

Univerzita Karlova v Praze
Přírodovědecká fakulta



Aplikace multivariantní statistiky pro analýzu 2D termo-mechanických numerických modelů diapirizmu

Diplomová práce

Vedoucí práce:
Doc. Mgr. Ondrej Lexa, Ph.D.

Bc. Ondřej Krýza

Praha 2013

Na prvním místě bych velmi rád poděkoval Ondrovi Lexovi za cenné a příjemné diskuze nad studovaným tématem. Petře Maierové bych rád poděkoval za trpělivost a za mnoho užitečných rad ohledně numerické a technické stránky obou modelů, které tvoří jádro této práce. Jiřímu Mlsovi vyjadřuji vděčnost za připomínky k matematické a fyzikální části. Poděkování patří také kolektivu ÚPSG PřF a KG MFF za technickou i lidskou podporu. V neposlední řadě děkuji své rodině za trpělivost a veškerou podporu, které se mi dostávalo. Tuto práci bych rád věnoval své prababičce, dědovi a strýci.

Tato práce byla finančně podpořena z grantového projektu GAUK-432911

Prohlašuji, že jsem závěrečnou práci zpracoval samostatně, a že jsem uvedl všechny použité informační zdroje a literaturu. Tato práce ani její podstatná část nebyla předložena k získání jiného nebo stejného akademického titulu.

V Praze dne 20. července 2013

.....

Abstract

Application of multivariate statistical methods for analysis of thermomechanical numerical models of diapirism

Most of the thermo-mechanical processes, that are associated with the geodynamic evolution of the lithosphere, can be derived from the laws of conservation of mass, momentum and energy in a continuous conception of space. The study of such dynamical systems reveals their strong sensitivity to variation of the initial conditions.

For testing the applicability of multivariate statistics in analyzing the influence of the initial conditions, two independent 2D thermo-mechanical multilayer numerical models of crustal diapirism of the Moldanubian zone were created. The diapirism in central part of Moldanubian zone is characterized by exhumation of HP-HT granulites during the Variscan orogeny (Lexa et al., 2011) which is influenced by density contrast of the middle mafic and lower felsic crust, the ratio of the amount mafic and felsic material, radiogenic heat productivity of the felsic lower crust and shape of the interface of this two layers.

The initial setup of this models reflects the situation in future central part of the Bohemian Massif after subduction of the Saxothuringian continental crust and after redistribution of felsic material beneath a base of a lower-crustal area of the Moldanubian zone (after model of Schulmann et al., 2009). Both model domains have the same lithological structure representing the unified upper and middle felsic crust, mafic middle and felsic lower crust.

The first model tests the impact of changes in values of amplification of mafic middle and felsic lower crust interface, thickness of felsic lower crust and radiogenic heat productivity of felsic lower crust on the overall evolution of the model domain and various parts of the diapir body and mafic middle crust. The second model has only different variational parameters that represent the density of mafic middle crust, the density of felsic lower crust and the radiogenic heat productivity of the felsic lower crust.

The evolution process of most simulations of both models, which are characterized by higher exhumation rate and material deformation, can be characterized by the following development: 1) initial redistribution of felsic material into future core of diapir body, 2) the initial rapid heating of the lower crust, 3) exhumation of felsic material and formation of diapir body; 4) decreasing of exhumation rate and relamination of felsic material in unified upper-middle crust.

For comparison of all simulations of both models two classes of output model parameters were created. The first parameter type combines the P-T conditions in key areas of the model domain and the extent and rate of displacement of material segment in the same areas. The second parameter type characterizes the model domain from a global perspective, based on the average values of temperature and strain rate in the model domain at the moment of highest global deformation rate. Other global parameters represent rate and time of felsic material transfer during the exhumation.

By applying multivariate statistics on the output model parameters it was found that the highest importance to change the dynamics of the model can be attributed to a variation of felsic lower crust thickness and density contrast of both basal layers. Conversely, the lowest significance can be attributed to amplify of mafic and felsic crust interface. Radiogenic heat productivity is proving to be an important factor, however, becomes secondary in the context of increasing values of the density contrast. Weight of increase of radiogenic heat productivity lies in the increase temperature-pressure differences in simulations with variable felsic crust thickness and increase felsic material exhumation rate in simulations with variable density contrast of the basal crustal layers.

Klíčová slova

numerical model, diapirism, initial conditions, multivariate statistics

Abstrakt

Aplikace multivariantní statistiky pro analýzu 2D termo-mechanických numerických modelů diapirizmu

Většinu termo-mechanických procesů, které jsou spjaty s geodynamickým vývojem litosféry, lze odvodit ze zákonů zachování hmotnosti, hybnosti a energie při kontinuálním pojetí prostoru. Studium takových dynamických systémů odhaluje jejich silnou citlivost na variaci počátečních podmínek.

Pro testování aplikovatelnosti multivariantní statistiky při analýze vlivu počátečních podmínek byly vytvořeny dva nezávislé 2D termo-mechanické multi-vrstevné numerické modely korového diapirizmu moldanubika. Proces diapirismu v centrální části moldanubika je charakteristický exhumací HP-HT granulitů během variské orogeneze (Lexa et al., 2011), která je ovlivněna zejména hustotním kontrastem střední mafické a spodní felzické kůry, poměrem množství mafického a felzického materiálu, radiogenní tepelnou produktivitou felzické spodní kůry a tvarem rozhraní obou vrstev.

Iniciální nastavení modelů reflektuje situaci v budoucí střední části Českého masivu po subdukci kontinentální kůry saxothuringika a redistribuci felzického materiálu na bázi spodně-korové oblasti moldanubika (dle modelu Schulmanna et al., 2009). Obě modelové domény mají stejnou litologickou strukturu, reprezentující unifikovanou svrchní a střední felzickou kůru, mafickou střední kůru a felzickou spodní kůru.

První model testuje vliv změny amplifikace rozhraní mafické střední a felzické spodní kůry, mocnosti felzické spodní kůry a radiogenní tepelné produktivity felzické spodní kůry na celkový vývoj modelové domény a jednotlivých partií diapirového tělesa a mafické střední kůry. Druhý model se liší pouze variovanými parametry, které představují hustotu mafické střední kůry, hustotu felzické spodní kůry a radiogenní tepelnou produktivitu felzické spodní kůry.

Při průběhu většiny simulací obou modelů, které jsou charakteristické vyššími rychlostmi exhumace a materiálové deformace, lze charakterizovat následující vývoj: 1) iniciální redistribuci felzického materiálu do oblasti budoucího jádra diapirové struktury; 2) iniciální prudké zahřívání spodní kůry; 3) exhumaci felzického materiálu a tvorbu diapirové struktury; 4) zpomalení exhumace a relaminaci felzického materiálu v oblasti unifikované svrchně-střední kůry.

Pro porovnání všech simulací obou modelů byly vytvořeny dvě třídy výstupních modelových parametrů. První typ parametrů kombinuje P-T podmínky v klíčových

oblastech modelové domény a míru a rychlosť presunu materiálového segmentu v týchto oblastech. Druhý typ parametrov charakterizuje doménu z globálneho hľadiska na základe průměrných hodnot teploty a rychlosť deformace v modelové doméně v časovém okamžiku nejvyšší rychlosť deformace. Dalšími globálnymi parametry pak jsou míra a čas přemístění felzického materiálu během jeho exhumace.

Aplikací multivariantní statistiky na výstupní modelové parametry bylo zjištěno, že nejvyšší význam na změnu dynamiky modelu lze přisuzovat variaci mocnosti felzické spodní kůry a hustotnímu kontrastu obou bazálních vrstev. Naopak nejnižší význam lze přisuzovat amplifikaci rozhraní mafické a felzické kůry. Radiogenní tepelná produktivita se ukazuje jako významný faktor, který se však stává sekundárním v kontextu narůstajících hodnot hustotního kontrastu. Váha nárůstu radiogenní tepelné produktivity spočívá v nárůstu teplotně-tlakových diferencí u simulací s variabilní mocností felzické kůry a nárůstu rychlosť exhumace felzického materiálu u simulací s variabilním hustotním kontrastem bazálních korových vrstev.

Klíčová slova

numerický model, diapirizmus, počáteční podmínky, multivariantní statistika

Obsah

1	Úvod	1
2	Matematicko-fyzikální aparát termo-mechanických procesů	3
2.1	Parciální diferenciální rovnice	3
2.1.1	Klasifikace PDR	3
2.1.2	Poissonova a Laplaceova rovnice	5
2.1.3	Okrajové a počáteční podmínky	6
2.2	Fyzikální aplikace PDR	7
2.2.1	Základní tvary rovnice kontinuity	9
2.2.2	Zachování hmotnosti	10
2.2.3	Pohybové rovnice kontinua	11
2.2.4	Navier-Stokesovy rovnice	13
2.2.5	Přenos tepla - zachování energie	17
3	Metoda konečných prvků	23
3.1	Princip metody	23
3.2	Matematický úvod do problematiky FEM	24
3.2.1	Silné řešení PDR	25
3.2.2	Slabé řešení PDR	26
3.2.3	Galerkinova metoda	27
4	Elmer	29
4.1	Přehled možností Elmeru	29
4.1.1	Fyzikální úlohy řešitelné v Elmeru	29
4.1.2	Numerické metody v Elmeru	29
4.1.3	Komponenty Elmeru	30
4.1.4	Pomocné příklady v Elmeru	32
4.1.5	Zdrojový kód Elmeru	33
4.2	Modifikace Elmeru pro účely geofyzikálního modelování	34
4.2.1	Okrajové podmínky – volný povrch	34
4.2.2	Eroze a sedimentace	35
4.2.3	Markery	36
4.2.4	Izostatická kompenzace - flexurální izostáze	36

5 Český masiv a moldanubická oblast	38
5.1 Vývoj Českého masivu	40
5.1.1 Prevariský geodynamický vývoj	40
5.1.2 Variské procesy	41
5.1.3 Post-variský a platformní vývoj	43
5.2 Moldanubická oblast	47
5.2.1 Vymezení a členění MO	47
5.2.2 Litotektonická charakteristika MO	48
5.2.3 Granitoidní magmatismus MO	50
5.2.4 Granularity MO	51
5.2.5 Geofyzikální charakteristika MO	52
5.3 Moderní koncept vývoje Českého masivu a moldanubické oblasti . . .	55
6 Analýza diapirizmu	57
6.1 Numerické modely	58
6.1.1 Nastavení modelů	58
6.1.2 Řídící rovnice	59
6.1.3 Struktura numerického výpočtu	64
6.1.4 Výsledky - model A	65
6.1.5 Výsledky - model B	75
6.1.6 Výstupní modelové parametry modelu A a B	85
6.2 Korelační analýza	90
6.2.1 Matematické pozadí a princip metody	90
6.2.2 Standardizace vícerozměrných dat	92
6.2.3 Zhodnocení korelace modelových parametrů modelu A	94
6.2.4 Diskuze výsledků korelační analýzy modelu A	99
6.2.5 Zhodnocení korelace modelových parametrů modelu B	119
6.2.6 Diskuze výsledků korelační analýzy modelu B	124
6.2.7 Kanonická korelační analýza	145
6.3 Analýza hlavních komponent	147
6.3.1 Stručný matematický princip metody	148
6.3.2 Komparace významu modelových parametrů modelu A	149
6.3.3 Komparace významu modelových parametrů modelu B	158
6.4 Shrnutí výsledků korelační a PCA analýzy	163

7 Závěry a perspektivy	165
8 Literatura	167
9 Přílohy	175

1 Úvod

V současné době je možné pozorovat významné rozšíření aplikací numerických metod v celé šíři geovědních oborů. Za nejkomplexnější numerické studie z oblasti geologie a globální geofyziky mohou být považovány práce, které jsou zaměřeny na regionální geodynamický vývoj litosféry. Při simulacích termo-mechanických procesů, které jsou spjaty s geodynamickými procesy, je velmi důležitým faktorem prvotní analýza daného problému a jeho přesná fyzikální rekonstrukce. Vzhledem k diferenciaci názorů různých autorů na různé aspekty daného problému je pak velmi vhodným přístupem sestavení a porovnání širšího spektra simulací, které je schopno obsáhnout významnou část takto diskutovaného problému. Kritickým faktorem při kompletaci takového výběru simulací je způsob, jakým lze jednotlivé simulace porovnat a zjistit, které počáteční podmínky numerického modelu hrají stejnou roli při evoluci systému a poukázat na ty, jejichž variace hraje podružnou roli. Takto je například možné poukázat na relevanci různých interpretací jedné tektonické události, nebo naopak vyhodnotit význam variací některých aspektů takového tektonického modelu jako sekundární.

Hlavním cílem této práce je porozumět principům a aplikovatelnosti metod multivariantní statistiky při analýze termo-mechanických numerických modelů, na příkladu korového diapirizmu, a hledání způsobu, kterým lze porovnat jednotlivé simulace na základě variace počátečních podmínek (parametrů), které reflekují rozdílné fyzikální situace pro koncepčně podobné modely.

Struktura práce zahrnuje úvodní pojednání o matematicko-fyzikálním aparátu, který popisuje termo-mechanické procesy v kontextu zákonů zachování, a následný stručný úvod do problematiky metody konečných prvků (FEM), která tvoří početní jádro prezentovaných modelů. Dále je uveden popis FEM softwaru, který je využit při konstrukci a řešení cílové úlohy, a stručný úvod do problematiky členění a tektonického vývoje Českého masivu. V závěru této části je pak prezentován tektonický model vývoje Českého masivu během variských procesů dle Schulmanna et al. (2009) a Lexy et al. (2011), jehož část je využita jako předloha pro sestavení numerického modelu korového diapirizmu, modifikovaného podle numerického modelu exhumace HP-HT granulitů moldanubika (Lexa et al., 2011) a komplexnějšího numerického modelu vývoje Českého masivu (Maierová et al., 2012).

V hlavní části práce jsou prezentovány dva numerické modely, které představují dva soubory simulací, popisující vývoj exhumace spodnokorového felzického materiálu pro dva různé soubory variových geometrických a reologických parametrů. Tato část práce obsahuje stručný matematický popis a přímou aplikaci některých metod multivariantní statistiky (korelační analýza, analýza hlavních komponent (PCA)). U korelační analýzy jsou nejprve uvedeny výsledky a následně jejich diskuze, u PCA je uveden přímý rozbor a interpretace výsledků jednotlivých částí metody.

Závěr práce tvoří shrnutí diskutovaných výsledků statistických analýz, uvedení některých problematických oblastí numerického a statistického přístupu a potenciální možnosti dalšího výzkumu.

2 Matematicko-fyzikální aparát termo-mechanických procesů

2.1 Parciální diferenciální rovnice

Většinu interakcí ve fyzikálním prostoru lze popsat pomocí diferenciálních rovnic (dále jen DR) – tj. rovnic, které obsahují neznámé funkce a jejich derivace n-tého stupně. Tento systém tedy popisuje změnu veličiny v definovaném prostoru, respektive popisuje její změnu v závislosti na parametrech daného systému. Pokud lze takový systém zjednodušeně zapsat v implicitním tvaru následovně:

$$F\left(x, y, y', y'', \dots, y^n\right) = 0, \quad (2.1)$$

kde $y = \varphi_{(x)}$ je hledaná funkce, pak se jedná o diferenciální rovnici n-tého stupně. Tento typ rovnice se označuje jako obyčejná diferenciální rovnice n-tého řádu (rovnice jedné proměnné - dále jen ODR). Pokud existuje řešení vzhledem k nejvyšší derivaci, pak lze vyjádřit následující explicitní tvar:

$$y^{(n)} = f\left(x, y, y', y'', \dots, y^{(n-1)}\right) \quad (2.2)$$

Druhým typem diferenciální rovnice je parciální diferenciální rovnice (dále jen PDR) - tedy diferenciální rovnice, která obsahuje funkce více proměnných a jejich parciální derivace. Obecný zápis takového systému může vypadat takto:

$$F\left(x_1, x_2, \dots, x_n, z, \frac{\partial z}{\partial x_n}, \frac{\partial^2 z}{\partial x_1^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x_1 \partial x_2}, \dots, \frac{\partial^2 z}{\partial x_1 \partial x_n}, \frac{\partial^2 z}{\partial x_2^2}, \dots, \frac{\partial^k z}{\partial x_k^n}, \dots\right), \quad (2.3)$$

kde $z(x_1, x_2, \dots, x_n)$ je neznámá funkce více proměnných.

Pokud diferenciální rovnice neobsahuje vyšší mocninu neznámé funkce (a neznámých proměnných vystupujících v dané rovnici), součin derivace a funkce, či součin různých derivací, pak lze hovořit o lineární diferenciální rovnici. V opačném případě lze rovnice označit jako nelineární. Řešením diferenciální rovnice je taková funkce, jež po dosazení do rovnice – včetně svých derivací – danou rovnici splňuje.

2.1.1 Klasifikace PDR

Nejobecněji lze PDR členit na rovnice prvního, druhého a vyššího řádu (řád obecně odpovídá stupni nejvyšší derivace, která je obsažená v DR), přičemž při popisu většiny fyzikálních procesů se lze nejčastěji setkat s principy, které je možné popsat pomocí rovnic prvního a druhého řádu.

Příkladem rovnice prvního řádu je například transportní rovnice, kterou lze obecně vyjádřit jako:

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, t) + a \frac{\partial u}{\partial x}(x, t) = 0, \quad (2.4)$$

kde $u : \mathbb{R} \times (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$.

Dále lze uvažovat lineární rovnici druhého řádu v \mathbb{R}^d (např. Rokyta et al., 2002):

$$\sum_{i,j=1}^d a_{ij}(x) \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} + \sum_{j=1}^d b_j(x) \frac{\partial u}{\partial x_j} + c(x) u = f(x), \quad (2.5)$$

kde platí $a_{ij} = a_{ji}$, a pro každé pevné x je matice $A := (a_{ij}(x))_{i,j=1}^d$ reálná, symetrická - diagonizovatelná. Tedy existují matice Q ortogonální a B diagonální tak, že platí:

$$Q^T A Q = B. \quad (2.6)$$

Dle zákona o setrvačnosti kvadratické formy reprezentující matici A má matice B diagonální prvky pouze z množiny $\{1, -1, 0\}$ tak, že:

$$B = \begin{pmatrix} b_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & b_d \end{pmatrix}. \quad (2.7)$$

Nyní je možné využít transformační matici Q a zavést novou proměnnou z a funkci v následujícím způsobem:

$$z = Qx$$

$$v(z) = v(Qx) = u(z)$$

Následně lze vyjádřit parciální derivace:

$$\frac{\partial u}{\partial x_i} = \sum_{k=1}^d \frac{\partial v}{\partial z_k} q_{ki}, \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} = \sum_{k,h=1}^d \frac{\partial^2 v}{\partial z_k \partial z_h} q_{ki} q_{hj}, \quad (2.9)$$

které po dosazení do rovnice (2.5) vyjádří její tvar takto (Rokyta et al., 2002):

$$\sum_{k,h=1}^d \frac{\partial^2 v}{\partial z_k \partial z_h} \left(\sum_{i,j=1}^d a_{ij} q_{ki} q_{hj} \right) = \sum_{k,h=1}^d \frac{\partial^2 v}{\partial z_k \partial z_h} \delta_{kh} b_k. \quad (2.10)$$

Nyní je zavedeno m pro $\forall b_k > 0$ označující jejich počet a lze rozlišit následující případy vyplývající z rovnice (2.5):

- **Eliptická rovnice** - pokud je $m = d$ a platí, že znaménka všech b_i jsou stejná. Tvar rovnice je:

$$\Delta v + \dots, \sum_{i=1}^d \frac{\partial^2 v}{\partial z_i^2} + \dots \quad (2.11)$$

- **Parabolická rovnice** - pokud je $m = d-1$ a platí, že znaménka všech ostatních b_i jsou stejná a koeficient před $\frac{\partial v}{\partial z_d^2}$ náleží $\mathbb{R} - \{0\}$. Tvar rovnice je:

$$\frac{\partial v}{\partial z_d} = \sum_{i=1}^{d-1} \frac{\partial^2 v}{\partial z_i^2} + \dots \quad (2.12)$$

(pokud platí $m < d$, potom se rovnice označuje jako parabolická v širším slova smyslu)

- **Hyperbolická rovnice** - pokud je $m = d$ a platí, že právě jedno znaménko b_i je 1 (ostatní jsou stejná). Tvar rovnice je:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z_d^2} = \sum_{i=1}^{d-1} \frac{\partial^2 v}{\partial z_i^2} + \dots \quad (2.13)$$

- **Ultrahyperbolická rovnice** - pokud platí $m = d$ a pokud alespoň 2 $b_i > 0$ a 2 $b_i < 0$.

2.1.2 Poissonova a Laplaceova rovnice

Lze definovat dva speciální typy rovnic, které popisují systém, který je časově invariantní. Takový systém popisuje tzv. Laplace-Poissonova rovnice, která může být definována takto (např. Rokyta et al., 2002):

$$-\Delta u = f \quad (2.14)$$

v Ω

kde platí, že Ω je oblast v \mathbb{R}^d , $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$. Pokud je tedy rovnice přímo ve tvaru (2.14), pak hovoříme o Poissonově rovnici. Je-li $f \equiv 0$ v Ω , pak rovnice přechází na tvar:

$$-\Delta u = 0, \quad (2.15)$$

který se označuje jako Laplaceova rovnice.

Úvahy o Laplace-Poissonově rovnici jsou důležité, neboť její aplikace při řešení úloh z oblasti stacionárního vedení tepla je i součástí modelů, ze kterých vychází část této práce.

2.1.3 Okrajové a počáteční podmínky

Při řešení různých fyzikálních úloh a jejich matematickém modelování nelze vystačit pouze se samotnými rovnicemi popisujícími časoprostorové závislosti a chování systému, avšak je nutné také definovat hranice daného systému - v čase i prostoru - a tedy vymezit speciální případy a platnosti užitých rovnic právě pro tato rozhraní tak, aby bylo dosaženo jednoznačného řešení. Zatímco pro stacionární rovnice jsou vyžadovány pouze okrajové podmínky, pro rovnice evoluční je pak třeba znát i počáteční podmínky.

U stacionárních rovnic okrajové podmínky spolu se samotnou rovnicí tvoří *okrajovou úlohu*. Jako příklad lze uvést následující zápis Dirichletovy homogenní okrajové úlohy pro Laplaceovu rovnici na jednotkovém kruhu se středem v počátku (např. Drábek, Holubová, 2011):

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0, & (x, y) \in B(0, 1) = (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1 \\ u(x, y) = 0, & (x, y) \in \partial B(0, 1) = (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1 \end{cases}, \quad (2.16)$$

Kde $u_x = \frac{\partial u}{\partial x}$. Obecně je pak možné rozlišit tři základní typy okrajových podmínek pro omezenou oblast Ω v \mathbb{R}^3 :

- *Dirichletova* okrajová podmínka

$$u(x, y, z) = g(x, y, z), \quad (x, y, z) \in \partial\Omega \quad (2.17)$$

- *Neumannova* okrajová podmínka

$$\frac{\partial u}{\partial n}(x, y, z) = g(x, y, z), \quad (x, y, z) \in \partial\Omega \quad (2.18)$$

- *Newtonova (Robinova)* okrajová podmínka

$$A \frac{\partial u}{\partial n}(x, y, z) + Bu(x, y, z) = g(x, y, z), \quad (x, y, z) \in \partial\Omega \quad (2.19)$$

Zde $\frac{\partial u}{\partial n}$ představuje derivaci podle vnější normály k hranici oblasti Ω ; A, B jsou konstanty, pro které platí, že $A^2 + B^2 \neq 0$. Okrajové podmínky lze rozlišit na homogenní a nehomogenní, a to v závislosti na tom, zda-li $g \equiv 0$ / $g \not\equiv 0$. Pro $\partial\Omega$ je taktéž možné stanovit kombinaci různých okrajových podmínek - smíšená úloha s různými okrajovými podmínkami.

U evolučních rovnic je nutné mimo okrajových podmínek dále definovat i počáteční podmínky, což vyplývá z přítomnosti členu obsahujícího časovou derivaci, a následně tak určit *počátečně-okrajovou úlohu*. Takový systém může být zapsán - například pro popis pohybu struny - v následujícím tvaru (např. Drábek, Holubová, 2011):

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx}, & t \in (0, \infty), x \in (0, 1), \\ u(0, t) = u(1, t) = 0, & t \in (0, \infty), \\ u(x, 0) = \varphi(x), u_t(x, 0) = \psi(x), & x \in (0, 1), \end{cases} \quad (2.20)$$

který tvoří počátečně-okrajovou úlohu pro hyperbolickou (vlnovou) rovnici. V tomto systému tedy vystupují Dirichletovy homogenní okrajové podmínky. Funkce ψ zde předepisuje počáteční rychlosť struny v bodě x a funkce φ vyjadřuje její počáteční výchylku. Pro hledání klasického řešení je nutné, aby φ, ψ, u byly spojité funkce a platily podmínky kompatibility:

$$\varphi(0) = \varphi(1) = 0. \quad (2.21)$$

2.2 Fyzikální aplikace PDR

V předchozí kapitole byl uveden stručný matematický úvod do problematiky ODR a PDR, na jehož začátku byla naznačena obecnost konceptu těchto rovnic vzhledem k n-té prostorové dimenzi. V klasické fyzice lze vystačit s popisem jevů v systému se třemi prostorovými a jednou časovou dimenzí (V této práci není třeba vycházet z konceptu kvantové, nebo relativistické fyziky, neboť sféra zájmu je na úrovni geologických měřítek.). Dále byly uvedeny typy rovnic, které vyplývají ze specifikace pro nižší řád PDR (1. řád, 2. řád), a které popisují většinu fyzikálních procesů, jež jsou předmětem této práce. V této kapitole bude pojednáno o jednotlivých fyzikálních rovnicích, které tvoří ústřední problematiku modelování v geofyzice, především se zaměřením na geodynamické procesy.

Jednou ze základních tezí fyziky je princip *zákonů zachování*. Zákon zachování pak označuje fakt, že daná veličina izolovaného fyzikálního systému je výsledně invariantní vůči jeho evoluci, ačkoliv lokálně k jejím variacím může docházet (tzn. v systému nedochází např. ke ztrátám energie, nebo hmoty). Lze vyčlenit následující zákony zachování:

- **Zákon zachování hmotnosti** (platnost pouze u nerelativistických rychlostí)

- **Zákon zachování hybnosti**
- Zákon zachování momentu hybnosti
- **Zákon zachování energie**
- Zákon zachování elektrického náboje
- Zákon zachování symetrie
- Zákon zachování barevného náboje (kvarky - částicová fyzika)
- Zákony zachování veličin základních interakcí (jaderná a subjaderná fyzika)

Zde je jádro principu zachování popsáno pomocí rovnice kontinuity (PDR 1. rádu přecházející na rovnici 2. rádu při popisu např. tokových veličin - obj. hustota toku, hustota toku pravděpodobnosti, apod.), kterou lze vyjádřit pro vybrané aplikace například takto:

- ***Hmotnost tekutiny***

$$\nabla \cdot (\rho_{tek.} v) + \frac{\partial \rho_{tek.}}{\partial t} = 0 \quad (2.22)$$

- ***Hybnost tekutiny***

$$\nabla \cdot (\rho_{tek.} v_i v) + \frac{\partial}{\partial t} (\rho_{tek.} v_i) + F_i = 0 \quad (2.23)$$

- ***Elektrický náboj***

$$\nabla \cdot j + \frac{\partial \rho_{el.}}{\partial t} = 0 \quad (2.24)$$

- ***Energie elektromagnetického pole***

$$\nabla \cdot S + \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{j \cdot j}{\sigma} = E \cdot j \quad (2.25)$$

- ***Hybnost elektromagnetického pole***

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial S}{\partial t} + \operatorname{div}(\sigma) = -f \quad (2.26)$$

- ***Pravděpodobnost výskytu částice***

$$\frac{\hbar}{2mi} \nabla \cdot (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) + \frac{\partial |\psi|^2}{\partial t} = 0 \quad (2.27)$$

kde ρ_{tek} značí hustotu tekutiny, ρ_{el} hustotu elektrického náboje, j plošnou hustotu elektrického proudu, $u = (E \cdot D + B \cdot H)/2$ hustoru energie elektromagnetického pole, S Poyntingův vektor (neboli $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$), f hustotu síly, σ Maxwellův tenzor a ψ vlnovou funkci.

Výše **zvýrazněné** případy jsou pak aplikovány při geofyzikálním modelování (simulacích termálně-kinematických procesů, bez uvažování vlivu elektromagnetických polí, zejména v Zemské kůře), kde při simulaci geodynamických procesů lze obecně vystačit s rovnicí kontinuity pro zachování *hybnosti*, *hmotnosti* a *energie*.

Výchozí matematickou formulací sloužící k odvození rovnice zachování je *Gaussova věta* (např. Brdička, 2011), kterou lze vyjádřit v následujícím tvaru:

$$\oint_{\varepsilon} A \cdot dS = \int_V (\nabla \cdot A) dV, \quad (2.28)$$

nebo:

$$\iint_{\partial\Omega} \Phi \bar{n} dS = \iiint_{\Omega} \operatorname{div} \Phi dV, \quad (2.29)$$

který popisuje stav, kdy tok A přes hranici prostoru Ω je roven součtu zřídel a propadů v daném prostoru (neboli $\operatorname{div} A$).

2.2.1 Základní tvary rovnice kontinuity

Při popisu principu zachování jsou východiskem dva základní tvary rovnice kontinuity, které vycházejí z předpokladu, že:

a) *interní systém je vůči externímu referenčnímu systému imobilní - tvar odpovídá zápisu* (např. Gerya, 2010):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0, \quad (2.30)$$

který se označuje jako *Eulerův* tvar rovnice kontinuity (v jedné dimenzi), kde $\frac{\partial}{\partial t}$ vyjadřuje Eulerovu časovou derivaci a ρ značí veličinu která se zachovává.

b) *interní systém je vůči externímu referenčnímu systému mobilní - tvar odpovídá zápisu* (např. Gerya, 2010):

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot (\vec{v}) = 0, \quad (2.31)$$

který se nazývá *Lagrangeův* tvar rovnice kontinuity (v jedné dimenzi), kde $\frac{D}{Dt}$ představuje Lagrangeovu časovou derivaci. Tu je možné vyjádřit následujícím způsobem:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x}, \quad (2.32)$$

neboli:

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + v \cdot \nabla \rho. \quad (2.33)$$

Tento tvar bývá také nazýván konvektivní derivace, Lagrangeova, nebo materiálová derivace a je východiskem pro odvození například *Fourier-Kirchhoffovy* rovnice pro popis šíření tepla. Lagrangeova derivace vychází z konceptu užití Eulerových souřadnic při popisu systému, avšak při jeho pohybu vůči referenční soustavě ($\rho(x, t)$). Proto například pohybové rovnice v Eulerově popisu využívají tvar rovnice (2.33), zatímco Lagrangeův tvar pohybových rovnic obsahuje pouze parciální derivaci rychlosti dle času. (Pozn.: Podrobnější pojednání o Lagrangeově formalismu je možné vyhledat v Langerový a Podolským (2011).)

2.2.2 Zachování hmotnosti

Pro následující sekce, pojednávající o zachování hybnosti v podobě *Navier-Stokesových rovnic*, je důležité vyjádřit princip zachování hmotnosti a pohybové rovnice. V této kapitole bude tedy nastíněno odvození a princip zákona zachování hmotnosti v podobě rovnice (2.30).

Pro libovolné těleso $M \subset \Omega_t$ (kde Ω_t označuje oblast závislou na čase) platí, že:

$$m(M, t) = \int_M \rho(x, t) dx, \quad (2.34)$$

kde m je hmotnost a ρ představuje hustotu. Položením $M = K(x, r)$, kde $K(x, r)$ je koule se středem x a poloměrem r , lze vyjádřit m v různých časech t , tedy:

$$t \dots m_1 = \int_{K(x, r)} \rho(\xi, t) d\xi, \quad (2.35)$$

$$t + \delta t \dots m_2 = \int_{K(x, r)} \rho(\xi, t + \delta t) d\xi, \quad (2.36)$$

a zároveň vyjádřit tok (průchozí množství) přes povrch dané koule za čas τ :

$$m_3 = \int_t^{t+\delta t} \left(\int_{\partial K} \rho(\xi, \tau) v_i(\xi, \tau) \nu_i(\xi) dS \right) d\tau \quad (2.37)$$

kde $d\tau$ je element času mezi t a $t + \delta t$, dS je element povrchu koule, ∂K je hranice koule, v je rychlosť a ν označuje vnější jednotkovou normálu k povrchu dané koule. Nyní je možné vyjádřit bilanční rovnici ve formě:

$$m_2 - m_1 + m_3 = 0 \quad (2.38)$$

a na rovnici (2.37) (m_3) aplikovat Gaussovou větu (2.29). Bilanční rovnice přejde na tvar:

$$\int_{K(x,r)} (\rho(\xi, t + \delta t) - \rho(\xi, t)) d\xi + \int_t^{t+\delta t} \left(\int_{K(x,r)} \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho(\xi, \tau) v_i(\xi, \tau)) d\xi \right) d\tau = 0, \quad (2.39)$$

na který je, po vydělení δt , aplikována operace $\lim_{\delta t \rightarrow 0}$:

$$\lim_{\delta t \rightarrow 0} \left[\underbrace{\int_{K(x,r)} \frac{(\rho(\xi, t + \delta t) - \rho(\xi, t))}{\delta t} d\xi}_{\text{definice derivace}} + \underbrace{\frac{1}{\delta t} \int_t^{t+\delta t} \left(\int_{K(x,r)} \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho(\xi, \tau) v_i(\xi, \tau)) d\xi \right) d\tau}_{\text{věta o střední hodnotě}} \right] \quad (2.40)$$

a rovnice tedy po aplikaci věty o střední hodnotě a s přihlédnutím k definici derivace (např. Kopáček, 2004) přejde na tvar:

$$\int_{K(x,r)} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t}(\xi, t) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho(\xi, t) v_i(\xi, t)) \right] d\xi = 0, \quad (2.41)$$

ze kterého lze (po provedení úvahy: Platí-li $\int_{K(x,r)} f(\xi) d\xi = 0$, pro $\forall r > 0$, pak za předpokladu spojitosti funkce f vyplývá $f(x) = 0$.) vyjádřit rovnici kontinuity pro zachování hmotnosti v Eulerově tvaru:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}(x, t) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho(x, t) v_i(x, t)) = 0, \quad (2.42)$$

což odpovídá rovnici (2.30).

2.2.3 Pohybové rovnice kontinua

Pro odvození ekvivalentu principu zachování hybnosti v podobě Navier-Stokesových rovnic byla v předchozí kapitole vyjádřena rovnice kontinuity pro zachování hmotnosti. Dalším krokem je matematicky formulovat samotný princip pohybu kontinua (zachování hybnosti). Pohyb je vyvolán působící silou - napětím - vůči danému systému a ten následně podléhá deformaci ve smyslu translace a přetvoření.

Prvním krokem k vyjádření pohybových rovnic je definice podmínek rovnováhy. Tedy uvažuje se stav, kdy systém po přechodu z přirozeného do deformovaného stavu již nadále nepodléhá změnám a dojde k vyrovnání mezi působícími silami a vnitřními napětími - respektive, výslednice působících sil a jejich momentů je rovna nule. Tento stav lze vyjádřit následující relací v integrálním tvaru:

$$\iint_S \mathbf{T}^{(\nu)} dS + \iiint_V \mathbf{F} dV = 0, \quad (2.43)$$

$$\iint_S (\mathbf{y} \times \mathbf{T}^{(\nu)}) dS + \iiint_V (\mathbf{y} \times \mathbf{F}) dV = 0, \quad (2.44)$$

kde $\mathbf{T}^{(\nu)}$ je vektor napětí v bodě systému, \mathbf{F} je objemová síla pro každý bod systému a \mathbf{y} je polohový vektor uvažovaného bodu systému. Rovnice (2.43) vyjadřuje nulovou výslednici sil a rovnice (2.44) nulový moment sil.

Nyní lze pro popis systému, který je v pohybu, využít *d'Alambertova principu*. Tedy jsou připojeny setrvačné sily k rovnicím vyjadřujícím podmínky rovnováhy (Novotný, 1976):

$$\underbrace{\iint_S \mathbf{T}^{(\nu)} dS}_{\text{plošné sily}} + \underbrace{\iiint_V \mathbf{F} dV}_{\text{objemové sily}} = \underbrace{\frac{d}{dt} \iiint_V (\rho v) dV}_{\text{inerciální sily}}, \quad (2.45)$$

$$\iint_S (\mathbf{y} \times \mathbf{T}^{(\nu)}) dS + \iiint_V (\mathbf{y} \times \mathbf{F}) dV = \frac{d}{dt} \iiint_V (\mathbf{y} \times \rho \mathbf{v}) dV. \quad (2.46)$$

Výše uvedené rovnice jsou tedy pohybové rovnice v Eulerových souřadnicích v integrálním tvaru.

Diferenciální tvar pohybových rovnic je pak možné odvodit tak, že je vyjádřena pravá strana rovnice (2.45) jako vektor inerciálních sil:

$$F^I(M, t) = - \int_M \rho(x, t) \vec{a}(x, t) dx, \quad (2.47)$$

neboli

$$F^I(M, t) = - \int_M \rho(x, t) \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}(x, t) + v_i(x, t) \frac{\partial \vec{v}}{\partial x_i}(x, t) \right) dx, \quad (2.48)$$

kde $\vec{a} = \frac{D\vec{v}}{Dt}(x, t)$. Po dosazení za jednotlivé složky rovnice (2.45) pak lze zapsat vyjádření d'Alambertova principu ve tvaru:

$$\begin{aligned} \int_{\partial K} \tau_{ij}(\xi, t) \nu_j(\xi) dS + \int_{K(x,r)} f_i^V(\xi, t) d\xi = \\ = \int_{K(x,r)} \rho(\xi, t) \left(\frac{\partial v_i}{\partial t}(\xi, t) + v_j(\xi, t) \frac{\partial v_i}{\partial x_j}(\xi, t) \right) d\xi, \end{aligned} \quad (2.49)$$

kde první člen odpovídá relaci:

$$T^{(\nu)} = \tau_{ij} \nu_j, \quad (2.50)$$

označované jako *Cauchyho zákon* (podrobněji např. Novotný, 1976). Zde τ_{ij} představuje tenzor napětí, ν_j normálu k ploše j kolmé na směr složky napěťového tenzoru a $f_i^V = (0, 0, -\rho g)$. Nyní lze aplikovat Gaussovou větu na první člen rovnice (2.49) a přejít tak na tvar:

$$\int_{K(x,r)} \left[-\rho(\xi, t) \left(\frac{\partial v_i}{\partial t}(\xi, t) + v_j(\xi, t) \frac{\partial v_i}{\partial x_j}(\xi, t) \right) + f_i^V(\xi, t) + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}(\xi, t) \right] d\xi = 0, \quad (2.51)$$

který je po integraci možné vyjádřit jako Eulerovu pohybovou rovnici v diferenciálním tvaru:

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}(x, t) + f_i^V(x, t) = \rho(x, t) \left(\frac{\partial v_i}{\partial t}(x, t) + v_j(x, t) \frac{\partial v_i}{\partial x_j}(x, t) \right). \quad (2.52)$$

Lagrangeův tvar pak lze zapsat takto:

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + f_i^V = \rho \frac{\partial v_i}{\partial t}. \quad (2.53)$$

kde v_i je Lagrangeův popis proudového pole.

2.2.4 Navier-Stokesovy rovnice

Dle výše odvozeného principu zachování hmotnosti a hybnosti lze nyní odvodit klíčovou rovnici mechaniky tekutin, která bývá aplikována v řadě geodynamických modelů popisujících transport materiálu v cílové doméně (což představuje alternativu k aplikaci Fourier-Kirchhoffovy rovnice vyjadřující přenos tepla se zahrnutím

advekčního členu). Navier-Stokesovy rovnice popisují pohyb systému, který reprezentuje Newtonovskou kapalinu a jsou odvozeny z obecnějšího konceptu zvaného *Cauchyho pohybová rovnice kapaliny*.

Rovnici odvodili v letech 1827 Claude Louis Marie Henrie Navier a 1845 George Gabriel Stokes a to nezávisle na sobě. Stokesovu odvození se také říká model lineárně viskózní tekutiny. Jedná se však o stejnou rovnici (systém PDR) jako v případě Naviérova odvození. Tento systém nelineárních PDR pak lze vyjádřit obecně následujícím způsobem (např. Pokorný, 2011):

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u - \nu \Delta u + \nabla p = f \\ \operatorname{div} u = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} (0, T) \times \Omega \\ (0, T) \times \Omega \end{array} \equiv Q_T, \quad \Omega \subset \mathbb{R}^N, N \geq 2, \quad (2.54)$$

kde se hledá:

$$\begin{aligned} u &: (0, T) \times \overline{\Omega} \rightarrow \mathbb{R}^N \\ p &: (0, T) \times \overline{\Omega} \rightarrow \mathbb{R}. \end{aligned} \quad (2.55)$$

V této matematicky obecné formulaci je nutno nadále ještě obecně vyjádřit okrajové podmínky a to ve tvaru $u(0, x) = u_0(x)$ pro rychlosť a $u = 0$ na $(0, T) \times \partial\Omega$ pro okraj systému.

K odvození systému N-S rovnic lze přistupovat několika způsoby. Vzhledem k předchozím úvahám spojeným s odvozením pohybových rovnic kontinua bude v této kapitole dále uvedeno odvození N-S rovnic pomocí Eulerovy pohybové rovnice. Odvození pak lze vyjádřit v těchto parciálních modifikacích pohybové rovnice:

- Vyjádření Newtonova pohybového zákona jako definice viskozity ($\tau = \eta \frac{\partial v_1}{\partial x_2}$).
- Zobecnění Newtonova pohybového zákona ($\tau_{ij} = C_{ijrs} \frac{\partial v_i}{\partial x_s}$).
- Aplikace Newtonova zákona pro nestlačitelnou kapalinu ($\operatorname{div} v = 0$).

Dle výše uvedeného je tedy patrné, že úvaha o odvození N-S rovnic bude vycházet z aplikace schématu, formálně podobnému *zobecněnému Hookovu zákonu* pro homogenní izotropní prostředí, při využití Newtonova pohybového zákona (Brdička, 2005). Oba vztahy lze vyjádřit následovně:

$$\tau_{ij} = \underbrace{\lambda \vartheta \delta_{ij}}_{\lambda e_I \delta_{ij}} + \underbrace{\eta \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)}_{2\mu e_{ij}}, \quad (2.56)$$

kde τ_{ij} reprezentuje tenzor napětí, $\frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$ je tenzor rychlosti deformace,

$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ představuje tenzor malých deformací, e_I je první invariant tenzoru malých deformací (neboli $\frac{\partial u_i}{\partial x_i}$), $\vartheta = \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = \text{div } v$, η je první viskozita (dynamická viskozita), λ je druhá viskozita a - v rovnici - „ekvivalent“ prvního Laméova koeficientu a μ je druhý Laméův koeficient.

Nyní je třeba vyjádřit rovnici (2.56) tak, aby byla splněna i pro ideální tekutinu. Lze tedy aplikovat vztah:

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij}, \quad (2.57)$$

kde p je tlak, který - prostřednictvím vyjádření tenzoru napětí pro ideální tekutinu (tekutina je v klidu a nepůsobí smyková napětí) - popisuje rovnováhu tekutin (Brdička, 2005). Tento vztah je důležitý jakožto jeden z pilířů odvození N-S rovnic. Rovnice rovnováhy tekutin je odvozena podobně jako podmínka rovnováhy v diferenciálním tvaru, tedy rovnice (2.53) s nulovou pravou stranou. Takto lze vyjádřit stav, kdy síly působící na libovolný kontrolní objem M jsou v rovnováze, tj. součet objemových a plošných sil je nulový:

$$\int_M f_i^V + \int_{\partial M} f_i^S dS = 0, \quad (2.58)$$

kde podle Cauchyova zákona platí:

$$f_i^S(x, t, \mu) = \tau_{ij}(x, t)\nu_j(x), \quad (2.59)$$

a tedy:

$$\int_M f_i^V + \int_{\partial M} \tau_{ij}\nu_j dS = 0, \quad (2.60)$$

dle Gaussovy věty:

$$\int_M (f_i^V + \frac{\tau_{ij}}{\partial x_j}) = 0, \quad (2.61)$$

a protože M byl libovolný objem, platí:

$$f_i^V(x, t) + \frac{\tau_{ij}}{\partial x_j}(x, t) = 0, \quad (2.62)$$

pro $\forall(x, t)$ a $i = 1, 2, 3$. Dosazením z rovnice (2.57) pak lze vyjádřit rovnici:

$$-\frac{\partial p}{\partial x_i} + F_i = 0, \quad (2.63)$$

kde $F_i = f_i^V$ a totální diferenciál tlaku takto:

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x_i} dx_i = F_i dx_i. \quad (2.64)$$

(Pozn.: Obecně je však možné napsat rovnici rovnováhy i pro stlačitelnou kapalinu, kde ρ závisí na stavu kontinua.) Vnější síly mohou být také vztaženy na jednotku hmotnosti (značeno G_i) a nikoliv na jednotku objemu. Tvar této rovnice je pak následující:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + G_i = 0, \quad (2.65)$$

kde $F_i = \rho \cdot G_i$.

Spojením obou úvah (vyjádření tenzoru napětí pro Newtonovskou kapalinu / vyjádření rovnice rovnováhy tekutin) lze vyjádřit tenzor napětí komplexně s užitím vztahu pro ideální kapalinu takto:

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + \lambda\vartheta\delta_{ij} + \eta \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), \quad (2.66)$$

a po jeho doszení do rovnice (2.52) pak napsat rovnici v následujícím tvaru:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \underbrace{G_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i}}_{\text{rovnice (2.60)}} + \underbrace{\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial x_i}}_{*1} + \underbrace{\eta \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right)}_{*2} + \underbrace{\eta \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)}_{*3}, \quad (2.67)$$

kde:

$$*1 : \vartheta = \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \Rightarrow \lambda \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right), \quad (2.68)$$

$$*2 : \eta \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) = \eta \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} = \eta \Delta v_i, \quad (2.69)$$

$$*3 : \eta \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) = \eta \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right) = \eta \frac{\partial \vartheta}{\partial x_i}. \quad (2.70)$$

Rovnice tedy po úpravě přejde na tvar:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = G_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + (\lambda + \eta) \frac{\partial \theta}{\partial x_i} + \eta \Delta v_i, \quad (2.71)$$

a po aplikaci $\nabla \cdot v = 0$ (dle rovnice (2.22) nebo (2.30) pro nestlačitelnou kapalinu) ji lze vyjádřit jako:

$$\rho \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) = -\nabla p + \eta \Delta v_i + f_i, \quad (2.72)$$

neboli finální tvar označovaný jako Navier-Stokesova rovnice pro nestlačitelnou kapalinu. Zde si lze povšimnout faktu, že po aplikaci relace $\operatorname{div} v = 0$ z rovnice vymizí člen obsahující druhou viskozitu, kterou lze definovat jako odpor vůči změně objemu.

2.2.5 Přenos tepla - zachování energie

Dalším velmi důležitým zákonem zachování je zachování energie. Jádrem tohoto fyzikálního principu je opět PDR parabolického typu a podobně jako v případě odvození pohybových a N-S rovnic lze rozložit systém mobilní a fixní ve vztahu k referenční soustavě. Dle definice vzájemného vztahu obou soustav pak lze vyjádřit buď Fourier-Kirchhoffovu rovnici pro přenos tepla (jako ekvivalent N-S rovnice), a nebo vyjádřit pouze vztah popisující šíření tepla kondukcí. V této kapitole budou dále uvedeny oba přístupy k popisu šíření tepla.

Vedení tepla

V geodynamice je stěžejním faktorem ovlivňujícím dynamiku systému princip šíření a distribuce tepla. Vedení tepla (kondukce) je jedním ze tří základních mechanizmů přenosu tepla. Tento mechanizmus je řízen rozdílem kinetické energie dvou oblastí prostoru – tedy dochází k jevu, kdy částice látky, které mají vyšší kinetickou energii, tuto energii předávají prostřednictvím srážek látce, jejíž částice vykazují nižší kinetickou energii. Tento proces je dán kmitem částic kolem své rovnovážné polohy a nedochází tedy přímo k trvalé změně polohy jednotlivých částic. Kondukce je oproti konvekci a radiaci nejběžnějším mechanizmem přenosu tepla v pevných tělesech. Částečně ke kondukci dochází také v plynech a kapalinách, zde je však dominantním mechanizmem konvekce.

Rychlosť přenosu tepla je řízena parametrem, který se nazývá tepelná vodivost. Tepelná vodivost charakterizuje schopnost materiálu vést teplo – neboli určuje rychlosť, se kterou se teplo šíří z chladnějších do teplejších oblastí tělesa. Na základě tohoto parametru lze definovat i součinitel tepelné vodivosti, dle kterého je možné dělit látky na tepelné vodiče a tepelné izolanty. Tepelné vodiče jsou látky charakterizované vysokými hodnotami součinitele vodivosti, v nichž je patrná vysoká rychlosť vedení tepla. Pro tepelné izolanty platí analogicky opak.

Vedení tepla lze dále rozdělit na stacionární vedení tepla, při kterém se teplotní rozdíl mezi jednotlivými oblastmi tělesa v čase nemění, a na nestacionární vedení tepla, které lze vyjádřit jako změnu rozdílu v teplotě jednotlivých segmentů (oblastí) tělesa.

Prvním důležitým vztahem v úvaze o principu vedení tepla je *Fourierův zákon*. Tento vztah vyjadřuje fakt, že vektor hustoty tepelného toku q v materiálu je úměrný tepelné vodivosti a záporně vzatému gradientu teploty. Hustota tepelného toku je tedy množství energie (teplné množství), které projde jednotkovou oblastí za jednotku času (Fourier, 1955). Závislost lze zapsat následujícím vztahem pro hustotu tepelného toku ve směru x :

$$q_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (2.73)$$

kde ∇T vyjadřuje teplotní gradient a λ je součinitel tepelné vodivosti (konduktivita). Fourierův zákon lze odvodit tak, že - po vyjádření tepelného množství (např. Ilkovič, 1959):

$$Q = \int_{T1}^{T2} C dT = m \int_{T1}^{T2} c dT, \quad (2.74)$$

neboli

$$Q = mc\Delta T \quad (2.75)$$

kde $C = \frac{dQ}{dT}$ je tepelná kapacita, $c = \frac{C}{m}$ je specifické teplo a m je hmotnost - je zavedeno tepelné množství prošlé plochou za jednotku času, tedy:

$$Q = \lambda S \frac{\Delta T}{l} t, \quad (2.76)$$

kde S je plocha, t je čas a l je mocnost domény. Pokud je dále $\frac{Q}{St}$, pak lze, po operaci $\lim_{l \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta T}{l} \right)$ pro $l \in x, y, z$, psát (2.73). Pro n-vrstevný systém o různé konduktivitě λ_q a mocnosti l_q pro q -tou vrstvu je, za ustáleného stavu, ve všech vrstvách stejná hustota tepelného toku, což je vyjádřeno následujícím vztahem:

$$\begin{aligned} q &= \frac{\lambda_1}{l_1} (t_1 - t_2) = \frac{\lambda_2}{l_2} (t_2 - t_3) = \dots = \frac{\lambda_n}{l_n} (t_n - t_{n+1}) \\ t_1 - t_{n+1} &= (t_1 - t_2) + (t_2 - t_3) + \dots + (t_n - t_{n+1}) = q \frac{l_1}{\lambda_1} + q \frac{l_2}{\lambda_2} + \dots + q \frac{l_n}{\lambda_n} = q \sum_{k=1}^n \frac{l_k}{\lambda_k} \\ q &= \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum_{k=1}^n \frac{l_k}{\lambda_k}}, \end{aligned} \quad (2.77)$$

kde $\frac{l_k}{\lambda_k}$ je měrný tepelný odpor vrstvy.

Po vyjádření Fourierova zákona je nyní možné formulovat rovnici vedení tepla pomocí úvahy o totálním diferenciálu tepla (Fyzikálně i matematicky přesněji vzato, není zcela jisté, zda je možné v dané situaci teplo považovat za totální diferenciál, nebo jen parciální diferenciál. Parciální diferenciál tepla lze převést na totální diferenciál tak, že je vynásoben integračním faktorem - toto tvrzení je možné považovat za součást *druhého zákona termodynamiky*. V případě tepla je tímto integračním faktorem reciproká teplota ($1/T$).). Východiskem odvození rovnice vedení tepla jsou tedy rovnice (2.73) a (2.75). Rovnici (2.73) lze zjednodušeně transformovat v následující tvar:

$$\begin{aligned} Q &= qSt \\ dQ &= q \, dx \, dy \, dt \\ dQ_z &= q_z \underbrace{dx \, dy}_{dS} \, dt, \end{aligned} \tag{2.78}$$

který vyjadřuje přírůstek ve směru osy z . Nyní lze pomocí totálního diferenciálu (Kopáček, 2007) tepla vyjádřit následující relaci:

$$\begin{aligned} dQ_z &= \frac{\partial Q_z}{\partial z} dz \\ dQ_z &= \frac{\partial q_z}{\partial z} \underbrace{dx \, dy \, dz}_{dV} \, dt. \end{aligned} \tag{2.79}$$

Po dosazení za q_z a porovnání s rovnicí (2.75) je možné nyní zapsat vztah:

$$cm\Delta T = -\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} dV dt, \tag{2.80}$$

odkud, po drobných úpravách, plyne výsledná rovnice:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \tag{2.81}$$

kterou je, s přihlédnutím ke členu reprezentujícímu termální produktivitu, možné zapsat jako:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + H, \tag{2.82}$$

kde $\kappa = \frac{\lambda}{\rho c}$ je součinitel teplotní vodivosti (teplná difuzivita), ρ je objemová hustota, c je tepelná kapacita a H reprezentuje člen vyjadřující termální produktivitu.

Rovnice (2.82) tedy představuje parabolickou diferenciální rovnici, která popisuje tepelnou kondukci v systému. Dle úvah uvedených v kapitole (2.1.2) je možné rozlišit dva možné způsoby chování systému - respektive přejít k deskripcii systému, ve kterém dochází, nebo nedochází k časové změně procesu šíření tepla. Oba procesy se pak rozlišují jako nestacionární a stacionární vedení tepla. První případ je již popsán komplexním tvarem rovnice (2.82), zatímco pro vyjádření stacionárního vedení tepla platí $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$ a rovnice přejde buď na tvar:

$$\Delta T = -\frac{H}{\lambda}, \quad (2.83)$$

a (s prostorově závislou konduktivitu):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_{(x)} \frac{\partial T}{\partial x} \right) = -\frac{H}{\lambda} \quad (2.84)$$

který se nazývá Poissonova rovnice, a nebo při $H = 0$ na tvar:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_{(x)} \frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0 \quad (2.85)$$

označovaný jako Laplaceova rovnice.

Fourier-Kirchhoffova rovnice

Princip šíření tepla v systému je možné též popsat pomocí Lagrangeových souřadnic (Gerya, 2010). Tato sekce se tedy věnuje stručnému odvození Fourier-Kirchhoffovy rovnice, která je - formálním schématem - blízká Navier-Stokesovu systému rovnic.

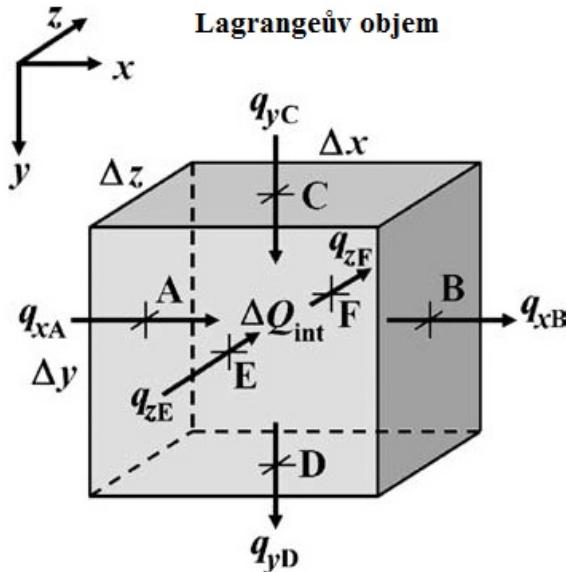
S využitím Lagrangeova elementárního objemu (reprezentován kvádrem $\Delta x \Delta y \Delta z$) je tedy možné vyjádřit hustotu tepelného toku vztaženu k jednotlivým hraničním plochám tohoto objemu (tok procházející normálovou rovinou k ose x y a z ; viz obr.1). Počáteční teplotu objemu reprezentuje parametr T_0 , časovou změnu mezi T_0 a T_1 vyjadřuje ΔT , a průniky os v uvažovaných směrech se stěnami kvádru reprezentují koeficienty A – F (A,C,E jsou oblastmi vstupu a B,D,F oblastmi výstupu tepla do systému). Dále uvažujeme i vnitřní zdroj tepla Q_{int} . Pro vyjádření množství tepla nutného ke změně teploty z T_0 na T_1 lze tedy psát:

$$\Delta Q = \Delta Q_{int} + \Delta Q_A - \Delta Q_B + \Delta Q_C - \Delta Q_D + \Delta Q_E - \Delta Q_F, \quad (2.86)$$

kde ΔQ odpovídá vztahu (2.75) pro $\Delta T = (T_1 - T_0)$ a ΔQ_{A-F} představuje tepelné

množství, které projde přes stěnu kvádru za čas Δt , a lze ho pro jednotlivé koeficienty vyjádřit pomocí tepelných toků (obr.1) takto:

$$\begin{aligned}\Delta Q_A &= q_{xA} \Delta y \Delta z \Delta t \\ \Delta Q_B &= q_{xB} \Delta y \Delta z \Delta t \\ \Delta Q_C &= q_{xC} \Delta x \Delta z \Delta t \\ \Delta Q_D &= q_{xD} \Delta x \Delta z \Delta t \\ \Delta Q_E &= q_{xE} \Delta x \Delta y \Delta t \\ \Delta Q_F &= q_{xF} \Delta x \Delta y \Delta t\end{aligned}\quad (2.87)$$



Obr. 1: Lagrangeův elementární objem. Jednotlivé šipky zobrazují tepelné toku přes příslušné hranice objemu, které jsou následně využity při odvození bilance toku v daném objemu. (Upraveno dle Geryi (2010)).

Nyní je možné sestavit rovnici zachování energie v následujícím tvaru (Gerya, 2010):

$$\frac{m}{V} C_p \frac{\Delta T}{\Delta t} = -\frac{(q_{xB} - q_{xA})}{\Delta x} - \frac{(q_{yD} - q_{yC})}{\Delta y} - \frac{(q_{zF} - q_{zE})}{\Delta z} + \frac{1}{V} \frac{\Delta Q_{int}}{\Delta t}, \quad (2.88)$$

kde m je hmotnost, V je objem, C_p je tepelná kapacita a $H = \frac{1}{V} \frac{\Delta Q_{int}}{\Delta t}$. Nyní, pokud platí $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta t \rightarrow 0$, lze diference v rovnici (2.88) nahradit parciálními derivacemi. Rovnice tedy přejde na tvar označovaný jako Lagrangeův vztah zachování tepla (Gerya, 2010):

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = -\frac{\partial q_i}{\partial x_i} + H, \quad (2.89)$$

kde $H = H_r + H_s + H_\alpha + H_L$ - respektive:

$$\begin{aligned} H_r \\ H_s &= \sigma'_{ij} : \dot{\epsilon}_{ij} \\ H_\alpha &= T \alpha \frac{DP}{Dt} \\ H_L, \end{aligned} \quad (2.90)$$

zde H_r je radiogenní tepelná produktivita (dána rozpadem radioaktivních elementů v materiálu zemské kůry), H_s je střížná tepelná produktivita (vyjadřující disipaci tepla během ireverzibilního děje neelastické deformace; reprezentována tenzorovým součinem tenzoru deviatorického napětí a tenzoru rychlosti deformace) - speciálně $H_s = \sigma'_{xx}\dot{\epsilon}_{xx} + \sigma'_{yy}\dot{\epsilon}_{yy} + \sigma'_{zz}\dot{\epsilon}_{zz} + 2(\sigma_{xy}\dot{\epsilon}_{xy} + \sigma_{xz}\dot{\epsilon}_{xz} + \sigma_{yz}\dot{\epsilon}_{yz})$, H_α představuje adiabatickou tepelnou produktivitu (adiabatický ohřev, ochlazení), která je vztažena k materiálové derivaci tlaku, teplotě a materiálovému parametru α , a H_L vyjadřuje latentní tepelnou produktivitu, která je charakteristická pro změnu fází (např. během tavby materiálu).

Nyní je možné rovnici (2.89) přepsat do tvaru:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla T = \kappa \Delta T + \underbrace{\sigma'_{ij} : \dot{\epsilon}_{ij} + T \alpha \frac{DP}{Dt}}_{\dot{Q}} + H_r + H_L, \quad (2.91)$$

označovanému jako Fourier-Kirchhoffova rovnice (např. Dvořák, 2006).

3 Metoda konečných prvků

Metoda konečných prvků (FEM) je jednou ze základních numerických metod pro approximativní řešení PDR, která je hojně využívaná při řešení řady technických a fyzikálních problémů. Historický vývoj této metody sahá do první poloviny 20. století, kdy její „protokoncept“ byl sestaven za účelem modelování problematiky elasticity a deformační analýzy v oblasti aeronautiky a dalších civilních aplikací (Hrennikoff, 1941; Courant, 1943/1954). V současné době je princip metody stále více využíván i při modelování v oblasti geodynamiky (např. Gerya, 2010; Ismail-Zadeh and Tackley, 2010; Maierová et al., 2012), kde se projevuje jako velmi efektivní nástroj pro řešení matematických modelů, sestavených za účelem rekonstrukcí vzniku rozličného množství geologických struktur regionálního i lokálního měřítka, rekonstrukcí rychlostních polí v segmentech Zemského tělesa, nebo provedení simulaci materiálového toku a jeho termální evoluce.

3.1 Princip metody

Podobně jako v případě metody konečných diferencí (FDM), i tato metoda je založena na principu, který převádí řešení problému na řešení algebraických rovnic, které však vzniknou approximací řešení příslušné PDR v určené doméně. Tedy, studovaná oblast je rozdělena do subdomén (elementů), ve kterých je pomocí „diskretizované“ rovnice počítána zájmová veličina (viz obr. 2). Takto lze určit termální pole (například teplotní pole segmentu litosféry), tlakové pole, hustotní pole, apod. Zatímco FDM rozděluje cílovou doménu do pravoúhlé sítě, ve které každý uzel reprezentuje příslušnou diskretizovanou rovnici, FEM umožňuje doménu pokrýt elementy, které se mohou navzájem lišit geometrií a velikostí (obr. 2). Takto je dosaženo možnosti přizpůsobit výpočet značně složitým geometriím ve 2D a 3D prostoru (V technických úlohách lze takto vytvořit doménu, která reprezentuje například plochu klikové hřídele.).

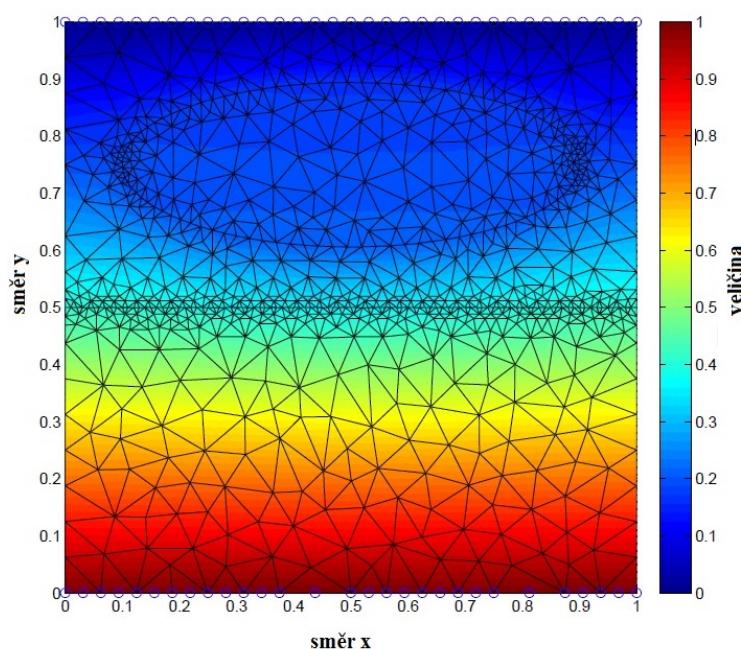
Řešení PDR je založeno na eliminaci prostorových derivací, které jsou zde obsaženy. Takto jsou PDR approximovány pomocí:

- systému algebraických rovnic (pro problematiku rovnovážného stavu)
- systému ODR (tranzientní problémy; někdy též metoda přímek)

kde linearita těchto systémů závisí na linearitě vstupní PDR. Systém algebraických rovnic je řešen pomocí metod lineární algebry a systém ODR využívá metodiku numerické integrace - Eulerovu metodu / Runge-Kutta metodu (Ismail-Zadeh and Tackley, 2010). Cílem vhodné approximace je vždy numerická stabilita systému rovnic (tak, aby nedocházelo k akumulaci chyb během výpočtu).

Tedy, oproti přímé approximaci PDR pomocí konečných diferencí (např. Krýza, 2011) v FDM, tato metoda operuje s variační formulací, která zahrnuje integrál dife-

reniciální rovnice přes kompletní modelovou doménu. V každé subdoméně (konečném elementu) je rovnice nahrazena (respektive approximována) jednoduchou polynomickou funkcí. Z těchto funkcí je setaven systém takovým způsobem (přesněji jejich lineární kombinací), aby jeho řešení mělo příslušný stupeň hladkosti v celé uvažované doméně modelu. Následně - po konstrukci systému polynomických funkcí - je počítán variační integrál (postup řešení odpovídá summarizaci příspěvků jednotlivých elementů) a výsledkem je sada algebraických rovnic, reprezentujících přibližné řešení, které - oproti původní nekonečně dimenzionální PDR - má konečnou velikost. Výsledkem je systém po částech spojitých polynomů pokrývajících celou doménu, což je hlavní rozdíl oproti FDM, kde výsledkem je pouze soubor bodů reprezentujících danou oblast.



Obr. 2: Příklad 2D numerické sítě v metodě konečných prvků. Na obrázku lze vidět numerickou doménu, reprezentovanou jednotlivými prvky a obořenou dle magnitudy zde vypočtené veličiny. (Upraveno dle Beckera a Kause (2013))

3.2 Matematický úvod do problematiky FEM

V této sekci bude předveden zjednodušený náhled do matematického pozadí FEM. Protože aplikacemi FEM v geodynamice se v současné době zabývá řada autorů (např. Kaus et al., 2008; Ismail-Zadeh and Tackley, 2011; Becker and Kaus, 2013) a zároveň se jedná o značně komplikovanou oblast numerické matematiky, bude zde uveden pouze ilustrativní příklad řešení 1D problému dle Beckera a Kause (2013).

3.2.1 Silné řešení PDR

Problematiku řešení PDR lze nejdříve zobecnit pro prostor $\Omega = [0; 1]$ a následně takový prostor dělit na menší intervaly, reprezentované numerickou sítí v 1D. Složitost takového řešení pak roste společně s dimenzí oblasti ve které je problém řešen, neboť tato oblast je reprezentována příslušnou numerickou sítí, jejíž geometrické aspekty jsou klíčové pro řešení výchozí PDR. V této sekci bude přiblížení metody vycházet pouze ze sítě tvořené jedním elementem v 1D prostoru a pro pokročilejší formulaci, pro více elementů ve více rozměrech, lze odkázat na Beckera a Kause (2013).

V prvním přiblížení je tedy možné uvažovat jednoduchou rovnici v doméně $\Omega = [0; 1]$:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + s = 0, \quad (3.1)$$

kde s je definováno. Tuto rovnici si lze představit například jako rovnici (2.83). Je požadováno, aby s bylo hladké pro existující řešení u . Dále jsou definovány okrajové podmínky pro hranice domény $[0; 1]$:

$$u(0) = g \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial u(1)}{\partial x} = h, \quad (3.3)$$

kde výraz (3.2) je Dirichletova okrajová podmínka a výraz (3.3) je Neumannova okrajová podmínka. Taková formulace rovnice se nazývá *silné řešení*. Nyní lze, pro $s = x$, vyjádřit rovnici:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x = 0, \quad (3.4)$$

ze které je, po dvojnásobné integraci, možné vyjádřit $u(x)$ takto:

$$u(x) = -\frac{1}{6}x^3 - c_1x - c_2. \quad (3.5)$$

Nyní lze aplikovat okrajové podmínky (3.2) a (3.3) na rovnici (3.5) a získat tak:

$$u(0) = -c_2 = g \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial u(1)}{\partial x} = -\frac{1}{2} - c_1 = h \quad (3.7)$$

$$\Rightarrow u(x) = -\frac{1}{6}x^3 + \left(h + \frac{1}{2}\right)x + g, \quad (3.8)$$

kde analytické řešení rovnice (3.8) může být použito pro testování numerického řešení (Kaus et al., 2013), ale v reálných aplikacích PDR na složitější problémy není řešení takového typu obvykle nalezeno a přistupuje se tedy k FEM (nebo jiné numerické metodě).

3.2.2 Slabé řešení PDR

Ze silného řešení lze slabé řešení (variační řešení) získat pomocí:

1) testovacího řešení u , které splňuje (mezi všemi řešeními rovnice) požadavky na okrajové podmínky a je kvadraticky integrabilní:

$$\int_0^1 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 dx < \infty \quad (3.9)$$

2) variační nebo váhové funkce ψ , která představuje homogenní protipól k vyjádření (3.2):

$$\psi(0) = 0, \quad (3.10)$$

Takto lze vyjádřit rovnici (3.1) pomocí integrálu z jejího vynásobení $-\psi$:

$$-\int \psi \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \int \psi s = 0, \quad (3.11)$$

který - po aplikaci metody per-partes a vztahů (3.3)/(3.10) - vede na rovnici:

$$\underbrace{\int_0^1 \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} dx}_{a(\psi, u)} = h\psi(1) + \underbrace{\int_0^1 \psi s dx}_{(\psi, s)}, \quad (3.12)$$

neboli *slabé řešení* rovnice (3.1). Rovnici (3.12) je nyní možné vyjádřit jako:

$$a(\psi, u) = (\psi, s) + h\psi(1), \quad (3.13)$$

kde $a(\psi, u)$ a (ψ, s) jsou symetrické $[(\psi, s) = (s, \psi)]$ a bilineární $[(c_1 u + c_2 v, \psi) = c_1(u, \psi) + c_2(v, \psi)]$.

Rovnice (3.12) je charakteristickým příkladem rovnice, která se nazývá (v teoretické mechanice) *virtuální prací*, neboť ψ vyjadřuje virtuální přemístění. Je prokazatelné, že silné a slabé řešení jsou identická a v FEM lze operovat s rovnicí (3.12),

pokud funkce u a ψ reprezentují zjednodušený funkční prostor - obvykle definovaný polynomy nízkého řádu (Becker and Kaus, 2013; Hughes, 2000).

3.2.3 Galerkinova metoda

Galerkinova metoda reprezentuje postup řešení PDR, kdy je (dle předchozí sekce) silné řešení PDR nahrazeno slabým řešením jakožto integrální formou a její následnou diskretizací. Principem tohoto postupu, který tvoří jádro metody konečných prvků, je vážení reziduů.

Rezidum a_{-1} funkce $f(z)$ v bodě z_0 lze vyjádřit po zavedení *Laurentovy řady*, která onu funkci reprezentuje v okolí jejího singulárního bodu z_0 , jako:

$$a_{-1} = \frac{1}{2\pi i} \oint_{\gamma} f(z) dz = \sum_{k=1}^n \text{Res}[f(z)]_{z=z_k}. \quad (3.14)$$

Tento termín má původ v komplexní analýze a podrobněji se lze s problematikou holomorfních funkcí a reziduové věty setkat například v Marsdenovi a Hoffmanovi (1998).

Diskretizace slabého řešení

Princip Galerkinovy metody lze také interpretovat jako snížení dimenzionality prostoru řešení rovnice - repsektive, nahrazením nekonečně-dimenzionálního prostoru Γ jeho podprostorem Γ_n , který má konečnou dimenzi. Řešení pak lze hledat ve tvaru $f = \sum_{i=1}^n \alpha_i \phi_i$, jakožto lineární kombinaci testovacích funkcí (volba ψ u slabého řešení rozhoduje o aplikaci různých metod: metoda nejmenších čtverců, Petrov-Galerkinova metoda, Galerkinova metoda), splňujícím slabou formulaci (Rektorys, 1999):

$$\int_{\Omega} L(a_n) \phi_i d\Omega = \int_{\Omega} s \phi_i d\Omega \quad \forall i = 1, \dots, n, \quad (3.15)$$

kde ϕ je testovací funkce a odkud je získána soustava n lineárních rovnic o n neznámých koeficientů α_i (podrobněji Becker and Kaus, 2013):

$$A_{ij} \alpha_j = F_i, \quad (3.16)$$

kde matice A_{ij} se nazývá *matice tuhosti* a lze ji vyjádřit takto:

$$A_{ij} = \int_{\Omega} \phi_i \phi_j d\Omega, \quad (3.17)$$

vektor F_i se nazývá vektor zatížení:

$$F_i = \int_{\Omega} s\phi_i d\Omega \quad (3.18)$$

a bázální funkce ϕ_i se nazývá testovací funkce z bázového prostoru $\{\psi_i\}_{i=1}^{\infty}$ (podrobněji např. Křížek, 1992).

Variační úloha a slabé řešení

Dle vztahu (3.13), který reprezentuje symetrickou bilineární formu - respektive $a(u, \phi)$, lze definovat funkcionál ve tvaru:

$$J(\phi) = \frac{1}{2}a(\phi, \phi) - F(\phi) \quad (3.19)$$

a relaci $J(u) = \inf_{\phi \in \Gamma} J(\phi)$ tak, aby hledané řešení mělo tvar $a(u, \phi) = F(\phi)$ a funkcionál nabýval minima $\phi = u$, což plyne z:

$$J(\phi) = \frac{1}{2}a(\phi, \phi) - a(u, \phi) = \frac{1}{2}a(\phi - u, \phi - u) - \frac{1}{2}a(u, u), \quad (3.20)$$

kde člen $a(u, u)$ je konstantní. Vzhledem ke zvolenému tvaru funkcionálu je nyní možné interpretovat jeho význam. Například v případě popisu systému s určitou potenciální energií pomocí PDR je pak prostřednictvím funkcionálu vyjádřena jeho celková energie (<http://cs.wikipedia.org/wiki/Galerkinova-metoda>; podrobněji např. Belytschko et al., 1994). (Pozn.: Problematika variačního počtu v FEM je také podrobněji popsána v Courantovi (1943).)

Metodu konečných prvků lze nazvat speciálním případem Galerkinovy metody, neboť jsou zde použity speciální typy testovacích funkcí tak, aby výsledná matice tuhosti byla pásová, nebo alespoň řídká. Takové zjednodušení pak vede k aplikaci vhodných a efektivních algoritmů (např. Courant, 1943), což je klíčové pro výpočetní čas složitých úloh.

4 Elmer

Pro řešení parciálních diferenciálních rovnic pomocí numerických metod lze použít mnoho různých programů nebo programových balíčků. Jedním z nich je například software Elmer.

Jedná se o komplexní matematický open-source software pro řešení parciálních diferenciálních rovnic, který je založen na principu metody konečných prvků. Výhodou Elmeru je možnost operovat s poměrně značným množstvím typů rovnic a řešit tak úlohy vycházející z širokého spektra fyzikálních problémů. Druhým důležitým aspektem je pak možnost rozšiřování jeho aplikací parciálními modifikacemi dílčích komponent jádra programu. Tento fakt je důležitý, neboť na vývoji a rozšiřování možností Elmeru se podílí široká vědecká komunita - což předpovídá vzrůstající využitelnost pro další oblasti modelování fyzikálních a technických úloh.

4.1 Přehled možností Elmeru

4.1.1 Fyzikální úlohy řešitelné v Elmeru

V této krátké sekci je uvedena řada úloh, zahrnující různá fyzikální pole, které jsou řešitelné pomocí softwaru Elmer:

- Tok fluid: řešení pro Navier – Stokesovy rovnice, Stokesovy rovnice, Reynoldsovy rovnice, $k - \epsilon$ model
- Přenos tepla: konduktivní a radiační modely, modely fázových změn
- Elasticita: hlavní rovnice elasticity, modely s redukovanou dimenzionalitou a modely tenkých listů materiálu
- Elektromagnetismus: magnetostatika, elektrostatika, indukce
- Kvantová mechanika: Kohn – Shamova rovnice
- Transport látek: konvekce – difuze
- Akustika: Helmholtzova rovnice
- Problematika mikrofluid: Poisson – Boltzmannova rovnice
- Problematika Eulerovské volné hranice

4.1.2 Numerické metody v Elmeru

Elmer obsahuje také rozličné množství způsobů approximace a následného řešení soustav lineárních rovnic. Zde je uvedeno několik příkladů:

- Klasické základní tvary elementů pro 1D – 3D \gg užití Lagrangeových funkcí stupně $k \leq 2$
- Schémata časové integrace pro rovnice prvního a druhého řádu
- Řešení problémů vlastních čísel
- Vyšší stupeň aproximace využívající p-elementů
- Řešiče přímých lineárních systémů (Lapack, Umfpack)
- Multigridové řešiče pro některé základní typy rovnic
- Paralelizace iterativních metod
- Řešiče operující s iterativními Krylovými subprostory pro lineární systémy
- Diskontinuální Galerkinova metoda
- BEM řešiče

4.1.3 Komponenty Elmeru

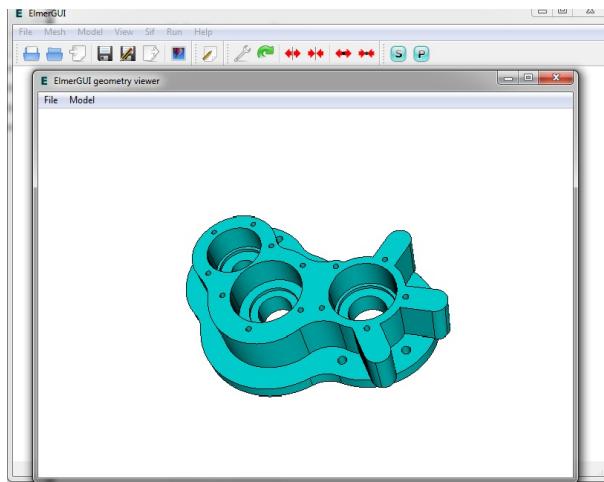
Elmer je rozdělen do několika samostatných bloků – nezávisle spustitelných komponent, které lze různě využívat při konstrukci řešené úlohy. Jádro uživatelského rozhraní tvoří následující tři hlavní části: preprocessor (príprava úlohy, parametrizace); solver (řešení úlohy); postprocessor (zpracování dat – grafická rozhraní). Dále jsou součástí balíčku dílčí moduly, jež jsou využívány pro rozličné úkony spojené s procesem tvorby modelu:

ElmerGUI – jedná se o praktické uživatelské rozhraní pro software Elmer, které je schopno importovat soubory nesoucí informace o proporcích numerické – metoda konečných prvků (FEM) – síť (v různých formátech, `*.mesh; *.grd; ...`), umožnuje generování FEM parciálních modelů pro různá vstupní data a geometrie, zajišťuje nastavení systému PDR pro jeho optimální řešení a export dat a výsledků pro ElmerSolver a následně pro ElmerPost, kde jsou data vizualizována. Tento modul má také vlastní postprocesor, který je možno užít jako alternativu k ElmerPostu pro nastavení barvy povrchů, vizualizaci vektorových polí, konturových obrazů, a časově závislých dat. Příklad aktivního rozhraní lze vidět na obrázku (obr. 3).

Obecně lze úlohu zde sestavit dvěma způsoby:

- 1) pomocí nabídky jež obsahuje rozhraní ElmerGUI lze definovat všechny parametry dle jednotlivých položek specifikujících obecný typ úlohy. Tímto je nakonec Elmerem automaticky vytvořen soubor `*.sif`, který zahrnuje informace pro ElmerSolver.
- 2) je možno vytvořit `*.sif` soubor manuálně a všechny nutné položky naprogramovat přímo v jeho textovém prostředí. Což je výhodné pro složitý typ úloh,

nebo pro úlohy využívající dodatečné modifikace Elmeru, které jsou vytvořeny jednotlivými uživateli.

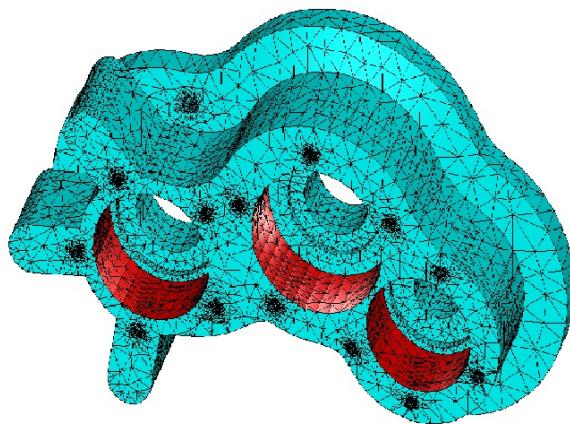


Obr. 3: Ukázka tvorby modelu v ElmerGUI. Na obrázku je vidět aktivní rozhraní ElmerGUI s připravovaným modelem (vzorový příklad - šíření tepla v materiálu). (Upraveno dle dokumentace Elmeru ke dni 1.8. 2012: <http://www.csc.fi/english/pages/elmer/documentation>)

ElmerSolver – je ve své podstatě pravým jádrem softwaru Elmer. Tato část je řešičem sestavených úloh popsaných pomocí parciálních diferenciálních rovnic tak, jak je předvoleno pomocí části ElmerGUI. ElmerSolver pracuje se soubory formátu **.sif*, kde jsou uloženy veškeré informace o modelu (použité PDR, okrajové podmínky, počáteční podmínky, materiál použitý v doméně modelu, definice časového kroku, výstupní formát, apod.) a soubory formátu **.mesh*, kde jsou uloženy specifikace numerické sítě (rozměry, počet uzlů, geometrie). ElmerSolver využívá pro řešení PDR značné množství FEM knihoven, avšak i ty je možné nadále rozšiřovat. Výstupním formátem je soubor označený **.result*, nicméně je možno v souboru sif definovat i alternativní výstup pro jiné programy zabývající se zpracováním a vizualizací dat (např. v této práci je využit software Paraview a později Python).

ElmerPost – ElmerPost je univerzální integrovaný postprocesor, který splňuje všechny požadavky pro standardní úkony spojené s poprocesovým zpracováním dat, obsahující poměrně přehledné grafické rozhraní. Tato komponenta využívá Mesa a TCL/TK grafické knihovny, přičemž se jedná o jednu ze starších komponent Elmeru, která není v současnosti více modifikována.

ElmerGrid – slouží jako jednoduchý generátor a editor numerických sítí. Jeho prostřednictvím lze generovat a specifikovat rozličné sítě pro jednoduché 2D a 3D geometrie (viz obr. 4), přičemž je možné operovat s měřítkem, měnit typy elementu,



Obr. 4: Ukázka numerické sítě pro vzorový model. (Upraveno dle dokumentace Elmeru ke dni 1.8.2012: <http://www.csc.fi/english/pages/elmer/documentation>)

definovat hranice, rozdělit síť pro paralelní řešení apod. Soubor definující parametry sítě je označen příponou `*.grd` a podobně jako soubory typu `sif` je možné ho upravovat pomocí textového editoru integrovaného v ElmerGUI, nebo libovolném jiném textovém editoru (Vim, Emacs, TED Notepad apod.).

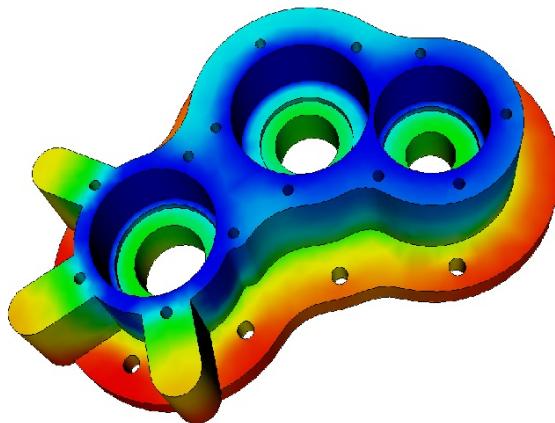
ElmerFront – je starší grafické rozhraní, které bylo vytvořeno pro tvorbu jednoduchých úloh. V současnosti se však již běžně nepoužívá, neboť bylo nahrazeno komplexnějším ElmerGUI.

Elmer2D – vytváří numerické dvojdruzímenzionální sítě – pro adaptivní výpočty. Tento triangulátor je možné aktivizovat pomocí ElmerFront rozhraní, nebo ho lze spustit zcela samostatně.

ViewFactors – tento program slouží k výpočtům pohledového faktoru – radiozity – při řešení některých speciálních úloh z oblasti záření/radiace. Spuštění nevyžaduje samostatný přístup, ale je provedeno automaticky pomocí ElmerSolveru.

4.1.4 Pomocné příklady v Elmeru

V dokumentaci Elmeru existuje sekce (ElmerModelsManual), která je věnována popisu jednotlivých úloh řešitelných v Elmeru (přenos tepla, Navier-Stokesovy rovnice apod.). Zde jsou přesně popsány jednotlivé typy rovnic a jejich řešení. Na tuto sekci následně navazuje část (ElmerTutorials), ve které je uvedeno několik řešených fyzikálních úloh (např. obr. 3,4,5), vycházejících právě z výše uvedeného přehledu.



Obr. 5: Ukázka vizualizace výsledku pro vzorový model. *Obrázek zachycuje tepelnou distribuci v materiálu.* (Upraveno dle dokumentace Elmeru ke dni 1.8.2012: <http://www.csc.fi/english/pages/elmer/documentation>)

4.1.5 Zdrojový kód Elmeru

Samotný zdrojový kód Elmeru a jeho komponent obsahuje následující části, které jsou programovány prostřednictvím jazyků C, C++, Fortran90:

- *eio* – knihovna pro input/output Elmeru psaná v C++ použitá pro některé I/O operace v ElmerSolveru
- *elmergrid* – zdrojový kód pro ElmerGrid psaný v C včetně knihovny Metis od Karypis Lab
- *elmerpost* – Zdrojový kód pro ElmerPost, který je psán v C
- *fem* – ElmerSolver zdrojový kód (metoda konečných prvků) – psán ve Fortranu90
- *front* – zdrojový kód pro ElmerFront – psán v C++
- *hutiter* – knihovna obsahující iterativní řešiče (lineární algebra) systémů algebrických rovnic – psáno ve Fortranu90
- *matc* – knihovna používaná v ElmerSolveru a ElmerPostu pro vyhodnocování matematických vyjádření (používáno v interpretačním režimu ElmerGUI v texových souborech sif) – psáno v C
- *mathlibs* – soubor matematických knihoven (Lapack, Blas, Arpack a Parpack)
- *meshgen2d* – zdrojový kód pro generátor 2D sítí
- *misc* – různé + nový preprocesor ElmerGUI obsažený v paměti Mesh3D

- *umfpack* – zdrojový kód pro Umfpack (GPL verze 4.4) knihovnu (University of California)

V této kapitole byl použit silně zjednodušený přehled, který lze podrobněji doplnit dle manuálu pro Elmer, který dále obsahuje pro jednotlivé komponenty podrobný popis, přehledně sepsaný v hlavních příručkách (pdf verze). Příručky jsou k dispozici na stránkách: <http://www.csc.fi/english/pages/elmer/documentation>

Jádro programového paketu Elmer lze volně stahovat na stránkách:
<http://www.csc.fi/english/pages/elmer/download>

4.2 Modifikace Elmeru pro účely geofyzikálního modelování

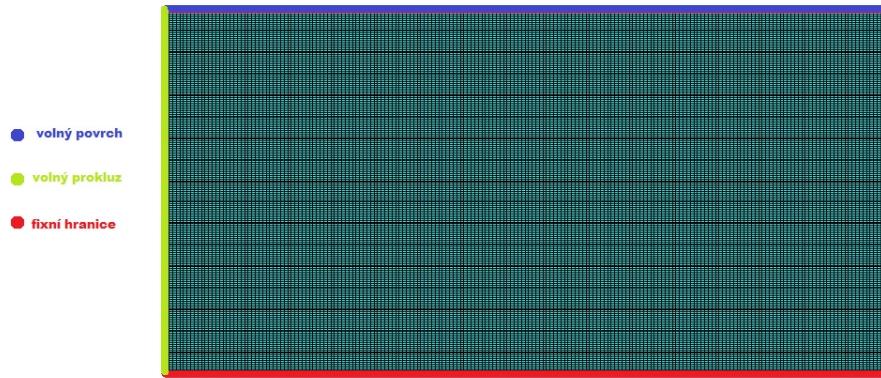
Tato kapitola pojednává o parciálních modifikacích softwaru Elmer, které ho přizpůsobují potřebám modelování procesů v geofyzice a geologii.

4.2.1 Okrajové podmínky – volný povrch

V geofyzice jsou sledovány interakce mezi jednotlivými segmenty materiálů zemského tělesa - v geologii je pak studium zaměřeno na P-T vývoj v regionálních i lokálních měřítkách a s ním související vznik specifických geologických staveb – zejména v oblasti zemské kůry. Z tohoto důvodu je tedy důležité zabývat se správnou definicí okrajových a počátečních podmínek daného modelu.

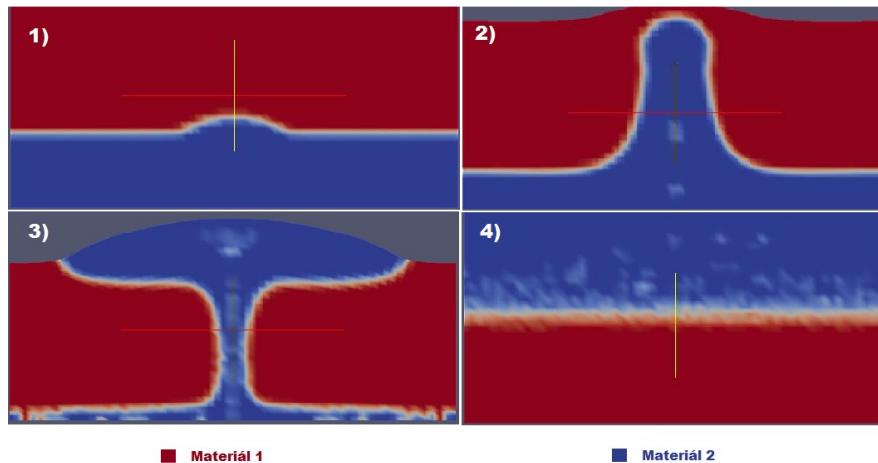
V modelech, které popisují termomechanický vývoj v oblasti svrchního pláště a kůry jsou použity dvě základní skupiny okrajových podmínek – první skupina ošetruje mechanický pohyb při okraji domény, zatímco druhá skupina definuje termální parametry v daných hraničních oblastech. U předepisování tepelných parametrů je využita pro danou hranici právě jedna okrajová podmínka (Dirichletova, Neumannova, Robinova – viz kapitola (2.1.3)), u mechanického pohybu je použita podmínka typu *slip-condition*, která vychází z předpisu rychlosti ve směrech reprezentujících prostorovou dimenzi dané domény a lze ji definovat jako volný prokluz (free-slip) nebo fixní hranici (no-slip). Příklady užití okrajových podmínek lze vidět na obrázku 6.

Avšak v geologii se lze setkat s jevy, které mají značný vliv na horizontální uspořádání vrstev materiálu. Pokud je studován model popisující rozsáhlý segment např. korového materiálu, pak lze očekávat i vliv evoluce pohybu hmoty na tvar povrchu domény, přičemž ten je díky mechanickým procesům pohybu hmot deformován a jsou zde vytvořeny určité geologické struktury. Z tohoto důvodu je vhodné patřičně definovat okrajovou podmínu pro povrch domény – ta je specifikována jako první typ podmínky (*slip-condition*), ale se stanovenou rychlosí v alespoň dvou směrech (u 2D modelů) - označovaný jako volný povrch (*free surface*). Volný povrch tak má - na rozdíl od volného prokluzu, nebo fixní hranice - tu vlastnost, že zde dochází k pohybu ve všech prostorových směrech (x,y pro 2D model; x,y,z pro 3D



Obr. 6: Příklad numerické sítě s vyznačením jednotlivých typů okrajových podmínek pro hranice domény. ElmerGUI

model) – a dochází tedy k deformaci hranice modelu (obr. 7). V takovém případě je deformována i numerická síť a je nutné implementovat úpravy řešící interpolaci hodnot počítaných na dané síti v původní pozici na uzly, které se nacházejí v nové pozici.



Obr. 7: Průběh simulace růstu diapiru v doméně se dvěma odlišnými typy materiálu - patrná deformace povrchu. Paraview v. 3.12.0

Možnost modelování s použitím volného povrchu a vlivu eroze/sedimentace byla dodatečně přidána do Elmer balíčku prostřednictvím modulu *Freesurf.f90*, který je aplikován na model variské evoluce Českého masivu (Maierová et al., 2012).

4.2.2 Eroze a sedimentace

V modelech, kde jsou uvažovány i vlivy na povrch domény - eroze a sedimentace (např. Maierová et al., 2012/2013) - je nutné předepsat i řídící funkce, které tyto

vlivy simulují. Rychlosť eroze lze vyjádřit jako funkci sklonu, který je dán topografií povrchu $h(x)$, například takto (Maierová et al., 2012):

$$v_e(x) = E |\tan \alpha(x)|, \quad (4.1)$$

kde E je parametr a sklon je reprezentován úhlem α . Podobně lze vyjádřit i rychlosť sedimentace v závislosti na topografii povrchu (Maierová et al., 2012):

$$\begin{aligned} v_s(x) &= S h(x) \quad \text{pro } h(x) < 0 \\ v_s(x) &= 0 \quad \text{pro } h(x) \geq 0, \end{aligned} \quad (4.2)$$

kde S je parametr.

4.2.3 Markery

Při simulaci transferu materiálu je nutné sledovat pozici každé jeho elementární části a zároveň uchovávat informace o jeho fyzikálních parametrech v závislosti na čase a pozici. K tomuto účelu slouží *markery*, které daný materiál reprezentují, a které se vyskytují v každém elementu numerické sítě.

Důležitou součástí geofyzikálního modelování je i záznam a studium evoluce různých fyzikálních parametrů (tlak, teplota, viskozita, hustota apod.) v konkrétním čase a prostoru studované domény. K tomuto účelu slouží speciální typ markerů, které uchovávají údaje o daných parametrech s rozdílným časovým rozlišením. Na rozdíl od markerů, které se nacházejí v každém elementu numerické sítě, jsou tak tyto markery dodatečně definovány v cílové oblasti prostoru a lze pro ně stanovit odlišné časy výstupu a zápisu informací o cílových parametrech. Výhodou této úpravy je tedy hustší záznam průběhu hodnot těchto parametrů, což má - při snížení četnosti záznamu hodnot ve všech markerech - vliv na výpočetní dobu modelu.

Podobně, jako v případě volného povrchu, ani skript definující normální a speciální markery není původním obsahem Elmeru. Tato úprava je obsažena ve skriptu nesoucím název *Markers.f90* a *mMarkers.f90* (Maierová et al., 2012).

4.2.4 Izostatická kompenzace - flexurální izostáze

V modelech, kde dochází k laterálnímu zkrácení domény (reprezentující komplexní korový segment) a vyklenutí její svrchní i spodní hranice (viz problematika volného povrchu), bývá řešena i problematika izostatické kompenzace. Při takovém procesu, kde dochází k deformaci domény, je zároveň významná distribuce hustoty, která je v lokálním měřítku časově závislá a v globálním měřítku i prostorově závislá. Z tohoto důvodu dochází k časoprostorově závislému zatížení litosféry, které je kompenzováno jejím ohybem tak, aby došlo k vyrovnání vztlakových sil, zatížení

a elastických sil. Matematickou approximací flexurální izostáze se zabýval například Watts et al. (2001) a podrobněji se lze seznámit s její aplikací a implementací, pro účely laterální kontrakce a vertikálnímu ztluštění, v modelu Maierové (2013), kde je přiblíženo i analytické řešení jejího fyzikálního vyjádření, které je následně součástí programového základu pro evoluci Českého masivu. Zde bude stručně uvedena výše zmíněná forma dle Wattse (2001) a Maierové (2013) v následujícím tvaru:

$$D \frac{\partial^4 u(x, t)}{\partial x^4} + B(x, t) = L(x, t), \quad (4.3)$$

kde D je flexurální rigidita, u je ohyb a B je vztlak, který působí na bázi ztluštěné kůry. Vztlak a flexurální rigiditu pak lze definovat takto:

$$B(x, t) = u(x, t)\rho_m g, \quad (4.4)$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)}, \quad (4.5)$$

kde u je ohyb, ρ_m je hustota pláště, g je gravitační zrychlení, E je Youngův modul pružnosti, ν je Poissonův poměr a h je výška sloupce. Samotné zatížení L je následně vyjádřeno z hmotnosti sloupce materiálu nad zatíženým bodem, který charakterizuje hranici mezi pláštěm a kůrou:

$$L(x, t) = \int_{u_0 - u(x, t)}^{h(x, t)} \rho(x, z, t)gdz - L_{ref}. \quad (4.6)$$

L_{ref} zde vyjadřuje zatížení v referenčním bodě x_{ref} na počátku vývoje celé oblasti a lze ho formulovat takto:

$$L_{ref} = \int_{u_0}^0 \rho(x_{ref}, z, t_0)gdz, \quad (4.7)$$

kde u_0 je ohyb v čase t_0 .

5 Český masiv a moldanubická oblast

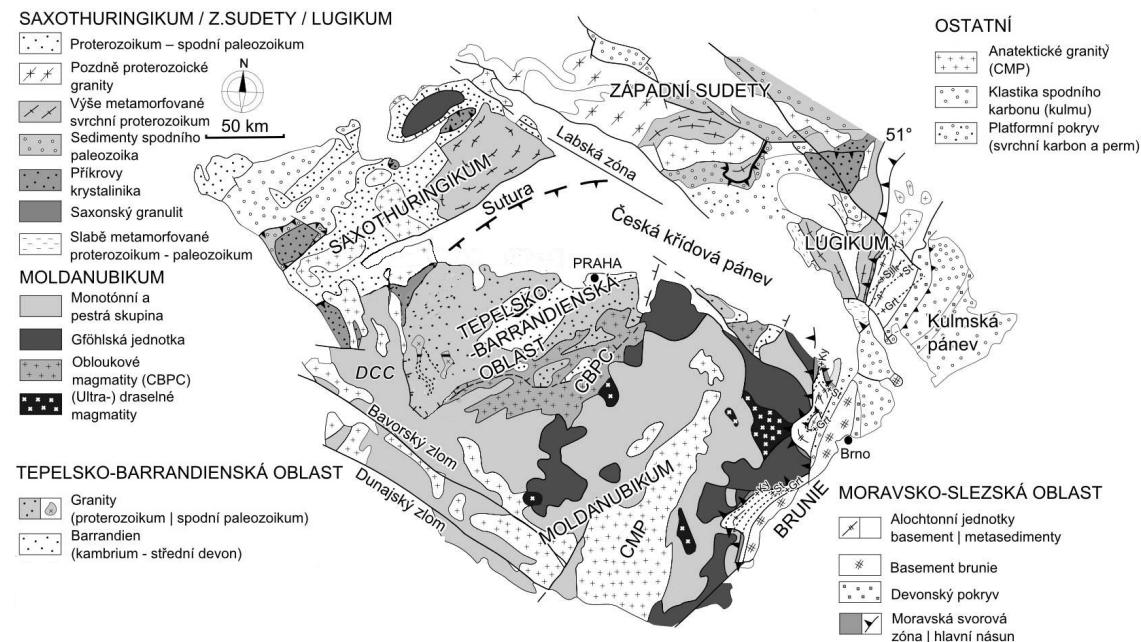
Český masiv představuje významný geologický celek, který zaujímá dominantní pozici ve střední evropě. Jedná se o jeden z největších souvislých fragmentů bývalého variského orogenního pásma, jež je z převážné většiny pohřben pod sedimenty epi-variského platformního pokryvu. K formování toho celku docházelo již v průběhu mladšího proterozoika (kdy se vyvíjely jednotky - následně konsolidované během variských procesů - samostatně) a převážné části paleozoika s vrcholnými projevy ve stř. devonu až sv. karbonu (380 Ma - 298 Ma) (např. Chlupáč et al., 2002), kdy došlo, během akrece perigondwanských mikrokontinentů k Laurussii (např. Franke et al., 2000; Winchester 2002), k finální amalgamaci Českého masivu.

Podle novějších koncepcí problematiky kontinentální evoluce (založených na principu deskové tektoniky) je Český masiv interpretován jako velmi heterogenní uskupení stratigraficky odlišných a samostatných regionálních jednotek, které jsou vzájemně vymezeny složitými tektonickými hranicemi (obr. 8), a které v průběhu vývoje evropské kontinentální litosféry taktéž procházely odlišným tektomagmatickým vývojem. Takovéto definci Českého masivu (Kachlík, 2003) tedy odpovídá následující vymezení samostaných jednotek:

- Moldanubická oblast (MO)
- Tepelsko-barrandienská oblast (TBO)
- Sasko-durynská oblast; Saxothuringikum (SXT)
- Moravsko-slezská oblast (MSO)

Dle Kachlíka (2003) je však dosud problematické samostatné vyčlenění MO, která se od okolních jednotek velmi výrazně liší svojí litologií, geofyzikálními charakteristikami (např. Babuška, Plomerová, 2001) a zcela odlišným metamorfním vývojem a hloubkou denudačního řezu, který reflektuje možné masivní ztluštění oblasti během variských procesů (Schulmann et al., 2009). Tyto aspekty budou nadále diskutovány v následujících kapitolách, neboť jsou stěžejní pro význam některých procesů, kterými se zabývá tato práce.

Důležitou roli při regionálním členění Českého masivu hrají i významné hranice mezi jednotlivými jednotkami. Taková přirozená geologická rozhraní jsou reprezentována důležitými suturními liniemi, tektonickými násunovými liniemi a liniemi vázanými na horizontální posuny korových segmentů. Tato rozhraní původně představovala oblasti, které oddělovaly (následně) akretované mikrokontinenty. Všechny hlavní jednotky Českého masivu jsou tedy omezeny suturními zónami (reprezentujícími uzavřené oceány mezi jednotlivými mikrokontinentálními fragmenty) a množství sekundárních jednotek (teránů) je odděleno tektonickými rozhraními typu násunů a přesmyků (např. Kachlík 2003). V oblasti středoevropských variscid lze vyčlenit následující suturní linie:



Obr. 8: Zjednodušená geologická mapa Českého masivu. (Upraveno dle Frankeho (2000))

- Gföhlskou suturu - mezi moldanubickou oblastí a tepelsko-barrandienskou oblastí
- Tepelskou suturu - mezi tepelsko-barrandienskou oblastí a sasko-durynskou oblastí
- Rheno-hercynskou suturu - mezi sasko-durynskou oblastí a rhenohercynskou oblastí

Ekvivalent rhenohercynské suturní linie lze sledovat i na území České republiky mezi oblastí MO a MSO.

Při pohledu na heterogenitu Českého masivu se ukazuje, že oproti jednotkám moravosilezika, které mají afinitu spíše k amazonskému kratonu - což je dokládáno spektrem získaných stáří z magmatitů, klastických slíd a zirkonů v proterozoických a paleozoických horninách - na což poukazují Hegner a Kröner (2001), byla TBO ve svrchním neoproterozoiku situována spíše v blízkosti západoafrického kratonu a MO má - dle distribuce klastických zirkonů v pararulách (Gebauer et al., 1989, Kröner et al. 1988) a přítomnosti paleoproterozoických, mezoproterozoických a kadomských ortorul v této jednotce - také afinitu spíše k západoafrickému kratonu (Wendt et al., 1993). V případě SXT je situace nejasná a zabývají se jí například Hegner a Kröner (2001).

5.1 Vývoj Českého masivu

Vývoj Českého masivu je velmi složitou geologickou a geodynamickou etapou ve vývoji centrální části recentní evropy. Z formálního hlediska ho lze rozčlenit na tři samostatné geologické etapy, které reflektují odlisné sedimentární, metamorfí a vulkano-magmatické události spojené s dynamikou Zemského tělesa v daných obdobích. Počátek každé etapy je možné spojit s reorganizací napěťových polí a tomu odpovídajícím tektonickým režimům regionálního měřítka. Jednotlivá období se označují jako: prevariský vývoj jednotek Českého masivu, variské orogenní procesy a postorogenní vývoj. V následujících sekcích bude stručně a samostatně pojednáno o každé etapě.

5.1.1 Prevariský geodynamický vývoj

Prevariský vývoj lze dále rozdělit na období neoproterozoické a staropaleozoické, přičemž neoproterozoický vývoj je možné velmi dobře dokumentovat v oblasti TBO, nebo v částečně variské přepracovaných oblastech SXT (podrobnější např. Chlupáč et al., 2002). V litologické struktuře je patrný záznam o přechodu do režimu aktivní subdukce ve svrchní části kralupsko-zbraslavské skupiny, spojené s tvorbou ostrovních oblouků a formováním akrečního flyšového prizmatu mezi nadložní kontinentální deskou a subdukovanou oceánskou litosférou. Změna režimu v pasivní kontinentální okraj - po vyznění subdukce - byla patrná v průběhu kambria, kdy dál docházelo k separaci panafrických orogenních celků a gondwanského kontinentu. Vznikal systém riftů rozdělujících souvislé pásmo kadomsko-avalonských mikrokontinentů (Chlupáč et al., 2002; Kachlík, 2003).

Nejdříve docházelo k oddělování východní Avalonie a fragmentů vyskytujících se na periferii Českého proto-masivu (brunovistulkum, malopolský masiv - tyto oblasti však byly v kontaktu již od sp. - stř. kambria) a následně (na pomezí kambria a ordoviku) došlo k oddělení zbylých mikrokontinentů armorické skupiny (Kachlík, 2003). Tato separace je indikována paleomagnetickými záznamy a relikty bimodálního riftového vulkanismu a magmatismu s nástupem mezi 520-480 Ma. Změna režimu je zaznamenána také v horninách komárovského komplexu v TBO ve sp. arenigu, kde je vulkanická činnost vázána na trhliny sv. - jz. směru, reprezentující kadomské tektonické linie. Vzrůst bazicity je zde patrný postupně od alkalických andezitů až po olivnické bazalty (Chlupáč et al., 2002). Charakteristický magmatismus je vázán na hranice jednotlivých bloků rozpadající se armorické skupiny, kde změna tektonického režimu na hranici kambria a ordoviku způsobila prudké oddělení kambrického a ordovicko - devonského sedimentačního cyklu v TBO a kambrického a ordovicko - sp. karbonského cyklu v SXT. Rychlosť rozpínání oblastí mezi (původně intrakontinentálními) rifty pak měla vliv na uzavírání Tornquistova oceánu a vznik Rheického oceánu (Kachlík, 2003).

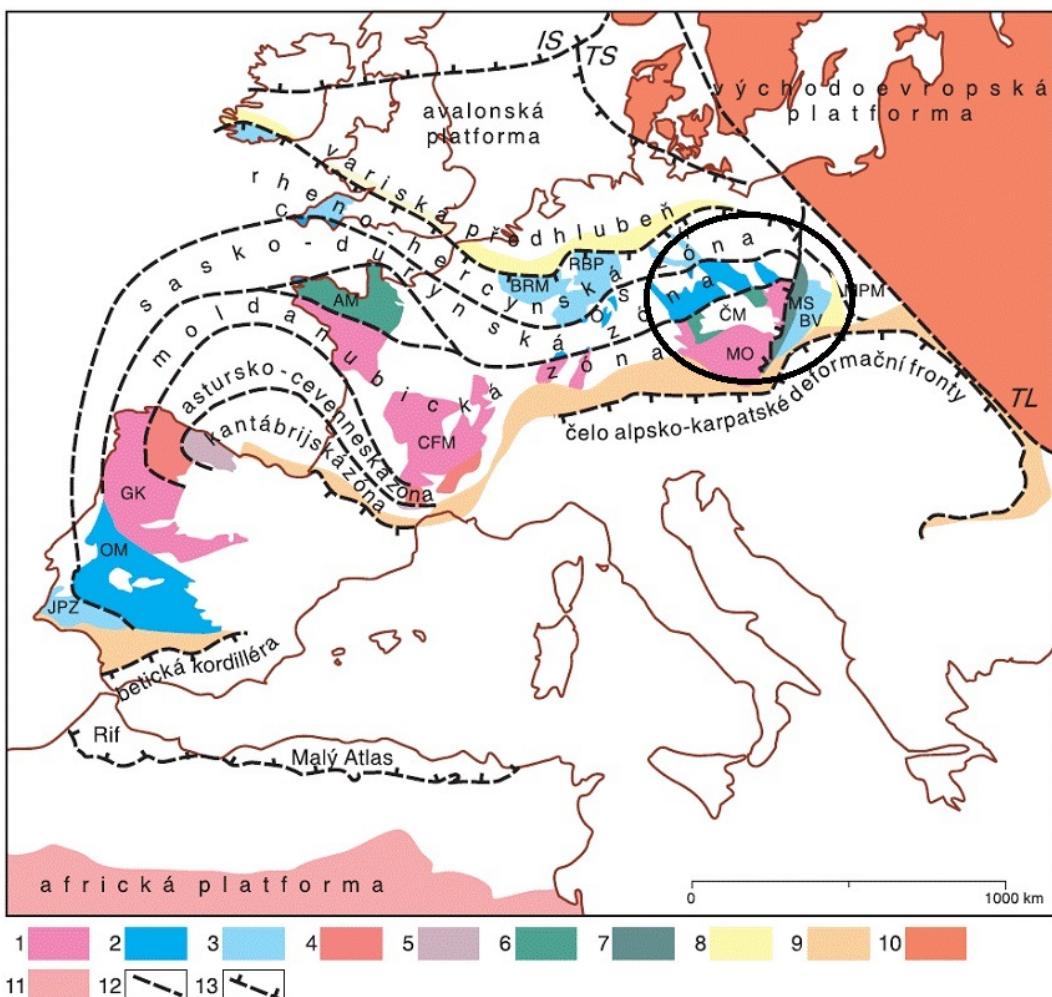
Extenzní režim byl ve zmíněných kontinentálních fragmentech zachováván až do období sp. devonu, ve kterém docházelo ke změnám tektonického režimu a k počátku komprese jednotek Českého masivu. Od kambria do devonu byla oblast Českého masivu postupně přesouvána z jižních do rovníkových oblastí a ve sp. karbonu překročila rovník - což je dokládáno paleomagnetickými a paleoklimatickými studiemi (např. Krs, Pruner, 2001).

5.1.2 Variské procesy

Jako variské horotvorné procesy se označuje období od středního devonu až do spodního permu, ve kterém docházelo ke vzájemným kolizím jednotlivých mikrokontinentů armorické skupiny a jejich finální amalgamaci k Avalonii a Brunii. V prostoru Českého masivu (pozice Českého masivu v evropských variscidách je ilustrována na obr. 9) je tato variská evoluce reprezentována kolizí tepelsko-barrandienské mikrodesky se saxothuringikem a moldanubikem, následovanou nasunutím MO na brunovistulikum a konsolidací s oblastí variského předpolí na severu a severozápadě - reprezentovaném blokem východní Avalonie. Každá jednotka Českého masivu je však reprezentována odlišným tektometamorfním a magmatickým vývojem, neboť během procesu akrece a následné tektonické interakce se pozice jednotek postupně měnila. Evoluce celé oblasti variských procesů byla ovlivněna i geometrií a pozicí jednotlivých subdukčních zón, což se ukázalo jako směrodatné při formování například MO, kde podle některých tektonických modelů (Schulmann et al., 2009, Lexa et al., 2011) docházelo k přemístění a následnému vertikálnímu transferu spodnokorového felzického materiálu, během subdukce SXT pod TBO a MO, a následnému procesu exhumace HP-HT granulitů moldanubika.

Řídící sutury akrečních procesů byly výše zmíněné sutury: gföhlská (s ekvalenty v Centrálním francouzském masivu a na Iberském poloostrově), tepelská a rheická. Právě rheická sutura je oblastí subdukce oceánské litosféry Rheického oceánu již v půběhu staršího paleozoika, což implikuje přiblížení a kolizi armorických mikrokontinentů a Avalonie. V průběhu středního devonu docházelo k otevírání Rhenohercynského oceánu a jeho uzavření bylo dovršeno až při finální amalgamaci armorických kontinentů k Avalonii (Kachlík, 2003). Suturní oblasti jsou charakteristické ofiolitovými komplexy a HP horninami, obdukovanými na kolidující mikrokontinenty z nižších partií spodnokorových a svrchnopláštových oblastí.

Během variských procesů docházelo nejdříve k uzavírání gföhlské sutury (silur - sp. devon), ze které byly vysunuty komplexy metamorfovaných hornin (stáří protolitů odpovídá proterozoiku a staršímu paleozoiku) jv. směrem (Kachlík, 2003). Rápidní ztluštění MO kůry během spodního karbonu vedlo k jejímu prudšímu zahřívání a k parciální anatexi, vrcholící vznikem množstvím granitoidních těles. Souběžně docházelo k významnému zvýšení rychlosti eroze (v závislosti na rychlosti exhumace materiálu), což implikovalo hlubší erozní řez a odkrytí hlubší struktury MO kůry (Maierová et al., 2012).



Obr. 9: Pozice Českého masivu v evropských variscidách. **1** moldanubická zóna a její ekvivalenty: **MO** - moldanubikum v Českém masivu, **CFM** - Centrální francouzský masiv, **GK** - galicijsko-kastilská oblast, **AM** - Armorický masiv; **2** Sasko-duryňská oblasť: **O** - Odenwald, **S** - Spessart, **OM** - Ossa Morena; **3** rhenohercynská zóna: **H** - Harz, **RBP** - Rýnské břidličné pohoří, **BRM** - Brabantský masiv, **C** - Cornwall, **JPZ** - jihoportugalská zóna; **4** asturská zóna; **5** kantabrijská zóna; **6** tepelsko-barrandienská oblasť a severoarmorická oblasť; **7** moravosilesikum; **8** variská předhlubeň; **9** alpisná předhlubeň; **10** východoevropská platforma; **11** africká platforma; **12** tektonické hranice jednotlivých zón variského orogenního pásma; **TL** Tornquistová linie; **13** významné kaledonské sutury, čela variské a alpinské deformační fronty; **TS** sutura vzniknulá po uzavření Tornquistova moře; **IS** sutura vzniknulá po uzavření oceánu Iapetus; **MPM** Malopolský masiv; **BV** brunovistulikum. Černá kružnice označuje pozici Českého masivu. (Převzato a upraveno dle Kachlíka (2003))

K uzavření tepelské sutury docházelo souběžně s uzavíráním gföhlské sutury přibližně ve středním devonu a k obdukci UHP hornin následně ke konci středního devonu (380 - 370 Ma). Nadloží sasko-duryňského autochtonu je tedy tvořeno horni-

novými komplexy odpovídajícími materálům obou kontinentálních okrajů a hlubším částem sasko-durynského ocenánu, které na něj byly nasunuty v sz. směru. Během kompresního režimu docházelo k vyklenutí sz. partií TBO, prográdní metamorfní zonálnosti a ukončení sedimentace v pražské pánvi v givetu (Kachlík, 2003).

Mimo gföhlskou a tepelskou suturu, lze vyčlenit dále uzavření rheické a rhenohercynské sutury, které jsou nejexternějšími z oblasti variscid. Uzavření rheické sutury lze datovat v průběhu devonu a charakterizovat alkalicko-vápenatým vulkanismem a HP-LT metamorfními podmínkami (podrobněji např. Chlupáč et al., 2002). Mladší sutura rhenohercynská byla uzavřena až ve sp. karbonu - během uzavírání rhenohercynského oceánu (vzniknulého ve stř. devonu mezi SXT a severní fylitovou zónou - např. Kachlík, 2003), který subdukoval pod SXT.

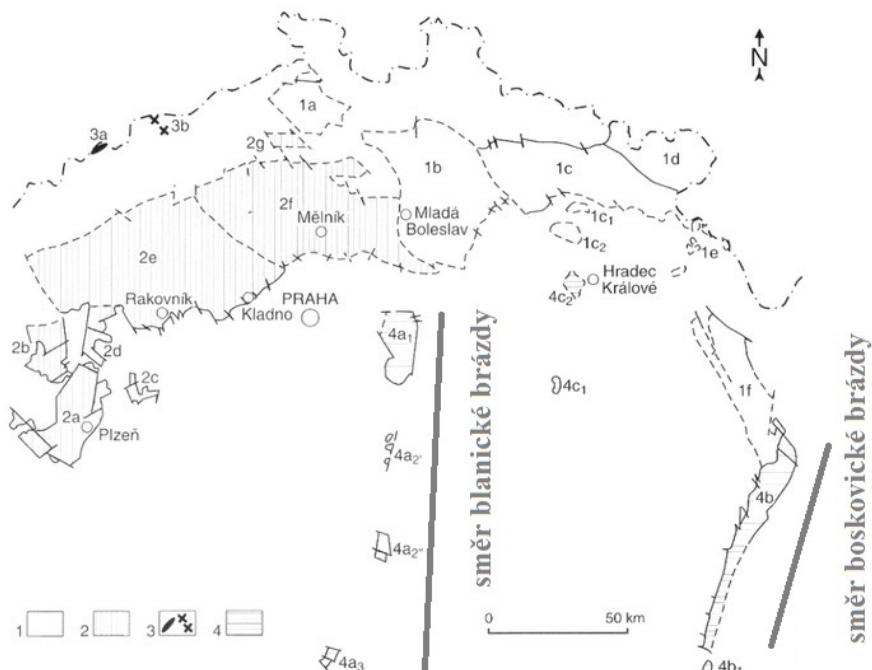
Jako poslední významnou etapu variských procesů lze označit konfrontaci lugodanubické oblasti s brunovistulikem, která je ve starší literatuře (Cháb, 1986; Chlupáč et al., 2002; Kachlík, 2003) označována jako nasunutí lugodanubika na brunovistulikum a vznik příkrovové stavby moravika, resp dle novějších interpretací (Schulmann, 2009; Lexa, 2011) jako indentace Brunie do moldanubické domény.

5.1.3 Post-variský a platformní vývoj

Po skončení variských procesů lze již hovořit o Českém masivu jako o konsolidovaném bloku, jehož další vývoj je spojen téměř výhradně s režimem křehké deformace. Po transformaci v platformní jednotku je celá oblast doprovázena cyklickými laterálními (nebo menšími horizontálními) pohyby a je vytvářen akomodační prostor pro následnou sedimentaci do erozních niv, jež vznikaly při variské orogenezi. Vývoj v Českém masivu - po skončení orogenních procesů - lze rozdělit do tří etap: 1) vývoj permokarbonových pánví, 2) platformní vývoj během mezozoika a 3) vývoj v terciéru a kvartéru.

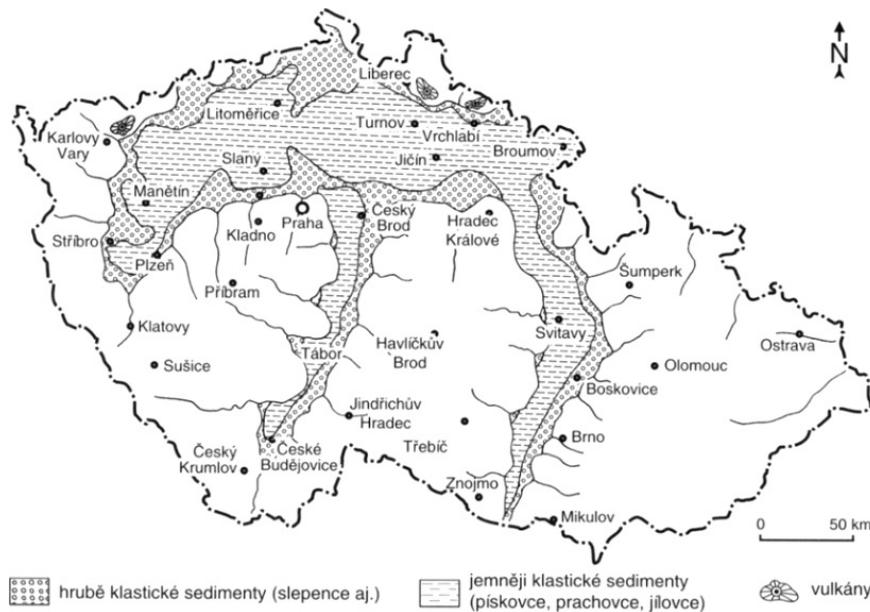
Během permokarbonu docházelo k akumulaci sedimentů ve dvou rozdílných typech prostředí, což reflektuje existenci dvou odlišných typů pánví. Prvním typem prostředí je mořské prostředí, kterému odpovídá hornoslezská pánev, jejíž sedimenty jsou charakteristické pro příbřežní lokalizaci s patrnými cyklickými změnami režimů kontinentální a mořské sedimentace, způsobené tektonickým neklidem, klimatickými výkyvy i vulkanickou činností (Chlupáč et al., 2002). Druhým typem pánví jsou svrchněpaleozoické limnické pánve, jejichž výplň je reprezentována sedimenty kontinentálního charakteru. Tyto pánve jsou vázány na deprese vzniklé gravitačním kolapsem variského orogenu v důsledku parciální anatexe jeho ztluštěné kůry a přechodem do extenzního režimu. Pánve jsou vymezeny zlomovými systémy a mají charakter strike-slipových pánví, nebo extenzních příkopů. Jejich formální rozdělení pak naleží svrchnopaleozoickým pánvím západošeské a středočeské oblasti; svrchnopaleozoickým pánvím lugické oblasti; a brázdám (blanická - vázaná na kouřimský zlom; jihlavská - vázaná na přibyslavský zlom; boskovická - vázaná na zlom boskovické brázdy) (viz obr. 10). Sedimenty těchto pánví odpovídají hrubým klas-

tickým sedimentům (slepencům) a jemnějším sedimentům (pískovcům, prachovcům, jílovcům). Rekonstrukci sedimentačních prostorů a jednotlivé pánevní výplně lze sledovat na obr. 11 a 12 a podrobnější informace lze vyhledat např. v Peškovi et al. (1998) nebo Chlupáčovi et al. (2002).

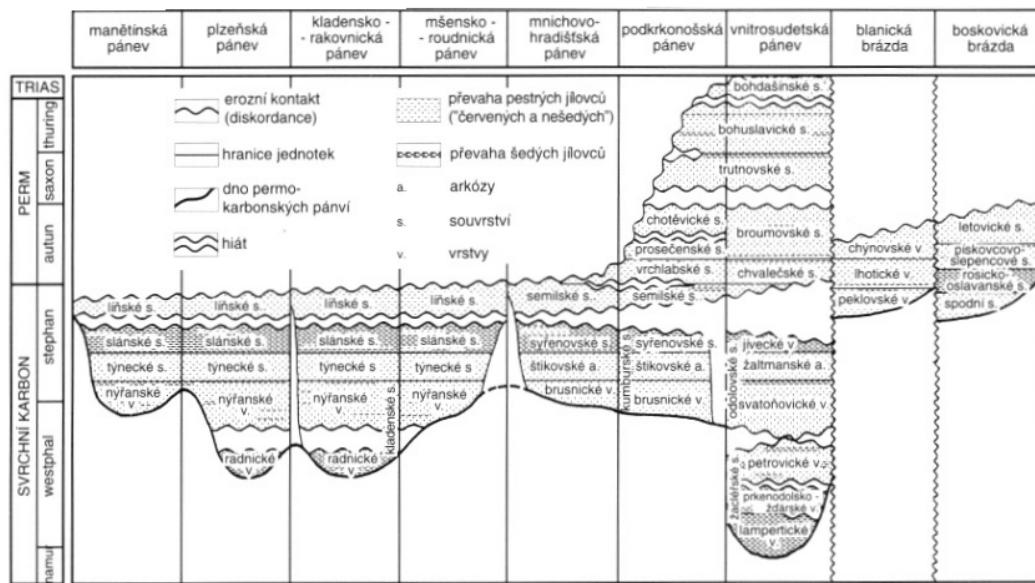


Obr. 10: Distribuce permokarbonských pánví na území České republiky. **Pánve sudetské oblasti:** 1a - česko-kamenická pánev, 1b - mnichovohradišská pánev, 1c - podkrkonošská pánev (s relikty permokarbone) na Zvítčině - 1c1 a na Hořickém hřbetu - 1c2), 1d - vnitrosudetská pánev, 1e - perm v Orlických horách, 1f - orlická pánev; **Svrchnopaleozoické pánve středočeské oblasti:** 2a - plzeňská pánev, 2b - manětínská pánev, 2c - radnická pánev, 2d - žihelská pánev, 2e - kladensko-rakovnická pánev, 2f - měsensko-roudnická pánev, 2g - výskyt u Kravař; **Svrchnopaleozoické pánve české části krušnohorské oblasti:** 3a - relikt u Brandova, 3b - relikt mezi Moldavou a Teplicemi; **Svrchnopaleozoické brázdy:** 4a - blanická brázda (severní část: 4a1 - českobrodská dílčí pánev, centrální část: 4a2 - relikt v okolí Vlašimi a Táboru, 4a3 - relikt v okolí Českých Budějovic), 4b - boskovická brázda (4b1 - relikt u Miroslavi), 4c - jihlavská brázda (4c1 - relikt u Kraskova v Železných horách, 4c2 - relikt u Hradce Králové) (Upraveno dle Chlupáče (2002))

V mezozoiku docházelo postupně k zaplavování nižších oblastí Českého masivu epikontinentálním boreálním mořem na sz. a oceánem Tethys na jv. Tyto okolnosti vedly k usazování různých druhů mořských sedimentů v závislosti na poloze zaplavených oblastí, přičemž se měnil charakter těchto sedimentů dle měnící se úrovně mořské hladiny. Postupně lze vymezit sedimenty vázané na vývoj v triasu (charakteristické pouze pro slepence flyšového pásmá karpatské předhlubně a část podkrkonošské a vnitrosudecké pánve neboť většina Českého masivu byla v tomto období součástí Vindelického hřbetu (např. rekonstrukce situace ve střední evropě dle



Obr. 11: Rekonstrukce sedimentačního prostoru permokarbonických limnických pánví v Českém masivu. (Převzato z Chlupáče (2002))

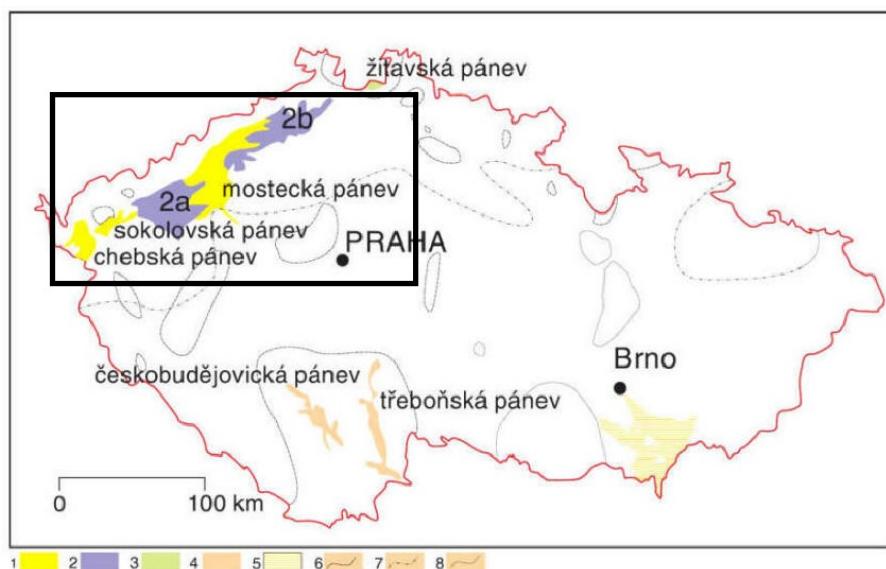


Obr. 12: Stratigrafické členění permokarbone limnických pánví a brázd Českého masivu. (Převzato z Chlupáče (2002))

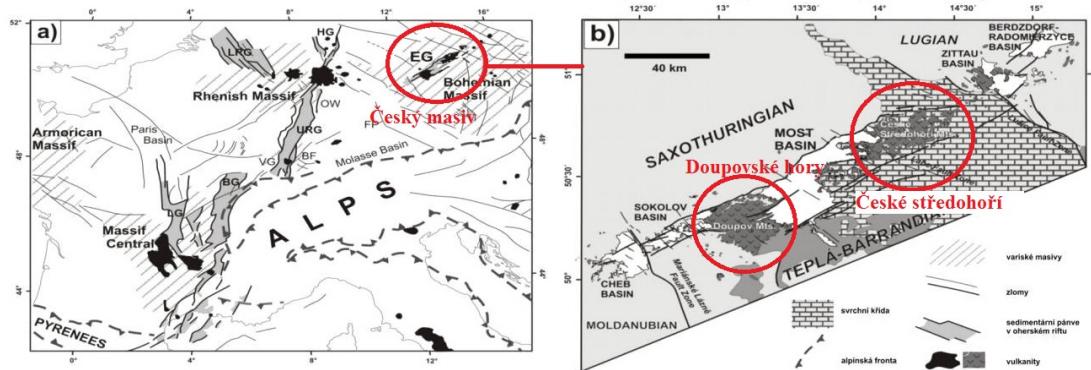
Zieglera, 1982)); sedimenty jury, které se vyskytují v severních Čechách (kde jsou vázané na lužickou poruchu a podloží české křídové pánve - kde docházelo ke spojování sev. boreálního moře a Tethydy), v oblasti moravského krasu a okolí Brna, na jihovýchodních svazích Českého masivu a v moravskoslezské oblasti Západních Karpat (např. Chlupáč et al., 2002); a křídy, reprezentované Českou křídovou pánví,

křídou jihočeských páneví, křídou u Rudic a Osoblahy.

Terciérní vývoj je charakteristický pokračujícími epizodickými průniky boreálního moře na severu a Tethydy na východě do klesajících pánevních oblastí mezi elevacemi zbytků variského horstva. V oblasti Tethydy se odehrávalo alpinské vrásnění, které mělo vliv na tvorbu struktur při východním okraji Českého masivu (flyšové Vnější Karpaty). Reorganizace napěťových polí spojená s touto událostí měla také vliv na reaktivaci některých starších zlomů a novou tektonickou aktivitu (saxonská tektonika) v Českém masivu, jejímž produktem bylo celkové vyklenutí této oblasti, aktivace oherského riftu a nová aktivita na zlomech labské linie (Kachlík, 2003). Sedimentace byla soustředěna převážne na depresní oblast spojenou s Oherským riftem (obr. 13) a docházelo tak ke vzniku výplně severočeských páneví. Obnovena byla i sedimentace v jihočeských pánevích a v části moravského území. Saxonská tektonika měla nadále významný vliv i na obnovení vulkanické činnosti, zejména při vazbě na linii oherského riftu (viz obr. 14a/b), kde nejvýznamnějšími vulkanickými centry byly Doupovské hory a oblast Českého středoohorí (Chlupáč, 2002). Vyklenutí Českého masivu následně způsobovalo odvodňování do terciérních páneví a Karpatské předhlubně pomocí systému řek výrazně odlišného od dnešní situace (Malkovský, 1979).



Obr. 13: Rozšíření terciérních sedimentů v Českém masivu: 1 - podkrušnohorské pánve, 2a - vulkanický komplex Doupovských hor, 2b - středočeský vulkanický komplex, 3 - žitavská pánov (česká část), 4 - jihočeské pánve, 5 - autochtonní paleogén na jv. svazích brunovis-tulika (skrytý pod sedimenty předhlubně a karpatskými příkrovky), 6 - reliktové sladkovodní terciérní sedimenty, 7 - neovulkanity (okrajové části), 8 - reliktové převážně mořských sedimentů (výběžky karpatské předhlubně); rámeček zobrazuje oblast oherského riftu a na ní vázané sedimentační prostory. (Upraveno dle Kachlíka (2003))



Obr. 14: A) Pozice oherského riftu v kontextu evropského riftového systému během kenozoika. B) Detail oherského riftu s vyznačením (červené kružnice) významných vulkanických center - Doupolovských hor a Českého středohoří. (Upraveno dle Rajchla (2006) a Grygara (<http://geologie.vsb.cz/reg-geol-cr/default.htm>))

V poslední etapě, kvartérním vývoji Českého masivu, došlo k ústupu moře vásaného na karpatskou předhlubň a oblast Českého masivu se stala souší. Charakter sedimentace se změnil na kontinentální a byl následně ovlivněn zaledněním (vzhledem k pozici Českého masivu v periglaciální oblasti) severních oblastí tohoto území. Kvartérní vulkanismus byl spojen s doznívajícími procesy alpinské orogeneze a nejmladší vulkány na území ČR lze spojovat s vulkanity okolí Chebska (stáří ? - 0,25 Ma) (Ulrych et al., 1999).

5.2 Moldanubická oblast

Moldanubická oblast představuje centrální část variského orogenního kořene na území České republiky, částečně zasahující do oblasti Rakouska a Německa, která je situována mezi jednotkou tepelsko–barrandienskou na západě a jednotkou moravosileskou na východě (viz obr. 8 a 15). Představuje tak nejvýchodnější část variských internid, která byla nejvíce ztluštěna během variských orogenních procesů a následně hluboce erodována. Jedná se o velmi heterogenní a metamorfně postiženou jednotku, která je charakteristická přítomností MP - HP hornin (např. Schulmann, 2008), jejichž protolitické stáří odpovídá svrchnímu proterozoiku (Friedl et al., 2004) a spodnímu paleozoiku (např. Janoušek et al., 2008).

5.2.1 Vymezení a členění MO

Dle Kachlíka (2003) lze definovat moldanubickou oblast jako regionální geologickou jednotku zahrnující vlastní moldanubikum – vysoce metamorfované komplexy, které prostupují četné intruze granitoidů, vystupujících v oblastech Českomoravské

vrchoviny, Českého lesa a Šumavy (jižně a jihovýchodně od kutnohorsko-svrateckého krystalinika). K moldanubiku se řadí i kutnohorsko – svratecké krystalinikum, které ale bývá dle některých prací považováno za samostatnou jednotku (podrobněji např. Zoubek, 1988; Franke et al., 2000).

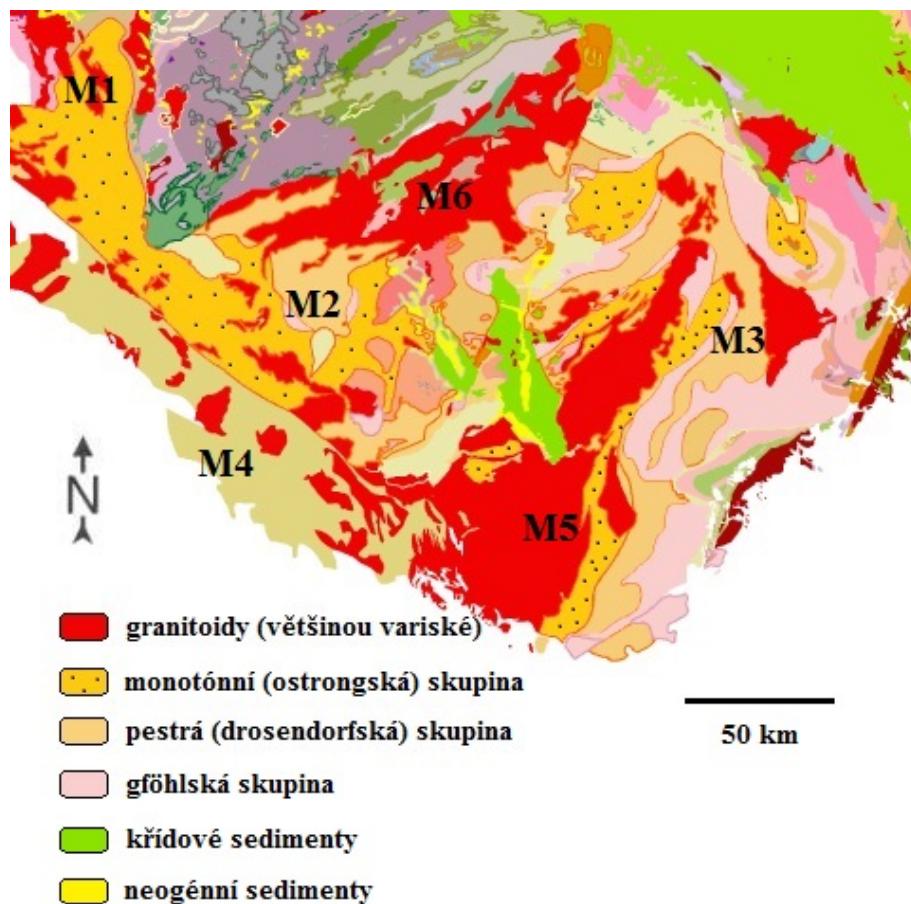
Vzhledem k okolním jednotkám je moldanubikum vymezeno tektonickými hranicemi: kontakt s TBO reprezentuje relikt gföhlské sutury, na který je vázáno množství granitoidních variských těles (středočeský plutonický komplex); rozhraní mezi MO a SXT je patrné v oblasti Českého lesa; hranice mezi MO a MSO je určena složitým násunovým systémem v oblasti dyjského teránu a svratecké klenby. Jižní hranice MO je definována zanořením této jednotky pod sedimenty alpské předhlubně a flyšových sekvencí východních Alp. Na jihozápadě v oblasti bavarika (Bavorská část MO) se moldanubikum zanořuje pod platformní sedimenty permu a mezozoika. Vzhledem k TBO je moldanubikum definováno jako jeho tektonické podloží, podobně jako v oblasti kutnohorsko – svrateckého krystalinika, avšak na východě je hranice MO definována jako jeho nasunutí na MSO, k níž došlo v závěrečné fázi variských procesů, patrně indentací brunovistulika do jádra variského orogenního kořene (Schulmann, 2009, Maierová et al., 2012 a 2013). Na problematiku rozhraní MO a MSO však existuje množství rozdílných názorů, které je možné vyhledat například v přehledu Pittra et al. (1999). Moldanubikum samotné lze dále členit na tyto dílčí celky: šumavské a české moldanubikum, moldanubikum Českého a Bavorského lesa, bavarikum, strážecké modlanubikum, západomoravské moldanubikum, moldanubikum Waldviertelu a Mühlviertelu (viz obr. 15).

5.2.2 Litotektonická charakteristika MO

V moldanubiku lze vyčlenit tři litologické skupiny na základě rozdílného stupně metamorfických podmínek (viz obr. 15) – od strukturního podloží to jsou: monotónní (ostrongská) skupina, pestrá (drosendorfská) skupina a gföhlská skupina (např. Vrána et al., 1995; Franke, 1989). Granulitové komplexy, ortoruly a migmatity gföhlské skupiny bývají někdy též označované za samostatnou skupinu (kletská skupina – viz např. Zoubek, 1988).

Monotónní skupina

Pro monotónní a pestrou skupinu jsou charakteristické pararuly, jejichž vznik je spojen s MP-HT metamorfickými podmínkami (8-9 kbar, 700 – 800 °C) následovanou reekvilibrací v poli sillimanitové zóny, přibližně v podmínkách 4-6 kbar a 600 – 800 °C (např. Petrakakis, 1997). Pararuly výhradně monotónní skupiny vznikaly v poli stability cordieritu při podmínkách 4,5 – 6 kbar a 600 – 720 °C (Petrakakis, 1997), které byly ovlivněny průběhem karbonských intruzí v rozmezí 330-310 Ma (Schulmann, 2008).



Obr. 15: Zjednodušená geologická mapa moldanubické oblasti. **M1** - moldanubikum Českého lesa, **M2** - šumavské a české moldanubikum, **M3** - strážecké, moravské moldanubikum a moldanubikum Waldviertelu, **M4** - moldanubikum Bavorškého lesa, **M5** - moldanubický pluton, **M6** - středočeský plutonický komplex a ostrovní zóna. (Upraveno dle <http://is.muni.cz/elportal/zakazky/sesulka/index.pl>)

Pestrá skupina

Pestrá skupina je charakteristická MP metasedimentárními horninami, které vznikaly při podmínkách okolo 5–12 kbar a teplotách v rozmezí 600 – 750 °C (Rácek et al., 2006; Petrakakis, 1997). Typickými horninami této skupiny jsou biotit-sillimanitické pararuly s vložkami, které tvoří tělesa amfibolitů, kvarcitů, mramorů, grafitických hornin, bazických metavulkanitů tholeiitického nebo intradeskového charakteru. Spodní část pestré skupiny je tvořena sekvencemi amfibolitů a metagabber (Racek et al., 2006), které lokálně obsahují vložky eklogitů (O'Brien and Vrána, 1995). Vrcholné metamorfní podmínky dosahovaly až hodnot typických pro granulity gföhlské skupiny (Petrakakis, 1997). Mezi monotónní a pestrou skupinou lze předpokládat existenci duktilní násunové linie. Ta byla rozpoznána například na kontaktu českokrumlovské pestré skupiny s kaplickou jednotkou (Vrána, 1979). Dalším

významným litologickým typem jsou ortoruly, které jsou asociovány se zmíněnou násunovou linií, s paleoproterozoickým (2,1 Ga) až mezoproterozoickým (1,3 Ga) protolitickým stářím (Kachlík, 2003).

Gföhlská skupina

Strukturně nejvyšší jednotkou moldanubika je gföhlská skupina, charakteristická vysokou litologickou heterogenitou, přítomností HP-HT hornin pláštového charakteru (peridotity v asociaci se spinelem a granátem), granulitů, eklogitů a skarnů (Kachlík, 2003), kde eklogity a granulity odpovídají P-T podmínkám 16–22 kbar a 800 – 1000 °C (~ 50-65 km) (Štípská and Powell, 2005a). Dle Fuchse (1976) však gföhlská skupina tvoří i spodní kruh centrální části variského orogenu v moldanubiku, která je charakteristická přítomností felzických až intermediálních HP-HT granulitů, granátických pyroxenitů a peridotitů (Medaris et al., 1995), anatektických ortorul a MORB eklogitů vázaných na amfibolity (Štípská and Powell, 2005b). Peridotity gföhlské skupiny jsou dle svých charakteristik podobné peridotitům saxothuringika, kde tvoří vložky granulitů (Schmädicke et al., 2010).

5.2.3 Granitoidní magmatismus MO

Moldanubická oblast je charakteristická množstvím granitoidních těles, která lze dělit na dvě skupiny:

1) syntektonické granitoidy alkalicko-vápenatého charakteru, které vznikaly v období variské kolize (přibližně 370-340 Ma) a jsou vázané na gföhlskou suturu mezi MO a TBO (středočeský plutonický komplex, borský masiv, babylonský masiv, železnohorský pluton) s charakteristikami odpovídajícími plutonickým tělesům, která vznikala v oblasti magmatických oblouků nad subdukční zónou (Kachlík, 2003). Tento přístup k deskripcí formování středočeského plutonického komplexu je předmětem i novějších prací, zabývajících se vývojem Českého masivu (např. Schulmann et al., 2009).

2) posttektonická (335-305) tělesa uvnitř moldanubika - tvořená granitoidními horninami (centrální moldanubický pluton); tělesy durbachitických hornin - která jsou spojována s regionální extenzí a postorogenním kolapsem centrální části variského systému, doprovázaného intruzemi pláštových tavenin (Finger et al., 1997; Holub et al., 1997, Kachlík, 2003). Nejmladší (270 Ma) tělesa (granitoidy, granodiority) této skupiny (spjaty s nejmladším variským magmatismem – dle Finger et al., 1997) jsou vázány na procesy spojené s tvorbou permokarbonských brázd (Košler et al., 2001).

Přibližně mezi 340-335 Ma docházelo k vytvoření plutonických struktur - prostorově korelovaných s výskytem granulitů gföhlské jednotky - reprezentovaných magmatity ultra-draselného složení (amfibol-biotitická durbachitová suita – např. typ Čertovo břemeno; dvoupyroxenové syenitoidy – např. táborský syenit). Původ těchto

těles (respektive přítomnost durbachitů) lze vysvětlit přemístěním parciálně tavených plášťových hornin, které byly kontaminovány materiélem charakteristickým pro korové prostředí, do vyšších partií moldanubické oblasti. Tento mechanizmus může být vázán na variskou subdukci (Janoušek and Holub, 2007).

5.2.4 Granularity MO

Genezí a geochemií granulitů moldanubické oblasti se zabývala řada autorů a existují různé názory na jejich vazbu k variským procesům v Českém masivu. Některí autoři se přiklánějí ke granitoidnímu/ryolitovému původu granulitů a jejich charakteristickému HP metamorfnímu charakteru, spjatému s variskou kolizí, při které došlo pouze k částečnému HP přepracování a tavbě (např. Fiala et al., 1987; Janoušek et al., 2004). Jiní autoři zastávají názor, že se jednalo o HP granitický materiál charakteristický sníženou viskozitou, který byl oddělen od zdrojové oblasti variským metamorfním cyklem (např. Vrána and Jakeš, 1982; Jakeš, 1997). Rozdíly mezi oběma názory jsou podrobněji diskutovány například v Lexovi (2011).

Složitá litologická struktura moldanubika může být tedy vysvětlována posloupností odlišných tektonických procesů během variské orogeneze (Schulmann et al., 2008, Schulmann et al., 2009), které vedly k vytvoření komplexní vertikální stavby této oblasti a její laterální variaci - ovlivněnou indentací brunovistulika do lugodanubika (Maierová et al., 2012; Maierová et al., 2013). Během této termo-mechanické fáze formování centrální části variského orogenu docházelo k redistribuci hmot tvořících spodní a střední kůru, propagaci felzického materiálu do vyšších partií a tvorbě HP granulitových komplexů typických pro gföhlskou jednotku (Lexa et al., 2011).

Recentní stavba moldanubické oblasti je charakteristická přítomností tří orogenních, paralelně probíhajících struktur (pásy sv.-jz. směru), které jsou situovány v oblastech odpovídajících spodní až střední kůře (Finger et al., 2007). Pozice prvního pásu je nejvíce indikována v oblasti jihočeského a šumavského moldanubika, pozice druhého pásu odpovídá hraniční linii moldanubika a brunovistulika a třetí pás je vázán na rozhraní TBO a SXT. Mimo tyto granulitové komplexy lze ještě vyčlenit saxonský granulit, tvořící dómovitou strukturu sv.-jz. směru (Franke, 2000).

Soudobé práce (Lexa et al., 2011; Maierová et al., 2012; Maierová et al., 2013) prezentují numerické modely, které simulují problematiku transferu hmot ve variském orogenním kořeni, a které vycházejí z myšlenky redistribuce felzického svrchně korového materiálu SXT mikrobloku na bázi budoucí moldanubické oblasti během jedné konvergentní fáze (Lexa, et al., 2011; Schulmann et al., 2008/2009). Tyto úvahy jsou klíčové pro pochopení vývoje v centrální části variského orogenu a další studium procesů formujících Český masiv.

Dříve než bude prezentován zjednodušený model evoluce Českého masivu, formulovaný dle výše diskutovaných úvah, bude krátce pojednáno o geofyzikálních

charakteristikách této oblasti variského orogenního pásma a kontextu anomálních hodnot polí s možným vývojem celé oblasti.

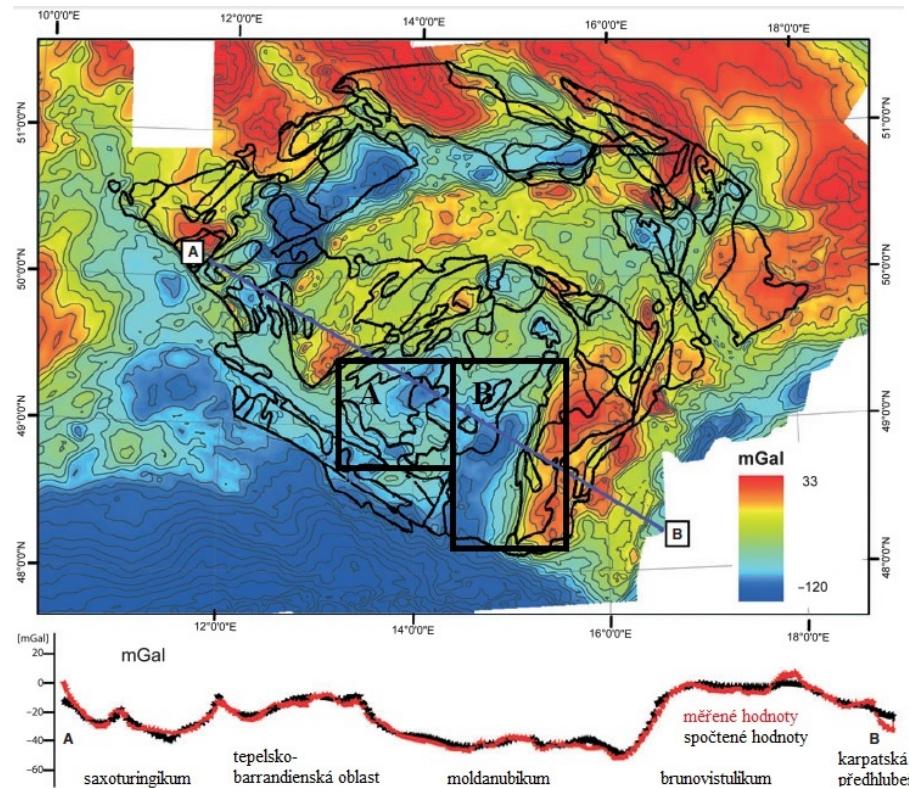
5.2.5 Geofyzikální charakteristika MO

Heterogenitu českého masivu lze nejlépe globálně dokumentovat pomocí různých geofyzikálních metod, které měří a zobrazují lokální hodnoty fyzikálních polí v závislosti na materiálových parametrech, reprezentovaných diferenční litologickou strukturou v regionálním i lokálním měřítku. Variace hodnot jsou závislé též na vertikální distribuci parametricky odlišných těles a korových segmentů. Výhodné – ve spojitosti s předchozí sekcí – je pozorovat diference hodnot gravitačního pole (obr. 16), radiometrické anomálie (obr. 17) a variaci hloubky MOHO (obr. 18) na území Českého masivu, v kontrastu s jednotkou moldanubika.

Při pohledu na gravimetrickou mapu Českého masivu (obr. 16) je patrné, že MO je charakteristická jako výrazná negativní Bouguerova gravitační anomálie a od ostatních jednotek je relativně ostře oddělena. Toto je možné vysvětlit absencí „těžkého“ kademského fundamentu v MO, což je jistým specifikem oproti ostatním jednotkám (Kachlík, 2003), a přítomností obecně lehčího felzického materiálu (viz předchozí sekce). V detailním pohledu si lze povšimnout dvou hlavních anomálních center: střední část českého a šumavského moldanubika (rámeček A na obr. 16) a centrální moldanubický pluton (rámeček B na obr. 16). Anomálie těchto oblastí koreluje s výskytem relativně lehkých granitických těles tvorících moldanubický pluton, podložených felzickým materiálem ze zdrojové oblasti spodní kůry (Maierová et al., 2012), a granulitů českého a šumavského moldanubika (Lexa et al., 2011). Obecněji lze MO z hlediska gravitačních Bouguerových anomálií rozdělit na dvě domény (Maierová, 2013): 1) doménu východně od centrálního moldanubického plutonu - s relativně nízkými pozitivními hodnotami; 2) doménu západně od centrálního moldanubického plutonu - charakteristickou relativně vyššími negativními hodnotami. Tento rozdíl je interpretován jako vliv hustšího materiálu brunovistulika, jehož okrajová zóna se nachází v podloží východní části MO a je překryta pouze tenkou vrstvou materiálu, který je tvořen horninami s nižšími hustotami (Guy et al., 2011). Toto pozorování podporuje koncept modelu indentace brunie do MO segmentu (Schulmann et al., 2009, Maierová et al., 2012).

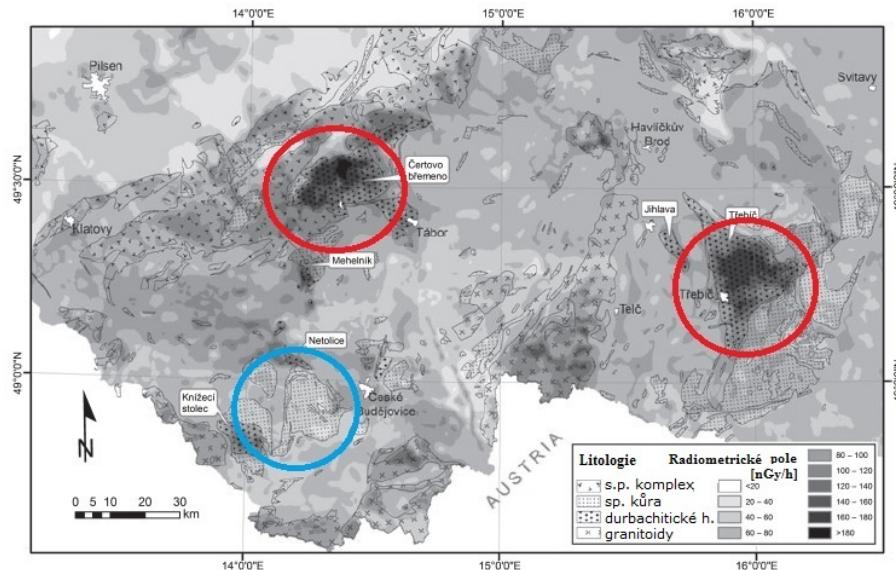
Další významnou geofyzikální charakteristikou moldanubické oblasti jsou radiometrické anomálie. Při pohledu na obr. 17 si lze povšimnout, že celá okrajová oblast moldanubika vykazuje vyšší radioaktivitu než centrální část. Nejvýraznějšími anomáliemi jsou zde třebíčský pluton a masiv Čertovo břemeno, které jsou tvořeny durbachity a melasyenitoidy (Holub, 1997). Oproti tomu vykazuje centrální část relativně nižší hodnoty pole, což pravděpodobně ovlivňuje například přítomnost jihočeských granulitických těles.

Dokladem o variském ztluštění a tvorbě orogenního kořene může být také mapa zobrazující hloubku MOHO v oblasti střední evropy (obr. 18). V mapě Českého

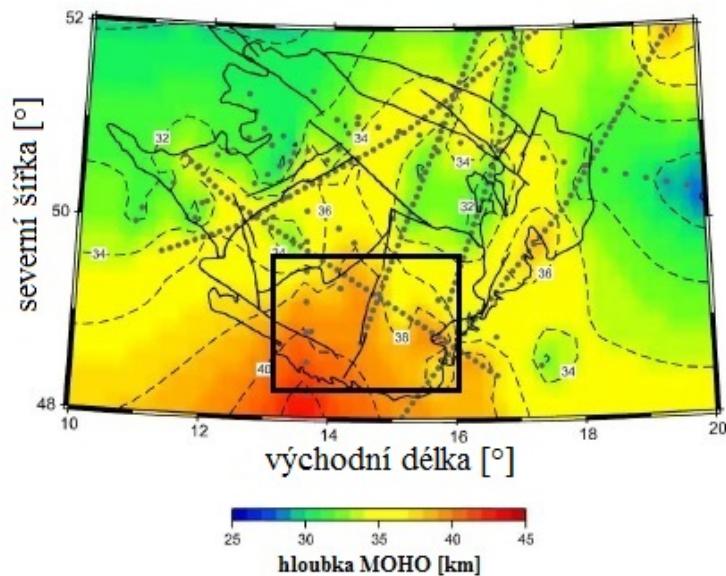


Obr. 16: Mapa Bouguerových gravitačních anomalií Českého masivu. Červené oblasti korespondují s relativně těžkými horninami, které jsou v ostrém kontrastu s relativně lehkými horninami, tvorícími podloží moldanubika a vykazujícími záporné (modré) anomálie. Čtverec **A** zachycuje zápornou gravitační anomálii v centrální části moldanubické oblasti, v blízkosti granulitových komplexů. Obdélník **B** reprezentuje oblast moldanubického plutonu se zápornou anomálií a východní okraj moldanubika, charakteristický pozitivní anomálií v důsledku přítomnosti těžkých hornin brunovistulika, situovaných pod východním okrajem moldanubické domény. (Upraveno dle Lexy et al. (2011))

masivu je patrné, že největší hloubku rozhraní MOHO vykazuje moldanubická oblast (až 40 km) a nejmenší hloubky jsou zaznamenané v oblasti saxothuringika (28-30 km) (Karousová et al., 2012). Tento fakt koresponduje s modelem indentace brunovistulika a ztluštěním moldanubické oblasti, který zahrnuje i izostatickou kompenzaci a následnou hlubokou erozi moldanubika (Maierová et al., 2012). Právě izostatická kompenzace a hlubší erozní řez měly následně vliv na téměř úplné vyrovnání mocnosti korových segmentů napříč Českým masivem, což je doloženo právě nízkou variací hloubky MOHO pod Českým masivem. Z větší části však lze variace hloubky MOHO přisuzovat i pozdějšímu alpinskému cyklu.



Obr. 17: Radiometrická mapa moldanubické oblasti. Tělesa syenitoidů a durbachitů vykazují silné anomálie radiometrického pole (červené kružnice); tělesa granulitů (modrá kružnice) a horniny části monotonní a pestré skupiny vykazují nižší hodnoty radiometrického pole. (Upraveno dle Lexy et al. (2011))



Obr. 18: Mapa předpokládané hloubky MOHO pod oblastí Českého masivu. Černé tečky reprezentují profily dle kterých byly získány výsledky ze seismických experimentů; Černé linie vymezují Český masiv a hlavní tektonické jednotky. Viditelný kontrast moldanubické oblasti svědčí o ztluštění této části variské kúry (černý rámeček). (Upraveno dle Karousové et al. (2012))

5.3 Moderní koncept vývoje Českého masivu a moldanubické oblasti

Na základě předchozího stručného úvodu do problematiky komplexity Českého masivu a moldanubické oblasti lze nyní představit zjednodušenou verzi modelu vývoje centrální části variského orogenního pásma. Na obrázku (obr. 19) je vidět posloupnost jednotlivých klíčových stadií tak, jak je interpretovali Schulmann et al. (2009), Lexa et al. (2011) a Maierová et al. (2012).

První etapu lze charakterizovat jako svrchno-silurskou až spodno-devonskou subdukci oceánské litosféry saxothuringika pod oblast budoucí tepelsko-barrandienské a moldanubické oblasti (obr. 19a). Během této události docházelo k tvorbě vulkanického oblouku v TBO a částečnému vyklenutí moldanubika.

Následný přechod v režim kontinentální subdukce (obr. 19b) je patrný během svrchního devonu až spodního karbonu, kdy – přibližně v období 370-340 Ma – docházelo k extruzi materiálu tvořícího středočeský plutonický komplex, relaminaci subdukované desky a přesun felzického materiálu na bázi budoucího moldanubika a následně ke ztluštění celé moldanubické oblasti (obr. 19c).

Mechanismus relaminace subdukované desky je popsán např. Hackerem et al. (2011), který definoval relaminaci jako mechanismus, kdy je subdukovaný felzický materiál kontinuálně prohříván a tím se mění jeho viskozita. Závislost viskozity na teplotě však není lineární a v jistém kritickém bodě dochází k jejímu prudkému poklesu. Tento mechanismus tedy pravděpodobně způsobil rapidní pokles viskozity subdukované felzické kůry, její následnou intenzivní deformaci (během exhumace reliktu subdukované SXT desky) a rozprostření felzického materiálu pod nadložní mafickou vrstvu během jeho exhumace – způsobené hustotním kontrastem s okolním prostředím (generelně nižší hustota felzického než nadložního mafického materiálu).

Další etapou vývoje bylo postupné převrácení spodní a střední kůry moldanubika, k jehož počátku docházelo přibližně v období spodního karbonu (obr. 19d). Po vytvoření moldanubické felzické spodní kůry byla hranice, která ji oddělovala od nadložní mafické vrstvy, lokálně perturbována, což vedlo ke vzniku Rayleigh-Taylorovy nestability (např. Maierová, 2013) - kvůli hustotnímu kontrastu s nadložní („těžší“) mafickou vrstvou. Následující vývoj pak byl řízen exhumací felzického a poklesem mafického materiálu v závislosti na teplotě obou vrstev, která byla ovlivněna radiogenní tepelnou produktivitou felzické vrstvy a tepelným tokem z pláštových zdrojů (Lexa et al., 2011, Maierová et al., 2012). Během této události dále docházelo k rozpadu svrchní kůry a sedimentaci v předpolní pánvi.

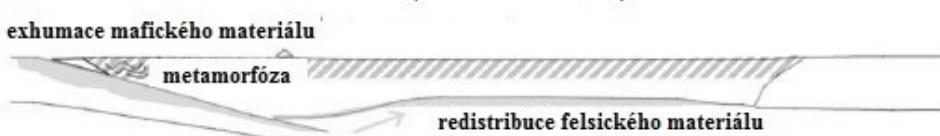
Poslední fází vývoje centrální oblasti Českého masivu byla indentace brunovistulika do oblasti moldanubika během pozdního spodního karbonu (obr. 19e). Během tohoto období pokračovala exhumace spodnokorového felzického materiálu a její charakter byl ovlivněn vklíněním bloku brunovistulika hlouběji do oblasti moldanubika kde docházelo k vytvoření subhorizontálního toku materiálu podél brunovistulického

klínu. Rychlosť exhumace byla řízena termální produktivitou felzické vrstvy, rychlosť indentace a zároveň rychlosť eroze svrchní kúry (Maierová et al., 2013).

a) oceánská subdukce (400? - 380 Ma)



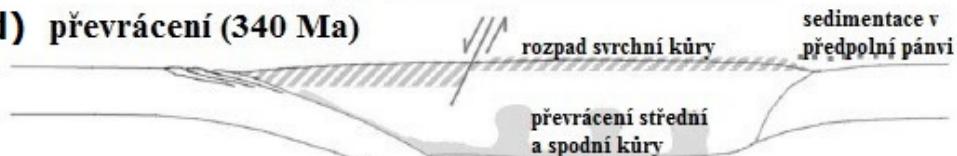
b) kontinentální subdukce (380 - 370 Ma)



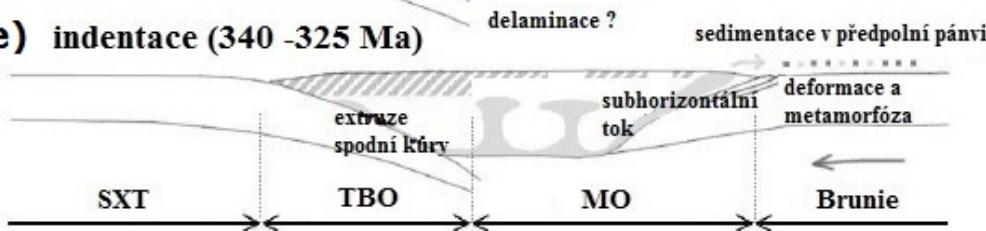
c) kompresní stadium (370 - 340 Ma)



d) převrácení (340 Ma)



e) indentace (340 - 325 Ma)



Obr. 19: Zjednodušené schéma variského vývoje centrální oblasti Českého masivu. 1) Subdukce oceánské kúry SXT pod budoucí oblasť TBO a MO; 2) Subdukce kontinentálnej kúry SXT a relaminace felzické vrstvy na bázi MO; 3) Kompresná fáza a ztluštění MO, zvetšenie perturbácií felzického materiálu; 4) Převrácení spodnej a strednej kúry MO, rozpad svrchnej kúry; 5) Indentace brunovistulika (Upraveno dle Maierové et al. (2012))

6 Analýza diapirizmu

V této části práce budou představeny numerické modely exhumace felzické spodní kůry moldanubika a tvorby diapirových struktur v oblasti střední kůry. Následující sekce budou pojednáním o analýze numerických simulací prostřednictvím metod multivariantní statistiky. Cílem analýzy simulovaného vývoje této zájmové oblasti je porovnání vlivů variace počátečních podmínek (iniciálních parametrů) na evoluci systému v lokálním i globálním měřítku. Není zde tedy primárně kladen důraz na přímou validní korespondenci jednotlivých simulací s reálnou situací vývoje moldanubické oblasti, ačkoliv iniciální modelové nastavení vychází z prací Lexy et al., (2011) a Maierové et al. (2012), a v simulacích, které odpovídají podobným hodnotám iniciálních parametrů jako v práci Lexy et al. (2011), je patrná korelace - například mezi P-T podmínkami pro oblast spodní felzické kůry - s výše uvedenými modely.

Studovaný systém reprezentuje střední část moldanubického korového segmentu tak, jak se vyvíjel v období svrchního karbonu při materiálové inverzi (obr. 19d, stádium převrácení sp. a stř. kůry). Oproti modelu Maierové (2012) zde není uvažována laterální kontrakce, ani indentace brunovistulika a studovaná doména je tedy mechanicky izolována od okolního prostředí (viz Lexa et al, 2011).

Pro analýzu evoluce systému bylo iniciováno přibližně 700 simulací, ze kterých je - po kalibracích a odstranění nevhodných běhů – vybráno 250 reprezentativních simulací, které odpovídají dvěma modelovým situacím. První model (model A) představuje změnu geometrických aspektů studované domény – iniciální parametry jsou mocnost felzické spodní kůry (FLC), amplituda undulace FLC a radiogenní produktivita FLC (H); Druhý model (model B) vykazuje stejné geometrické aspekty pro všechny iniciální situace a jeho iniciální parametry jsou reprezentovány změnou hustotního kontrastu mafické střední kůry (MMC) a FLC, a dále H. Všechny simulace byly provedeny pomocí programu Elmer (<http://www.csc.fi/english/pages/elmer>) metodou konečných prvků. (Pozn.: Iniciálními parametry - nebo též variačními parametry - jsou myšleny všechny parametry modelu A a B, jejichž hodnoty jsou variovány za účelem kolekce výsledného souboru simulací, analyzovaného multivariantní statistikou.)

Data ze všech simulací byla zpracována pomocí programu Python (<http://www.python.org/>). Byly vytvořeny výstupní modelové parametry, které jsou společné pro model A i pro model B a charakterizují časový vývoj modelové domény pro konkrétní simulace. Pro analýzu dynamiky obou systémů byly vytvořeny dvě skupiny těchto parametrů: 1) parametry, které popisují lokální vývoj ve stanovené doménové oblasti (např. lokální teplotu/tlak v části materiálu, který advektuje); 2) parametry popisující globální vývoj celé domény (např. průměrnou integrální teplotu domény v určité čas). Presný popis a postup stanovení modelových výstupních parametrů bude popsán v sekci *Výstupní modelové parametry modelu A a B*.

Pro analýzu obou modelů byla na vstupní a výstupní modelové parametry aplikována korelační analýza (CA) a analýza hlavních komponent (PCA) (např. Johnson and Wichern, 2007; Ilin and Raiko, 2000).

6.1 Numerické modely

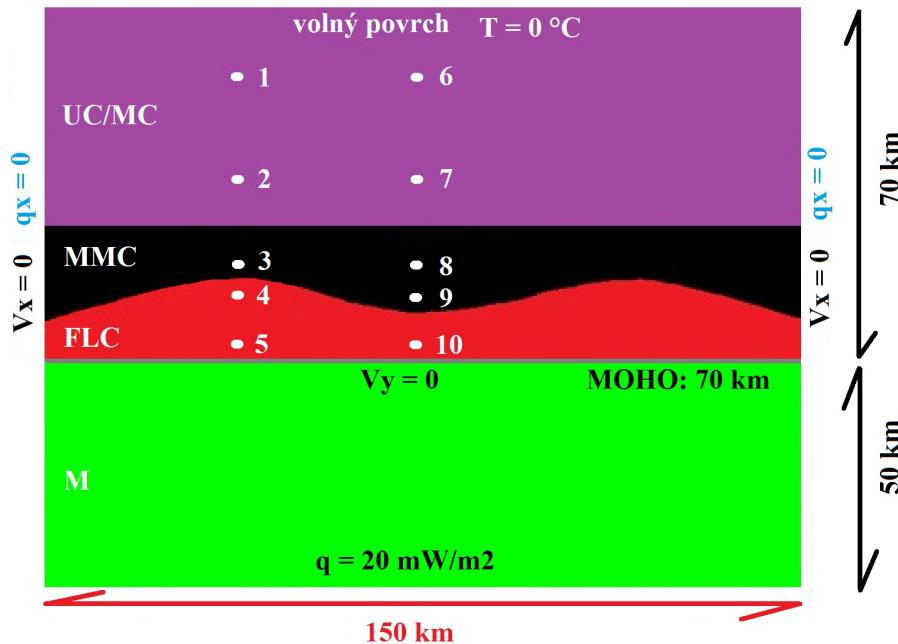
6.1.1 Nastavení modelů

Modelová doména reprezentuje korově-plášťový segment (150 km x 120 km), představující centrální část MO oblasti během fáze materiálového transferu ve sp. karbonu (obr. 19d). Doména je vertikálně rozdělena na čtyři vrstvy (obr. 20), kde nejsvrchnější vrstva zastupuje sjednocenou svrchní a střední kůru (UC/MC) se společnými reologickými parametry a radiogenní tepelnou produktivitou; podložní vrstva reprezentuje mafickou střední kůru (MMC) a má iniciálně vyšší hustotu než nadložní UC/MC a nulovou tepelnou produktivitu; bázi korové části modelu představuje felzická vrstva (FLC) - reprezentující spodní felzickou kůru - s iniciálně nižší hustotou a vyšší radiogenní tepelnou produktivitou; podloží korového segmentu tvoří vrstva reprezentující svrchní plášť s odpovídajícími charakteristikami (geometrické aspekty domény lze sledovat na obr. 20; parametrické aspekty domény lze sledovat v tab. 1a).

Rozlišení numerické sítě je 100 (horizontálně) x 70 (vertikálně) bilineárních čtyřhranných prvků (tedy rozměry jednoho elementu jsou přibližně 1,5 km x 1,7 km), kde rozlišení korového segmentu je 100 x 50 prvků a rozlišení plášťového segmentu je 100 x 20 prvků (v plášťové části roste vertikální rozměr prvků postupně pro jejich pozici blížící se k bázi domény – vzhledem k absenci mechanických procesů není nutné stejné rozlišení jako pro korovou oblast). Podrobné parametrické nastavení modelu A i B reprezentuje tab. 1a.

Topografie - podobně i plášťové vyklenutí - jsou v modelu zanedbány. Laterální deformace domény nejsou uvažovány a nenulový termální tok je definován pouze na bázi plášťové subdomény. Po analýze modelu Lexy et al. (2011) bylo rozhodnuto, že korový i plášťový segment budou mechanicky odděleny (hranice MOHO), neboť zde nedocházelo k významným deformacím svrchno-plášťových hmot. Veškeré deformace jsou tedy vázány na vnitřní část korové domény s minimálními deformacemi povrchu při exhumaci spodno-korových hmot.

Reologické parametry jednotlivých vrstev jsou zvoleny dle Hirth et al. (2001) a Ranallihu (1995) (viz tab. 1a). Model A reprezentuje vliv nastavení modelu na vývoj domény při změně amplifikace rozhraní MMC a FLC (v rozmezí 2–4 km, s krokem 0,5 km), mocnosti FLC (v rozmezí 5–15 km, s krokem 2,5 km) a radiogenní tepelné produktivity FLC (v rozmezí 2–6 $\mu\text{W m}^{-3}$, s krokem 1 $\mu\text{W m}^{-3}$). Model B zachycuje rozdílný vývoj domény při zachování stejné výchozí geometrie a variaci hustoty MMC (v rozmezí 2800–3100 kg m^{-3} , s krokem 75 kg m^{-3}), hustoty FLC (v rozmezí 2650–2950 kg m^{-3} , s krokem 75 kg m^{-3}) a radiogenní tepelné produktivity



Obr. 20: Geometrie a okrajové podmínky domény modelů A a B. *Svrchní hranice je deformovatelná ulivem okrajové podmínky typu volný povrch a je zde předepsána Dirichletova okrajová podmínka s nulovou teplotou; obě vertikální hranice jsou nepropustné - s okrajovými podmínkami volného prokluzu ve vertikálním směru a nulového tepelného toku v horizontálním směru (mechanické okrajové podmínky v plášti nejsou předepsány, neboť zde nedochází k transferu hmot a deformační domény); na bázi domény je předepsána Neumannova okrajová podmínka - hodnota tepelného toku ve vertikálním směru - a nulová rychlosť v obou smerech; rozhraní MOHO je reprezentováno horizontálním volným prokluzem - zajišťujícím mechanické oddělení svrchní korové a spodní plášťové subdomény. Body 1 - 10 označují pozice speciálních markerů, ve kterých jsou uchovány spočtené veličiny s jemnějším časovým krokem.*

(v rozmezí $2\text{--}6 \mu\text{W m}^{-3}$, s krokem $1 \mu\text{W m}^{-3}$). Všechny iniciální (variační) parametry modelu A a B shrnuje tab. 1b. (Pozn.: Jako amplifikace undulace felzické spodní kůry je myšlena střední hodnota sinu (linie rozhraní MMC a FLC).)

6.1.2 Řídící rovnice

Výchozí model popisuje deformační heterogenního prostředí - s různými lokálními reologickými charakteristikami - spojenou s tepelným transportem. V modelu jsou použity následující primární proměnné: rychlosť v , tlak p , teplota T , koncentrace c_i materiálu se složením i ; a sekundární (odvozené) proměnné: tenzor deviatorického napětí σ a tenzor rychlosti deformace (strain-rate tensor - přetvoření) $\dot{\epsilon}$.

Tok nestlačitelného materiálu se zanedbáním setrvačnosti byl vyjádřen následující rovnicí, která popisuje zachování hmotnosti a hybnosti (viz 2. kapitola)

Tab. 1a: Modelové parametry.

Parametr	Symbol	Hodnota	Jednotka
termální konduktivita	K	2,5	$\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$
specifické teplo	c_p	800	$\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$
gravitační zrychlení	g	9,81	ms^{-2}
plynová konstanta	R	8,314	$\text{JK}^{-1}\text{m}^{-3}$
hustota pláště	ρ	3300	kg m^{-3}
teplota při povrchu domény	T_p	273	K
tepelný tok na bázi domény	q_b	20	mW m^{-2}
vypnutí tepelných zdrojů	T_f	1170	K
min a max viskozita (exp)	$\eta_{\text{min/max}}$	14 / 26	Pa s
referenční hodnoty plastického přetvoření	$\varepsilon_{0,\text{inf}}$	0,1	
koheze	C	1	MPa
UC/MC - sedimenty, kvarcit (Hirth et al., 2001; Ranalli, 1995):			
koeficient termální roztažnosti	α	2e-5	K^{-1}
iniciální úhel vnitřního tření	φ_0	15	°
finální úhel vnitřního tření	φ_{inf}	7,5	°
exponent viskozity	n	3	
pre-exponenciální parametr	B	1.89e8	$\text{Pa s}^{1/n}$
aktivacní energie	E_A	156	kJ mol^{-1}
referenční hustota	ρ_0	2800	kg m^{-3}
tepelná produktivita	H	2	$\mu\text{W m}^{-3}$
mocnost	m	50	km
MMC - plagioklas (Ranalli, 1995):			
koeficient termální roztažnosti	α	2e-5	K^{-1}
iniciální úhel vnitřního tření	φ_0	30	°
finální úhel vnitřního tření	φ_{inf}	15	°
exponent viskozity	n	3,2	
pre-exponenciální parametr	B	3,69e6	$\text{Pa s}^{1/n}$
aktivacní energie	E_A	238	kJ mol^{-1}
referenční hustota (model A)	ρ_{OA}	2950	kg m^{-3}
referenční hustota (variace modelu B)	ρ_{OB}	2800-3100	kg m^{-3}
tepelná produktivita	H	0	$\mu\text{W m}^{-3}$
mocnost (referenční)	m	5	km
FLC - granit (Ranalli, 1995):			
koeficient termální roztažnosti	α	3e-5	K^{-1}
iniciální úhel vnitřního tření	φ_0	30	°
finální úhel vnitřního tření	φ_{inf}	15	°
exponent viskozity	n	1,9	
pre-exponenciální parametr	B	2,75e7	$\text{Pa s}^{1/n}$
aktivacní energie	E_A	137	kJ mol^{-1}
referenční hustota (model A)	ρ_{OA}	2750	kg m^{-3}
referenční hustota (variace modelu B)	ρ_{OB}	2650-2950	kg m^{-3}
tepelná produktivita (variace modelu A/B)	H	2 - 6	$\mu\text{W m}^{-3}$
mocnost (referenční)	m	10	km
mocnost (variace modelu A)	m_A	5 - 15	km
amplituda undulace (referenční)	A	3	km
amplituda undulace (variace modelu A)	A_A	2 - 4	km

Tab. 1b: Iniciální (variační) modelové parametry modelu A a B.

x,y,z	A (aFLC) [km]	M (mFLC) [km]	H [$\mu\text{W m}^{-3}$]
1	2	5	2
2	2,5	7,5	3
3	3	10	4
4	3,5	12,5	5
5	4	15	6

x,y,z	MD (dMMC) [kg m^{-3}]	FD (dFLC) [kg m^{-3}]	H [$\mu\text{W m}^{-3}$]
1	2800	2650	2
2	2875	2725	3
3	2950	2800	4
4	3025	2875	5
5	3100	2950	6

ve formě odvozené z rovnice (2.72), označované jako Stokesův problém (např. Boffi et al., <http://www.imati.cnr.it/brezzi/papers/BBF-Stokes-CIME.pdf>). Tvar této rovnice lze vyjádřit takto:

$$\begin{aligned} \nabla p - \nabla \cdot \sigma &= -\rho g e_z, \\ \nabla \cdot v &= 0, \end{aligned} \quad (6.1)$$

kde ρ je hustota, g je gravitační zrychlení a e_z je jednotkový vektor ve směru osy z . Tepelný transport v doméně byl předepsán rovnicí přenosu tepla (ve tvaru rovnice (2.91)) s redukcí zdrojového člena pouze na radiogenní tepelnou produktivitu H_r (dále jen H) takto:

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} - \nabla \cdot \lambda (\nabla T) = H, \quad (6.2)$$

kde c_p je specifická tepelná kapacita při konstantním tlaku, T je teplota a λ je termální konduktivita. V modelu se předpokládá, že evoluce materiálového složení má (v geologickém měřítku) nedifuzivní charakter:

$$\frac{Dc_i}{Dt} = 0, \quad \forall i > 0. \quad (6.3)$$

Hustota je funkcí teploty a materiálového složení, neboli:

$$\rho = \rho(T, \{c_i\}) = \rho_{ref}(\{c_i\}) [1 - \alpha(\{c_i\})(T - T_{ref})], \quad (6.4)$$

kde ρ_{ref} je referenční hustota - zvolená dle složení materiálu (viz tab. 1a), T_{ref} je referenční teplota - zvolená vždy jako 273 K a α představuje koeficient termální roztažnosti, který závisí na konkrétním materiálu. Tepelné zdroje - představující radiogenní tepelnou produktivitu H - jsou závislé na složení materiálu:

$$H = H(\{c_i\}), \quad (6.5)$$

kde nenulová hodnota H je uvažována ve svrchní (UC/MC) a spodní (FLC) korové vrstvě - s variací ve FLC dle nastavení modelu A a B. Tenzor deviatorického napětí je funkce rychlosti deformace (přetvoření), teploty, tlaku a složení:

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma(\dot{\epsilon}, T, p, \{c_i\}) \\ \sigma &= \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} e_x \times e_z \end{aligned} \quad (6.6)$$

V celé modelové doméně je uvažována nelineární visko-plastická reologie při vlivu působícího napětí na korový materiál. Plastická deformace zde představuje approximaci křehkého porušení, které dominuje nízkoteplotním systémům s vysokými rychlostmi deformace (přetvoření), zatímco vysokoteplotní systémy s nízkými rychlostmi deformace podléhají viskóznímu chování a toku. Viskózní tok je charakteristický okamžitou nevratnou deformací materiálu, jejíž rychlosť závisí na výchozím napětí. Plastická deformace je také nevratná, ale dochází k ní pouze při dosažení a překročení jistého limitního diferenciálního napětí (σ_y), které se nazývá mezní materiálové napětí, nebo pevnost materiálu (yield stress) (podrobněji např. Krýza, 2011). Funkční závislost vztahu (6.6) lze vyjádřit pro visko-plastický režim (materiál) pomocí efektivní viskozity (η_{ef}) jako:

$$\sigma = 2\eta_{ef}\dot{\epsilon}. \quad (6.7)$$

Pro viskózní režim - když druhý invariant tenzoru deviatorického napětí je menší než mezní napětí ($\sigma_{II} < \sigma_y$) - je aplikován dislokační skluz, který je definován jako nelineární vztah mezi tenzorem napětí a tenzorem rychlosti deformace (přetvoření), neboť:

$$\dot{\epsilon} = A \frac{3^{\frac{n+1}{2}}}{2} \sigma_{II}^{n-1} \exp\left(-\frac{E_A}{RT}\right) \sigma, \quad (6.8)$$

kde R je plynová konstanta, $\sigma_{II} = \sqrt{1/2 \sigma : \sigma}$ je druhý invariant tenzoru deviatorického napětí, a parametry A , E_A - aktivační energie, n - exponent viskozity,

jsou experimentálně určeny (viz tab 1a; Hirth et al, 2001; Ranalli, 1995). Odtud lze vyjádřit efektivní viskozitu v následujícím tvaru (např. Maierová et al., 2012):

$$\eta_{ef} = B \dot{\epsilon}_{II}^{1/n-1} \exp\left(-\frac{E_A}{nRT}\right), \quad \text{kde } B = \frac{1}{2} (A)^{-1/n} \frac{2^{\frac{1-n}{n}}}{3^{\frac{n+1}{2n}}}. \quad (6.9)$$

Kde $\dot{\epsilon}_{II} = \sqrt{1/2 \dot{\epsilon} : \dot{\epsilon}}$ je druhý invariant tenzoru rychlosti přetvoření a B je pre-exponenciální parametr. V plastickém režimu pak platí $\sigma_{II} = \sigma_y$ a efektivní viskozita je vyjádřena z rovnice (6.7) následovně:

$$\eta_{ef} = \frac{\sigma_y}{\dot{\epsilon}_{II}}. \quad (6.10)$$

Mezní pevnost materiálu není konstantní, ale závisí na vnitřních a vnějších parametrech. Pro chování hornin je tedy použito - tlakově závislé - Drucker-Pragerovo kritérium (např. Maierová et al., 2012):

$$\sigma_y = p \sin \phi + C \cos \phi, \quad (6.11)$$

kde p je tlak, C je koheze a ϕ je úhel vnitřního tření. Parametry B , E_A , n , ϕ a C jsou závislé na materiálovém složení $\{c_i\}$ (viz tab. 1a) a úhel vnitřního tření ϕ závisí na plastické deformaci (přetvoření) ϵ_{II} - která je dána integrací druhého invariantu tenzoru rychlosti plastické deformace podél trajektorie materiálu - takto (např. Maierová et al., 2012):

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_0 && \text{pokud } \epsilon_{II} \leq \epsilon_0, \\ \phi &= \phi_0 + (\phi_\infty - \phi_0) \left(\frac{\epsilon_{II} - \epsilon_0}{\epsilon_\infty - \epsilon_0} \right) && \text{pokud } \epsilon_0 < \epsilon_{II} < \epsilon_\infty, \\ \phi &= \phi_\infty && \text{pokud } \epsilon_{II} \geq \epsilon_\infty, \end{aligned} \quad (6.12)$$

kde ϕ_0 , $\phi_\infty = \phi_{inf}$, ϵ_0 a $\epsilon_\infty = \epsilon_{inf}$ jsou materiálově závislé parametry (viz tab. 1a).

Pro evoluci materiálového složení je použita metoda *particle-in-cell* (Maierová et al., 2012), neboli modifikace metody *marker-in-cell* (Gerya and Yuen, 2003). Princip této metody spočívá v uchování materiálových vlastností prostřednictvím reprezentativních materiálových částic (markerů - viz podsekce 4.2.3), které advektují v doméně podle rychlostního pole. Každý marker uchovává informaci o složení reprezentovaného materiálu - které se v čase nemění (viz rovnice (6.3)) - a kumulované plastické deformaci (ϵ_{II}). Přemístění markeru je řešeno pomocí Runge-Kutta metody čtvrtého řádu a materiálové vlastnosti jsou v každém výpočetním kroku a každém elementu sítě stanoveny pomocí integračních bodů, kde je počítána průměrná hodnota příslušných vlastností všech zde přítomných markerů. Dle aplikace Maierové et al. (2012) je tedy efektivní viskozita počítána - z geometrického průměru - takto:

$$\log(\eta_{ef}) = \sum_i c_i \log(\eta_{ef,i}), \quad (6.13)$$

a ostatní veličiny jsou počítány - pomocí aritmetického průměru - takto:

$$P = \sum_i c_i P_i. \quad (6.14)$$

Zde i označuje komponentu materiálu a c_i vyjadřuje její podíl při výpočtu příslušné veličiny. Při výpočtu c_i a $\epsilon_{II,i}$, v bodě daném koordináty $\{x, z\}$ (2D doména), je použit vztah (Maierová et al. (2012) dle Geryi a Yuena (2003)):

$$c_i = \frac{\sum_{ni} w_{ni}}{\sum_n w_n}, \quad \epsilon_{II,i} = \frac{\sum_{ni} \epsilon_{II,ni} w_{ni}}{\sum_{ni} w_{ni}}, \quad (6.15)$$

kde n_i představuje marker - zastupující příslušný materiál, m představuje index při sčítání přes všechny markery v daném elementu a w_i je váha příslušného markeru, počítaná takto:

$$w_m = \frac{1}{\Delta x^{max} \Delta z^{max}} \left(1 - \frac{\Delta x_m}{\Delta x^{max}}\right) \left(1 - \frac{\Delta z_m}{\Delta z^{max}}\right), \quad (6.16)$$

kde Δx_m a Δz_m jsou vzdálenosti markerů od bodu $\{x, z\}$, a Δx^{max} a Δz^{max} vyjadřují maximální hodnotu těchto vzdáleností pro všechny markery v elementu.

6.1.3 Struktura numerického výpočtu

Všechny simulace vycházejí z jednotného postupu řešení uvedených rovnic a okrajových podmínek. Výpočetní schéma je následující:

1. inicializace termálního pole domény
2. stanovení časového kroku
3. interpolace viskozity a hustoty z markerů na integrační body; řešení Stokesova problému (6.1)
4. interpolace termálních zdrojů a hustoty z markerů na integrační body; řešení rovnice přenosu tepla (6.2)

5. advekce volného povrchu
6. deformace sítě
7. advekce markerů a integrace plastické deformace (přetvoření) v markerech
8. uložení hodnot; výstup do exportovaných souborů a návrat ke 2.

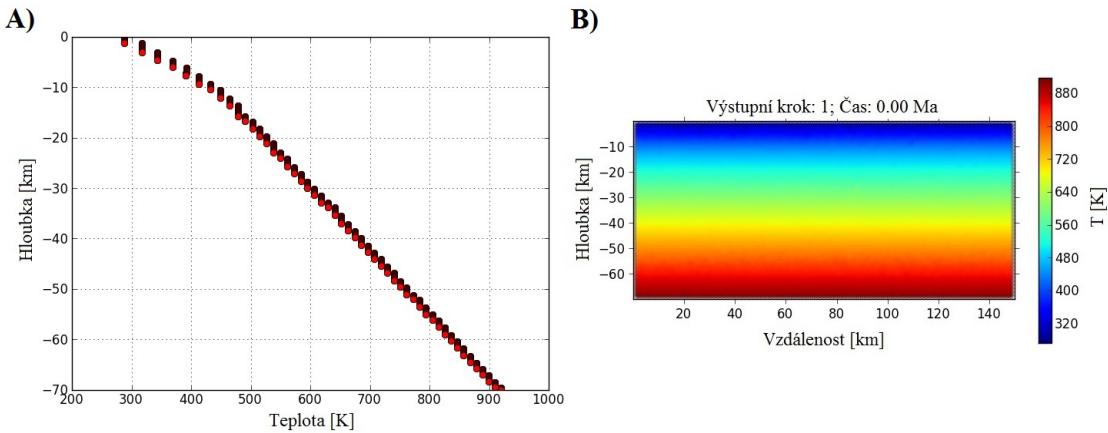
Všechny simulace byly provedeny pomocí programu Elmer (viz kapitola 4). K řešení okrajové podmínky volného povrchu, advekce markerů a interpolace hodnot na integrační body byla použita modifikovaná schémata dle Maierové et al. (2012), neboť studovaná doména reprezentuje střední oblast komplexnějšího modelu indentace brunovistulika a variského vývoje Českého masivu (viz sekce 5.3), ze kterého byla upravena dle schématu Lexy et al. (2011) tak, aby bylo možné studovat proces exhumace spodno-korového materiálu v závislosti na variaci počátečních podmínek bez vlivu laterální deformace.

6.1.4 Výsledky - model A

V této části bude pojednáno o vývoji modelu A pro vybrané simulace a bude stručně diskutován vývoj modelové domény v závislosti na změně iniciálních parametrů. Tato diskuze je předstupněm aplikace korelační analýzy a analýzy hlavních komponent na výstupní modelové parametry - pro jisté nastínění vazeb a významu jednotlivých parametrů při studiu komplexního vývoje simulované oblasti. Budou prezentovány pouze významné kontrastní modely zahrnující mezní hodnoty produktivity felzické vrstvy (H), mocnosti felzické vrstvy (M) a amplifikace rozhraní mafické a felzické vrstvy (A). Ve všech modelech bude nyní zobrazení domény zjednodušeno pouze na korovou subdoménu, neboť plášťový vývoj není patrný a nedochází k časově proměnné interakci s nadložní subdoménou modelu. Každé značení simulace AxMyHz reprezentuje hodnotu iniciálních parametrů dle tab. 1b pro model A, kde x,y,z označuje n-tou hodnotu příslušného inicálního parametru.

Iniciální geotermia

Na obr. 21a je zobrazena iniciální geotermia korové subdomény, která byla simulována řešením rovnice stacionárního vedení tepla (rovnice (2.84)) s uvažovanou radiogenní tepelnou produktivitou pouze ve svrchní vrstvě, s předepsanými okrajovými podmínkami stejnými jako v případě evolučního řešení. Obr. 21b zachycuje tvar termálního pole v čase $t = 0$.



Obr. 21: Iniciální geoterra - řešení rovnice stacionárního vedení tepla. **A)** 1D zobrazení vývoje teploty s hloubkou. **B)** 2D zobrazení termálního pole domény.

Simulace A1M1H1

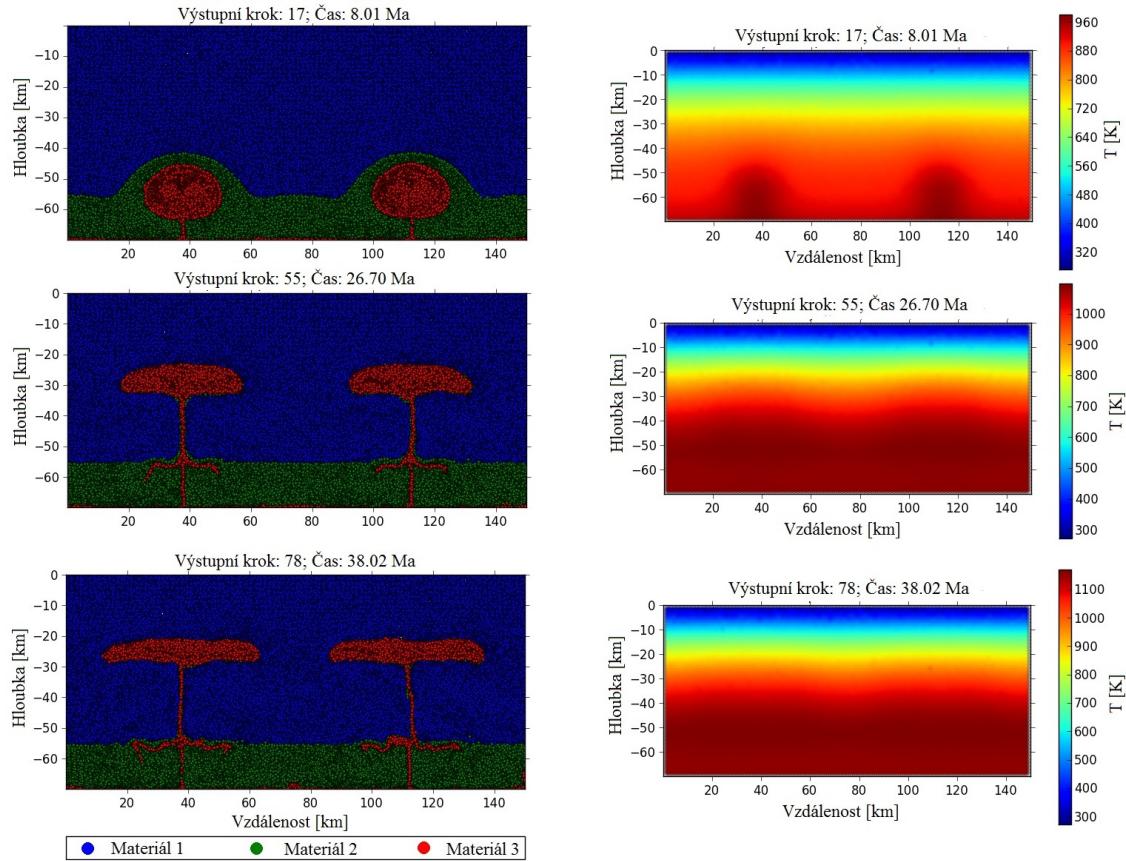
Simulace A1M1H1 reprezentuje nejnižší hodnoty všech variačních parametrů (obr. 22). Je zde patrný vývoj diapirové struktury z iniciální materiálově-hustotní perturbace, který reflektuje podobný průběh pro všechny následující simulace modelu A, a který lze rozdělit do čtyř hlavních etap:

1. počáteční prudké zahřívání felzické spodní vrstvy
2. přesun materiálu a jeho akumulace v ose budoucí diapirové struktury
3. inverze felzické spodní a mafické nadložní vrstvy - exhumace felzického materiálu
4. zpomalení exhumace a relaminace v místě ekvilibria hustotního kontrastu

Simulace A1M1H5

Simulace A1M1H5 zachycuje vývoj modelové domény pro nejnižší hodnoty amplifikace a mocnosti felzické spodní kůry a nejvyšší hodnotu radiogenní tepelné produktivity (obr. 23). Toto nastavení implikuje iniciální prudké zahřívání felzického materiálu, což - v kontrastu se simulací A1M1H1 - znamená rychlejší nástup maximální rychlosti transferu materiálu v doméně, neboť rapidně klesá teplotně závislá hustota felzické vrstvy, což vede k relativně rychlejšímu nástupu exhumaci události.

Termální pole reflektuje iniciálně vyšší anomálie v oblasti spodní felzické vrstvy, která je - ve srovnání se simulací A1M1H1 - vyrovnaná v oblasti svrchně-střední

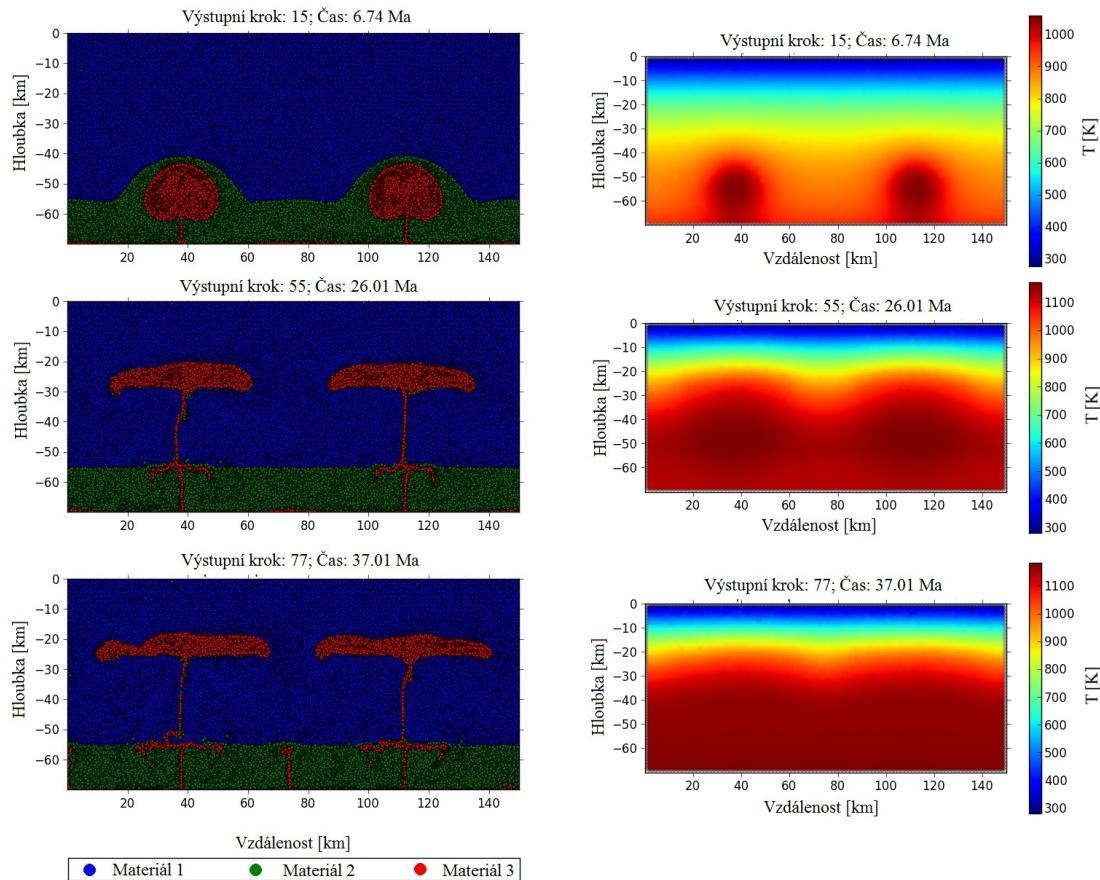


Obr. 22: Mechanický a termální vývoj domény při simulaci A1M1H1. *Materiál 1 odpovídá vrstvě UC; materiál 2 odpovídá vrstvě MMC; materiál 3 odpovídá vrstvě FLC.*

kůry přibližně po evoluci trvající 37 Ma, což odpovídá téměř stejnemu času jako u simulace A1M1H1. Tento fenomén lze interpretovat jako důsledek rychlejší exhumace felzického materiálu, charakteristickému vyšší produktivitou, což kompenzuje postupné pomalejší zahřívání při menší rychlosti exhumace.

Simulace A1M5H1

Simulace A1M5H1 je typická větším objemem felzického materiálu (v důsledku vyšší mocnosti felzické vrstvy) a jeho nižší radiogenní tepelnou produktivitou (obr. 24). Toto nastavení odpovídá obecně vyššímu zahřívání modelové domény, které je způsobeno větším množstvím produktivního materiálu, a zároveň méně efektivní tepelné výměně mezi diapirovným tělesem a okolním prostředím během exhumace, které je dáno relativně uniformním a hladkým tvarem povrchu diapirové struktury. Je patrné, že za relativně nižší čas - v porovnání s předchozími simulacemi se jedná o čas přibližně 26 Ma - je oblast střední kůry zahrátá na přibližně 1170 K, což



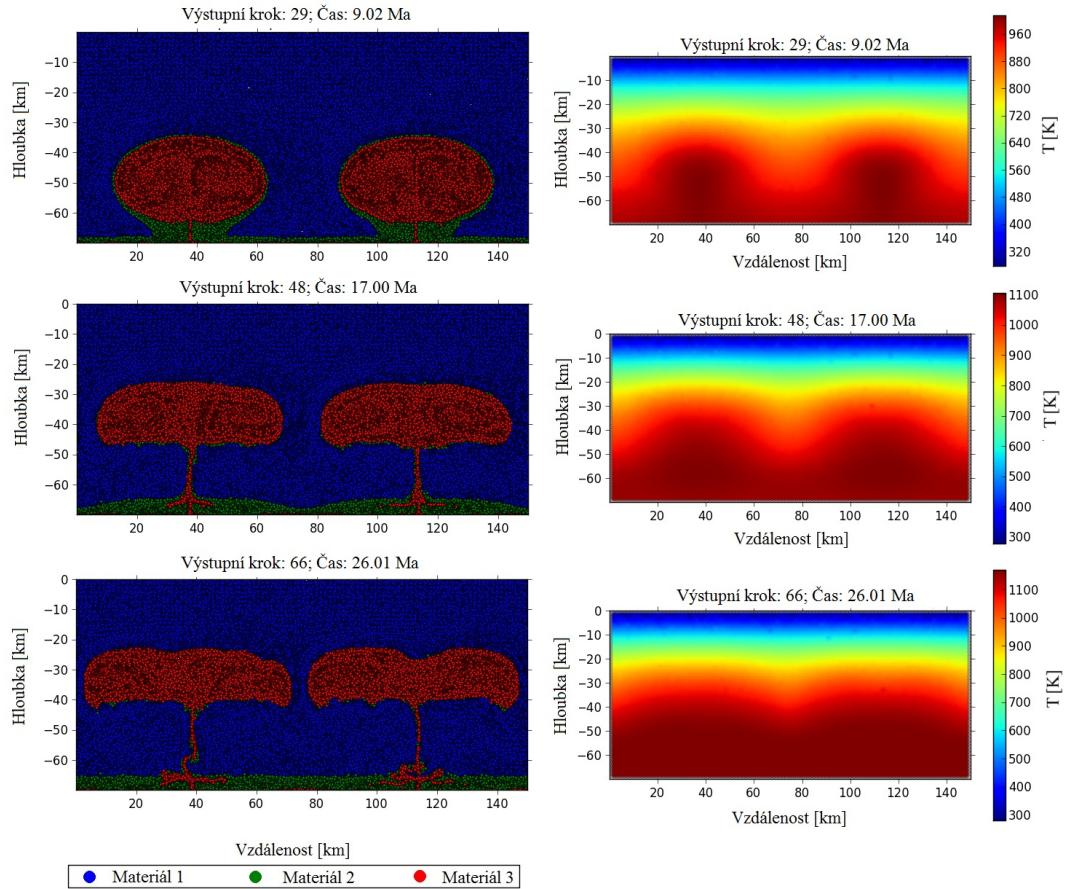
Obr. 23: Mechanický a termální vývoj domény při simulaci A1M1H5.

představuje téměř maximální hodnoty pro simulace s vyšší tepelnou produktivitou a menším množstvím produktivního materiálu.

Simulace A1M5H5

Posledním extrémem pro simulace s nízkou hodnotou amplifikace felzické vrstvy je simulace A1M5H5, reprezentující maximální mocnost i tepelnou produktivitu felzického materiálu (obr. 25). Tato simulace představuje nejrychlejší exhumaci felzického materiálu - což deklaruje fakt, že v době 18 Ma je dosaženo felzickým materiálem hloubky přibližně 23 km. To je oproti předchozím simulacím výrazně menší časové rozmezí.

Na obr. 25 je možné pozorovat vznik parazitických diapirových struktur v konečném stádiu evuluce modelové domény. To lze vyvětlit jako propagaci iniciálně malých materiálových petrurbací v relaminujícím se felzickém materiálu na úrovni střední kůry. Vzhledem k relativně vyšší rychlosti exhumace vzniká nerovnost

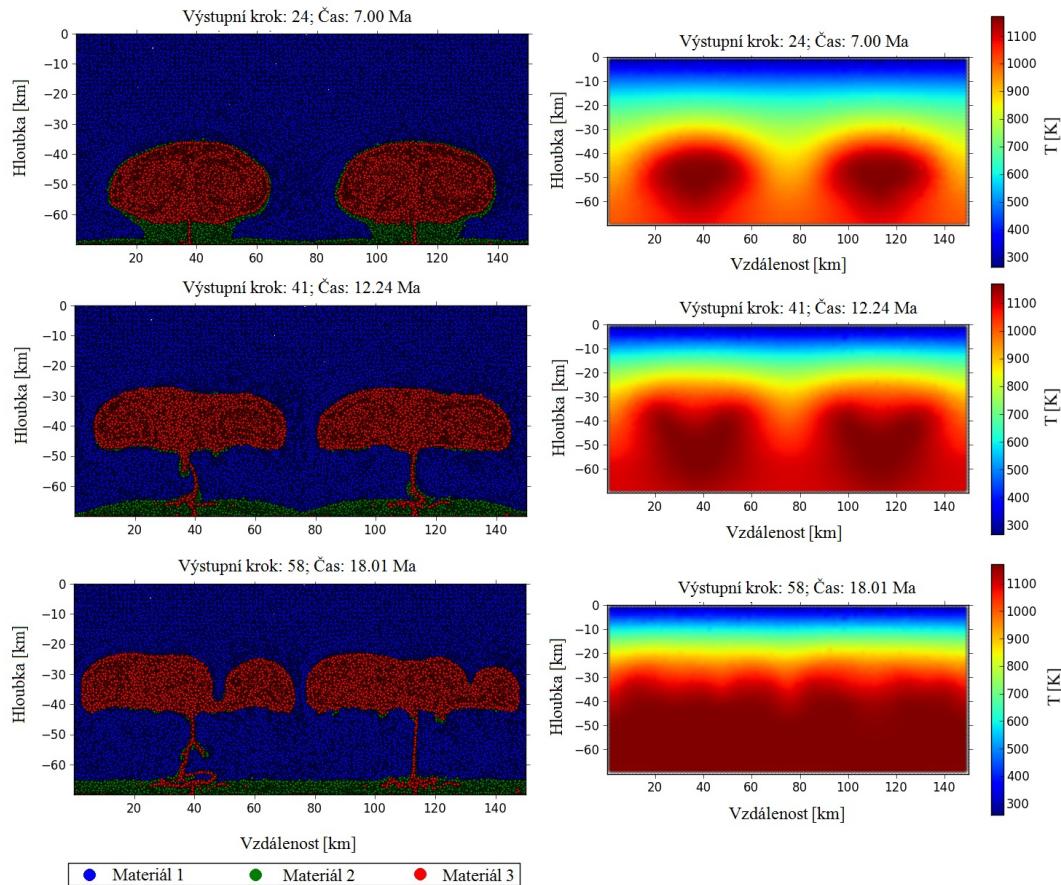


Obr. 24: Mechanický a termální vývoj domény při simulaci A1M5H1.

povrchu diapirové struktury, která je vlivem dalšího zahřívání „změkčována“ a následně exhumována samostatně.

Simulace A5M1H1

Simulace A5M1H1 je první simulací z kategorie simulací typických vysokou iniciální hodnotou amplifikace rozhraní felzické a mafické vrstvy (obr. 26). Při srovnání se simulací A1M1H1 je patrné, že celkový vývoj domény je velice podobný (vzhledem ke stejnemu nastavení ostatních iniciálních parametrů), avšak je zde mírný časový posun pro dosažení stejné finální pozice felzického materiálu. Při této simulaci materiál dosáhl hloubky přibližně 21 km za dobu 36 Ma. V případě stejného nastavení pro ostatní parametry ale nižší hodnotu amplifikace felzické vrstvy (viz model A1M1H1) materiál dosáhl hloubky 21 km v době 38 Ma od počátku simulace. Tento rozdíl je možné vysvětlit iniciálním urychlením procesu exhumace, které je způsobeno vyšší křivostí perturbace felzického materiálu - neboli větší Rayleigh-

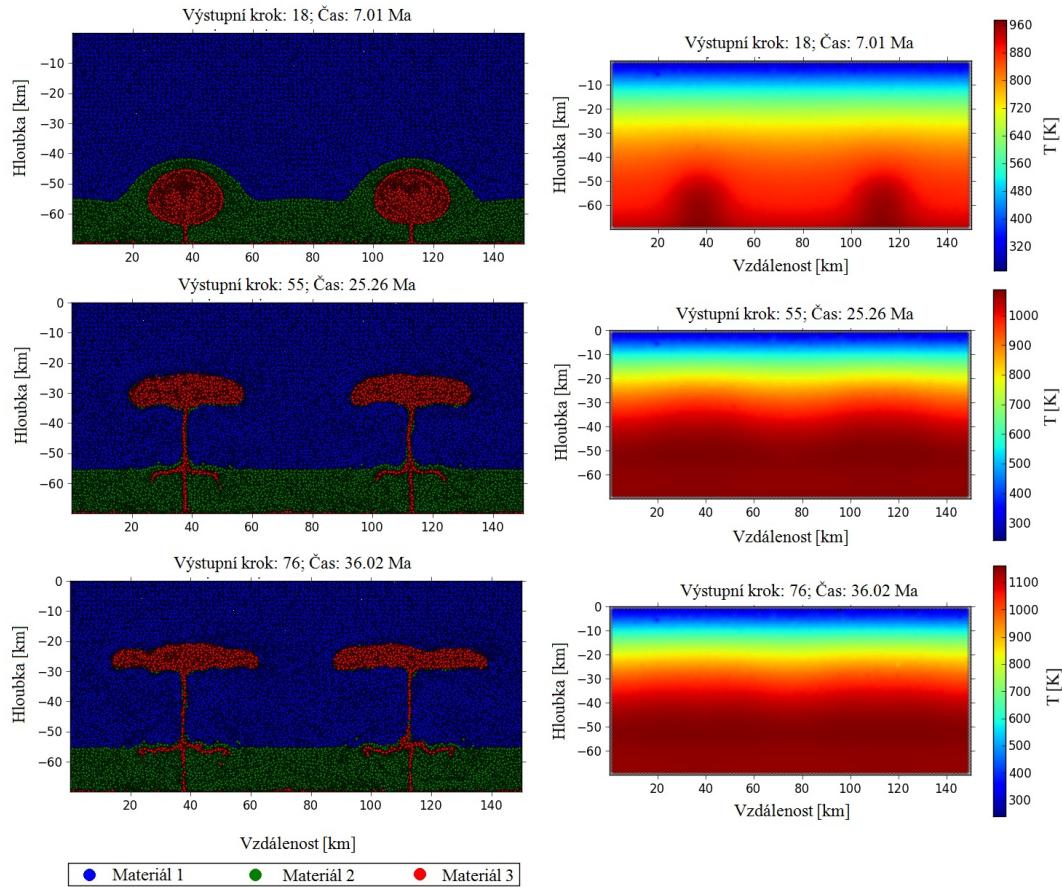


Obr. 25: Mechanický a termální vývoj domény při simulaci A1M5H5.

Taylorovou nestabilitou (Testy zabývající se vlivem parametrů Rayleigh-Taylorovy nestability na rychlosť exhumace je možné vyhľadať v Maierové, 2013.).

Simulace A5M1H5

Podobně jako v případě simulace A5M1H1 je i simulace A5M1H5 (obr. 27) typická velmi podobným vývojem jako její ekvivalent definovaný nejnižší hodnotou amplifikace felzické vrstvy. V souladu s vyšší hodnotou tepelné produktivity felzické vrstvy v obou simulacích zde dochází k významějšímu časovému odstupu pro dosažení minimální hloubky felzického materiálu, neboť kombinace vyšší amplifikace a produktivity pravděpodobně urychluje exhumaci více než nižší hodnota amplifikace a vyšší hodnota produktivity.



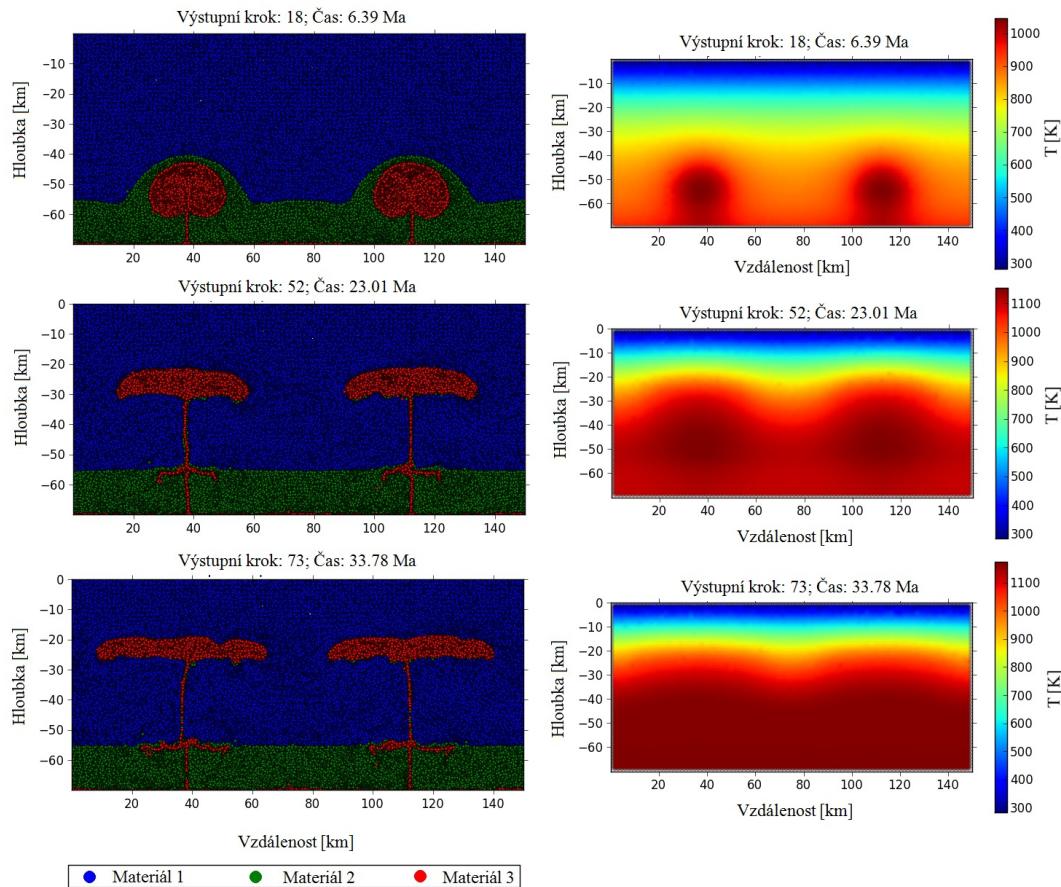
Obr. 26: Mechanický a termální vývoj domény při simulaci A5M1H1.

Simulace A5M5H1

Simulace A5M5H1 (obr. 28) reprezentuje část pole simulací s nejvyššími hodnotami amplifikace a mocnosti felzické vrstvy, avšak vykazuje velmi podobný vývoj jako simulace A1M5H1. Takovou shodu lze pravděpodobně nejlépe interpretovat jako převahu vlivu parametru mocnosti nad parametrem amplifikace felzické vrstvy. Porovnání obou simulací nejlépe vystihuje problém stanovení ekvilibria významu obou iniciálních parametrů. Je tedy pravděpodobné, že dynamika systému je dominantně řízena mocností felzické vrstvy (alespoň pro relativně vyšší hodnoty mocnosti). Vliv tepelné produktivity nelze prozatím určit.

Simulace A5M1H5

Poslední významnou simulací modelu A je simulace A5M5H5 (obr. 29), která se vyznačuje velmi podobným vývojem jako simulace A1M5H5, avšak nedochází zde ke vzniku parazitických diapirových struktur, což je pravděpodobně ovlivněno

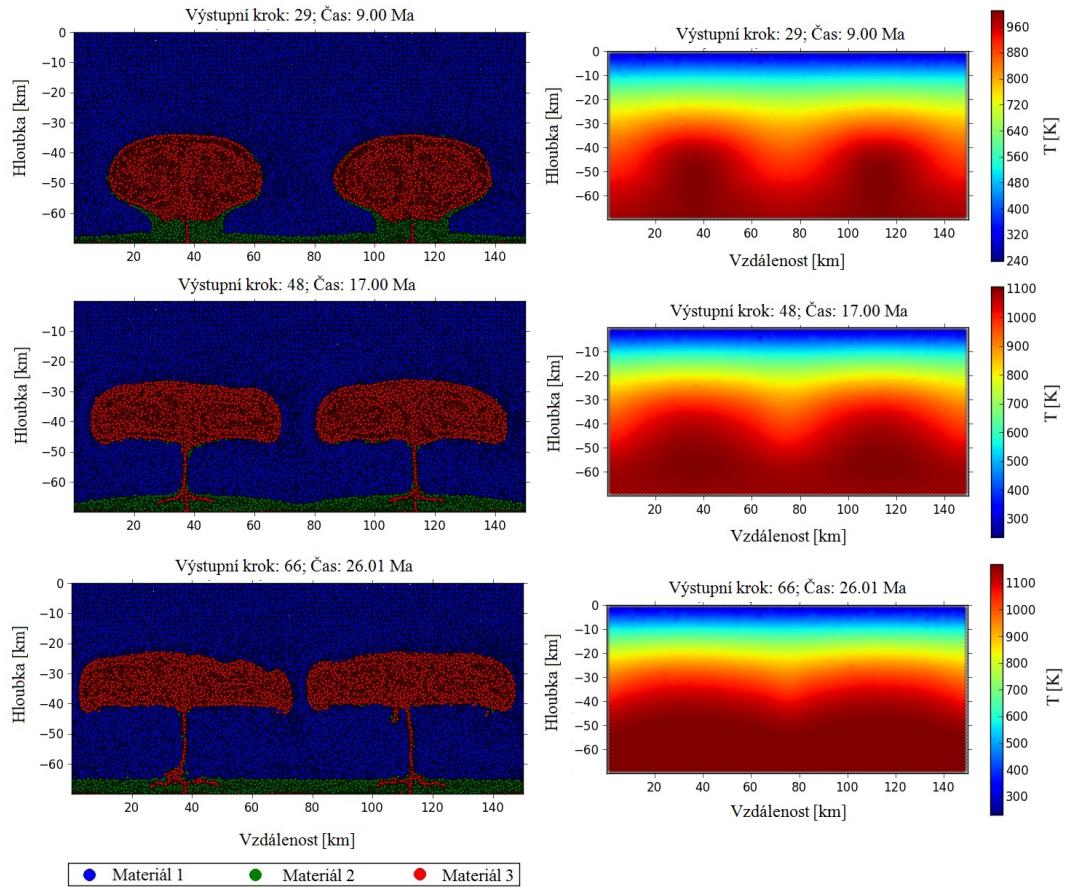


Obr. 27: Mechanický a termální vývoj domény při simulaci A5M1H5.

odlišným vývojem v počátečních stádiích vzniku diapirové struktury. Tato simulace představuje extrémní pozici v matici simulací, která je charakteristická nejvyššími hodnotami iniciálních parametrů a také nejrychlejší exhumací spodnokorového materiálu.

P-T vývoj klíčových oblastí modelové domény

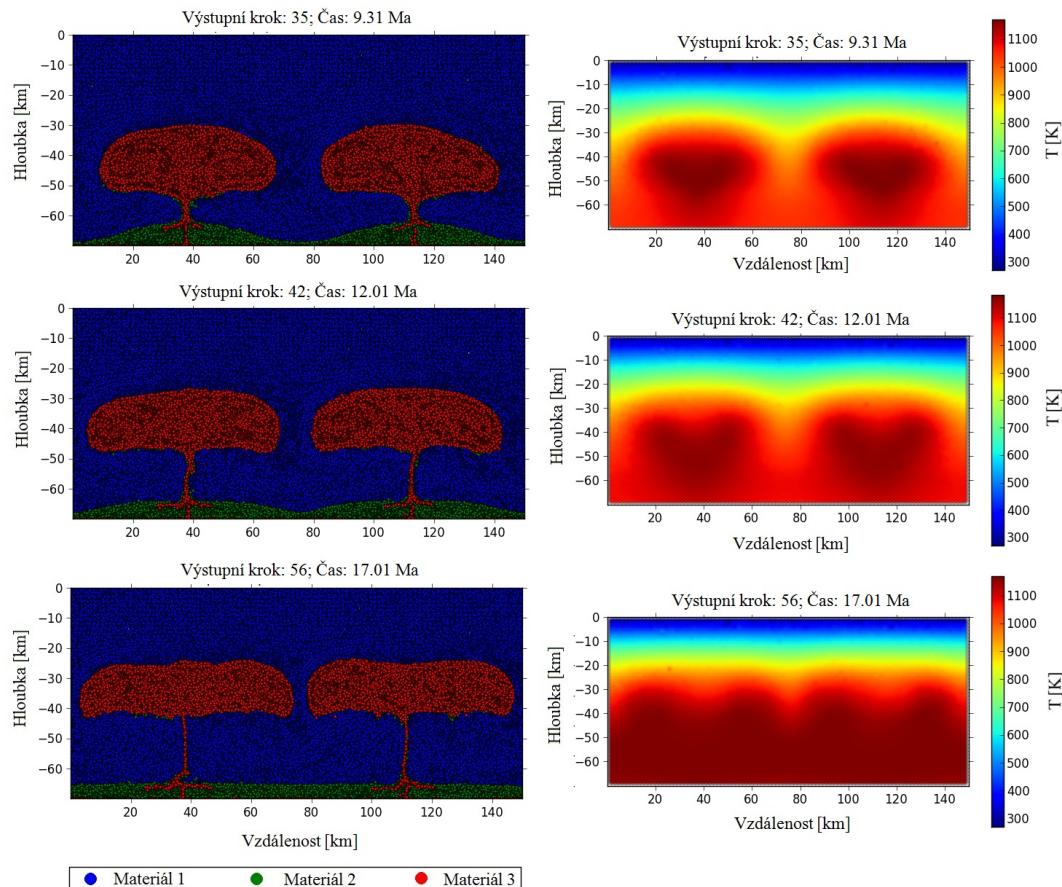
Pro částečnou kvantifikaci rozdílů jednotlivých simulací modelu A je možné vyjádřit P-T diagramy, srovnávající jednotlivé simulace formou vývoje teploty a tlaku v jednotlivých klíčových oblastech modelové domény. Na obr. 30 je možné pozorovat P-T vývoj pro simulace s variacemi amplifikace felzické vrstvy (v každém diagramu reprezentovaný jednotlivými křivkami) a variaci tohoto vývoje vztaženou k simulacím, které reprezentují krajní hodnoty mocnosti a produktivity felzické vrstvy (jednotlivé diagramy sekce A a sekce B na obr. 30). Body, jejichž iniciální pozice je zachycena na obr. 30 (iniciální nastavení modelové domény), a které advektují společně s doménovým materiélem, reprezentují klíčové oblasti modelové domény.



Obr. 28: Mechanický a termální vývoj domény při simulaci A5M5H1.

V sekci A i B na obr. 30 lze pozorovat trend, kdy se vzrůstající hodnotou amplifikace klesá celková teplota pole, ve kterém se nachází P-T křivka, ale zůstává přibližně zachován vývoj tlaku. To je možné vysvětlit urychlenou počáteční exhumací materiálu, která je způsobena zvýšením křivosti Rayleigh-Taylorovy nestability. Tento jev reflektuje nižší čas pro zahřívání felzického materiálu a snížení maximální dosažené teploty během této fáze exhumace. Sekce A zachycuje exhumaci felzického materiálu s anomálními hodnotami P-T podmínek pro simulace A1 – 5M1H1 a A1 – 5M1H5, které reprezentují střední hodnoty amplifikace felzické vrstvy a extrémní hodnoty produktivity při konstantní mocnosti felzické vrstvy. Tento fenomén je možné vysvětlit jako důsledek změny pozice markeru v závislosti na křivosti perturbace - z iniciální pozice postupně na bázi vznikající diapirové struktury, což vede k nižšímu poklesu tlaku (minimum 9 kbar) než při vznosu k povrchu diapirové struktury (minimum 6-7 kbar), a vyšší teplotě vlivem opětovného zahřívání produktivním felzickým materiálem při zpomalení exhumace (až 1170 K) než při výstupu materiálu až k povrchu diapirové struktury ($\sim 970 - 1050$ K).

Anomální zakřivení P-T křivek v sekci B (simulace A1 – 5M5H1 a A1 – 5M5H5)



Obr. 29: Mechanický a termální vývoj domény při simulaci A5M5H5.

- která zobrazuje P-T vývoj materiálu s iniciální pozicí mezi diapirovými strukturami (s tendencí k polesu společně s mafickým materiélem) - lze vysvětlit jako situaci, kdy je materiál zpočátku pohřbíván mezi vznikajícími diapiry s následným zavlečením do jedné diapirové struktury, kde následně dochází k jeho exhumaci. Tento fakt lze dále doložit podobnou evolucí P-T křivek pro tyto markery v sekci B a markery v ose diapiru (sekce A) u simulací A1 – 5M5H1 a A1 – 5M5H1, kde rozdíl je pouze v posunu hodnot termálního pole o přibližně 100 K.

Poslední anomálie jsou simulace A1 – 5M5H5 v sekci A. Zde je smyčku P-T křivek možné vysvětlit jako důsledek cirkulace felzického materiálu v centru diapirové struktury, což dokládá fakt, že po prudkém vznosu a snížení tlaku až k hodnotám 9 kbar dochází k opětovnému vrůstu tlaku až ke 12 kbar a zahrátí na 1120 K. Tento interval přibližně odpovídá vertikálnímu rozsahu felzické diapirové struktury s přihlédnutí k její celkové exhumaci.

Všechny P-T diagramy vykazují charakteristický vývoj speciálních markerů - respektive je zde možné přibližně vyčlenit tři hlavní etapy evoluce modelové domény a diapirové struktury. Pro markery ve spodní části domény v ose diapiru (markery 3-5)

lze sledovat: 1) iniciální prudké zahřívání vlivem radiogenní produktivity felzického materiálu; 2) následnou prudkou exhumaci felzického materiálu; 3) zpomalení exhumace a opětovné zahřívání při vyrovnávání teploty v příslušné části domény. Tyto tři klíčové události ve vývoji modelu A korespondují s globálním vývojem diapirové struktury dle bodů 1-3 při popisu simulace A1M1H1 a lze je nyní pozorovat v typickém P-T vývoji spodní felzické a střední mafické vrstvy.

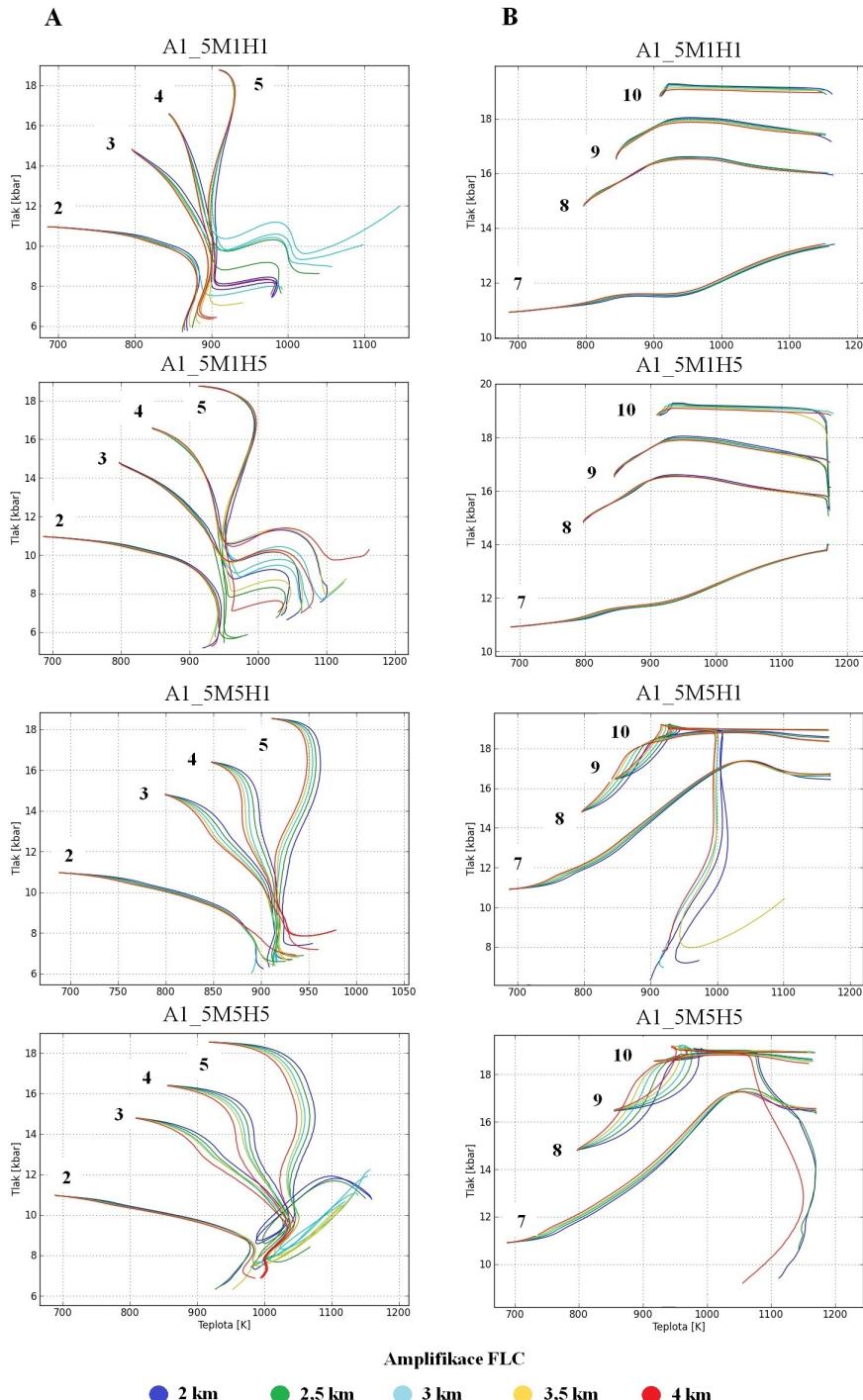
6.1.5 Výsledky - model B

V této části bude pojednáno o vývoji modelu B pro vybrané simulace a bude stručně diskutován vývoj modelové domény v závislosti na změně iniciálních parametrů. Tato diskuze je - podobně jako diskuze výsledků modelu A - předstupněm aplikace korelační analýzy a analýzy hlavních komponent na soubor výstupních modelových parametrů - jejichž odvození a významu bude věnována následující podsekce. Budou prezentovány pouze významné kontrastní modely zahrnující mezní hodnoty produktivity felzické vrstvy (H), hustoty felzické vrstvy (FD) a hustoty mafické vrstvy (MD). Každé značení simulace MDxFDyHz reprezentuje hodnotu iniciálních parametrů dle tab. 1b pro model B, kde x,y,z označuje n-tou hodnotu příslušného inicálního parametru. Amplifikace a mocnost felzické vrstvy zde představují střední hodnotu variačních parametrů modelu A (amplifikace = 3 km; mocnost = 10 km). Iniciální geoterma a iniciální tvar termálního pole zde nebudou uvedeny, neboť jsou shodné pro modely A i B.

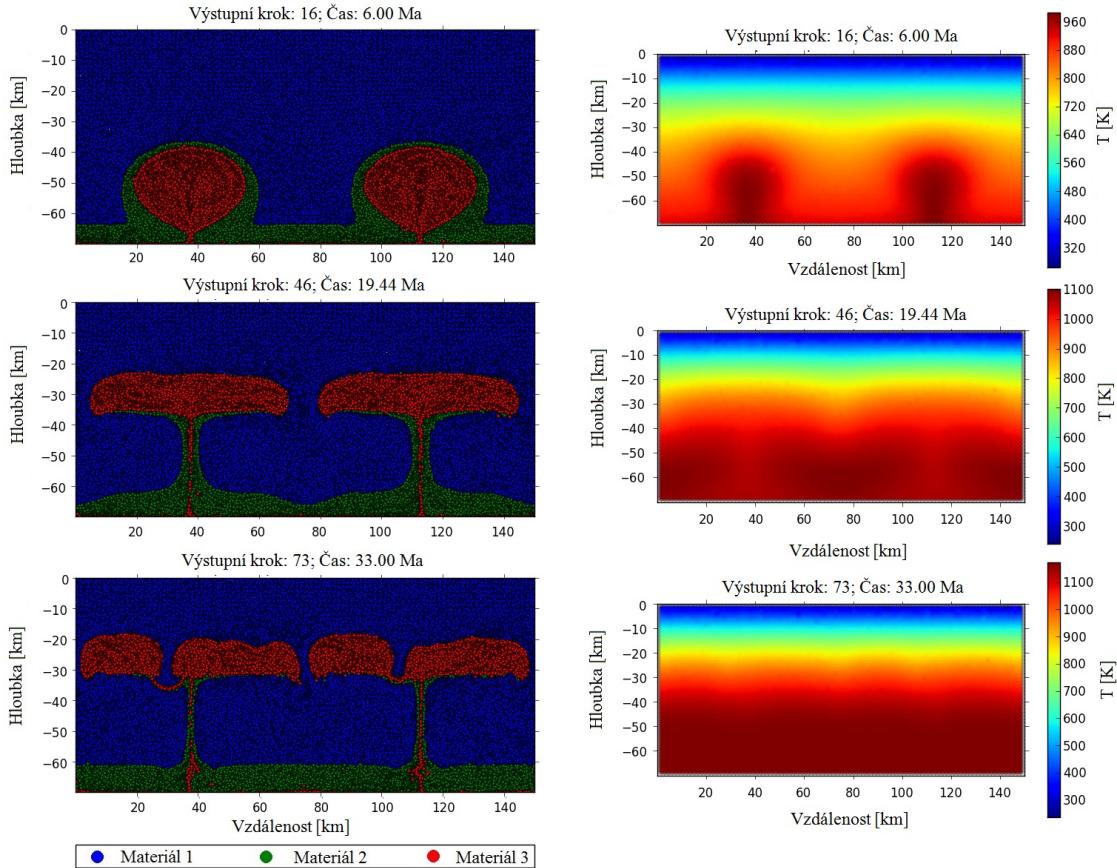
Simulace MD1FD1H1

Simulace MD1FD1H1 představuje nejnižší hodnoty všech variačních parametrů modelu B (obr. 31). Podobně, jako v případě ekvivalentní simulace pro model A, je i zde možné vyjádřit podobný vývoj diapirové struktury z iniciální perturbace rozhraní mafické a felzické vrstvy, který je podobný pro většinu simulací modelu B (viz paragraf *Simulace A1M1H1*). Narozdíl od modelu A však matice simulací modelu B obsahuje některé atypické simulace, které se vyznačují hustotním kontrastem (poměrem) mafické a felzické vrstvy nižším než 1 - hustota mafické vrstvy je nižší než felzické vrsty - což vede k odlišnému vývoji modelové domény. (Tyto simulace budou diskutovány dále.)

Simulace MD1FD1H1 se dále vyznačuje rozpadem diapirové struktury během pozdní etapy vývoje při relaminaci materiálu, což odpovídá zhruba času 33 Ma po počátku simulace a minimální dosažené hloubce 20 km. Je zde patrná retardace evoluce termálního pole vlivem střední rychlosti exhumace, způsobené hustotním kontrastem mafické a felzické vrstvy. Hustotní kontrast ovlivňuje rychlosť exhumace felzického materiálu a je dán iniciálním rozdílem hustot obou vrstev - tento kontrast se vlivem termální evoluce mění s rostoucím časem. Tento jev bude diskutován především u modelů s inverzním hustotním kontrastem.



Obr. 30: P-T vývoj domény v klíčových oblastech (markery 2-5 pro osu diapiru; markery 7-10 pro osu modelu). Sekce **A** reprezentuje *P-T diagramy variací všech hodnot amplifikace felzické vrstvy* (reprezentováno barvami *P-T křivek*) pro čtyři extrémní simulace - kombinující mezní hodnoty mocnosti a produktivity felzické vrstvy (reprezentováno jednotlivými diagramy). Sekce **B** reprezentuje *P-T diagramy pro stejné simulace, ale pro materiál s iniciální pozicí mezi vznikajícími diapirovými strukturami.*



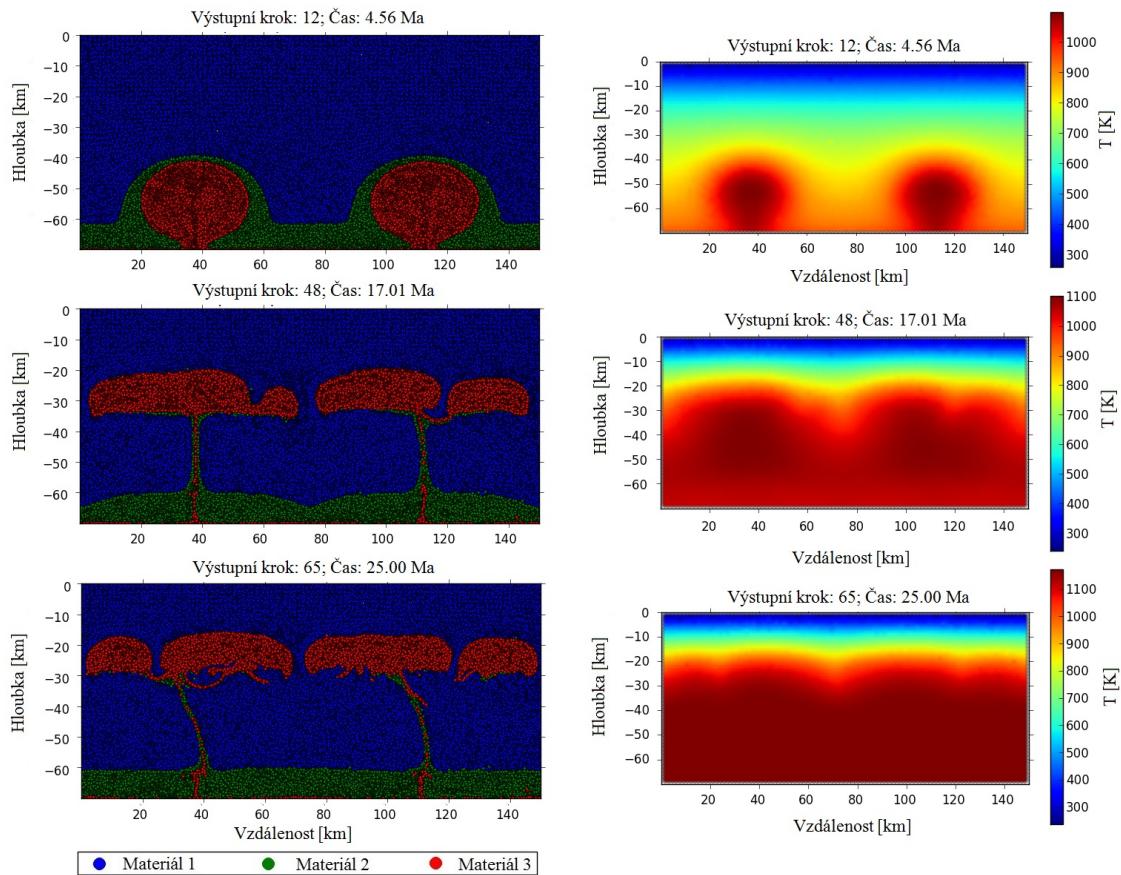
Obr. 31: Mechanický a termální vývoj domény při simulaci MD1FD1H1.

Simulace MD1FD1H5

Termo-mechanický vývoj modelu při simulaci MD1FD1H5 je velice podobný simulaci MD1FD1H1 (obr. 32), avšak opět je zde patrný vliv vyšší termální produkivity felzické vrstvy na rychlosť exhumace, a je patrné, že felzický materiál dosáhl hloubky 20 km téměř o 8 milionů let dříve. Tvar diapirové struktury je podobný v obou případech (dochází k relaminaci materiálu a rozpadu nové vrstvy na úrovni střední kůry) a termální pole vykazuje obecně vyšší hodnoty (až 1100 K) v oblasti střední kůry již okolo 17 Ma.

Simulace MD1FD5H1

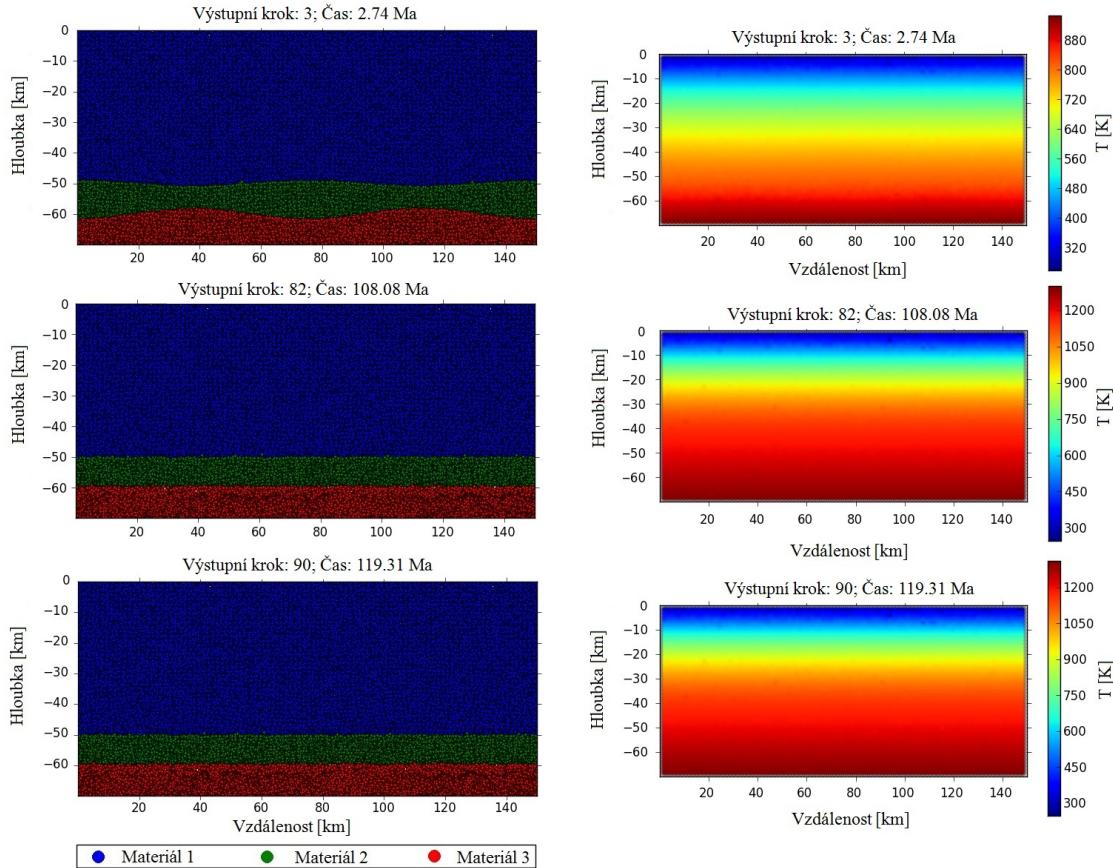
Simulace MD1FD5H1 (obr. 33) představuje druhou ze série simulací, jejichž hlavním charakteristickým rysem je inverzní hustotní kontrast spodních partií modelové domény - v simulacích MD1FD4-5H1-5 a MD2FD5H1-5 vykazuje iniciální nastavení modelu vyšší hustotu felzické vrstvy oproti nižší hustotě mafické vrstvy. Toto nastavení implikuje iniciální pokles undulované felzické vrstvy na bázi korové sub-



Obr. 32: Mechanický a termální vývoj domény při simulaci MD1FD1H5.

domény bez počínající exhumace a materiálové výměny. V simulacích MD1FD4H1-5 a MD2FD5H1-5 bylo exhumace dosaženo vlivem hustotního poklesu felzické vrstvy při dvojnásobném trvání běhu simulace - jelikož hustota vrstvy klesá s rostoucí teplotou - vlivem ohřevu felzické vrstvy.

Simulace MD1FD5H1 je tedy charakteristická prvotním poklesem felzické vrstvy a jejím následným zahříváním vlivem radiogenní tepelné produktivity. Tento fakt posléze umožňuje postupný pokles hustoty (podobně jako u výše zmíněných simulací) a počínající pomalou exhumaci felzického materiálu. Oproti simulacím MD1FD4H1-5 a MD2FD5H1-5 je však zde inicálně vyšší hustotní kontrast a trvání počáteční fáze exhumace několikanásobně převyšuje nástup ex humační události u ostatních simulací (včetně simulací s nízkým inverzním hustotním kontrastem). Na obr. 33 je patrné, že ani po 119 Ma nedochází k významnému vznosu felzického materiálu. Z důvodu velmi vysokého výpočetního času již nebyla navýšována doba trvání simulace a kategorie anomálních simulací MD1FD5H1-5 tvorí samostatnou kategorii, která bude následně diskutována při aplikaci korelační analýzy a analýzy hlavních komponent.



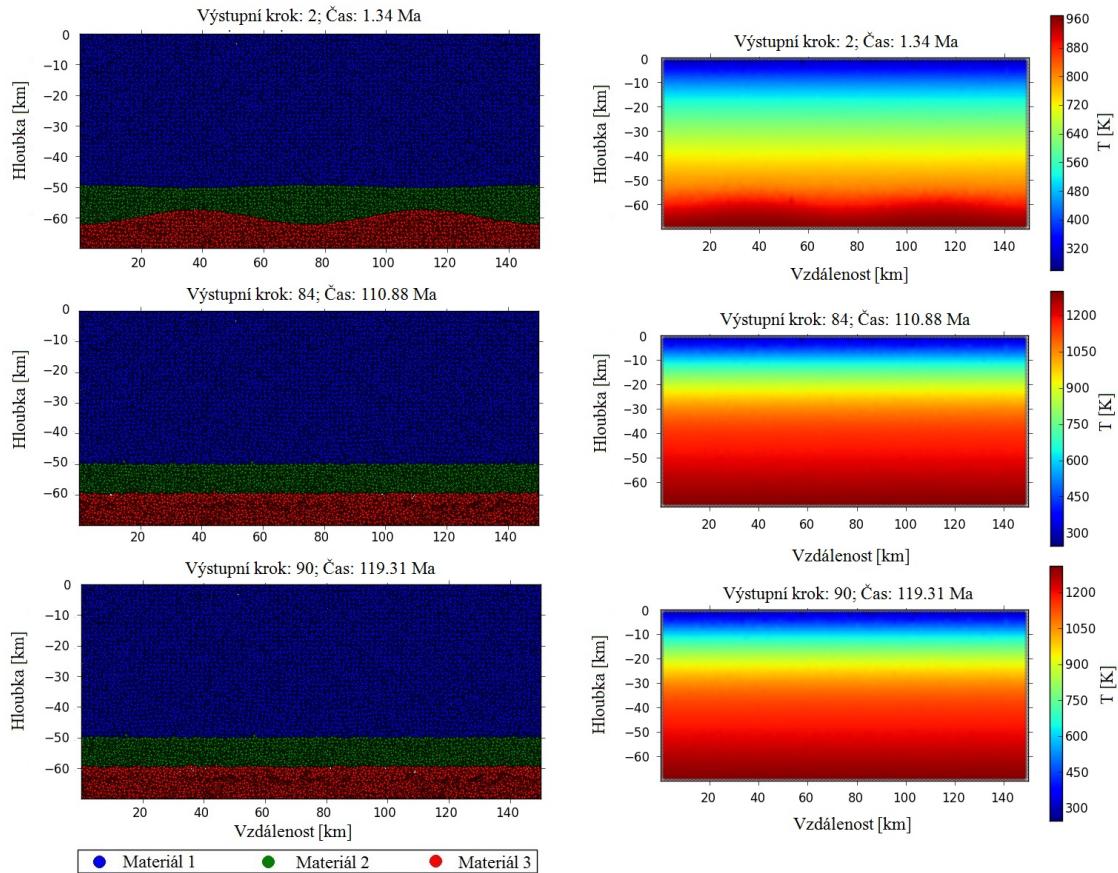
Obr. 33: Mechanický a termální vývoj domény při simulaci MD1FD5H1.

Simulace MD1FD5H5

Simulace MD1FD5H5 (obr. 34) je typická velmi podobným vývojem modelové domény jako v případě předchozí simulace. Rozdíl obou simulací spočívá pouze ve vyšší teplotě spodních partií domény během první poloviny trvání simulace. Po dosažení teploty 1170 K dochází k vypnutí tepelné produktivity felzické vrstvy a následné termální relaxaci celé modelové domény - to je důvodem pro podobný tvar termálního pole po evoluci tvající 119 Ma.

Simulace MD5FD1H1

První simulací pro nejvyšší hodnotu hustoty mafické vrstvy a nejnižší hodnoty hustoty a produktivity felzické vrstvy je simulace MD5FD1H1 (obr. 35), která se vyznačuje shodným mechanickým a podobným termálním vývojem modelové domény jako její alternativa pro nejnižší hodnotu hustoty mafické vrstvy. Oproti vývoji této simulace je zde opět patrný časový posun, který je způsoben vyšším hustotním kontrastem a tedy rychlejším nástupem exhumace felzického materiálu. Časový

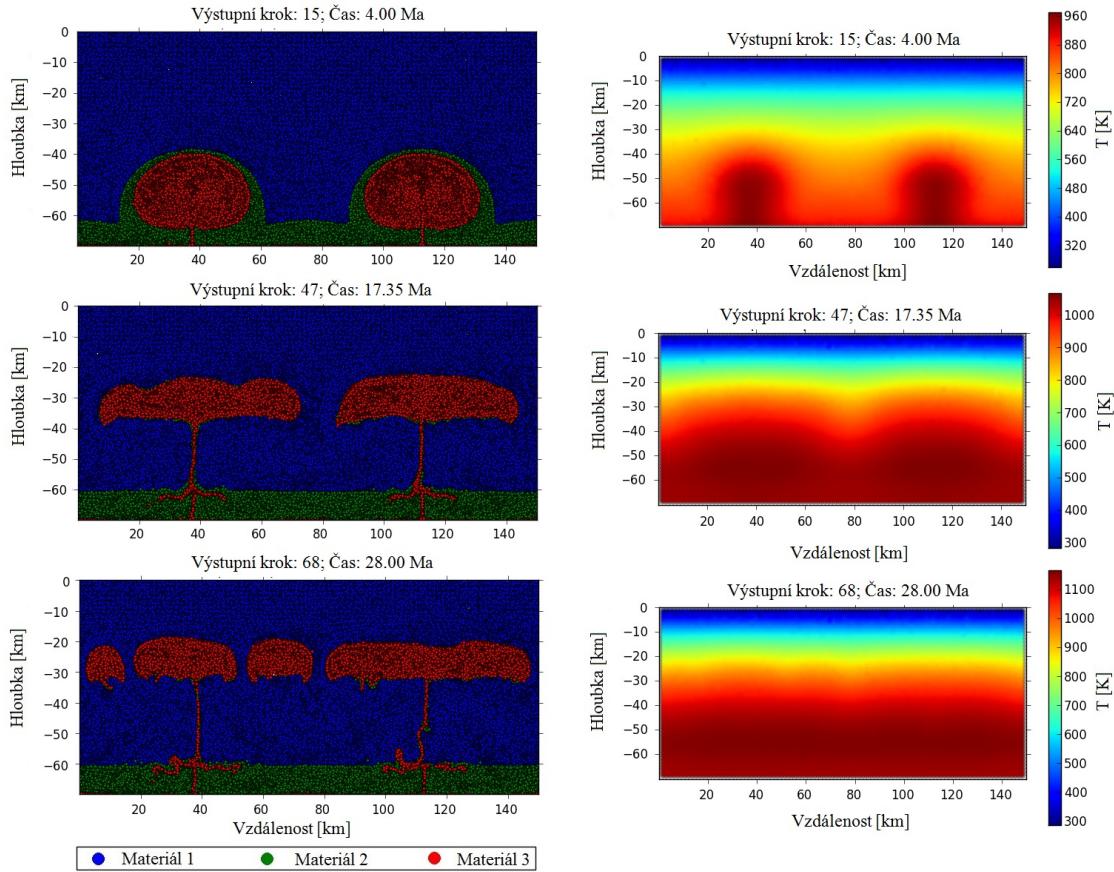


Obr. 34: Mechanický a termální vývoj domény při simulaci MD1FD5H5.

rozdíl dosažení hloubky 20 km felzickým materiélem oproti simulaci MD1FD1H1 činí přibližně 5 Ma.

Simulace MD5FD1H5

Simulace MD5FD1H5 (obr. 36) je typická velmi podobným průběhem jako simulace MD1FD1H5. Termo-mechanický vývoj obou simulací je téměř totožný i s přihlédnutím k velmi podobnému časovému průběhu. To lze vysvětlit jako pravděpodobný důsledek iniciálně vyšší rychlosti exhumace felzického materiálu v simulaci MD5FD1H5 a jejímu následnému zpomalení, které je u simulace MD1FD1H5 pozvolnější - takto dochází k vyrovnaní doby trvání exhumace u obou simulací, ačkoliv původní rychlosť exhumace felzického materiálu byla v obou případech odlišná. Přesné určení vlivu radiogenní produktivity felzické vrstvy je velmi obtížné. Pravděpodobně je vliv prudkého zahřívání felzického materiálu kompenzován jeho rychlou exhumací a ochlazováním ve vyšších partiích domény.



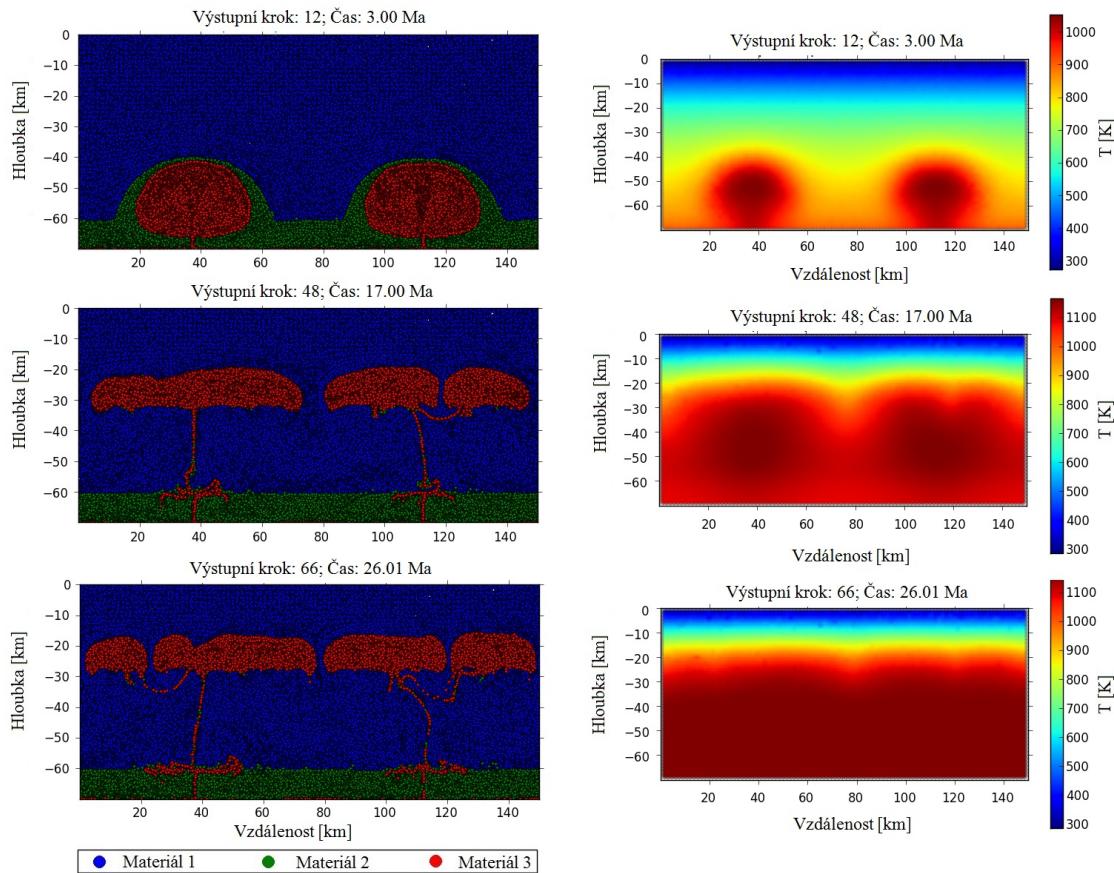
Obr. 35: Mechanický a termální vývoj domény při simulaci MD5FD1H1.

Simulace MD5FD5H1

Simulace MD5FD5H1 (obr. 37) reprezentuje nejvyšší hodnoty hustot mafické i felzické vrstvy při nejnižší produktivitě felzické vrstvy. Vývoj domény pro toto nastavení je velmi specifický, neboť je patrné, že ačkoliv dochází k exhumaci felzického materiálu, je nejvyšší dosažená pozice felzickým materiálem stále na úrovni sp. - stř. kůry. To je způsobeno vyšší hustotou felzické vrstvy oproti hustotě vrstvy, která reprezentuje svrchno-střední kůru a dochází tedy k ekvilibraci obou materiálů při bázi této strukturně nejvyšší modelové vrstvy. Souběžně dochází k prudkému zahřívání bazální části modelové domény (až na 1100 K v hloubce přibližně 50 km).

Simulace MD5FD5H5

Poslední simulací modelu B je simulace MD5FD5H5 (obr. 38), která reprezentuje podobný vývoj modelu jako simulace MD5FD5H1, ale modelová doména vykazuje vyšší zahřívání a rychlejší exhumaci felzického materiálu. Porovnáním



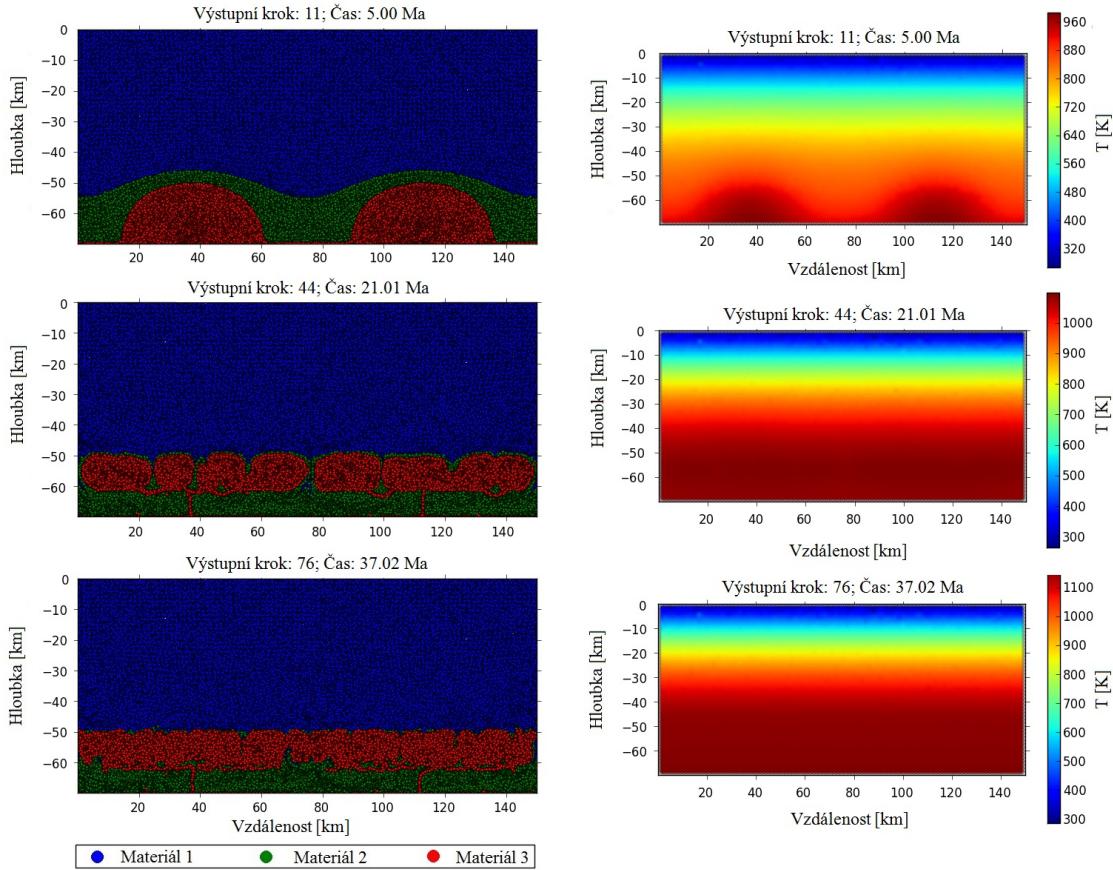
Obr. 36: Mechanický a termální vývoj domény při simulaci MD5FD1H5.

obou simulací lze určit že felzický materiál dosáhl báze svchno-střední kůry rychleji (přibližně o 3 Ma).

P-T vývoj klíčových oblastí modelové domény

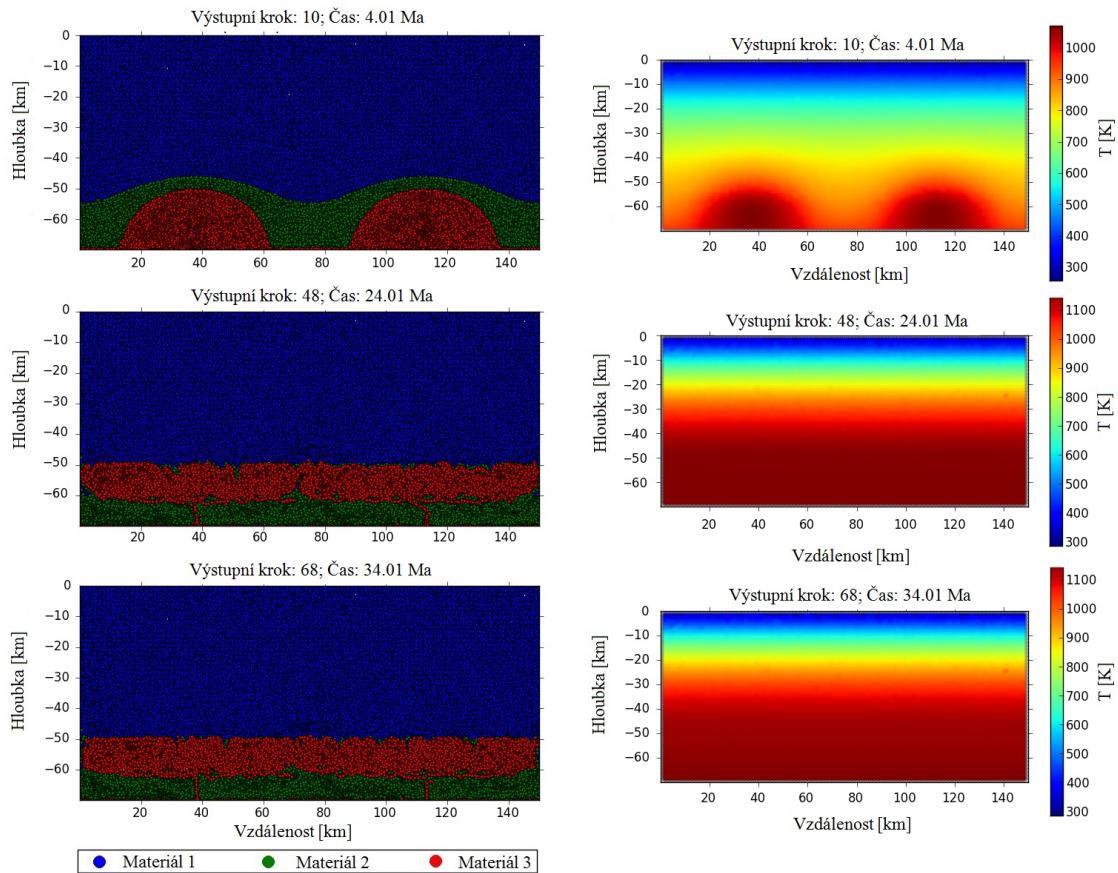
Podobně jako v případě modelu A je možné i u modelu B kvantifikovat rozdíly mezi jednotlivými simulacemi pomocí P-T diagramů (obr. 39) a předběžně tak učinit některé závěry o vlivu iniciálních parametrů (počátečních podmínek) na evo-luci systému. Pro tuto analýzu jsou zohledněny simulace, zastupující všechny hodnoty hustoty mafické vrstvy (jednotlivé P-T křivky) a simulace, které reprezentují extrémní hodnoty hustoty a termální produktivity felzické vrstvy (příslušné dia-gramy sekce A a B).

Jednotlivé diagramy sekce A i B na obr. 39 reprezentují vliv změny hustotního kontrastu mafické a felzické vrstvy (v případě každého diagramu je fixována hustota felzické vrstvy a celkový hustotní kontrast je dán změnou hustoty mafické vrstvy) - dle iniciální pozice každého speciálního markeru - na celkový P-T vývoj v cílovém



Obr. 37: Mechanický a termální vývoj domény při simulaci MD5FD5H1.

segmentu materiálu. Na základě pozorování jednotlivých P-T křivek lze tvrdit, že s rostoucí hustotou mafické vrstvy dochází k poklesu maximální dosažené teploty v každém speciálním markeru - přibližně během 2 třetin trvání simulace. To lze interpretovat jako důsledek nižší rychlosti exhumace felzického materiálu (dané nižším hustotním kontrastem mafické a felzické vrstvy) a tedy rapidní nárůst teploty bez přílišného ochlazení materiálu. Prudký nárůst teploty v poslední etapě vývoje modelu (obr. 39 - simulace MD1-5FD1H1) vykazují zejména simulace s vyšší hodnotou hustoty mafické vrstvy a lze je vysvětlit pravděpodobným vlivem rychlejší exhumace materiálu, relativně rychlejší ekvilibrací s hustotou svrchně-korového segmentu a tedy následné prudším zahříváním vlivem radiogenní produktivity felzického materiálu (až na 1095 K) již v relativně ustáleném stavu. Pokles tlaku pak lze vysvětlit jako vliv přemístění markeru na bázi diapirového tělesa (v rozmezí 7 - 10 kbar). Tato poslední etapa vývoje teploty je silně spjata s tepelnou produktivitou felzické vrstvy. S rostoucí hodnotou produktivity však roste složitost vývoje P-T křivek markerů - speciálně reprezentujících bazální segment modelové domény (viz anomální vývoj v simulacích MD1-5FD1H5 na obr. 39). P-T podmínky těchto simu-



Obr. 38: Mechanický a termální vývoj domény při simulaci MD5FD5H5.

lací nebudou dále diskutovány, neboť zatížení analýzy modelu vlivem souběžného působení více iniciálních parametrů vede k nepředvídatelnosti celkového modelového vývoje a takový systém lze zjednodušeně popsát pouze v omezeném poli simulací. (Podrobná analýza vlivu jednotlivých iniciálních podmínek bude předmětem aplikace multivariantních metod v následujících sekcích.)

Při analýze P-T podmínek je nyní možné pozorovat křivky, které reprezentují simulace s jednotkovým nebo inverzním hustotním kontrastem mafické a felzické vrstvy (dle předchozích paragrafů se jedná o simulace MD1FD5H1 a MD1FD5H5). Na obr. 39 v diagramech MD1-5FD5H1 a MD1-5FD5H5 si lze povšimnout anomální modré křivky, která reprezentuje právě výše zmíněné simulace s inverzním hustotním kontrastem, ve kterých nedochází k exhumaci felzického materiálu v době trvání příslušné simulace. Zelené křivky - v těchto diagramech - reprezentují simulace s jednotkovým hustotním kontrastem, což reflekтуje iniciální prudké zahřívání bez změny tlaku (exhumace). Po dosažení pozitivního hustotního kontrastu následně dochází k exhumaci felzického materiálu. Hranici počínající exhumace pro tyto simulace lze v termálním poli vyjádřit přibližně hodnotou okolo 1150 K.

Všechny anomální křivky v sekci B a simulacích MD1-5FD1H1 lze vysvětlit jako přesun materiálu s příslušným speciálním markerem do vznikající diapirové struktury. To je možné doložit prudkým poklesem tlaku v daném segmentu materiálu (podobně viz model A). Pro většinu P-T diagramů (reprezentujících vývoj materiálu spodní kůry) lze přibližně vyčlenit tři hlavní etapy evoluce modelové domény a diaapirové struktury - podobně jako u modelu A. Pro markery ve spodní části domény v ose diapiru (markery 3-5) lze sledovat: 1) iniciální prudké zahřívání vlivem radiogenní produktivity felzického materiálu; 2) následnou prudkou exhumaci felzického materiálu; 3) zpomalení exhumace a opětovné zahřívání při vyrovnávání teploty v příslušné části domény. Tyto tři klíčové události ve vývoji modelu B korespondují s globálním vývojem diaapirové struktury dle bodů 1-3 při popisu simulace A1M1H1.

6.1.6 Výstupní modelové parametry modelu A a B

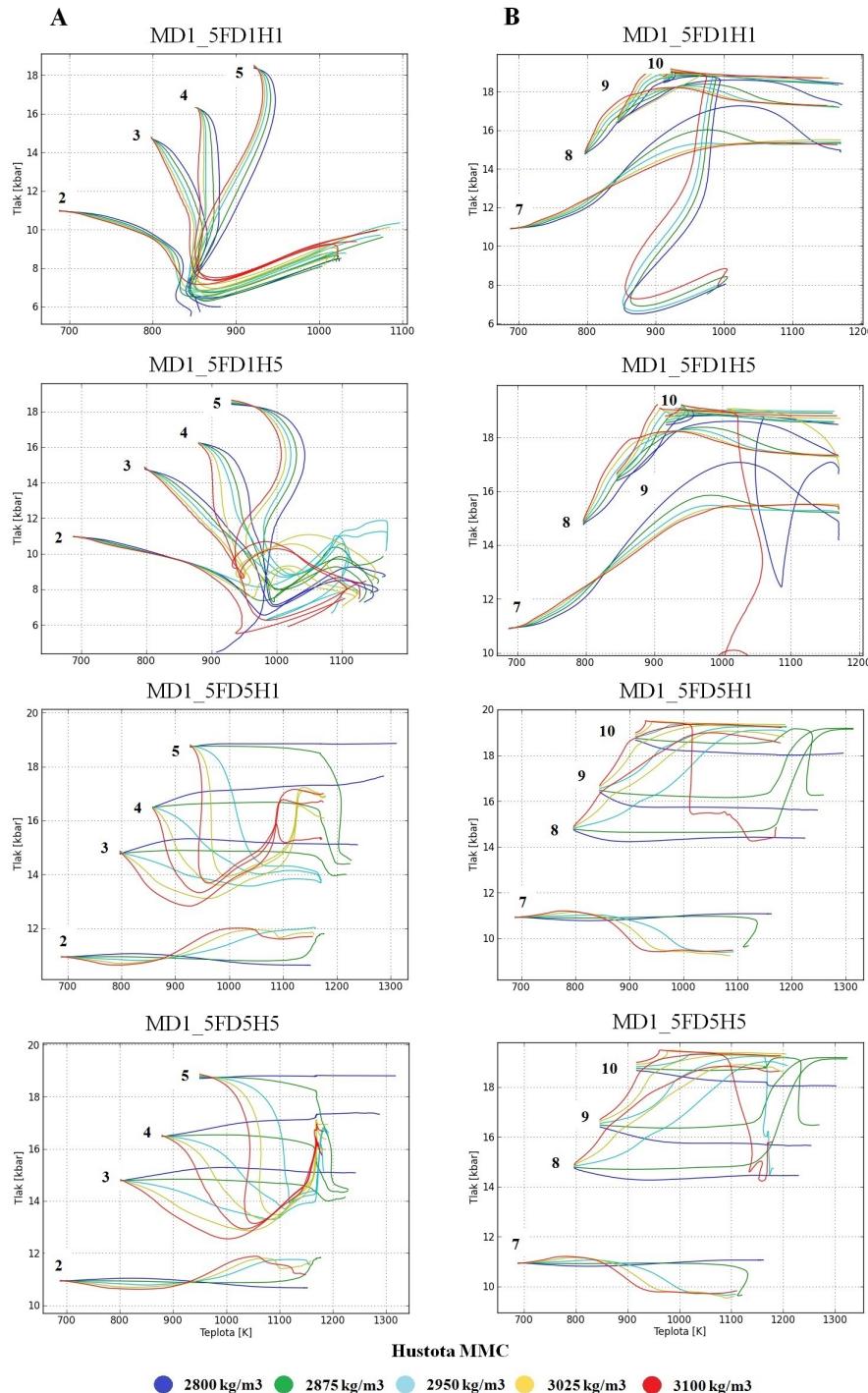
V předchozí sekci byly stručně prezentovány výsledky jednotlivých významných simulací, reprezentujících extrémní hodnoty iniciálních parametrů modelu A a B, které byly diskutovány formou částečných úvah o vlivu příslušných iniciálních parametrů na lokální a částečně globální evoluci modelové domény (zejména analýzou P-T podmínek pro různé segmenty materiálu sp. a stř. kůry). Bylo poukázáno na problematiku komplexní analýzy všech modelových simulací při kombinaci různých iniciálních parametrů, neboť variace více parametrů implikuje nepředvídatelný vývoj modelu. Pro další analýzu modelů diapirizmu je nutné stanovit vhodné výstupní modelové parametry, které dokáží lépe popsat vývoj modelu během každé simulace. Následnou analýzou takových parametrů pak lze přesněji stanovit vliv jednotlivých iniciálních parametrů na celkovou evoluci modelu A i B. To je velmi důležité pro určení významu fyzikálních vlastností prostředí při jeho termálním a mechanickém vývoji.

V této sekci budou definovány výstupní modelové parametry, které jsou společné pro model A i B. Tyto parametry byly zvoleny na základě pozorování vývoje modelové domény v lokálním i globálním měřítku a lze je členit do dvou skupin: 1) lokální modelové parametry; 2) globální modelové parametry.

Lokální modelové parametry

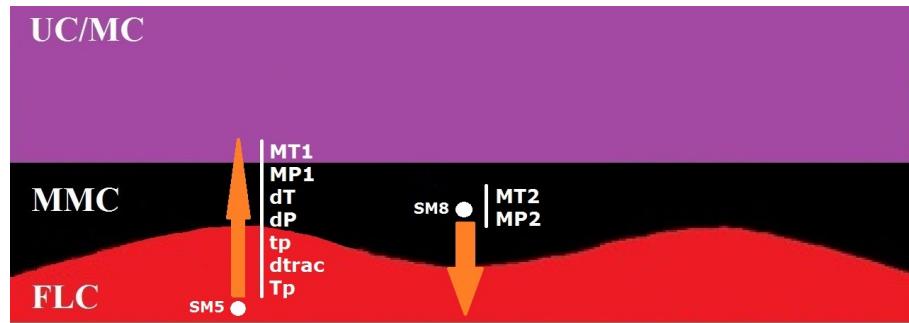
Lokální modelové parametry jsou založeny na P-T podmínkách a pozici jednotlivých markerů, které reprezentují příslušnou oblast a typ materiálu modelové domény (podobně jako v případě speciálních markerů při P-T analýze). Na obr. 40 je znázorněna iniciální pozice dvou speciálních markerů pro určení následujících modelových parametrů:

1. MT1 [maxT1] (maximální dosažená teplota ve speciálním markeru SM5 [K])
2. MP1 [minP1] (minimální dosažený tlak ve speciálním markeru SM5 [kbar])



Obr. 39: P-T vývoj domény v klíčových oblastech (markery 2-5 pro osu diapiru; markery 7-10 pro osu modelu). Sekce **A** reprezentuje *P-T* diagramy variací všech hodnot hustoty mafické vrstvy (reprezentováno barvami *P-T* křivek) pro čtyři extrémní simulace - kombinující mezní hodnoty hustoty a produktivity felzické vrstvy (reprezentováno jednotlivými diagramy). Sekce **B** reprezentuje *P-T* diagramy pro stejné simulace, ale pro materiál s iniciální pozicí mezi vznikajícími diapirovými strukturami.

3. MT2 [maxT2] (maximální dosažená teplota ve speciálním markeru SM8 [K])
4. MP2 [maxP2] (maximální dosažený tlak ve speciálním markeru SM8 [kbar])
5. dT (rozdíl maximální teploty a teploty v místě maximálního tlaku ve speciálním markeru SM5 [K])
6. dP (rozdíl maximálního tlaku a tlaku v místě maximální teploty ve speciálním markeru SM5 [kbar])
7. tp (čas mezi dosažením minimální a maximální hloubky speciálním markerem SM5 [Ma])
8. dtrac (maximální vertikální změna polohy speciálního markeru SM5 [km])
9. Tp (rozdíl teploty v místě maximální a minimální dosažené hloubky speciálním markerem SM5 [K])



Obr. 40: Iniciální lokalizace markerů pro výpočet výstupních modelových parametrů. Na obrázku je zobrazeno rozložení speciálních markerů (SM5; SM8), ve kterých jsou zaznamenávány hodnoty teploty, tlaku a údaje o poloze pro výpočet příslušných modelových parametrů. Oranžové šipky naznačují směr pohybu daného markeru během simulace (neplatí pro anomální simulace s inverzním hustotním kontrastem mafické a felzické vrstvy). Parametry s vazbou k SM5 jsou: **MT1** (maximální dosažená teplota); **MP1** (minimální dosažený tlak); **dT** (rozdíl max. teploty a teploty v místě max. tlaku); **dP** (rozdíl max. tlaku a tlaku v místě max. teploty); **dtrac** (změna polohy mezi min. a max. dosaženou hloubkou); **tp** (čas dtrac); **Tp** (rozdíl teploty v min. a max. dosažené hloubce). Parametry s vazbou k SM8 jsou: **maxT2** (maximální dosažená teplota); **maxP2** (maximální dosažený tlak).

Globální modelové parametry

Oproti lokálním modelovým parametrům lze globální modelové parametry charakterizovat jako popis vlastností modelu jako celku během každé simulace. Klíčovou úvahou pro stanovení globálních parametrů je analýza vývoje gravitační

potenciální energie modelové domény. Gravitační potenciální energie je reprezentována rozložením hustotního pole domény v každém výpočetním kroku simulace a lze ji vyjádřit jako:

$$U = mgh, \quad (6.17)$$

respektive změnu potenciální energie s vertikální změnou polohy materiálu:

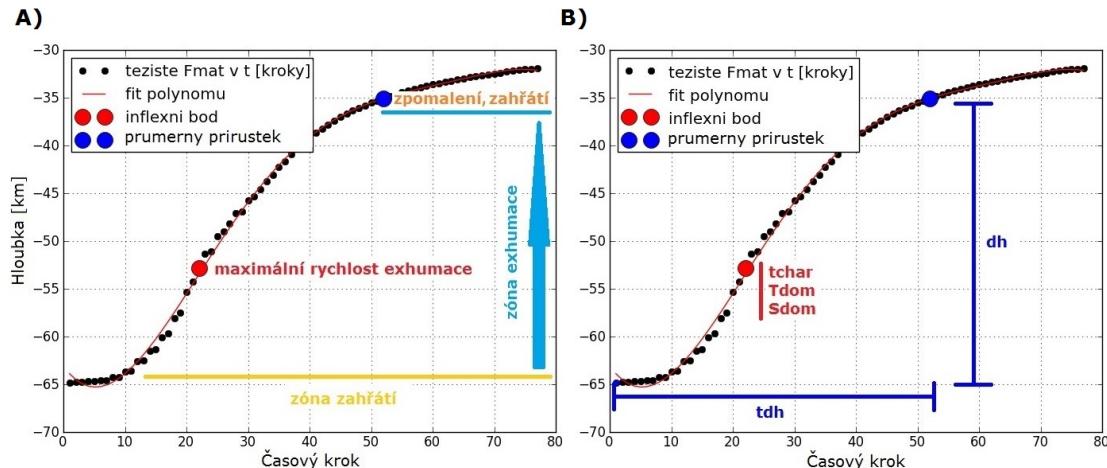
$$\Delta U = mg\Delta h, \quad (6.18)$$

kde $m = m_{(\rho_i)}^t$ je hmotnost elementu materiálu - řízená hustotou v závislosti na čase a h je vertikální vzdálenost elementu materiálu od báze korové subdomény. Ve všech simulacích lze časový vývoj gravitační potenciální energie systému nahradit výpočtem polohy těžiště felzického materiálu (popřípadě mafického materiálu) - neboť vertikální změna polohy felzického materiálu reflektuje změnu potenciální energie systému (Výměna mafického a felzického materiálu produkuje symetrické křivky a existuje tedy možnost volit těžiště felzického nebo mafického materiálu.). Analýza křivky časového vývoje polohy těžiště felzického materiálu je použita pro stanovení kritických momentů v celkovém vývoji modelového systému (viz obr. 41). Pro stanovení globálních modelových parametrů byly odvozeny dva klíčové body této křivky:

- inflexní bod křivky (reflektuje okamžik maximální rychlosti vertikálního materiálového transferu)
- průměrná hodnota přírůstku vertikální polohy materiálu (rp) v druhé polovině trvání simulace (reflektuje zpomalení exhumace a ustálení materiálu)

Všechny simulace modelu A vykazují velmi podobný tvar křivky vývoje polohy těžiště felzického materiálu podle obr. 40. Simulace modelu B vykazují anomální tvar křivky pro simulace MD1FD5H1-5, kde nebylo dosaženo konečné polohy felzického materiálu (V těchto simulacích je bod maximální rychlosti výměny materiálu prvotně stanoven jako ekvivalent druhého výpočetního kroku, neboť materiál okamžitě klesá k bázi domény - tyto simulace budou následně vynechány z celkové analýzy modelu B.). (Pozn.: Při předběžné analýze simulací modelu A a B byla prezentována jednotlivá stádia vývoje extrémních simulací - platí, že každé ze tří zobrazených stádií v sekcích (6.1.4) a (6.1.5) reprezentuje časový okamžik dle klíčových bodů křivky vývoje polohy felzického materiálu, a to v pořadí: inflexní bod, rp, a poslední časový krok.)

Globální modelové parametry lze na základě analýzy křivky polohy felzického materiálu stanovit jako:



Obr. 41: Evoluce polohy těžiště felzického materiálu a výběr globálních modelových parametrů. Diagramy zachycují vertikální časový vývoj polohy těžiště felzického materiálu v modelové doméně (konkrétně simulace MD1FD3H4) a klíčové body křivky, použité pro stanovení globálních modelových parametrů. Křivku lze reprezentovat 3 hlavními zónami: 1) zónou počátečního zahřívání felzického materiálu; 2) zónou zrychlené exhumace felzického materiálu; 3) zónou zpomalení a opětovným zahříváním felzického materiálu. Na diagramech je dále zobrazen inflexní bod křivky a bod průměrné hodnoty přírůstku polohy pro druhou polovinu doby trvání simulace (rp). Parametry s vazbou k inflexnímu bodu jsou: **tchar** (charakteristický čas - čas odpovídající poloze inflexního bodu); **Tdom** (průměrná teplota domény v čase tchar); **Sdom** (průměrná hodnota rychlosti deformace materiálu domény v čase tchar). Parametry s vazbou k bodu průměrného přírůstku polohy (rp) jsou: **dh** (změna polohy felzického materiálu mezi počáteční pozicí a rp); **tdh** (čas dh).

1. tchar (charakteristický čas simulace - inflexní bod křivky časového vývoje vertikální polohy felzického materiálu [Ma])
2. Tdom (průměrná teplota modelové domény v charakteristickém čase [K] - integrální parametr)
3. Sdom (průměrná hodnota rychlosti deformace v modelové doméně v charakteristickém čase [$\log \dot{\epsilon}$ [s^{-1}]] - integrální parametr)
4. dh (změna polohy těžiště felzického materiálu mezi původní hloubkou a hloubkou v čase odpovídajícímu rp (km))
5. tdh (čas odpovídající dh [Ma])

Klíčové statistické hodnoty všech iniciálních i výstupních parametrů modelu A a B obsahuje tabulka A (tab. A - příloha A).

6.2 Korelační analýza

Po zvolení vhodných modelových výstupních parametrů byla provedena korelační analýza - jakožto první ze zmíněných metod multivariantní statistiky - pro analýzu vztahů mezi iniciálními modelovými parametry (počátečními podmínkami) všech simulací a příslušnými výstupními modelovými parametry (bez výše zmíněných kritických simulací modelu B). Před prezentací výsledků korelační analýzy bude krátce pojednáno o jejím principu a budou stručně vyjádřeny základní vzorce, tvořící jádro této metody.

6.2.1 Matematické pozadí a princip metody

Korelační analýzu lze jednoduše popsat jako kvantifikaci míry závislosti náhodných dat. Výstupní informací korelační analýzy je vyjádření závislosti mezi každými dvěma proměnnými z celkového n-rozměrného souboru (matice) dat pomocí korelačního koeficientu. Takto je vyjádřena „těsnost“ lineární vazby mezi příslušnými veličinami. Koeficient korelace se označuje jako Pearsonův (nebo párový) korelační koeficient R_{ik} (např. Johnson R.A. and Wichern D.W. (2007)), který lze vyjádřit vztahem:

$$R_{ik} = \frac{s_{ik}}{\sqrt{s_{ii}}\sqrt{s_{kk}}}, \quad (6.19)$$

nebo:

$$R_{ik} = \frac{\sum_{j=1}^n (X_{ji} - \bar{X}_i)(X_{jk} - \bar{X}_k)}{\sqrt{\sum_{j=1}^n (X_{ji} - \bar{X}_i)^2} \sqrt{\sum_{j=1}^n (X_{jk} - \bar{X}_k)^2}}, \quad (6.20)$$

pro $i = 1, 2, \dots, p$ a $k = 1, 2, \dots, p$, kde $\bar{X}_{i(k)}$ je průměr hodnot i(k)-tého vektoru, s_{ik} představuje kovarianci mezi každými dvěma vektory zdrojové matice dat a $\sqrt{s_{ii(kk)}}$ vyjadřuje směrodatnou odchylku příslušného vektoru datové matice. Dále platí $D_{R_{ik}} = \langle -1; 1 \rangle$, nebo lze vyjádřit druhou mocninu R_{ik} jako koeficient determinace R_D , pro který platí $D_{R_D} = \langle 0, 1 \rangle$. V prvním případě platí, že pro hodnotu -1 vykazují data maximální antikorelaci (neboli nepřímou závislost), pro hodnotu 0 data nevykazují žádnou korelaci a pro hodnotu 1 lze sledovat maximální korelaci mezi daty (neboli přímou závislost). (Pozn.: V následujících sekcích a podsekcích bude vždy uváděna absolutní hodnota R (resp. odmocnina z R_D).

Východiskem pro odvození lineárního vztahu mezi dvěma vektory zdrojové matice dat je lineární regrese (obr. 42). Směrnicové vyjádření přímky - polynomu prvního řádu - reprezentující trend mezi daty využívá metody nejmenších čtverců (proložení dat takovou přímkou, aby druhé mocniny odchylek bodů od přímky byly

minimální.). Aproximace přímkou ve směrnicovém tvaru pak může být vyjádřena takto:

$$f(x) = y' = ax + b, \quad (6.21)$$

respektive lze přímku vyjádřit jako lineární kombinaci $y = b_1 f_1(x) + b_2 f_2(x) + \dots + b_k f_k(x)$ (pro obecný případ), kde $y = f(x, b_1, b_2, \dots, b_k)$ je funkce approximující hodnoty $[x_i, y_i]$. Součet čtverců lze vyjádřit takto:

$$\begin{aligned} S(a, b) &= \sum_{i=1}^n w_i [y_i - f(x_i)]^2 \\ S(a, b) &= \sum_{i=1}^n w_i [y_i - (ax_i + b)]^2, \end{aligned} \quad (6.22)$$

kde $w_i > 0$ představuje pevně zvolená čísla (určující váhu daného bodu - obvykle bývá volena hodnota 1 pro každý bod). Pro nalezení koeficientů a, b a vyjádření minima součtu platí (pro $w_i = 1$):

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial S}{\partial a} = -2 \sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i + b)] x_i \\ 0 &= \frac{\partial S}{\partial b} = -2 \sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i + b)] . \end{aligned} \quad (6.23)$$

Vyjádření (6.23) vede na soustavu 2 rovnic:

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ \sum_{i=1}^n y_i \end{pmatrix} \quad (6.24)$$

kde je nutno dokázat, že kvadratická forma druhého diferenciálu je pozitivně definitní a hledaný bod je minimem řešením této soustavy (podrobněji např. <http://www.kolej.mff.cuni.cz/lmotm275/skripta/sbirka/html/node49.html>), tedy:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 S(a,b)}{\partial a^2} & \frac{\partial^2 S(a,b)}{\partial a \partial b} \\ \frac{\partial^2 S(a,b)}{\partial a \partial b} & \frac{\partial^2 S(a,b)}{\partial b^2} \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & n \end{pmatrix}. \quad (6.25)$$

Koeficienty a, b , lze nyní vyjádřit takto:

$$a = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}, \quad (6.26)$$

$$b = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}. \quad (6.27)$$

Podobně vztahu (6.22) lze vyjádřit rozklad sumy čtverců dle průměru (např. Johnson R.A. and Wichern D.W. (2007)) takto:

$$\underbrace{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}_{\text{totální suma čtverců}} = \underbrace{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}_{\text{regresní suma čtverců}} + \underbrace{\sum_{i=1}^n (\hat{\varepsilon}_i)^2}_{\text{reziduální suma čtverců}}, \quad (6.28)$$

kde \hat{y} představuje fitované hodnoty a $\hat{\varepsilon}$ reprezentuje rezidua - neboli vzdálenosti mezi původními hodnotami $[x_i, y_i]$ a fitovanými hodnotami $[x_i, y'_i]$ (viz obr. 42). Nyní lze vyjádřit reziduální sumu čtverců takto:

$$S_{\text{rez}} = \sum_{i=1}^n \hat{\varepsilon}_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - y'_i)^2, \quad (6.29)$$

kde dále platí $y'_i = ax_i + b$.

Následně je možné vyjádřit koeficient determinace s pomocí reziduálního nebo regresního součtu čtverců:

$$R^2 = \frac{S_{\text{reg}}}{S_{yy}} = 1 - \frac{S_{\text{rez}}}{S_{yy}}, \quad (6.30)$$

kde S_{yy} představuje celkový součet čtverců odchylek dat od průměru (totální suma čtverců - viz (6.28)) a S_{reg} je regresní suma čtverců. Pro koeficient korelace v absolutní hodnotě platí $R = \sqrt{R^2}$.

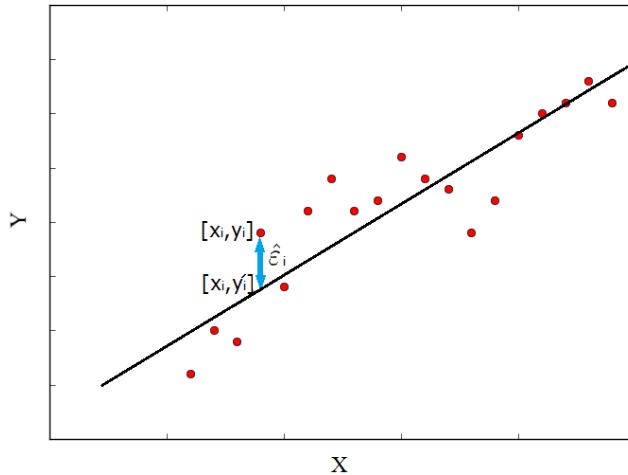
6.2.2 Standardizace vícerozměrných dat

Pro důsledné zpracování dat je nutné odstranit závislost každého vektoru zdrojové datové matice na jednotkách, poloze i rozptýlení, neboť různé řády prvků každého datového vektoru mohou silně zkreslovat výsledný produkt datové analýzy. Nejběžnější techniky datové standardizace jsou (např. Meloun a Militký, 2002; Meloun, 2011):

- sloupcové centrování:

$$y_{ij} = x_{ij} - \bar{x}_j \quad (6.31)$$

(Kde od každé i-té hodnoty originálního j-tého datového vektoru je odečtena jeho průměrná hodnota.)



Obr. 42: Lineární regrese a metoda nejmenších čtverců. Obrázek zachycuje approximaci závislosti mezi parametry X, Y pomocí metody nejmenších čtverců.

- sloupcová standardizace:

$$y_{ij} = \frac{x_{ij}}{s_j} \quad (6.32)$$

$$s_j = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2}{n-1}}$$

(Kde originální prvky j-tého datového vektoru jsou děleny směrodatnou odchylkou j-tého datového vektoru.)

- autoškálování:

$$y_{ij} = \frac{(x_{ij} - \bar{x}_j)}{s_j} \quad (6.33)$$

(Kde y_{ij} kombinuje sloupcové centrování a sloupcovou standardizaci.)

- škálování sloupcovým rozsahem:

$$y_{ij} = \frac{x_{ij} - \min_j x_{ij}}{\max_j x_{ij} - \min_j x_{ij}} \quad (6.34)$$

(Kde jsou jednotlivé vektory škálovány tak, aby bylo dosaženo minimální hodnoty prvku vektoru - odpovídající 0 a maximální hodnoty prvku vektoru - odpovídající 1.)

6.2.3 Zhodnocení korelace modelových parametrů modelu A

Pro model A byla sestavena zdrojová matice dat, reprezentující hodnoty všech iniciálních modelových parametrů a všech výstupních modelových parametrů pro všechny simulace (Všechny následující analýzy byly provedeny na standardizovaných datech - byla použita technika autoškálování.). Následně byla spočtena korelační matice - vyjadřující korelací mezi každými dvěma parametry modelu A (Ze zdrojové matice nebyly eliminovány simulace, jejichž parametrické hodnoty se výrazně odchylují od průměrných hodnot daného parametru - neboť kromě testování korelací byly posuzovány i jednotlivé parametry a jejich vztah ke konkrétním simulacím.). Současně byly vytvořeny rozptylové diagramy pro každou kombinaci všech modelových parametrů.

Pro první náhled vztahu mezi modelovými parametry bylo vytvořeno zobrazení (kombinovaný korelační diagram), kombinující maticový korelační diagram a jednotlivé rozptylové diagramy (viz obr. 43). Maticový korelační diagram vyjadřuje absolutní hodnotu korelačního koeficientu pro všechny kombinace modelových parametrů (na obr. 43 reprezentováno barvou každého pole). Všechna pole maticového diagramu dále ukazují vztah mezi každými dvěma parametry pomocí zobrazení distribuce hodnot obou parametrů v daném poli (Korelace mezi stejnými parametry jsou vždy rovny 1 - odpovídají hlavní diagonále korelační matice (příloha A - tab. B) - a v maticovém diagramu je jejich pozice nahrazena histogramem, ukazujícím rozdělení četností hodnot daného parametru.). Poslední modifikací tohoto složeného zobrazení, je vyjádření vazeb mezi iniciálními a výstupními modelovými parametry v rozptylovém diagramu. Každému bodu (reprezentujícímu jednu simulaci) rozptylového diagramu je přiřazena barva dle příslušné hodnoty iniciálního parametru a zároveň je škálována i jeho velikost dle příslušné hodnoty jiného iniciálního parametru. Takto lze nyní studovat vazbu mezi dvěma výstupními modelovými parametry a zároveň sledovat shluhy, tvořící trend mezi těmito parametry, které vyjadřují změnu v celkovém trendu dle hodnot iniciálních parametrů.

Korelační matice A

Kombinovaný korelační diagram modelu A vyjadřuje korelaci všech parametrů modelu A a zároveň ukazuje jednotlivé rozptylové diagramy bez aditivních informací o hodnotách iniciálních parametrů pro každou simulaci (viz obr. 43). Matici lze rozdělit na několik sekcí a subsekcí, které lze analyzovat individuálně:

- **sekce** korelace mezi iniciálními modelovými parametry
- **sekce** korelace mezi iniciálními a výstupními modelovými parametry
- **sekce** korelace mezi výstupními modelovými parametry
- **subsekce** korelace mezi iniciálními a lokálními modelovými parametry

- **subsekce** korelace mezi iniciálními a globálními modelovými parametry
- **subsekce** korelace mezi lokálními parametry
- **subsekce** korelace mezi globálními parametry
- **subsekce** korelace mezi lokálními a globálními parametry

Neboť kombinovaný korelační diagram představuje složité zobrazení, budou dále zobrazeny a analyzovány jeho jednotlivé sekce a subsekce individuálně. (Pozn.: Všechny hodnoty korelační matice A jsou zobrazeny v tabulce B.)

Sekce korelace iniciálních modelových parametrů

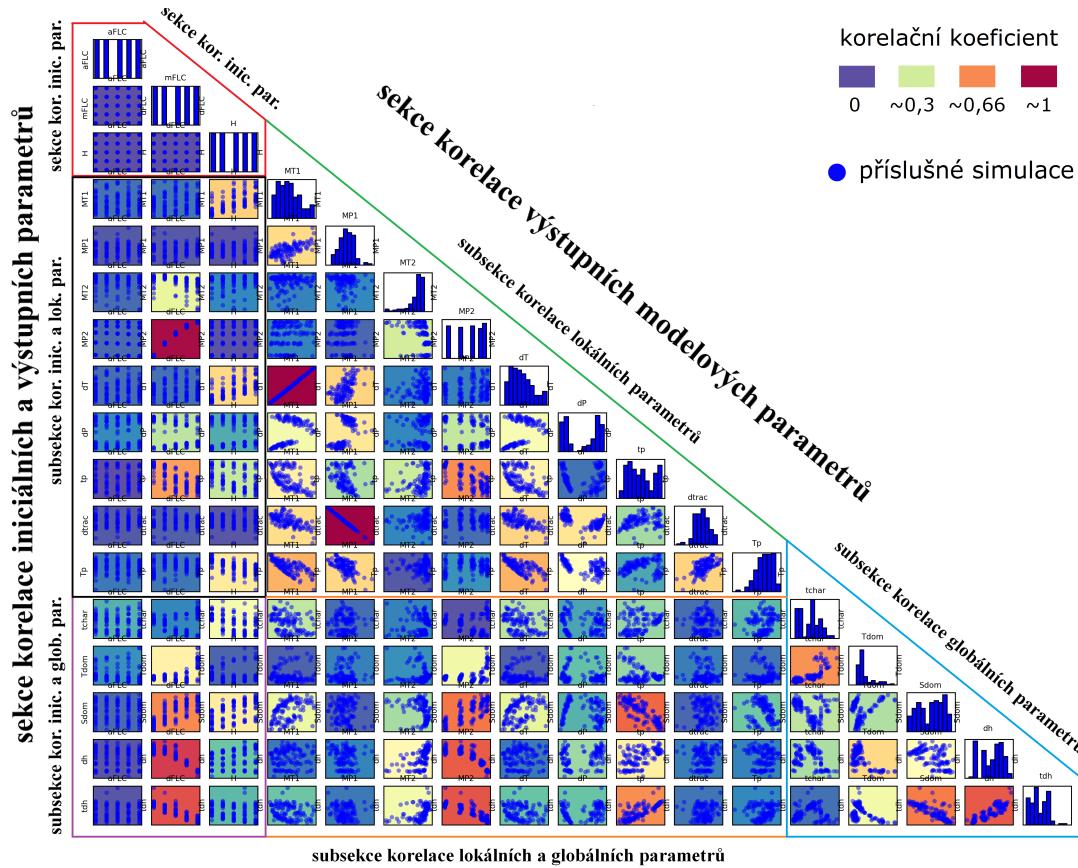
Sekce korelace iniciálních parametrů modelu A vykazuje nulové hodnoty korelace mezi těmito parametry (obr. 43). To je pochopitelné, neboť iniciální parametry reprezentují fixně stanovené hodnoty. Distribuce jednotlivých hodnot v rozptylovém diagramu tedy reflektuje rovnoměrné symetrické roložení simulací s originálními hodnotami aFLC (amplifikace undulace FLC), mFLC (mocnosti FLC) a H (produktivity FLC).

Sekce korelace iniciálních a výstupních modelových parametrů

Důležitost této sekce spočívá v náznaku vazeb mezi iniciálními parametry a evolucí modelového systému. Na obr. 43 je patrné, že největší korelace jsou obecně mezi mocností felzické vrstvy (mFLC) a výstupními modelovými parametry, zatímco nejmenší korelace obecně vykazují vztahy mezi amplifikací felzické vrstvy (aFLC) a výstupními modelovými parametry. Konkrétně významných korelací (nad 0,5) - v subsekci korelací iniciálních a lokálních parametrů - dosahují následující dvojice parametrů: mFLC x MP2; mFLC x tp; H x MT1; H x dT; H x Tp. V subsekci korelací iniciálních a globálních parametrů se jedná o: mFLC x Tdom; mFLC x Sdom; mFLC x dh; mFLC x tdh; H x Sdom.

Sekce korelace výstupních modelových parametrů

Tuto sekci je možné rozdělit (dle obr. 42) na tři subsekce: 1) subsekci korelace lokálních parametrů; 2) subsekci korelace globálních parametrů; 3) subsekci korelace lokálních a globálních parametrů. Subsekce korelace lokálních parametrů (obr. 44 - 46) vyjadřuje významné korelace (korelace větší než 0,5) mezi: MT1 x MP1; MT1 x dT; MT1 x tp; MT1 x dtrac; MT1 x Tp; MP1 x dT; MP1 x dP; MP1 x dtrac; MP1 x Tp; MP2 x tp; dT x tp; dT x dtrac; dT x Tp; dP x dtrac; dP x Tp; dP x Tp. Subsekce korelace globálních parametrů (obr. 47 - 49) vyjadřuje významné korelace mezi: tchar x Tdom; Tdom x dh; Sdom x dh; Sdom x tdh; dh x tdh. Významné



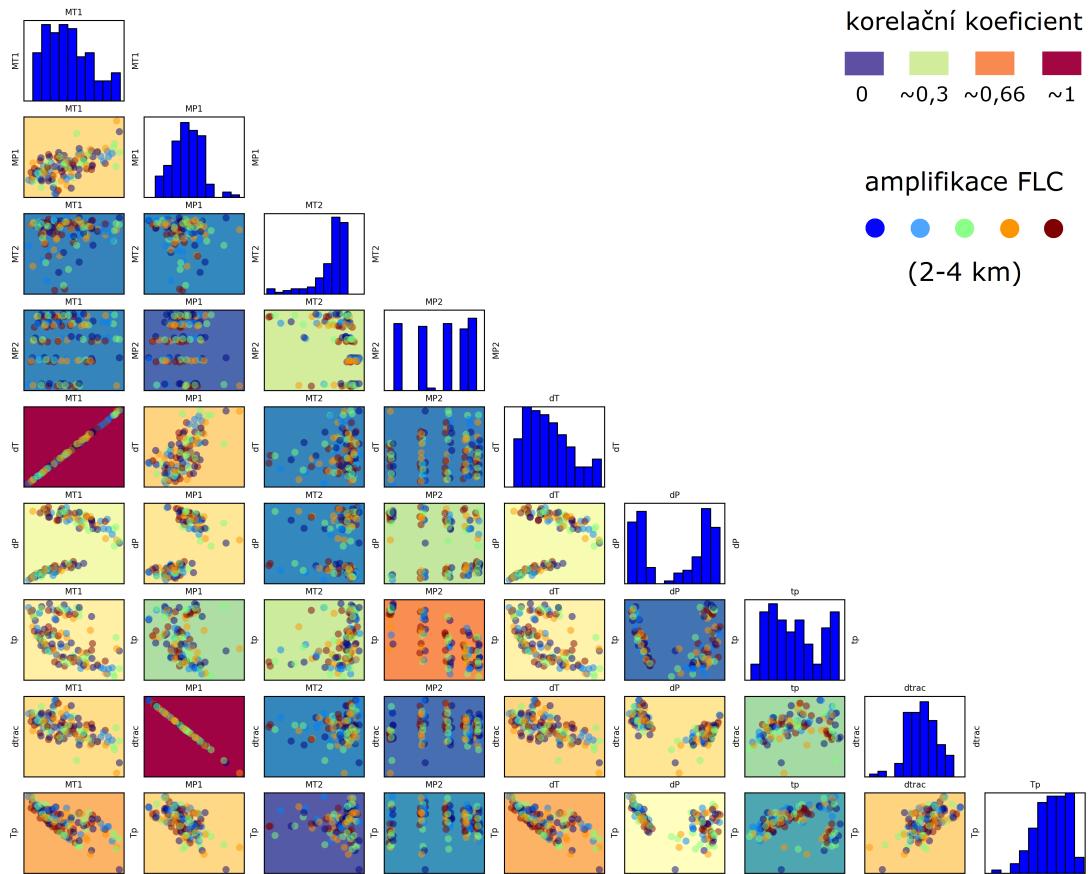
Obr. 43: Kombinovaný korelační diagram parametrů modelu A. Barva každého pole reprezentuje magnitudu korelace mezi dvěma parametry a každé pole reprezentuje rozptylový diagram, ve kterém lze pozorovat trend mezi oběma parametry. Pole korelací mezi stejnými parametry (vykazují vždy jednotkovou hodnotu korelace) jsou nahrazeny histogramy (diagonála korelační matice), které vyjádřují četnost hodnot každého parametru. Na obrázku jsou vymezeny jednotlivé sekce a subsekce dle korelací, které kombinují různé typy modelových parametrů (včetně průvodních linií).

korelace subsekce korelace lokálních a globálních parametrů jsou: MT2 x dh; MP2 x Sdom; MP2 x dh; MP2 x tdh; tp x Sdom; tp x dh; tp x tdh.

Nejvyšší korelační matici A představují: mFLC x MP2 (subsekce korelace iniciálních a lokálních parametrů); mFLC x dh (subsekce korelace iniciálních a globálních parametrů); MT1 x dT (subsekce korelace lokálních parametrů); MP2 x tdh (subsekce korelace lokálních a globálních parametrů); dh x tdh (subsekce korelace globálních parametrů). Obecně lze pozorovat vyšší počet korelací mezi globálními parametry (v poměru k počtu kombinací) a zároveň typičtější strukturalizaci rozptylových diagramů dle simulací s různými iniciálními parametry.

Korelace parametrů, vykazující nižší hodnoty byly pro další analýzu zanedbány a zohledněny pouze výše uvedené kombinace parametrů - vyjma subsekce korelace lokálních a globálních parametrů, která bude zhodnocena pouze v kontextu

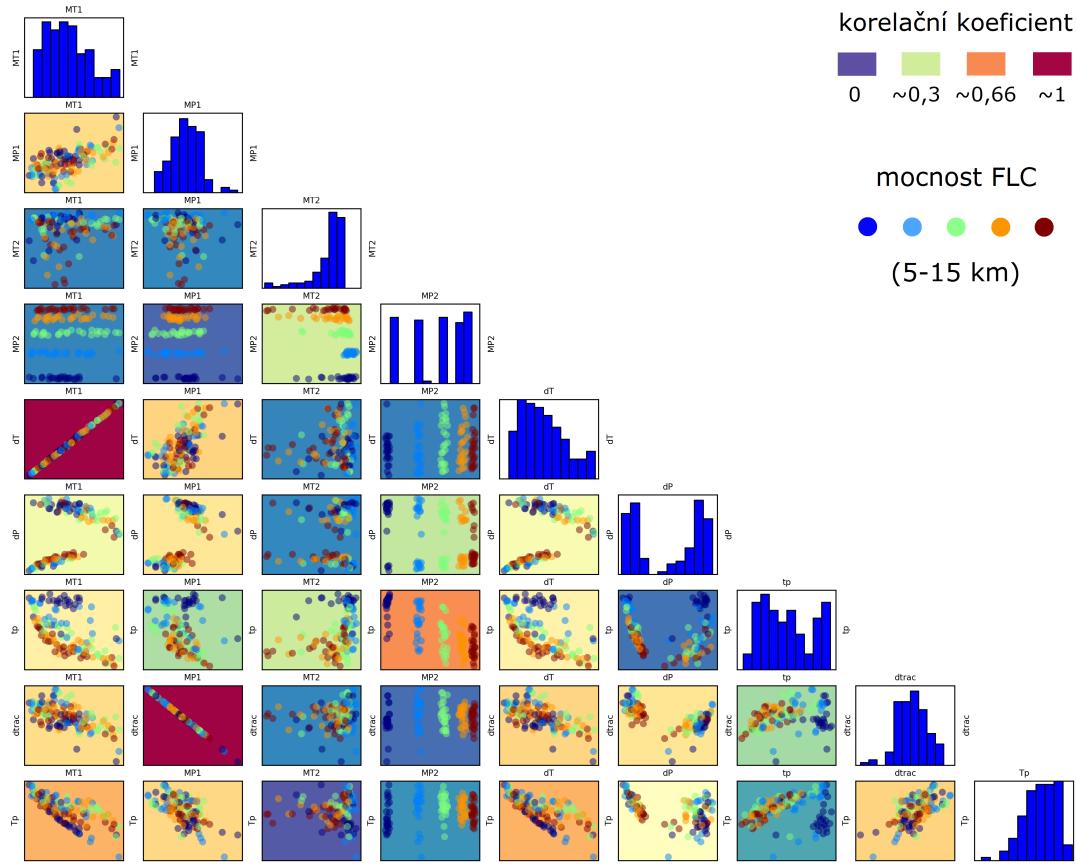
analýzy lokálních a globálních parametrů bez podrobného rozboru rozptylových diagramů.



Obr. 44: Korelace lokálních výstupních parametrů modelu A (dle aFLC). Obrázek zachycuje subsekci korelace lokálních modelových parametrů, kde jednotlivé body reprezentují příslušné simulace - barevně diferencované dle iniciální hodnoty amplifikace undulace FLC.

Korelační matice modelu A byla vytvořena tak, aby bylo možné analyzovat významné datové shluhy jednotlivých rozptylových diagramů. Tedy je možné pozorovat nejen trend mezi jednotlivými parametry, ale také vztah jednotlivých simulací (dle iniciálních parametrů) ke konkrétní pozici v daném rozptylovém diagramu (obr. 44-46 pro lokální parametry; obr. 47-49 pro globální parametry).

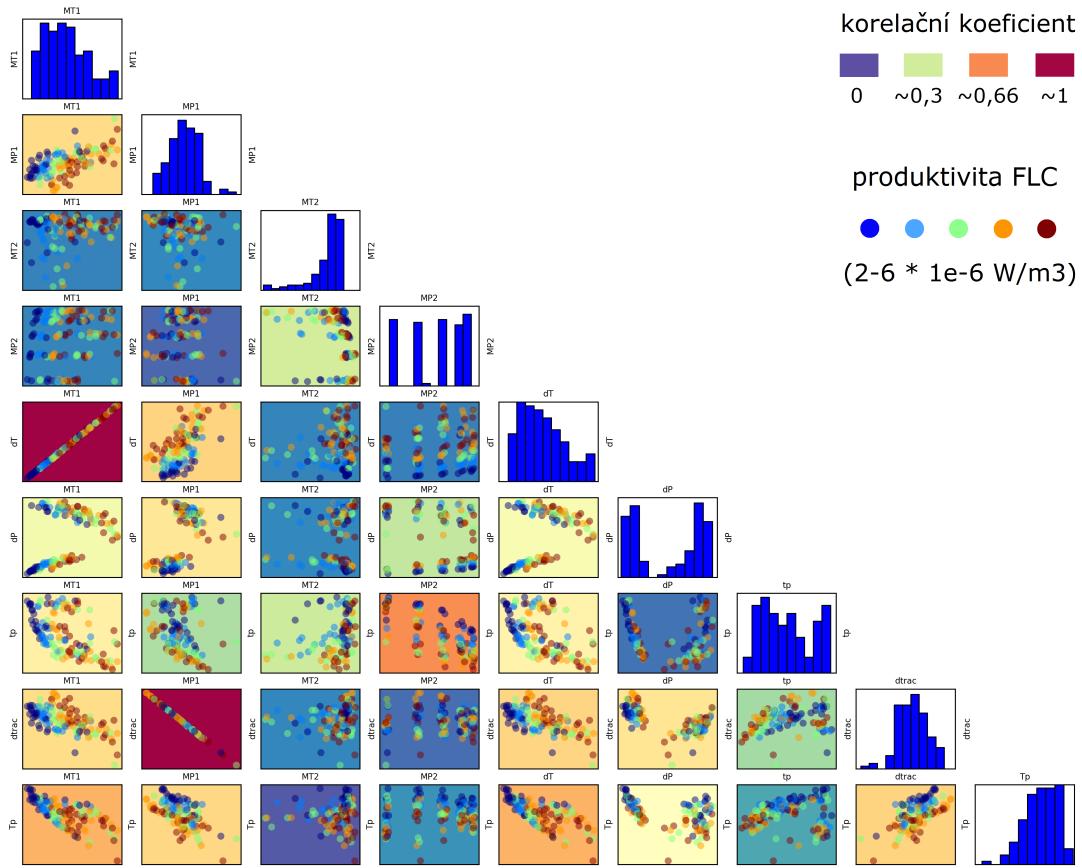
Nejvýznamnější diferenciaci v distribuci hodnot iniciálních parametrů jednotlivých simulací představuje iniciální parametr mFLC (obr. 45; obr. 48). Tedy, v rozptylových diagramech vztahů většiny korelujících i nekorelujících parametrů je patrná strukturalizace dle jednotlivých hodnot mFLC. (Pozn.: Analýza rozptylových diagramů, kde jednotlivé simulace jsou označeny dle hodnot iniciálních parametrů, je velmi užitečná, neboť může odhalit anomální pohyb markerů v závislosti na geometrických aspektech modelové domény a materiálové distribuce. Takto byla odha-



Obr. 45: Korelace lokálních výstupních parametrů modelu A (dle mFLC). Obrázek zachycuje subsekci korelace lokálních modelových parametrů, kde jednotlivé body reprezentují příslušné simulace - barevně diferencované dle iniciální hodnoty mocnosti FLC.

lena rozdílná dráha obyčejných markerů v rámci diapirového tělesa v závislosti na vnitřní dynamice felzického materiálu a zároveň bylo zjištěno, že fixní volba markerů ve svrchních partiích spodno-střední kůry ovlivňuje, zda-li se marker nachází uvnitř, nebo vně felzického materiálu - dle nastavení mocnosti FLC - což má zásadní vliv na jeho výslednou dráhu při změně mocnosti FLC. Z tohoto důvodu byl volen speciální marker 5, který se nachází v ose iniciální materiálové perturbace při bázi domény - je vždy ve FLC.)

Druhou nejvýznamější diferenciaci v distribuci simulací dle hodnot iniciálních parametrů představuje parametr H (obr. 46; obr. 49). Narozdíl od parametru mFLC zde nebyly zjištěny anomální shluhy simulací, které vykazují vztah k defektům v dráze markeru. Trend mezi H a výstupními parametry nevykazuje přímou podobnost s velikostí korelačního koeficientu u tak významného množství parametrů jako v případě mFLC - nicméně lze pozorovat jistý trend mezi většinou lokálních i globálních parametrů a parametrem H.



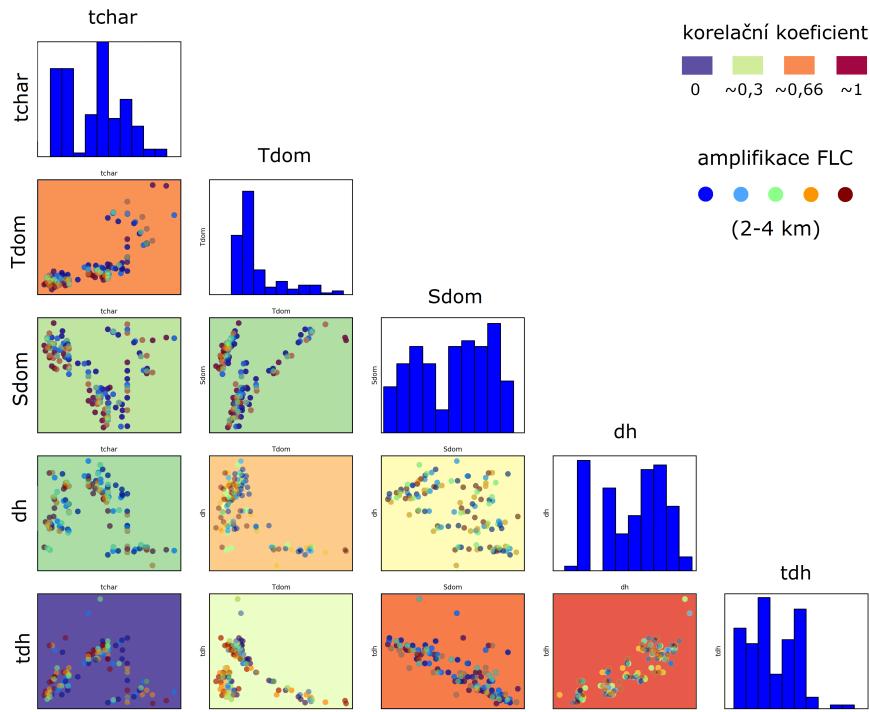
Obr. 46: Korelace lokálních výstupních parametrů modelu A (dle H). Obrázek zachycuje subsekci korelace lokálních modelových parametrů, kde jednotlivé body reprezentují příslušné simulace - barevně diferencované dle iniciální hodnoty radiogenní tepelné produktivity FLC.

Nejmenší význam - dle této primární vizuální shlukové analýzy - lze přisuzovat parametru aFLC. Simulace s rozdílnou hodnotou aFLC nepředstavují významný trend v distribuci jednotlivých shluků rozptylových diagramů, což lze nejlépe doložit při analýze rozptylových diagramů globálních modelových parametrů (obr. 47 - 49), neboť tyto parametry jsou invariantní vůči poloze markerů, klíčových pro stanovení lokálních modelových parametrů.

6.2.4 Diskuze výsledků korelační analýzy modelu A

Sekce korelace iniciálních a výstupních modelových parametrů

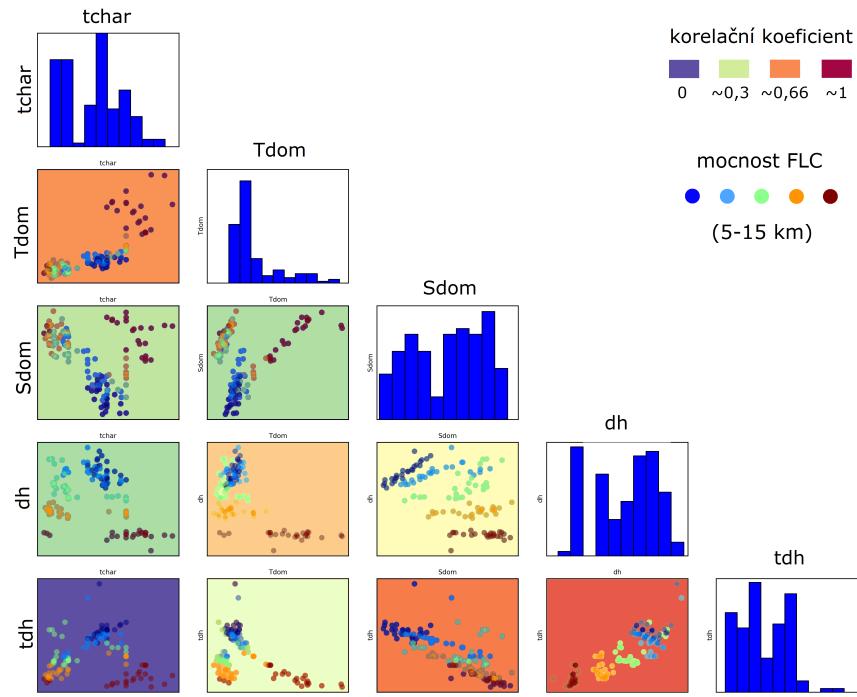
Nejprve se lze seznámit s významem korelací sekce korelace iniciálních a výstupních modelových parametrů. Ze zhodnocení korelací této skupiny je patrné, že



Obr. 47: Korelace globálních výstupních parametrů modelu A (dle aFLC). Obrázek zachycuje subsekci korelace globálních modelových parametrů, kde jednotlivé body reprezentují příslušné simulace - barevně diferencované dle iniciální hodnoty amplifikace undulace FLC.

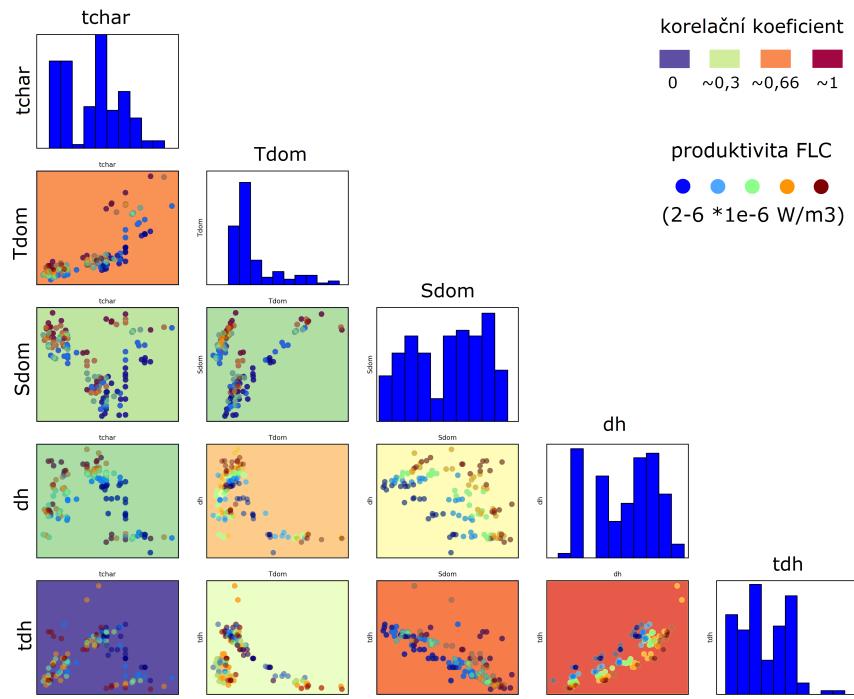
nejmenší význam představuje amplifikace rozhraní mafické a felzické vrstvy (vzhledem ke studovanému rozsahu hodnot u všech simulací). Lze očekávat nejvyšší vliv tohoto parametru na iniciální rychlosť exhumace felzického materiálu - to dokládá i největší korelace aFLC s tchar (subsekce korelace iniciálních a globálních parametrů) - neboť s rostoucí hodnotou křivosti rozhraní roste rychlosť exhumace a dochází k dosažení charakteristického času simulace za relativně kratší dobu. Nicméně tento jev je zanedbatelný v porovnání s vlivem mFLC, nebo H. Největší korelace s lokálními parametry jsou s parametry dP a Tp, nicméně jejich význam nelze přesněji určit (Patrně dochází k přesunu klíčových markerů do extrémnějších poloh a roste tlakový rozdíl a zároveň je dosaženo vyšší teploty ve vyšších partiích domény).

Parametr mFLC a ostatní výstupní modelové parametry vykazují nejvyšší počet významných korelací a parametr mFLC tak představuje nejvýznamnější iniciální parametr modelu A. Korelace mFLC a MP2 lze vysvětlit jako důsledek různé dosažené hloubky felzickým materiálem (obecně těžištěm felzického materiálu), což je způsobeno množstvím tohoto materiálu v přímé závislosti na jeho mocnosti - takto dochází k ekvilibraci s UC materiálem v různých polohách. Toto má přirozeně vliv i na pokles a redistribuci mafického materiálu při bázi domény, což implikuje rozdílnou vertikální polohu speciálního markeru (SM8) v ose modelové domény a



Obr. 48: Korelace globálních výstupních parametrů modelu A (dle mFLC). Obrázek zachycuje subsekci korelace globálních modelových parametrů, kde jednotlivé body reprezentují příslušné simulace - barevně differencované dle iniciální hodnoty mocnosti FLC.

tedy rozdílný maximální dosažený tlak. Tento jev lze také přisoudit teplotě felického materiálu a diapirového tělesa, která přímo závisí na množství felického materiálu (S rostoucím množstvím felického materiálu dochází ke zvětšení tepelné produktivní zóny a zároveň nedochází k efektivnímu přenosu tepla mezi diapirovým tělesem (vzhledem k jeho relativně uniformnímu povrchu) a okolním prostředím - na což bylo poukázáno již v předběžném zhodnocení výsledků modelu A.), neboť s rostoucí teplotou klesá hustota felického materiálu, což implikuje různou vertikální polohu bodu ekvilibrace. Tento jev má vliv na všechny parametry, které charakterizují změnu polohy těžiště felického materiálu, nebo jsou s nimi v přímé vazbě (dh, tdh). Korelace s parametrem, který charakterizuje míru vertikálního přemístění segmentu materiálu (dtrac) není patrná, neboť finální pozice SM5 není přímo ovlivněna množstvím felického materiálu, ale reflektuje rozdílnou dynamiku tohoto materiálu vlivem různé teploty a rychlosti exhumace a dosahuje podobného maximálního vertikálního přemístění pro většinu simulací, ale s rozdílným časovým vymezením. Termální aspekt změny mocnosti FLC je primárně reflektován globálním vývojem modelové domény, neboť: 1) s růstem mFLC dochází k nárůstu teploty v celém systému (doloženo korelací s Tdom); 2) roste rychlosť transferu materiálu a tedy roste rychlosť deformace (Sdom); 3) klesá čas nutný k přesunutí felického materiálu do bodu ekvilibria (tdh), což je způsobeno poklesem hustoty FLC (a tedy



Obr. 49: Korelace globálních výstupních parametrů modelu A (dle H). Obrázek zachycuje subsekci korelace globálních modelových parametrů, kde jednotlivé body reprezentují příslušné simulace - barevně diferencované dle iniciální hodnoty radiogenní tepelné produktivity FLC.

růstem rychlosti transferu) s nárůstem mFLC a zároveň snížením polohy těžiště (reflektuje pokles dh) FLC materiálu. Oproti ostatním globálním parametry však mFLC nevykazuje zásadní korelaci s tchar - to lze vysvětlit jako pravděpodobný důsledek souhry mFLC a H (obr. 48 a 49), kdy do jisté míry s nárůstem množství FLC materiálu dochází nejprve k poklesu tchar a tedy i globální teploty modelové domény, avšak od vyšších hodnot mFLC opět narůstá tchar a roste teplota domény. Tento fenomén lze interpretovat tak, že pro nízké hodnoty H klesá tchar s rostoucí mocností FLC pozvolněji a s přibývající hodnotou H dochází k relativně rychlejšímu transferu materiálu již od počátku modelové evoluce, avšak inflexního bodu křivky polohy těžiště FLC materiálu je dosaženo pozvolněji souhrou ryhlého zahřívání v průběhu exhumace - neboť nejprve dochází k prudšímu nárůstu a následně mírnému poklesu rychlosti exhumace, kdy vlivem nárůstu H opět dojde k urychlení exhumace.

Korelace parametru H představují složitější schéma vzájemných vazeb, neboť si lze povšimnout relativně nízké korelace s termálními parametry modelu. To představuje mírně kontraintuitivní představu o vazbě mezi H a termálním vývojem domény. Největší korelaci lze sledovat s parametrem MT1, který nejlépe vystihuje maximální dosaženou teplotu v SM5. Parametr dT, který poměrně dobře zohledňuje rozdíl maximální teploty a teploty v oblasti maximálního tlaku v segmentu materiálu

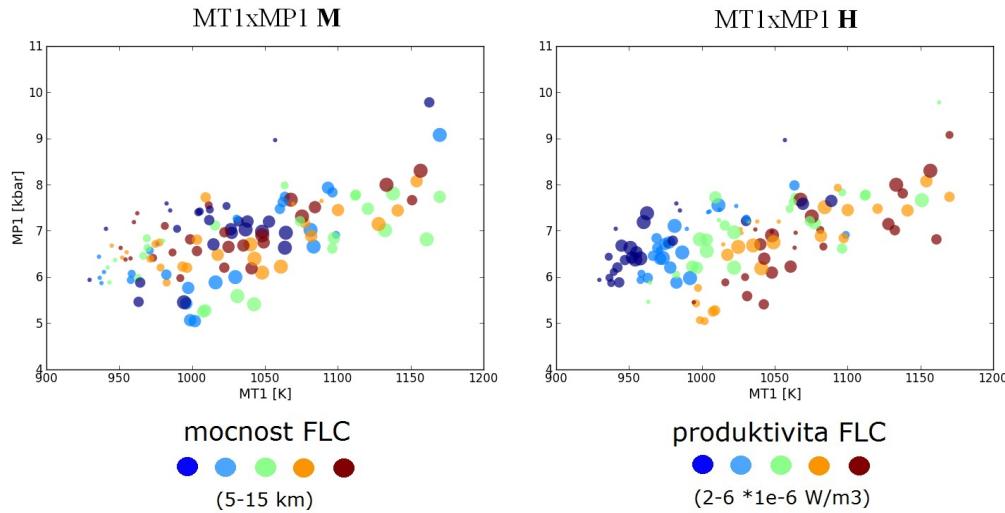
domény, je podobného charakteru jako MT1, ale zohledňuje evoluci nárůstu teploty. Korelace s parametrem T_p je velmi důležitá, neboť zde si lze povšimnout souvislosti rychlosti exhumace materiálu a jeho teploty tak, jak jsou svázány s hodnotou H . Je patrné, že s nárůstem H klesá čas mezi dosažením extrémních bodů polohy SM5 a zároveň klesá teplota v těchto pozicích, neboť klesá čas, po který je materiál zahříván. Všechny vazby H na celkovou teplotu domény jsou implicitně uchovány v podstatě parametru t_{char} , neboť tento parametr je přímo ovlivněn mocností i produktivitou a je tedy patrné, že s rychlejším nástupem maxima rychlosti deformace (definice t_{char}) klesá i globální teplota domény, neboť klesá nutný čas k jejímu zahřátí (zároveň ale dochází k nárůstu teploty s hodnotou H). To reflekтуje i korelace mezi H a S_{dom} jakožto nejvýznamnější korelace mezi H a globálními modelovými parametry. (Pozn.: Globální teplota domény je reprezentována parametrem T_{dom} .)

Subsekce korelace lokálních modelových parametrů

Nyní bude analyzována subsekce korelací lokálních modelových parametrů. Neboť bylo ukázáno, že aFLC nepředstavuje významné korelace s žádným ostatním parametrem (lze sledovat i na obr. 44), budou nadále analyzovány pouze vztahy mezi lokálními parametry v kontextu mFLC a H (Stejný přístup bude zaveden i v analýze vztahů globálních modelových parametrů.).

Prvním parametrem významných korelací této subsekce je MT1. Zde si lze povšimnout významné korelace s MP_1 (obr. 50). Je patrné, že trend vyjadřuje nárůst minimálního dosaženého tlaku s rostoucí maximální dosaženou teplotou v části materiálu reprezentovaného SM5. To reflekтуje situaci, kdy materiál, který je exhumován do nižších partií domény je zároveň více zahříván, neboť (jak si lze povšimnout na obr. 50) takové simulace odpovídají nejvyšší hodnotě H . Pokles minimální dosažené hloubky je přitom možné vysvětlit jako důsledek delší celkové dráhy markeru a tedy jeho částečnému vnoření zpět do hlubších partií diapirové struktury (viz anomálie u P-T křivek na obr. 30 v sekci A) před dosažením finální pozice - což zároveň dobře osvětluje nárůst maximální dosažené teploty na této dráze. Z tohoto faktu lze usuzovat na výrazný vliv H na vnitřní dynamiku diapirové struktury (viz obr. 51), neboli na rychlejší exhumaci materiálu v její centrální části v důsledku předepsané vyšší hodnoty tepelné produktivity. Takto může být SM5 exhumován rychleji a dosáhnout tak obecně nižší polohy v doméně, zatímco následně je přesunut do okrajové části diapiru a klesá hloubějí, kde po dosažení vyšší teploty opět dochází k jeho exhumaci centrální částí diapiru.

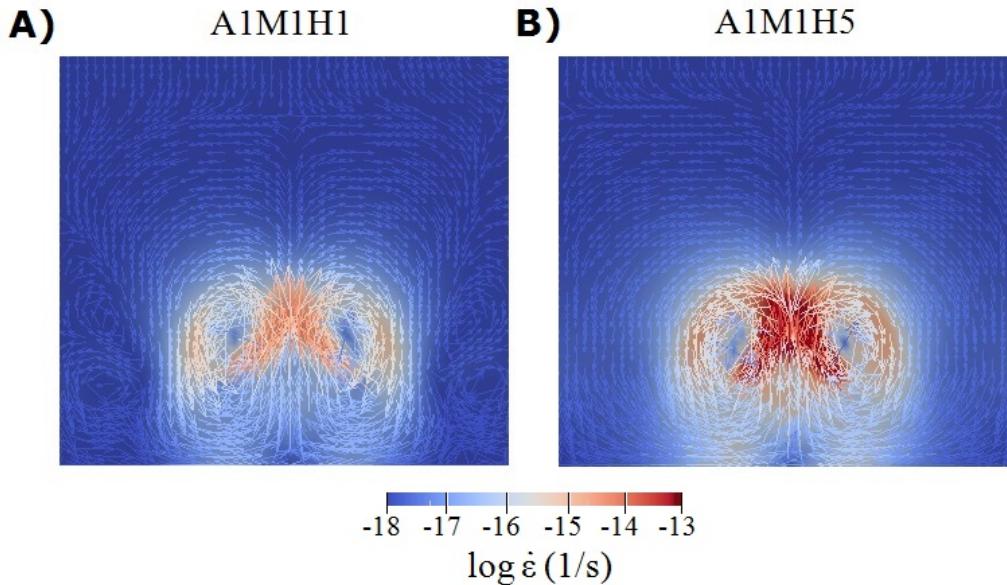
Druhou významnou korelací parametru MT1 lze sledovat s parametrem dT (obr. 52). Zde je patrné, že parametry MT1 a dT představují téměř ekvivalentní náhled na vývoj teploty dle různých hodnot iniciálních parametrů. Trend mezi oběma parametry je zcela lineární a lze tak oba parametry vyhodnotit jako vzájemně zástupné. Význam parametru dT spočívá v určení rozdílu maximální teploty a teploty v bodě maximálního tlaku (v SM5), který v případě modelu A představuje zároveň iniciální



Obr. 50: Rozptylový diagram vztahu MT1 a MP1. Obrázek představuje podrobnější náhled na korelaci a vztah MT1 a MP1 parametrů, kde sekce **MT1xMP1 M** vyjadřuje vztah obou parametrů, barevnou diferenciaci jsou odlišeny iniciální hodnoty mocnosti FLC a velikost bodů reprezentuje hodnotu produktivity FLC. Sekce **MT1xMP1 H** vyjadřuje, dle barevné diferenciace, hodnotu produktivity FLC a velikost bodů reprezentuje hodnotu mocnosti FLC. (Všechny následující rozptylové diagramy jsou zobrazeny se stejnou formální strukturou.)

pozici markeru v maximální hloubce, neboť během simulace nedochází k jeho poklesu pod tuto úroveň (Toto je zcela evidentní rozdíl oproti modelu B, kde u některých simulací dochází k iniciálnímu poklesu felzického materiálu - vlivem inverzního hustotního kontrastu mafické a felzické vrstvy - k bázi domény při vyrovnaní materiálové perturbace.). Vliv iniciální mocnosti felzické vrstvy na vývoj obou parametrů lze vyhodnotit jako sekundární a jeho význam jako obtížně prokazatelný, avšak je patrné, že od středních hodnot obou parametrů dochází k většímu zastoupení simulacemi se středními až vyššími hodnotami mFLC, což může reflektovat vliv většího množství materiálu na vyšší teplotu v centru diapiru, neboť dochází k méně efektivnímu přenosu tepla mezi diapirovým tělesem a okolním prostředím, který je dán vlivem většího objemu termálně produktivního materiálu při zachování relativně uniformního tvaru diapirové struktury - oproti simulacím s nižší hodnotou mFLC, kde dochází k relativně většímu zploštění a následné relaminaci felzického materiálu ve vyšších partiích modelové domény (např. lze porovnat obr. 27 a 28). Vliv vyšších hodnot H zcela intuitivně reflekтуje vyšší hodnoty obou parametrů.

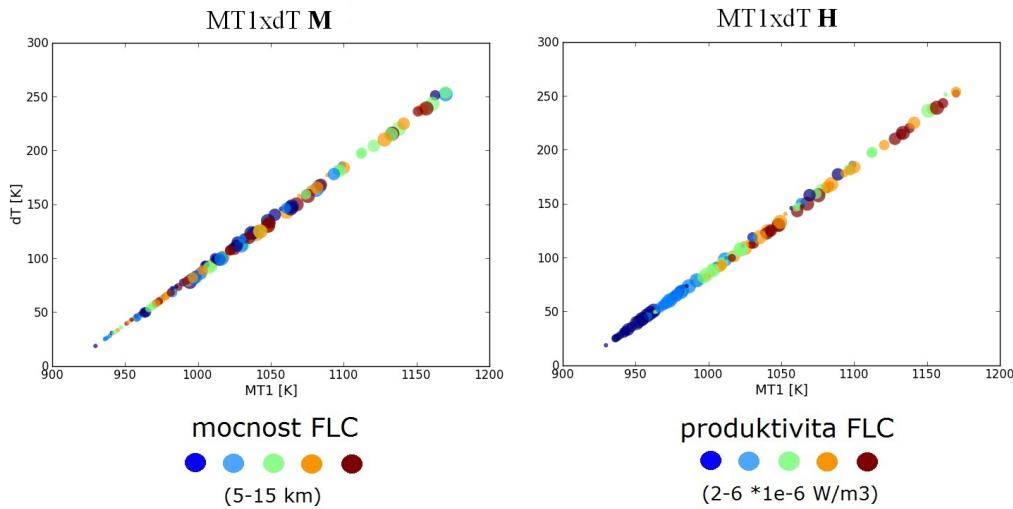
Detail korelace MT1 a tp (obr. 53) přesně odpovídá předchozí analýze vlivu mocnosti felzické vrstvy na vývoj maximální dosažené teploty a zároveň je zcela patrné, že při poklesu času vertikálního přemístění části materiálu (SM5) do minimální dosažené hloubky dochází k nárůstu maximální doažené teploty, což je důsledek vyššího zahřívání diapirového tělesa v nižších partiích modelové domény - respektive v jeho střední části. Je patrné, že tento jev reflekтуje simulace s vyšší



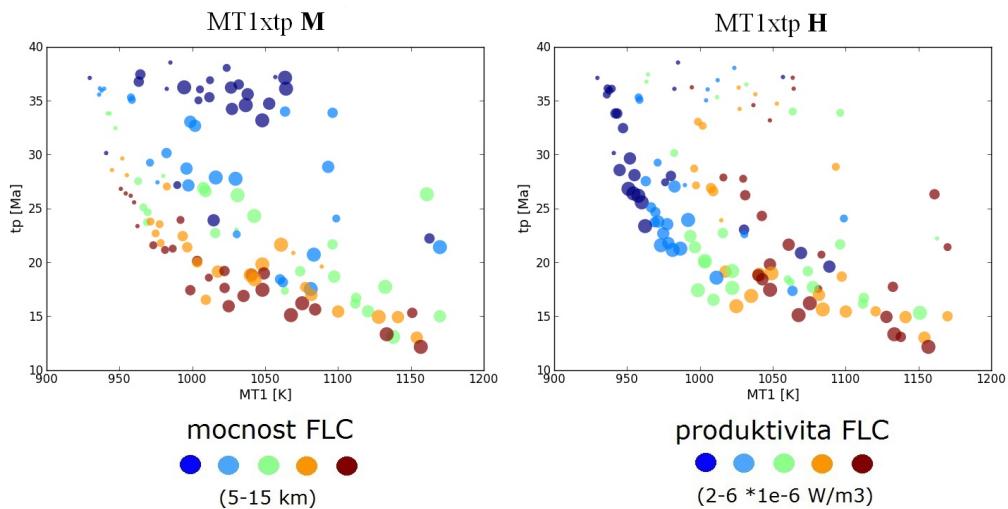
Obr. 51: Vektorové rychlostní pole při vzniku diapirova pro dvě odlišné simulace. Obrázek A) zachycuje vektorové pole vznikající diapirovo struktury v průběhu první čtvrtiny simulace A1M1H1. Obrázek B) zachycuje tvar vektorového pole vznikající diapirovo struktury pro simulaci A1M1H5 přibližně o 4 miliony let dříve. Šipky vyjadřují směr a barva velikost rychlosti. Porovnáním obou vektorových polí je patrné, že simulace s iniciaálně vyšší hodnotou tepelné produktivity FLC vykazují odlišný tvar rychlostního pole a generelně vyšší rychlosť v centru diapirovo struktury.

tepelnou produktivitou a zároveň vyšší mocností felické vrstvy, což znamená, že při této parametrické kombinaci bud' dochází k přesunu materiálu po delší dráze (viz předchozí úvahy), nebo je felický materiál ustálen v nižší partii modelové domény. Při srovnání obr. 27 a 28 je patrné, že dochází k ustálení materiálu v nižší poloze, ale při analýze vektorového rychlostního pole (obr. 54) je patrné, že tento jev je zároveň způsoben složitější dynamikou diapirova při větším množství felického materiálu a tedy vyšší hodnotě mFLC. Při nejvyšší hodnotě mFLC postupně dochází k vytvoření většího množství konvekčních cel v rámci diapirovoho tělesa, což implikuje: 1) delší dráhu materiálu; 2) složitější vnitřní termální evoluci diapirovoho tělesa; 3) rapidnější nástup relaminace materiálu již v nižších polohách modelové domény. Nutné je též přihlédnout ke vlivu odporu nadložních vrstev při exhumaci materiálu v závislosti na jeho tvaru (Při rapidnějším zploštění je rychlosť exhumace zpomalena rychleji, což způsobuje rychlejší nástup finálního stádia ekvilibrace felického materiálu v obecně nižší partii modelové domény.).

Při studiu korelace MT1 a dtrac (obr. 55) lze potvrdit nárůst maximální dosažené teploty s poklesem celkového přemístění materiálu. V kombinaci s předchozí interpretací vlivu H na delší dráhu SM5 a obecně vyšší minimální dosaženou hloubku, je možné tuto interpretaci považovat za dokázanou, ačkoliv je možné sledovat širší rozptyl simulací s vyššími hodnotami H, který pokrývá širší roz-

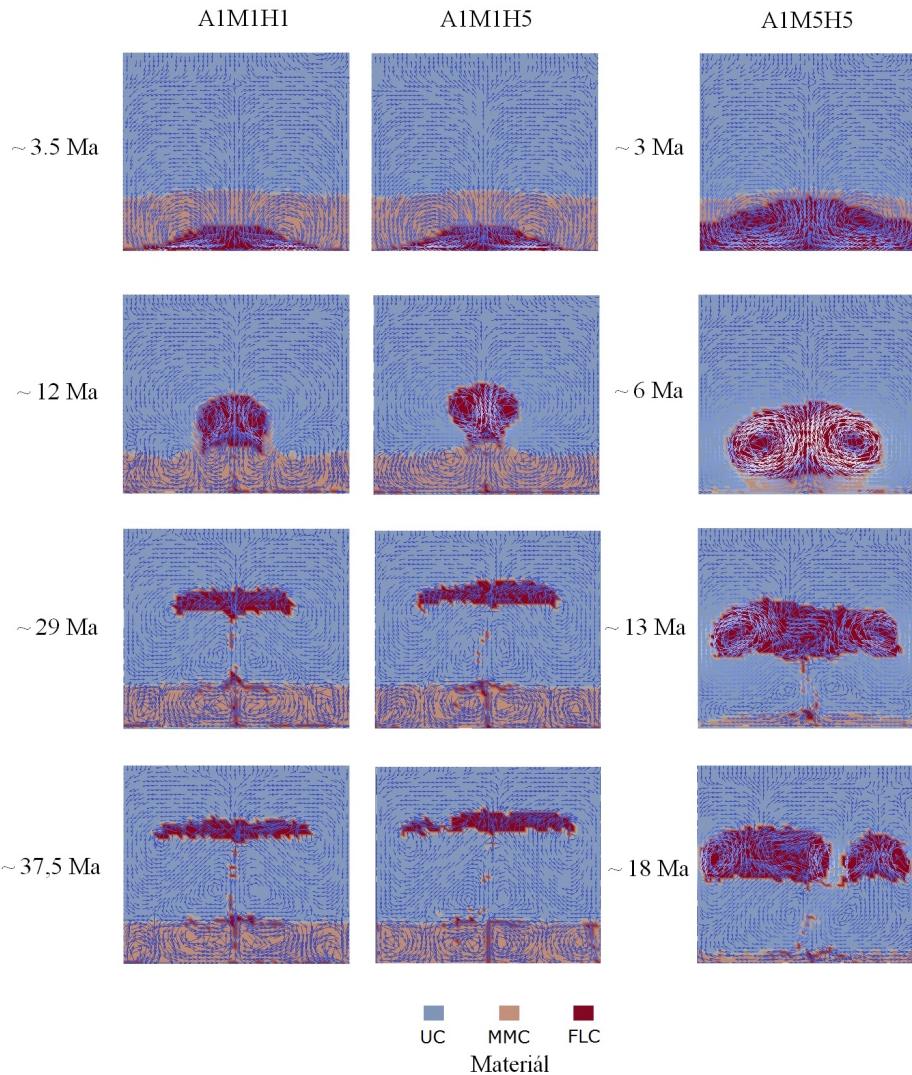


Obr. 52: Rozptylový diagram vztahu MT1 a dT.



Obr. 53: Rozptylový diagram vztahu MT1 a tp.

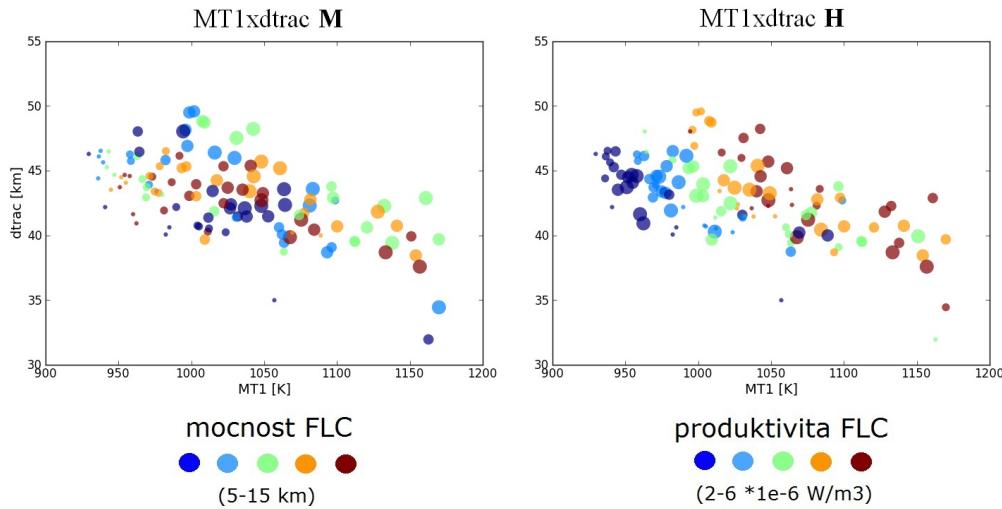
sah hodnot celkového vertikálního přemístění. To však nevyvraží předchozí tvrzení, neboť u některých simulací může docházet i k přímé exhumaci segmentu materiálu obsahujícího SM5 (Vliv na rozdílnou dráhu může mít - dle předchozích úvah - odlišný tvar diapirového tělesa v závislosti na množství, hustotě a rychlosti exhumace felického materiálu.). Lze také tvrdit, že obecně simulace s extrémními hodnotami mFLC vykazují nižší rozptyl hodnot celkového přemístění. To lze vysvětlit jako vliv kombinace všech iniciálních parametrů (zejména mFLC a H), avšak přesnou roli této souhry (středních hodnot iniciálních parametrů) na celkové přemístění segmentu



Obr. 54: Rychlostní pole a distribuce materiálu při vzniku diapiru pro tři odlišné simulace. Na obrázku jsou zachyceny 4 časové sekvence vývoje diapiru pro 3 reprezentativní iniciální hodnoty $mFLC$ a H . Je patrné, že rozdíl hodnoty H se projevuje v rozdílné rychlosti exhumace felzického materiálu a podobném tvaru diapirového tělesa. Vyšší mocnost (množství) felzického materiálu reflektuje rychlou exhumaci, ale složitější vnitřní dynamiku diapirového tělesa.

felzického materiálu není zcela triviální objasnit. Patrně pro nízké hodnoty $mFLC$ dochází k cirkulaci SM5 po delší vertikální dráze zpět do centra diapirového tělesa, zatímco pro vyšší hodnoty $mFLC$ dochází k vytvoření většího množství konvekčních cel a SM5 sleduje delší horizontální dráhu během relaminace felzického materiálu.

Posledním korelujícím parametrem s MT1 je Tp (obr. 56). Zde je patrné, že maximální navýšení teploty během exhumace materiálu je přímo úměrné nárůstu

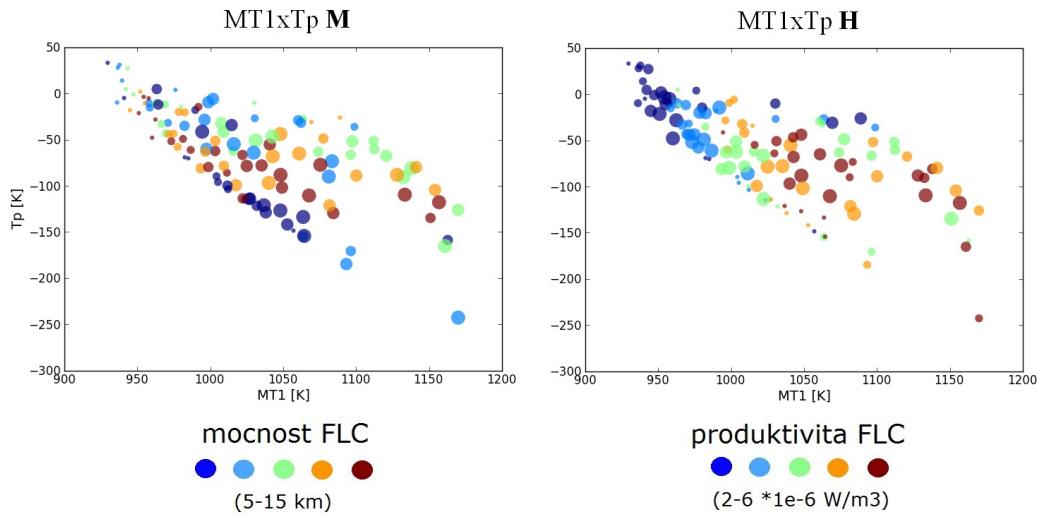


Obr. 55: Rozptylový diagram vztahu MT1 a dtrac.

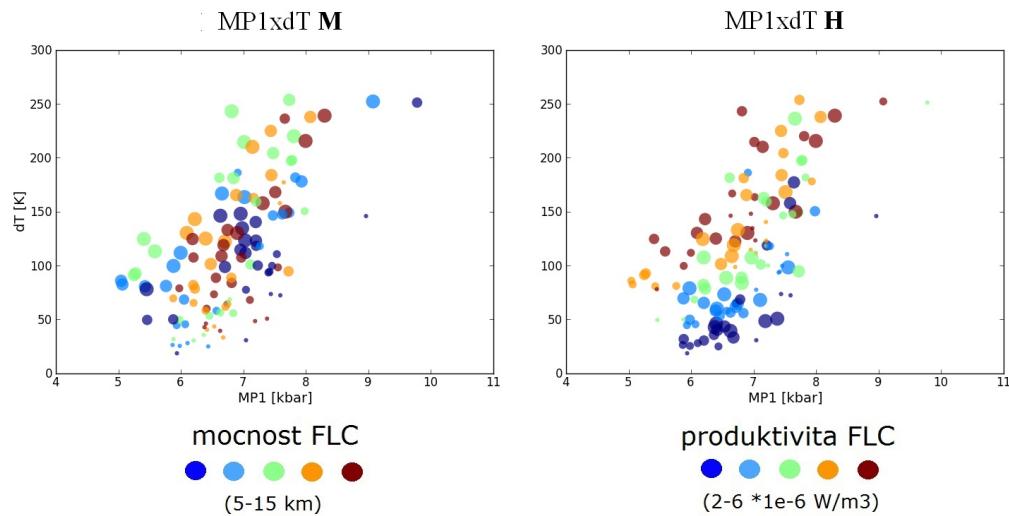
maximální dosažené teploty tímto materiélem. Je patrné, že rostoucí rozptyl hodnot MT1 i T_p odpovídá nárůstu H a zahrnuje všechny hodnoty mFLC, což potvrzuje vliv obou parametrů na rozdílné dráhy SM5. Kladné hodnoty T_p reprezentují výhradně simulace s nejnižšími hodnotami H a nízkými hodnotami mFLC, což potvrzuje, že při této konstellaci parametrů je dráha SM5 přímá (vertikální) a tento marker dosáhne vrcholu diapirové struktury při celkovém ochlazení segmentu materiálu. Shluk simulací s minimálními hodnotami mFLC a vysokými hodnotami H pak potvrzuje celkovou delší dráhu SM5, neboť zde jsou patrné téměř nejvyšší (absolutní) hodnoty T_p při středních hodnotách MT1.

Dalším korelujícím parametrem je MP1, jehož korelace s dT (obr. 57) reprezentuje mírný nárůst dT s nárůstem minimálního dosaženého tlaku. To je další potvrzení rozdílných drah SM5 pro různé inciální hodnoty mFLC a H . Vliv kombinace obou hlavních iniciálních parametrů zde dokazuje roztoucí rozptyl hodnot MP1 a dT s nárůstem hodnot těchto parametrů.

MP1 a dP korelace (obr. 58) představuje náhled na problematiku rozdílných parametrických extrémů v rozdílných pozicích SM5. V rozptylovém diagramu lze spatřit dva odlišné shluky simulací s podobným zastoupením hodnot parametrů mFLC a H . Je patrné, že shluk, který reprezentuje nárůst MP1 s dP je tvořen větším množstvím simulací s iniciálně vyšší hodnotou mFLC a menším množstvím simulací s iniciálně vyšší hodnotou H . To představuje nárůst celkové dráhy SM5 již v nižších pozicích modelové domény a zároveň silnější zahřívání uvnitř diapirového tělesa i při nižších hodnotách tepelné produktivity - takto je dosaženo maximální teploty v relativně bazálních oblastech modelové domény, ale celková exhumace dosahuje až k maximálním hodnotám dtrac (Podrobněji lze sledovat, že dtrac tohoto shluku narůstá s klesající hodnotou mFLC, ale rostoucí hodnotou H). Druhý shluk



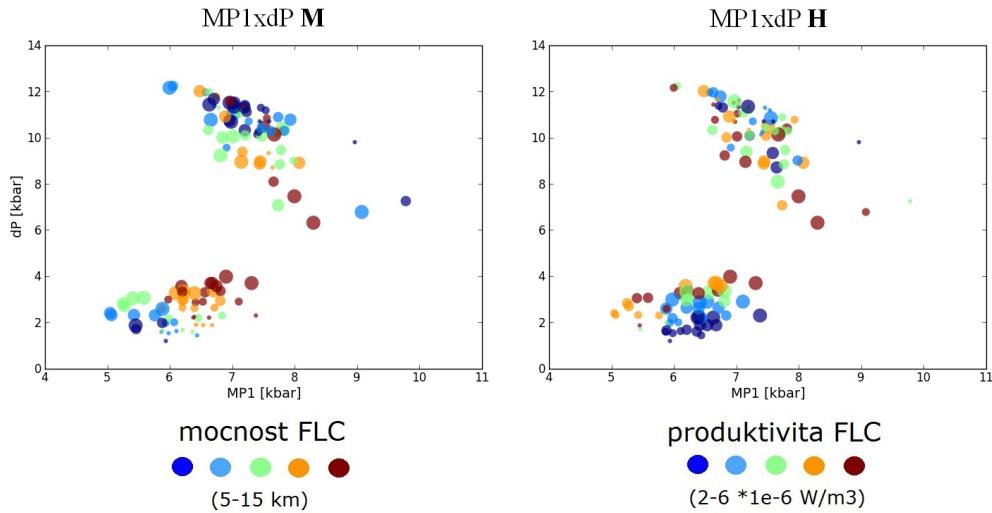
Obr. 56: Rozptylový diagram vztahu MT1 a Tp. *Kladné hodnoty Tp odpovídají míře ochlazení a záporné hodnoty odpovídají míře ohřevu segmentu materiálu.*



Obr. 57: Rozptylový diagram vztahu MP1 a dT.

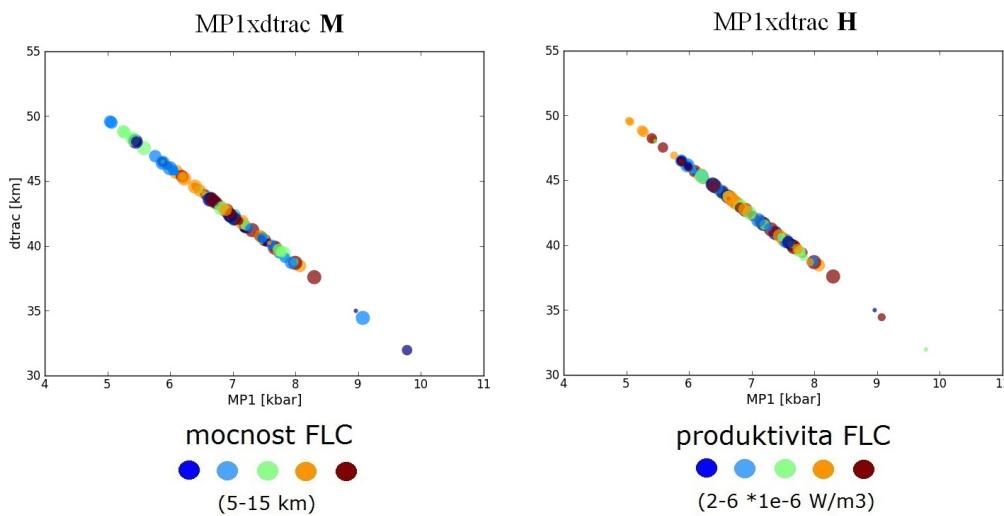
je tvořen převážně simulacemi s nižší hodnotou mFLC, ale větším množstvím simulací se středními až vyššími hodnotami H. I zde je možné pozorovat trend poklesu dtrac s nárůstem mFLC, avšak zároveň dochází k poklesu dP. Zpětně je možné vidět, že simulace s nejvyššími hodnotami mFLC i H dosahují středních hodnot MP1, dT i dtrac, což podporuje koncept složitější dynamiky (vzniku více konvekčních cel) diapirového tělesa v závislosti na větším množství produktivnějšího felického materiálu (viz srovnání na obr. 54).

Rozptylový diagram vztahu MP1 a dtrac (obr. 59) vykazuje absolutně lineární



Obr. 58: Rozptylový diagram vztahu MP1 a dP.

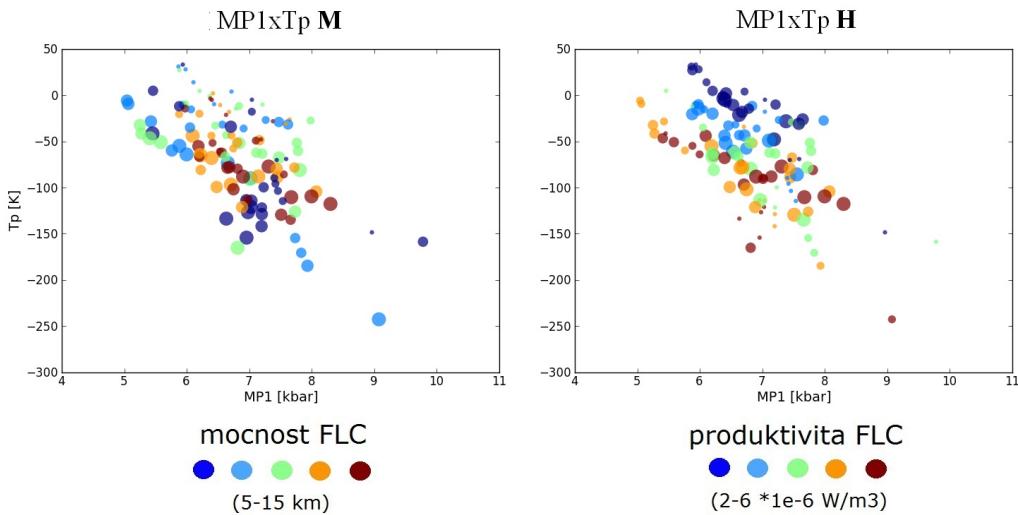
trend mezi oběma parametry, což je důvodem vysoké korelace obou parametrů (Oba parametry lze vyhodnotit jako vzájemně zástupné - podobně jako MT1 a dT.). Je tedy patrné, že s rostoucím vertikálním přemístěním SM5 klesá minimální dosažený tlak. Při pohledu na strukturu trendu dle jednotlivých simulací lze pozorovat předchozí trendy, kdy simulace s maximálními hodnotami mFLC a částečně H jsou koncentrovány přibližně v blízkosti středních hodnot obou výstupních parametrů.



Obr. 59: Rozptylový diagram vztahu MP1 a dtrac.

Vztah parametrů MP1 a Tp (obr. 60) ukazuje nárůst minimálního dosaženého

tlaku (pokles dtrac) s rostoucí hodnotou Tp. Zároveň je patrná větší koncentrace simulací s extrémními hodnotami mFLC v centrální části shluku a větší koncentrace simulací s vyššími a maximálními hodnotami H při nejvyšších hodnotách MP1 a Tp. Oba trendy odpovídají dříve diskutovaným situacím.

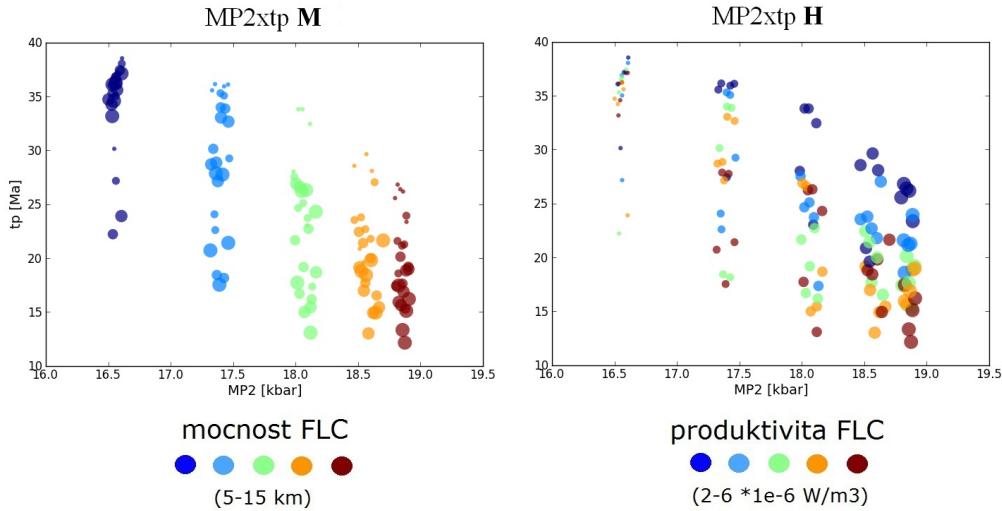


Obr. 60: Rozptylový diagram vztahu MP1 a Tp. *Kladné hodnoty Tp odpovídají míře ochlazení a záporné hodnoty odpovídají míře ohřevu segmentu materiálu.*

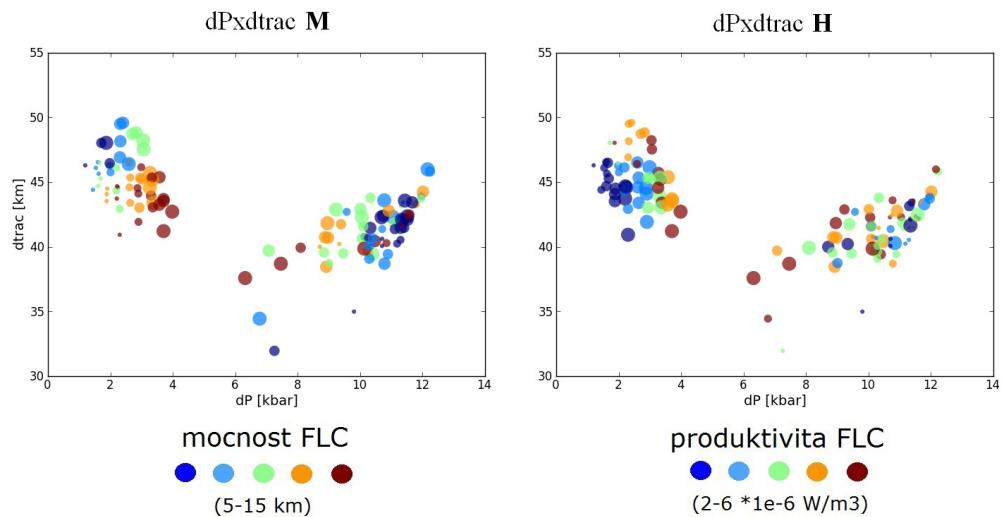
Velmi výraznou strukturalizaci lze sledovat v diagramu, který zobrazuje vztah MP2 a tp (obr. 61). Zde je patrné, že vyšší H má generelně vliv na rychlejší dosažení maximální hloubky mafickým materiélem (respektive markerem SM8). (Pozn.: Platí, že větší hodnota H má vliv na celkovou dynamiku systému a ne pouze na vnitřní oblast diapirového tělesa - bude dokázáno při analýze korelací globálních modelových parametrů.) Nejvýraznější vliv na trend MP2 a tp lze spatřit v jasném vymezení hodnot mFLC, kde lze sledovat nárůst MP2 s rostoucí hodnotou mFLC. To je možné vyvětlit jako důsledek většího objemu materiálu, širší konvekční cely diapirové struktury a tedy většího tahu střední části mafického materiálu do nižších partií modelové domény.

Rozptylové diagramy vztahu dT s tp, dtrac a Tp nebudou dále uvedeny, neboť trend který vyjadřuje je stejný jako v případě kombinace těchto parametrů s MT1. Jak bylo prokázáno již dříve, parametry MT1 a dT jsou vzájemně zástupné.

Vztah parametrů dP a dtrac (obr. 62) je velmi podobný vztahu mezi MP1 a dP (obr. 58). To lze samozřejmě vysvětlit prokázanou zástupností parametrů MP1 a dtrac. Podobně jako v případě vztahu MP1 a dP lze pozorovat dva odlišné shluky simulací, jejichž vnitřní struktura (dle hodnot mFLC a H) je obdobná. První shluk vykazuje pokles dtrac s nárůstem mFLC a nárůst dP s vyššími hodnotami H. Druhý shluk je charakteristický nárůstem dP s poklesem hodnot mFLC při relativně rovnoměrném rozložení simulací s různými hodnotami H.



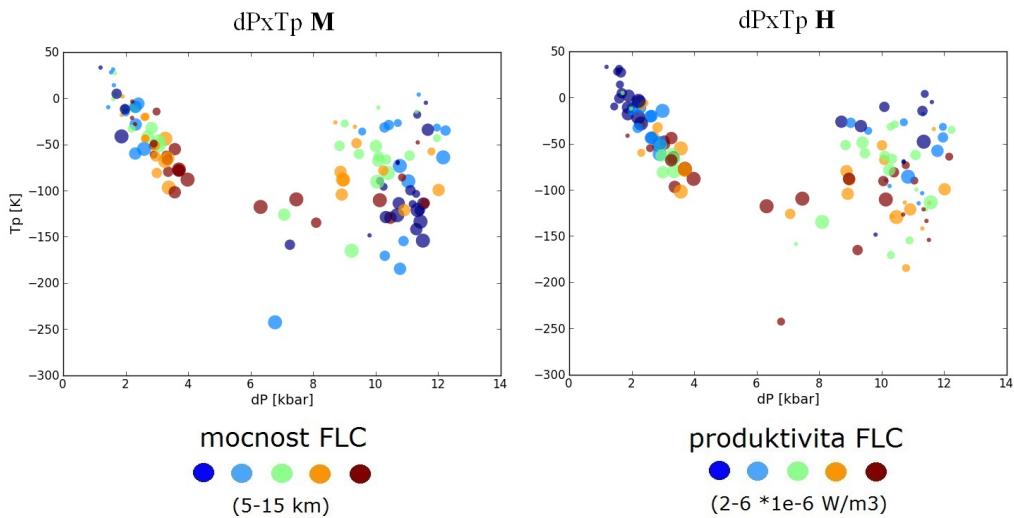
Obr. 61: Rozptylový diagram vztahu MP2 a tp.



Obr. 62: Rozptylový diagram vztahu dP a dtrac.

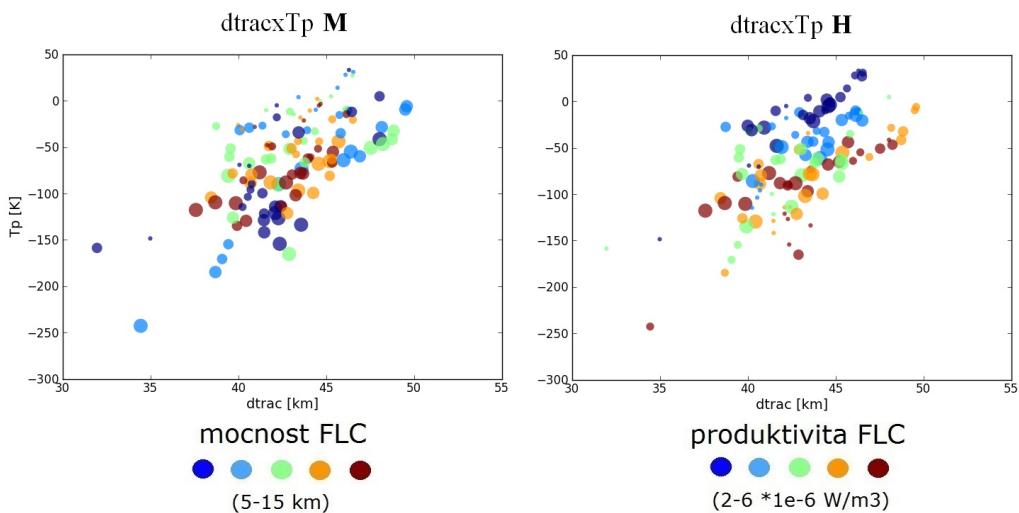
U vztahu dP a Tp (obr. 63) lze sledovat podobný trend obou parametrů jako v případě dP a dtrac (obr. 62). To je způsobeno vazbou maximálního rozdílu teplot v extrémních pozicích SM5 k jeho celkovému vertikálnímu přemístění. Vztah hodnot iniciálních parametrů k distribuci simulací obou hlavních shluků je v podobný situaci korelace dP a dtrac. Shluk nižších hodnot dP se vyznačuje nárůstem rozdílu teploty i mírným nárůstem dP s nárůstem mFLC i H. Druhý shluk - vyšších hodnot dP - je charakteristický zachováním podobných hodnot Tp, ale poklesem hodnot dP s nárůstem mFLC, a zároveň nárůstem rozdílu teplotního a poklesem dP s nárůstem

tepelné produktivity.



Obr. 63: Rozptylový diagram vztahu dP a Tp. *Kladné hodnoty Tp odpovídají míře ochlazení a záporné hodnoty odpovídají míře ohřevu segmentu materiálu.*

Poslední dvojicí parametrů, které vykazují významnou korelaci, představují parametry dtrac a Tp (obr. 64). Zde si lze povšimnout téměř úplné shody s korelací MP1 a Tp (obr. 60), což intuitivně odpovídá faktu, že celková míra vertikálního přemístění odpovídá i minimálnímu dosaženému tlaku. Struktura shluku dle hodnot mFLC a H je obdobná jako na obr. 60.



Obr. 64: Rozptylový diagram vztahu dtrac a Tp. *Kladné hodnoty Tp odpovídají míře ochlazení a záporné hodnoty odpovídají míře ohřevu segmentu materiálu.*

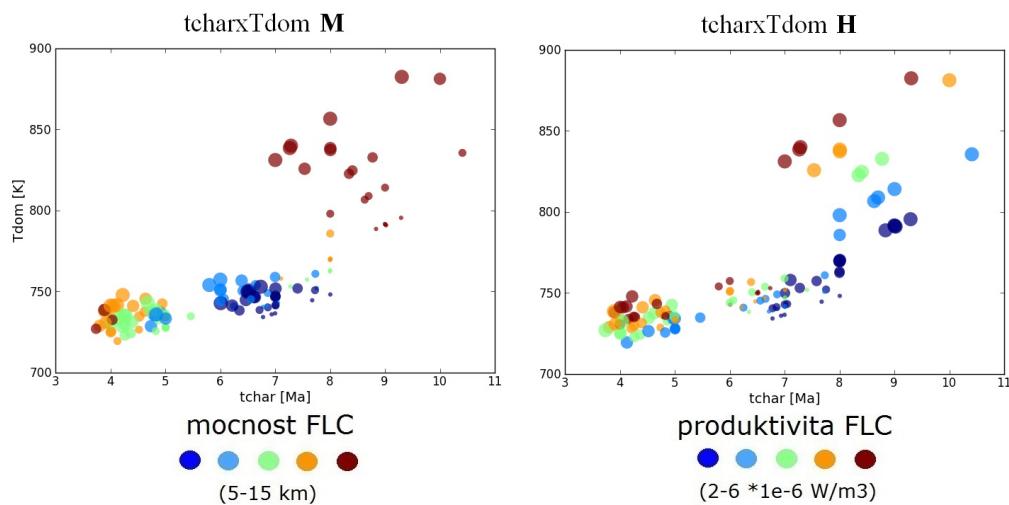
(Pozn.: Ve všech rozptylových diagramech pro parametry, které byly vázány na marker s iniciální pozicí při rozhranní MMC a FLC (pro simulace se stření hodnotou mFLC) byl objeven odlehлý shluk, který je tvořen výhradně simulacemi s vysokou hodnotou mFLC. Při podrobné analýze výsledných hodnot těchto parametrů bylo zjištěno, že exitovaly dvě různé dráhy tohoto markeru během všech simulací modelu A. Tato dichotomie dráhy markeru byla způsobena výhradně změnou geometrických aspektů modelové domény, neboť při nižší mocnosti byla pozice markeru situována do oblasti mafického materiálu nad nově vznikajícím diapirovním tělesem, zatímco při vyšší hodnotě byla pozice markeru v oblasti felzického materiálu, v nejvyšší partií materiálové perturbace. Tento rozdíl v pozici markeru následně ovlivňoval jeho dráhu při materiálové inverzi a pro simulace s malou mocností FLC parametr klesal do nižších poloh modelové domény. U simulací s větší hodnotou mFLC byl marker přesunut do vyšších partií modelové domény a sledoval exhumaci FLC materiálu (Tento vývoj odpovídá vývoji všech simulací modelu A při volbě SM5.). Tento jev však nepostihoval speciální marker 4 (SM4), neboť jeho iniciální pozice přesně odpovídala ose diapirovního tělesa (Marker byl takto udržován na vrcholu diapirovního tělesa i v případě iniciální pozice v mafickém materiálu, který byl vynášen do vyšších partií modelové domény a kontaminoval tak svrchní korovou oblast.). Oproti tomuto jevu, při volbě obyčejného markeru blízko osy diapiru, vždy docházelo k okamžitému poklesu markeru po úbočí diapirovního tělesa. Parametry které vykazovaly dichotomii ve vývoji svých hodnot byly velmi užitečné, neboť s jejich pomocí byla odhalena takto nevhodně zvolená pozice markeru.)

Subsekce korelace globálních modelových parametrů

V této části budou prezentovny výsledky korelace globálních parametrů, které představují velmi vhodný náhled na vývoj modelové domény jako celku. Narozdíl od lokálních parametrů není nutné v subsekci korelace globálních parametrů zohledňovat simulace pro jakoukoliv hodnotu iniciálních parametrů, neboť tyto parametry jsou invariantní vůči poloze markerů v modelové doméně.

Prvním parametrem významných korelací této subsekce je tchar. Důležitost tohoto parametru spočívá v určení času, kdy dynamika celého systému vykazuje nejvyšší rychlosť. Na obr. 65 lze sledovat rostoucí trend T_{dom} s rostoucím tchar, což dokládá fakt, diskutovaný již dříve, že s rostoucím časem roste teplota domény. Dále je možné pozorovat typickou zonalitu simulací dle hodnoty mocnosti a produktivity, kde je patrné, že obecně tchar klesá s nárůstem mFLC (množstvím felzického materiálu), ačkoliv pro extrémní hodnoty mocnosti je tchar vyšší - to je možné vysvětlit jako nárůst času nutného k akumulaci materiálu do diapirovního tělesa (s rostoucím množstvím materiálu) - což částečně odpovídá i obecně složitější dynamice diapirovního tělesa při brzké relaminaci felzického materiálu. Dle růstu T_{dom} s nárůstem H lze odvodit, že pro nejvyšší hodnoty mocnosti FLC dochází nejprve k rychlé exhumaci a následně - po zpomalení - k prudšímu zahřívání diapi-

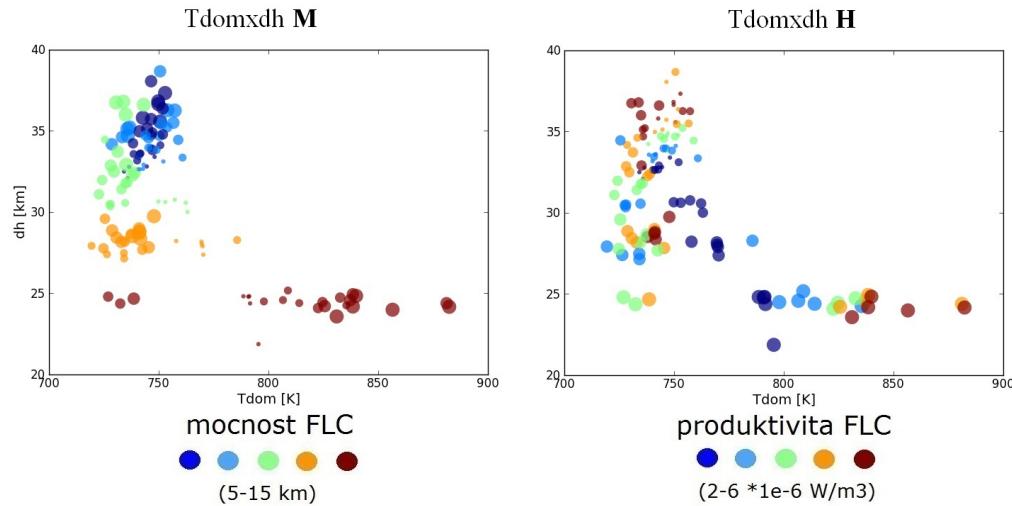
rového tělesa vlivem většího množství felzického materiálu (po akumulaci felzického materiálu do kulovité struktury, před procesem zrychlené exhumace a relaminace). Takto dochází k nástupu nejvyšší rychlosti přemístění a tchar později než při simulacích s nižšími hodnotami mFLC. Obecně s vyšší tepelnou produktivitou felzického materiálu roste nárůst celkové integrální teploty domény v charakteristickém čase, zatímco pro nejnižší hodnoty tepelné produktivity dochází k pozvolnému nárůstu teploty domény.



Obr. 65: Rozptylový diagram vztahu tchar a Tdom.

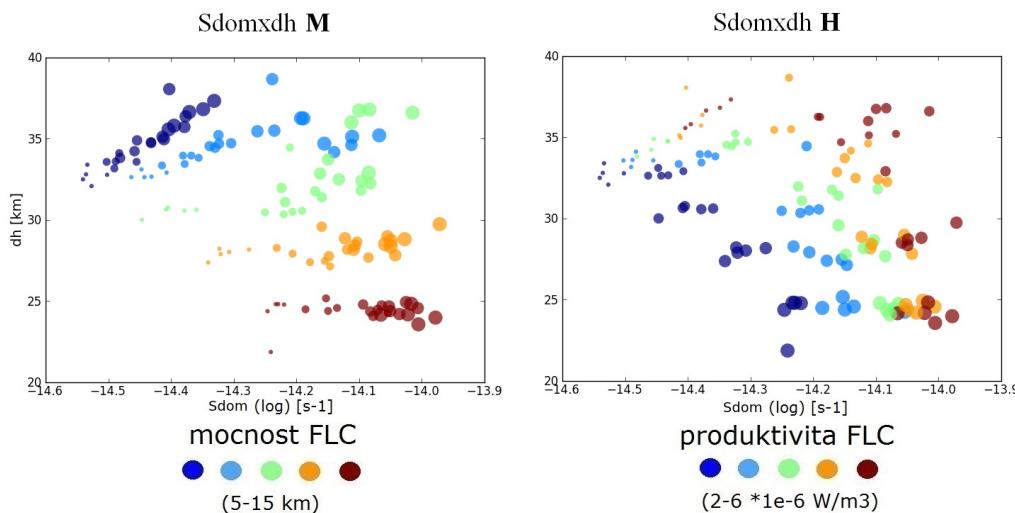
Korelace Tdom a dh (obr. 66) vyjadřuje pokles celkového přemístění felzického materiálu s nárůstem jeho množství, avšak je patrné, že vliv H se projevuje odlišně pro simulace s nižší a vyšší hodnotou mocnosti FLC. U shluku, který reprezentuje simulace s nejvyššími hodnotami mFLC je typická termální zonalita (nárůst Tdom s H). To koresponduje s vývojem diskutovaným v předchozích částech. Pro simulace s nižšími hodnotami mFLC lze sledovat přibližný trend poklesu Tdom s nárůstem H - což odpovídá představě poklesu tchar (a tedy Tdom) s nárůstem mFLC - pro nižší hodnoty mFLC, a zároveň lze sledovat částečný nárůst Tdom s vyššími hodnotami H pro simulace se středními hodnotami mFLC. Při pohledu na termální zonalitu dle velikosti H je tedy patrné, že klíčovou roli hraje mFLC, nicméně s rostoucími hodnotami H dochází k částečnému nárůstu Tdom. Oproti trendu dh, který reflekтуje pokles celkového přemístění felzického materiálu s jeho rostoucí mocností - vliv nárůstu složitosti vnitřní dynamiky diapiru vede k brzké relaminaci a zároveň s nárůstem mocnosti relaminované vrstvy dochází k poklesu polohy těžiště felzického materiálu - lze sledovat relativně invariantní rozdělení hodnot H vůči tomuto poklesu.

Parametry Sdom a dh velmi názorně dokumentují trend nárůstu rychlosti deformace s poklesem celkového přemístění felzického materiálu (obr. 67) společně

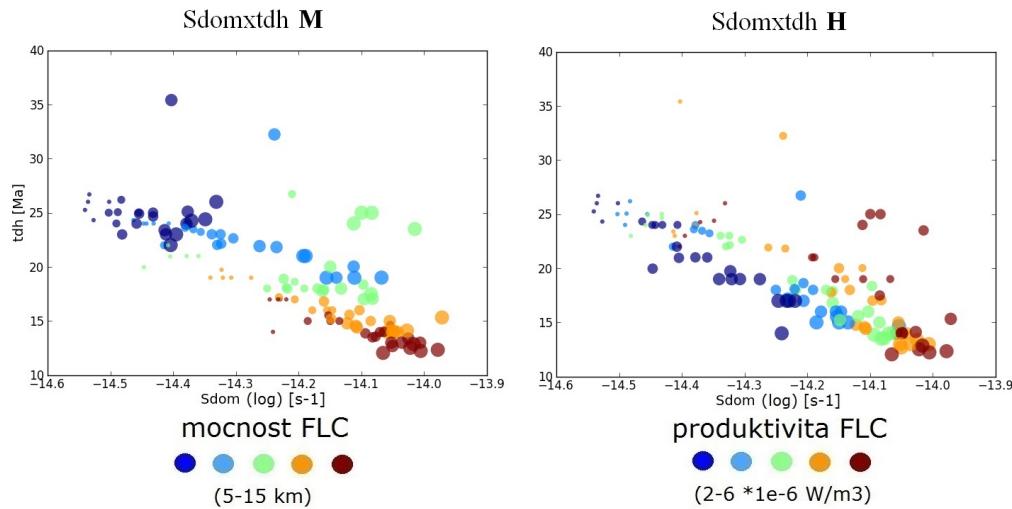


Obr. 66: Rozptylový diagram vztahu Tdom a dh.

s nárůstem mFLC. Je také patrné, že zatímco vyšší hodnoty H implikují rychlejší deformaci, na celkovou míru přemístění felzického materiálu nemá produktivita významný vliv. Podobný vztah lze sledovat i pro korelaci Sdom a tdh (obr. 68), kde si lze povšimnout poklesu času nutného pro přemístění felzického materiálu společně s nárůstem deformace. Vyšší hodnoty mFLC zajišťují pokles tdh a nárůst rychlosti deformace, což reflekтуje rychlejší exhumaci, ale i nižší celkové přemístění felzického materiálu. Pro vyšší hodnoty H je patrný podobný trend, kdy s rostoucí hodnotou roste Sdom a klesá tdh.

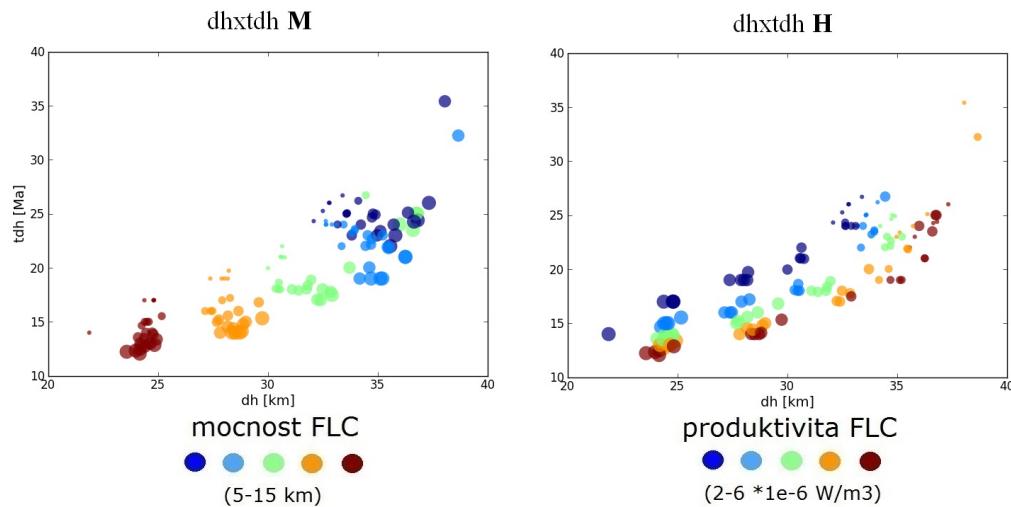


Obr. 67: Rozptylový diagram vztahu Sdom a dh.



Obr. 68: Rozptylový diagram vztahu Sdom a tdh.

Poslední významnou korelací globálních parametrů je vztah dh a tdh (obr. 69). Zde je již přesně ukázáno - dle předchozích úvah - že s rostoucí mocností FLC klesá jeho celkové přemístění i čas dosažení ekvilibria s okolním materiálem. Typická zonalita simulací s příslušnou produktivitou poukazuje na vliv rostoucí teploty (vlivem H) na urychlení exhumacní rychlosti.



Obr. 69: Rozptylový diagram vztahu dh a tdh.

Subsekce korelace lokálních a globálních modelových parametrů

V této části bude pojednáno o korelacích mezi lokálními a globálními modelovými parametry (viz obr. 43), avšak rozptylové diagramy již nebudou vyhodnocovány s přihlédnutím k vlivu iniciálních parametrů (Detailní rozptylové diagramy zde nebudou prezentovány.), neboť jejich vliv byl již analyzován při diskuzi jednotlivých korelací v obou skupinách a je implicitně zahrnut ve vzájemných vztazích těchto obou skupin.

První a nejvýznamnější korelací lze sledovat mezi parametry MT2 a dh. Tu není možné vysvětlit pouze jako důsledek poklesu SM8 do nižších partií domény (a dosažení vyšší teploty při bázi domény) s celkovým nárůstem přemístění felzického materiálu, neboť bylo prokázáno, že s nárůstem mFLC dochází ke snížení dh i dtrac. Tedy, vliv mFLC ovlivňuje míru přemístění felzického materiálu a pro nejvyšší hodnoty mFLC tak dochází právě k menšímu vertikálnímu přemístění FLC materiálu a poklesu dh a intuitivně i MT2. Je tedy patrné, že při vysokých hodnotách mocnosti FLC dochází k rozšíření iniciálních konvekčních cel (v důsledku nárůstu množství materiálu - viz obr. 54) a SM8 tak sleduje delší celkovou dráhu ale relativně menší vertikální přemístění v ose modelové domény. Segment materiálu s iniciální pozicí v mafickém materiálu tak může dosáhnout maximální hloubky při bázi modelové domény pod originální pozicí materiálové perturbace. V kombinaci s nárůstem teploty diapirového tělesa a jeho okolí při iniciální pomalé fázi exhumace (viz analýza vztahu tchar a Tdom) dochází k nárůstu hodnoty MT2 (ne nezbytně v nejnižších partiích modelové domény). Vliv H lze očekávat v navýšení hodnot MT2, neboť spodní část modelové domény je vlivem vyšší tepelné produktivity FLC materiálu více zahřívána.

Vztah parametrů MP2 a Sdom lze interpretovat jako nárůst maximálního tlaku (míry poklesu SM8) segmentu materiálu mezi oběma diapirovními strukturami v závislosti na vznikající rychlosti deformace, což reflektuje vyšší hodnoty mFLC i H. Vliv mFLC lze spatřit v míře přemístění SM8 a tedy poklesu MP2 s nárůstem hodnot této iniciální mocnosti. Jak bylo diskutováno v předchozím odstavci, s nárůstem mFLC roste velikost konvekčních cel, roste rychlosť deformace a roste i celkové vertikální přemístění SM8.

Nárůst hodnot parametru MP2 s poklesem hodnot dh přesně odpovídá interpretaci poklesu celkového přemístění FLC materiálu s jeho narůstajícím množstvím, tedy mFLC. Takto lze zároveň sledovat pokles hodnot parametru tdh, který reflektuje kratší celkové přemístění felzického materiálu, ačkoliv nejvyšší hodnoty dh budou zohledněny nejvyššími hodnotami H.

Posledním lokálním parametrem, který významněji koreluje s globálními parametry, je tp. Pokles tp s nárůstem Sdom je zcela intuitivní, neboť s vyšší rychlosťí deformace (generelně koncentrované na diapirovní struktury a jejich okolí) dochází ke zkrácení času dosažení minimální hloubky SM5. Korelace tp s parametrem dh pak odpovídá nárůstu přemístění SM5 s celkovým přemístěním felzického materiálu, což

taktéž odpovídá reálné situaci v modelové doméně. Poslední kombinace, neboli vztah tp a tdh, ukazuje přímý vztah mezi nárůstem času celkového přemístění felzického materiálu a nárůstem času přesunu jeho segmentu (SM5).

6.2.5 Zhodnocení korelace modelových parametrů modelu B

Stejně jako v případě modelu A byla i pro model B byla sestavena zdrojová matice dat, reprezentující hodnoty všech iniciálních modelových parametrů a všech výstupních modelových parametrů pro všechny simulace. Následně byl vytvořen kombinovaný korelační diagram - vyjadřující korelací mezi každými dvěma parametry modelu B. Ze zdrojové matice byly eliminovány pouze simulace, u kterých bod rp neindikuje období ustálení FLC materiálu při závěru exhumace, a jejichž vývoj nebyl ukončen. U této simulací vykazují všechny globální parametry, které jsou vázané na inflexní a rp bod, anomální hodnoty (simulace MD1FD5H1-5 s velkým inverzním hustotním kontrastem), neboť inflexní bod ani bod rp neodpovídá charakteristickému vývoji modelové domény. Simulace, jejichž trvání je také anomální, ale hodnoty klíčových bodů křivky evoluce těžiště FLC materiálu jsou v souladu s charakterem této bodů, byly zahrnuty do korelační analýzy. Stejně jako v případě modelu A, byly vytvořeny rozptylové diagramy pro každou kombinaci všech modelových parametrů (Podrobná analýza této diagramů bude vázána - podobně jako v případě modelu A - na korelace vyšší než 0,5).

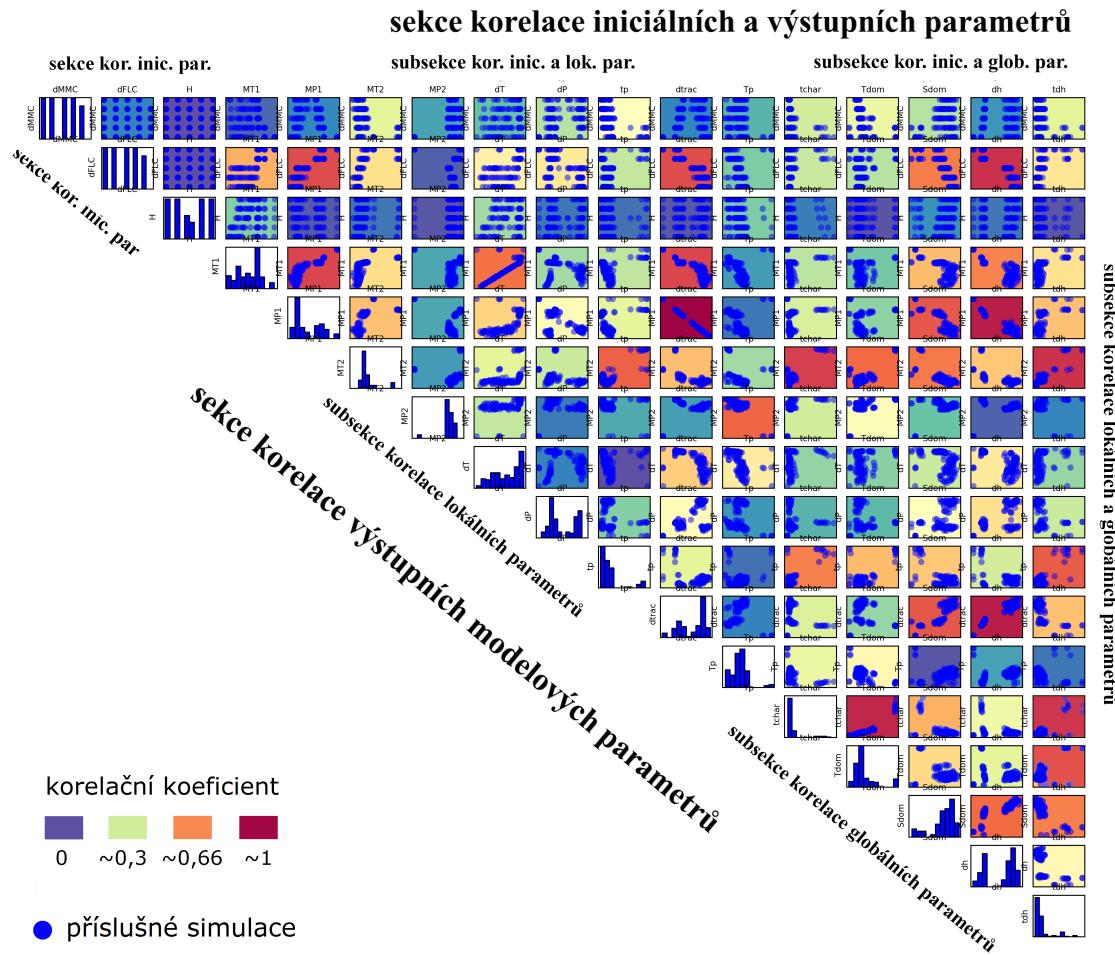
Korelační matice B

Pro první náhled vztahu mezi modelovými parametry byl použit kombinovaný korelační diagram (vyjadřující absolutní hodnotu korelačního koeficientu) se stejným formálním schématem jako u modelu A (viz obr. 70). Všechna zobrazení korelační analýzy (včetně analýzy rozptylových diagramů) mají stejná logická uspořádání jako v případě modelu A. Pro analýzu kombinovaného korelačního diagramu a individuální rozbor rozptylových diagramů modelu B byl použit parametr K - hustotní kontrast MMC a FLC (poměr hustoty MMC a FLC). Podobně jako u modelu A, budou dále individuálně zobrazeny a analyzovány jednotlivé sekce a subsekce korelační matice B.

Sekce korelace iniciálních modelových parametrů

Sekce korelace iniciálních parametrů modelu B vykazuje nulové hodnoty korelace mezi vsemi iniciálními parametry (obr. 70). Tento trend je shodný i pro model A a není nutné podrobovat ho další analýze. Distribuce jednotlivých hodnot v rozptylovém diagramu reflektuje mírně asymetrické roložení simulací s originálními hodnotami dMMC (hustota MMC), dFLC (hustota FLC) a H (produktivita FLC), které

je způsobené zanedbáním simulací kde $K < 0,97$ (hustota felzické vrstvy je výrazněji vyšší než hustota mafické vrstvy).



Obr. 70: Kombinovaný korelační diagram parametrů modelu B. Barva každého pole reprezentuje magnitudu korelace mezi dvěma parametry a každé pole reprezentuje rozptylový diagram, ve kterém lze pozorovat trend mezi oběma parametry. Pole korelací mezi stejnými parametry (vykazují vždy jednotkovou hodnotu korelace) jsou nahrazeny histogramy (diagonála korelační matice), které vyjadřují četnost hodnot každého parametru. Na obrázku jsou označeny jednotlivé sekce a subsekce dle korelací, které kombinují různé typy modelových parametrů (bez průvodních linek).

Sekce korelace iniciálních a výstupních modelových parametrů

Stejně jako v případě modelu A naznačuje tato sekce vazby mezi iniciálními parametry a evolucí modelového systému, která je zaznamenávána lokálními a globálními parametry. Na obr. 70 je patrné, že největší počet významných korelací s výstupními modelovými parametry vykazuje hustota felzické vrstvy (dFLC),

zatímco nejmenší korelace vykazují vztahy mezi radiogenní tepelnou produktivitou felzické vrstvy (H) a výstupními modelovými parametry. Konkrétně významných korelací (nad 0,5) - v subsekci korelací iniciálních a lokálních modelových parametrů dosahují: dFLC x MT1; dFLC x MP1; dFLC x MT2; dFLC x dT; dFLC x dP; dFLC x dtrac. V subsekci korelací iniciálních a globálních modelových parametrů se jedná o: dFLC x Sdom; dFLC x dh; dFLC x tdh.

Sekce korelace výstupních modelových parametrů

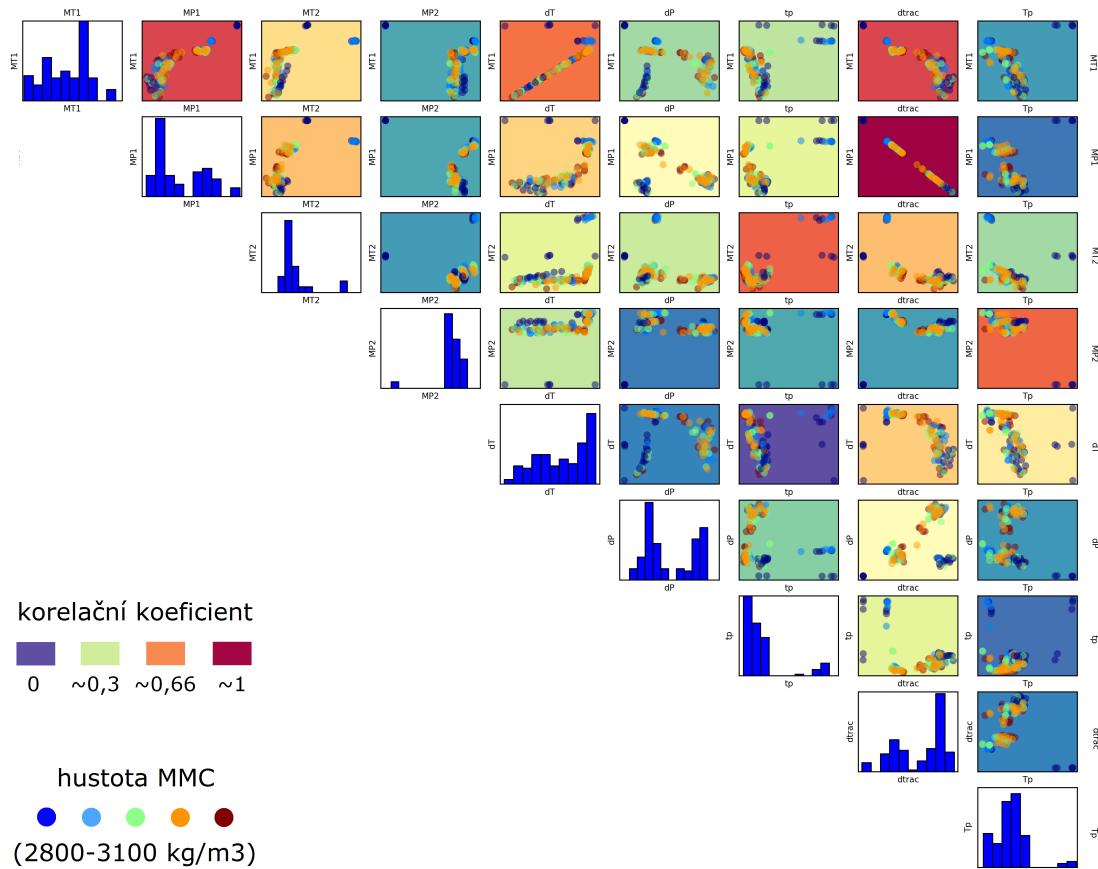
Tuto sekci je možné rozdělit (dle obr. 70) na tři subsekce: 1) subsekci korelace lokálních parametrů; 2) subsekci korelace globálních parametrů; 3) subsekci korelace lokálních a globálních parametrů. Subsekce korelace lokálních parametrů (obr. 71 - 74) vyjadřuje významné korelace (korelace větší než 0,5) mezi: MP1 x MT1; MT2 x MT1; MT2 x MP1; dT x MT1; dT x MP1; dP x MP1; tp x MT2; dtrac x MT1; dtrac x MP1; dtrac x MT2; dtrac x dT; dtrac x dP; Tp x MP2; Tp x dT. Subsekce korelace globálních parametrů (obr. 75 - 78) vyjadřuje významné korelace mezi: Tdom x tchar; Sdom x tchar; Sdom x Tdom; Sdom x dh; tdh x tchar; tdh x Tdom; tdh x Sdom; tdh x dh. Významné korelace subsekce korelace lokálních a globálních parametrů jsou: tchar x MT2; tchar x tp; Tdom x MT2; Tdom x tp; Tdom x Tp; Sdom x MT1; Sdom x MT2; Sdom x tp; Sdom x dtrac; dh x MT1; dh x MP1; dh x MT2; dh x dT; dh x dP; dh x dtrac; tdh x MT1; tdh x MP1; tdh x MT2; tdh x tp; tdh x dtrac.

Nejvyšší korelace korelační matice B představují: dtrac x dFLC (subsekce korelace iniciálních a lokálních parametrů); dh x dFLC (subsekce korelace iniciálních a globálních parametrů); dtrac x MP1 (subsekce korelace lokálních parametrů); dh x MP1 (subsekce korelace lokálních a globálních parametrů); Tdom x tchar (subsekce korelace globálních parametrů). Obecně lze pozorovat vyšší počet korelací mezi globálními parametry (v poměru k celkovému množství parametrů dané subsekce) a zároveň typičtější strukturalizaci rozptylových diagramů dle simulací s různými hodnotami iniciálních parametrů.

Korelace parametrů, které vykazují nižší absolutní hodnoty korelačního koeficientu byly pro další analýzu zanedbány a zohledněny jsou pouze výše uvedené kombinace parametrů - vyjma subsekce korelace lokálních a globálních parametrů, která bude - stejně jako v případě modelu A - zhodnocena pouze v kontextu analýzy lokálních a globálních parametrů bez podrobného rozboru rozptylových diagramů.

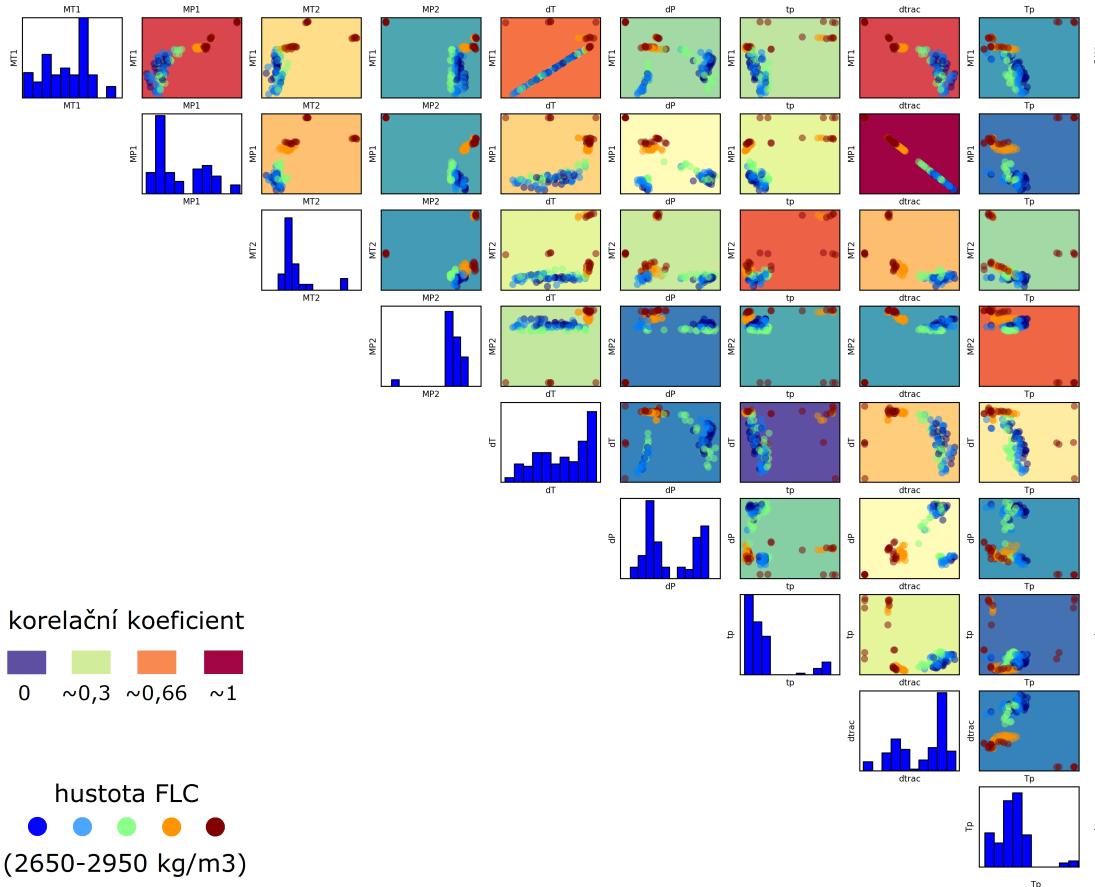
Podobně jako v případě modelu A lze porovnat strukturalizaci jednotlivých rozptylových diagramů v rámci kombinovaného korelačního diagramu a sledovat tak vliv jednotlivých iniciálních parametrů na vývoj výstupních modelových parametrů. Narození od modelu A byl v případě modelu B zvolen dodatečný parametr K (viz předchozí část), který zjednoduší náhled na vztah hustoty felzické a mafické vrstvy s ostatními parametry. Pomocí K lze studovat vliv hustotního poměru (kontrastu) obou vrstev na celkovou dynamiku studovaného systému a zároveň je možné zohled-

nit některé vazby, které jsou implicitně uchovány v korelacích parametru dMMC. Stejně jako u modelu A lze nyní pozorovat všechny parametrické vazby na obr. 71 - 78.



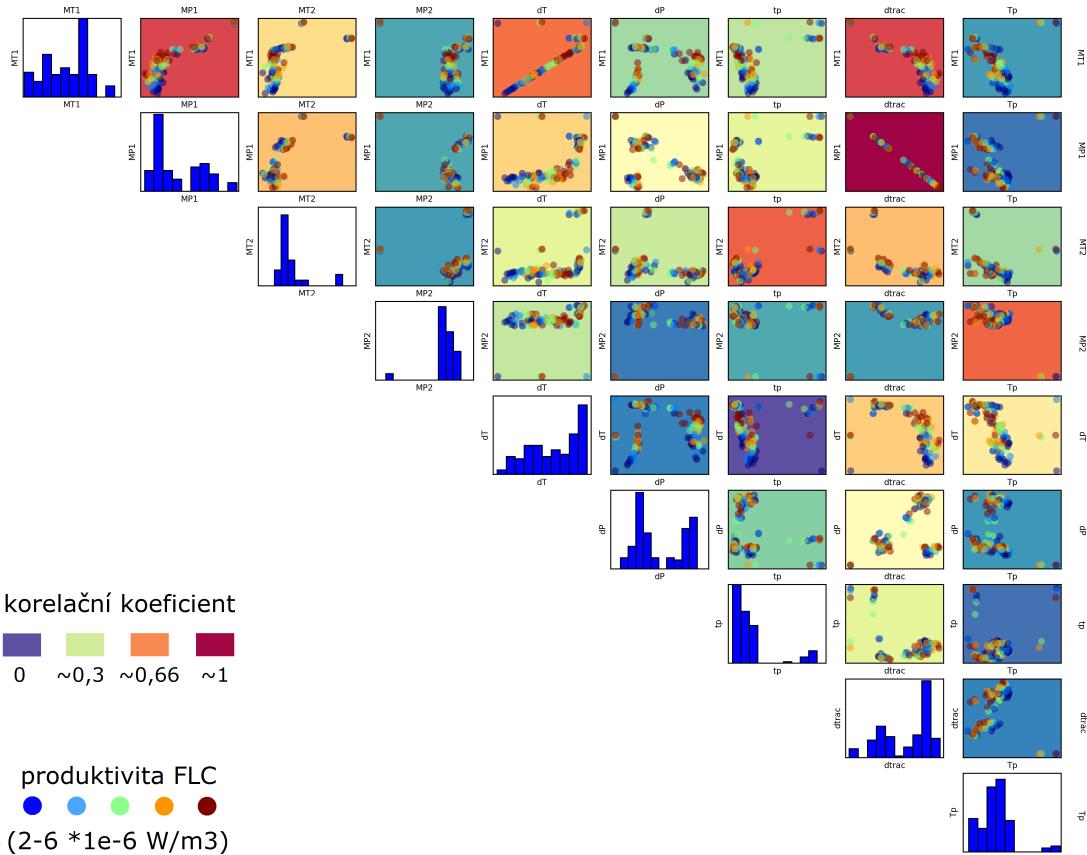
Obr. 71: Korelace lokálních výstupních parametrů modelu B (dle dMMC). Obrázek zachycuje subsekci korelace lokálních modelových parametrů, kde jednotlivé body reprezentují příslušné simulace - barevně diferencované dle iniciální hodnoty hustoty MMC.

Nejvýznamnější diferenciaci v distribuci hodnot iniciálních parametrů jednotlivých simulací představuje parametr K. Při podrobnějším náhledu na parametry dFLC a dMMC, které tvoří parametr K, si lze povšimnout, že oba parametry mají podobný, leč opačný trend ve vztahu k ostatním parametry (vyjma velikosti korelace u parametrů dtrac, Sdom, dh). Tento trend vysvětluje jednoduchá úvaha o inverzním vlivu nezávisle rostoucí hustoty obou vrstev - při růstu hustoty MMC a stabilní hustotě FLC dochází k prudší výměně obou materiálů; při růstu hustoty FLC a stabilní hustotě MMC dochází k vyrovnaní felzického materiálu na bázi domény (typicky simulace MD1FD5H1-5, kde $K < 0,97$). Výjimku tvorí simulace kde $K = \langle 0,97; 1 \rangle$ (typicky simulace MD1FD3-4H1-5 a MD2FD4-5H1-5), neboť iniciálně větší hustota felzické vrstvy klesá v relativně krátkém čase (vlivem zahřívání felzické vrstvy vzhledem k vyšším hodnotám parametru H) a následně dochází k brzké a



Obr. 72: Korelace lokálních výstupních parametrů modelu B (dle dFLC). Obrázek zachycuje subsekci korelace lokálních modelových parametrů, kde jednotlivé body reprezentují příslušné simulace - barevně diferencované dle iniciální hodnoty hustoty FLC.

rychlé exhumaci FLC materiálu. Průběh vývoje modelové domény během těchto simulací vykazuje stejné formální schéma (potvrzeno analýzou křivky polohy těžiště FLC materiálu) jako u ostatních simulací, avšak klíčové okamžiky vývoje (bod inflexe; rp bod) jsou anomálně vzdáleny - v časovém měřítku - od průměrných hodnot u „standardních“ simulací (anomálně vzdálené body v rozptylových diagramech - obr. 75 - 78). Rozdíly magnitud korelací parametrů dMMC a dFLC (ve vztahu k výstupním modelovým parametry) lze vysvětlit kombinací vlivu hustoty, reologických vlastností a tepelné produktivity felické vrstvy - změna hustoty FLC ovlivňuje vývoj simulace více než změna hustoty MMC. Parametr K tento náhled potlačuje, avšak zachovává podstatu vlivu hustotního kontrastu obou vrstev na evoluci systému.

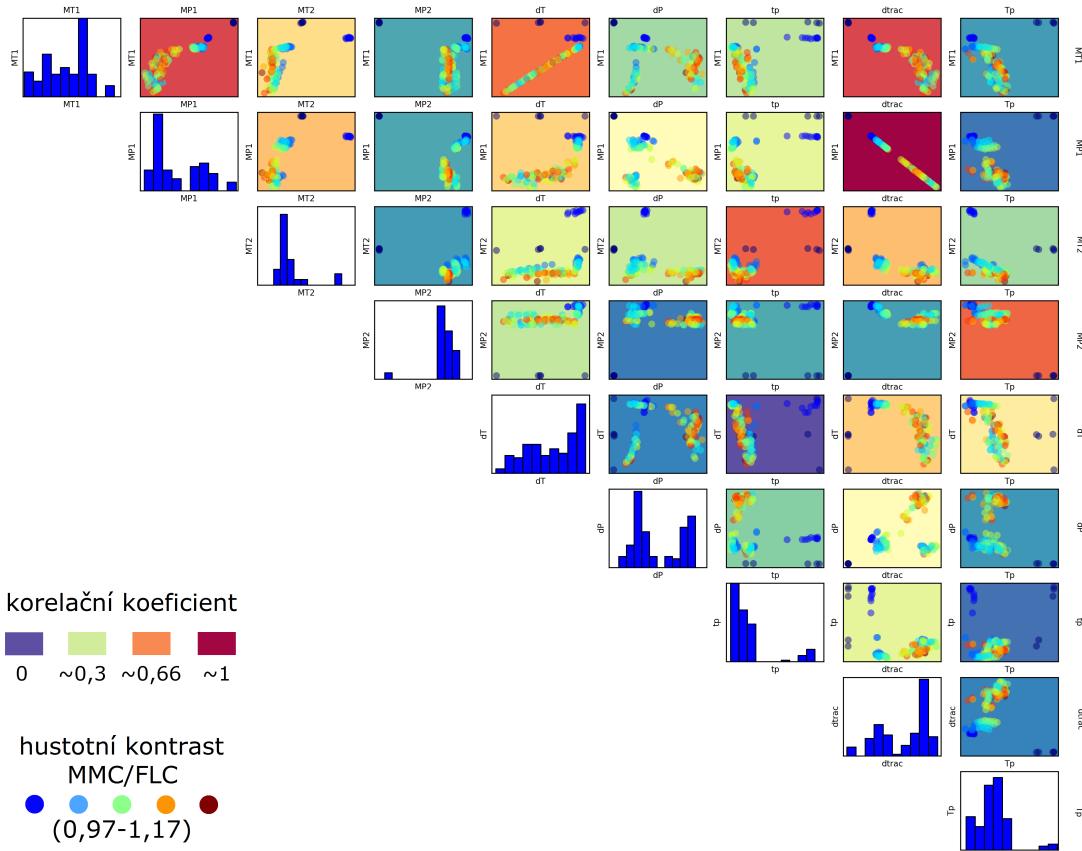


Obr. 73: Korelace lokálních výstupních parametrů modelu B (dle H). Obrázek zachycuje subsekci korelace lokálních modelových parametrů, kde jednotlivé body reprezentují příslušné simulace - barevně diferencované dle iniciální hodnoty radiogenní tepelné produktivity FLC.

6.2.6 Diskuze výsledků korelační analýzy modelu B

Sekce korelace iniciálních a výstupních modelových parametrů

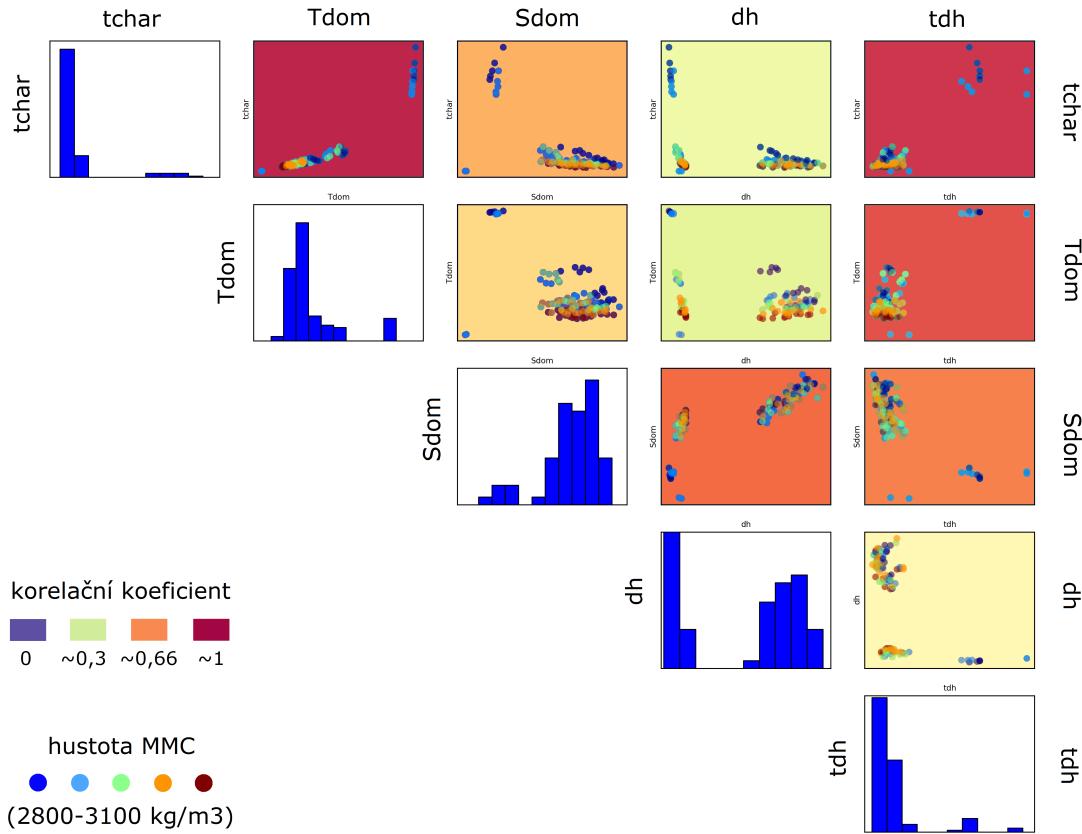
V prvním přiblížení je popsán význam korelací sekce korelace iniciálních a výstupních modelových parametrů. Ze zhodnocení korelací této skupiny vyplývá, že nejmenší význam (dle počtu a magnitudy korelací) představuje radiogenní tepelná produktivita felzické vrstvy (H). Význam H je však implicitně uchován ve všech termálních a rychlostních parametrech, neboť (viz obr. 73 a 77) při růstu H dochází k urychlení exhumace felzického materiálu vlivem poklesu hustoty s rostoucí teplotou a zároveň navýšení teploty domény v invariantním čase jejího vývoje (nejedná se o závislý parametr Tdom). Tento jev dokumentuje parametr dT, neboť (jak bylo vysvětleno při korelační analýze modelu A) tento parametr je svázán s dráhou markeru a je proporční vůči časovému vývoji. Nízká korelace parametru Tdom s H



Obr. 74: Korelace lokálních výstupních parametrů modelu B (dle K). Obrázek zachycuje subsekci korelace lokálních modelových parametrů, kde jednotlivé body reprezentují příslušné simulace - barevně diferencované dle iniciální hodnoty hustotního kontrastu MMC a FLC.

je způsobena vzhřelem rychlosti exhumace felzického materiálu vlivem většího H a tedy poklesem parametru tchar, který je klíčový i pro stanovení globální doménové teploty - tedy finální hodnota Tdom je vyvažována nárůstem teploty domény s rostoucím H a zároveň klesá s nižšími hodnotami tchar (pro stejné hodnoty H je nižší globální teplota domény).

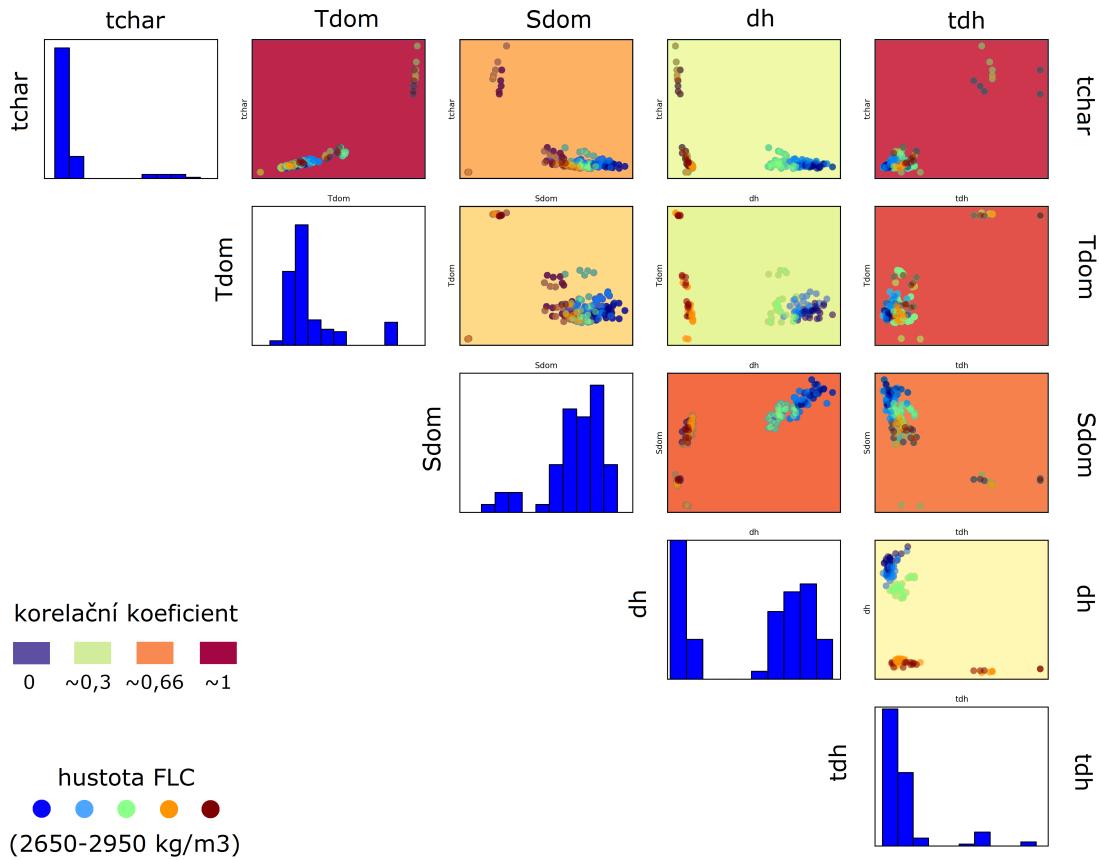
Parametr dMMC představuje důležitý parametr, který (stejně jako parametr dFLC) ovlivňuje celkovou rychlosť exhumace felzického materiálu. Vztah tohoto parametru k ostatním parametrům byl již naznačen v předchozí části, kde bylo zjištěno, že u většiny parametrů existuje přibližně opačný vztah dMMC a dFLC, který se liší pouze mírou korelace. Největší korelace dMMC je pak dosaženo s parametry tp a Tdom. Vysoká korelace s Tdom tedy potvrzuje analýzu vztahu H a globálních parametrů vázaných na tchar, neboť změna dMMC je přímo reflektována změnou tchar a změnou Tdom, zatímco změna dFLC je vždy dodatečně ovlivňována parametrem H a dochází tedy ke snížení korelace s parametrem tchar a Tdom (nejedná se však



Obr. 75: Korelace globálních výstupních parametrů modelu B (dle dMMC). Obrázek zachycuje subsekci korelace lokálních modelových parametrů, kde jednotlivé body reprezentují příslušné simulace - barevně diferencované dle iniciální hodnoty hustoty MMC.

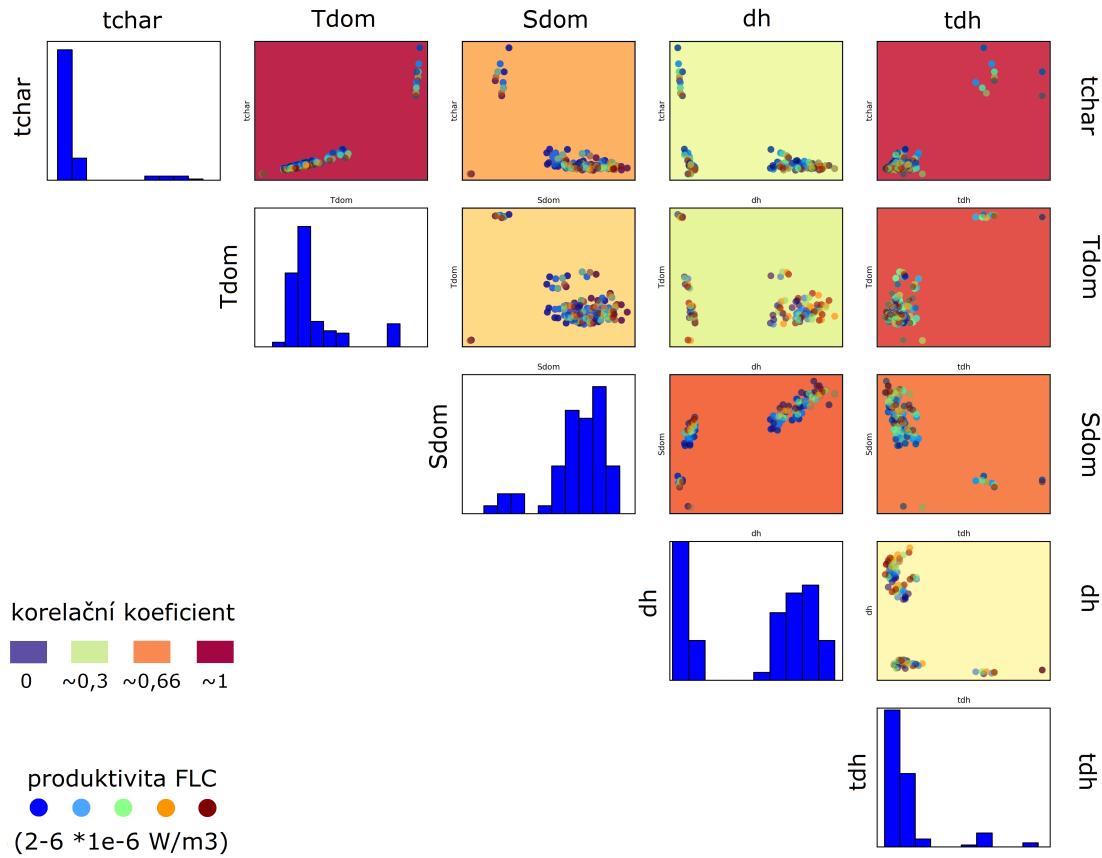
o významný rozdíl). Podobný trend lze sledovat pro korelací dMMC s parametry Sdom, a dh.

Parametr dFLC a ostatní výstupní modelové parametry vykazují nejvyšší počet významných korelací a parametr dFLC tak představuje nejvýznamnější iniciální parametr modelu B. Korelaci dFLC a MT1 je možné vyvětlit jako důsledek zpomalení exhumacní rychlosti s nárůstem hustoty FLC. Tak dochází ke zvýšení zahřívání felzického materiálu vlivem H a tedy k nárůstu maximální dosažené teploty v markeru. Druhou významnou korelací s dFLC vykazuje parametr MP1, který představuje nárůst minimálního dosaženého tlaku s rostoucí hodnotou mocnosti felzické vrstvy. Neboť v modelu B nedochází ke změně geometrických aspektů modelové domény, nelze očekávat ani výraznou změnu v počtu a velikosti konvekčních cel diapirového tělesa a tedy složitější dráhu SM5 při snížení jeho celkového vertikálního přemístění. Tuto korelací lze tedy vysvětlit jako pravděpodobný důsledek poklesu celkového přemístění felzického materiálu s nárůstem dFLC, neboť dochází ke zvýšení hustotního kontrastu UC a FLC materiálu. Významnou korelující dvojici parametrů



Obr. 76: Korelace globálních výstupních parametrů modelu B (dle dFLC). Obrázek zachycuje subsekci korelace globálních modelových parametrů, kde jednotlivé body reprezentují příslušné simulace - barevně diferencované dle iniciální hodnoty hustoty FLC.

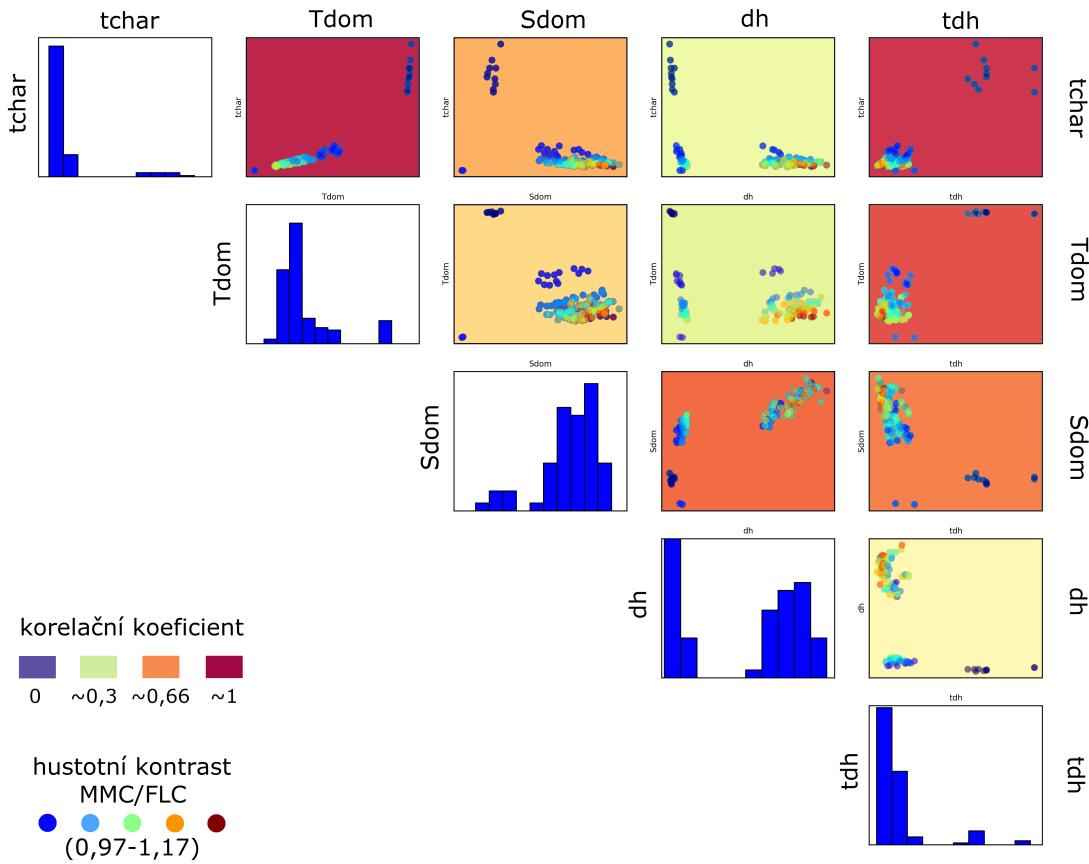
tvoří i vztah dFLC s parametrem MT2. Zde dochází k postupnému navýšení MT2 s vyššími hodnotami dFLC, což reflektuje zpomalení rychlosti exhumace FLC materiálu (a poklesu MMC materiálu - včetně SM8) a nárůst jeho teploty vlivem H. Tento jev dokazuje i korelace dFLC s dT, neboť - stejně jako v případě modelu A - se ve vztahu k MT1 jedná o vzájemně zástupné parametry (vyjma simulací s inverzním hustotním kontrastem MMC a FLC). Vztah zpomalení rychlosti exhumace, snížení celkového vertikálního přemístění SM5 a nárůst maximální teploty dosažené SM5 v závislosti na růstu dFLC kombinuje a zohledňuje vztah dFLC a dP, kde lze sledovat generelní pokles dP s vyššími hodnotami dFLC. To lze vysvětlit přímo z definice parametru dP (rozdíl maximálního tlaku a tlaku v lokalizaci maximální teploty SM5), neboť vývoj teploty reflektuje předchozí případ a v detailu lze pozorovat, že maximální teploty je dosaženo v nižší poloze, zatímco maximální tlak je dosažen přibližně ve stejné pozici pro všechny hodnoty dFLC (vyjma simulací s inverzním hustotním kontrastem - zde je však rozdíl minimální), což je důvodem pro snížování hodnoty dP s rostoucí hustotou FLC. Tento vývoj také dokumentuje vztah dFLC



Obr. 77: Korelace globálních výstupních parametrů modelu B (dle H). Obrázek zachycuje subsekci korelace globálních modelových parametrů, kde jednotlivé body reprezentují příslušné simulace - barevně diferencované dle iniciální hodnoty radiogenní tepelné produktivity FLC.

a dtrac, kde lze sledovat pokles vertikálního přemístění SM5 s náruštem hodnot dFLC. Korelace s parametrem Sdom je intuitivní, neboť s poklesem hustoty FLC dochází ke zrychlení exhumace, která je zároveň urychlována vlivem H. Posledním korelujícím parametrem je dh. Tato korelace dokládá vliv hustoty na celkovou míru přemístění felzického materiálu a pozici jeho ekvilibrace s okolním materiélem. Při zvyšování dFLC klesá i celková míra přemístění felzického materiálu, což je v souladu s pozorováním evoluce lokálních modelových parametrů (MP1, dtrac).

Aditivní parametr K a jeho vztah k ostatním výstupním modelovým parametry vykazuje významnou strukturalizaci v rozptylových diagramech (obr. 74 a 78). To potvrzuje část předchozí analýzy vlivu rozdílu hustoty felzické a mafické vrstvy na dynamiku modelu. Významnou strukturalizaci lze pozorovat ve vztahu se všemi lokálními i globálními parametry. Trend mezi K a ostatními parametry lze obecně lépe pozorovat právě v subsekci korelace globálních parametrů, neboť zde nedochází k drobným variacím pozic klíčových markerů vlivem vnitřního



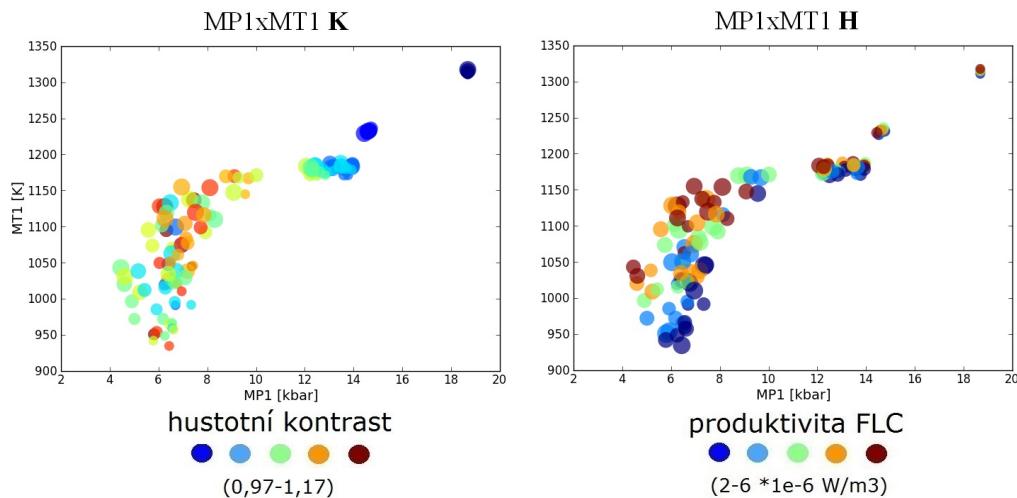
Obr. 78: Korelace globálních výstupních parametrů modelu B (dle K). Obrázek zachycuje subsekci korelace globálních modelových parametrů, kde jednotlivé body reprezentují příslušné simulace - barevně diferencované dle iniciální hodnoty hustotního kontrastu MMC a FLC.

chování diapirové struktury (Tak jak bylo nastíněno např. v části pojednávající o výsledcích modelu A a B (sekce 6.1.4 a 6.1.5) - kde bylo poukázáno na cirkulaci materiálu v rámci diapirové struktury.). V prvním náhledu, prostřednictvím kombinovaného korelačního diagramu (před samotnou analýzou rozptylových diagramů), si lze povšimnout důležitého faktu, že většina odlehlých hodnot parametrů (V případě globálních modelových parametrů se jedná výhradně o všechny odlehlé hodnoty.), které jsou vázány na časový vývoj modelové domény - respektive segmentu materiálu - vykazuje hodnotu $K=0,97$, což reprezentuje iniciální inverzní hustotoní kontrast mafické a felzické vrstvy. Takto dochází k exhumaci felzického materiálu po dosažení vyšší teploty a poklesu hustoty FLC pod hodnotu hustoty MMC - což způsobuje časový posuv vývoje lokálních a zejména globálních modelových parametrů.

Subsekce korelace lokálních modelových parametrů

Nyní bude analyzována subsekce korelací lokálních modelových parametrů. Neboť bylo ukázáno, že parametr K představuje vhodný parametr pro studium vývoje modelu v kontextu vlivu iniciálního hustotního kontrastu, budou nadále analyzovány pouze vztahy mezi lokálními modelovými parametry v kontextu hodnot parametrů K a H.

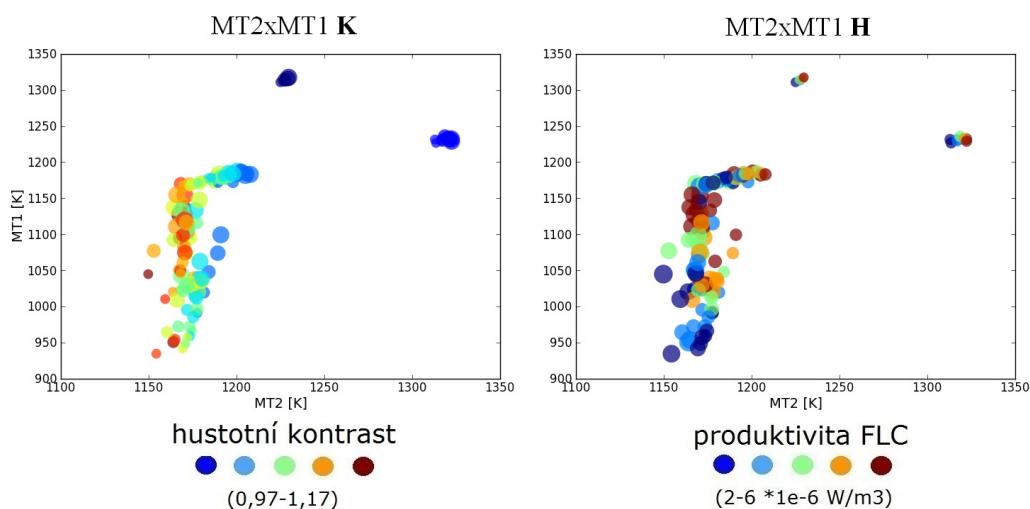
První významnou korelací této subsekce je korelace MP1 x MT1 (obr. 79). V rozptylovém diagramu je patrné, že maximální dosažená teplota narůstá s minimální dosaženou hloubkou (platí - stejně jako u všech lokálních parametrů modelu A - pro příslušný speciální marker) segmentu felzického materiálu. Při pohledu na strukturalizaci simulací dle parametru K je patrné, že nejvyšších teplot i minimálního dosaženého tlaku dosahují markery u simulací s inverzním nebo jednotkovým hustotním kontrastem. To odpovídá celkové, výrazně vyšší, době trvání evoluce modelové domény v těchto simulacích. Je pochopitelné, že simulace s nízkými hodnotami K budou vykazovat výraznější exhumaci felzického materiálu až po dosažení vyššího hustotního kontrastu vlivem nárůstu teploty felzického materiálu. Při dosažení této teploty však již dochází k přerušení vlivu H (vypnutí tepelných zdrojů) a následné ekvibraci felzického a mafického materiálu a materiálu svrchno-střední kůry. Takto dochází k ustálení pozice felzického materiálu v nízkých polohách v modelové doméně (viz obr. 37 a 38). Vliv nárůstu hodnot K lze tedy vyhodnotit jako pokles minimálního dosaženého tlaku při exhumaci felzického materiálu do vyšších poloh. Nárůst hodnot H se projevuje generelně vyššími hodnotami MT1.



Obr. 79: Rozptylový diagram vztahu MP1 a MT1.

Vztah MT2 a MT1 (obr. 80) lze vyhodnotit jako pokles maximální dosažené teploty v SM5 s poklesem maximální dosažené teploty v SM8 v závislosti na po-

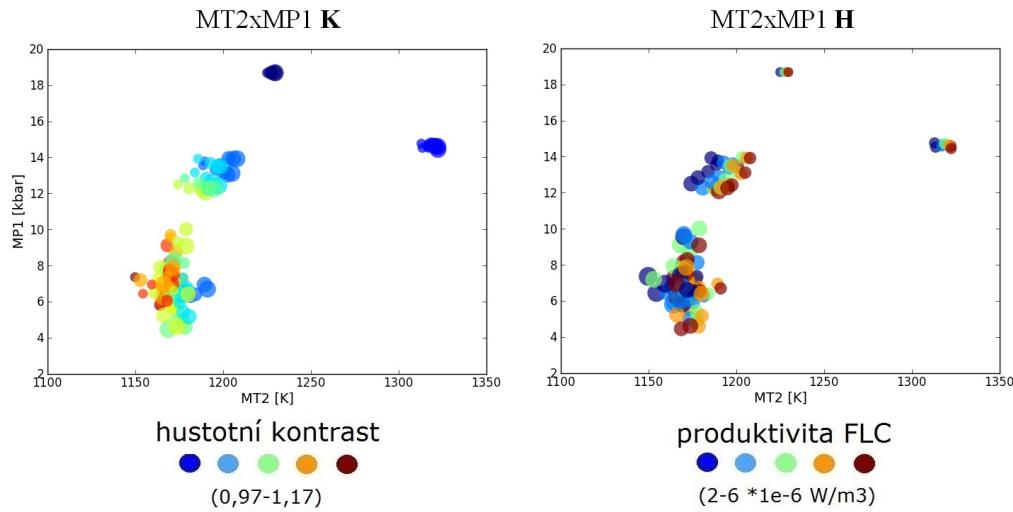
klesu hodnot K. Vliv K lze považovat za „silný“ vůči parametru MT2 a „slabší“ vzhledem k parametru MT1. Vysvětlení spočívá v nárůstu rychlosti přemístění felzického materiálu s vyššími hodnotami K a tedy k nižšímu zahřívání spodních partií modelové domény, což implikuje celkově nižší hodnoty MT2. Pokles hodnot MT1 s nárůstem hodnot K je méně výrazný, neboť k vyrovnávání termálního pole dochází pomaleji v rámci termálně produktivního felzického tělesa. Ve členění simulací dle vzrůstající hodnoty H lze pozorovat nárůst hodnot MT1 i MT2 v rámci všech shluků, reflektujících simulace s různými hodnotami K.



Obr. 80: Rozptylový diagram vztahu MT2 a MT1.

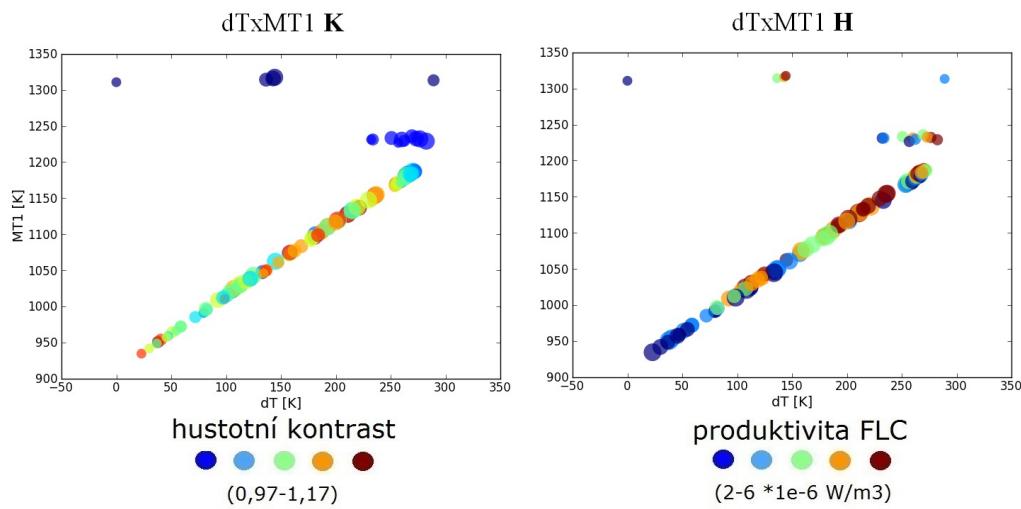
Ve vztahu MT2 a MP1 (obr. 81) je možné sledovat pokles minimálního dosaženého tlaku v SM5 i maximální dosažené teploty v SM8 s rostoucí hodnotou parametru K. To odpovídá i předchozím analýzám vývoje simulací modelu B v závislosti na výši parametru K. Odlehle hodnoty - reprezentované shlukem se střední hodnotou MT2 přibližně okolo 1230 K a hodnotami MP1 okolo 19 kbar - reprezentují simulace s nejnižšími hodnotami K, jejichž celkový průběh je však kratší než u simulací, které tvoří shluk s maximálními hodnotami MT2. Tento rozdíl reflektuje odlišnou polohu ekvilibrace MMC a FLC materiálu. Lze také sledovat, že s rostoucími hodnotami K dochází k eliminaci tendenze ke shlukování simulací do samostatných těles, což odpovídá potlačení diverzifikace hodnot ostatních parametrů s rostoucí hodnotou K. Takto lze parciálně potvrdit nejvyšší význam parametru K (respektive dFLC) ze všech iniciálních parametrů modelu B.

Podobně jako v případě modelu A, i v korelační matici parametrů modelu B představuje vztah mezi dT a MT1 jednu z nejvyšších korelací (obr. 82). Příčina takto silné korelace byla již diskutována při analýze korelací modelu A a je důsledkem vzájemné principiální podobnosti obou parametrů. Anomální hodnoty obou parametrů (tmavě modrá barva) potvrzují, že simulace s iniciální hodnotou K<1 vy-



Obr. 81: Rozptylový diagram vztahu MT2 a MP1.

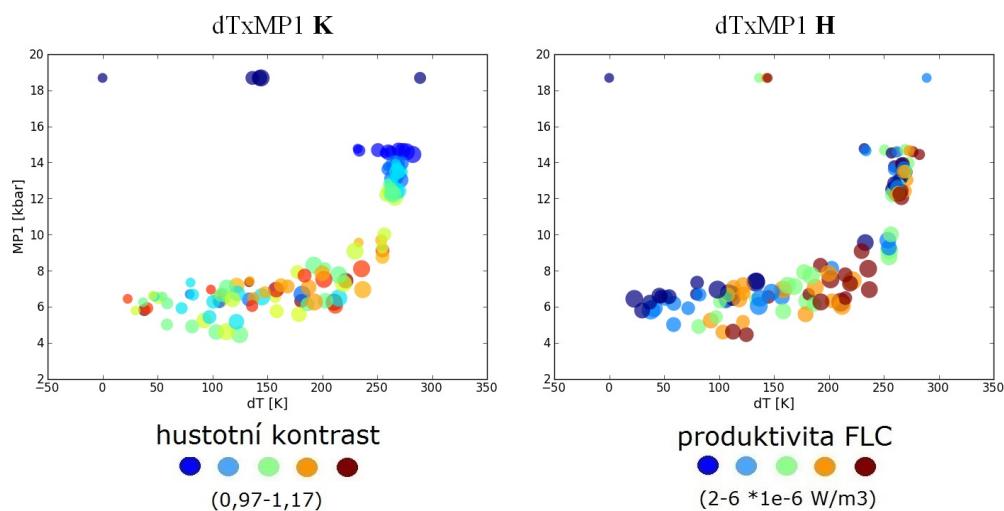
kazují prvotní pokles a vyrovnávání materiálové perturbace (tím je dosaženo nižší než iniciální polohy SM5), při kterém je dosaženo generelně vyšší teploty v SM5. Termální profilace je úměrná hodnotě H.



Obr. 82: Rozptylový diagram vztahu dT a MT1.

Ve vztahu dT a MP1 (obr. 83) je na první pohled patrný nelineární trend mezi oběma parametry. Při podrobné analýze lze zjistit, že tato „nelinearity“ je způsobena rozdílným rozptylem hodnot parametru dT jednotlivých shluků, které reprezentují simulace s různými hodnotami parametru K. Takto je možné sledovat největší rozptyl hodnot dT pro nejnižší hodnotu K, který je způsoben rozdílnými

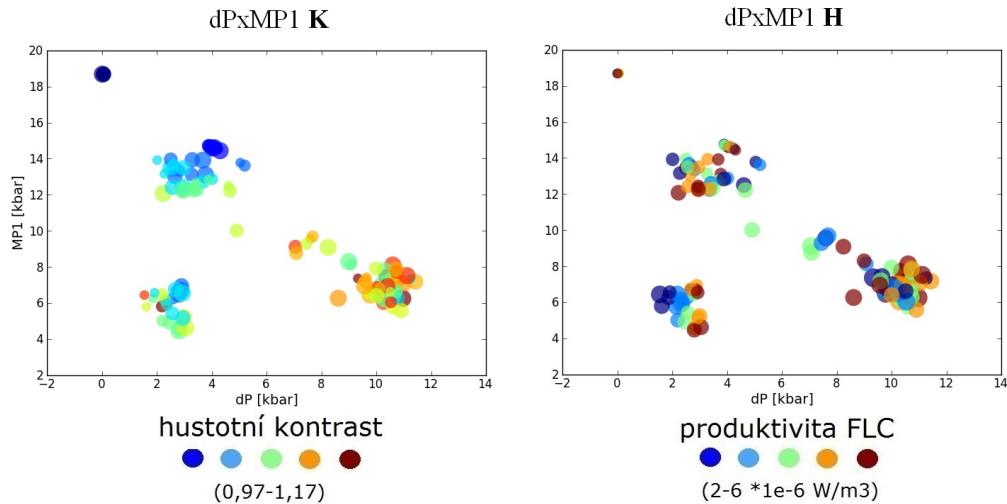
hodnotami H. Při nárůstu K dochází k poklesu rozptylu a tedy k vyrovnávání hodnot dT vlivem kombinace rostoucí míry přemístění (exhumace) felzického materiálu s rostoucí tepelnou produktivitou, avšak při maximálním dosažení pouhých 14 kbar. Při zpomalení exhumace a ustálení felzického materiálu ve spodních partiích domény je tedy obecně doaženo vyšší maximální teploty v SM5 vlivem delšího zahřívání při relativně malém vertikálním přemístění. Pro vyšší hodnoty K však roste rozptyl hodnot dT, kde obecně variace H zajišťuje vyšší hodnoty MT1 při relativně stejné vertikální dráze SM5.



Obr. 83: Rozptylový diagram vztahu dT a MP1.

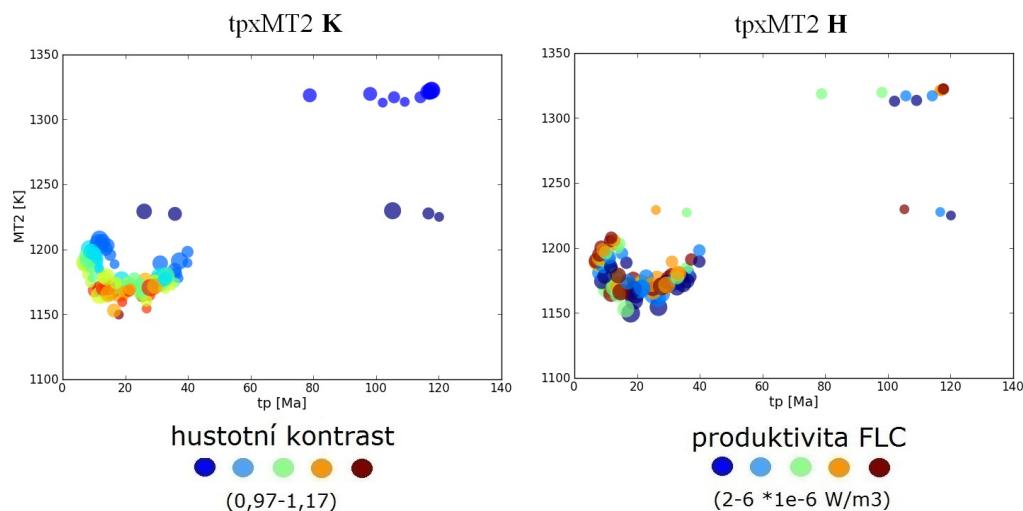
Struktura závislosti dP a MP1 (obr. 84) vykazuje podobný trend redukce rozptylu hodnot MP1 s nárůstem dP a tedy poklesem dFLC. Při pohledu na obr. 71 a 72 je patrné, že s klesající hodnotou dFLC a rostoucí hodnotou dMMC narůstá hodnota dP a klesá hodnota MP1, což lze vysvětlit jako důsledek rostoucí míry přemístění FLC materiálu a tedy posun závěrečného zpomalení exhumace a zahřívání diapirového tělesa do vyšších partií modelové domény. Tak je dosaženo nižšího minimálního tlaku v SM5 a zároveň vyšších hodnot dP. Obr. 71 také dokazuje, že shluď simulací s nízkými hodnotami dP i MP1 vykazuje nízké hodnoty dFLC a nejnižší hodnoty dMMC, což vede ke zpomalené iniciální fázi exhumace a tedy dosažení maximálních teplot SM5 již ve spodních partiích modelové domény, ačkoliv finální přemístění je srovnatelné se simulacemi s vysokým hustotním kontrastem.

Vztah parametrů tp a MT2 (obr. 85) představuje velmi intuitivní náhled na vztah mezi rychlosťí dosažení minimální hloubky markerem SM5 a vývojem teploty v markeru SM8. Trend obou parametrů naznačuje nárůst rychlosti přemístění SM5 s poklesem teploty v SM8 při nárůstu hodnot parametru K. Simulace s nejvyššími hodnotami H vykazují nejmenší hodnoty tp a nejvyšší hodnoty MT2 (vyjma si-



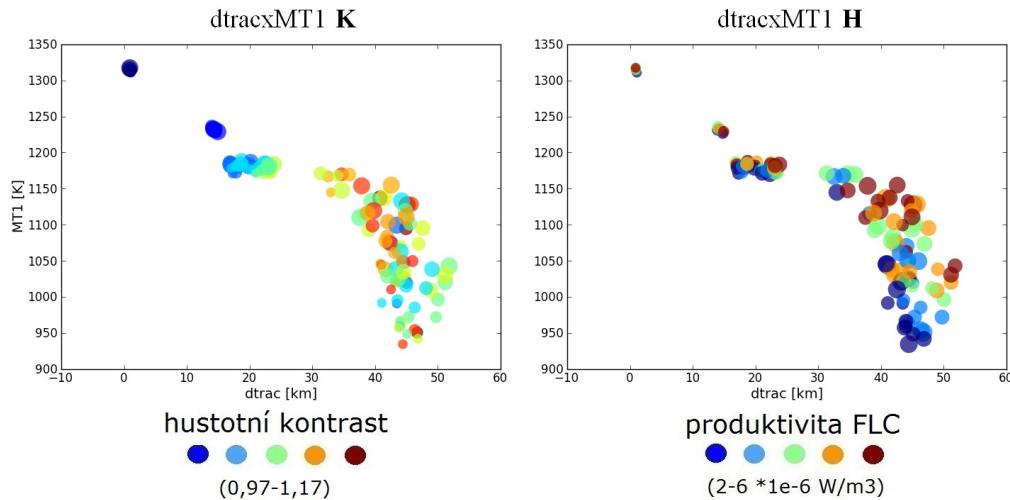
Obr. 84: Rozptylový diagram vztahu dP a MP1.

mulací s nejnižšími hodnotami K, kde není jednoznačný vývoj teploty v klíčových markerech, lokalizovaných v nejnižší partii modelové domény).



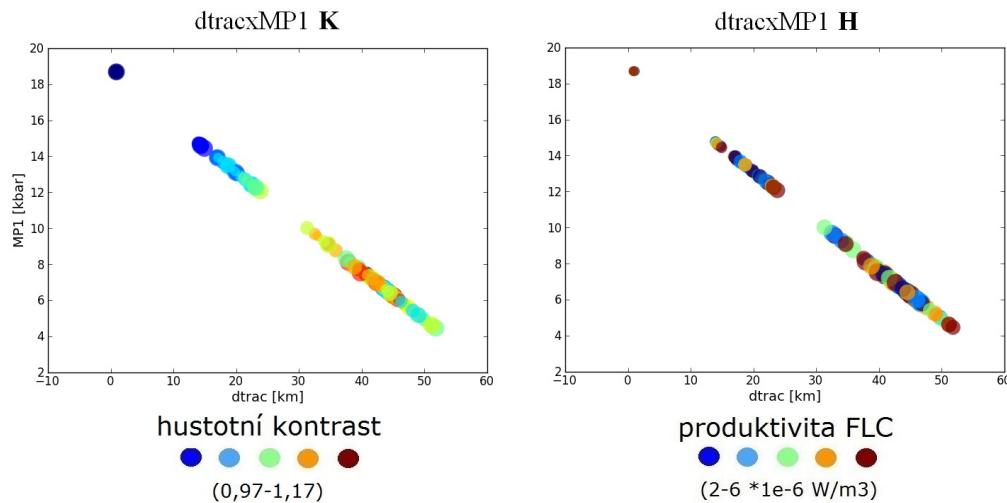
Obr. 85: Rozptylový diagram vztahu tp a MT2.

Diagram vztahu dtrac a MT1 (obr. 86) vyjadřuje, již předchozí analýzou definovaný fakt, že s nárůstem K dochází k většímu vertikálnímu přemístění segmentu felzického materiálu, a že s tímto přemístěním generelně klesá hodnota MT1. Opět je patrné, že s vyššími hodnotami H roste i maximální teplota SM5 a jeho celkové přemístění v důsledku poklesu hustoty felzického materiálu.



Obr. 86: Rozptylový diagram vztahu dtrac a MT1.

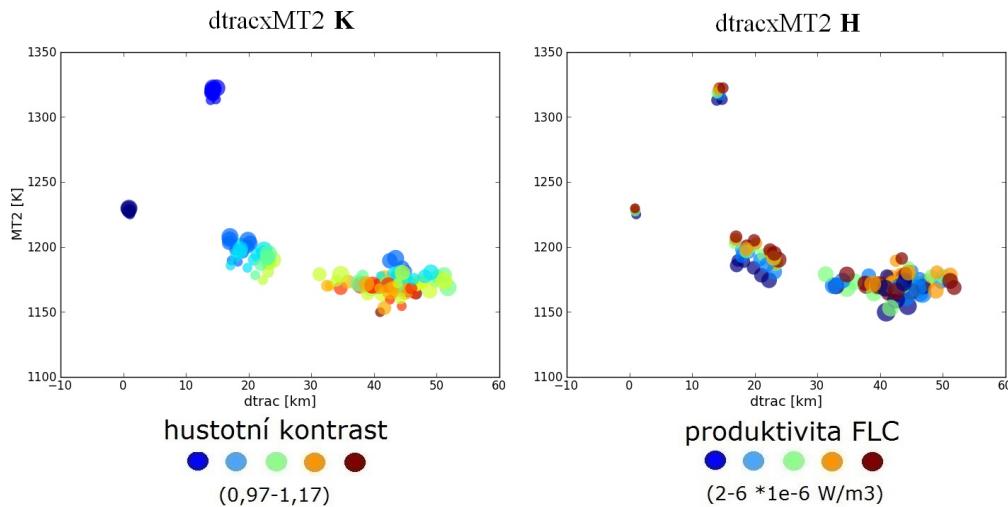
Trend mezi dtrac a MP1 (obr. 87) opět vyjadřuje velmi těsný vztah, který reflekтуje propořenosť maximálního vertiálního přemístění SM5 s dosažením minimálního tlaku v odpovídající pozici. Vztah obou parametrů odpovídá nárůstu hodnot parametru K, se kterým dochází k poklesu MP1 a nárůstu dtrac. Pro všechny samostatné shluhy lze pozorovat vyšší hodnoty H, které odpovídají vyšším hodnotám dtrac a nižším hodnotám MP1.



Obr. 87: Rozptylový diagram vztahu dtrac a MP1.

Vztah parametrů dtrac a MT2 (obr. 88) lze vyhodnotit jako mírný pokles maximální teploty v SM8 s nárůstem celkového přemístění SM5. V kontextu nárůstu K

a poklesu celkového času přemístění s nárůstem rychlosti exhumace lze vyhodnotit pokles maximální teploty v SM8 jako důsledek nižšího času zahřívání - v kombinaci s menším vertikálním přemístěním SM8 do nižších partií modelové domény.

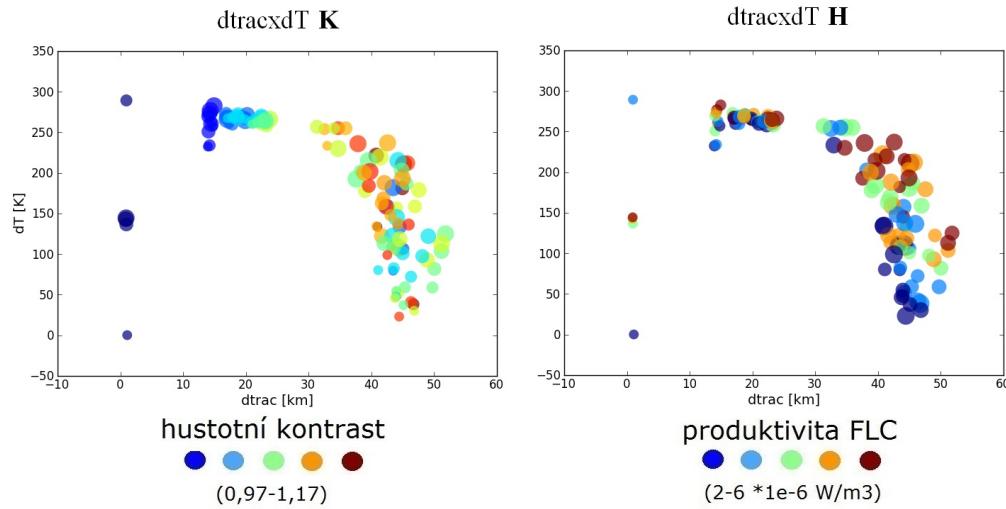


Obr. 88: Rozptylový diagram vztahu dtrac a MT2.

Rozptylový diagram vztahu dtrac a dT (obr. 89) je téměř totožný s diagramem vztahu dtrac a MT1 (obr. 86), což opět potvrzuje vzájemnou zástupnost parametrů MT1 a dT pro model A a většinu simulací modelu B. Oproti modelu A se zde však projevuje rozdílná hodnota maximálního tlaku, a to pro simulace s $K < 1$ a simulace s $K \geq 1$. Tedy v případě změny hustotního kontrastu MMC a FLC (respektive v případě inverzního hustotního kontrastu) již nelze považovat parametr dT za zástupný s parametrem MT1. Vztah parametrů K a H k trendu na obr. 89 odpovídá vztahu na obr. 86.

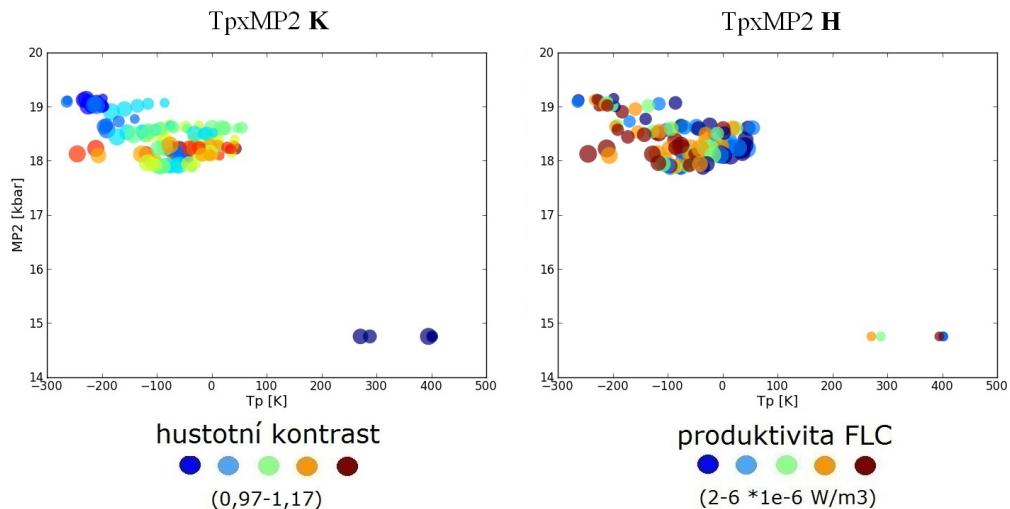
Vztah parametrů dtrac a dP (bez rozptylového diagramu) je totožný se vztahem dP a MP1 (obr. 84), což odpovídá prokázané vazbě mezi dtrac a MP1 (obr. 87). Strukturalizace vazeb mezi iniciálními a oběma lokálními parametry je stejná jako v případě vztahu dP a MP1.

Trend mezi parametry Tp a MP2 (obr. 90) představuje mírný pokles hodnot MP2 s celkovým poklesem Tp (uvažováno v absolutních hodnotách parametru Tp). To reflekтуje postupně nižší hodnoty maximální teploty v SM5 s narůstající hodnotou K - tedy větší a rychlejší vertikální přemístění SM5. Souběžně je dosaženo nižších hodnot MP2, což odpovídá nižšímu poklesu SM8. Odlehle hodnoty Tp i MP2 představují simulace s iniciálně inverzním hustotním kontrastem, kde nejprve dochází k poklesu a vyrovnávání felzického materiálu a následně jeho pozdní exhumaci, která je limitována relaminací ve spodních partiích modelové domény (např. obr. 37 a 38). Takto je SM8 nejprve lehce exhumován (je zde dosaženo minimální teploty), následně dodatečně vyzdvihnut na vrcholu linie nově vytvořené felzické vrstvy,



Obr. 89: Rozptylový diagram vztahu dtrac a dT.

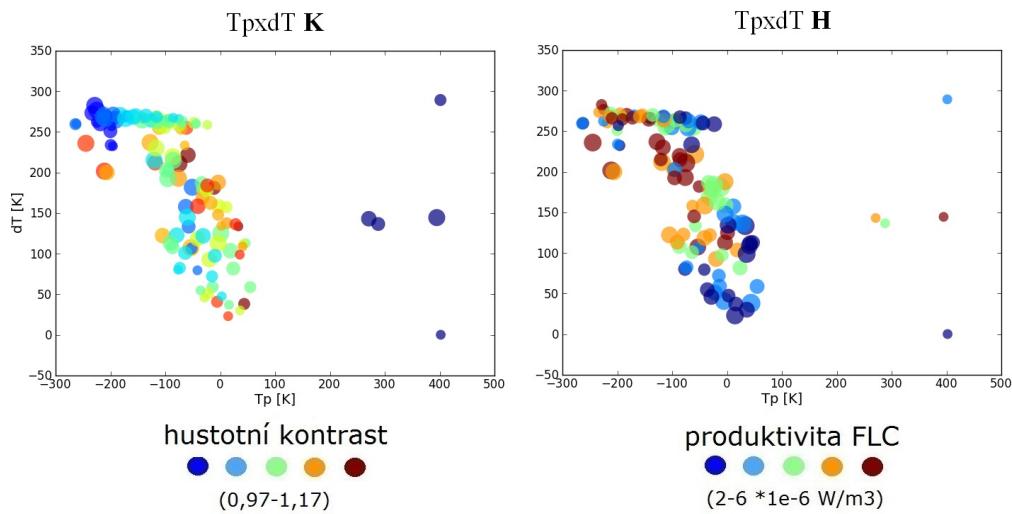
která je ekvilibrována s okolním materiélem ve vyšších partiích spodno-korového segmentu, a na závěr pohřben zpět do hlubších partií spodno-korové oblasti. Vysoké kladné hodnoty T_p pak poukazují na iniciální prudké zahřívání SM5 při poklesu felzického materiálu, dosažení maximální hloubky a pozdní exhumaci, při které je dosažena minimální hloubka s minimální teplotou v SM5. Vliv vyšších hodnot H odpovídá vyšším teplotním rozdílům v SM5.



Obr. 90: Rozptylový diagram vztahu T_p a MP2. Kladné hodnoty T_p odpovídají míře ochlazení a záporné hodnoty odpovídají míře ohřevu segmentu materiálu.

Posledním významným vztahem parametrů subsekce korelace lokálních para-

metrů je vztah T_p a dT (obr. 91). Zde je patrný nárůst dT s absolutním (negativním) nárůstem T_p . Tento trend je zároveň podpořen nárůstem hodnot H . Takto je vyjádřen nárůst maximální teploty v SM5 s nárůstem tepelné produktivity felzické vrstvy a poklesem hustotního kontrastu MMC a FLC.



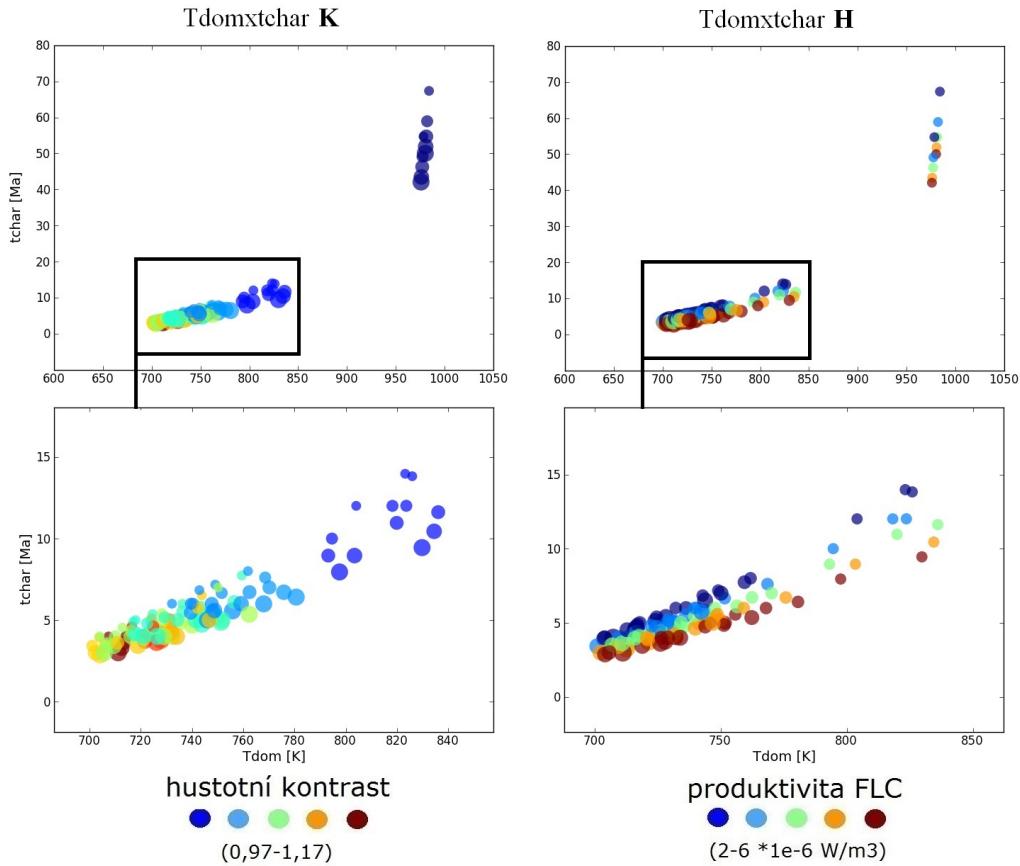
Obr. 91: Rozptylový diagram vztahu T_p a dT . *Kladné hodnoty T_p odpovídají míře ochlazení a záporné hodnoty odpovídají míře ohřevu segmentu materiálu.*

Subsekce korelace globálních modelových parametrů

Podobně jako v případě modelu A, je i model B charakteristický významnými korelacemi subsekce globálních parametrů. Trend, který lze sledovat mezi těmito parametry, je obecně intuitivnější než v případě modelu A, neboť zde není klíčová variace geometrických aspektů litologie modelové domény, ale změna hustotních proporcí segmentu středno-spodní kůry.

První významnou korelací určuje kombinace T_{dom} a t_{char} (obr. 92). Stejně jako v případě modelu A je zde možné pozorovat pokles hodnot T_{dom} s poklesem t_{char} (způsobeno kratším časem zahřívání modelové domény). Je zcela evidentní, že s nárůstem K dochází k poklesu t_{char} , neboť je obecně dosaženo nejvyšší rychlosti exhumace výrazně dříve než u simulací s nízkým hustotním kontrastem. Je patrné, že odlehlelé hodnoty jsou tvořeny výhradně simulacemi s nejnižšími hodnotami K . To lze vysvětlit jako důsledek zpomalené počáteční fáze exhumace felzického materiálu při podobných hustotách obou vrstev - než dojde k poklesu hustoty felzické vrstvy vlivem zahřívání, které je způsobeno vlivem H . Význam vzrůstu H lze přitom sledovat v poklesu t_{char} i v nárůstu T_{dom} .

Korelace S_{dom} a t_{char} (obr. 93) představuje nárůst rychlosti deformace s poklesem t_{char} . Vyšší hodnoty K mají vliv na pokles charakteristického času a velmi



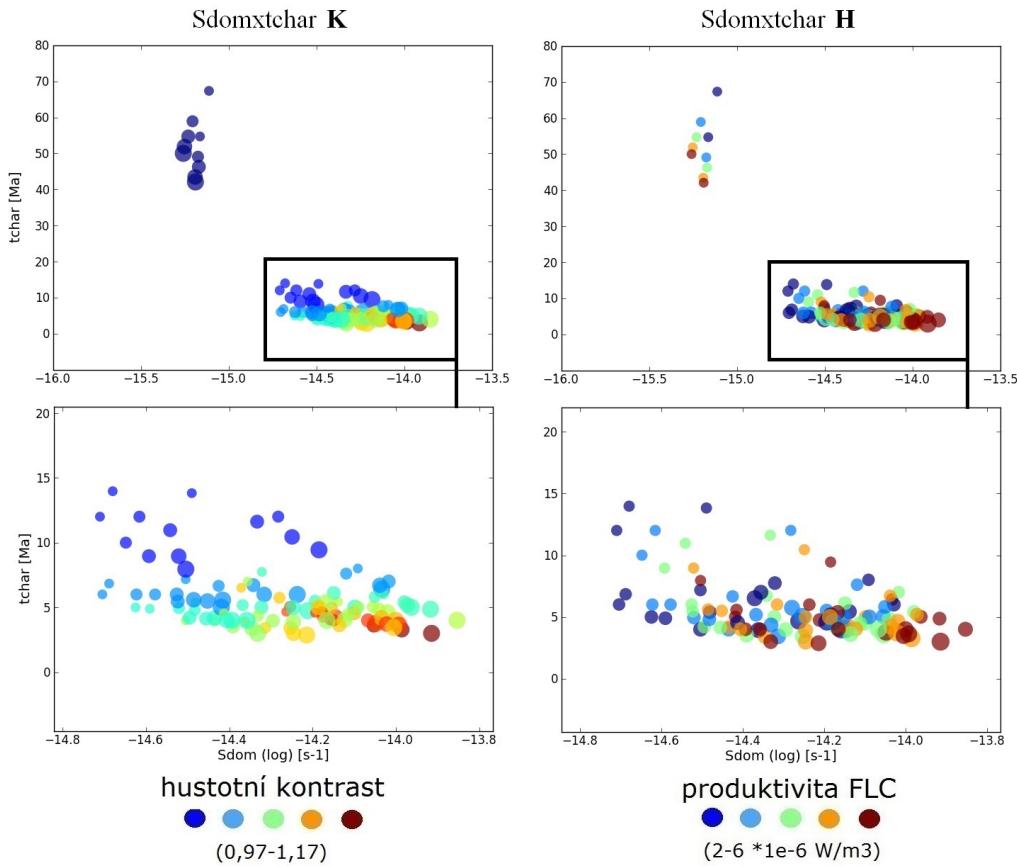
Obr. 92: Rozptylový diagram vztahu Tdom a tchar. Černé rámečky naznačují detail hlavního shluku - bez odlehlych hodnot.

významný vliv na nárůst rychlosti deformace. Podobně je možné sledovat pokles tchar a nárůst rychlosti deformace s rostoucími hodnotami H. To je způsobeno (jak bylo diskutováno dříve) větším poklesem hustoty při masivnějším zahřívání felzického materiálu což implikuje navýšení rychlosti deformace a teploty domény v čase tchar.

Dle zhodnocení vztahu Sdom a Tdom (obr. 94) je patrné, že teplota domény v tchar klesá s narůstající rychlostí deformace (nárůstem K). To lze vysvětlit jako důsledek poklesu tchar a menšího času pro zahrátí modelové domény. Vliv H vyrovnává pokles teploty, což je patrné z distribuce hodnot H, které vykazují principiálně podobný rozptyl hodnot Tdom.

Vztah dh a Sdom (obr. 95) naznačuje celkový nárůst rychlosti deformace a celkového přemístění felzického materiálu v kontextu nárůstu hodnot parametrů K a H. Nárůst dh reflektuje vyšší polohu ekvilibrace FLC a UC materiálu v důsledku nižší hustoty diapirového tělesa.

Poslední parametr subsekce korelace globálních parametrů představuje tdh, který významně koreluje se vsemi ostatními globálními parametry. Vztah tdh a



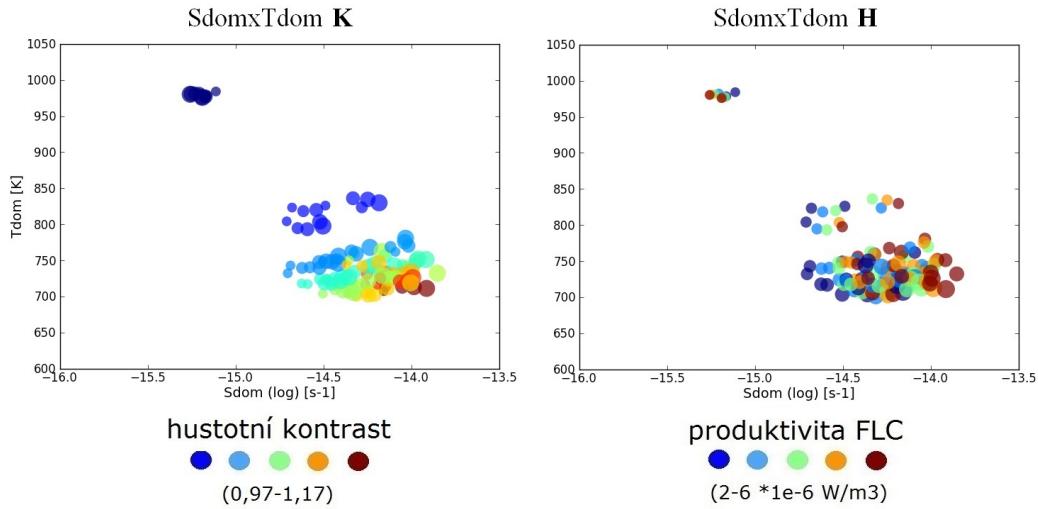
Obr. 93: Rozptylový diagram vztahu Sdom a tchar. Černé rámečky naznačují detail hlavního shluku - bez odlehlych hodnot.

tchar (obr. 96) vyjadřuje nárůst charakteristického času s rostoucími hodnotami času odpovídajícího pozici bodu rp (pokles rychlosti exhumace a ustálení FLC materiálu). Tento trend opět sleduje pokles hodnot K, neboť se zmenšujícím se hustotním rozdílem mafické a felzické vrstvy dochází k posunu hodnot tchar a zejména hodnot tdh. Vliv H je sekundární, avšak trend nárůstu hodnot tepelné produktivity přibližně doprovází pokles tchar a mírně pokles tdh.

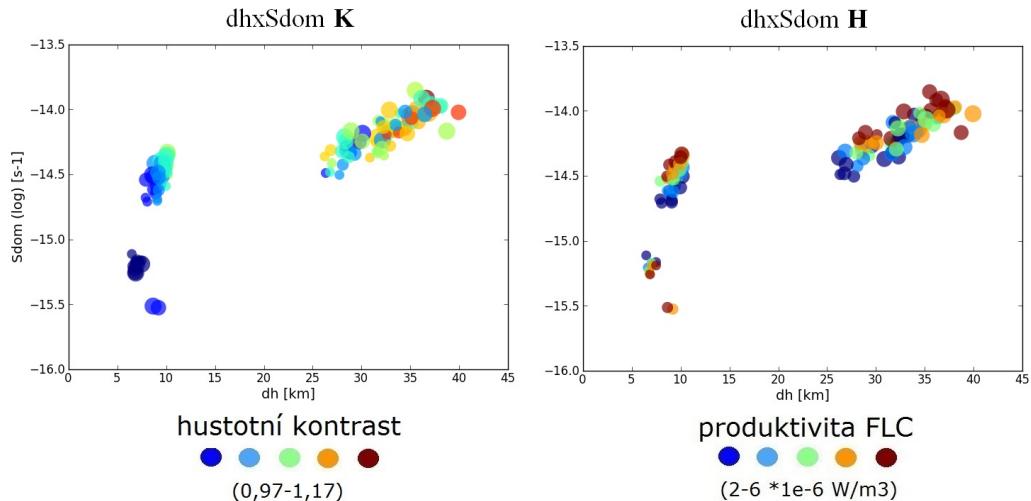
Vztah tdh a Tdom (obr. 97) naznačuje pokles teploty domény s klesající hodnotou tdh - to koresponduje s interpretací poklesu tchar, Tdom s nárůstem K. Nárůst hodnoty H je reflektován mírným poklesem Tdom i tdh, což odpovídá vlivu H na tchar.

Nárůst rychlosti deformace - a tedy pokles celkového času přemístění felzického materiálu - vyjadřuje parametry Sdom a tdh (obr. 98). Vliv parametrů K a H již nebude diskutován, neboť odpovídá generálnímu trendu, který byl diskutován již u parametrů tchar, Tdom a Sdom.

Poslední významnou korelací této subsekce je kombinace tdh a dh (obr. 99). Vztah obou parametrů lze popsat jako pokles tdh s nárůstem dh. Je patrné, že

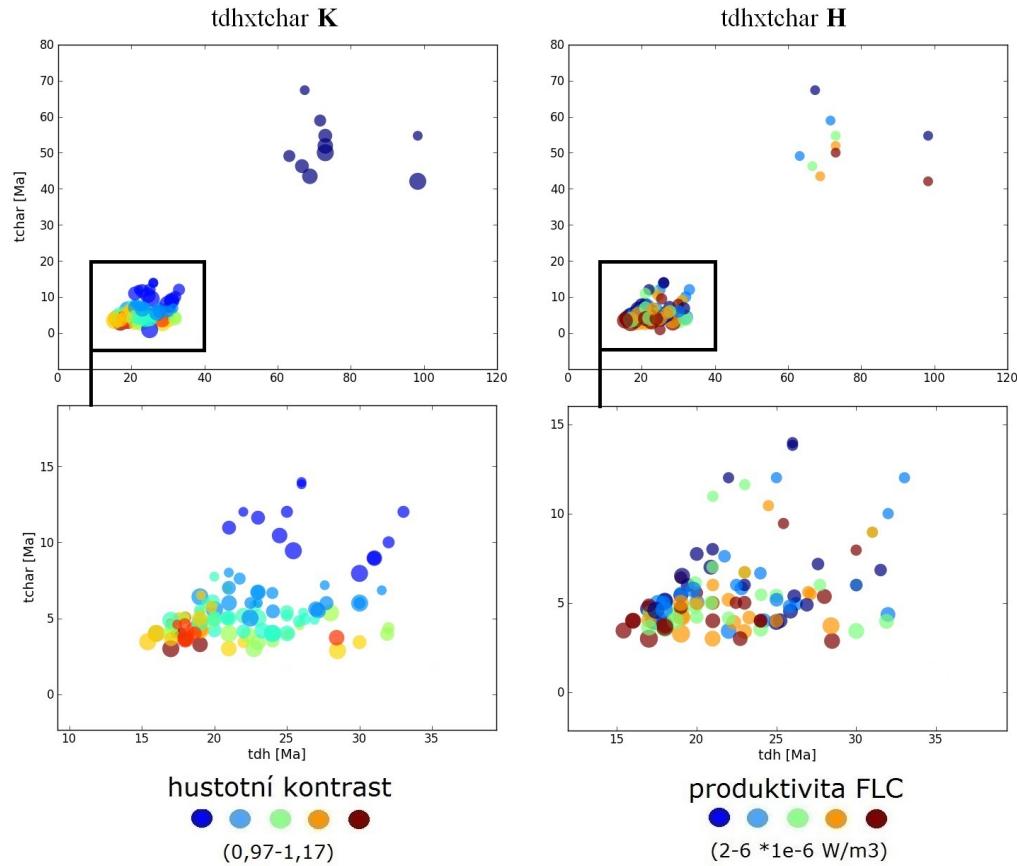


Obr. 94: Rozptylový diagram vztahu Sdom a Tdom.



Obr. 95: Rozptylový diagram vztahu dh a Sdom.

tento trend sleduje nárůst hodnot K, přičemž nárůst hodnot H je reflektován pouze poklesem tdh. Je patrné, že delší vertikální dráha felzického materiálu neovlivňuje významně parametr tdh, neboť rychlosť přemístění naruštá rychleji pro stejný úsek dráhy, ale je pouze mírně ovlivněna relativně malým nárůstem dh. Takto lze relativizovat vztah obou parametrů jako nelineární, neboť s nárůstem K roste dh proporcionalně, ale nárůst tdh je obecně vyšší.



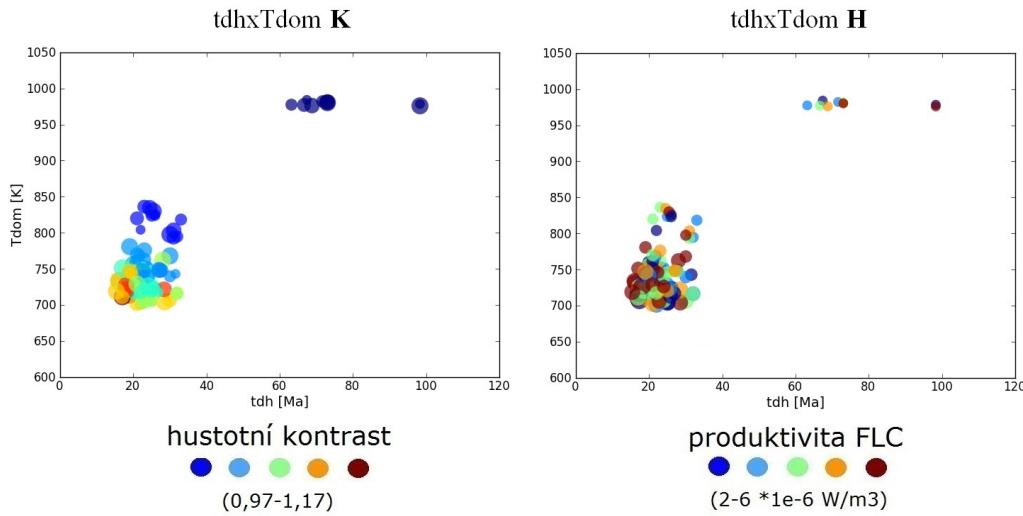
Obr. 96: Rozptylový diagram vztahu tdh a tchar. Černé rámečky naznačují detail hlavního shluku - bez odlehlých hodnot.

Subsekce korelace lokálních a globálních modelových parametrů

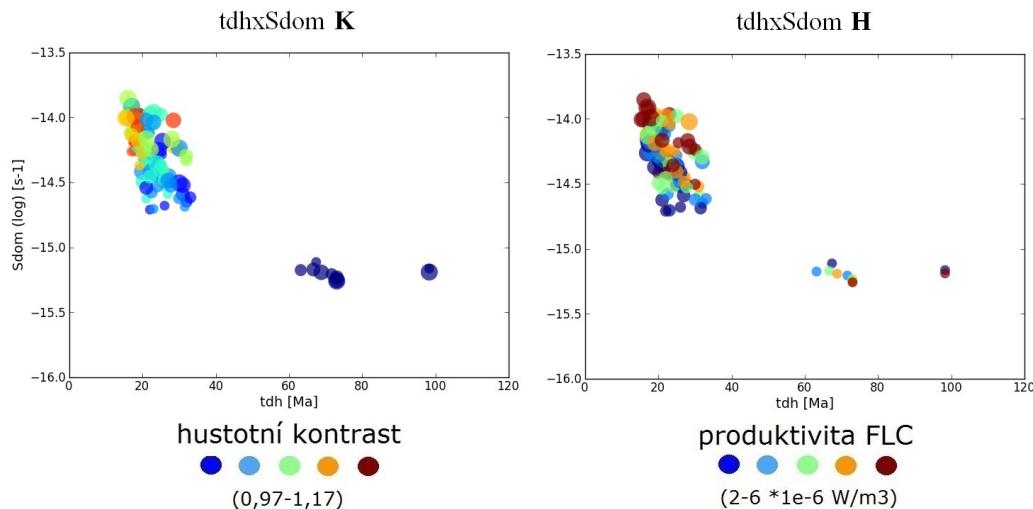
Tato subsekce se bude věnovat vztahu mezi lokálními a globálními modelovými parametry (viz obr. 70). Stejně jako v případě modelu A zde již nebudou zobrazeny jednotlivé rozptylové diagramy těchto parametrů, ale budou diskutovány vazby mezi jednotlivými parametry v kontextu předchozí diskuze.

První a nejvýznamnější korelaci lze sledovat mezi parametry tchar a MT2. Bez delšího popisu lze vyjádřit, že hodnota maximální teploty v SM8 narůstá s vyššími hodnotami tchar (simulace s větší hodnotou tchar vykazují delší časový vývoj a tedy generelně narůstá teplota domény i jednotlivých jejích partií). Parametr tchar dále významně koreluje i s parametrem tp, což reflekтуje nárůst tchar i časové pozice bodu rp a tedy delší vývoj simulace.

Korelace Tdom a MT2 přesně odpovídá nárůstu teploty segmentu materiálu a v kontextu nárůstu celkové teploty modelové domény. Vztah Tdom a tp opět vyjadřuje vyšší zahřívání modelové domény při poklesu hodnot K a tedy nárůstu tp. Generelně pak platí, že s nárůstem K a poklesem tchar dochází k poklesu Tdom a



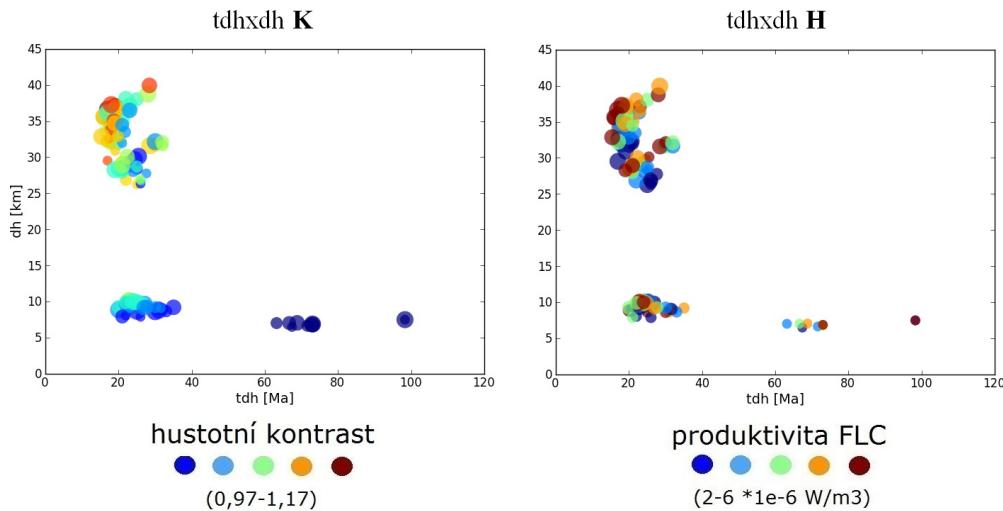
Obr. 97: Rozptylový diagram vztahu tdh a Tdom.



Obr. 98: Rozptylový diagram vztahu tdh a Sdom.

vlivem vyšší rychlosti exhumace i k poklesu Tp, neboť segment felzického materiálu je efektivněji ochlazován.

Velmi zajímavým vztahem je korelace Sdom a MT1. Zde je patrný prvotní nárůst hodnot MT1 s rostoucími hodnotami Sdom, zatímco vyšších hodnot MT1 je dosaženo při poklesu Sdom. To lze interpretovat následovně: 1) Vysoké (nikoliv nejvyšší) hodnoty Sdom a nízké hodnoty H indikují nižší rychlosť exhumace felzického materiálu než vysoké hodnoty Sdom i H. Při této kombinaci dochází k relativně stejnoměrné exhumaci felzického materiálu, která není zakončena prudkým



Obr. 99: Rozptylový diagram vztahu tdh a dh.

zpomalením. 2) Nejvyšší hodnoty Sdom reflektují prudký nástup exhumace, který je typický pro simulace s nejrychlejším transferem felzického materiálu. Takto je materiélem dosaženo vyšších poloh modelové domény relativně rychle a dochází tak k prudšímu zpomalení exhumace a tedy k následnému zahřívání. To však odpovídá delšímu trvání finálního ustálení felzického materiálu v závěru exhumace (simulace s pozvolnějším průběhem exhumace vykazují kratší trvání závěrečného vyrovnávání felzického materiálu - ekvilibrace se svrchno-korovým materiélem) - takto je materiál dodatečně více zahříván a dochází k nárůstu MT1. 3) Pro pokles hodnot Sdom a nárůst hodnot H dochází k pozvolné exhumaci, která je ovšem doprovázena rapidnějším zahříváním modelové domény a tedy segmentu felzického materiálu - dochází tedy k nárůstu hodnot MT1. Trend nárůstu Sdom a dh (viz obr. 95) lze spatřit i v korelacích Sdom a MP1. Vztah Sdom a MT2 pak dokládá, že při zrychlení exhumace felzického materiálu dochází k poklesu maximální dosažené teploty v SM8. Nárůst Sdom pak přesně odpovídá i poklesu celkového času vertikálního přemístění SM5, ačkoliv dochází k nárůstu celkové vertikální dráhy tohoto markeru. To reflektuje vztahy Sdom, tp a dtrac.

Nejvyšší počet korelací lokálních a globálních parametrů lze sledovat u parametru dh. Pokles MT1 a TP1 s nárůstem dh je zcela intuitivní a nebude dále komentován. Složitější vztah lze sledovat s parametrem MT2 - zde je patrná výrazná strukturalizace dle hodnot K a lze tedy usuzovat, že s menším přemístěním felzického materiálu dochází i k navýšení hodnot MT2. Vztah dh a dT lehce reflektuje vztah dh a MT1, nicméně je zde možné pozorovat nelineární trend (viz diskuze korelace Sdom a MT1) obou parametrů. Důsledek trendu K, Sdom a MT1 lze pozorovat i ve vztahu dh a dP, kde u simulací, které jsou typické středními a vysokými hodnotami K (Sdom), lze sledovat různé hodnoty dP při podobných hodnotách dh. Koncent-

race většiny simulací do dvou hlavních shluků koresponduje s předchozí analýzou vztahu Sdom a MT1. Značně vysoká korelace d_h a d_{trac} spočívá ve faktu, že princip obou parametrů je stejný a parametry se tak liší pouze reprezentativním bodem, ke kterému jsou vázány (marker SM5 vs těžiště FLC materiálu).

Parametry t_{dh} a MT1 představují nárůst maximální dosažené teploty v SM5 při nárůstu času t_{dh}. Podobně dochází i k navýšení hodnot parametru MP1, což reflektuje menší vertikální přemístění FLC materiálu vzhledem k jeho vyšší hustotě (menšímu K). Výraznější navýšení teploty ve spodní partii modelové domény, při zpomalení exhumace a tedy vyšších hodnotách t_{dh}, dokládá vztah s MT2. Tak je možné pozorovat souběžný nárůst t_{dh} i MT2. Vztah t_{dh} a tp představuje jednoduchý princip nárůstu času přemístění SM5 i těžiště felzického materiálu s poklesem K. Pokles d_{trac} s nárůstem t_{dh} lze opět vyhodnotit jako důsledek poklesu hodnot parametru K.

6.2.7 Kanonická korelační analýza

Kanonická korelační analýza je metodou multivariantní statistiky, která je aplikována pro stanovení závislosti mezi dvěma datovými soubory (např. Johnson and Wichern, 2007). Tato metoda kombinuje a rozšiřuje princip korelační analýzy a vícerozměrné lineární regrese. Principem metody je hledání takové lineární kombinace proměnných datového souboru A a linerání kombinace proměnných datového souboru B (kanonických proměnných), aby výsledný párový korelační koeficient obou těchto kombinací (respektive koeficientů parametrů těchto proměnných) byl maximální. Po jeho nalezení jsou pak hledány všechny zbylé lineární kombinace proměnných obou datových souborů, takové, aby párové korelační koeficienty těchto kanonických proměnných byly vzájemně nekorelované. Volba počtu aplikovaných kanonických proměnných je závislá na počtu proměnných obou datových souborů. Platí, že počet párů kanonických proměnných je roven menšímu číslu z celkového počtu proměnných v obou datových souborech.

Stručný matematický princip metody

Nyní bude stručně popsán matematický princip kanonické korelační analýzy - bez podrobných matematických úvah, které lze velmi detailně dohledat například v práci Johnsona a Wichern (2007).

Bud' matice A datový soubor, kde sloupce představují proměnné x_1, x_2, \dots, x_p a řádky odpovídají měřením v počtu n , a bud' matice B datový soubor, který má stejnou strukturu jako matice A, kde sloupce jsou proměnné y_1, y_2, \dots, y_q a počet měření odpovídá n . Pak platí, že lineární vztahy $U_1 = a_1y_1 + a_2y_2 + \dots + a_qy_q$ a $V_1 = b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_qx_q$ se nazývají kanonické korelační proměnné, pokud všechny koeficienty a a b pro n měření jsou nalezeny tak, že vyčíslené kanonické proměnné U_{1i} a V_{1i} ($i = 1, 2, \dots, n$) vykazují maximální párový korelační koeficient.

Dále platí, že obě kanonické proměnné mají aritmetický průměr roven nule a korelace mezi nimi se nazývá první kanonická korelace. Pro vyjádření korelace mezi U a V pak lze zapsat:

$$U = a' A, \quad (6.35)$$

$$V = b' B, \quad (6.36)$$

a korelací reprezentovat vztahem:

$$R(U, V) = \frac{a' \Sigma_{12} b}{\sqrt{a' \Sigma_{11} a} \sqrt{b' \Sigma_{22} b}}, \quad (6.37)$$

kde $a' \Sigma_{12} b$ je kovariance U a V , $a' \Sigma_{11} a$ je rozptyl U , $b' \Sigma_{22} b$ je rozptyl V a $R(U, V)$ představuje relaci korelace. Nyní pro první kanonický pár platí:

$$\max_{a, b} R(U, V) = \rho_1^*, \quad (6.38)$$

kde ρ_1^* je koeficient první kanonické korelace a kanonické proměnné lze vyjádřit jako:

$$U_1 = \underbrace{e_1' \Sigma_{11}^{-1/2}}_{a_1'} A \quad (6.39)$$

a

$$V_1 = \underbrace{f_1' \Sigma_{22}^{-1/2}}_{b_1'} B. \quad (6.40)$$

Pro k -tý pár kanonických proměnných ($k = 1, 2, \dots, q; pro q < p$) lze psát:

$$\max_{a, b} R(U_k, V_k) = \rho_k^*, \quad (6.41)$$

$$U_k = e_k' \Sigma_{11}^{-1/2} A, \quad (6.42)$$

$$V_k = f_k' \Sigma_{22}^{-1/2} B, \quad (6.43)$$

což platí pro $1, 2, \dots, k - 1$ lineárních kombinací, které jsou nekorelované s k -tou korelací (Johnson and Wichern, 2007).

Dále platí, že $\rho_1^{*2} \geq \rho_2^{*2} \geq \dots \geq \rho_q^{*2}$ představují vlastní čísla matice $C = \Sigma_{22}^{-1/2} \Sigma_{21} \Sigma_{11}^{-1} \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1/2}$ a e_1, e_2, \dots, e_q jsou asociovány s $q \times n$ vlastními vektory téže matice. Opačně také platí, že výše uvedená vlastní čísla jsou též q nejvyššími

vlastními čísly matice $D = \Sigma_{11}^{-1/2} \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} \Sigma_{21} \Sigma_{11}^{-1/2}$, která je asociována s $p \times n$ vlastními vektory f_1, f_2, \dots, f_p .

Pro určení vazeb mezi datovými soubory jsou analyzovány následující čtyři segmenty kanonické korelační matice:

1. R_{xx} korelace mezi proměnnými x.
2. R_{xy} korelace mezi proměnnými x a y.
3. R_{yx} korelace mezi proměnnými y a x.
4. R_{yy} korelace mezi proměnnými y.

kde čtverec každé j-té korelace lze vyjádřit jako j-té vlastní číslo matice C. Pro podrobnější analýzu je dále možné vyjádřit matice zátěží:

$$L_x = R_{xx}b, \quad (6.44)$$

$$L_y = R_{yy}a. \quad (6.45)$$

Tyto vztahy vyjadřují závislost mezi původními a kanonickými proměnnými.

Aplikace kanonické korelační analýzy na modely A a B

Při analýze modelu A a B bylo rozhodnuto, že výsledky kanonické korelační analýzy nebudou zahrnuty do této práce, neboť jejich interpretace je problematická z hlediska nesouměřitelnosti obou datových souborů. Z hlediska prvotní analýzy byly z modelu B vynechány simulace, které reprezentovaly výrazný inverzní hustotní kontrast MMC a FLC, neboť klíčové hodnoty modelových parametrů byly silně ovlivněny anomálním vývojem modelové domény při materiálové relaxaci bez budoucí exhumacní události. Neboť je kanonická korelační analýza velmi citlivá na všechny odlehle hodnoty, bylo rozhodnuto, že eliminace všech simulací modelu B, které vykazují jakoukoliv hodnotu $K < 1$, nemůže být kompenzována úpravou počtu simulací modelu A (kanonická korelační analýza požaduje, aby n bylo totožné pro všechny datové soubory.), protože taková úprava vede k velmi nevhodnému snížení počtu reprezentativních simulací obou datových souborů (Ačkoliv bylo uváženo snížení počtu simulací dle iniciální hodnoty parametru aFLC, který byl dle korelační analýzy vyhodnocen jako nejméně vyznamný iniciální parametr modelu A.).

6.3 Analýza hlavních komponent

Poslední metodou multivariantní statistiky, která byla použita pro analýzu modelu A a modelu B je analýza hlavních komponent (PCA). Tato metoda představuje

pokročilý přístup k vyšetření vazeb mezi jednotlivými proměnnými datového souboru. Obecně je aplikace PCA výhodná z hlediska efektivního zhodnocení klíčových vazeb mezi jednotlivými parametry nebo skupinami parametrů a případné redukci jejich počtu.

Při analýze datových souborů, které obsahují velké množství proměnných, je obecně těžší určit významné trendy mezi jednotlivými proměnnými - u komplexnějších fyzikálních úloh není vždy snadné interpretovat kooperaci jednotlivých parametrů fyzikálního prostoru. Obecně lze analyzovat parametrické vazby všech systémových proměnných pomocí dekompozice na závislost dvou nebo tří parametrů (proměnných), které lze interpretovat z hlediska regresní analýzy, korelační analýzy, nebo vyšetření rozptylových diagramů. Složité úlohy, které jsou charakteristické velkými počty proměnných, tvoří multidimensionální parametrický systém. Takový systém si lze představit jako n-dimensionální rozptylový diagram, který je tvořen elipsoidem hodnot jednotlivých parametrů. PCA se zabývá studiem principiálních směrů (hlavních komponent) takového elipsoidu. Tyto směry, které mohou mít fyzikální význam, vyjadřují lineární kombinací jednotlivých parametrů daného systému. Vyšetřením vztahu jednotlivých parametrů vzhledem k principiálním směrům lze odhalit skryté vazby mezi jednotlivými parametry, nebo jejich význam na evoluci celého systému, a zároveň je možné redukovat počet parametrů a snížit tak dimenzi úlohy. Postup vyjádření hlavních komponent (PC) a redukci dimenze dat lze pozorovat na obr. 100.

6.3.1 Stručný matematický princip metody

Bud' matice A datový soubor, kde sloupce představují proměnné x_1, x_2, \dots, x_p a řádky odpovídají měřením v počtu n . Pak lze vyjádřit lineární kombinaci:

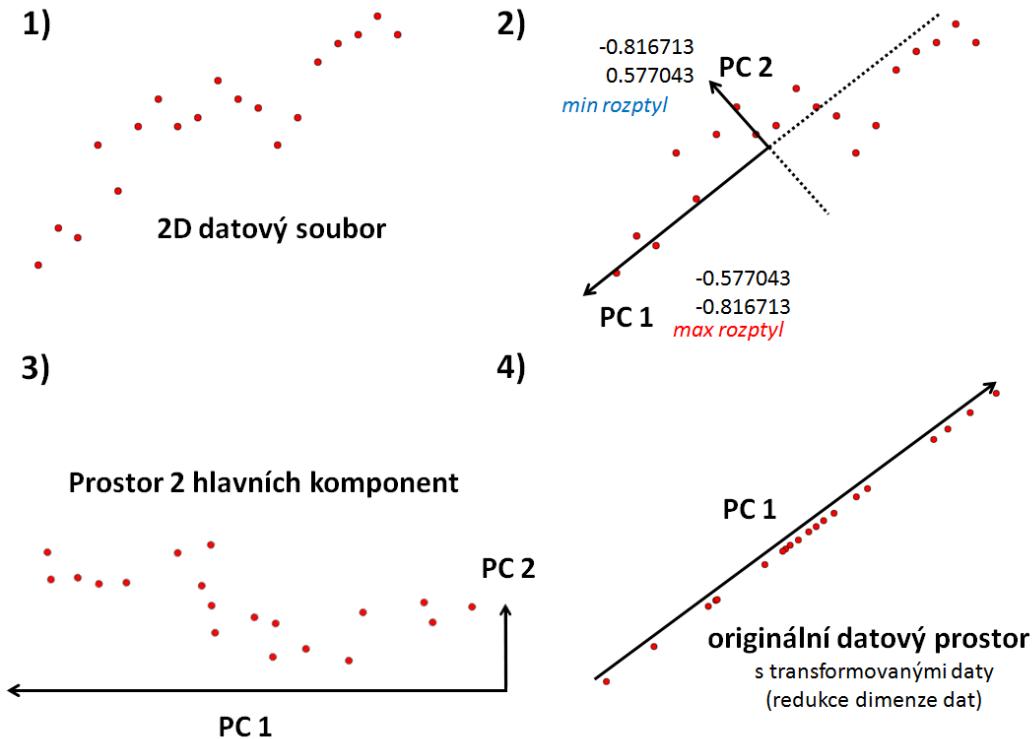
$$y_i = v_{i1}x_1 + v_{i2}x_2 + \dots + v_{ip}x_p \quad (6.46)$$

kde y_i představuje i-tou hlavní komponentu ($i = 1, 2, \dots, p$) a v_i představuje i-tý vlastní vektor kovarianční matice datového souboru A, který odpovídá příslušnému vlastnímu číslu λ_i téže matice. Platí, že maximální počet hlavních komponent, které tvoří ortogonální systém se společným počátkem, odpovídá hodnosti zdrojové matice (datového souboru).

První hlavní komponentu, která popisuje největší část variabilitu dat, lze vyjádřit takto:

$$y_1 = \sum_{j=1}^p v_{1j}x_j = v_1^T x, \quad (6.47)$$

kde $x = [x_1, x_2, \dots, x_p]$ představuje měření, které je charakterizováno parametry (proměnnými) a vektor $v_1^T = [v_{11}, v_{12}, \dots, v_{1p}]$ je vyjádřen ze vztahu:



Obr. 100: Schématický princip metody PCA. Obrázek zachycuje postup PCA dle následujících bodů: 1) sestavení matice 2D dat; 2) vyjádření hlavních komponent (PC) jako směru maximálního a minimálního rozptylu dat; 3) rotace dat do prostoru prvních dvou hlavních komponent; 4) transformace dat pomocí první hlavní komponenty (projekce originálních dat do směru PC1 a jejich rotace do originálního datového prostoru).

$$Z(y_1) = v_1^T \Sigma v_1 = \lambda_1 v_1^T v_1, \quad (6.48)$$

kde $Z(y_1)$ je maximální variabilita určená rozptylem, Σ je kovarianční matice datového souboru a λ_1 je největší vlastní číslo kovarianční matice datového souboru, které určuje magnitudu rozptylu první hlavní komponenty. Analogicky je pak možné vyjádřit všechny hlavní komponenty pomocí celého spektra vlastních čísel kovarianční matice a příslušných vlastních vektorů.

6.3.2 Komparace významu modelových parametrů modelu A

Cílem analýzy modelu A je přesné určení významu jednotlivých iniciálních parametrů (aFLC, mFLC, H). Pomocí různých grafických technik pak bude interpretován i fyzikální význam jednotlivých důležitých hlavních komponent a budou ověřeny parciální výsledky korelační analýzy. (Pozn. klíčové statistické hodnoty parametrů modelu A obsahuje tab. A - příloha A)

Tab. 2: Vlastní čísla kovarianční matice modelu A (všechny výstupní parametry).

Index	λ_i	%
1	5,0488	35,77
2	4,1542	29,44
3	2,0187	14,30
4	1,1395	8,07
5	0,5911	4,19
6	0,4504	3,19
7	0,3587	2,54
8	0,1559	1,10
9	0,0996	0,71
10	0,0398	0,28
11	0,0347	0,25
12	0,0215	0,15
13	0,0001	0,00
14	0,0000	0,00

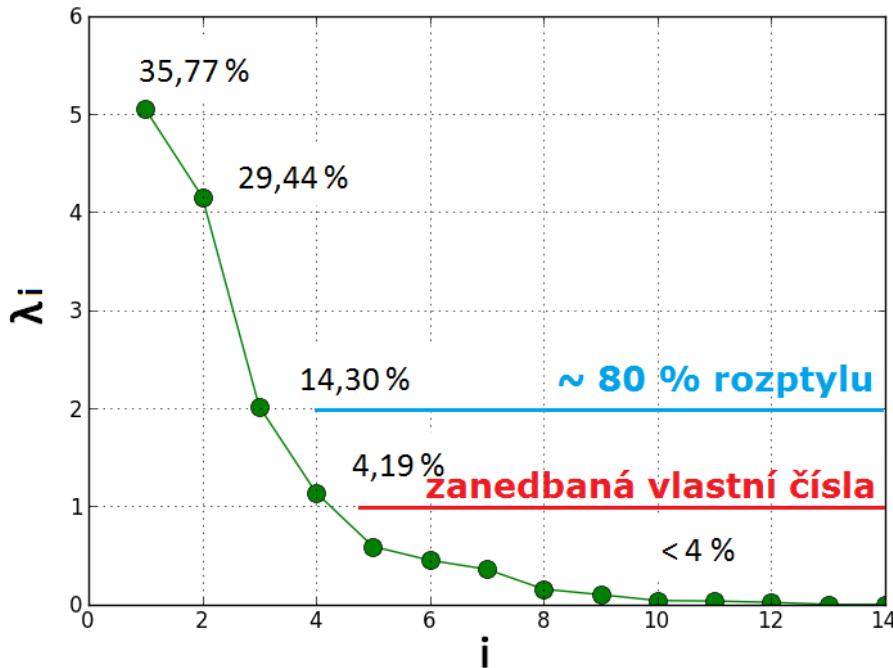
Graf úpatí vlastních čísel

Prvním krokem při sestavení modelu PCA je určení významu vlastních čísel (stanovení počtu vlastních vektorů), neboli analýza *Cattelova* indexového grafu úpatí vlastních čísel (např. Meloun a Militký, 2002). Tako jsou vybrány vhodné vlastní vektory pro transformaci dat do nového projekčního prostoru, který je použit pro interpretaci vazeb mezi daty.

Pro analýzu modelu A byla sestavena matice A1 standardizovaných dat (metoda autoškálování), ze které byly vyneschány všechny iniciální parametry. Po vypočtení vlastních čísel kovarianční matice modelu A (tab. 2) byl analyzován Cattelův graf úpatí vlastních čísel (obr. 101) a byly vybrány první 3 vlastní vektory, jejichž vlastní čísla reflektují 79,51 procent celkové variability dat. (Pozn.: Pro stanovení vhodného počtu hlavních komponent se obvykle určují taková vlastní čísla, která: 1) jsou dle Kaiserova kritéria větší nebo rovna 1; 2) tvoří ostrý pokles hodnot až po tzv. úpatí - hranici pozvolného poklesu hodnot. V případě modelu A bylo určeno kritérium, kdy nejmenší počet vybraných vlastních čísel tvoří více než 75 procent celkové variability dat.)

Analýza grafů komponentních vah

Dle výběru vhodných vlastních čísel byly pro analýzu modelu A využity první tři hlavní komponenty (tab. 3 - vlastní vektory s příslušnými vlastními čísly). Nyní bude vyšetřeno, zda-li je vhodné z celkového výběru parametrů eliminovat některé parametry.



Obr. 101: Cattelův graf úpatí vlastních čísel.

Při pohledu na obr. 102 lze analyzovat jak daný parametr přispívá do příslušné hlavní komponenty prostřednictvím velikostí koeficientů vlastního vektoru (komponentních vah) a zároveň je možné zobrazit vztah komponentních vah pro kombinaci zvolených vlastních vektorů. (Pozn.: V grafu komponentních vah je možné analyzovat vzájemný vztah jednotlivých parametrů nebo parametrických shluků. Vzdálenost objektů je úměrná jejich korelací (pokud jsou objekty blízko sebe, pak spolu korelují; pokud jsou objekty daleko od sebe, pak spolu nekorelují; pokud se mezi nimi nachází počátek, pak antikorelují a velikost antikorelace určuje podobnost vzdálenosti od středu). Velikost korelace určuje i úhel průvodiče (0 značí vysokou korelaci; 90 značí nulovou korelaci; 180 značí vysokou antikorelaci). Velikost korelace může být dána i kombinací vzdálenosti objektů a úhlu jež svírají jejich průvodiče.)

Redukce počtu parametrů modelu A

Analýza grafů komponentních vah (zátěží) silně potvrzuje výsledky korelační analýzy modelu A (lze porovnat obr. 102 a obr. 43). Z grafů vyplývá, že korelace MT1 x dT (minimální úhel průvodiče) a korelace MP1 x dtrac (totožná - opačná - vzdálenost od počátku) lze nahradit pouze jedním ze dvojice parametrů. Bylo rozhodnuto, že pro další analýzu budou vynechány parametry dT a dtrac. (Pozn.: Obecně je možné vynechat z analýzy všechny parametry, jejichž vzdálenost od počátku je zanedbatelná. V případě modelu A nebyl eliminován žádný parametr

Tab. 3: Vybraná vlastní čísla (červeně) a vektory kovarianční matice modelu A (všechny výstupní parametry).

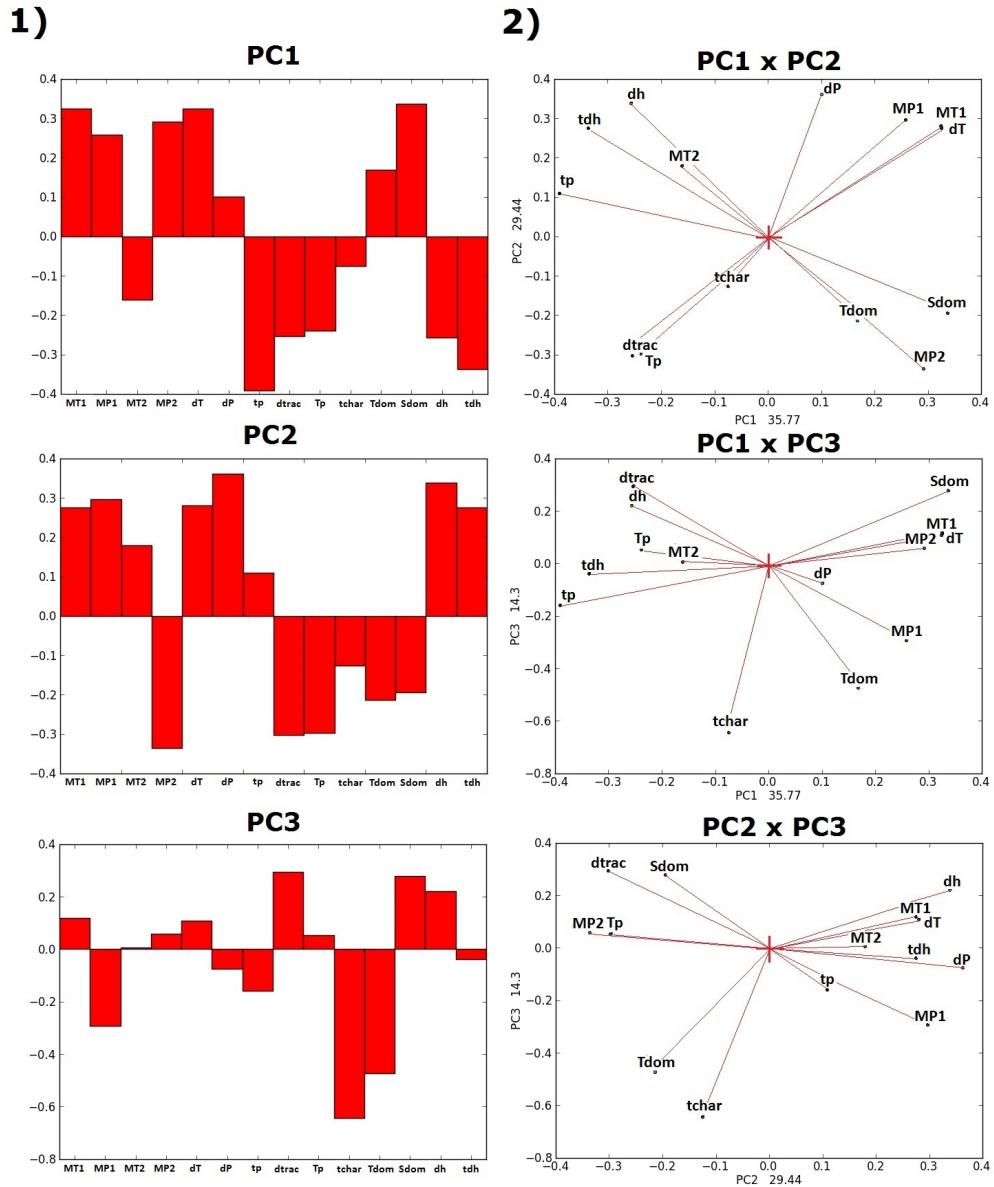
A1	Parametr	λ_1 (PC1)	λ_2 (PC2)	λ_3 (PC3)
		5,0488	4,1542	2,0187
1	MT1	0,3252	0,2754	0,1188
2	MP1	0,2577	0,2973	-0,2925
3	MT2	-0,1616	0,1790	0,0061
4	MP2	0,2913	-0,3365	0,0599
5	dT	0,3238	0,2806	0,1080
6	dP	0,1010	0,3620	-0,0745
7	tp	-0,3908	0,1090	-0,1577
8	dtrac	-0,2541	-0,3019	0,2935
9	Tp	-0,2389	-0,2976	0,0538
10	tchar	-0,0752	-0,1254	-0,6440
11	Tdom	0,1682	-0,2136	-0,4724
12	Sdom	0,3373	-0,1950	0,2784
13	tdh	-0,2571	0,3379	0,2208
14	dh	-0,3370	0,2750	-0,0372

na základě takového vyhodnocení, pouze na základě vzájemné zástupnosti parametrů.)

Nová analýza modelu A

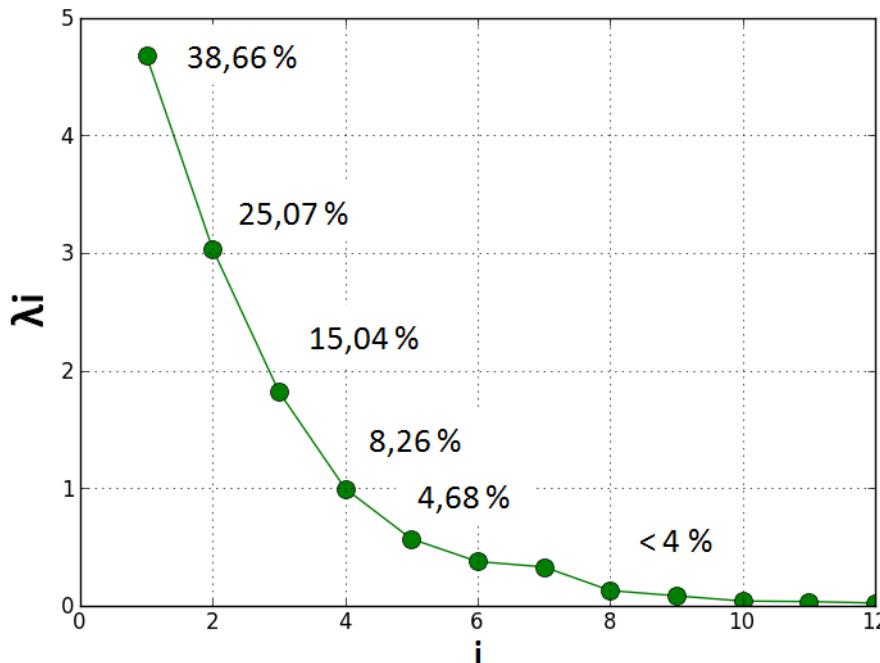
Dle předchozí analýzy byla provedena redukce parametrů a sestavena nová matici standardizovaných dat (matice A2). Jako první byl opět analyzován Cattelův graf úpatí vlastních čísel (obr. 103). Parametry vlastních čísel shrnuje tab. 4. Dle přechozího kritéria byla vybrána první tři vlastní čísla (pokrývající 78,77 procent variability - rozptylu - dat), reprezentující klíčové vlastní vektory zvolené pro výpočet příslušných hlavních komponent.

Po výběru vhodného počtu hlavních komponent (nové vlastní vektory obsahuje tab. 5) byly sestaveny a analyzovány nové grafy komponentních vah (obr. 104). Korelace, které vyjadřují tyto grafy jsou opět ve shodě s korelační maticí modelu A (viz tab. B a obr. 43). Prostor PC1 a PC2 vysvětluje, dle distribuce jednotlivých parametrů, největší část rozptylu původního parametrického prostoru (Pro případ 12 proměnných se jedná o 12-rozměrný prostor.) a diagram PC1 x PC2 je tedy nejdůležitějším diagramem ze všech rozptylových grafů. Analýzou tohoto diagramu bylo odhaleno, že největší podobnost parametrů je koncentrována ve třech hlavních parametrických shlucích. První skupinou jsou parametry Tdom, MP2 a Sdom. Druhá skupina, která vykazuje antikorelaci s předchozí skupinou je tvořena parametry tp, dh, tdh a částečně MT2. Třetí skupina obsahuje parametry MT1, MP1 a dP. Poslední skupina je tvořena parametry tchar a Tp, které jsou v antikorelaci



Obr. 102: Komponentní váhy modelu A (pro všechny parametry). *Sloupec 1)* obsahuje grafy, které vyjadřují váhy jednotlivých koeficientů příslušného vlastního vektoru dané hlavní komponenty. *Sloupec 2)* obsahuje grafy komponentních zátěží pro kombinace zvolených vlastních vektorů.

s parametry třetí skupiny. Jednotlivé vazby parametrů nebudou dále diskutovány, neboť za tímto účelem již byla zevrubně analyzována korelační matici modelu A. Důležitým aspektem je distribuce skupin ve směrech PC1 a PC2. Lze si povšimnout, že parametry, které jsou distribuovány ve směru PC1 představují převážně parametry první a druhé skupiny s poměrově větším zastoupením globálních modelových parametrů. Takto lze nyní přiřadit fyzikální význam první hlavní komponentě. PC1



Obr. 103: Cattelův graf úpatí vlastních čísel.

modelu A může označovat *celkovou dynamiku systému*. Při analýze distribuce a parametrickém složení třetí a čtvrté skupiny (převážně složených z lokálních modelových parametrů) bylo stanoveno, že PC2 bude reprezentovat *P-T rozptyl*. Význam PC3 nebyl přiřazen.

Analýza rozptylového diagramu komponentního skóre

Po přiřazení fyzikálního významu nejdůležitějším hlavním komponentám je nyní možné analyzovat graf komponentního skóre a vyšetřit tak přesný význam jednotlivých iniciálních parametrů na celkový vývoj modelu A. Neboť se nepodařilo přiřadit význam třetí hlavní komponentě, budou analyzovány pouze grafy prostoru PC1 a PC2. (Pozn.: Komponentní skóre vyjadřuje distribuci simulací s odlišnými vlastnostmi vývoje v prostoru vybraných hlavních komponent.)

Při analýze grafu komponentního skóre budou vyšetřeny:

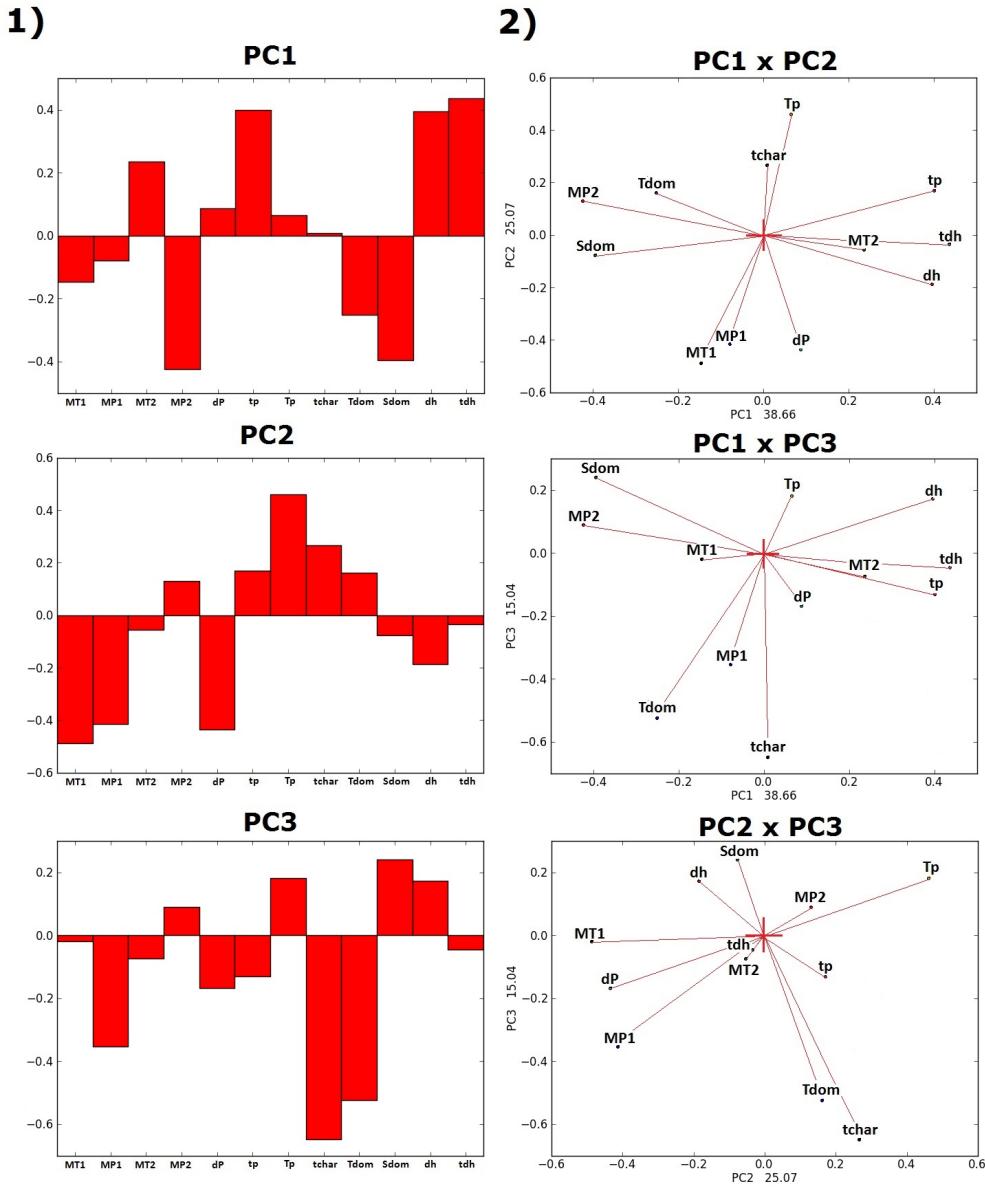
- poloha simulací - vzdálenost simulací od počátku je nepřímo úměrná jejich typičnosti.
- podobnosti simulací - vzájemná vzdálenost simulací je nepřímo úměrná jejich podobnosti.
- poloha shluků - kombinuje předchozí body pro shluk simulací.

Tab. 4: Vlastní čísla kovarianční matice modelu A (redukované výstupní parametry).

Index	λ_i	%
1	4,6761	38,66
2	3,0330	25,07
3	1,8193	15,04
4	0,9954	8,26
5	0,5665	4,68
6	0,3742	3,09
7	0,3285	2,72
8	0,1279	1,06
9	0,0826	0,68
10	0,0382	0,32
11	0,0338	0,28
12	0,0213	0,18

Tab. 5: Vybraná vlastní čísla (červeně) a vektory kovarianční matice modelu A (redukované výstupní parametry).

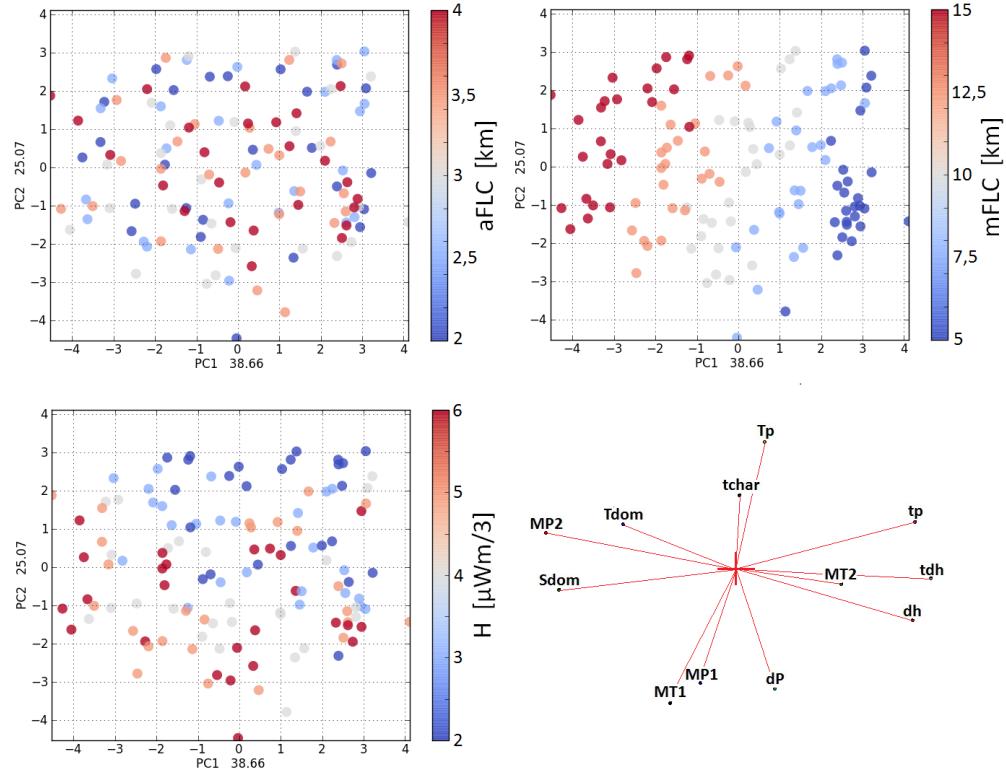
A2	Parametr	λ_1 (PC1)	λ_2 (PC2)	λ_3 (PC3)
		4,6761	3,0330	1,8193
1	MT1	-0,1474	-0,4887	-0,0202
2	MP1	-0,0788	-0,4146	-0,3525
3	MT2	0,2354	-0,0545	-0,0740
4	MP2	-0,4244	0,1304	0,0900
5	dT	X	X	X
6	dP	0,0869	-0,4363	-0,1674
7	tp	0,3993	0,1697	-0,1297
8	dtrac	X	X	X
9	Tp	0,0649	0,4601	0,1810
10	tchar	0,0086	0,2658	-0,6490
11	Tdom	-0,2508	0,1613	-0,5227
12	Sdom	-0,3959	-0,0767	0,2403
13	tdh	0,3951	-0,1865	0,1734
14	dh	0,4354	-0,0339	-0,0447



Obr. 104: Komponentní váhy modelu A (pro redukované parametry). Sloupec 1) obsahuje grafy, které vyjadřují váhy jednotlivých koeficientů příslušného vlastního vektoru dané hlavní komponenty. Sloupec 2) obsahuje grafy komponentních zátěží pro kombinace zvolených vlastních vektorů.

- odlehlé simulace - představují anomální chování simulací.

Analýza komponentního skóre (obr. 105) potvrdila, že nejvýznamnější parametr modelu A je mFLC, neboli mocnost felzické spodní kůry. To dokazuje distribuce hodnot mFLC podél hlavní komponenty, neboli změna dynamiky systému v závislosti na hodnotě mFLC. Distribuce podél PC2 dokazuje, že největší rozptyl



Obr. 105: Grafy komponentního skóre modelu A (pro redukované parametry). Na obrázku jsou tři grafy komponentního skóre pro vyšetření vztahu iniciálních parametrů a obou zvolených hlavních komponent (prostřednictvím distribuce simulací). (Schématické znázornění vztahu jednotlivých parametrů a hlavních komponent je uprostřed dole.)

P-T hodnot nabývají simulace se středními hodnotami mFLC, což reflektuje malá změna hodnot P-T parametrů při extrémech mocnosti FLC. To lze interpretovat tak, že pro nízké hodnoty mocnosti FLC sleduje felický materiál podobnou dráhu pro všechny hodnoty ostatních parametrů, k největším variacím dochází pro kombinaci všech hodnot aFLC a H a středních hodnot mFLC, a opět simulace s nejvyššími hodnotami mFLC vykazují nejmenší rozptyl. Ten je u simulací s nejvyšší mocností způsoben menším vertikálním přesunem materiálu a větší rychlostí exhumace. Je patrné, že pro vzrůstající mocnost bude systém atraktovat k nejmenšímu rozptylu P-T hodnot, neboť při maximální mocnosti (felický materiál vyplňuje celou modelovou doménu) nebude docházet k výměně materiálu a dynamika systému bude nulová. Takto lze tvrdit, že existuje bod maximální dynamiky systému pro vyšší mocnost FLC (v závislosti na rychlejší vnitřní dynamice diapirového tělesa je vyšší parametr Sdom), ale obecně dynamika klesá s nárůstem mFLC a pro maximální hodnoty mFLC je atraktorem nulová dynamika systému. (Pozn.: Pro potvrzení této hypotézy je nutné rozšířit pole simulací o další hodnoty mFLC.)

Druhý největší význam lze spatřit v parametru H - radiogenní tepelné produktivitě felzické vrstvy. Distribuce hodnot naznačuje, že vliv H na variaci P-T parametrů je relativně menší, stejně jako zanedbatelný vliv na celkovou dynamiku systému (pouze v porovnání s mocností FLC). Lze pozorovat mírný nárůst dynamiky systému s nárůstem H a zároveň pokles rozptylu P-T hodnot, což znamená mírné potlačení vlivu mocnosti a amplifikace FLC na variace hodnot lokálních parametrů.

Nejmenší význam je možné přisoudit parametru aFLC. Graf komponetního skóre pro aFLC dokazuje nejmenší význam tohoto parametru, neboť zde nedochází k významné změně v rozptylu simulací pro jednotlivé hodnoty aFLC a simulace tak nevykazují žádnou strukturalizaci v prostoru obou hlavních komponent.

6.3.3 Komparace významu modelových parametrů modelu B

Cílem analýzy modelu B je - stejně jako v případě modelu A - přesné určení významu jednotlivých iniciálních parametrů (dMMC, dFLC, K, H). Při sestavení PCA modelu byla tentokrát rovnou provedena redukce parametrů (z analýzy byly vynechány parametry dT a dtrac). Stejně jako v případě modelu A bude interpretován fyzikální význam jednotlivých významných hlavních komponent a budou ověřeny parciální výsledky korelační analýzy. (Pozn. klíčové statistické hodnoty parametrů modelu B obsahuje tab. A - příloha A)

Graf úpatí vlastních čísel

Pro analýzu modelu B byla sestavena matice B standardizovaných dat (metoda autoškálování), ze které byly vynechány všechny iniciální parametry (a parametry dT a dtrac). Po vypočtení vlastních čísel kovarianční matice modelu A (tab. 6) byl analyzován Cattelův graf úpatí vlastních čísel (obr. 106) a byly vybrány první 3 vlastní vektory, jejichž vlastní čísla reflektují 87,40 procent celkové variability dat.

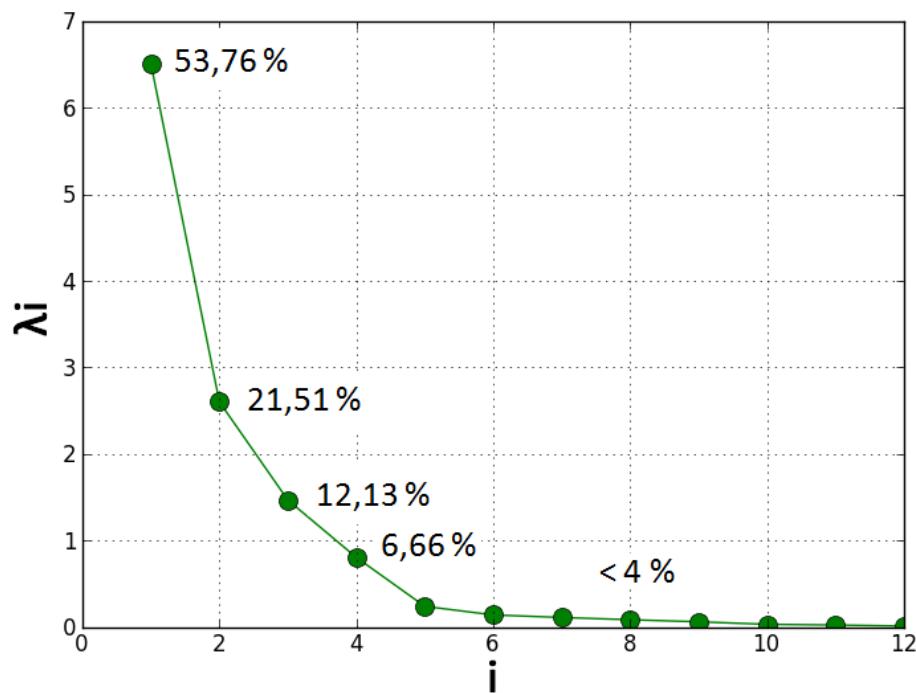
Analýza grafů komponentních vah

Dle výběru vhodných vlastních čísel byly pro analýzu modelu B využity první tři hlavní komponenty (tab. 7 - vlastní vektory s příslušnými vlastními čísly). Podobně jako v případě modelu A bylo vyšetřeno, zda-li je vhodné z celkového výběru parametrů eliminovat některé parametry. Bylo rozhodnuto, že budou eliminovány parametry dT a dtrac (Předběžná analýza již nebude detailně rozepisována.), stejně jako v případě modelu A.

Při pohledu na obr. 107 lze potvrdit výsledky korelační analýzy modelu B (viz obr. 70 a tab. B - příloha A). Je patrné, že graf komponentních vah (PC1 x PC2) obsahuje čtyři významné skupiny korelací. První skupinu reprezentují parametry Tdom a tchar, druhá skupina obsahuje parametry MT2, tp a tdh. Obě skupiny jsou si blízké, ale nevykazují nejsilnější korelací. Třetí skupina obsahuje parametry MT1

Tab. 6: Vlastní čísla kovarianční matice modelu B.

Index	λ_i	%
1	6,5055	53,76
2	2,6025	21,51
3	1,4682	12,13
4	0,8063	6,66
5	0,2414	2,00
6	0,1421	1,17
7	0,1126	0,93
8	0,0867	0,72
9	0,0626	0,52
10	0,0337	0,28
11	0,0256	0,21
12	0,0137	0,11

**Obr.** 106: Cattelův graf úpatí vlastních čísel.

a MP1 a je v silné antikorelaci s poslední skupinou, která je tvořena parametry dh a Sdom.

Význam hlavních komponent byl stanoven ve shodě s modelem A, kde PC1

Tab. 7: Vybraná vlastní čísla (červeně) a vektory kovarianční matice modelu B.

B	Parametr	λ_1 (PC1)	λ_2 (PC2)	λ_3 (PC3)
		6,5055	2,6025	1,4682
1	MT1	-0,2831	-0,2037	0,2959
2	MP1	-0,3237	-0,2496	0,2998
3	MT2	-0,3782	0,1116	-0,1163
4	MP2	-0,0188	0,5307	0,3571
x	dT	X	X	X
5	dP	0,1921	0,2121	-0,1624
6	tp	-0,3044	0,0327	-0,4803
x	dtrac	X	X	X
7	Tp	0,0926	-0,4764	-0,4294
8	tchar	-0,3178	0,3134	-0,2017
9	Tdom	-0,2804	0,3910	-0,1531
10	Sdom	0,3483	0,1918	-0,0228
11	tdh	0,3187	0,2026	-0,3528
12	dh	-0,3618	-0,0134	-0,2256

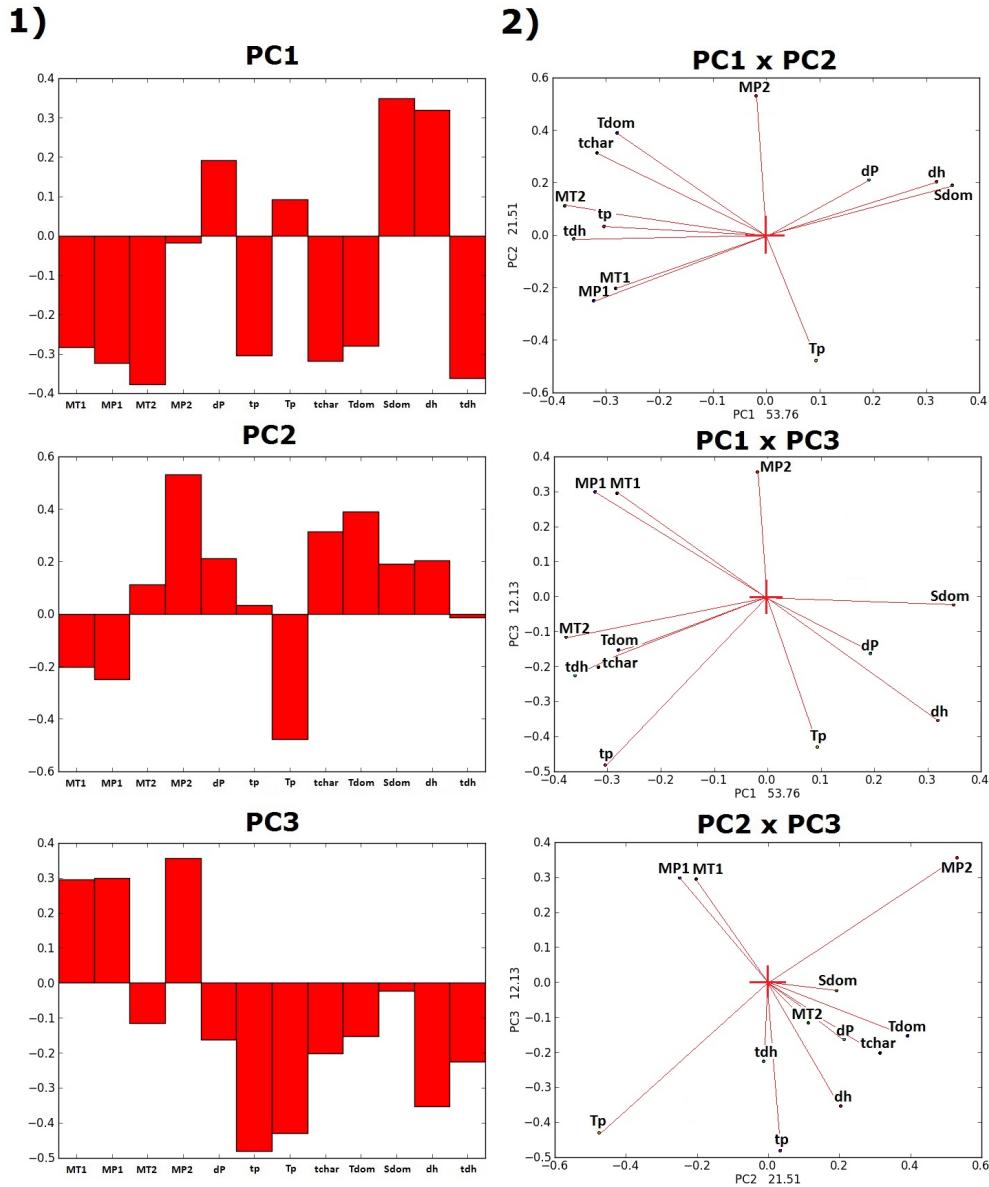
reprezentuje celkovou dynamiku systému a PC2 P-T rozptyl. Je patrné, že vzájemný vztah distribuce skupin parametrů je odlišný od modelu A, ale charakter parametrů a jejich distribuce může opět posloužit této interpretaci.

Analýza rozptylového diagramu komponentního skóre

Na základě analýzy grafu komponetních vah byly vybrány PC1 a PC2 pro sestavení grafu komponentního skóre. Samotná analýza komponentního skóre v prostoru PC1 a PC2 (obr. 108) odhalila významné trendy v distribuci jednotlivých simulací dle hodnot iniciálních parametrů.

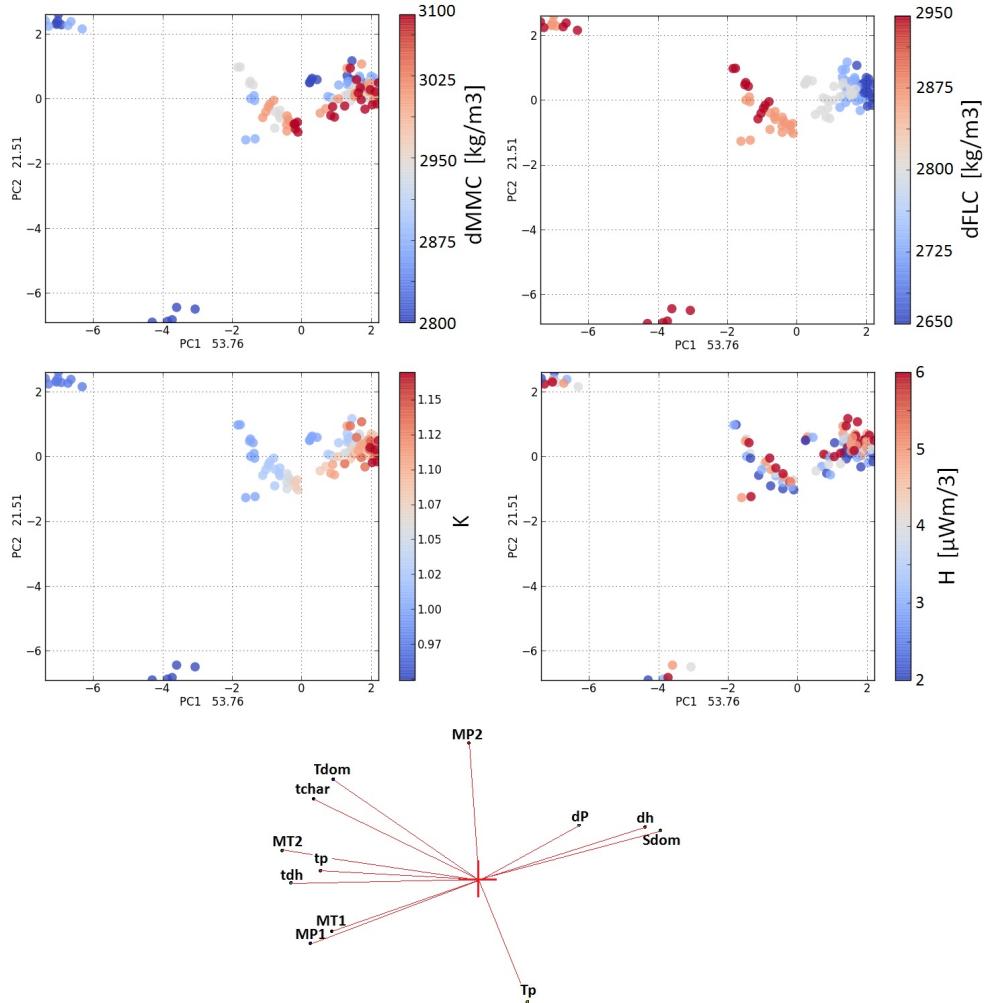
Tak jak bylo naznačeno již v korelační analýze modelu B, nejvýznamnějším iniciálním parametrem tohoto modelu je parametr dFLC. Je patrné, že distribuce jednotlivých simulací dle směru PC1 je přísně organizována dle hodnot tohoto parametru. Dle zhodnocení vztahu dFLC a PC1 je patrné, že dochází ke změně celkové dynamiky systému s variací dFLC (Dochází k nárůstu celkové dynamiky s poklesem hustoty felzické vrstvy). Distribuce simulací dle PC2 pak odpovídá mírnému navýšení rozptylu hodnot P-T parametrů pro klesající hodnoty dFLC, což lze vysvětlit vlivem variace H na hustotu felzické vrstvy.

Druhý nejvýznamnější parametr představuje parametr dMMC, jehož vztah k dynamice systému je přesně opačný než vztah dFLC. Tento inverzní vliv je způsoben faktem, že nejrychlejší exhumace spodnokorového materiálu je podmíněna nejvyšším hustotním kontrastem obou vrstev, čehož je dosaženo nejvyšší hustotou MMC a nejnižší hustotou FLC. Nepatrná diference obou inverzních trendů je způsobena vlivem H, který se liší u MMC a FLC.



Obr. 107: Komponentní váhy modelu B. Sloupec 1) obsahuje grafy, které vyjadřují váhy jednotlivých koeficientů příslušného vlastního vektoru dané hlavní komponenty. Sloupec 2) obsahuje grafy komponentních zátěží pro kombinace zvolených vlastních vektorů.

V předchozím odstavci diskutovaný trend variace hustoty na dynamiku systému lze nejlépe doložit parametrem K, který reprezentuje hustotní kontrast mafické a felzické vrstvy. Je zcela evidentní, že parametr K reflektuje celkový nárůst dynamiky systému s nárůstem hustotního poměru obou vrstev, a to při zachování podobného trendu vzhledem k rozptylu P-T podmínek. Nyní je také možné potvrdit, že všechny odlehlé hodnoty rozptylového diagramu jsou výhradně tvořeny simulacemi s inverzním hustotním kontrastem.



Obr. 108: Grafy komponentního skóre modelu B. Na obrázku jsou tři grafy komponentního skóre pro vyšetření vztahu iniciálních parametrů a obou zvolených hlavních komponent (prostřednictvím distribuce simulací). (Schématické znázornění vztahu jednotlivých parametrů a hlavních komponent je uprostřed dole.)

Nejmenší význam pro dynamiku systému má parametr H. Je zcela patrné, že nárůst hodnot H jen mírně reflekтуje nárůst dynamiky systému. Parametr H také potvrzuje svůj vliv na změnu rozptylu P-T hodnot, která mírně narůstá se zvyšující se hodnotou H. Tento trend potvrzuje předchozí závěry o kombinaci vlivu H a dFLC. Takto při fixní hodnotě dFLC a proměnné produktivitě dochází k menšímu rozptylu P-T hodnot než při proměnné hodnotě obou parametrů.

Neboť význam třetí hlavní komponenty nebyl zcela odhalen, nebudou dále diskutovány grafy komponentního skóre v kontextu této hlavní komponenty.

6.4 Shrnutí výsledků korelační a PCA analýzy

Protože diskuze parciálních výsledků korelační a PCA analýzy byla nezbytně již součástí těchto podkapitol, budou následně pouze shrnutы hlavní závěry statistických analýz modelu A a B.

- Ve většině simulací obou modelů je velmi podobný vývoj diapirové struktury, který zahrnuje následující fáze:
 1. iniciální prudké zahřívání felzického materiálu
 2. iniciální redistribuci a akumulaci felzického materiálu v oblasti materiálové perturbace
 3. zrychlenou exhumaci a propagaci fezického materiálu do vyšších partií modelové domény
 4. zpomalení exhumace a následnou relaminaci felzického materiálu v místě hustotní ekvilibrace

V simulacích s nízkým nebo inverzním hustotním kontrastem dochází k materiálové relaxaci na bázi korové subdomény a vyrovnání původních materiálových perturbací.

- Model A představuje obecně složitější evoluční systém, neboť variace mocnosti felzické spodní kúry implikuje různé proporce konvekčních cel při materiálové exhumaci. To je důvodem pro zcela odlišné dráhy jednotlivých markerů felzického tělesa oproti modelu B, kde nedocházelo k takto významným variacím. Takto jsou silně ovlivněny P-T podmínky v různých partiích diapirové struktury. V odpověď na rostoucí mocnost felzické vrstvy dochází k brzké relaminaci felzického materiálu, poklesu polohy ustálení tohoto materiálu a případnému vzniku většího množství parazitických diapirových struktur. Parametr mocnosti felzické vrstvy se ukázal jako nejvýznamnější iniciální parametr modelu A. Nutno je přihlédnout k faktu, že změna mocnosti felzické vrstvy ovlivňuje i mocnost mafické vrstvy a je tedy vhodnější hovořit spíše o parametru rozhraní obou vrstev.
- Radiogenní tepelná produktivita představuje druhý nejvýznamnější parametr modelu A, který ovlivňuje zejména lokální parametry, které jsou vázány na P-T podmínky v jednotlivých partiích diapirového tělesa a mezidiapirové oblasti. Korelační i PCA analýza odhalily souhru vlivu radiogenní tepelné produktivity a mocnosti felzické vrstvy na celkovou dynamiku systému a výraznější vliv produktivity na rozptyl hodnot lokálních parametrů.
- Nejméně významnou se ukázala amplifikace undulace felzické spodní kúry. Tento parametr má mírný vliv na rychlosť exhumace felzického materiálu v prvních stádiích simulace, ale následně je potlačován radiogenní tepelnou

produktivitou a zejména mocností felzické vrstvy. (Pozn.: Pro další studium významu tohoto parametru je vhodné porovnání vlivu změny amplitudy i vlnové délky Rayleigh-Taylorovy gravitační nestability, avšak v této práci taková analýza již nebude rozvedena.)

- Korelační i PCA analýza odhalily přímou závislost mezi rychlosí exhumace lokální partie felzického materiálu, celého diapirového tělesa a jejich přímo úměrný vztah k celkové míře rychlosti deformace v modelovém systému a nepřímo úměrný vztah k celkové době trvání přemístění felzického materiálu.
- Obecně bylo zjištěno, že pro studium celkového vývoje systému je lepší použít globální modelové parametry, neboť jejich podstata není spjata s dráhou jednotlivých markerů, která může být ovlivněna variací geometrických aspektů modelové domény. Nicméně, při vědomí této zátěže hodnot a významu lokálních modelových parametrů lze studovat právě anomální chování segmentu materiálu, které jinak nelze postihnout. Takto byla například kalibrována pozice speciálních markerů obou modelů tak, aby nedocházelo k dichotomii jejich dráhy a zkreslování výsledků. Zároveň lokální modelové parametry přispěly k objasnění vnitřní dynamiky diapirového tělesa.
- Vnitřní dynamika diapirového tělesa je silně závislá na geometrických aspektech a materiálovém složení felzické vrstvy, což bylo zjištěno analýzou modelu A i B. Variace hustot spodní a střední kůry však implikuje pouze rozdílnou rychlosí exhumace, přičemž nedochází k významným variacím tvaru konvekčních cel. Je pravděpodobné, že (mimo jiné) zásadní vliv na variaci tvaru diapirové struktury má množství felzického materiálu, neboť odpor prostředí nadložních vrstev může ovlivňovat nástup brzké relaminace v závislosti na tvaru a velikosti povrchu vznikajícího diapiru. Jak prokázala PCA analýza, radiogenní tepelná produktivita felzické spodní kůry přispívá ke zrychlení dynamiky modelu, přičemž dochází k poklesu viskozity i hustoty felzického materiálu. Fenomén zpětného poklesu markeru do hlubších partií diapirové struktury (viz korelační analýza modelu A - subsekce lokálních modelových parametrů) lze pozorovat i v práci Lexy et al. (2011).
- Jako nejvýznamnější parametr, který ovlivňuje rychlosí exhumace a polohu ustálení felzického materiálu, se ukázal parametr hustotního kontrastu mafické a felzické vrstvy (K) - jakožto kombinace originálních parametrů hustot obou vrstev. Bylo zjištěno, že s narůstajícím hustotním kontrastem (menší hustota felzické a vyšší hustota mafické vrstvy) dochází ke zrychlení exhumace felzického materiálu a zároveň, při poklesu hustoty felzické spodní kůry, k propagaci materiálu do vyšších partií korové domény.

7 Závěry a perspektivy

Tato práce se zabývala kombinací numerického modelování termálního a materiálového transferu při procesu korového diapirizmu a aplikací multivariantních statistických metod při analýze výsledných modelů. Bylo zjištěno, že takový přístup je velmi vhodný pro komparativní studie multidimenzionálního parametrického prostoru, jejichž význam spočívá v dešifrování vazeb mezi jednotlivými parametry a stanovení nejdůležitějších evolučních faktorů. Kombinací aplikace korelační a PCA analýzy bylo dosaženo stejných výsledků, a lze tedy dojít k závěru, že pro určení významu jednotlivých parametrů modelového systému je výhodné aplikovat PCA analýzu, neboť její přístup je obecně efektivnější. Pro určení přesných vazeb mezi více parametrickými kombinacemi lze efektivně použít i analýzu rozptylových diagramů, což je zejména vhodný přístup k modelům s menším počtem variačních (iniciálních) parametrů a celkového množství simulací. Velmi výhodným nástrojem pro porovnání odlišných modelů může být metoda kanonické korelační analýzy. Nicméně, nevýhodou této metody je vysoká citlivost na počet simulací a je tedy nezbytně nutné uvážit rozsah parametrického prostoru již při počáteční formulaci daného problému - neboť, po odstranění nevhodných hodnot některých parametrů, může docházet k neshodě v počtu simulací.

V následujícím přehledu budou uvedeny důležité myšlenky a problémy, které jsou spjaty s prezentovanou problematikou a mohou být tématem dalších studií:

- *Numerický aspekt termo-mechanického modelování* - naprosto nezbytné pro posouzení významu numerických simulací je přihlédnutí k faktu, že numerická matematika je pouze approximativním obrazem komplexnějšího analytického přístupu k deskripcí fyzikálních procesů. Limity numerického modelování spočívají především v přesnosti takového přístupu (Pro studium detailních geometrických aspektů transferu materiálu je nutné použít numerickou síť s větším rozlišením, což redukuje numerickou difúzi, zpřesňuje pohyb materiálu zejména při vrstevních rozhraních, ale je vyváženo vysokou výpočetní dobou.).
- *Rozsah hodnot iniciálních parametrů* - v této práci byly použité hodnoty iniciálních parametrů odvozeny na základě prací Hirthe et al. (2001), Lexy, at al. (2011), Maierové et al. (2012) a Ranallihu (1995). Pro porovnání vztahu termálních a reologických parametrů k vývoji modelové domény by obecně bylo vhodnější použít větší rozsah hodnot, což by mohlo prokázat výrazné nelineární závislosti a dále upřesnit již definované vzájemné parametrické vztahy.
- *Počet iniciálních a výstupních modelových parametrů* - pro komplexnější analýzu termo-mechanických modelů by bylo možné rozšířit pole iniciálních i výstupních modelových parametrů.

- *Funkční parametrické závislosti* - nejideálnějším výsledkem statistického zpracování parametrických vazeb (zejména pro případ nelineárního vztahu parametrů) by bylo sestavení funkční závislosti jednotlivých parametrických kombinací.
- *Pravděpodobnostní model* - výsledky statistické analýzy by také mohly být využity pro sestavení pravděpodobnostního modelu, který predikuje například pravděpodobnost dosažení určité polohy felzickým materiélem, nebo dosažení určité teploty diapirového tělesa při určitém nastavení iniciálních parametrů.

Bezprostřední aplikace, v této práci prezentovaného přístupu, by mohla být použita na komplexnější model vývoje Českého masivu, při zahrnutí laterální doménové kontrakce a následné indentaci brunovistulika (viz obr. 19c-e), tak jak je sestaven dle práce Maierové et al. (2012; 2013). Zde by bylo například možné posoudit význam rychlosti indentace na rychlosť exhumace felzické spodní kůry a erozi povrchu.

8 Literatura

- Brdička M., Samek L., Sopko B. (2005) Mechanika kontinua. Academia, Praha.
- Babuška V., Plomerová J., (2001) *Subcrustal lithosphere around the Saxothuringian-Moldanubian Suture Zone - a model derived from anisotropy of seismic wave velocities*. Tectonophysics, **332**, 185-199.
- Courant R. (1943) *Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations*. Bulletin of the American Mathematical Society, **49**, 1–23.
- Courant R., Isaacson E. and Rees M. (1952) *On the solution of nonlinear hyperbolic differential equations by finite differences*. Communications on Pure and Applied Mathematics, **5**, 243–255.
- Drábek P., Holubová, G. (2011) *Parciální diferenciální rovnice*. ISBN
- Dvořák A. (2006) *Větvené mazací systémy a jejich proudové poměry – tribologicko – hydraulické aspekty*. Disertační práce, Vysoké učení technické, Brno.
- Fiala, J., Matějovská O. and Vaňková V. (1987) *Moldanubian granulites and related rocks: petrology, geochemistry and radioactivity*. Rozpravy Československé Akademie Věd, Řada Matematických a Přírodních Věd, **97**, 1–102.
- Finger F., Gerdes A., Janoušek V., René M. and Riegler G. (2007) *Resolving the Variscan evolution of the Moldanubian sector of the Bohemian Massif: the significance of the Bavarian and the Moravo–Moldanubian tectonometamorphic phases*. Journal of Geosciences, **52**, 9–28.
- Finger F., Roberts M.P., Haunschmidt B., Schermayer A., Steyer H.P. (1997) *Variscan granitoids of Central Europe: their typology, potential sources and tectonothermal relations*. Mineralogy and Petrology, **61**, 67 -96.
- Fourier J. (1955) *The Analytical Theory of Heat*. (transl. by Freeman A.) Dover Publications, New York.
- Franke W. (1989) *Tectonostratigraphic units in the Variscan Belt of Central Europe*. Geol. Soc. Amer. Spec. Paper, **230**, 67 -90.
- Franke W. (2000) *The mid-European segment of the Variscides: tectonostratigraphic units, terrane boundaries and plate tectonic evolution*. Geol. Soc. London Spec. Publ., **179**, 35-61.

Friedl G., Finger F., Paquette J.-L., von Quadt A., McNaughton N.J., Fletcher I.R. (2004) *Pre-Variscan geological events in the Austrian part of the Bohemian Massif deduced from U-Pb zircon ages*. International Journal of Earth Sciences, **93**, 802–823.

Fuchs G. (1976) *Zur Entwicklung der Böhmischen Masse*. Jahrbuch der Geologischen Bundesanstalt, **129**, 41–49.

Gerya T. V. (2010) *Introduction to Numerical Geodynamic Modelling*. Cambridge University Press. Cambridge, United Kingdom.

Gerya T.V. and Yuen D.A. (2003) *Characteristics-based marker-in-cell method with conservative finite-differences schemes for modeling geological flows with strongly variable transport properties*. Phys. Earth Planet. Inter., **140**, 293–318.

Hacker B., Kelemen P., Behn M. (2011) *Differentiation of the continental crust by relamination*. Earth and Planetary Science Letters, **307** (3-4), 501–516.

Hegner E., Kröner A. (2001) *A review of Nd isotopic data and xenocrystic and detrital zircon ages from the pre-Variscan basement in the eastern Bohemian Massif: speculations on palinspastic reconstructions*. In: Franke W., Haak V., Oncken O., Tanner D. (Editors) *Orogenic Processes: Quantification and Modelling in the Variscan Belt*. Geo. Soc. London, Spec., **179**, 113-129.

Hirth G., Teyssier C., Dunlap W.J. (2001) *An evaluation of quartzite flow laws based on comparisons between experimentally and naturally deformed rocks*. International Journal of Earth Sciences **90**, 77–87.

Holub, F.V., 1997. *Ultrapotassic plutonic rocks of the durbachite series in the Bohemian Massif: petrology, geochemistry and petrogenetic interpretation*. Journal of Geological Sciences - Economic Geology, Mineralogy, **31**, 5–26.

Holub F.J., Machart J., Manová M. (1997) *The Central Bohemian Plutonic Complex: geology, chemical composition and genetic interpretation*. Sbor. geol. Věd. Lož. geol. -mineral., **31**, 27-50.

Hrennikoff A. (1941) *Solutions of problems in elasticity by the frame work method*. Journal of Applied Mechanics, **8**, 169–175.

Hughes T.J.R. (2000) *The finite element method*. Dover Publications.

Cháb J. (1986) *Stavba moravskoslezské větve evropského mladopaleozoického orogenu. (pracovní hypotéza)* Věstník Ústředního ústavu geologického, **61**, 113-120, Praha.

- Chlupáč I., Brzobohatý R., Kovanda J., Stráník Z. (2002) *Geologická minulost České republiky*. Academia, Praha.
- Ilin A. and Raiko T. (2000) Practical Approaches to Principal Component Analysis in the Presence of Missing Values. *Journal of Machine Learning Research*, **11**, 1957–2000.
- Ilkovič D. (1959) *Fyzika*. Slovenské vydavatel'stvo technickej literatury, Bratislava / Státní nakladatelství technické literatury, Praha.
- Jakeš P. (1997). *Melting in high-P region – case of Bohemian granulites*. *Acta Universitatis Carolinae Geologica*, **41**, 113–125.
- Janoušek V. and Holub F.V. (2007) *The causal link between HP-HT metamorphism and ultrapotassic magmatism in collisional orogens: case study from the Moldanubian Zone of the Bohemian Massif*. *Proc. Geol. Assoc.* **118**, 75–86.
- Janoušek V., Finger F., Roberts M., Frýda J., Pin C. and Dolejš D. (2004) *Deciphering the petrogenesis of deeply buried granites: whole-rock geochemical constraints on the origin of largely undepleted felsic granulites from the Moldanubian Zone of the Bohemian Massif*. *Transactions of the Royal Society of Edinburgh, Earth Sciences*, **95**, 141–159.
- Janoušek V., Vrána S., Erban V., Vokurka K., Drábek, M. (2008) *Metabasic rocks in the Varied Group of the Moldanubian Zone, southern Bohemia – their petrology, geochemical character and possible petrogenesis*. *Journal of Geosciences*, **53**, 31–64.
- Johnson R.A. and Wichern D.W. (2007) *Applied Multivariate Statistical Analysis*. 6th edition, Pearson Education, Inc.
- Ismail-Zadeh A., Tackley P. J. (2010) *Computational Methods for Geodynamics*. Cambridge University Press. Cambridge, United Kingdom.
- Kachlík V., (2003) *Geologický vývoj území České republiky*, SURAO, Praha.
- Karousová H., Plomerová J. and Babuška V. (2012) *Three-dimensional velocity model of the crust of the Bohemian Massif and its effects on seismic tomography of the upper mantle*. *Stud. Geophys. Geod.*, **56**, 249–267.
- Kaus B.J.P., Gerya T.V., Schmid D.W. (2008) *Recent advances in computational geodynamics: Theory, numerics and applications*. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **171**, 2–6.

Kopáček J. (2007) *Matematická analýza nejen pro fyziky. Díl II.* MATFYZPRESS, Praha.

Kopáček J. (2004) *Matematická analýza nejen pro fyziky. Díl I.* MATFYZPRESS, Praha.

Košler J., Kelley S.P., Vrána S. (2001) *40Ar/39Ar hornblende dating of a microgranodiorite dyke: implications for early Permian extension in the Moldanubian Zone of the Bohemian Massif.* Int. J. Earth. Science s (Geol. Rundsch), **90**, 379-385.

Kröner A., Wendt J.I., Liew T.C., Comston W., Todt W., Fiala J., Vaňková V., Vaněk J. (1988) *U-Pb zircon and Sm-Nd model ages of high-grade Moldanubian metasediments, Bohemian Massif, Czechoslovakia.* – Contr. Mineral. Petrology, **99**, 257–266.

Krs M., Pruner P., Man O. (2001) *Tectonic and paleogeographic interpretation of the paleomagnetism of Variscan and preVariscan formations of the Bohemian Massif, with special reference to the Barrandian terrane.* Tectonophysics, **332**(1-2), 93-114.

Krýza O. (2011) *Numerické simulace geodynamických procesů.* Bakalářská práce. Univerzita Karlova v Praze.

Lexa O., Schulmann K., Janoušek V., Štípská P., Guy A., Racek M. (2011) *Heat sources and trigger mechanisms of exhumation of HP granulites in Variscan orogenic root.* Journal of Metamorphic Geology, **29**, 79-102.

Maierová P. (2013) *Evolution of the Bohemian Massif: Insights from numerical modeling.* Doctoral Thesis, Faculty of Mathematics and Physics, Charles University in Prague.

Maierová P., Lexa O., Schulmann K., Štípská P. (2013) Contrasting tectono-metamorphic evolution of orogenic lower crust in the Bohemian Massif: a numerical model. Gondwana Research, (v tisku).

Maierová P., Čadek O., Lexa O., Schulmann K. (2012) *A numerical model of exhumation of the orogenic lower crust in the Bohemian Massif during the Variscan orogeny.* Geophysica et Geodaetica, **56**, 595–619.

Malkovský M. (1979) *Tektogeneze platformního pokryvu Českého masivu.* Knih. Ústř. Úst. geol., **53**, Praha.

Marsden J.E., Hoffman M.J. (1998) *Basic Complex Analysis* (3rd ed.). W. H. Free-

man.

Medaris L.G., Jelínek E. and Mísař Z. (1995) *Czech eclogites. Terrane settings, interpretation for Variscan tectonic evolution of the Bohemian Massif*. European Journal of Mineralogy, **7**, 7–28.

Meloun M., Militký J. (2002) *Kompendium statistického zpracování dat*. Academia, Praha.

Novotný O. (1976) *Mechanika kontinua*. MFF UK.

O'Brien P.J. and Vrána S. (1995) *Eclogites with a short-lived granulite-facies overprint in the Moldanubian Zone, Czech Republic – petrology, geochemistry and diffusion modeling of garnet zoning*. Geologische Rundschau, **84**, 473–488.

Pešek J. et al. (1998) *Paleogeographic Atlas, Late Paleozoic and Triassic formations*. Czech Republic - Czech Geol. Survey, Prague.

Petrakakis K. (1997) *Evolution of Moldanubian rocks in Austria: review and synthesis*. Journal of Metamorphic Geology, **15**, 203–222.

Pitra P., Burg J.-P., Guiraud M. (1999) *Late Variscan strike-slip tectonics between the Teplá - Barrandian and Moldanubian terranes (Czech Bohemian Massif): petrostructural evidence*. Journal of the Geological Society, **156**, 1003–1020.

Racek M., Štípká P., Pitra P., Schulmann K., Lexa, O. (2006) *Metamorphic record of burial and exhumation of orogenic lower and middle crust: a new tectonothermal model for the Drosendorf window (Bohemian Massif, Austria)*. Mineralogy and Petrology, **86**, 221–251.

Rajchl M. (2006) *Tectonosedimentary evolution and fluvio-deltaic systems of the Most Basin (Tertiary, Eger Graben, Czech Republic)*. Disertační práce, 180 s. MS Geologická knihovna PřF UK, Geofond ČR.

Ranalli G. (1995) *Rheology of the Earth, 2nd Edition*. Chapman and Hall, London, United Kingdom. Schulmann K., Konopásek J., Janoušek V., Lexa O., Lardeaux J., Edel J., Štípká P., Ulrich S. (2009) *An Andean type Palaeozoic convergence in the Bohemian Massif*. Comptes Rendus-Géoscience **341**, 266–286.

Rektorys K. (1999) *Variační metody v inženýrských problémech a v problémech matematické fyziky*. (2. vydání) Academia, Praha.

Schmädicke E., Gose J. and Will M. (2010) *The P-T evolution of ultra high tempe-*

rature garnet-bearing ultramafic rocks from the Saxonian Granulitgebirge Core Complex, Bohemian Massif. *J. Metamorphic Geol.*, **28**, 489–508.

Schulmann K., Lexa O., Štípká P. et al., (2008) *Vertical extrusion and horizontal channel flow of orogenic lower crust: key exhumation mechanisms in large hot orogens?* *Journal of Metamorphic Geology*, **26**, 273–297.

Schulmann K., Konopásek J., Vojtěch J., Lexa O., Lardeaux J-M., Edel J-B., Štípká P., Ulrich S. (2009) *An Andean type Palaeozoic convergence in the Bohemian Massif*. *C. R. Geoscience*, **341**, 266-286.

Štípká P. and Powell R. (2005a) *Does ternary feldspar constrain the metamorphic conditions of high-grade meta-igneous rocks? Evidence from orthopyroxene granulites, Bohemian Massif*. *J. Metamorphic Geol.*, **23**, 627–647.

Štípká P. and Powell R. (2005b) *Constraining the P-T path of a MORB-type eclogite using pseudosections, garnet zoning and garnet-clinopyroxene thermometry: an example from the Bohemian Massif*. *Journal of Metamorphic Geology*, **23**, 725–743.

Ulrych J., Pivec E., Lang M., Balogh K., Kropáček V., (1999) *Cenozoic intraplate volcanic rock series of the Bohemian Massif: a review*. *Geolines*, **9**, 123-129.

Vrána S., Bliimel, P., Petrakakis K., (1995) *Metamorphic evolution (Moldanubian region: Moldanubian zone, ch. VII.CA)*. In: R.D. Dallmeyer, W. Franke, K. Weber (Editors), *Pre-Permian Geology of Central and Eastern Europe*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, pp. 403-410.

Vrána S. and Jakeš P. (1982) *Orthopyroxene and two-pyroxene granulites from a segment of charnockitic crust in southern Bohemia*. *Bulletin of the Czech Geological Survey*, **57**, 129–143.

Vrána S. (1979) *Polyphase shear folding and thrusting in the Moldanubicum of southern Bohemia*. *Věstník ÚÚG*, **51**(2), 75-86.

Watts A.B. (2001) *Isostasy and Flexure of the Lithosphere*. Cambridge University Press. Cambridge, United Kingdom.

Winchester J. A. (2002) *Palaeozoic amalgamation of Central Europe: new results from recent geological and geophysical investigations*. *Tectonophysics*, **360**, 5-21.

Ziegler P.A. (1982). *Geological Atlas of Western and Central Europe*. Amsterdam: Shell Int. Petrol. Mij. B.V. and Elsevier Science Publishers. pp. 130 and 40 encl., ISBN 0-444-42084-3.

Zoubek, V. (1988) *Central Bohemian region: Generalities*. In: Y. Zoubek, J. Cogné, D. Kozhoukharov, H. G. Krautner (Editors), *Precambrian in younger fold belts: European Variscides, the Carpathians and Balkans*. International Geological Correlation Programme. John Wiley, Sons, Chichester, pp. 76-78.

Internetové zdroje

Becker T.W. and Kaus B.J.P. (2013) *Numerical Modeling of Earth Systems: An introduction to computational methods with focus on solid Earth applications of continuum mechanics*. Lecture notes for USC GEOL557 (7.4. 2013):
<http://geodynamics.usc.edu/becker/Geodynamics557.pdf>

Belytschko T., Lu Z.Z., Gu L. (1994) *Element free Galerkin methods*. Int. J. Numerical Methods in Engineering, **37**, 229-256 (20.4. 2013):
<http://www.imamu.edu.sa/Scientific-selections/abstracts/Math/Element-free>

Boffi D., Brezzi F. and Fortin M. *Finite elements for the Stokes problem* (16.4. 2013):
<http://www.imati.cnr.it/brezzi/papers/BBF-Stokes-CIME.pdf>

Courant R. (1943) *Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations*. Bulletin of the American Math Society, **49**, 1–61 (17.4. 2013):
<http://www.ams.org/journals/bull/1943-49-01/S0002-9904-1943-07818-4/S0002-9904-1943-07818-4.pdf>

Dokumentace Elmeru ke dni 1. 8. 2012:
<http://www.csc.fi/english/pages/elmer/documentation>

Elmer – zdrojový kód ke dni 10.8.2012:
<http://www.csc.fi/english/pages/elmer/download>

Grygar R. *Regionální geologie České republiky*. Fond rozvoje vysokých škol, Institut geologického inženýrství (27.2. 2013):
(<http://geologie.vsb.cz/reg-geol-cr/default.htm>)

Křížek M. (1992) *Padesát let metody konečných prvků*. Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, **37**, 129-140 (12.4. 2013):
<http://dml.cz/dmlcz/139386>

Langer J., Podolský J. (2011) *Teoretická mechanika*. Studijní text k přednášce NOFY003 „Teoretická mechanika“ (22.8. 2012):
<http://utf.mff.cuni.cz/vyuka/OFY003/TEXTY/lagrange.pdf>

Lineární regrese tak nebo jinak (10.5.2013):

<http://www.kolej.mff.cuni.cz/lmotm275/skripta/sbirka/html/node49.html>

Meloun M. (2011) *Počítačová analýza vícerozměrných dat v oborech přírodních, technických a společenských věd.* (14.5.2013):

<http://www.crr.vutbr.cz/system/files/brozura-05-1106.pdf>

Pokorný M. (2011) *Navier-Stokesovy rovnice.* Online text (pdf) (25.8. 2012):

<http://www.karlin.mff.cuni.cz/pokorny/NS.pdf>, MFF UK.

Python - dokumentace a zdrojový kód ke dni 2.4. 2013:

<http://www.python.org/>

Regionálně-geologický dril (3.3. 2013):

<http://is.muni.cz/elportal/zakazky/sesulka/index.pl>

Rokyta M., John O., Málek J., Pokorný M., Stará J. (2002) *Úvod do teorie parciálních diferenciálních rovnic.* (2.9. 2012):

<http://www.karlin.mff.cuni.cz/erokyta/vyuka/skripta-pdr/>

Wikipedie (25.3. 2013): Galerkinova metoda:

<http://cs.wikipedia.org/wiki/Galerkinova-metoda>

9 Přílohy

Příloha A

Příloha A obsahuje tabulky statistických hodnot parametrů modelu A a B. Součástí přílohy jsou i tabulky absolutních hodnot korelačního koeficientu matice modelu A i B.

Tab. A: Statistické hodnoty parametrů modelu A a B.

A	n	Min	Max	Průměr	Rozptyl	Směr. odch.
aFLC [km]	125	2,0000	4,0000	3,0000	0,5000	0,7071
mFLC [km]	125	5,0000	15,0000	10,0000	12,5000	3,5355
H [$\mu\text{W}/\text{m}^3$]	125	2,0000	6,0000	4,0000	2,0000	1,4142
MT1 [K]	125	929,6389	1169,9530	1027,4561	3737,1933	61,1325
MP1 [kbar]	125	5,0438	9,7792	6,8274	0,6467	0,8042
MT2 [K]	125	1129,3290	1173,8014	1164,4414	83,4926	9,1374
MP2 [kbar]	125	16,5014	18,9068	17,8900	0,6915	0,8316
dT [K]	125	18,5970	253,6783	113,1588	3574,2431	59,7850
dP [kbar]	125	1,1960	12,2352	6,8256	15,9525	3,9941
tp [Ma]	125	12,1581	38,5399	25,2664	55,8882	7,4758
dtrac [km]	125	31,9476	49,5762	42,9517	8,9522	2,9920
Tp [K]	125	1,0344	242,6458	65,2810	2199,5810	46,8997
tchar [Ma]	125	3,7401	10,4111	6,2951	2,6842	1,6384
Tdom [K]	125	719,3899	882,3788	756,9465	1204,2052	34,7017
Sdom (log) [s-1]	125	-14,5403	-13,9715	-14,2376	0,0245	0,1568
dh [km]	125	21,8597	38,6624	30,8260	17,6501	4,2012
tdh [Ma]	125	12,0592	35,4129	19,5531	21,4242	4,6286

B	n	Min	Max	Průměr	Rozptyl	Směr. odch.
dMMC [kg/m ³]	120	2800,0000	3100,0000	2956,2500	10742,1875	103,6445
dFLC [kg/m ³]	120	2650,0000	2950,0000	2793,7500	10742,1875	103,6445
H [$\mu\text{W}/\text{m}^3$]	120	2,0000	6,0000	4,0000	2,0000	1,4142
MT1 [K]	120	934,5142	1317,5096	1113,6650	8516,5322	92,2850
MP1 [kbar]	120	4,4553	18,6826	9,4995	14,2782	3,7786
MT2 [K]	120	1149,7383	1322,3267	1191,4635	1699,6037	41,2263
MP2 [kbar]	120	14,7530	19,1473	18,2480	0,6666	0,8165
dT [K]	120	0,0000	289,1125	183,6000	6176,3272	78,5896
dP [kbar]	120	0,0000	11,4349	5,8385	13,2722	3,6431
tp [Ma]	120	7,0389	120,1123	30,4429	843,2291	29,0384
dtrac [km]	120	0,86686	51,7980	33,2297	188,0759	13,7141
Tp [K]	120	0,9423	402,0289	102,2639	7849,3306	88,5964
tchar [Ma]	120	0,9349	67,3458	9,4004	173,3093	13,1647
Tdom [K]	120	658,9459	984,0757	760,7680	5403,7943	73,5105
Sdom (log) [s-1]	120	-15,5265	-13,8532	-14,3734	0,1259	0,3548
dh [km]	120	6,4701	39,9377	23,7213	141,3595	11,8895
tdh [Ma]	120	15,4120	98,3121	27,0244	242,0230	15,5571

Tab. B: Korelační matice modelu A a B. (červená pole značí hlavní diagonálu; zelená pole značí významné korelace (nad 0,5); žlutá pole značí maximální korelace dané subsekce; uváděna je hodnota $\sqrt{R_D}$)

A	aFLC	mFLC	H	MT1	MP1	MT2	MP2	dT	dP	tp	dtrac	Tp	tchar	Tdom	Sdom	dh	tdh
aFLC	1,0000	0,0000	0,0590	0,0205	0,0524	0,0489	0,0559	0,1093	0,0037	0,0197	0,0754	0,1157	0,0483	0,0154	0,0124		
mFLC	0,0000	1,0000	0,0000	0,0584	0,0158	0,4133	0,9816	0,0613	0,3328	0,7331	0,0276	0,0738	0,0983	0,5472	0,7588	0,9022	0,8654
H	0,0000	0,0000	1,0000	0,6326	0,0096	0,1054	0,0086	0,6123	0,1642	0,3455	0,0133	0,5663	0,4624	0,0423	0,5593	0,2151	0,1872
MT1	0,0590	0,0684	0,6326	1,0000	0,6087	0,0939	0,0967	0,9996	0,4583	0,5516	0,6073	0,6930	0,3394	0,0357	0,4281	0,0760	0,2127
MP1	0,0205	0,0158	0,0096	0,6087	1,0000	0,1057	0,0444	0,6245	0,5795	0,3065	0,9998	0,6169	0,0583	0,0885	0,0378	0,0960	0,0783
MT2	0,0524	0,4133	0,1054	0,0939	0,1057	1,0000	0,3714	0,0944	0,1054	0,3606	0,0990	0,0209	0,0940	0,1160	0,2952	0,5225	0,4521
MP2	0,0489	0,9816	0,0086	0,0967	0,0444	0,3714	1,0000	0,0888	0,3424	0,7508	0,0568	0,1187	0,0081	0,4443	0,7866	0,8363	0,8517
dT	0,0559	0,0613	0,6123	0,9996	0,6245	0,0944	0,0888	1,0000	0,4671	0,5448	0,6230	0,6921	0,3293	0,0323	0,4100	0,0760	0,2047
dP	0,1093	0,3328	0,1642	0,4583	0,5795	0,1054	0,3424	0,4671	1,0000	0,0654	0,5832	0,5044	0,1506	0,1996	0,1736	0,2824	0,2044
tp	0,0037	0,7231	0,3455	0,5516	0,3065	0,5468	0,0654	1,0000	0,2927	0,1543	0,2742	0,2727	0,8150	0,5563	0,7493		
dtrac	0,0197	0,0276	0,0133	0,6073	0,9998	0,0990	0,0568	0,6230	0,5832	0,2927	1,0000	0,6261	0,0583	0,0840	0,0457	0,0851	0,0686
Tp	0,0754	0,0738	0,5663	0,6930	0,6169	0,0209	0,1187	0,6921	0,5044	0,1543	0,6261	1,0000	0,1867	0,0657	0,2175	0,0907	0,1031
tchar	0,1697	0,0983	0,4624	0,3394	0,0583	0,0940	0,0081	0,3293	0,1506	0,2742	0,0583	0,1867	1,0000	0,7434	0,3347	0,3040	0,0592
Tdom	0,1157	0,5472	0,0423	0,0557	0,0885	0,1160	0,4443	0,0323	0,1996	0,2727	0,0840	0,0657	0,7434	1,0000	0,3108	0,6138	0,4475
Sdom	0,0483	0,7588	0,5593	0,4281	0,0378	0,2952	0,7866	0,4100	0,1736	0,8150	0,0457	0,2175	0,3347	0,3108	1,0000	0,5130	0,7787
dh	0,0154	0,9022	0,2151	0,0760	0,0960	0,5225	0,8363	0,0760	0,2824	0,5563	0,0851	0,0907	0,3040	0,6138	0,5130	1,0000	0,8457
tdh	0,0124	0,8654	0,1872	0,2127	0,0783	0,4521	0,8517	0,2047	0,2044	0,7493	0,0686	0,1031	0,0592	0,4475	0,7787	0,8457	1,0000

B	dMMC	dFLC	H	MT1	MP1	MT2	MP2	dT	dP	tp	dtrac	Tp	tchar	Tdom	Sdom	dh	tdh
dMMC	1,0000	0,0000	0,0000	0,0440	0,1034	0,3956	0,1463	0,2038	0,3242	0,4955	0,0987	0,1774	0,3714	0,4346	0,3251	0,1229	0,3988
dFLC	0,0000	1,0000	0,0000	0,6956	0,8709	0,5989	0,0276	0,5473	0,5695	0,3422	0,8772	0,2380	0,3492	0,3226	0,7803	0,9231	0,5818
H	0,0000	0,0000	1,0000	0,2493	0,0196	0,0702	0,0125	0,2908	0,0740	0,0616	0,0181	0,2358	0,0833	0,0086	0,1180	0,0676	0,0156
MT1	0,0440	0,6956	0,2493	1,0000	0,8837	0,6054	0,1540	0,7955	0,2869	0,3343	0,88839	0,1354	0,3305	0,2232	0,6727	0,7678	0,5948
MP1	0,1034	0,8709	0,0196	0,8837	1,0000	0,6655	0,1557	0,6263	0,5174	0,4090	0,9998	0,0724	0,3791	0,2613	0,8496	0,9551	0,6660
MT2	0,3996	0,5989	0,0702	0,6054	0,6655	1,0000	0,1353	0,4056	0,3545	0,8237	0,6698	0,2889	0,8997	0,8112	0,7836	0,6509	0,9213
MP2	0,1463	0,0276	0,0125	0,1540	0,1557	0,1353	0,3436	0,0805	0,1601	0,1384	0,8182	0,3661	0,4827	0,2060	0,0379	0,0947	
dT	0,2038	0,5473	0,2908	0,7955	0,6263	0,4056	0,3436	1,0000	0,0924	0,0001	0,6357	0,5585	0,2688	0,2541	0,3535	0,5718	0,2727
dP	0,3242	0,5695	0,0740	0,2869	0,5174	0,3545	0,0805	0,0924	1,0000	0,2494	0,5140	0,1262	0,1783	0,1870	0,4978	0,5988	0,3550
tp	0,4955	0,3422	0,0616	0,3343	0,4090	0,8237	0,1601	0,0001	0,2494	1,0000	0,4074	0,0597	0,7711	0,6782	0,6480	0,3709	0,8366
dtrac	0,0987	0,8727	0,0181	0,8839	0,9998	0,6698	0,1384	0,6357	0,5140	0,4074	1,0000	0,0911	0,3871	0,2711	0,8484	0,9562	0,6661
Tp	0,1774	0,2380	0,1354	0,0724	0,2889	0,8182	0,0724	0,5585	0,1262	0,0597	0,0911	0,4249	0,5292	0,0149	0,1424	0,0736	
tchar	0,3714	0,3492	0,0833	0,3305	0,3791	0,8897	0,3661	0,2688	0,1783	0,7711	0,3871	0,4249	1,0000	0,9448	0,6957	0,4417	0,9156
Tdom	0,4346	0,3226	0,0086	0,2232	0,2613	0,8112	0,4827	0,2541	0,1870	0,6782	0,2711	0,5292	0,6149	0,4043	0,8626		
Sdom	0,3251	0,7803	0,1180	0,6727	0,8496	0,7836	0,2060	0,3535	0,4978	0,6480	0,8484	0,0149	0,6957	0,6149	1,0000	0,8045	0,7705
dh	0,1229	0,9231	0,0676	0,7678	0,9551	0,6509	0,0379	0,5718	0,5988	0,3709	0,9562	0,1424	0,4417	0,4043	0,8045	1,0000	0,5220
tdh	0,3988	0,5818	0,0156	0,5948	0,6660	0,9213	0,0947	0,2727	0,3550	0,8366	0,6661	0,0736	0,9156	0,8626	0,7705	0,5220	1,0000

Příloha DvD

Součástí přílohy na DvD je:

- pdf verze této práce
- skript **resparser** (psaný v programu Python), který kompletuje výstupní data z Elmeru (sestaveno ve spolupráci s Ondrejem Lexou)
- skript **datap** (psaný v programu Python), který zajišťuje vytvoření výstupních modelových parametrů
- skript **scatterplot** (psaný v programu Python), který iniciuje vytvoření a vizualizaci kombinovaného korelačního diagramu (sestaveno ve spolupráci s Ondrejem Lexou)
- skript **PCA** (psaný v programu Python), který reprezentuje výpočet klíčových parametrů analýzy hlavních komponent
- skript **plotPCA** (psaný v programu Python), použitý k vizualizaci výsledků PCA analýzy
- textový soubor, který obsahuje sekundární data modelu A a B (hodnoty inicialních, lokálních a globálních parametrů)

Všechna primární modelová data budou k dispozici po dobu jednoho roku od vydání této práce (po konzultaci s řešitelem).

Seznam tabulek

Tab 1a: Modelové parametry	60
Tab 1b: Iniciální modelové parametry modelu A a B	61
Tab 2: Vlastní čísla kovarianční matice modelu A (všechny parametry)	150
Tab 3: Vybraná vlastní čísla a vektory kovarianční matice modelu A (všechny parametry)	152
Tab 4: Vlastní čísla kovarianční matice modelu A (redukované parametry)	155
Tab 5: Vybraná vlastní čísla a vektory kovarianční matice modelu A (redukované parametry)	155
Tab 6: Vlastní čísla kovarianční matice modelu B	159
Tab 7: Vybraná vlastní čísla a vektory kovarianční matice modelu B	160

Seznam zkratek

1D	jednodimenzionální
2D	dvojdimenzionální
3D	trojdimenzionální
DR	diferenciální rovnice
FDM	finite difference method (metoda konečných diferencí)
FEM	finite element method (metoda konečných prvků)
FLC	felsic lower crust (felzická spodní kůra)
HP	high-pressure (vysokotlaké)
HT	high-temperature (vysokoteplotní)
M	mantle (plášt')
MC	middle crust (střední kůra)
MMC	mafic middle crust (mafická střední kůra)
MO	moldanubická oblast
MORB	mid ocean ridge basalt (bazalt středooceánských hřbetů)
MP	medium pressure (střednětlaké)
MSO	moravskoslezská oblast
N-S	Navier-Stokes (Navier-Stokesovy rovnice)
ODR	obyčejné diferenciální rovnice
PC	principal component (hlavní komponenta)
PCA	principal component analysis (analýza hlavních komponent)
PDR	parciální diferenciální rovnice
P-T	pressure-temperature (tlakově - teplotní)
SXT	saxothuringikum
TBO	tepelsko-barrandienská oblast
UHP	ultra-high-pressure (ultra vysokotlaké)

Seznam klíčových pojmu

Cattelův indexový graf
Cauchyho pohybová rovnice kapaliny
Celková dynamika systému
d'Alambertův princip
Druhý zákon termodynamiky
Energie
Eulerův tvar rovnice kontinuity
Fourierův zákon
Fourier-Kirchhoffova rovnice
Gaussova věta
Hmotnost
Hybnost
Lagrangeův tvar rovnice kontinuity
Laméovy koeficienty
Lauretnova řada
Matici tuhosti
Navier-Stokesovy rovnice
Okrajová úloha
Počátečně-okrajová úloha
P-T rozptyl
Sílné řešení
Slabé řešení
Slip-condition
Zákon zachování
Zobecněný Hookův zákon