

Posudek oponenta na disertační práci Mgr. Martina Tancera

“Topological and Geometrical Combinatorics”

Předložená disertační práce se zabývá tématy na pomezí diskrétní geometrie, kombinatorické topologie a teoretické informatiky, zejména průnikovou strukturou konvexních množin a vnořitelností simplicialních komplexů do eukleidovských prostorů. U druhého tématu je důraz kladen na časovou složitost příslušných rozhodovacích problémů. V úvodních kapitolách 2–4 autor přehledně shrnuje potřebné pojmy, formuluje základní výsledky práce a zasazuje je do širšího kontextu. Jde o dobře zvolená, relevantní témata, kterým je v literatuře věnována velká pozornost.

Práce obsahuje řadu nových výsledků, ze kterých vybírám následující:

- (1) simplicialní komplex projektivní roviny velkého řádu je 2-kolapsibilní, ale není d -reprezentovatelný (věta 3.7 a důsledek 6.1),
- (2) 2-kolapsibilní simplicialní komplexy lze rozpoznat v polynomiálním čase, zatímco testování d -kolapsibility pro $d \geq 4$ je NP-úplný problém (věta 7.1),
- (3) existuje topologicky d -reprezentovatelný simplicialní komplex, který není d -kolapsibilní (věta 8.1),
- (4) testování vnořitelnosti k -dimenzionálního simplicialního komplexu do d -dimenzionálního prostoru je NP-těžký problém pro každé (k, d) , kde $d \geq 4$ a $d \geq k \geq (2d - 2)/3$ (věta 4.3).

Výsledky (1)–(3) autor samostatně publikoval ve třech článcích v kvalitních mezinárodních časopisech, výsledek (4) ve společném článku s J. Matouškem a U. Wagnerem v předním časopise *Journal of the EMS*. Všechny uvedené poznatky jsou zajímavé a vysoce netriviální, některé z nich odpovídají na podstatné otázky ohledně vztahu zkoumaných pojmů, které se již dříve objevily v literatuře. Konkrétně výsledek (1) zodpovídá otázku N. Alona, G. Kalaie, J. Matouška a R. Meshulam z roku 2002, konstrukce z bodu (3) pak poskytuje protipříklad na hypotézu G. Wegnera z roku 1975. Autor při odvození výše zmiňovaných výsledků osvědčil kromě značné invence i dobrou orientaci v postupech algebraické topologie a výpočetní složitosti; z dalších metod se objevuje např. pravděpodobnostní konstrukce množinového systému s vhodnými vlastnostmi (v kapitole 6).

Práce je psána anglicky. Dojem z četby úvodních pasáží trochu kazí občasná překlepy a jazykově neobratná vyjádření (např. str. 13: ‘the simplest way, how to obtain...’; str. 14: ‘a complex... can be vanished’), ale z větší části je práce po jazykové stránce uspokojivá.

Z formálního hlediska je text na dobré úrovni a splňuje všechny požadavky kladené na disertační práci. Oceňuji zařazení velkého počtu pečlivě připravených ilustrací, které výrazně usnadňují pochopení textu.

Disertační práce Mgr. Tancera jednoznačně prokazuje jeho vynikající předpoklady k samostatné vědecké práci a je podstatným příspěvkem k výzkumu algoritmických aspektů kombinatorické topologie. **Doporučuji přijetí práce a udělení akademické hodnosti Ph.D.**

V Plzni dne 29. července 2011.

Doc. RNDr. Tomáš Kaiser, Ph.D.
Katedra matematiky
Západočeská univerzita v Plzni