

Posudek diplomové práce „Extremální vlastnosti hypergrafů“ předložené Lukášem Machem

V předložené diplomové práci, jejímž jsem byl vedoucím, její autor, Lukáš Mach, představuje použití kalkulu flag algeber k dokázání existence skoků 3-uniformních hypergrafů. Jedná se o velmi těžký problém z extrémální kombinatoriky, o čemž svědčí Erdősem vypsaná odměna ve výši \$ 500 na rozhodnutí, zda hodnota $1/27$ je skokem pro 3-uniformní hypergrafy.

Diplomová práce je rozdělena do tří kapitol. V první kapitole její autor představí kalkul flag algeber. Jedná se o metodu založenou na grafových limitách, kterou formálně zavedl a poprvé použil A. Razborov v roce 2007. Na tomto místě bych rád podotkl, že základní článek [10] o této metodě je psán poměrně abstraktním přístupem a pro řadu diskrétních matematiků je obtížně čitelný. O to více je třeba vyzvednout, že se autor práce zvládl s tímto článkem podrobně seznámit a jeho klíčové pasáže přístupnou formou představit ve své práci.

Důkaz, že jistá hodnota tvoří skok pro grafy nebo hypergrafy, se obvykle skládá ze dvou částí: horního odhadu na turánovskou hustotu nějaké množiny (hyper)grafů a dolního odhadu jejich lagrangiánů. Dobré horní odhady na turánovskou hustotu lze získat za pomoci flag algeber. Příslušné postupy jsou obsahem druhé kapitoly práce. V poslední třetí kapitole, pak autor připomene definici lagrangiánu (hyper)grafu a předvede aplikaci v důkazu, že některé hodnoty jsou skoky pro 3-uniformní hypergrafy, podaného v článku [1].

Součástí zadání práce také bylo, že se její autor pokusí dosáhnout nových výsledků. Jako vedoucí této práce vím, že její autor důkladně prozkoumal možnosti rozšíření intervalu hodnot, které jsou skoky pro 3-uniformní hypergrafy, i možnosti nalezení netriviálních skoků pro 4-uniformní hypergrafy. Bohužel v obou případech narazil na hranice výpočetní síly běžně dostupných počítačů, které mu neumožnily dosažené poznatky rozšířit.

Celkově hodnotím předloženou diplomovou práci, i přes její menší rozsah, jako velmi zdařilou. Autor přehledným způsobem představuje obtížné kombinatorické metody, které se vyvinuly v posledních několika letech. Předložená práce jednoznačně splňuje všechny požadavky kladené na diplomové práce a tedy ji doporučuji uznat jako práci diplomovou a hodnotit stupněm „výborně“.

V Praze, 7. srpna 2011



Doc. RNDr. Daniel Král', Ph.D.