Oponentský posudek na diplomovou práci:

David Coufal : Sequential Monte Carlo Methods

Diplomová práce pana Coufala se zabývá problémem filtrace signálu pomocí částicového filtru v kombinaci s jádrovými odhady hustoty na výstup z něj. Tento postup tedy umožňuje odhad hustot podmíněných rozdělení signálu. Uvažovaný model, kde signál je Markovský řetězec s obecnou množinou stavů je popsán v kapitole 2.6.

V práci je nejdříve představen částicový filtr jako přirozená implementace sekvenčního importance samplingu a je ukázána jeho konzistence pro uvažovaný model z kapitoly 2.6. Poté následuje představení jádrových odhadů hustoty náhodných veličin a vektorů, opět včetně asymptotických výsledků ve smyslu integrované střední čtvercové chyby (MISE). Zahrnut je i přístup pomocí Fourierovy analýzy podle nedávné práce A. Cybakova.

Obě představené metody jsou poté kombinovány ve čtvrté kapitole, která představuje vlastní přínos diplomanta. Je odvozena konzistenční věta (ve smyslu MISE) pro jádrové odhady podmíněných hustot z částicového filtru a jsou podrobně studovány předpoklady na jednotlivé komponenty modelu z kapitoly 2.6, které tuto konzistenci zaručují. Rovněž je odvozen horní odhad a několik aproximací pro MISE.

V páté kapitole je pak efektivita studované metody ilustrována na příkladě zcela Gaussovského modelu a simulační výsledky ukazují dobrý výkon v porovnání s klasickým řešením pomocí Kalmanova filtru.

Práce je velmi dobře strukturovaná a logicky uspořádaná, je zřejmé, že jí byla věnována velká péče. V kapitolách 2 a 3, kde se představují částicový filtr jako sekvenční Monte Carlo metoda a jádrové odhady, je pokaždé velmi pěkně popsána podstata problému a myšlenkový vývoj vedoucí k představeným metodám jako jejich přirozenému řešení. I další teoretické výsledky jsou vždy velmi dobře komentovány, je vidět, že autor má téma dobře rozmyšlené. Potěšení z jinak velmi čitelné práce nicméně kazí fakt, že je napsána v angličtině, která není zcela stoprocentní. Čeština by práci slušela více.

Grafická i formální úroveň práce je výborná, věcných chyb je minimum. Matematická úroveň práce je velmi dobrá, předvedené výsledky jsou odvozeny korektně a přesně. Dobrý dojem však kazí to, co se děje v kapitole 2.6.5. Je tu několik problémů:

– přechodová míra Markovského jádra $K_t(\cdot,\cdot)$ tak, jak je zavedena na str. 19, není takto vždy používána. Na str. 26, ř. -14 je množina A z prostoru $\mathbb{R}^{n_x(t+1)}$, ale K_t je definována na prostoru $\mathbb{R}^{n_x}$.

– značení $K_t f$ zavedené na str. 19 v (2.23) pro funkce na $\mathbb{R}^{n_x}$ je posléze používáno i na funkce vektorové definované na $\mathbb{R}^{n_x t}$ ve smyslu str. 26, ř. -12. Pak by ale tvrzení na str. 30, ř. -2 či str. 32, ř. 15, mělo být zduvodněno podrobněji než jen, že to plyne z Fellerovy vlastnosti. Tady ještě chybí nějaká argumentace, neb Fellerova vlastnost mluví o $K_t f$ dle (2.23).

– zavedená notace $\pi_{0:t|t}K_t$ pro „skládání měr“, tak jak je vysvětleno na str.26 uprostřed, neodpovídá notaci použité v $\bar{\pi}_t^n = \pi_{t-1}^n K_{t-1}$ na str. 30, vzorec (2.36) – tady je míněna atomická míra vygenerovaná částicovým filtrem, nikoli „složení“ atomické míry π_{t-1}^n se spojitým přechodovým jádrem K_{t-1}. Nicméně v Th 2.2 bod (ii) značí ten samý symbol $\pi_{t-1}^n K_{t-1}$ opravdu „složení“ atomické míry π_{t-1}^n se spojitým přechodovým jádrem K_{t-1}. Proto také je třeba ověřovat bod (ii), kdyby platilo (2.36) a nebylo chybné značení, tak je (ii) splněno automaticky. Bylo by dobré tyto dvě míry $\bar{\pi}_t^n$ a $\pi_{t-1}^n K_{t-1}$ v notaci odlišovat.

– str. 26, (2.30) – nedává smysl – proč integrování vpravo?

Důkaz lemmatu 2.1 je poněkud zmatený a jistě by bylo možné jej (za daných předpokladů na model – téměř vše je absolutně spojité) odvodit rychleji a jednodušeji.

I přes výše uvedené výhrady lze nicméně konstatovat, že byla předložena velmi dobrá práce s pěknými vlastními výsledky diplomanta. Práce jistě splňuje všechny požadavky kladené na diplomovou práci a proto ji doporučuji jako takovou uznat.

RNDr. Michaela Prokešová, Ph.D.