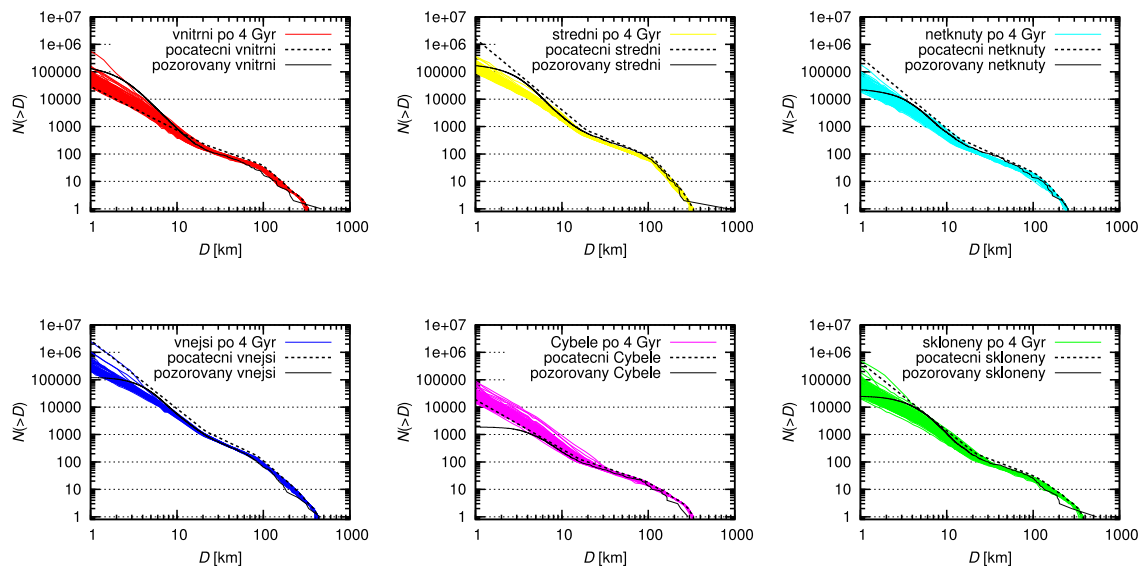
Tabulka 4.1: Počáteční rozdělení velikostí pro šest částí hlavního pásu asteroidů.  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $q_a$ ,  $q_b$ ,  $q_c$ ,  $d_{\text{norm}}$  a  $n_{\text{norm}}$  označují stejné parametry jako v tabulce 3.1.

Pro jedny počáteční podmínky jsme nechali proběhnout 100 simulací s různým nastavením náhodného generátoru. Výsledky jsou vykresleny na obrázku 4.1. Při porovnávání simulovaných a pozorovaných rozdělení se musíme omezit na asteroidy s průměrem větším než  $\approx 5$  km, neboť jak bylo diskutováno výše, pro menší asteroidy nemáme dostatek pozorovaných dat (neurčovali jsme observační nedostatečnosti). Tato hranice je pro jednotlivé části hlavního pásu různá.

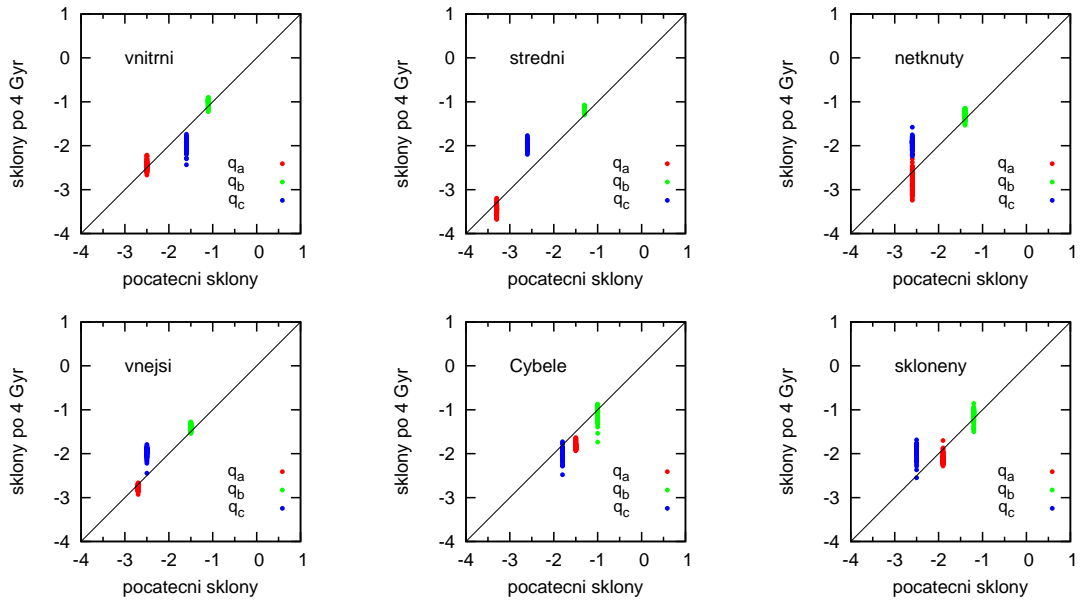
Přesto je patrné, že asteroidů s průměrem menším než 10 km vzniká ve většině částí hlavního pásu méně než je pozorováno. Tento výsledek nicméně vyvrací hypotézu, podle které by nedávný rozpad velkého tělesa mohl vytvořit chybějící malé asteroidy, neboť tyto fragmenty rozpadu by ovlivnily počet těles pouze v jedné části hlavního pásu, nikoli ve všech najednou.

Abychom zjistili, jak dobře lze aproximovat počáteční rozdělení velikostí pozorovanými, resp. do jaké míry se změni sklony rozdělení za 4 Gyr, spočítali jsme sklony výsledných rozdělení (data z jednotlivých částí kumulativního rozdělení

jsme logaritmovali a proložili přímkou) a vynesli jako funkci počátečních sklonů (obrázek 4.2). Výsledky z obrázku 4.2 se liší od sklonů v tabulce 4.1 o jednotku, což je dáno tím, že jako vstupní parametry pro simulace se uvádí sklon diferenciálního rozdělení velikostí  $dN(D, D + dD)$ , které je derivací kumulativního rozdělení  $N(>D)$ , a má proto nižší sklon.



Obrázek 4.1: Kumulativní rozdělení velikostí po 4 Gyr. Černou plnou čarou jsou zobrazena pozorovaná rozdělení a čárkovaně iniciální rozdělení. Testujeme zde hypotézu, zda může nedávný rozpad velkého tělesa vytvořit malé asteroidy chybějící v rozdělení velikostí celého hlavního pásu.



Obrázek 4.2: Výsledné sklony rozdělení velikostí po 4 Gyr jako funkce počátečních sklonů pro 100 simulací.

Z obrázku 4.2 je vidět, že sklon  $q_c$  dobře fitovat nelze (možná vysvětlení jsou diskutována v závěru). Sklony  $q_a$  a  $q_b$  (tělesa s  $D \geq 10$  km) se příliš nemění, což je v souladu s výsledkem z práce Bottke et al. (2005a), podle které se rozdělení velikostí velkých asteroidů ( $D \approx 100$  km) vyvíjí jen málo (klesá, ale zachovávají se sklony).

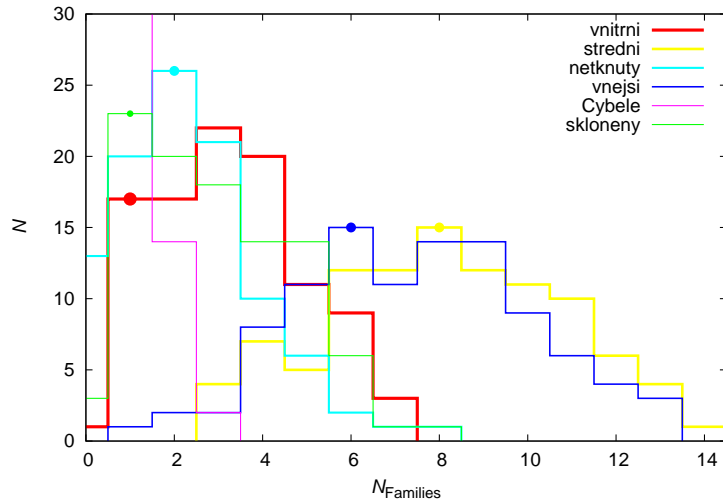
Důležitým ukazatelem správnosti modelu je počet rodin, které vzniknou v průběhu simulace. Na obrázku 4.3 je histogram počtu rodin, tj. kolikrát ze 100 simulací vznikl příslušný počet rodin  $N_{\text{Families}}$ . Pozorované počty rodin dle práce Brož et al. (2013) jsou vyznačeny body. Kritéria pro rodinu jsou v tomto případě následující: průměr mateřského tělesa (parent body)  $D_{\text{PB}} > 100$  km a poměr největšího fragmentu (či největšího pozůstatku) ku mateřskému tělesu  $D_{\text{LF}}/D_{\text{PB}} < 0,5$ , tzn. jedná se o katastrofický rozpad. Pro přehlednost je vertikální osa zobrazena pouze do  $N = 30$ . V oblasti Cybele není pozorována žádná rodina. Maximum histogramu pro tuto oblast je v  $N_{\text{Families}} = 0$  (47 případů ze 100). Konkrétní rodiny jsou vypsány v tabulce 4.2.

Dobré shody je dosaženo, pokud se bod nachází v nejvyšším místě příslušného histogramu, nebo v rozsahu řádu  $\sigma \simeq \sqrt{N_{\text{obs}}}$  od vrcholu histogramu. Při diskuzi výsledků je třeba si uvědomit, že syntetická data porovnáváme pouze se šesti čísly charakterizujícími naši sluneční soustavu, která však statisticky nemusí odpovídat střední hodnotě. Jinak řečeno, nejčastější realizace počtu rodin nemusí platit právě pro naši sluneční soustavu. Nicméně se náš kolizní model jeví v rámci nejistot konzistentní s pozorovaným počtem rodin. To je v souladu i s výše zmíněným výsledkem, že se sklon  $q_b$  příliš nemění, neboť právě tato tělesa slouží jako projektily pro 100 km asteroidy.

Obdobný obrázek jako 4.3 jsme vytvořili i pro rodiny s průměrem mateřského tělesa  $D_{\text{PB}} > 200$  km (obrázek 4.4). Vidíme, že ve vnějším pásu pozorujeme více

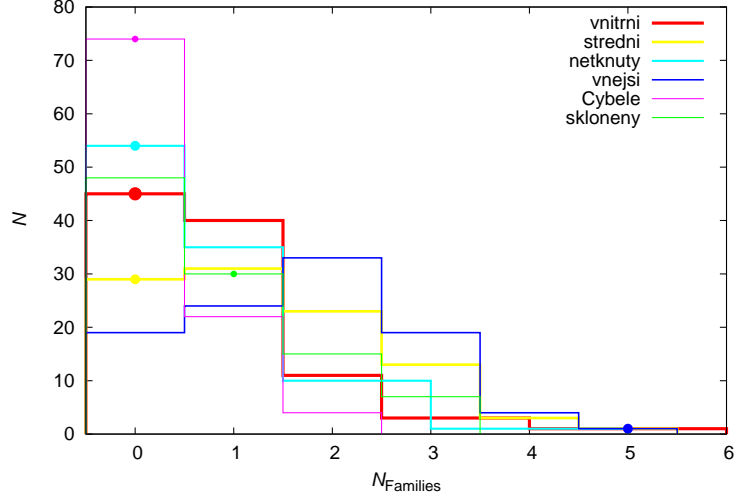
pás	rodina	$D_{PB}$ (km)	$D_{LF}/D_{PB}$
vnitřní pás	(163) Erigone	114	0,79 – 0,26
střední pás	(170) Maria	120–130	0,070–0,048
střední pás	(363) Padua	106	0,045–0,017
střední pás	(569) Misa	117	0,58–0,25
střední pás	(668) Dora	165	0,031–0,004
střední pás	(808) Merxia	121	0,66–0,018
střední pás	(1044) Teutonia	27–120	0,17–0,98
střední pás	(1272) Gefion	100–150	0,001–0,004
střední pás	(1726) Hoffmeister	134	0,022–0,007
netknutý pás	(158) Koronis	170–180	0,024–0,009
netknutý pás	(709) Fringilla	130–140	0,93–0,41
vnější pás	(24) Themis	380–430	0,43–0,09
vnější pás	(137) Meliboea	240–290	0,59–0,20
vnější pás	(221) Eos	381	0,13–0,02
vnější pás	(375) Ursula	240–280	0,71–0,43
vnější pás	(490) Veritas	100–177	0,1–0,8
vnější pás	(3556) Lixiaohua	120–220	0,029–0,001
vysoké sklony	(702) Alauda	290–330	0,025

Tabulka 4.2: Seznam pozorovaných počtů rodin podle Brož et al. (2013), pro které platí: průměr mateřského tělesa  $D_{PB} > 100$  km a poměr největšího fragmentu (či největšího pozůstatku) ku mateřskému tělesu  $D_{LF}/D_{PB} < 0,5$ .



Obrázek 4.3: Histogramy pro šest částí hlavního pásu zobrazující kolikrát ze 100 simulací vznikne příslušný počet rodin s  $D_{PB} > 100$  km (bez započítání velkého pozdního bombardování). Pozorované počty rodin jsou vyznačeny body.

rodin, než vzniká v průběhu naší simulace. To je pro nás motivace ke konstrukci modelu, ve kterém započítáme velké pozdní bombardování (kapitola 6).



Obrázek 4.4: Histogramy pro šest částí hlavního pásu zobrazující kolikrát ze 100 simulací vznikne příslušný počet rodin s  $D_{\text{PB}} > 200$  km (bez započítání velkého pozdního bombardování). Pozorované počty rodin jsou vyznačeny body.

## 4.2 Výpočet $\chi^2$ a optimalizace metodou simplexu

**Výpočet  $\chi^2$ .** K nalezení nejlepších parametrů počátečních rozdělání velikostí jsme použili numerickou metodu *simplex* (Press et al., 2007), kterou jsme minimalizovali  $\chi^2$  předepsaný vztahem

$$\chi^2 = \sum_i^N \frac{(\text{syn}_i - \text{obs}_i)^2}{\sigma_i^2}, \quad (4.1)$$

kde  $\text{syn}_i$  označuje syntetická data (výsledky simulace programem *Boulder*) a  $\text{obs}_i$  jsou pozorovaná data,  $\sigma_i$  je nejistota příslušná  $\text{obs}_i$ . Veličiny  $\text{syn}_i$  i  $\text{obs}_i$  jsou konkrétně kumulativní rozdělání  $N(>D)$  a nebo počty rodin  $N_{\text{families}}$ , přesněji  $\chi^2$  počítáme nejprve pro celkem 96 bodů v kumulativních rozdělání velikostí  $N(>D)$  šesti populací a přičítáme k němu  $\chi_{\text{fam}}^2$  pro počty rodin  $N_{\text{families}}$  v těchto populacích.

$\chi^2$  předepsaný vztahem 4.1 neodpovídá „klasickému“  $\chi^2$ , ale jedná se spíše „pseudo“  $\chi^2$ , pro který nemáme dobře určené hodnoty  $\sigma_i$ . Obvyklá podmínka  $\chi^2 \approx N$  proto není zcela rozhodující pro posouzení, zda jsou dané počáteční parametry vyhovující<sup>1</sup>. Pomocí  $\chi^2$  posuzujeme, zda se model shoduje s pozorováním v rámci předepsaných nejistot  $\sigma_i$ , pro jejichž hodnotu jsme použili 10% z  $\text{obs}_i$  pro rozdělání velikostí (podle Bottke et al., 2005a) a  $\sqrt{\text{obs}_i}$  pro rodiny (pokud v některém pásu není pozorovaná žádná rodina, je  $\sigma = 1$ ).

Kvůli observační neúplnosti je třeba pro každý pás definovat rozsah velikostí  $D_1$  až  $D_2$ , ve kterém je počítán  $\chi^2$ .

Protože šest údajů o počtu rodin by se v celkovém výsledku téměř neprojeвило, je třeba použít při výpočtu jistého váhování, které jsme zvolili  $w_{\text{fam}} = 10$ . Pro

<sup>1</sup>To samé platí pro funkci  $Q(\chi^2|N)$ , popisující pravděpodobnost, že hodnota  $\chi^2$  je pro dané  $N$  tak velká pouze náhodou (nikoli systematickou odchylkou modelu a pozorování) (Press et al., 2007). Tato funkce klesá pro  $\chi^2 > N$  rychle k nule. Všechny naše simulace bychom pak museli považovat za neúspěšné, neboť i pro námi nalezenou minimální hodnotu  $\chi^2$  vychází  $Q(\chi^2|\nu) \doteq 0$ .

$N$  ve vztahu 4.1 pak platí  $N = 96 + w_{\text{fam}} \cdot 6 = 156$ . Váhování používáme, protože právě počty rodin jsou pro nás významným ukazatelem správnosti kolizního modelu a mají souvislost s dynamikou hlavního pásu i jeho strukturou v prostoru vlastních elementů.

Počty rodin  $N_{\text{fam}}$  v jednotlivých pásích jsou převzaty z práce Brož et al. (2013), s výjimkou vnitřního pásu, kde se, jak ukázal Walsh et al. (2013), nacházejí další dvě rodiny, které jsme dosud neuvažovali (celkem tři rodiny). Zajímáme se, stejně jako v předchozí kapitole, pouze o rodiny s  $D_{\text{PB}} > 100$  km a  $D_{\text{LF}}/D_{\text{PB}} < 0,5$ . Ve všech šesti částech je  $N_{\text{fam}}$  pouze spodním limitem pro počet rodin, neboť nemáme k dispozici dostatek nezávislých pozorování a identifikací rodin.

Do iniciálních rozdělení jsme „ručně“ přidali velké asteroidy, které zůstaly od svého vzniku pravděpodobně netknuté — ve vnitřním pásu je to Vesta s průměrem 468,3 km (Bowell, 2008), ve středním pásu Ceres s průměrem 848,4 km (Bowell, 2008) a mezi asteroidy s vysokým sklonem dráhy Pallas s průměrem 544 km (Masiero et al., 2011). Tato tělesa nelze zahrnout do sklonu  $q_a$  příslušné části hlavního pásu, neboť jsou příliš velká a „osamocená“ v dané části rozdělení velikostí.

**Simplex.** Před vlastním výpočtem je třeba poznamenat, že numerická metoda simplex je nástroj pro hledání *lokálního* minima. Metody pro hledání *globálního* minima (např. genetické algoritmy) nelze použít, neboť náš systém je stochastický, jak bylo zmíněno v kapitole 3.1. Namísto toho provádíme průzkum parametrického prostoru a simplex startujeme s mnoha různými počátečními podmínkami.

V každém pásu máme šest volných parametrů —  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $q_a$ ,  $q_b$ ,  $q_c$  a  $n_{\text{norm}}$  — tj. celkem 36 ( $q_a$  je mocninový sklon diferenciálního rozdělení pro asteroidy s průměrem větším než  $d_1$ ,  $q_b$  je sklon rozdělení pro průměry mezi  $d_1$  a  $d_2$ ,  $q_c$  je sklon rozdělení pro průměry menší než  $d_2$  a  $n_{\text{norm}}$  je normalizace). Další parametry máme fixované ( $\rho_{1-6} = 3 \text{ g/cm}^3$ ,  $t_{\text{age}} = 4 \text{ Gyr}$ ,  $q_{\text{fact}_{1-6}} = 1$ ). Abychom zkrátili výpočetní čas, měnili jsme s každým spuštěním simplexu daný parametr ve všech populacích. Např. ve všech populacích změním parametr  $d_1$  a simplexem hledáme nejlepší počáteční podmínky v okolí bodu definovaného vstupními 36 parametry — to odpovídá jednomu cyklu. Celkem tedy proběhlo 729 cyklů (spuštění simplexu). V jednom cyklu byl maximální dovolený počet iterací simplexu 300, abychom zkrátili výpočetní čas. Celkem tedy proběhlo 218 700 simulací kolizního vývoje hlavního pásu<sup>2</sup>.

Parametrický prostor zkoumáme nejprve na větších škálách. Hlavní parametry výpočtu jsou shrnuty v tabulce 4.3. Změny volných parametrů mezi cykly a kroky simplexu v rámci jednoho cyklu jsou uvedeny v tabulce 4.4.

Počáteční parametry odpovídají tabulce 4.1, změna je pouze ve sklonu  $q_{a_1}$  a  $n_{\text{norm}_1}$  populace vnitřního pásu a sklonu  $q_{a_6}$  populace s vysokým sklonem dráhy, neboť jak je vidět z obrázku 4.1, tato počáteční rozdělení neodpovídala zcela pozorovaným rozdělením pro  $D > 100$  km.

Minimální hodnota  $\chi^2$ , kterou jsme na konci simulací získali, je  $\chi^2 = 613$ , druhá nejlepší  $\chi^2 = 630$ . To jsou statisticky ekvivalentní výsledky, nenašli jsme statisticky významné globální minimum.

<sup>2</sup>Časová náročnost takového výpočtu je přibližně 30 dní na 18 procesorech (jádrech).



pás	$d_1$ (km)	$d_2$ (km)	$q_a$	$q_b$	$q_c$	$n_{\text{norm}}$	$N_{\text{fam}}$	$D_1$ (km)	$D_2$ (km)
vnitřní	90	20	-3,9	-2,1	-2,6	20	3	3	250
střední	105	18	-4,3	-2,3	-3,6	75	8	3	250
netknutý	100	13	-3,6	-2,4	-3,6	21	2	5	250
vnější	80	20	-3,7	-2,5	-3,5	90	6	5	250
oblast Cybele	80	15	-2,5	-2,0	-2,8	17	0	6	250
vysoké sklony	100	20	-3,9	-2,2	-3,5	30	1	5	250

Tabulka 4.3: Vstupní parametry simulace s implementovaným výpočtem  $\chi^2$  a simplexem.  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $q_a$ ,  $q_b$ ,  $q_c$  a  $n_{\text{norm}}$  označují stejné parametry jako v tabulce 3.1,  $N_{\text{fam}}$  označuje počet pozorovaných rodin a  $D_1$  a  $D_2$  označuje rozsah velikostí v rozdělení velikostí, pro který počítáme  $\chi^2$ .

	$d_1$ (km)	$d_2$ (km)	$q_a$	$q_b$	$q_c$	$n_{\text{norm}}$
změny parametrů mezi cykly	$\pm 15$	$\pm 6$	$\pm 0,3$	$\pm 0,6$	$\pm 0,6$	$\pm 6; 15$
velikost kroků simplexu	5	2	0,1	0,2	0,2	2; 5

Tabulka 4.4: Změny vstupních parametrů mezi cykly a kroky simplexu v průběhu jednoho cyklu.  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $q_a$ ,  $q_b$ ,  $q_c$  a  $n_{\text{norm}}$  označují stejné parametry jako v tabulce 3.1. Pro střední a vnější pás, které jsou početnější, byly použity pro kroky  $n_{\text{norm}}$  hodnoty 15, resp. 5, pro ostatní pásy 6, resp. 2.

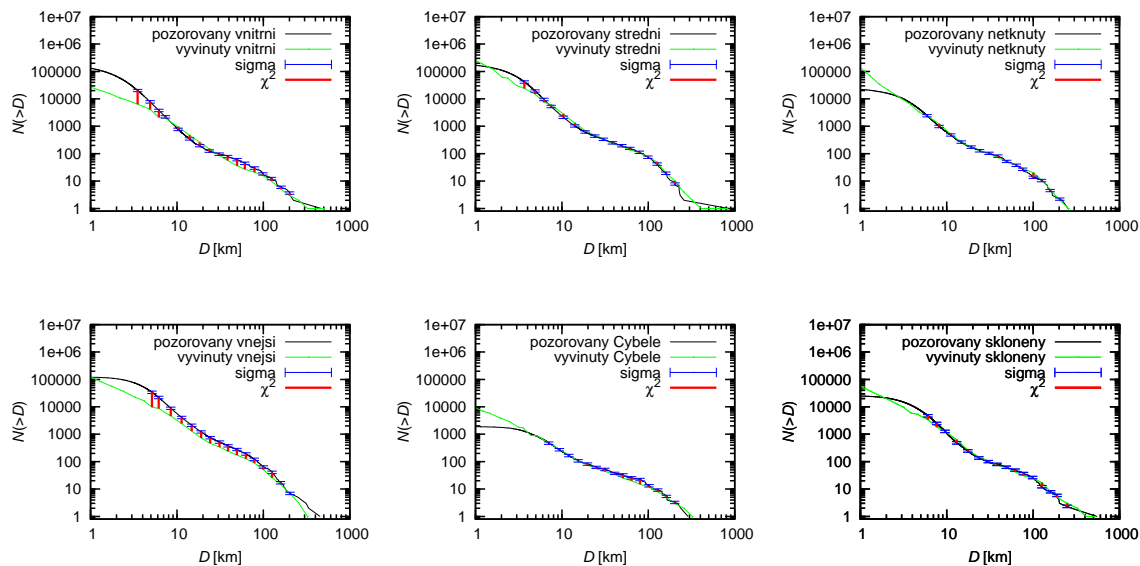
Jak se liší simulovaná rozdělení velikostí, resp. počty rodin, pro jednotlivé populace pro  $\chi^2 = 630$  je ukázáno na obrázku 4.5, resp. 4.6. Největší nepřesnosti vznikají ve vnitřním a vnějším pásu a to převážně pro rozdělení malých těles. Odpovídající počáteční parametry jsou uvedeny v tabulce 4.5.

Závislost  $\chi^2$  na všech 36 volných parametrech je ukázána na obrázcích 4.8 až 4.13. Patrné minimum získáváme pro parametry  $q_{b_{1-6}}$ . Poměrně dobře jsou určeny i parametry  $d_{1_{1-6}}$ ,  $d_{2_{1-6}}$  a  $n_{\text{norm}_{1-6}}$ , naproti tomu u parametrů  $q_{c_{1-6}}$  nelze rozhodnout, která hodnota je lepší.

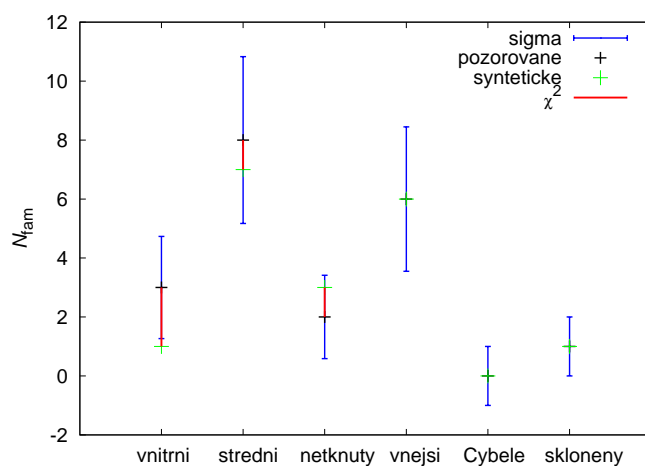
Na obrázku 4.7 jsou vyneseny výsledné hodnoty  $\chi^2$  jako funkce parametru  $q_{a_4}$ . Minimální hodnota  $\chi^2 = 613$  odpovídá  $q_{a_4} \simeq -3,7$ . Vidíme však, že jsme dostali větší počet statisticky ekvivalentních výsledků pro hodnotu  $q_{a_4}$  blízkou -4. Navíc je dílčí část  $\chi^2$  odpovídající rodinám pro bod s  $\chi^2 = 630$  menší, rozhodli jsme se proto podrobněji prozkoumat prostor v okolí tohoto bodu.

	$d_1$ (km)	$d_2$ (km)	$q_a$	$q_b$	$q_c$	$n_{\text{norm}}$
vnitřní	90,11	20,00	-4,20	-2,10	-2,60	19,98
střední	104,96	18,03	-4,61	-2,30	-3,60	75,08
netknutý	100,11	13,01	-3,90	-2,40	-3,60	21,00
vnější	80,06	20,00	-4,00	-2,50	-3,50	90,11
oblast Cybele	84,48	14,96	-2,80	-2,00	-2,80	17,00
vysoké sklony	99,90	20,09	-4,20	-2,20	-3,50	30,00

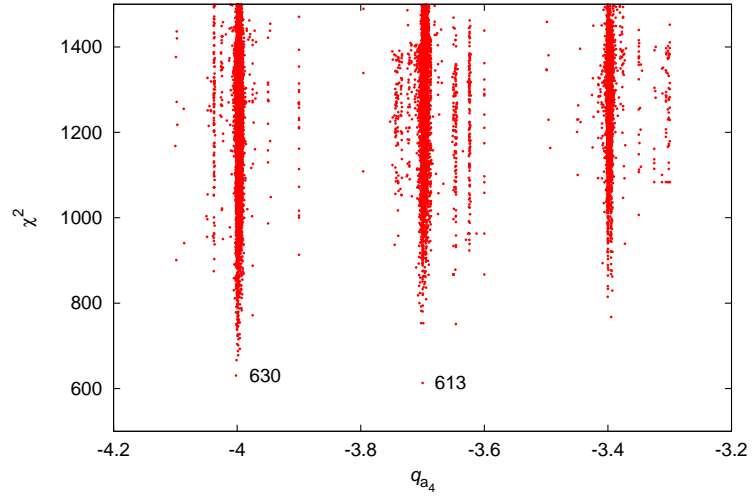
Tabulka 4.5: Počáteční parametry rozdělení velikostí šesti populací, pro které jsme získali nejlepší shodu mezi simulovanými a pozorovanými daty ( $\chi^2 = 630$ ).  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $q_a$ ,  $q_b$ ,  $q_c$  a  $n_{\text{norm}}$  označují stejné parametry jako v tabulce 3.1.



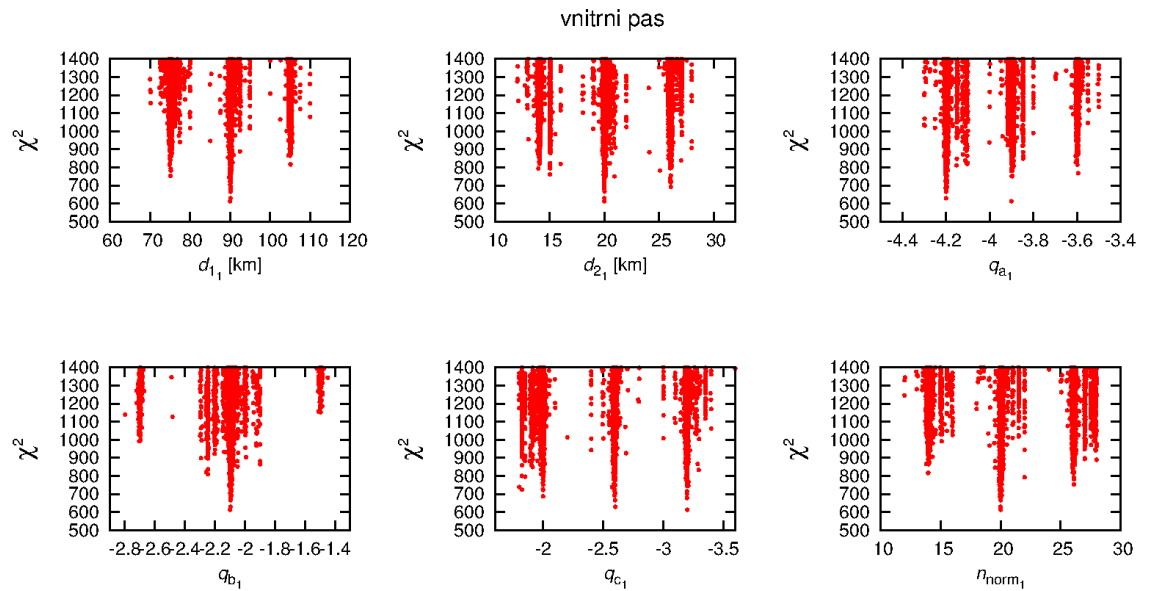
Obrázek 4.5: Porovnání simulovaných a pozorovaných rozdělení velikostí  $N(>D)$  odpovídající celkovému  $\chi^2 = 630$ . Výsledky ze simulace s monolitickými tělesy.



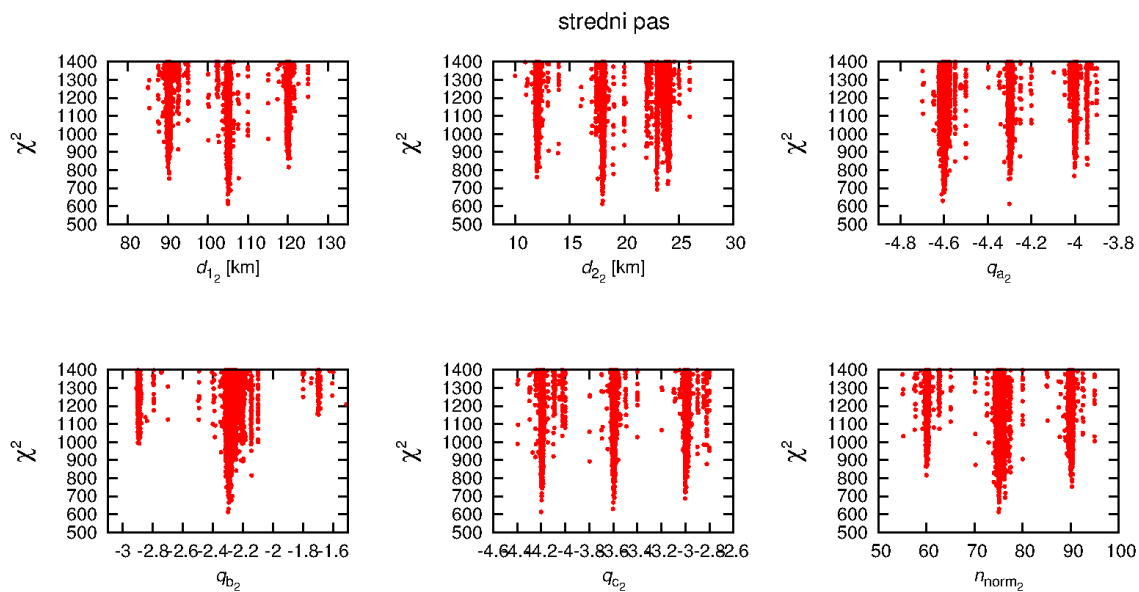
Obrázek 4.6: Porovnání simulovaných a pozorovaných počtů rodin  $N_{fam}$  odpovídající celkovému  $\chi^2 = 630$ . Výsledky ze simulace s monolitickými tělesy.



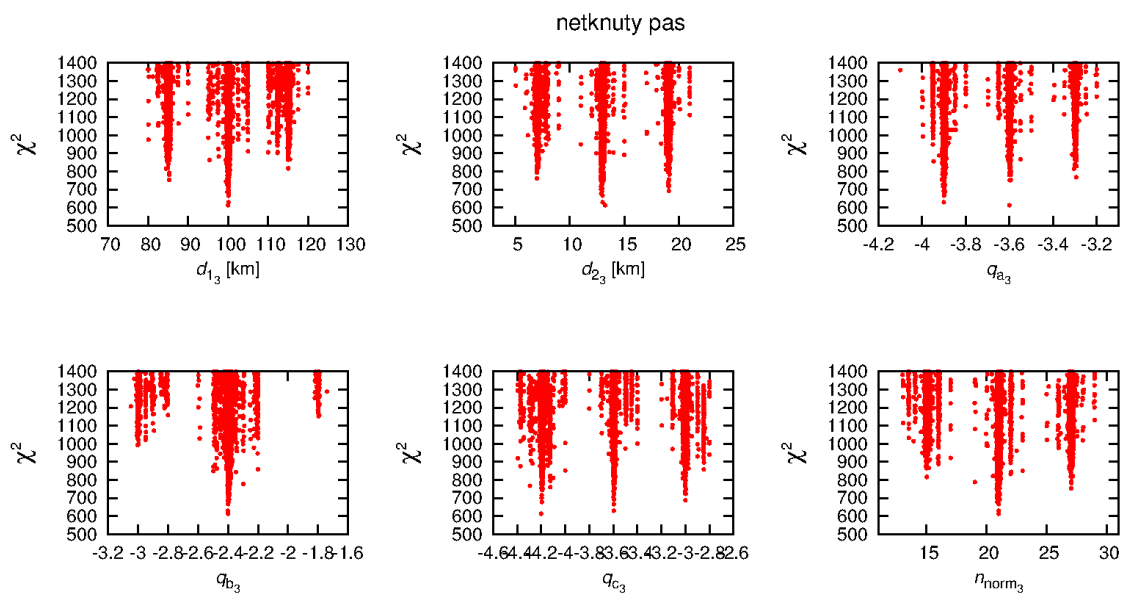
Obrázek 4.7: Výsledné hodnoty  $\chi^2$  ze všech simulací jako funkce parametru  $q_{a_4}$  vnějšího pásu (mocinného sklonu diferenciálního rozdělení velikostí pro  $D \gtrsim 100$  km).



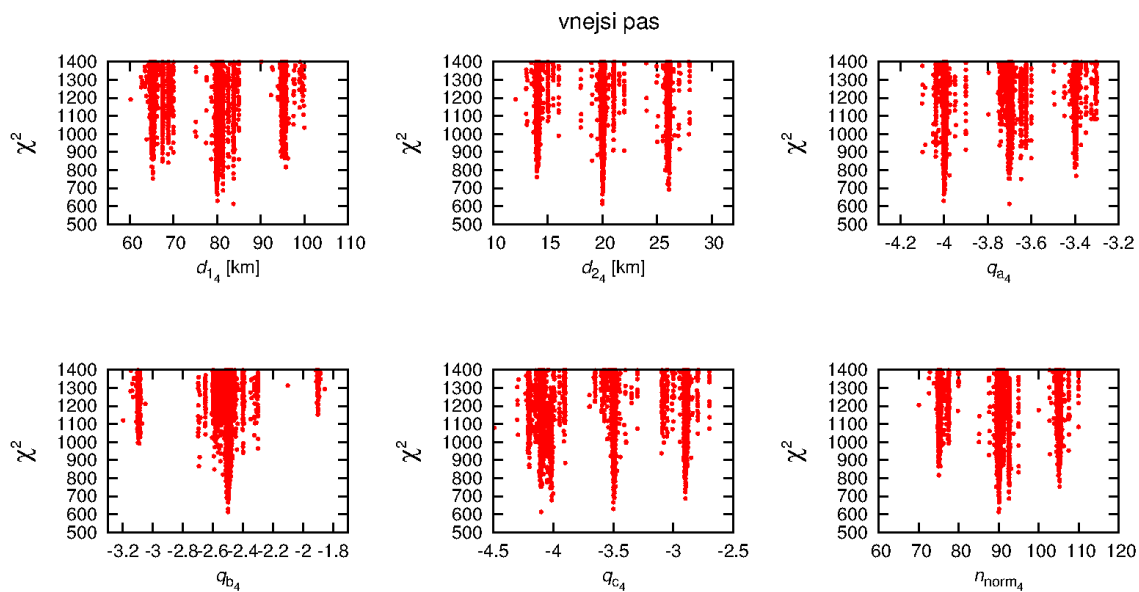
Obrázek 4.8: Výsledné hodnoty  $\chi^2$  jako funkce parametrů  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $q_a$ ,  $q_b$ ,  $q_c$  a  $n_{\text{norm}}$  vnitřního pásu.



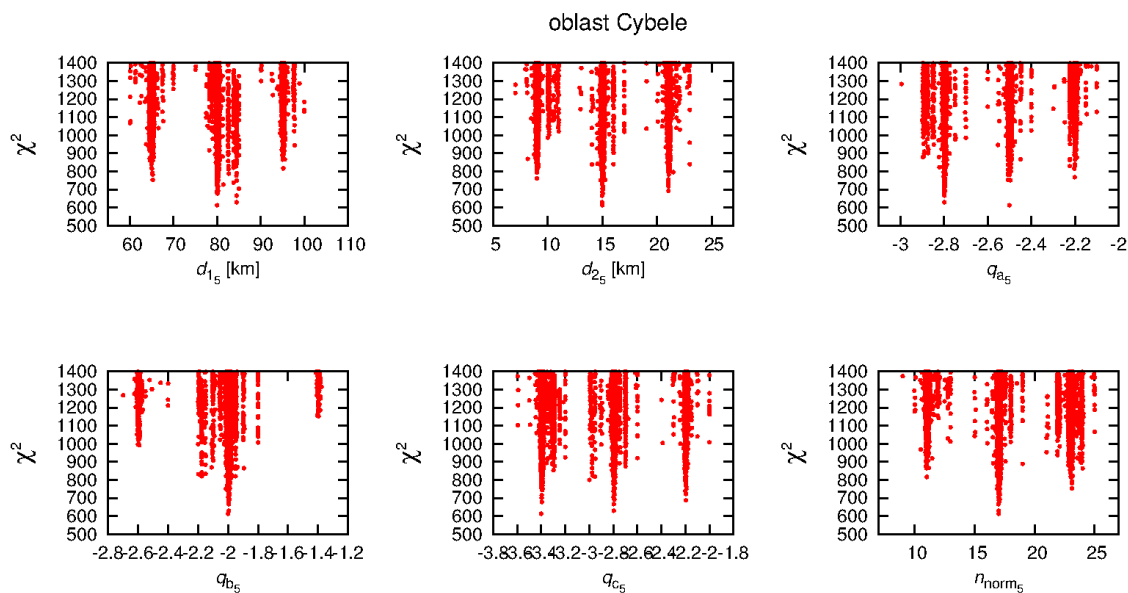
Obrázek 4.9: Výsledné hodnoty  $\chi^2$  jako funkce parametrů  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $q_a$ ,  $q_b$ ,  $q_c$  a  $n_{\text{norm}}$  středního pásu.



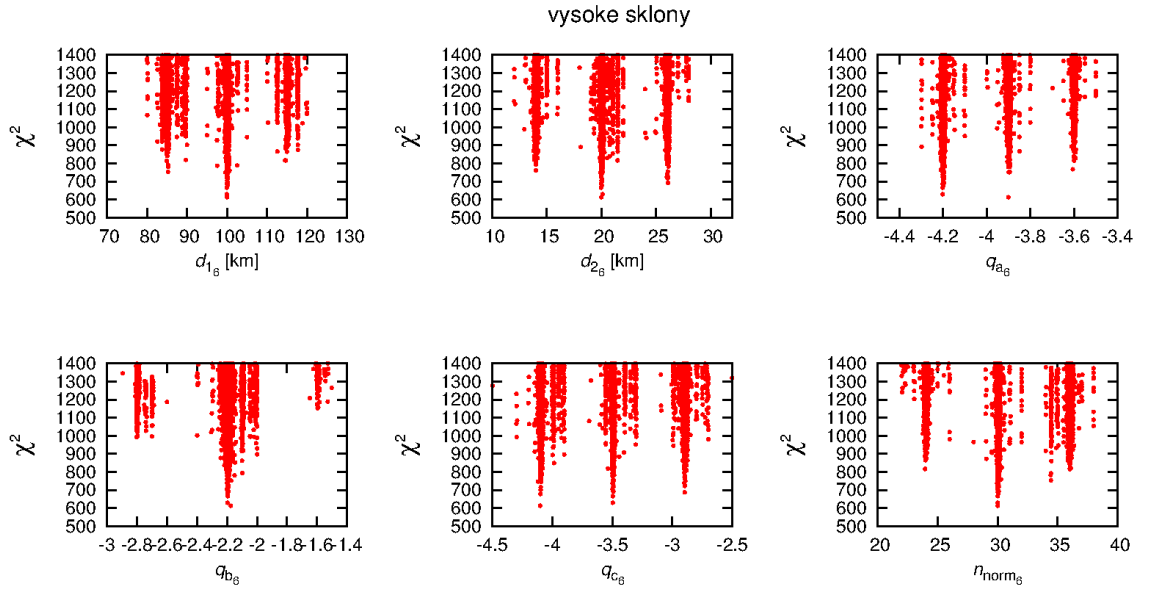
Obrázek 4.10: Výsledné hodnoty  $\chi^2$  jako funkce parametrů  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $q_a$ ,  $q_b$ ,  $q_c$  a  $n_{\text{norm}}$  netknutého pásu.



Obrázek 4.11: Výsledné hodnoty  $\chi^2$  jako funkce parametrů  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $q_a$ ,  $q_b$ ,  $q_c$  a  $n_{\text{norm}}$  vnějšího pásu.



Obrázek 4.12: Výsledné hodnoty  $\chi^2$  jako funkce parametrů  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $q_a$ ,  $q_b$ ,  $q_c$  a  $n_{\text{norm}}$  pro oblast Cybele.



Obrázek 4.13: Výsledné hodnoty  $\chi^2$  jako funkce parametrů  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $q_a$ ,  $q_b$ ,  $q_c$  a  $n_{\text{norm}}$  pásu asteroidů s vysokým sklonem dráhy.

### 4.3 Detailnější analýza parametrického prostoru

Počáteční podmínky pro podrobné prozkoumání parametrického prostoru v okolí bodu, pro který jsme dostali  $\chi^2 = 630$ , odpovídají parametrům z tabulky 4.5. Změny parametrů mezi cykly a kroky simplexu jsou uvedeny v tabulce 4.6. Ostatní vstupní parametry z tabulky 4.3 zůstávají stejné. Čísla v tabulce 4.5 jsou zaokrouhlená na dvě desetinná místa, při výpočtu jsme však pro přesnou analýzu použili nezaokrouhlené hodnoty získané simplexem. Stejně jako v předchozí simulaci, i v tomto výpočtu byl maximální povolený počet iterací simplexu v jednom cyklu 300, cyklů proběhlo 729, celkový počet kolizních modelů byl tedy 218 700.

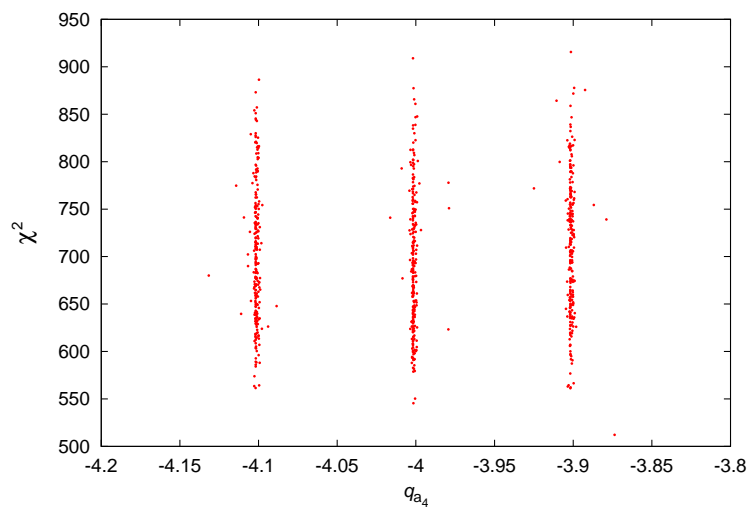
	$d_1$ (km)	$d_2$ (km)	$q_a$	$q_b$	$q_c$	$n_{\text{norm}}$
změny parametrů mezi cykly	$\pm 1,5$	$\pm 0,5$	$\pm 0,1$	$\pm 0,1$	$\pm 0,1$	$\pm 0,5; 1$
velikost kroků simplexu	0,5	0,17	0,03	0,03	0,03	0,17; 0,33

Tabulka 4.6: Změny vstupních parametrů mezi cykly a kroky simplexu v průběhu jednoho cyklu pro detailní analýzu parametrického prostoru.  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $q_a$ ,  $q_b$ ,  $q_c$  a  $n_{\text{norm}}$  označují stejné parametry jako v tabulce 3.1.

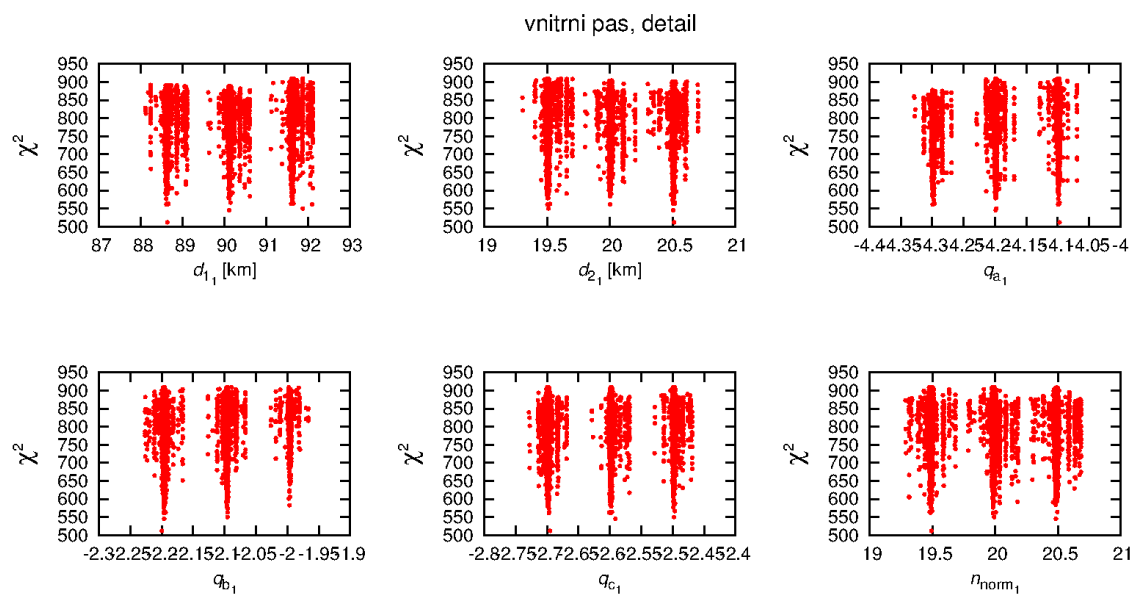
Minimální hodnota  $\chi^2$ , kterou jsme obdrželi je 512 (pro část příslušející rodinám je  $\chi_{\text{fam}}^2 = 57$ ). Žádné výrazné zlepšení při určování počátečních rozdělů velikostí jsme tedy nezískali. Závislost  $\chi^2$  na parametru  $q_{a4}$  je pro porovnání zobrazena na obrázku 4.14. Závislost  $\chi^2$  na všech 36 volných parametrech je ukázána na obrázcích 4.15 až 4.20.

Nejpodstatnějším výsledkem je, že parametry nejsou tak dobře definované, neboť se nacházíme v okolí (lokálního) minima. Další detailnější zkoumání prostoru by již proto nemělo velký smysl. Patrně je pro zlepšení výsledku třeba změnit

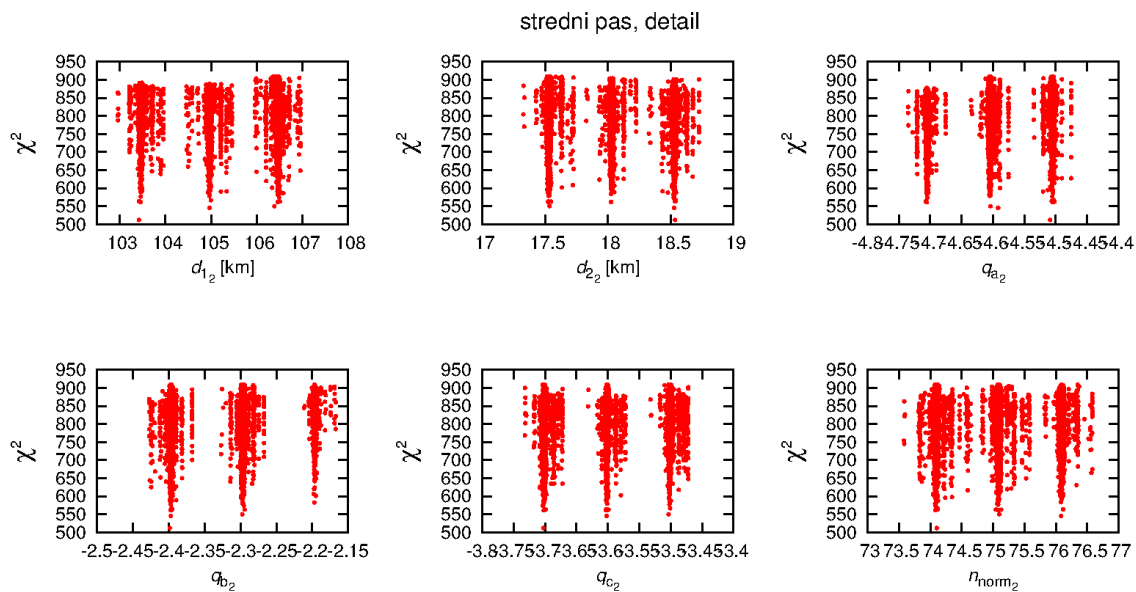
některé jiné vstupní parametry a vztahy. To je náplní následující kapitoly.



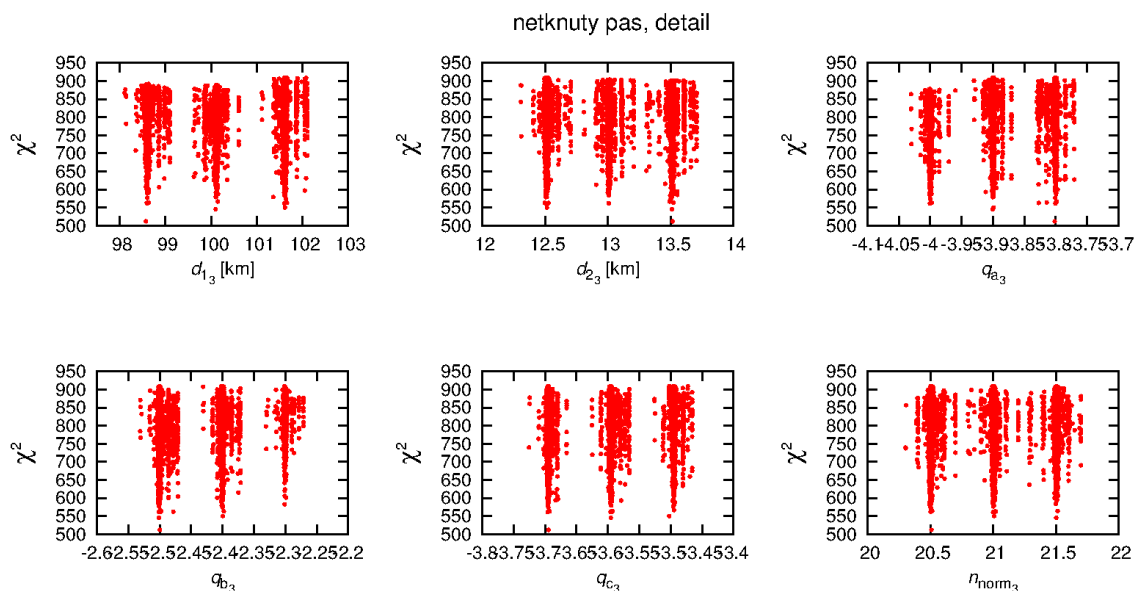
Obrázek 4.14: Výsledné hodnoty  $\chi^2$  ze všech cyklů jako funkce parametru  $q_{a_4}$  vnějšího pásu (mocninného sklonu diferenciálního rozdělení velikostí pro  $D \gtrsim 100$  km). Výsledky z podrobné analýzy parametrického prostoru s monolitickými tělesy.



Obrázek 4.15: Výsledné hodnoty  $\chi^2$  jako funkce parametrů  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $q_a$ ,  $q_b$ ,  $q_c$  a  $n_{\text{norm}}$  vnitřního pásu. Výsledky z podrobné analýzy parametrického prostoru s monolitickými tělesy.

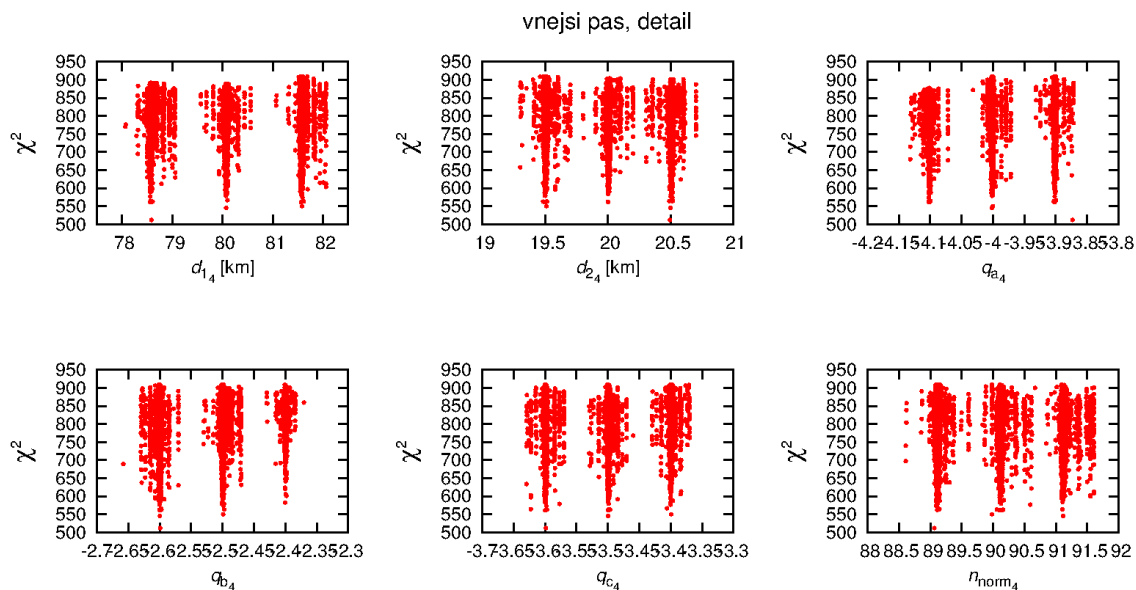


Obrázek 4.16: Výsledné hodnoty  $\chi^2$  jako funkce parametrů  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $q_a$ ,  $q_b$ ,  $q_c$  a  $n_{\text{norm}}$  středního pásu. Výsledky z podrobné analýzy parametrického prostoru s monolitickými tělesy.

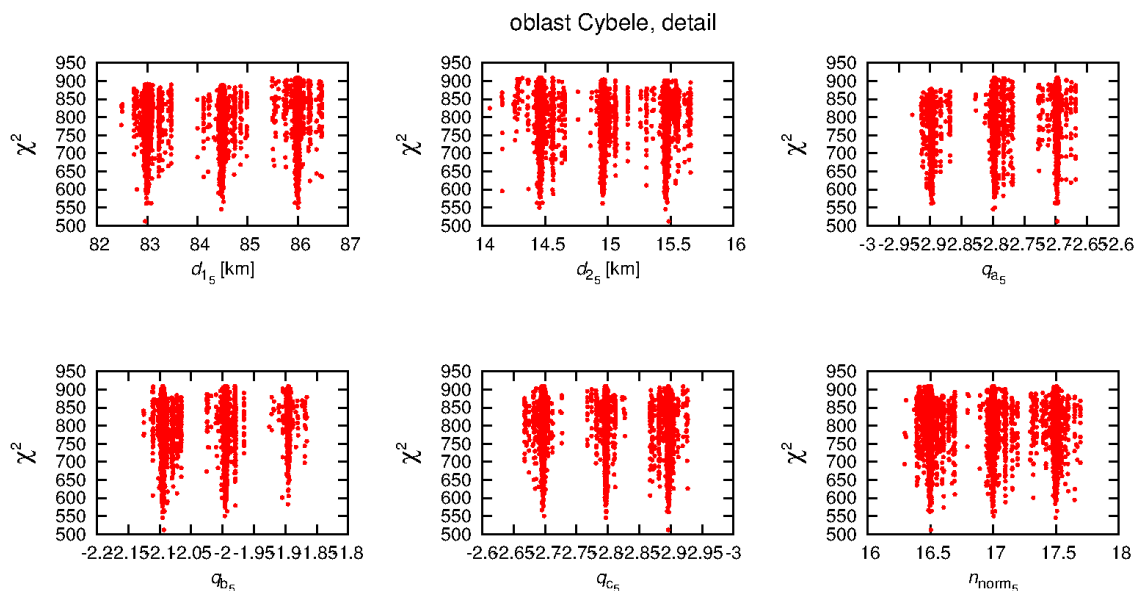


Obrázek 4.17: Výsledné hodnoty  $\chi^2$  jako funkce parametrů  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $q_a$ ,  $q_b$ ,  $q_c$  a  $n_{\text{norm}}$  netknutého pásu. Výsledky z podrobné analýzy parametrického prostoru s monolitickými tělesy.

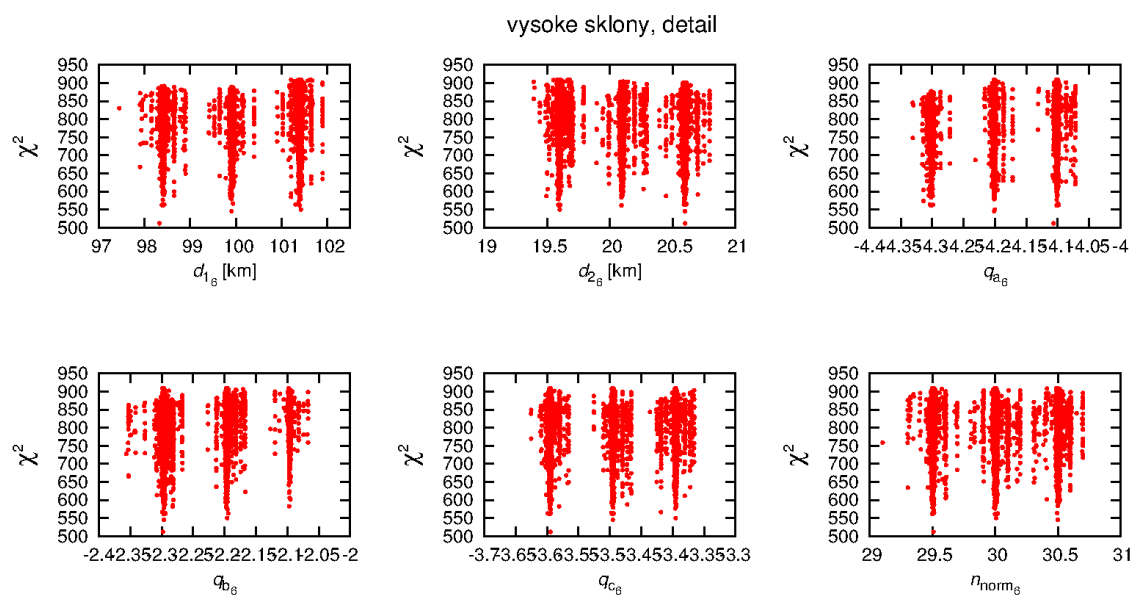




Obrázek 4.18: Výsledné hodnoty  $\chi^2$  jako funkce parametrů  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $q_a$ ,  $q_b$ ,  $q_c$  a  $n_{\text{norm}}$  vnějšího pásu. Výsledky z podrobné analýzy parametrického prostoru s monolitickými tělesy.



Obrázek 4.19: Výsledné hodnoty  $\chi^2$  jako funkce parametrů  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $q_a$ ,  $q_b$ ,  $q_c$  a  $n_{\text{norm}}$  pro oblast Cybele. Výsledky z podrobné analýzy parametrického prostoru s monolitickými tělesy.



Obrázek 4.20: Výsledné hodnoty  $\chi^2$  jako funkce parametrů  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $q_a$ ,  $q_b$ ,  $q_c$  a  $n_{norm}$  pásu asteroidů s vysokým sklonem dráhy. Výsledky z podrobné analýzy parametrického prostoru s monolitickými tělesy.

# 5. Simulace s nesoudržnými tělesy

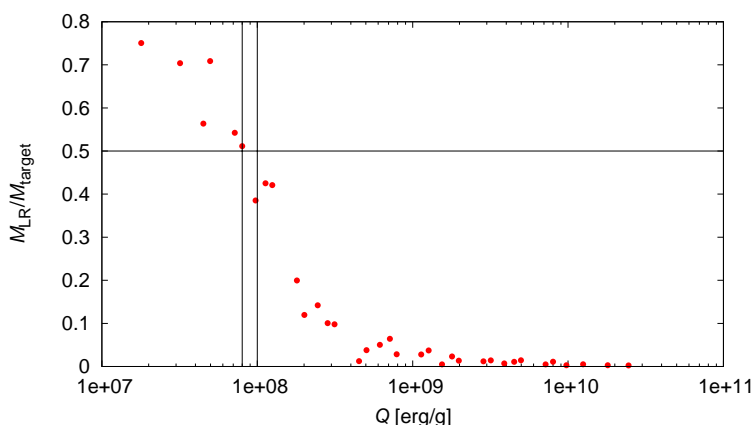
Materiálové vlastnosti asteroidů mohou zásadním způsobem ovlivnit charakter jejich vzájemných kolizí. Upravit kolizní model pro nesoudržná tělesa můžeme díky výsledkům práce Benavidez et al. (2012). Jedná se o obdobné simulace jako prováděl Durda et al. (2007), ale tentokrát jsou předmětem zkoumání 100km nesoudržná mateřská tělesa.

## 5.1 Úpravy kolizního modelu

Abychom mohli upravit Boulder pro nový model, požádali jsme o data (velikosti všech fragmentů jednotlivých kolizí) z výše zmíněných simulací a odvodili jsme nové vztahy pro závislost sklonu  $q$ , resp. hmotnosti největšího fragmentu  $M_{LF}$ , na energii impaktu.

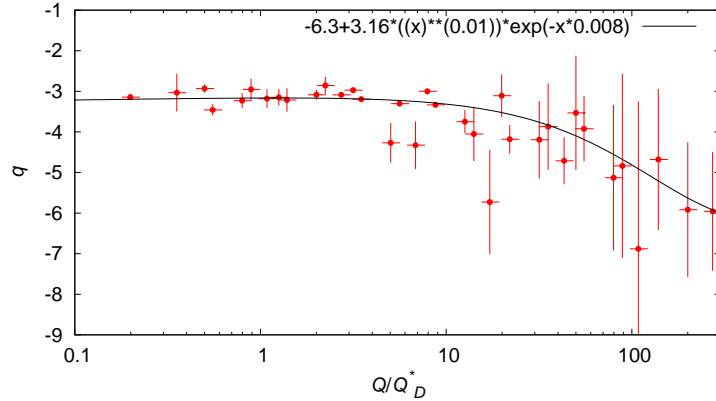
Dále je třeba upravit parametry škálovacího zákona z tabulky 1.1. Pro hustotu těles jsme použili stejnou hodnotu jako Benavidez et al. (2012):  $\rho = 1,84 \text{ g/cm}^3$ , která je v souladu s pozorovanými hustotami asteroidů. Pro taxonomickou třídu C vypočítal Carry (2012) rozsah pozorovaných hustot 1,3 až 2,9  $\text{g/cm}^3$ , pro třídu S je rozsah užší: 2 až 3  $\text{g/cm}^3$ . Pro skupiny C i S roste hustota se zvětšujícím se průměrem asteroidu. Pro taxonomickou třídu X vychází interval pozorovaných hustot široký, dá se proto předpokládat, že je tato skupina, co se složení těles týče, značně různorodá.

Pevnost 100km nesoudržných těles jsme z dat určili stejně jako v kapitole 3.1, tj. z grafu závislosti hmotnosti největšího zbytku terče ku hmotnosti terče  $M_{LR}/M_{\text{target}}$  na  $Q$  (obrázek 5.1):  $Q_D^* = (9 \pm 1) \cdot 10^7 \text{ erg/g}$ , čemuž odpovídá  $q_{\text{fact}} = 6,5 \pm 0,8$ . Ostatní parametry odpovídají škálovacímu zákonu, který odvodili Benz & Asphaug (1999) (tabulka 1.1).



Obrázek 5.1: Závislost hmotnosti největšího zbytku terče ku hmotnosti terče  $M_{LR}/M_{\text{target}}$  na kinetické energii projektilu  $Q$  pro nesoudržná tělesa. Čárami jsou vyznačeny: hodnota  $M_{LR}/M_{\text{target}} = 0,5$ , podle které jsme určovali pevnost  $Q_D^*$ ; a nejistoty v určení pevnosti  $Q_D^* = 8$  až  $10 \cdot 10^7 \text{ erg/g}$ .

Se získanými daty jsme pracovali podobně jako v kapitole 3.1, ale s jedním rozdílem. Výsledná kumulativní rozdělení velikostí fragmentů totiž nelze vždy popsat pouze jedním sklonem. Rozdělili jsme je proto na malé a velké asteroidy (hranicí je  $D = 10$  km) a proložením přímkou logaritmovanými daty jsme určili dva příslušné sklony. Z nich jsme poté spočítali průměr a odchylky skutečných hodnot od tohoto průměru jsme použili jako chybové úsečky (viz obrázek 5.2). Pro hmotnost největšího fragmentu jsme postupovali shodně jako v kapitole 3.1 (obrázek 5.3).



Obrázek 5.2: Závislost sklonu rozdělení velikostí fragmentů  $q$  na energii kolize  $Q/Q_D^*$  pro rozpad 100km nesoudržných těles. Horizontální osa je zobrazena v logaritmické škále. Rozdělení velikostí fragmentů jsme popsali pomocí dvou sklony (pro fragmenty  $D > 10$  km, resp.  $D < 10$  km) a z nich spočítali průměr. Zobrazené nejistoty  $q$  odpovídají rozdílu skutečných hodnot od příslušných průměrů.

Při prokládání dat funkcemi jsme si museli dát pozor na jejich limitní chování, tj. aby pro klesající energii impaktu, klesala hmotnost  $M_{LF}$  největšího fragmentu k nule a sklon  $q$  naopak k nule nekonvergoval a zůstával záporný. Z obrázků je vidět, že naše funkce neprocházejí všemi daty (ani v rámci nejistot), a to hlavně pro  $M_{LF}$  při malém  $Q$ . To je způsobeno právě požadavky na limitní chování funkcí. Důležitější však pro nás je, aby funkce procházela body odpovídajícími vysokým energiím impaktu, neboť málo energetické srážky vytvářejí málo fragmentů, čili neovlivňují rozdělení velikostí.

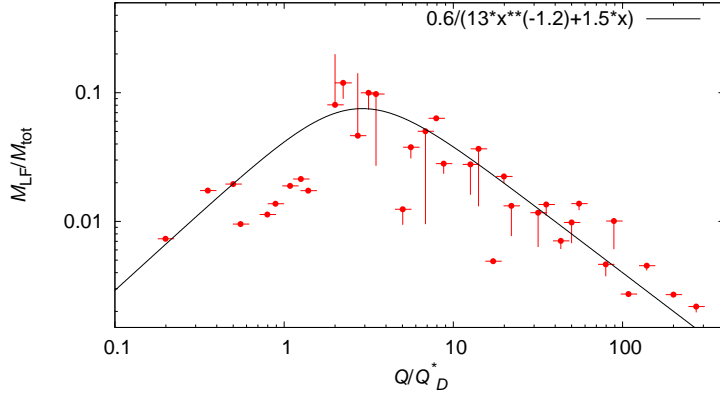
Výsledné parametrické vztahy, které vkládáme do Boulderu jsou:

$$q = -6,3 + 3,16 \left( \frac{Q}{Q_D^*} \right)^{0,01} \exp \left( -0,008 \frac{Q}{Q_D^*} \right), \quad (5.1)$$

$$\frac{M_{LF}}{M_{tot}} = \frac{0,6}{13 \left( \frac{Q}{Q_D^*} \right)^{-1,2} + 1,5 \frac{Q}{Q_D^*}}. \quad (5.2)$$

## 5.2 Srovnání výsledků s monolitickými tělesy

Vstupní parametry výpočtu s nesoudržnými tělesy (počáteční rozdělení velikostí) jsme zvolili stejné jako při simulacích s monolity (tabulka 4.2), abychom mohli dobře porovnat výsledky. Zvětšili jsme pouze sklon  $q_c$  vnitřního pásu na  $-3,6$ , neboť při testovacích simulacích jsme s původní hodnotou nedostávali dobré



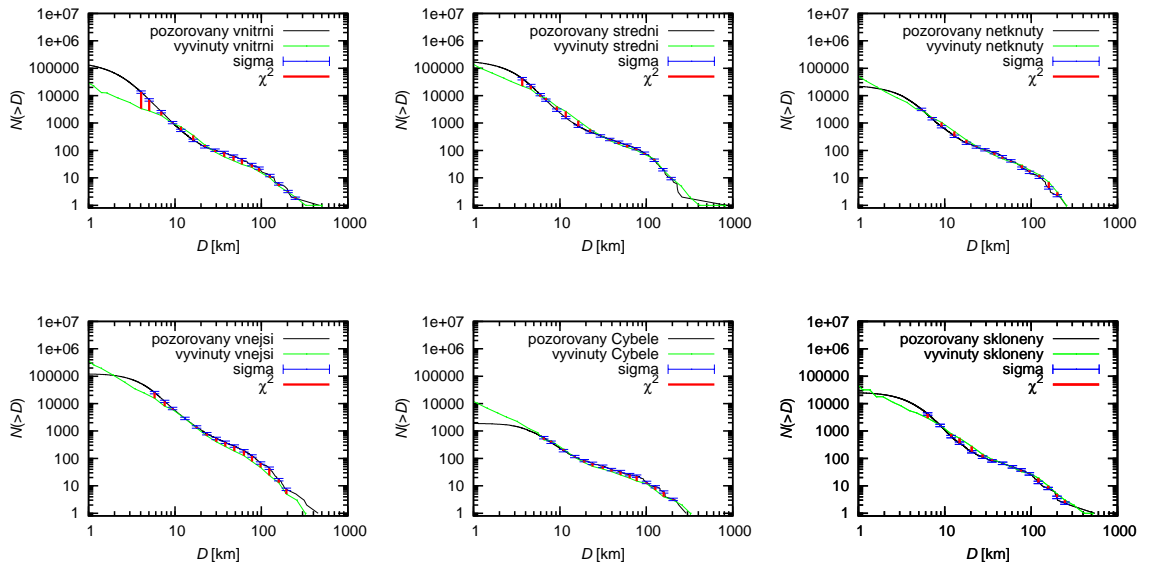
Obrázek 5.3: Závislost  $M_{LF}/M_{tot}$  (podíl hmotnosti největšího fragmentu a celkové hmotnosti terče a projektilu) na energii kolize  $Q/Q_D^*$  pro rozpady 100km nesoudržných těles typu. Horizontální osa je zobrazena v logaritmické škále. Nejistoty  $M_{LF}/M_{tot}$  jsou způsobeny problematickým určením největšího fragmentu a největšího pozůstatku (viz diskuze v kapitole 3.1).

výsledné rozdělení velikostí. Změny parametrů mezi cykly a kroky simplexu v rámci jednoho cyklu jsou tytéž jako v tabulce 4.3.

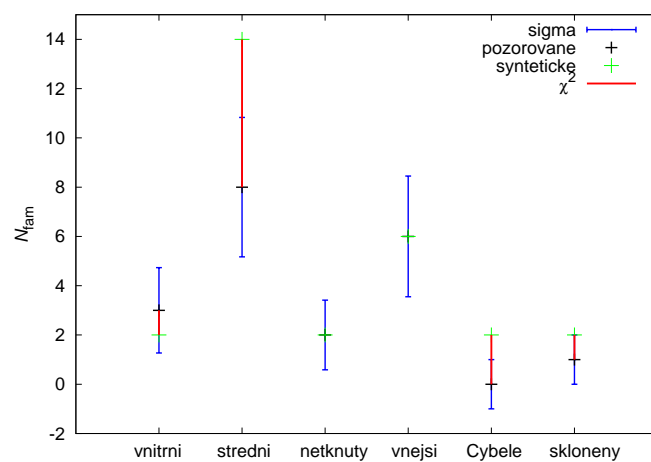
Minimální hodnota  $\chi^2$ , kterou jsme získali je 885 (při  $N = 156$ ). Porovnání výsledných a simulovaných rozdělení velikostí, resp. počtů rodin, je na obrázku 5.4, resp. 5.5. Vidíme, že se výsledky příliš neliší od simulací s monolity. Nejmenší  $\chi^2$  je pro nesoudržná tělesa o trochu horší (pro monolity byl  $\chi^2 = 512$ ), ale statisticky srovnatelný, a nemůžeme tedy rozhodnout, který model je lepší.

Část  $\chi^2$  odpovídající rodinám je v tomto případě větší ( $\chi_{fam}^2 = 98$ , pro monolity byl  $\chi_{fam}^2 = 57$ ), nejvýraznější rozpor s pozorováním je ve středním pásu. Mezi ostatními výsledky lze však nalézt mnohem lepší shodu, např. hned druhý nejmenší statisticky ekvivalentní výsledek  $\chi^2 = 932$  vykazuje pro rodiny  $\chi_{fam}^2 = 33$ .

Podle práce Benavidez et al. (2012) se skutečně některé asteroidální rodiny jeví jako důsledky rozpadů nesoudržných těles (Meliboea, Erigone, Misa, Agnia, Gefion a Rafita). Pro jiné (Hygiea, Massalia, Hestia, Nemesis, Sylvia a Eos) se naopak nepodařilo nalézt lepší fit než našel Durda et al. (2007) pro monolity, a lze proto předpokládat, že se jedná o monolitické rodiny. Pro rodiny Eunomia, Themis, Adeona, Maria, Emma, Padua, Veritas, Koronis, Dora, Merxia, Naema, Bower, Hoffmeister a Lixiaohua vycházejí výsledky stejně, pro předpoklad monolitických i nesoudržných mateřských těles. Velikosti mateřských nesoudržných těles vycházejí menší než určil Durda et al. (2007) pro odpovídající monolitické rodiny. Tyto závěry nás mohou vést k tomu, že by bylo užitečné vytvořit model se dvěma populacemi hlavního pásu, monolity a nesoudržnými tělesy, a simulovat jeho kolizní vývoj.



Obrázek 5.4: Rozdíl simulovaných a pozorovaných rozdělení velikostí odpovídající celkovému  $\chi^2 = 885$ , přičemž  $\chi_{\text{sfid}}^2 = 787$ . Výsledky ze simulace s nesoudržnými tělesy.



Obrázek 5.5: Rozdíl simulovaných a pozorovaných počtů rodin odpovídající celkovému  $\chi^2 = 885$ , přičemž  $\chi_{\text{fam}}^2 = 98$  s váhou  $w = 10$ . Výsledky ze simulace s nesoudržnými tělesy.

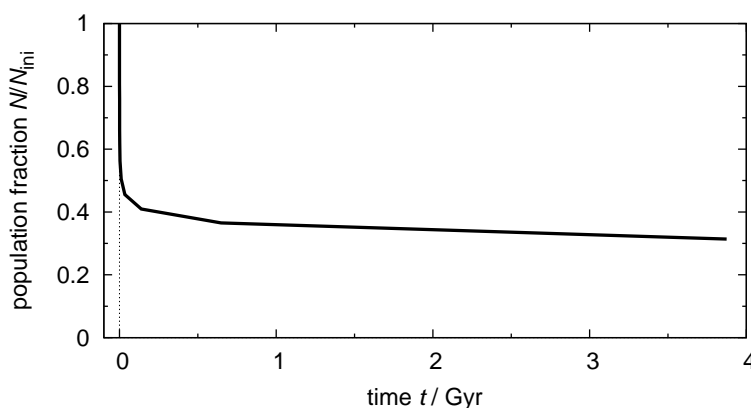
## 6. Kolizní model s velkým pozdním bombardováním

Velké pozdní bombardování se pravděpodobně odehrávalo před 4,1 až 3,8 miliardami let (Hartmann et al., 2000; Cohen et al., 2000; Hartmann et al., 2007). Je spojeno s orbitální nestabilitou obřích planet, která způsobila rychlou destabilizaci transneptunického kometárního disku a jiných populací, a tím přísun projektilů (komet) do hlavního pásu (Gomes et al., 2005; Bottke et al., 2012). V důsledku takového intenzivního bombardování by mělo vzniknout velké množství asteroidálních rodin (Brož et al., 2013).

Abychom ověřili toto očekávání, spustili jsme 100 simulací se dvěma populacemi, s asteroidy hlavního pásu a kometami. Do modelu je třeba započítat též dynamický rozpad těles hlavního pásu (obrázek 6.1, Minton & Malhotra, 2010). Typický dynamický vývoj kometárního disku (vývoj impaktní rychlosti  $v_{\text{imp}}$  a vlastní kolizní pravděpodobnosti  $p_i$ ) jsme převzali z práce Vokrouhlický et al. (2008) (obrázek 6.2). Parametry předpokládaných počátečních rozdělení velikostí jsou shrnuty v tabulce 6.1 a zobrazeny na obrázku 6.3. Diskuze jiných počátečních podmínek je uvedena v Brož et al. (2013).

populace	$d_1$ (km)	$d_2$ (km)	$q_a$	$q_b$	$q_c$	$d_{\text{norm}}$ (km)	$n_{\text{norm}}$
hlavní pás	100	14	-5,0	-2,3	-3,5	100	1110
kometry	100	12,5	-5,0	-3,0	-3,0	100	$5 \cdot 10^7$

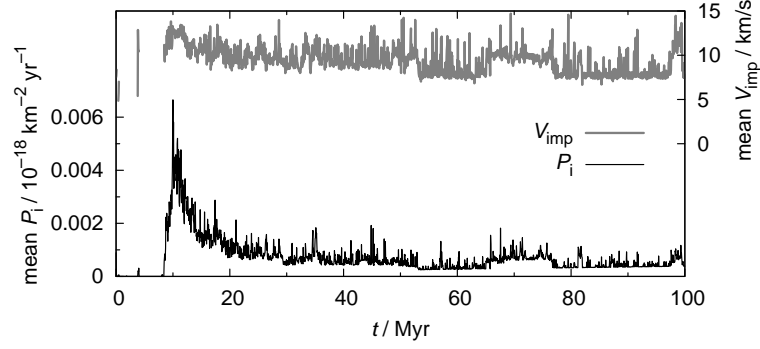
Tabulka 6.1: Počáteční rozdělení velikostí pro simulaci se dvěma populacemi (s asteroidy hlavního pásu a kometami).  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $q_a$ ,  $q_b$ ,  $q_c$ ,  $d_{\text{norm}}$  a  $n_{\text{norm}}$  označují stejné parametry jako v tabulce 3.1.



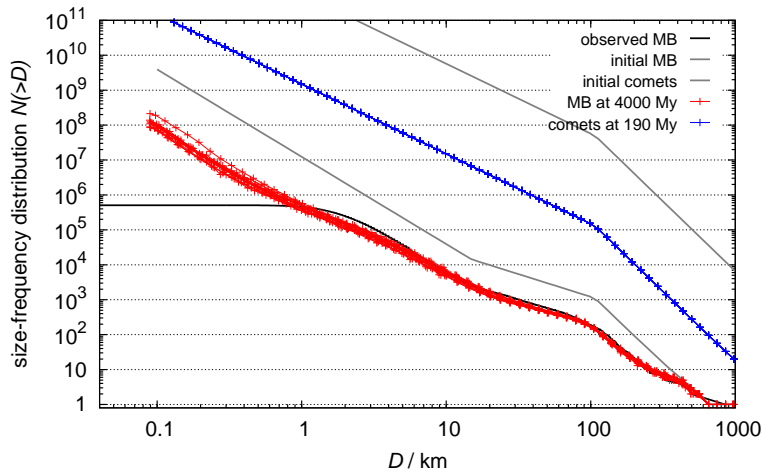
Obrázek 6.1: Úbytek těles v hlavním pásu vlivem dynamických procesů. Podle dat z Minton & Malhotra (2010).

Pro rozdělení velikostí hlavního pásu dostáváme po 4 Gyr kolizního (a dynamického) vývoje uspokojivý výsledek, zejména v rozsahu velikostí  $D \geq 100$  km, které nás zajímají.

Zjistili jsme, že celkem vzniká 90 až 150 rodin s mateřským tělesem větším než 100 km. Vytvořené rodiny jsme rozdělili do uvažovaných šesti částí zjednodušeným



Obrázek 6.2: Časový vývoj vlastní kolizní pravděpodobnosti (dole) a střední kolizní rychlosti (nahore) pro kolize mezi transneptunickými kometami a asteroidy hlavního pásu. Podle dat z Vokrouhlický et al. (2008).



Obrázek 6.3: Předpokládané rozdělení velikostí komet na začátku simulace a po postupném rozpadu populace za 190 Myr (modře) a rozdělení velikostí hlavního pásu asteroidů na začátku simulace a po 4 Gyr (červeně).

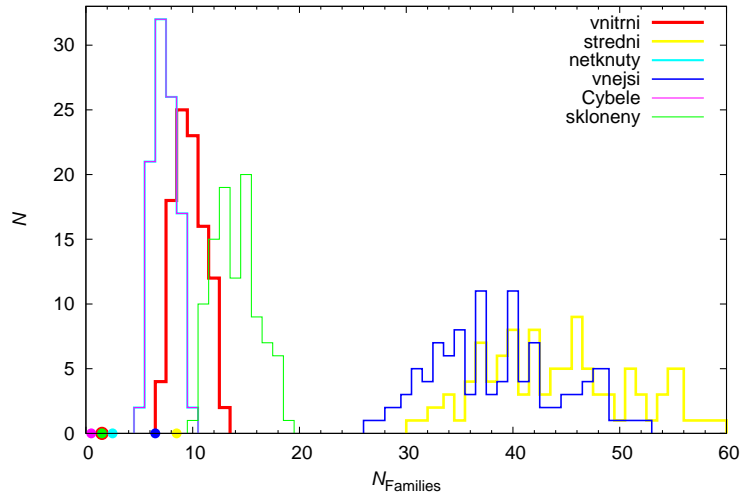
způsobem, vynásobením konstantou, kterou jsme spočítali jako poměr počtu těles s  $D > 100 \text{ km}$  v příslušné části hlavního pásu a počtu takovýchto těles v celém hlavním pásu. Výsledné histogramy, znázorňující kolikrát ze 100 simulací vznikl daný počet rodin, jsou zobrazeny na obrázku 6.4. Pozorované počty rodin jsou vyznačeny body.

Vidíme, že výsledky modelování se zdají v nesouladu s pozorováním. Ve všech částech hlavního pásu vzniká více rodin s  $D_{\text{PB}} \geq 100 \text{ km}$  než je pozorováno. Lze však nalézt několik procesů, které dohromady mohou vysvětlit, proč nepozorujeme mnoho rodin vytvořených v průběhu velkého pozdního bombardování (Brož et al., 2013, hlavní výsledky této práce byly uvedeny v kapitole 1.4).

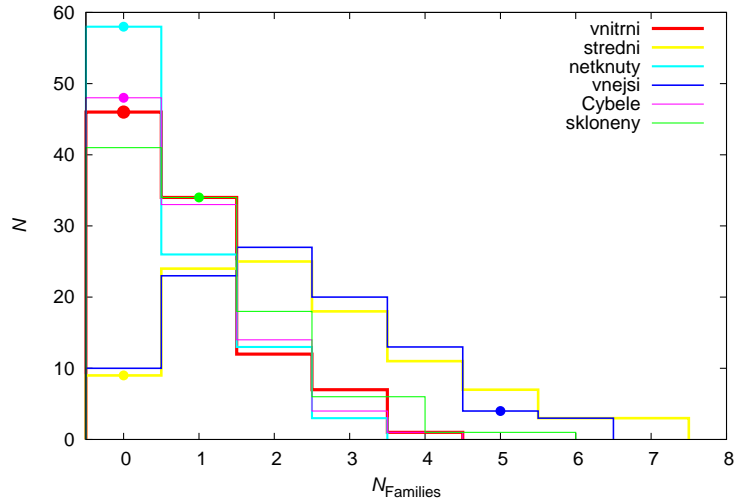
Obdobně jsme postupovali i pro rodiny s mateřským tělesem větším než  $D_{\text{PB}} > 200 \text{ km}$  (obrázek 6.5). V tomto případě se celkový počet rodin jeví v souladu s pozorováním, ale co se týká rozdělení v jednotlivých částech, jsou patrné odchylky ve středním pásu (kde vychází v 90 % případů více rodin v simulaci než pozorujeme) a ve vnějším pásu (kde je tomu naopak). Důvodem může být zjednodušený výpočet rozdělování rodin. Realističtější model by musel počítat s různými pravděpodobnostmi srážek komet s jednotlivými částmi hlavního pásu. Výsledek by také mohl být motivací pro ověření velikostí mateřských těles rodin



ve středním a vnějším pásu.



Obrázek 6.4: Histogramy pro šest částí hlavního pásu zobrazující kolikrát ze 100 simulací vznikne příslušný počet rodin s velikostí mateřského tělesa  $D_{PB} > 100$  km, pokud započítáme velké pozdní bombardování způsobené transneptunickými kometami. Pozorované počty rodin v jednotlivých částech pásu jsou vyznačeny body se stejnou barvou.



Obrázek 6.5: Histogramy pro šest částí hlavního pásu zobrazující kolikrát ze 100 simulací vznikne příslušný počet rodin s velikostí mateřského tělesa  $D_{PB} > 200$  km pokud započítáme velké pozdní bombardování způsobené transneptunickými kometami. Pozorované počty rodin v jednotlivých částech pásu jsou vyznačeny body se stejnou barvou.

Soustředili jsme se na oblast netknutého pásu, která je relativně prázdná, a lze tu proto nalézt rodiny, jejichž původ může spadat do časového rámce velkého pozdního bombardování. Jedna z rodin je Itha, pro níž dynamický a kolizní model ukázal, že může být 3,8 Gyr stará (Brož, Cibulková, Řehák, 2012) a mohla vzniknout na konci velkého pozdního bombardování. Je však obtížné rozhodnout, zda je mateřské těleso velké a rodina stará, nebo naopak malé a rodina mladší. To je motivací pro další fyzikální studie této rodiny.

# Závěr

V předložené práci jsme vytvořili nový model kolizního vývoje hlavního pásu asteroidů. Úspěšnost našeho modelu posuzujeme podle toho, zda na konci simulace (po 4 Gyr) získáme takové rozdělení velikostí asteroidů, které pozorujeme dnes, a zda vznikne srovnatelný počet asteroidálních rodin. Observační data jsou ovšem zatížena určitou nejistotou, která je spojena s omezením observační techniky — převážné množství asteroidů s průměry menšími než 1 km zatím nebylo pozorováno.

**Observační data.** Planetky jsme rozdělili podle jejich orbitálních elementů (velké poloosy a sklonu dráhy) do šesti skupin. Smysl takového modelu vidíme jednak v tom, že se jednotlivá pozorovaná rozdělení velikostí mezi sebou výrazně liší, a jednak se významně liší vzájemné rychlosti a impaktní pravděpodobnosti mezi dvojicemi asteroidů z různých pásů. Pozorovaná rozdělení velikostí jsme sestrojili z dostupných dat v katalogu AstOrb a z nových dat pořízených družicí WISE (Masiero et al., 2011).

**Postup výpočtu.** Pro výpočty kolizního vývoje jsme upravili program **Boulder** (Morbidelli et al., 2009) pro šest populací hlavního pásu a implementovali do něj výpočet  $\chi^2$ , pro posouzení rozdílu mezi simulacemi a pozorováním, a také numerickou metodu simplex, kterou  $\chi^2$  minimalizujeme. Tento postup nám umožňuje automaticky prozkoumat alespoň část parametrického prostoru.

**Monolitická a nesoudržná tělesa.** K řešení problematiky vývoje hlavního pásu jsme zkusili aplikovat dva různé modely, které se liší materiálovými vlastnostmi asteroidů — monolitická a nesoudržná tělesa. Druhá zmíněná mají výrazně menší pevnost, což musí pochopitelně ovlivnit vzájemné srážky, resp. výslednou situaci po srážce.

Nejprve jsme srovnáním s pozorovanými rozděleními našli výchozí počáteční parametry pro uvažovaných šest rozdělení velikostí. Nejlepší iniciální rozdělení velikostí pak hledáme pomocí minimalizace  $\chi^2$  metodou simplexu. Výsledky simulací jsou pro oba typy asteroidů statisticky srovnatelné, ani jeden z modelů nelze upřednostnit. Počet rodin, které vzniknou v průběhu simulace, v rámci nejistot odpovídá pozorovaným rodinám, a to jak v modelu s monolity, tak v modelu s nesoudržnými tělesy.

**Diskuze počtu rodin.** Je třeba si uvědomit, že jsme porovnávali počty rodin vzniklých katastrofickými rozpady těles s průměrem větším než 100 km a je možné, že jejich vzorek není úplný (můžeme přehlížet některé staré rodiny a také průměr mateřského tělesa není vždy určen s dostatečnou přesností). Bylo by proto užitečné provést obdobný výpočet jako v kapitole 4.2 (výpočet  $\chi^2$  a jeho minimalizaci) pouze pro rodiny s průměrem mateřského tělesa větším než 200 km, u kterých je pravděpodobnější, že je jejich seznam úplný. Vyzkoušeli jsme také nastavit váhu pro rodiny na nulu (v našich simulacích jsme pro rodiny používali váhu 10), žádnou podstatnou změnu výsledků jsme však nezjistili.

**Diskuze rozdělení velikostí.** Zatím se nám nepodařilo najít zcela uspokojivá počáteční rozdělení velikostí všech šesti uvažovaných částí hlavního pásu. Největší nesoulad je pro asteroidy s průměrem menším než přibližně 5 km, kterých vzniká ve většině pásů méně než je pozorováno (ve vnitřním pásu až 50 %, v ostatních pásích přibližně 10 %). Zjistili jsme, že tento nesoulad nelze vysvětlit nedávným rozpadem velkého tělesa, neboť jeho fragmenty by ovlivnily pouze rozdělení velikostí jedné populace.

Jiným možným vysvětlením by mohl být výše zmíněný podceněný počet rodin. Pokud totiž zadáváme na vstupu do programu **Boulder** menší počet rodin, než vzniklo, může být během simulace omezována tvorba malých těles (které slouží jako projektily), aby se tak redukovaly rozpady větších těles a nevznikalo příliš mnoho rodin.

Problém s malým počtem těles s průměry  $D < 10$  km může být také ovlivněn dvěma omezeními našeho modelu:

- Syntetické rozdělení velikostí končí u  $D = 0,1$  km, nicméně i menší tělesa mohou ovlivnit sklon problematické části rozdělení. Výpočet s rozšířeným rozdělením s  $D$  od 0,01 km je však časově zhruba dvakrát náročnější a nelze jej snadno zopakovat (náročnost výpočtu je úměrná počtu  $N^2$ , kde  $N$  je počet binů rozdělení  $D$ ).
- V programu **Boulder** zatím není započten vliv Jarkovského jevu, který působí na tělesa tak, že je posouvá k rezonancím a eliminuje je z příslušných populací. Podle Bottke et al. (2006) je pro těleso s  $D = 0,02$  km změna hlavní poloosy s časem řádově

$$\frac{da_p}{dt} \simeq 2 \cdot 10^{-3} \text{ AU Myr}^{-1} .$$

Pro vzdálenost rezonancí  $\Delta a_p \simeq 0,3$  AU pak vychází interval odpovídající životní době  $\Delta t \simeq 75$  Myr. Střední doba mezi rozpady takovýchto těles je  $\tau_{\text{disr}} \simeq 50$  Myr (viz též Farinella et al., 1998). Z toho, že jsou tyto hodnoty srovnatelné, plyne význam Jarkovského jevu pro vyzařování těles.

**Srovnání s modelem Bottke et al. (2005b).** Počátek simulací v kolizním modelu, který vytvořili Bottke et al. (2005b), je po skončení akrece, přičemž iniciální rozdělení velikostí je pro tělesa s průměrem  $D < 100$  km ploché (celkový počet těles je  $\sim 10^2$ ). K zvýšení sklonu rozdělení pro menší tělesa dochází v průběhu simulace. V modelu není zohledněno velké pozdní bombardování, je však uvažován úbytek malých těles dynamickými procesy (Jarkovského jev, Poyntingův–Robertsonův jev). Výsledné rozdělení velikostí hlavního pásu odpovídá pozorovanému i pro tělesa s průměrem  $D \simeq 1$  km. To může být dáno právě zmiňovanými dynamickými procesy. V práci je také testováno vícero škálovacích zákonů, přičemž model se škálovacím zákonem Benz & Asphaug (1999) patří mezi nejúspěšnější.

**Budoucí práce.** Další možná vylepšení a jiné přístupy k modelování kolizního vývoje hlavního pásu asteroidů jsou:

- upravit kód pro dvě populace s různou distribucí fragmentů  $q$  a  $M_{\text{LF}}$  — monolitická a nesoudržná tělesa;

- změnit škálovací zákon, přičemž pro každou část hlavního pásu bychom v principu mohli použít jiný škálovací zákon a jeho parametry hledat opět minimalizováním  $\chi^2$  metodou simplexu. Alternativou k Benz & Asphaug (1999) může být práce Stewart & Leinhardt (2009);
- volit pro tělesa s průměrem  $D < 1$  km čtvrtý sklon rozdělení velikostí  $q_d$  z důvodů zachování hmotnosti mateřského tělesa a zabránění divergence pro  $D$  jdoucí k nule;
- rozšířit práci Durda et al. (2007) či Benavidez et al. (2012) o rozpady těles větších, resp. menších než 100 km, neboť škálování použité v kódu `Boulder` (neověřené pro řádové změny  $D_{PB}$ ) může vnášet do simulací systematickou chybu;
- určit observační nedostatečnosti pro malé asteroidy ( $D < 1$  km) a rozšíření výpočtu  $\chi^2$  i na tento rozsah velikostí ( $D \in [0,1; 1]$  km);
- zohlednit distribuci impaktních rychlostí, nejen střední hodnotu, a také závislost škálovacího zákona na rychlosti (jako ve Stewart & Leinhardt, 2009).

# Literatura

- Anders, E.: *Fragmentation history of asteroids*, Icarus, 4, 399–408, 1965.
- Asphaug, E.; Ryan, E. V.; Zuber M. T.: *Asteroid Interiors*, in Asteroids III, Tucson: The University of Arizona Press, 2002. ISBN 0816522812.
- Campo Bagatin, A.; Benavidez, P. G.: *Collisional evolution of trans-Neptunian object populations in a Nice model environment*, Mon. Not. R. Astron. Soc., 423, 1254–1266, 2012.
- Benavidez, P. G.; Durda, D. D.; Enke, B. L.; Bottke, W. F.; Nesvorný, D.; Richardson, D. C.; Asphaug, E.; Merline, W. J.: *A comparison between rubble-pile and monolithic targets in impact simulations: Application to asteroid satellites and family size distributions*, Icarus, 219, 57–76, 2012.
- Benz, W.; Asphaug, E.: *Simulations of brittle solids using smooth particle hydrodynamics*, Comput. Phys. Commun., 87, 253–265, 1995.
- Benz, W.; Asphaug, E.: *Catastrophic disruption revisited*, Icarus, 142, 5–20, 1999.
- Bottke, W. F.; Greenberg, R.: *Asteroidal collision probabilities*, Geophys. Res. Lett., 20, 879–881, 1993.
- Bottke, W. F.; Morbidelli, A.; Jedicke, R.; Petit, J.; Levison, H. F.; Michel, P.; Metcalfe, T. S.: *Debiased Orbital and Absolute Magnitude Distribution of the Near-Earth Objects*, Icarus, 156, 399–433, 2002.
- Bottke, W. F.; Durda, D. D.; Nesvorný, D.; Jedicke, R.; Morbidelli, A.; Vokrouhlický, D.; Levison, H.: *The fossilized size distribution of the main asteroid belt*, Icarus, 175, 111–140, 2005.
- Bottke, W. F.; Durda, D. D.; Nesvorný, D.; Jedicke, R.; Morbidelli, A.; Vokrouhlický, D.; Levison, H. F.: *Linking the collisional history of the main asteroid belt to its dynamical excitation and depletion*, Icarus, 179, 63–94, 2005.
- Bottke, W. F., Jr.; Vokrouhlický, D.; Rubincam, D. P.; Nesvorný, D.: *The Yarkovsky and Yorp Effects: Implications for Asteroid Dynamics*, Annu. Rev. Ear. Plan. Scien., 34, 157–191, 2006.
- Bottke, W. F.; Vokrouhlický, D.; Minton, D.; Nesvorný, D.; Morbidelli, A.; Brasser, R.; Simonson, B.; Levison, H. F.: *An Archaean heavy bombardment from a destabilized extension of the asteroid belt*, Nature, 485, 78–81, 2012.
- Bowell, E.; Hapke, B.; Domingue, D.; Lumme, K.; Peltoniemi, J.; Harris, A. W.: *Application of photometric models to asteroids*, in Asteroids II, Tucson, AZ, University of Arizona Press, 524–556, 1989.
- Bowell, T.: *AstOrb* [online]. [cit. 2008-09-30].  
([ftp : //ftp.lowell.edu/pub/elgb/astorb.html](ftp://ftp.lowell.edu/pub/elgb/astorb.html)).

- Brož, M.; Cibulková, H.; Řehák, M.: *A Collisional Model of the „Pristine Zone“ of the Main Asteroid Belt and the Dynamics of LHB Families Located There*, American Astronomical Society, DPS meeting 44, 2012.
- Brož, M.; Morbidelli, A.; Bottke, W. F.; Rozehnal, J.; Vokrouhlický, D.; Nesvorný, D.: *Constraining the cometary flux through the asteroid belt during the Late Heavy Bombardment*, *Astron. Astrophys.*, 551, A117, 2013.
- Carry, B.: *Density of asteroids*, *Planet. Sp. Sci.*, 73, 98–118, 2012.
- Cohen, B.A.; Swindle, T.D.;Kring, D.A.: *Support for the Lunar Cataclysm Hypothesis from Lunar Meteorite Impact Melt Ages* *Science*, 290, 1754, 2000.
- Dahlgren, M.: *A study of Hilda asteroids. III. Collision velocities and collision frequencies of Hilda asteroids*, *Astron. Astrophys.*, 336, 1056–1064, 1998.
- Davis, D. R.; Chapman, C. R.; Greenberg, R.; Weidenschilling, S. J.; Harris, A. W.: *Collisional evolution of asteroids – Populations, rotations, and velocities*, *Asteroids*. Univ. of Arizona Press, Tucson, 528–557, 1979.
- Davis, D. R.; Chapman, C. R.; Weidenschilling, S. J.; Greenberg, R.: *Collisional history of asteroids: Evidence from Vesta and the Hirayama families*, *Icarus*, 62, 30–53, 1985.
- Dohnanyi, J. S.: *Collisional Model of Asteroids and Their Debris*, *J. Geophys. Res.*, 74, 2531–2554, 1969.
- Durda, D. D.; Greenberg, R.; Jedicke, R.: *Collisional Models and Scaling Laws: A New Interpretation of the Shape of the Main-Belt Asteroid Size Distribution*, *Icarus*, 135, 431–440, 1998.
- Durda, D. D.; Bottke Jr., W. F.; Nesvorný, D.; Enke, B. L.; Merline, W. J.; Asphaug, E.; Richardson, D. C.: *Size–frequency distributions of fragments from SPH/N-body simulations of asteroid impacts: Comparison with observed asteroid families*, *Icarus*, 186, 498–516, 2007.
- Farinella, P.; Vokrouhlický, D.; Hartmann, W. K.: *Meteorite Delivery via Yarkovsky Orbital Drift*, *Icarus*, 132, 378–387, 1998.
- Gomes, R.; Levison, H. F.; Tsiganis, K.; Morbidelli, A.: *Origin of the cataclysmic Late Heavy Bombardment period of the terrestrial planets*, *Nature*, 435, 466–469, 2005.
- Greenberg, R.: *Orbital interactions – A new geometrical formalism*, *Astron. J.*, 87, 184–195, 1982.
- Hartmann, W. K.; Ryder, G.; Dones, L.; Grinspoon, D.: *The Time-Dependent Intense Bombardment of the Primordial Earth/Moon System*, in *Origin of the earth and moon*, ed. R.M. Canup a K. Righter, Tucson: University of Arizona Press, 493–512, 2000.
- Hartmann, W. K.; Quantin, C.; Mangold, N.: *Possible long-term decline in impact rates: 2. Lunar impact-melt data regarding impact history*, *Icarus*, 186, 11, 2007.

- Hodapp, K. W.; Kaiser, N.; Aussel, H.; Burgett, W.; Chambers, K. C.; Chun, M.; Dombek, T.; Douglas, A.; Hafner, D.; Heasley, J. et al.: *Design of the Pan-STARRS telescopes*, *Astron. N.*, 325, 636–642, 2004.
- Knežević, Z.; Milani, A.: *Proper element catalogs and asteroid families*, *Astron. Astrophys.*, 403, 1165–1173, 2003.
- Liu, F.; Cutri, R.; Greanias, G.; Duval, V.; Eisenhardt, P.; Elwell, J.; Heinrichsen, I.; Howard, J.; Irace, W.; Mainzer, A.; Razzaghi, A.; Royer, D.; Wright, E. L.: *Development of the Wide-field Infrared Survey Explorer (WISE) mission*, *Proc. SPIE*, 7017E, 16, 2008.
- Mainzer, A. K.; Eisenhardt, P.; Wright, E. L.; Liu, F.; Irace, W.; Heinrichsen, I.; Cutri, R.; Duval, V.: *Update on the Wide-Field Infrared Survey Explorer (WISE)*, *Proc. SPIE*, 6265, 61, 2006.
- Mainzer, A.; Grav, T.; Masiero, J.; Bauer, J.; Wright, E.; Cutri, R. M.; McMillan, R. S.; Cohen, M.; Ressler, M.; Eisenhardt, P.: *Thermal Model Calibration for Minor Planets Observed with Wide-field Infrared Survey Explorer/NEOWISE*, *Astrophys. J.*, 736, 100, 2011.
- Masiero, J. R.; Mainzer, A. K.; Grav, T.; Bauer, J. M.; Cutri, R. M.; Dailey, J.; et al.: *Main Belt Asteroids with WISE/NEOWISE. I. Preliminary Albedos and Diameters*, *Astrophys. J.*, 741, 68, 2011.
- Michel, P.; Benz, W.; Tanga, P.; Richardson, D. C.: *Collisions and Gravitational Reaccumulation: Forming Asteroid Families and Satellites*, *Science*, 294, 1696–1700, 2001.
- Michel, P.; Jutzi, M.; Richardson, D. C.; Benz, W.: *The Asteroid Veritas: An intruder in a family named after it?*, *Icarus*, 211, 535–545, 2011.
- Minton, D. A.; Malhotra, R.: *Dynamical erosion of the asteroid belt and implications for large impacts in the inner Solar System*, *Icarus*, 207, 744–757, 2010.
- Morbidelli, A.; Bottke, W. F.; Nesvorný, D.; Levison, H. F.: *Asteroids were born big*, *Icarus*, 204, 558–573, 2009.
- Nesvorný, D.; Jedicke, R.; Whiteley, R. J.; Ivezić, Ž.: *Evidence for asteroid space weathering from the Sloan Digital Sky Survey*, *Icarus*, 173, 132–152, 2005.
- Nesvorný, D.: *Nesvorny HCM Asteroid Families V1.0*, NASA Planetary Data System, EAR-A-VARGBDT-5-NESVORNYFAM-V1.0, 2010.
- Press, W. H.; Teukolsky, S. A.; Vetterling, W. T.; Flannery, B. P.: *Numerical recipes*, Cambridge, Cambridge University Press, 2007. ISBN-10 0-511-33555-5.
- Stewart, S. T.; Leinhardt, Z. M.: *Velocity-Dependent Catastrophic Disruption Criteria for Planetesimals*, *Astrophys. J. Let.*, 691, L133–L137, 2009.
- Stuart, J. S.: *A Near-Earth Asteroid Population Estimate from the LINEAR Survey*, *Science*, 294, 1691–1693, 2001.

- Vokrouhlický, D.; Nesvorný, D.; Levison, H. F.: *Irregular Satellite Capture by Exchange Reactions*, *Astron. J.*, 136, 1463–1476, 2008.
- Walsh, K. J.; Delbo, M.; Bottke, W. F.; Vokrouhlický, D.; Lauretta, D. S.: *Introducing the Eulalia and New Polana Families: Re-Assesing Primitive Asteroid Families in the Inner Main-Belt*, *LPI Cont.* 1719, 2013.
- Wright, E. L.; Eisenhardt, P. R. M.; Mainzer, A. K.; Ressler, M. E.; Cutri, R. M.; Jarrett, T. et al.: *The Wide-field Infrared Survey Explorer (WISE): Mission Description and Initial On-orbit Performance*, *Astron. J.*, 140, 6, 1868–1881, 2010.
- Zappalà, V.; Bendjoya, Ph.; Cellino, A.; Farinella, P.; Froeschlé, C.: *Asteroid families: Search of a 12,487-asteroid sample using two different clustering techniques*, *Icarus*, 116, 291–314, 1995.



# Seznam použitých veličin a zkratek

$a_p$  — vlastní velká poloosa  
AstDyS — Asteroids Dynamic Site  
AstOrb — The Asteroid Orbital Elements Database  
 $D$  — průměr  
 $dN$  — diferenciální rozdělení velikostí  
 $D_{LF}$  — průměr největšího fragmentu  
 $D_{LR}$  — průměr největšího pozůstatku  
 $D_{PB}$  — průměr mateřského tělesa  
 $H$  — absolutní hvězdná velikost  
LF — largest fragment  
LR — largest remnant  
 $M_{LF}$  — hmotnost největšího fragmentu  
 $M_{LR}$  — hmotnost největšího pozůstatku  
 $M_{tot}$  — součet hmotností projektilu a terče  
 $N(>D)$  — kumulativní rozdělení velikostí  
 $n_{events}$  — počet srážek  
 $p_i$  — vlastní pravděpodobnost kolize  
 $p_V$  — geometrické albedo  
PB — parent body  
 $\rho$  — hustota  
 $q$  — mocninný sklon rozdělení velikostí  
 $Q$  — kinetická energie projektilu na jednotku celkové hmotnosti projektilu a terče  
 $Q_D^*$  — pevnost  
SFD — size–frequency distribution  
SPH — smooth–particle hydrodynamics  
 $v_{imp}$  — impaktní rychlost  
WISE — Wide–field Infrared Survey Explorer

# Poster: A Collisional Model of the „Pristine Zone“

Některé výsledky této diplomové práce byly prezentovány formou posteru:

Brož, M.; Cibulková, H.; Řehák, M.: *A Collisional Model of the „Pristine Zone“ of the Main Asteroid Belt and the Dynamics of LHB Families Located There*, American Astronomical Society, DPS meeting 44, 2012

Hlavní výsledky tohoto příspěvku jsou následující:

- kolizní model hlavního pásu rozděleného do šesti částí se zdá konzistentní s pozorovaným počtem rodin, ve vnitřním pásu a mezi asteroidy s vysokým sklonem dráhy však možná některé rodiny s mateřským tělesem s průměrem  $D > 100$  km přehlízíme;
- s použitím dynamického kolizního modelu jsme zjistili, že rodina Itha může být 3,8 Gyr stará, a mít tak původ při velkém pozdním bombardování, ale je obtížné rozhodnout, zda je mateřské těleso velké (rodina stará) nebo malé (rodina mladší).

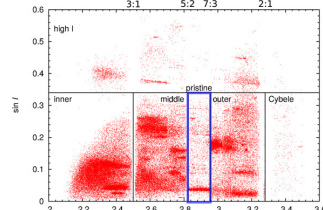
Motivace pro další práci:

- testovat, zda lze použít jediný škálovací zákon pro všech šest uvažovaných částí hlavního pásu;
- detailně prostudovat dynamický vývoj dalších rodin v netknutém pásu;
- modelování srážek komet a asteroidů při velkých vzájemných rychlostech 10 až 15 km/s.

# A collisional model of the "pristine zone" of the Main Asteroid Belt and the dynamics of LHB families located there

Miroslav Brož, Helena Cibulková, Matyáš Reháč - Charles University in Prague, V Holešovičkách 2, 18000 Prague, Czech Republic, email: mira@sirrah.troja.mff.cuni.cz

**Abstract:** Modifying the Boulder code (Morbidelli et al. 2009), we construct a new collisional model of the Main Asteroid Belt, which is divided to six parts (inner, middle, outer, pristine zone, Cybele region and high-inclination region) in order to study relations between them and check the number of observed families. We extend our collisional models and include the effects of the Late Heavy Bombardment too. In the framework of the *Nice* model, the flux of comets during the LHB is mostly controlled by the original size-frequency distribution of the cometary disk beyond Neptune and the rate at which comets disrupt when they approach the Sun. To this point we provide a related discussion of various cometary disruption laws. We focus on the so-called "pristine zone" between 2.825 and 2.955 AU - bounded by the 5:2 and 7:3 men-motion resonances with Jupiter - because this region is relatively empty and we may thus spot very old/eroded families. We model long-term dynamical and collisional evolution of the Itha family (around the asteroid (918) Itha) and we interpret it as an old, dispersed and comminuted cluster, likely dated back to the LHB ~3.8 Gyr ago.



## 1. Observational data:

- AstOrb (Bowell 2008), AstDys (Knežević & Milani 2003) and WISE (Masiero et al. 2011) catalogs
- five parts separated by mean-motion resonances with Jupiter, the sixth part formed by asteroids with high proper inclinations (Figure 1)
- their size-frequency distributions (Figure 2) are calculated from albedos available from WISE
- the individual SFDs differ significantly in terms slopes and total numbers of asteroids
- the up-to-date list of observed families is taken from Brož et al. (2012)

Figure 1: Six parts of the main belt in the proper semimajor axis vs inclination plane.

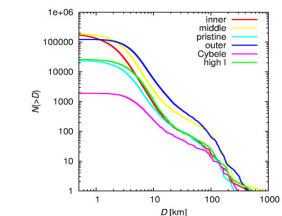


Figure 2: The observed SFDs of the six parts of the main belt.

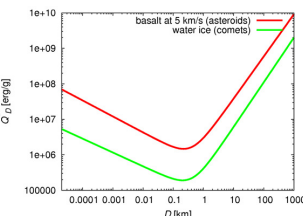


Figure 3: The nominal scaling law used in our simulations.

## 2. Initial conditions and parameters of collisional simulations

- mutual collision probabilities and impact velocities were calculated between each pair of populations
- to define the shape of initial SFDs (i.e. slopes in 3 size ranges and normalization) we fit currently observed SFDs
- scaling law parameters: Benz & Asphaug (1999) for basaltic material at 5 km/s (Figure 3)
- the Boulder collisional code operates with a random seed - for more reliable results we thus run 100 simulations

## 3. Results of 4 Gyr of collisional evolution (no LHB case)

- the final SFDs after 4 Gyr are shown in Figure 4, good fits for  $D > 10$  km, but below  $D < 5$  km are final SFDs often below the observed ones
- the most frequent number of families created in individual zones is shown in Figure 5 (we always choose only catastrophic disruptions with  $LF/PB < 0.5$  and  $PB$  larger than 100 km)

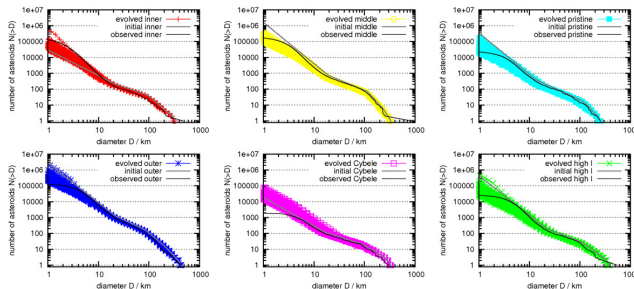


Figure 4: The final SFDs of individual parts of the main belt after 4 Gyr of collisional evolution. We show the currently observed SFD (black line) and the initial SFD (gray line) for comparison. A conservative completeness limit is  $D = 10$  km.

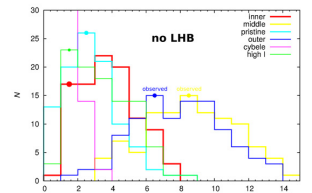


Figure 5: The histograms of number of families in individual zones. The currently observed numbers of families are displayed by points. Graph is trimmed for better view, the most frequent number of families in the Cybele zone is 0.

Figure 7: The histograms of number of families for the simulation which include the cometary LHB and the dynamical decay of the MB population. Majority of the  $D \sim 100$  km families were 'erased' by secondary collisions.

## 4. Results including cometary Late Heavy Bombardment and dynamical decay

- a typical dynamical evolution of a cometary disk: data from Vokrouhlický et al. (2008), see Figure 6
- a dynamical decay of the main-belt population according to Minton & Malhotra (2010)
- we obtain the number of families in the whole main belt  $\rightarrow$  families in individual zones are calculated as the ratio of the total number of bodies  $> 100$  km to the number in the corresponding zone (Figure 7)

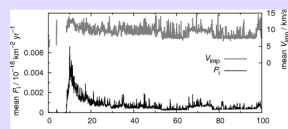


Figure 6: The temporal evolution of the intrinsic collisional probability (bottom) and mean collisional velocity (top) computed for collisions between cometary-disk bodies and the main-belt asteroids.

## 5. Important role of the cometary-disruption law!

- a simple criterion for physical disruptions of comets: perihelion distance  $q$  and probability  $p$  that the disruption occurs in one timestep ( $\Delta t = 500$  yr in our case)
- results: the numbers of families in the whole MB (Figure 12) may significantly decrease (down to non-LHB case) various  $q$ , fixed  $p = 1$

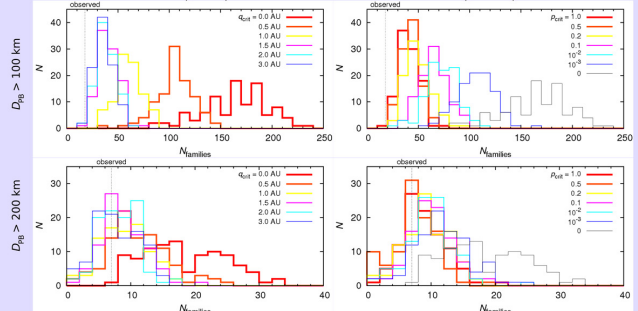


Figure 12: The histograms of MB families for two different PB sizes and various cometary-disruption laws.

## 6. The "pristine zone" in the (e, sin i) plane

- up to 17 families were recognised (Figure 8), but most of them are either small or cratering events
- families confirmed by Sloan DSS colour indices (Parker et al. 2008) and WISE albedos (Masiero et al. 2011)

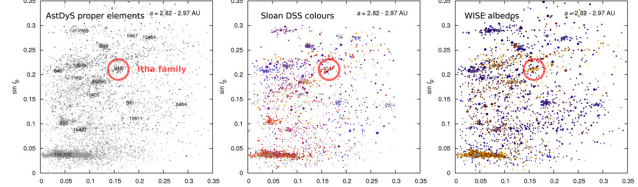


Figure 8: Proper eccentricity vs inclination for bodies in the pristine zone. Sizes of symbols correspond to actual diameters.

## 7. Itha family: a dynamical model

- initial conditions: isotropic velocity field with size-dependent  $v \sim 1/D$ ,  $v = 90$  m/s for  $D = 5$  km
- random spin axes orientations
- N-body simulation: SWIFT by Levison & Duncan (1994), with Yarkovsky/YORP effect included
- thermal parameters: bulk density  $\rho = 2.5$  g/cm<sup>3</sup>, surface  $p = 1.5$  g/cm<sup>2</sup>, conductivity  $K = 0.001$  W/m/K,  $C = 580$  J/kg/K, Bond albedo  $A = 0.1$ , emissivity  $\epsilon = 0.9$
- spin evolution: YORP moments by Capek & Vokrouhlický (2004), collisional reorientations

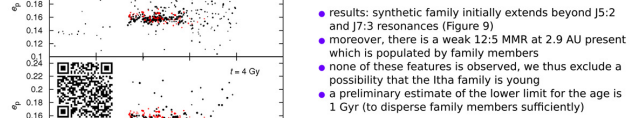


Figure 9: Proper semimajor axis vs eccentricity for the synthetic family (black) and observed members (red). The initial conditions as well as the situation at 1 and 4 Gyr are shown. Note that the number of synthetic bodies was selected 10 times larger.

## 8. Itha family: collisional evolution (without the LHB)

- parent body size: the method of Durda et al. (2007) based on a set of SPH simulations and fitting of  $D > 10$  km part of the SFD (which is not evolved significantly); the best fits were from  $D = 70$  to 130 km
- simulations with the Boulder code (with a similar setup as above)
- results: we can fit the observed SFD with a relatively small PB ( $D = 70$  km), with a lower limit for the age 2 Gyr, but a larger PB ( $D = 100$  km) is equally possible, with the age approaching 4 Gyr (see Figure 10)

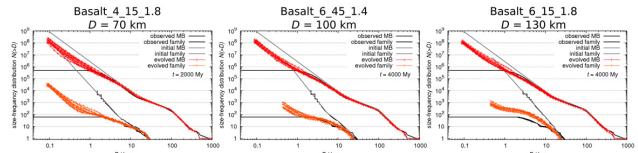


Figure 10: The final SFDs of the synthetic family (and the MB) for three different initial SFDs. Note that for the largest PB of  $D = 130$  km we cannot fit the observed SFD within 4 Gyr (nevertheless, see below).

## 9. Itha family: a model including the Late Heavy Bombardment

- a synthetic family created at the beginning of the LHB
- no physical disruptions of comets in this simulation
- Durda et al. (2007) method cannot be used in this case
- a sufficiently large synthetic family ( $D > 200$  km) can 'survive' the whole LHB and resemble the observed SFD.
- however, dynamical perturbations induced by planetary migration may destroy the compact family in the proper element space (Brož et al. 2012)
- it thus seems likely, that the Itha family was formed during the LHB 'tail'

Figure 11: The final synthetic SFDs for the simulation including the LHB.

## Conclusions

- our collisional model of the MB seems consistent with the observed numbers of families in most parts of the MB, but we may be 'missing' some  $D > 100$  km families in the inner belt and the high-inclination zone
- using a combined dynamical/collisional model we confirm that the Itha family may be 3.8 Gyr old and may have experienced the Late Heavy Bombardment
- future work: test if a single scaling law can be used for the whole MB or not
- studies of dynamical/collisional evolution of other families in the pristine zone
- independent models for physical disruptions of comets would be extremely useful to constrain collisional models

## References

Benz & Asphaug (1999), Icarus, 142, 5  
 Bowell (2008), <http://lowell.edu/pub/lowell/>  
 Brož et al. (2012), A&A, submitted  
 Capek & Vokrouhlický (2004), Icarus, 172, 526  
 Durda et al. (2007), Icarus, 195, 499  
 Knežević & Milani (2003), A&A, 403, 1165  
 Levison & Duncan (1994), Icarus, 108, 18  
 Masiero et al. (2011), A&J, 741, 68  
 Minton & Malhotra (2010), Icarus, 207, 744  
 Morbidelli et al. (2009), Icarus, 202, 310  
 Parker et al. (2008), Icarus, 199, 139  
 Vokrouhlický et al. (2008), AJ, 136, 1463