Oponentský posudek bakalářské práce

Tomáš Penk: Vysoké okruhy

Tématem práce jsou vysoké okruhy, to jest okruhy, nad nimiž se každý nenoetherovský modul dá vyjádřit jako rozšíření dvou nenulových nenoetherovských modulů. Po uvedení základních pojmů z teorie okruhů a modulů je detailně prezentován důkaz značně netriviální věty z článku B. Saratha. Ta říká, že okruh je vysoký, právě když splňuje na pohled slabší podmínku, že každý nenoetherovský modul obsahuje vlastní nenoetherovský podmodul. Speciálně je každý perfektní a každý max okruh vysoký. Po uvedení několika příkladů vysokých i nevysokých okruhů následuje podrobnější analýza pro komutativní okruhy. Zde jsou uvedeny nutné a postačující podmínky pro nevysokost v podobě existence určitých řetězců ideálů.

Práce je velice pěkně a podrobně napsaná. Kromě několika překlepů bych vytkl hlavně nepřesnosti na samém konci práce. Za prvé není ve Větě 59 jasné, proč bychom měli pro R nevysoký dostat existenci řetězce $(\mathbf{J}_n)$ pro každý maximální ideál I okruhu R. Z argumentu na straně 25 vyplývá pouze existence nějakého takového I. Za druhé je špatně argument v posledním odstavci důkazu Věty 61. To je možné ověřit na příkladu

$$\mathbf{R} = \mathbb{Q}[x, y], \quad \mathbf{I} = \mathbf{R}x + \mathbf{R}y, \quad \mathbf{J}_n = \mathbf{R}x^n + \mathbf{R}y \quad (\forall n < \omega) \quad \text{a} \quad \mathbf{P} = \mathbf{R}y.$$

Platnost jedné implikace tak není jasná.

Co se samotné formulace Věty 61 týče, bylo by zajímavé zamyslet se nad podmínkou nekonečného průniku mocnin ideálu $\mathbf{I}$ v souvislosti s Krullovou větou o průniku (Krull Intersection Theorem), k nalezení například v:

H. Matsumura, *Commutative Ring Theory*, str. 60, Theorem 8.10.

Celkově je ovšem práce precizní a všechny uvedené připomínky se týkají pouze posledních dvou stránek.

Předloženou práci proto **doporučuji k obhajobě** a navrhuji ohodnotit stupněm **výborně**.

V Praze dne 5. 9. 2011 RNDr. Jan Šťovíček, Ph.D.