

Univerzita Karlova v Praze  
Matematicko-fyzikální fakulta

# DIZERTAČNÍ PRÁCE



*Jan Koupil*

## Multimediální podpora fyzikálního vzdělávání

Katedra didaktiky fyziky

VEDOUČÍ DIZERTAČNÍ PRÁCE:  
doc. RNDr. Leoš Dvořák, CSc.

Studijní program: Fyzika

Studijní obor: F12 – Obecné otázky fyziky

Praha 2011

Rád bych poděkoval všem, kteří mi ať přímo, nebo nepřímo pomohli při vypracování mé dizertační práce.

Děkuji školiteli, doc. RNDr. Leoši Dvořákovi, CSc. za inspiraci, spolupráci a jeho chválu i kritické připomínky, které mi pomohly práci sestavit.

Můj dík patří také RNDr. Vladimíru Víchovi, který byl kdysi mým učitelem fyziky a dnes je pro mne kolegou a také vzorem v tom, co znamená „být dobrým fyzikářem“. Děkuji mu za původní inspiraci pro řadu experimentů popisovaných a zkoušených v této práci i za pomoc a konzultaci při jejich realizaci, natáčení a vysvětlení.

V seznamu těch, kterým vděčím za pomoc, nesmím zapomenout ani na profesora Gorazda Planinšiče z univerzity v Lublani. Tato práce by vypadala zcela jinak a nebo možná vůbec nevznikla, kdyby mi v roce 2002 na konferenci GIREPu nevyprávěl o tom, jak lze měřit ve videozáznamu a jak má v plánu toto měření vylepšit. Byl to právě on, kdo mě nasměroval k videoměření a já mu za to děkuji.

Největší poděkování si ale zaslouží má žena Zdeňka za ohromnou materiální i duševní podporu, kterou mi při psaní práce poskytla a bez níž by tato práce vůbec vzniknout nemohla.

Prohlašuji, že jsem tuto disertační práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů. Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova v Praze má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona.

V Pardubicích dne

*Název práce:* Multimedialní podpora fyzikálního vzdělávání  
*Autor:* Jan Koupil  
*Katedra:* Katedra didaktiky fyziky  
*Vedoucí diplomové práce:* doc. RNDr. Leoš Dvořák, CSc.

*Abstrakt:* Tato dizertační práce se zabývá možnostmi využití multimediálních technologií ve výuce fyziky a přináší několik nových výukových objektů. V první kapitole práce je stručně popsána definice multimédia a význam multimédií obecně, dále pak je podán výčet základních multimediálních technologií. Vlastním jádrem práce jsou následující čtyři kapitoly věnované jednotlivým multimediálním technologiím. Za prvé jsou diskutovány možnosti využití videozáznamu z běžné kamery pro fyzikální měření, tzv. videoanalýza, včetně několika nových videoexperimentů. Druhým hlavním tématem je rychloběžné video, jeho význam a možnosti práce s klipy v hodině fyziky a popis série natočených videoklipů. Třetím bodem je použití zvukové karty jako měřicího zařízení v několika netradičních aplikacích. Jako poslední je uveden popis vytvořených programů pro zobrazování hustoty pravděpodobnosti nalezení elektronu v orbitálu atomu vodíku a jejich nasazení ve výuce na střední škole. Vytvořené výukové objekty byly ověřeny v praxi a součástí příslušných kapitol je souhrn zkušeností z nasazení konkrétní technologie do výuky či zpětná vazba studentů nebo učitelů, kteří s daným objektem pracovali.

*Klíčová slova:* *multimédia, multimediální technika, počítačem podporované experimenty*

*Title:* Multimedia support of physics education  
*Author:* Jan Koupil  
*Department:* Department of Physics Education  
*Supervisor:* doc. RNDr. Leoš Dvořák, CSc.

*Abstract:* This thesis deals with possibilities of use of multimedia technology in physics education and describes a few new educational units. First chapter of the thesis contains a short definition of multimedia and a brief summary of the importance of multimedia in general. The main merits of the thesis are the four chapters regarding individual multimedia technologies. Firstly, the potentialities of utilization of video records in physics measurements are discussed, including a few new experiments. The second main topic is the slow motion video, its importance, use in physics lessons and the description of a series of recorded slow motion video clips. As the next point, the use of a computer sound card as a measurement tool in innovative experiments is discussed. Finally, in the last chapter a series of newly created computer programs for visualization of hydrogen atom orbital shapes is characterized. The created educational units have been tested and classroom experience, students' or teachers' feedback are presented in corresponding chapters.

*Keywords:* *multimedia, multimedia technology, computer aided experiment*

# Obsah

Úvod	1
<b>1 Multimediální technika a výuka fyziky</b>	<b>3</b>
1.1 Teorie multimediálního učení . . . . .	3
1.2 Multimediální technologie . . . . .	5
<b>2 Videoměření</b>	<b>8</b>
2.1 Videoměření ve školské fyzice . . . . .	8
2.1.1 Historie a současnost videoměření . . . . .	8
2.1.2 Význam videoměření ve fyzikálním vzdělávání . . . . .	9
2.1.3 Metody měření ve videozáznamu . . . . .	10
2.1.4 Typické experimenty pro videoměření . . . . .	11
2.2 Možnosti běžné videokamery a fotoaparátu . . . . .	12
2.2.1 Běžná videokamera . . . . .	12
2.2.2 Videoklip z fotoaparátu . . . . .	14
2.2.3 Mobilní telefon . . . . .	15
2.3 Videoanalýza . . . . .	15
2.3.1 Běžné problémy při videoanalýze . . . . .	16
2.4 Experimenty s použitím videoměření . . . . .	17
2.4.1 Padající tyč . . . . .	17
2.4.2 Odvalování těles z válce . . . . .	24
2.4.3 Pružné a nepružné beranidlo . . . . .	28
2.4.4 Namazanou stranou dolu . . . . .	33
2.5 Zkušenosti s použitím videoměření ve škole . . . . .	38

---

2.5.1	Laboratorní práce „Kmitání“ v 2. ročníku gymnázia . . . . .	38
2.5.2	Laboratorní práce „Kulička na nakloněné rovině“ v kvartě osmi- letého gymnázia . . . . .	40
2.5.3	Shrnutí studentské zpětné vazby . . . . .	44
<b>3</b>	<b>Rychloběžné video</b>	<b>45</b>
3.1	Rychloběžné video ve škole . . . . .	45
3.2	Možnosti rychloběžné kamery Casio Exilim . . . . .	46
3.2.1	Děje, které nezachytíme . . . . .	47
3.2.2	Kvalita obrazu . . . . .	47
3.2.3	Software a jeho použití . . . . .	48
3.3	Videoklipy pro použití ve výuce fyziky . . . . .	49
3.3.1	Pohyby v tíhovém poli . . . . .	49
3.3.2	Vodní kapky . . . . .	53
3.3.3	Teplo, hoření, výbuch . . . . .	56
3.3.4	Elektrický proud . . . . .	62
3.3.5	„Rozbíjení“ . . . . .	65
3.3.6	Kmitání a vlny . . . . .	67
3.3.7	Hračky a maličkosti . . . . .	70
3.4	Zkušenosti se zařazením klipů do výuky . . . . .	72
<b>4</b>	<b>Měření se zvukovou kartou</b>	<b>76</b>
4.1	Zvuková karta ve fyzikálním měření . . . . .	76
4.2	Vlastnosti a parametry zvukové karty . . . . .	77
4.3	Experimenty se zvukovou kartou . . . . .	78
4.3.1	Měření s fotodiodou na nakloněné rovině . . . . .	78
4.3.2	Optický generátor tónů . . . . .	81
4.3.3	Měření vlastností přenosového kanálu . . . . .	86

---

<b>5</b>	<b>Zobrazování vlnových funkcí</b>	<b>91</b>
5.1	Zobrazování vlnové funkce elektronu v atomu vodíku . . . . .	92
5.2	Programy Orbitaly . . . . .	94
5.2.1	Popis programů . . . . .	94
5.2.2	Použití programů na střední škole . . . . .	99
5.2.3	Zkušenosti z výuky s programy . . . . .	102
	<b>Závěr</b>	<b>106</b>
	<b>Literatura a odkazy</b>	<b>107</b>
A	Návod k videoměření	118
B	Digital recording and analysis of physical experiments	123
C	Falling bread revisited	129
D	Visualization of Hydrogen Atom States	137
E	Simple phenomena, slow motion, surprising physics	148

# Úvod

*„... co by se asi stalo, kdybychom stiskli tohle tlačítko nebo zatáhli za onu páčku?“*

Vzoromil Výsměšek v knize Otec Prasátek [1]

Digitální multimediální technologie, které se za posledních zhruba patnáct let prosazují všude kolem nás, proměnily do značné míry celý svět vzdělávání. Mnozí učitelé si dnes již nedovedou představit, že by alespoň občas nepoužili při své hodině prezentaci nebo nezařadili ukázkou filmu či zvuku, a obráceně, studenti od svých učitelů takový přístup očekávají a nerozumí tomu, když se mu učitelé brání. I na malých školách najdeme počítače s projektory a počítačové učebny a studenti jsou zvyklí s digitální technikou pracovat.

Nejinak je tomu i ve vzdělávání fyzikálním, ale když se podíváme blíže, zjistíme, že učitelé fyziky přistupují k novým technologiím způsobem mírně odlišným. My, fyzikáři, jsme národ hračičků a pokušitelů, na svých konferencích i ve volných chvílích si mezi sebou vyprávíme o tom, co se nám podařilo sestavit, jak jsme změnili parametry toho či onoho experimentu a začaly se dít zajímavé věci, nebo jak se dá rozebrat a využít vysloužilý harddisk, zářivka či mikrovlnná trouba. Když dostaneme do ruky novou pomůcku, nový přístroj, okamžitě jej běžíme zapojit, a hned jakmile vyzkoušíme, že dělá to, co dělat má, začínáme přemýšlet, zda by se nám nehodil i někde jinde a zda by náhodou nemohl dělat něco, co dělat vůbec nemá.

A právě stejným způsobem, jaký používáme u skutečných přístrojů, jsem přistoupil i k technologiím dnešního multimediálního světa v této dizertační práci. Jestliže je technika učitelům i studentům snadno dostupná a jsou zvyklí s ní pracovat a jestliže nabízí nějaké zajímavé možnosti pro vyučování fyziky, respektive fyzikální vzdělávání obecně, pak bychom měli tyto možnosti prozkoumat a skutečně využít.

Z popsané úvahy pak vychází cíle mé práce:

1. Prozkoumat možnosti, které moderní multimediální prvky a technologie nabízí pro fyzikální vzdělávání.
2. Vytvořit a vyzkoušet několik krátkých výukových objektů s použitím multimediálních technologií.
3. Ověřit reakce žáků (studentů) na použití těchto materiálů ve výuce.

Samozřejmě, přirozeným posledním cílem je nabídnout vytvořené multimediální objekty učitelské veřejnosti.

### **Terminologická poznámka**

V českém prostředí narazí každý autor práce o vzdělávání na problém s pojmenováním toho, kdo se vzdělává (či je vzděláván). Podle platné legislativy se na základní i střední škole učí žáci a žákyně, na vysoké škole pak studují studenti a studentky, nicméně tato legislativa je v naprostém rozporu s ustálenou slovní praxí. Termín *žák střední školy* najdeme pouze v oficiálních dokumentech (kde jej legislativa vyžaduje), nicméně v mluvené řeči mezi sebou i ke vzdělávaným učitelé středních škol, přinejmenším gymnázií, jednoznačně hovoří o studentech a studentkách. To odpovídá i situaci v anglické literatuře, kde se termín *pupil* (žák) používá výhradně pro žáky základní školy.

Postupy, metody i experimenty popisované v této práci mohou být použity na všech typech škol, odpovídá-li náplň vzdělávacímu programu konkrétní školy, proto bude v textu práce používán výhradně termín *student* ve významu „*ten, kdo se učí fyziku*“, a to nezávisle na tom, na jakém typu školy se učí nebo studuje.



# Kapitola 1

## Multimediální technika a výuka fyziky

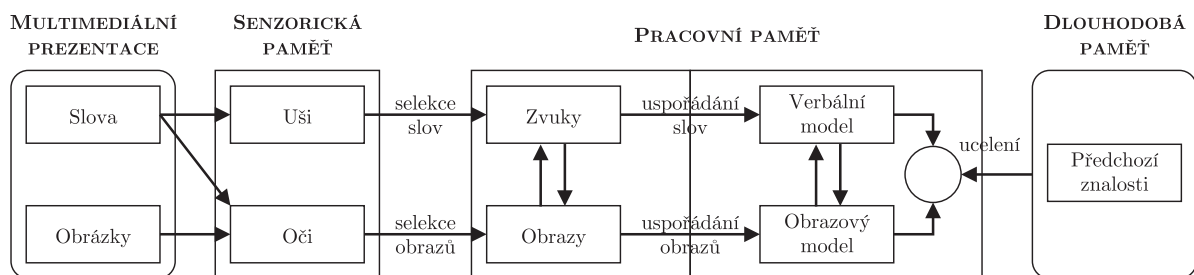
První kapitola dizertační práce bývá obvykle kapitolou rešeršní, ve které autor seznámí čtenáře s oborem a uvede základní články či knihy, které obor zkoumají a popisují. Tato práce je v jistém smyslu výjimkou – zabývá se několika multimediálními technologiemi, které můžeme pro fyzikální vzdělávání využít, přičemž každá z těchto technologií je jiná a věnují se jí jiní autoři a jiné články. Proto je příslušná rešeršní sekce zařazena na začátek každé kapitoly věnující se jedné konkrétní technologii a tato kapitola je jen krátkým úvodním slovem o multimédiích obecně.

Slovo „*multimediální*“ je jedním z nejčastěji používaných slov, která se (nejen) v souvislosti s inovacemi ve vzdělávání používají. Multimediální jsou prezentace, přednášky, lze zakoupit multimediální CD nebo DVD, učitelé vytváří multimediální vzdělávací materiály, školy mají vybaveny multimediální učebny a u počítačů jejich výrobci garantují podporu přehrávání multimédií. Jednoduše řečeno, multimédia jsou všude kolem nás a slovo „*multimediální*“ je tím, čemu angličtina říká „*buzzword*“, tedy slovem, které se používá velmi často, je módní jej používat, a proto se tak občas stává i v značně přeneseném významu. Co tedy vlastně slovo „*multimediální*“ znamená?

### 1.1 Teorie multimediálního učení

V širokém smyslu je informace předávána multimediálně tehdy, je-li prezentována současně jak slovem, tak obrazem. Slovem je pak míněno slovo psané i slovo mluvené, takže multimédiem je ilustrovaná učebnice, komentované promítání fotografií i instruktažní film, i když není pravdou, že jsou všechna tato multimédia ve sdělení informace stejně efektivní [2].

Takto pojatá multimédia jsou na světě již dlouhou řadu let, v posledních zhruba dvaceti letech ale pozorujeme velký rozmach používání multimédií digitálních. Teorie multimediálního učení je ale pro všechna multimédia stejná, nezávisle na jejich typu. Výzkumy prokázaly, že v porovnání se samotným textem nebo obrazem multimédia pomáhají jak při pochopení sdělované informace, tak při jejím zapamatování [3], a to především pro studenta s malou předchozí znalostí oboru [4]. Mechanismus, jakým je multimediální informace zpracovávána, popisuje kognitivní teorie multimediálního učení (obr. 1.1).



Obrázek 1.1: Kognitivní teorie multimediálního učení (obrázek převzat z [5])

Podle této teorie vnímáme a zpracováváme informaci dvěma kanály: sluchově-verbálním a vizuálně-obrazovým. V nejjednodušším případě můžeme říci, že mluvené slovo přijímáme jako sluchový vjem a dále s ním pracuje verbální část naší paměti, psaný text přijímáme jako vjem zrakový, který je v mysli převeden na slova a poté stejně jako v předchozím případě zpracováván verbálně, a konečně obraz (obrázky, animace, videozáznam) přijímáme jako zrakový vjem a je zpracováván pamětí vizuální. [2]

Schopnost učit se je použitím multimédií zlepšena právě tím, že informace přichází do mysli paralelně, nicméně nesmí dojít k tomu, že by některý kanál byl zahlcen. Kvůli zahlcení vizuálního kanálu je proto méně efektivním multimédiem animace s psaným komentářem než animace s komentářem čteným, ze stejného důvodu by se při prezentaci neměly v multimédiu vyskytovat paralelně totožné informace, které by musely být zpracovávány stejným kanálem (například identický text napsaný a současně čtený) a multimédiem by nemělo obsahovat nesouvisející obrázky, zvuky či texty [6].

Z uvedených mechanismů vychází pravidla pro efektivní design multimédií, která ale nejsou středem zájmu této práce, stejně jako jím není detailnější popis zpracování informace v mysli, její individuální odchylky, interoperace mezi sluchově-verbálním a vizuálně-obrazovým kanálem a podobně. Podrobně se lze o těchto tématech dočíst například v [2], [5] nebo [7].

## 1.2 Multimediální technologie

Již bylo zmíněno, že multimediální učení a multimédia vůbec prodělala v posledních zhruba dvaceti letech velmi bouřlivý rozvoj. Mluvíme-li dnes o multimédiích, všichni obvykle automaticky předpokládáme, že se jedná o multimédia digitálně vytvořená a velmi často také multimédia interaktivní. Příčinou příchodu a rozmachu těchto „nových“ multimédií byl a je rozvoj počítačů a digitálních technologií obecně. Veškeré části multimédií jsou dnes zaznamenávány digitálně nebo vytvářeny v počítačovém prostředí.

Za základní prvky, ze kterých jsou multimédia sestavována, můžeme označit text, obrázek (ilustraci, fotografii, graf, schema), videozáznam, audiozáznam a animaci. Ponechme nyní stranou statické prvky (tedy psaný text a obrázky) a všimněme si ostatních technologií podrobněji.

### Videozáznam

Natočený videozáznam je obvykle multimédiem sám o sobě neboť obsahuje jak zvukovou, tak obrazovou stopu, nemusí tomu tak ale být vždy, například pokud je záznamovým zařízením fotoaparát bez mikrofону, nebo tehdy, když autor multimédia původní zvukovou stopu odstraní, aby ji později nahradil zvukem vyhovujícím jeho didaktickému záměru. Videozáznam ze své podstaty dokumentuje reálný děj či situaci, nejedná-li se samozřejmě o videozáznam retušovaný či trikový.

Zatímco dříve bylo jediným způsobem pořízení videozáznamu natáčení na videokameru (tedy rozměrné a nákladné zařízení), je dnes možné získat překvapivě kvalitní snímky i s použitím běžného fotoaparátu, případně i mobilního telefonu či webové kamery a stejně tak i základní stříh videa je úlohou, kterou zvládne běžný uživatel osobního počítače.

Pokud se budeme zabývat videozáznamem ve vyučování fyziky, zjistíme, že video pořady z oblasti fyzikálního vzdělávání a především pak záznamy natočených a komentovaných experimentů mají u nás bohatou tradici již od dob osmimilimetrové kamery. Možných způsobů nasazení technologie videa ve výuce je ovšem více, Pecina a kol. rozlišují čtyři základní způsoby a to video jako *systém přenosu informací*, video jako *systém kontroly*, video jako *prostředek snímání, přenosu a záznamu experimentů* a nakonec *využití videopořadů* [8].

Zaměříme-li se konkrétně na zařazení videozáznamu experimentů do výuky, můžeme vyčlenit tři základní účely. Jsou jimi motivace ke zkoumání nějakého jevu (či ke zkoumání světa obecně), kvalitativní vysvětlení sledovaného jevu a kvantitativní měření veličin. Zjednodušeně řečeno si v prvním případě přejeme, aby si student při sledování experimentu řekl: „Děje se tam něco zajímavého, co asi?“, ve druhém případě již rozebíráme,

jak děj skutečně probíhá, a při měření ve videozáznamu zjišťujeme reálné parametry děje (zrychlení, rychlosti apod.) a případně je porovnáváme s realitou či numerickým modelem.

## Audiozáznam

Zvukový záznam jako součást multimédií mívá stejně jako video různé funkce. Za prvé bychom mohli vyčlenit roli popisnou – smyslem přehrávání zvuku (mluveného slova) v multimédiu je zde sdělení informace, tedy například komentář či vysvětlení toho, co obsahují jeho další (obrazové) části.

Ve druhém způsobu použití je jádrem sdělení zvuk samotný. Typickým příkladem by mohl být výukový program pro biologii, ve kterém je heslo o konkrétním druhu ptáka doprovázeno nejen jeho vyobrazením ale také nahrávkou jeho zpěvu (např. [9]). Podobně, ve výukovém DVD o akustice (a optice) „Světlo a zvuk“ [10] jde o zvukovou stopu především.

Jako třetí úlohu zvuku uveďme jeho funkci doprovodnou, kdy zvuk (obvykle hudba) tvoří podklad pod obrazovým a textovým sdělením, například pod fyzikálními experimenty, jako je tomu u výukového DVD [11] a u mnoha dalších. S doprovodným zvukem je třeba nakládat velmi opatrně, aby nepůsobil rušivě a nebyl na škodu vlastnímu sdělení.

Ačkoliv technologie záznamu zvuku je známa již přes sto let, počítačová technologie změnila její charakter v tom smyslu, že je velmi snadné nejen pořídit záznam zvuku, ale také jej následně vizualizovat, analyzovat a modifikovat.

## Animace

Animace je ve svém duchu podobná videozáznamu, jejím výsledkem je pohyblivý obraz zobrazující nějaký děj nebo systém, například činnost stroje, pohyb mikročastic nebo planet a podobně. Rozdílem pak je, že zatímco při pořízení videozáznamu pozorujeme skutečný svět, provádíme reálný experiment nebo dokumentujeme opravdový stroj, v animaci pracujeme s virtuálním modelem.

Z virtuálního charakteru animace vyplývají její vlastnosti – protože nejsme vázáni realitou, můžeme zobrazit vnitřek nebo řez uzavřené soustavy, jakou je výbušný motor nebo živá buňka. Můžeme také zobrazit nehmotné objekty, ve fyzice například vektory sil či rychlostí, Obvykle také není problém děj v rámci animace zrychlit či zpomalit, zatímco videozáznam by byl značně limitován.

Protože animace není skutečným pozorováním, dopouštíme se při její tvorbě často zkratk a nepřesností (což obvykle není na škodu věci). Záleží pak na divákovi, zda bude

věřit tomu, že mechanismus či děj v reálném světě je takový, jaký mu v animaci předkládáme. Z uvedeného důvodu bývá animace někdy využita jako rozšíření videozáznamu – je vložena jako další vrstva do obrazu videa a pomáhá vidět nebo zvýraznit důležitá místa. Vazba na realitu je pak silnější.

Za speciální případ animace, především pro fyziku ale velmi významný, bychom mohli považovat počítačový model: do specializovaného programu vložíme rovnicemi vyjádřená pravidla, podle kterých se nějaký systém (předmět v tíhovém poli, nebeská tělesa apod.) chová, spolu s počátečními či okrajovými podmínkami a necháme počítač vývoj systému modelovat a zobrazovat.

### **Multimediální technologie ve vyučování fyziky**

Všechny technologie tvorby, záznamu a zpracování obrazu a zvuku popsané v předcházející části můžeme využít k podpoře fyzikálního vzdělávání i bez toho, abychom vytvářeli multimedia jako taková. A právě tomu, tedy způsobu využití multimediálních technologií bez tvorby multimédií je tato práce věnována.

Druhá a třetí kapitola se zabývají možnostmi videozáznamu – druhá kapitola rozebírá videoměření, tedy využití videozáznamu pro měření reálných veličin ve školních podmínkách, třetí popisuje natáčení a rychloběžného videa a zařazení natočených klipů do výuky. Čtvrtá kapitola nabízí několik způsobů použití technologií počítačového záznamu a přehrávání zvuku ve fyzikálním vzdělávání. Poslední pátá kapitola se zabývá podporou výuky počítačem v podobě interaktivního vykreslování částí vlnové funkce elektronu v orbitalu atomu vodíku, tedy technologií velmi příbuznou počítačové animaci.

# Kapitola 2

## Videoměření

### 2.1 Videoměření ve školské fyzice

Videozáznam je jedním z hlavních multimediálních prvků. Je součástí multimediálních kurzů, videonávodů, natočených experimentů s čtenými výukovými texty a podobně. Technologii záznamu obrazu ale můžeme pro fyzikální vzdělávání použít i jiným způsobem: pro měření fyzikálních veličin.

#### 2.1.1 Historie a současnost videoměření

Fyzikální měření za pomoci fotografie nebo videozáznamu není novou myšlenkou, už v roce 1939 popisuje Wallerstein použití fotoaparátu s opakovaně otvíranou závěrkou pro získání dat ke zkoumání rovnoměrného pohybu [12]. S postupným rozvojem a snižováním cen technického vybavení v průběhu času se metody videoměření postupně rozšiřují, popis a využití najdeme v 80. letech minulého století například u Fullera [13] nebo později v 90. letech u Zollmanna [14] a postupně se prosazují jako doplněk (a dnes spíše prvek) fyzikálního vzdělávání. V anglické literatuře se pro laboratorní úlohy využívající videoměření vžila zkratka VBL – „video based laboratory“.

Opravdový rozvoj metod videoměření ve škole ale pozorujeme až na přelomu tisíciletí společně s příchodem digitální techniky, která uživateli umožňuje s relativně nízkými pořizovacími náklady snadné získání i zpracování videozáznamu. Videoměření může v dnešní době učitel se svými studenty provést prakticky na libovolné škole, protože digitální videokamera nebo fotoaparát, stejně jako počítač vhodný ke stažení a promítání videa patří mezi běžné vybavení škol a potřebné programy jsou na internetu volně ke stažení. S klesající cenou počítačů a videokamer a s vývojem nových specializovaných počítačových programů se dostupnost videoměření stále zvyšuje a obor se nadále rozvíjí.

V současnosti tak najdeme videoměření jako prvek přípravy budoucích učitelů [15], ukázky a trénink videoměření jsou součástí kurzů pro učitele fyziky [16, 17, 18] a pro učitele se na webu nachází návody na provedení videoexperimentů [19, 20, 21]. Metody videoměření jsou využívány ve vysokoškolském studiu v úlohách fyzikálního praktika i při zpracovávání studentských závěrečných prací (např. [22]). Na střední škole pracují s videoměřením studenti nejen při běžných laboratorních pracích [23], ale například i v rámci projektového vyučování [24].

Je poměrně zajímavé, že ačkoliv je u nás videoměření dnes již běžnou součástí fyzikálního vzdělávání (viz výše), na portálu RVP [25] (věnovaném výměně informací a zkušeností s výukovými metodami a prvky mezi učiteli) nenajdeme žádnou zmínku o videoměřením, a to přesto, že se jednoznačně jedná o aktivizující metodu výuky [26], jaké se nová školská koncepce vzdělávacích programů jednoznačně snaží podporovat [27].

### 2.1.2 Význam videoměření ve fyzikálním vzdělávání

Využití videoměření pro fyzikální vzdělávání má řadu výhod. Jednak zprostředkovává studentovi možnost pracovat s reálnými daty ve formě přístupné dalšímu vědeckému zpracování, jednak dává možnost vyzkoušet si matematický popis skutečného světa. Kromě toho videoměření mění způsob vnímání videozáznamu pro studenty zvyklé přistupovat k videu pouze pasivně [28].

Pozitivem je také to, že na rozdíl od běžných laboratorních cvičení má student možnost pracovat a získávat výsledky i z domova, přičemž má doma k dispozici reálně vlastnoručně naměřená data, ne jen data z numerických modelů [26].

Značnou výhodou videoměření je skutečnost, že programy pro videoanalýzu ihned zobrazují změřené body i graficky, takže studenti mohou věnovat veškeré úsilí snaze o porozumění fyzikální podstatě zkoumaného problému namísto zdlouhavého sestavování grafů [29]. Zároveň se u studentů díky tomu zlepšuje i jejich porozumění grafům obecně [30].

Podle provedených studií použití videoměření zvyšuje porozumění základním pojmům, vztahům a interpretaci grafů v kinematice a dynamice hmotného bodu a schopnost pracovat s nimi [31, 32]. Výzkumy také u studentů prokázaly lepší chápání vztahů mezi různými reprezentacemi pohybu ve formě grafů, tabulek a vzorců v důsledku práce s videoanalýzou [33].

Metody videoanalýzy se ukazují jako nejen vhodné, ale i zábavné pro studenty jak v základním, tak v pokročilém kurzu fyziky [34]. Studenti sami přitom obvykle hodnotí videoměření za pomoci softwarového programu jako techniku snadno pochopitelnou, která jim pomáhá v učení se fyzice [35].

Používaná technika se za několik minulých let výrazně proměnila a stále proměňuje. Počítače i videokamery jsou mnohem dostupnější, přičemž schopnost zaznamenávat video mají i další, mnohem levnější a často i dostupnější zařízení, jakými jsou např. fotoaparáty, mobilní telefony nebo webové kamery. Měřit můžeme také ve videozáznamech stažených z internetu nebo umístěných videoserverech, jako je YouTube [36]. Spolu s tím vznikají nové programy pro videoměření s novými možnostmi, a tedy i novými nároky na uživatele. Proto je možné, že řada závěrů ze studií provedených v posledních dvaceti letech, což je zhruba doba, po kterou se videoměření ve fyzikálním vzdělávání využívá, již nemusí být platná a je třeba provádět nová ověření metod a nové studie použitelnosti [37].

### 2.1.3 Metody měření ve videozáznamu

Videozáznam můžeme při fyzikálním měření využít dvojnásobným způsobem, záleží na charakteru studovaného děje. V některých experimentech se nám jedná o nalezení „zlomového okamžiku“, snažíme se například identifikovat místo, ve kterém míček dopadne na zem, úhel, při kterém se nezajištěný padající sloup začne samovolně pohybovat kupředu a podobně. V záznamu experimentu pak hledáme snímek, na kterém je rozhodný okamžik zachycen. Můžeme tedy říci, že nám záznam videokamery slouží podobně jako stroboskopická fotografie, případně můžeme za pomoci vhodného počítačového programu (např. VideoStrobe [38]) z videozáznamu imitaci stroboskopického snímku sestavit.

Druhou možností, jak použít video pro měření ve fyzice, je časová analýza pohybu (děje), nazývaná také videoanalýza. Při videoanalýze s pomocí vhodného programu nejprve zkalibrujeme snímek a potom označujeme nebo necháme počítač automaticky označit v každém snímku jeden či více bodů určujících aktuální polohu tělesa na daném snímku. Získáme tak časový vývoj souřadnic studovaných bodů ve videozáznamu a zpravidla je můžeme exportovat pro další analýzu. Záleží pak na povaze experimentu, zda data např. porovnáme s numerickým modelem, provedeme na nich numerickou integraci či derivaci a podobně.

Zatímco pro první způsob použití, tedy hledání specifického snímku, nám vyhoví libovolný program přehrávající video, stačí jen, aby umožnil přehrávání pozastavit a krokovat, pro videoanalýzu je zapotřebí obvykle využít program specializovaný. Softwarových nástrojů pro videoanalýzu existuje celá řada, velká část z nich je ovšem placená, z nejnámějších jmenujme alespoň Logger Pro [39], VideoPoint [40], Videograph [41] nebo systém Coach6, který obsahuje i modul pro analýzu videa [42]. Výhodou placených programů je uživatelská podpora dodavatele, větší možnosti úprav videa, kalibrace a v neposlední řadě také bývá přibalena sada předtočených videoexperimentů nebo přístup do jejich online databáze. Programy nabízené zdarma žádnou uživatelskou podporu



nenabízí, jsou dodávány „tak jak jsou“, na druhou stranu ovšem většině požadavků na videoměření ve škole plně vyhoví. Dlouhou dobu byly na poli programů zdarma nejvýraznější především programy Avistep [43] a VIANA [44], dnes již ale poněkud zastaralé jak svým uživatelským rozhraním, tak možnostmi měření a podporou videoformátů. V současnosti jsou pak patrně nejlepší volbou multiplatformní programy PhysMo [45] a Tracker [46].

#### 2.1.4 Typické experimenty pro videoměření

Ne každý experiment vyžaduje analýzu za pomoci videoměření, některé jsou pro videoanalýzu dokonce zcela nevhodné. Obecně můžeme říci, že nám videoměření pomůže v případech, ve kterých potřebujeme zaznamenávat údaje, které se s časem mění relativně rychle, ale ne tak rychle, aby je kamera nedokázala zaznamenat. To, jaká rychlost změn je vhodná a jak malé mohou být sledované změny, záleží na parametrech konkrétního snímacího zařízení (videokamery, fotoaparátu), detailněji jsou parametry těchto zařízení diskutovány v oddílu 2.2.

Velmi dobré příklady toho, co lze a je užitečné měřit, najdeme například v textu Chimina a Hoyera [47], později možnosti videoměření výstižně shrnuje Blume-Kohout a kol. [48]. Typické pro školní praxi jsou především analýzy pohybů v jednom nebo dvou rozměrech, které umožňují snadné měření parametrů, jakými jsou vzdálenost, úhel, sklon, čas a podobně, a ilustrativní interpretaci výsledků. Naproti tomu, máme-li prezentovat ve virtuálním prostředí videoměření takové veličiny, jakými jsou teplo, tlak, magnetické pole a podobně, může to od nás vyžadovat mnoho invence [26].

V literatuře nebo mezi školními a univerzitními laboratorními pracemi tak často najdeme příklady použití videoměření při studiu rovnoměrného a rovnoměrně zrychleného pohybu [49, 50, 32], pohybu po kružnici [51, 52] nebo pro zkoumání volného pádu a měření tíhového zrychlení [53, 54]. Oblíbeným tématem jsou dále kmitavé pohyby, tedy nejjednodušeji kývání kyvadla [55, 37, 56] a pružinového oscilátoru [37, 57, 23], ale i složitější oscilace [34].

Velmi vhodné je videoměření i k demonstracím základních zákonů zachování. Patrně nejčastěji je zmiňován a ověřován zákon zachování energie [53, 37] respektive se články a úlohy věnují studiu ztrát energie, např. koeficientu restituce [58]. Dalším často demonstrovaným je zákon zachování hybnosti a studium pružných a nepružných srážek [55]. Tak, jak se s rozvíjející technikou mění možnosti videoměření i uživatelský komfort, opakuje se většina experimentů v nových podmínkách, například demonstraci zachování hybnosti a studium pohybu a srážek puků pohybujících se na vzduchovém polštáři tak najdeme opakovaně vždy po několika letech [59, 30, 60].

Ačkoliv vyhodnocení nemusí být zcela přímočaré, je s pomocí videoměření možné určit i hodnotu Reynoldsova čísla [61], hodnotu součinitele odporu [62] nebo studovat absorpční a emisní spektra [63].

## 2.2 Možnosti běžné videokamery a fotoaparátu

Abychom dokázali správně zvolit a použít kameru pro videoměření, zpracovat data, vyhnuli se zbytečným chybám a dokázali odpovídat na dotazy studentů, je třeba, abychom alespoň stručně znali její parametry, možnosti a omezení. Videokameru (nebo fotoaparát) se schopností záznamu videa můžeme chápat jako AD převodník, který s danou vzorkovací frekvencí převádí obraz (osvětlení) na digitální signál. Základní parametry tohoto převodníku jsou:

- rozlišení obrazu
- snímková frekvence

### 2.2.1 Běžná videokamera

V oblasti videokamer je situace ohledně možností videokamery poměrně jednoznačná, daná normou: V Evropě se prodávají výhradně videokamery používající systém PAL, kamery zakoupené v USA či Japonsku využívají systém NTSC, v této práci budeme proto předpokládat, že pokud pracujeme s videokamerou, pak zaznamenává obraz podle normy PAL. Obraz takové videokamery má rozlišení  $720 \times 576$  aktivních obrazových bodů, vzorkovací frekvence je pak 25 Hz, ovšem s jistými výhradami. Video z běžné videokamery je obvykle uloženo ve formátu MPEG-2 (popsán normou ISO/IEC 13818-1:2000, např. [64]) nebo DV (specifický MPEG-4 v kontejneru avi<sup>1</sup>, popsán ve [65]).

---

<sup>1</sup> Termín kontejner se v oblasti digitálního zvuku nebo videa používá pro způsob, jakým jsou jednotlivé datové proudy (stopy, streamy) uloženy do datového souboru. Typickými příklady jsou kontejnery avi (Audio Video Interleave), mov (QuickTime Movie), ogg (Ogg) nebo mkv (Matrjoška). V jednom kontejneru může být uloženo několik datových proudů, nejběžněji jeden proud videa a jeden proud stereo zvuku pro filmový soubor, není ale nezvyklé, že kontejner obsahuje další audiostopu, například zvuk v jiné jazykové verzi nebo v prostorovém formátu 5.1, stejně tak jako v něm může být uložena stopa s titulky.

Kontejner sám obsahuje skutečně jen informaci o tom, jak jsou proudy uloženy a jak se mají číst a synchronizovat, ne ale už o tom, jakým způsobem se mají data z datových proudů dekodovat. Dekodování je úlohou kodeků nebo DirectShow filtrů, které jsou nainstalovány v operačním systému nebo v přehrávací aplikaci. Proto je běžné, že zatímco jeden soubor typu avi počítač přehraje bez problémů, jiný vyžaduje dodatečnou instalaci kodeku nebo filtru.

## Snímková frekvence

V oblasti zpracování videa se obvykle místo termínu vzorkovací frekvence používá veličina snímková frekvence (anglicky *frame rate*, protože se v popisech přístrojů a programů obvykle používají anglické termíny, budou nejčastější z nich uvedeny i v této práci). Snímková frekvence videa v systému PAL je 25 FPS (snímků za vteřinu). Podle druhu videokamery se může buďto jednat o 50 půlsnímků sejmutých každou vteřinu (tzv. prokládaný režim), nebo 25 plných snímků (tzv. progresivní snímkování).



Obrázek 2.1: Jeden snímek prokládaného videa, převzato z [66]

**Prokládané snímky** (anglicky *interlaced frames*) odpovídají systému, jakým je obraz vykreslován na klasických televizních obrazovkách (katodových trubicích). Každý snímek se skládá ze dvou tzv. půlsnímků (*fields*). Nejprve se za  $\frac{1}{50}$  sekundy nasnímají (na televizi vykreslí) pouze sudé řádky tvořící první půlsnímek, potom se za stejný časový okamžik nasnímá druhý půlsnímek z lichých řádků, což vytváří při sledování iluzi plynulejšího obrazu. Situaci při jednoduché videoanalýze ale technologie prokládání obrazu komplikuje, protože každý pohybující se objekt se do jednoho snímku promítne dvakrát, jako je tomu například na obrázku 2.1. V technických zkratkách formátů se informace o prokládaném snímkování uvádí na konci zkratky písmenem i, takže pokud je u kamery uveden výstupní formát videa 576i, pak má obraz 576 řádků a snímkování je prokládané.

Pro běžnou videoanalýzu je z uvedených důvodů vhodnější využít kameru umožňující **progresivní snímkování** (*progressive scanning*), což většina moderních videokamer splňuje. Při progresivním snímkování se jednoduše 25 krát za vteřinu sejme a uloží celý obraz. Progresivní snímkování je ve zkratkách videoformátů specifikováno písmenem p na konci, např. 576p.

Z uvedených popisů prokládaného snímkování vyplývá, že je teoreticky možné zvýšit snímkovou frekvenci na dvojnásobek na úkor snížení vertikálního rozlišení videa na polovinu. Pokud bychom děj, který chceme studovat, natočili v prokládaném režimu a pak promítali každý půlsnímek po padesátinu vteřiny s dvojnásobnou šířkou řádky, mohli bychom měřit v obraze i rychlejší děje [67, 62]. To je skutečně možné, je ale nutné videoklip popsáním způsobem upravit a zpětně vyexportovat. Vhodným nástrojem k tomu je kombinace programů Avisynth [68] a VirtualDub [69], postup ale není dostatečně přímočarý, takže není vhodný pro přímé použití se studenty, ale spíš např. pro přípravu demonstračního klipu nebo klipu, ve kterém budou studenti měřit.

### Rozlišení obrazu videa

Ani rozlišení obrazu videa není tak jednoznačným parametrem, jak by se na první pohled mohlo zdát. Digitální videa vytvořená v normě PAL mají 720 obrazových bodů na řádku a 576 řádků. Obrazové body ale nejsou chápány jako čtvercové, ale obdélníkové (zvané též anamorfové). Podle toho, zda se jedná o video standardní nebo širokoúhlé (*widescreen*), jsou jejich strany přizpůsobeny tak, že se celé pole  $720 \times 576$  bodů promítá na zobrazovací plochu o poměru stran 4:3 nebo 16:9. Není tedy pravdou, že by v širokoúhlém videu bylo více bodů než ve standardním, pouze jsou tyto body protaženy v horizontálním směru.

Video v takzvaném „vysokém rozlišení“ (*high definition, HD*) obsahují obraz o vyšším počtu bodů, typické hodnoty jsou  $1280 \times 720$  bodů nebo  $1920 \times 1080$  bodů.

### 2.2.2 Videoklip z fotoaparátu

V případě fotoaparátů schopných natáčet videozáznam je situace mnohem různorodější, než je tomu u videokamer. Příčinou je, že fotoaparáty se obvykle nadržují normy PAL nebo NTSC, ale zaznamenávají video v takovém formátu obrazu, jaký má jejich CCD čip, a snímkové frekvenci, v jaké je elektronika fotoaparátu schopna čip vyčítat. Velmi běžná jsou videa o rozlišeních  $320 \times 240$ ,  $640 \times 480$ , ale i mnoha jiných.

Na rozdíl od videokamer jsou obvykle ve videozáznamu z fotoaparátu uloženy čtvercové obrazové body a obraz není prokládaný, takže odpadá většina problémů s přípravou videa pro vlastní videoanalýzu. Navíc není problém videoklip se čtvercovými body otočit o  $90^\circ$  nebo  $180^\circ$  bez deformace obrazu, na rozdíl od videoklipů s anamorfovémi body. Na druhou stranu mohou videa z fotoaparátu mít nižší snímkové frekvence, někdy i jen 15 FPS, takže rychle se pohybující objekty může fotoaparát zachytit hůře.

Kvalita obrazu videozáznamu fotoaparátu bývá v řadě případů horší než u videokamery. V důsledku mnohem vyšší komprese videa obraz ztrácí ostrost, kontrast a mohou

se v něm objevovat artefakty. Pohybující se objekty jsou také často neostré, především proto, že mnohé fotoaparáty dosahují vhodné expozice snížením citlivosti čipu, zatímco videokamery umí využít „závěrky“ (ne ovšem už v mechanickém smyslu) a exponovat políčka jen po krátkou dobu, např 1/125 s.

Videosoubory získané z fotoaparátu mívají nejčastěji některý z formátů MPEG-4 uložený v kontejnerech avi nebo Quicktime mov.

### 2.2.3 Mobilní telefon

Pokud je u fotoaparátů situace v parametrech videa proti videokamerám nepřehledná, pak u mobilních telefonů je nabídka ještě mnohem rozmanitější. Obecně (samozřejmě ne bez výjimek) ale platí, že videoklipy vytvořené mobilními telefony nebývají k videoanalýze příliš vhodné. Jednak mívají velmi špatnou kvalitu obrazu danou malým průměrem čočky a plochou CCD nebo CMOS čipu a také jejich snímková frekvence bývá často velmi nízká. Na druhou stranu se oba parametry videozáznamu velmi prudce zlepšují s tím, jak zlevňují moderní typy telefonů.

Nejzásadnějším problémem videa z telefonu je ale většinou formát videosouborů. Mobilní telefony ukládají videa do řady různých kontejnerů, např. 3gp, 3g2, ogg, mp4 apod., které ale standardní programy pro videoanalýzu často nedokážou načíst. Důvodem pro používání moderních kontejnerů je to, že tyto kontejnery umožňují aplikaci účinnějších algoritmů komprese videa a vytváření menších videosouborů v porovnání s tradičními avi nebo mov. Patrně nejvýznamnějším rozdílem je to, že takové formáty podporují i nekonstantní (proměnnou) snímkovou frekvenci (*variable framerate*), takže i při úspěšném načtení do analytického programu například po konverzi videa bychom se při měření nemohli spolehnout na to, že je časový odstup dvou následujících snímků stejný. Proměnná snímková frekvence tím pádem prakticky znemožňuje použití metod numerického derivování a podobně.

## 2.3 Videoanalýza

Návod, jak úspěšně provést videoanalýzu, tak jak jsem jej publikoval a několikrát aktualizoval na svých webových stránkách [19], je uveden v příloze A této práce. Starší verze návodu byla základem dílny pro učitele na semináři Dílny Heuréky 2006 a její doprovodný text vyšel ve sborníku semináře [70], videoanalýzou se následně zabývá také kapitola v knize Média tvořivě [71]. Návod byl také převzat do studijního textu používaného v Laboratoři distančního vzdělávání pro vzdělávání budoucích učitelů [72]. Pravidla, náměty a poznámky uvedené v návodu a ve jmenovaných publikacích vychází z reálné zkušenosti s natáčením videoklipů pro videoměření se studenty i učiteli.

### 2.3.1 Běžné problémy při videoanalýze

Při videoanalýze může dojít k několika zásadnějším chybám. Jedná se především o problém neizotropního měřítka a problém špatně umístěného měřítka.

#### Neizotropní měřítko

Z nejrůznějších důvodů se může stát, že program pro videoanalýzu interpretuje obraz jinak, než jak byl natočen, takže dojde ke zkreslení měřítka ve vertikálním a horizontálním směru. Při normálním pohledu na film si toho nevšimneme, jakmile ale začneme měřit, zjistíme například, že kružnice nejsou kružnicemi, ale elipsami.

Nejčastějším ale ne jediným původem chyby je, že dle normy DV by ve videu obrazové body měly mít poměr stran 1:1,067, ale program pro videoanalýzu je zobrazuje jako čtvercové. Toto zkreslení se obvykle neprojeví při měření v jednom rozměru (volný pád, kmitání pružiny, rozjezd vozíku), pokud ale začneme měřit ve dvou rozměrech současně, zjistíme, že získaná data neodpovídají fyzikálním zákonům, především zákonům zachování.

Například při šikmém vrhu míčku se bude celková mechanická energie zdánlivě měnit s tím, jak se míček dostává do větší výšky a pak klesá zpět. Nekonstantnost energie vysvětlí nesprávný poměr mezi výškou a šířkou obrazu, který vede k tomu, že měříme u míčku nižší výšku, než ve které se ve skutečnosti nachází, a spolu s tím nižší vertikální složku rychlosti, než jakou se ve skutečnosti pohybuje. Řešením je buďto přepočítat videa tak, aby obrazové body byly čtvercové (což ale vede ke ztrátě ostrosti videa) nebo použití programu pro videoanalýzu, který umožňuje buď do obrazu umístit dvě měřítka v navzájem nezávislých směrech nebo změnu zobrazených rozměrů videa. Další možnosti je nebo dodatečná kalibrace změřených dat, tedy vynásobení nebo vydělení jedné souřadnice faktorem odpovídajícím poměru stran obrazového bodu videa (obvykle 1,067 pro PAL 4:3).

Ještě horší situace obvykle nastane, pokud natáčíme svislý děj a otočíme videokameru o 90° podobně, jako běžně otáčíme fotoaparát. V takovém případě je třeba video v nějakém nástroji také otočit, přičemž buď musí dojít ke přepočtu bodů, tedy převzorkování a rekompresi, nebo se změní poměr stran obrazových bodů ve videozáznamu na převrácený, s čímž si programy pro videoanalýzu poradí ještě hůře než v předchozím případě. S běžnou videokamerou proto není vůbec vhodné v otočené poloze natáčet.

#### Neočekávané vyšší nebo nižší hodnoty

Velmi často zjistíme, že nám vychází příliš velká uražená dráha, rychlost nebo třeba tíhové zrychlení. Velmi pravděpodobnou příčinou takového problému je fakt, že měřítka

nebyla přesně v rovině, ve které se odehrával sledovaný děj, typickým příkladem je volný pád míčku před tabulí, na které je namalováno měřítko. Pokud je totiž kamera od tabule vzdálena 2 m a míček padá 20 cm před tabulí, pak změříme, že míček urazil vzdálenost 1 m už ve chvíli, kdy reálná délka jeho trajektorie byla  $s = 1 \cdot \frac{2,0}{2,2} \text{ m} = 0,91 \text{ m}$ , takže tíhové zrychlení nám bude vycházet  $g = 9,8 \cdot \frac{2,2}{2,0} \text{ m s}^{-2} = 10,8 \text{ m s}^{-2}$ .

Řešením je buď mít vždy měřítko přesně v rovině obrazu, nebo, což je často schůdnější, zapsat si údaje o podmínkách měření (vzdálenost kamery a tabule, míčku a tabule apod.) a výsledná data přeškálovat ve správném poměru.

## 2.4 Experimenty s použitím videoměření

Jak již bylo zmíněno v 2.1.4, videoměření je běžně používáno v řadě experimentů, především v praktiku vysokoškolské fyziky. Uveďme zde nyní několik experimentů na úrovni střední nebo vysoké školy, ve kterých je videoanalýza součástí řešení.

### 2.4.1 Padající tyč

„Padající tyč“ je jednoduchý experiment z oblasti základů mechaniky tuhého tělesa. Vezmeme homogenní tyč (dřevěnou tyč, kovovou trubku), postavíme na jeden konec a natočíme její pád na stranu, jako je tomu na obrázku 2.2(a). Při svém pádu tyč koná rotaci kolem osy procházející jejím koncem. Výhodami tohoto experimentu jsou snadný matematický model, přesvědčivá shoda s experimentem, případně i možnost rozšířit studentům obzor o numerickou integraci například ve fyzikálních semináři nebo specializované třídě. Úloha včetně videoměření byla publikována ve sborníku semináře GIREP 2005 [73].

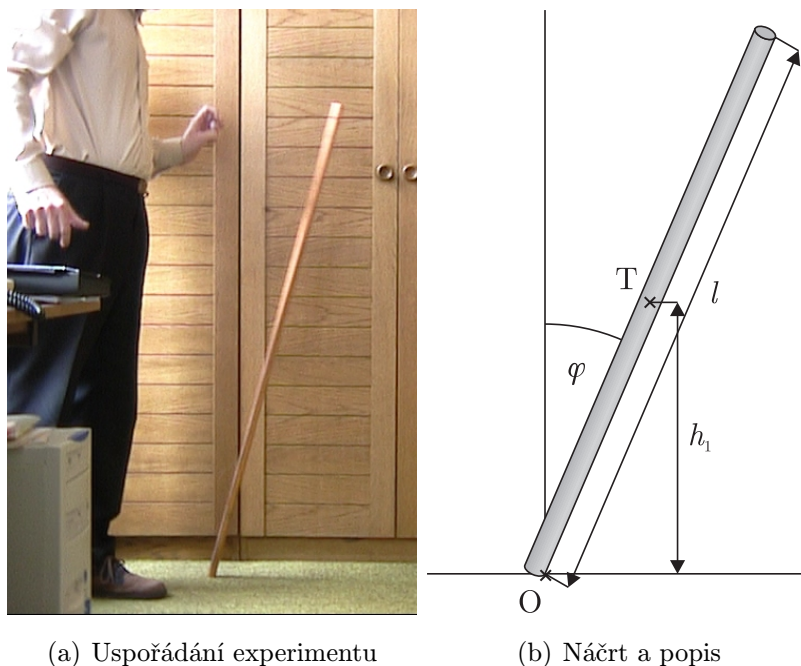
Data, která budou uváděna jako příklady v této sekci, byla naměřena ve videoklipu z příloženého CD.

#### Závislost rychlosti konce tyče na úhlu

Výpočet rychlosti dopadu konce padající tyče, případně nalezení závislosti úhlové rychlosti  $\omega$  na úhlu, je běžnou středoškolskou úlohou, nachází se například v [74]. Závislost odvodíme nejnázorněji ze zákona zachování mechanické energie

$$mgh_0 = \frac{1}{2}J\omega^2 + mgh_1, \quad (2.1)$$





(a) Uspořádání experimentu

(b) Náčrt a popis

Obrázek 2.2: Pád tyče

kde  $h_0$ , respektive  $h_1$ , je výška těžiště nad úrovní země a  $J = \frac{1}{3}ml^2$  je moment setrvačnosti tyče vzhledem k ose procházející jejím koncem. Označme  $\varphi$  úhel mezi tyčí a svislým směrem, potom platí  $h_1 = \frac{l}{2} \cos \varphi$  (viz obrázek 2.2(b)).

Po dosažení uvedených vztahů a  $v = \omega l$  a následné úpravě rovnice 2.1 získáme vzorec pro závislost rychlosti  $v$  na úhlu  $\varphi$ .

$$mg \frac{l}{2} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{3}ml^2 \right) \left( \frac{v}{l} \right)^2 + mg \frac{l}{2} \cos \varphi$$

$$v = \sqrt{3gl(1 - \cos \varphi)} \quad (2.2)$$

Nyní porovnáme teoretický vzorec 2.2 s experimentem. Za pomoci software pro videoanalýzu odečteme souřadnice zvoleného (obvykle koncového) bodu tyče v jednotlivých časových intervalech a vypočítáme hodnoty rychlosti pro stejné úhly.

Jak již bylo zmíněno, do záběru je nutné zahrnout nějaký typ „pravítka“ – nějaké značky, podle kterých budeme moci při videoanalýze naškálovat obraz. Tento experiment je typickým příkladem situace, kdy se jako pravítko hodí přímo sledovaný objekt. V našem případě pravítkem byla tyč samotná, její délka je 1,36 m.

Ukázka porovnání výsledků se nachází v tabulce 2.1. Jak vidíme, naměřené hodnoty rychlostí velmi dobře korespondují s teoretickými předpověďmi. Odchytky teoretické a naměřené hodnoty jen výjimečně přesahují 10% – s výjimkou první hodnoty, kde je



úhel ještě malý, a proto odchylka velká. Další odchylky mohou být způsobeny pravděpodobně tím, že tyč padala v rovině, která nebyla přesně rovnoběžná s rovinou čočky kamery, a tím, že spodní hrana obrazu videozáznamu mohla být o malý úhel odchýlena od vodorovné roviny.

$\varphi$ °	$\frac{v_e}{\text{m s}^{-1}}$	$\frac{v_t}{\text{m s}^{-1}}$	$\frac{\delta v}{\%}$
5,4	0,31	0,38	20,0
10,3	0,77	0,71	8,9
15,2	1,08	1,05	3,1
19,5	1,35	1,34	0,6
25,5	1,92	1,73	11,5
29,0	2,04	1,98	3,5
37,8	2,73	2,55	7,2
49,4	3,64	3,29	10,6
56,2	3,93	3,74	5,1
64,0	4,44	4,22	5,3
72,4	4,81	4,74	1,4
81,5	5,24	5,28	0,8

Tabulka 2.1: Porovnání teoretické ( $v_t$ ) a experimentální ( $v_e$ ) hodnoty rychlosti konce tyče pro jedno vzorové měření

Některé programy za nás mohou rychlost a zrychlení sledovaného bodu spočítat samy, v opačném případě je musíme „manuálně“ dopočítat, například v tabulkovém procesoru. Z didaktických důvodů může být přímé spočtení rychlostí vhodné, protože si studenti jiným způsobem uvědomí pojmy okamžitá a průměrná rychlost, nebo se poznají s numerickou derivací, záleží na konkrétní skupině studentů a jejich zkušenostech. Pro studenty je také někdy zajímavé uvědomit si, že graf závislosti rychlosti na úhlu  $\varphi$  není grafem závislosti rychlosti na čase, jaký běžně používají. Křivkou pak není ani přímka (obvyklá pro pohyb v tíhovém poli) ani parabola (kterou studenti často očekávají), ale křivka složitější.

### Zrychlení konce tyče

Pokud určíme ze změřených dat rychlost pohybu konce tyče numericky jako podíl  $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ , můžeme stejným způsobem určit zrychlení jako  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ . Zjistíme tak, že zrychlení bodu na konci tyče je před dopadem vyšší než tíhové zrychlení  $g$ . Pro konkrétní experiment odkazovaný v tomto textu naměříme hodnoty cca  $13 \text{ m s}^{-2}$ , přesnost ale není velká v důsledku „rozházených“ hodnot numerické derivace.

Tento fakt bývá pro studenty překvapivý a je dobrým odrazovým můstkem, pokud je chceme nechat o něčem přemýšlet. („Není to ve sporu s fyzikálními zákony? Promyslete si odpověď a vysvětlete.“)

### Závislost úhlu sklonu tyče na čase (pohybová rovnice)

Zatímco předchozí úlohy využívaly pouze vzorce a metody běžně vyučované na střední škole, pro namodelování časového vývoje úhlu sklonu  $\varphi$  s nimi již nevystačíme. Základem je nalezení pohybové rovnice, například za pomoci vztahu mezi momentem síly a úhlovým zrychlením  $M = J\varepsilon$  (tzv. 2. věta impulzová, tento vztah bývá na střední škole někdy zmiňován jako ekvivalent 2. Newtonova zákona pro otáčející se soustavy). Jinou možností je odvození z Lagrangeových rovnic 2. druhu jako cvičení z teoretické mechaniky.

**Odvození z momentu síly:** Úhlové zrychlení  $\varepsilon$  je druhá derivace úhlu podle času  $\varepsilon = \ddot{\varphi}$ . Platí tedy

$$M = J \cdot \ddot{\varphi},$$

kde  $J = \frac{1}{3}ml^2$  je moment setrvačnosti tyče stejně jako v předchozím bodě. Silou, která uvádí tyč do pohybu, je složka tíhové síly kolmá k jejímu směru  $F = F_g \sin \varphi = mg \sin \varphi$ . Ramenem síly je polovina délky tyče (síla působí v těžišti). Po dosazení a úpravě získáme pohybovou rovnici

$$\begin{aligned} mg \sin \varphi \cdot \frac{l}{2} &= \frac{1}{3}ml^2 \cdot \ddot{\varphi} \\ 0 &= \ddot{\varphi} - \frac{3g \sin \varphi}{2l} \end{aligned} \quad (2.3)$$

**Odvození pomocí Lagrangeových rovnic:** Pohybovou rovnici získáme dosazením do Lagrangeovy rovnice

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi} = 0$$

Nejprve určíme kinetickou a potenciální energii jako funkci zobecněné souřadnice  $\varphi$  a pak lagrangián jako  $L = T - V$ .

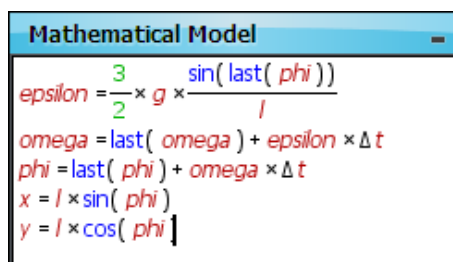
$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{3}ml^2 \right) \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 = \frac{1}{6}ml^2\dot{\varphi}^2 \\ V &= mgh = \frac{mgl \cos \varphi}{2} \\ L &= T - V = \frac{1}{6}ml^2\dot{\varphi}^2 - \frac{mgl \cos \varphi}{2} \end{aligned}$$

Po dosazení do Lagrangeovy rovnice a po úpravě získáme pohybovou rovnici pro náš problém.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{3} m l^2 \dot{\varphi} \right) - \frac{m g l \sin \varphi}{2} &= 0 \\ \ddot{\varphi} - \frac{3 g \sin \varphi}{2 l} &= 0 \end{aligned} \quad (2.4)$$

Vidíme, že nalezená rovnice 2.4 je identická s rovnicí získanou z momentu síly 2.3. Jedná se vlastně o pohyb fyzického kyvadla s rozkmitem tak velkým, že jeho pohyb začíná v horní rovnovážné poloze (resp. v její těsné blízkosti).

**Řešení pohybové rovnice:** Pohybová rovnice 2.3 nebo 2.4, kterou jsme získali, je nelineární diferenciální rovnicí, která nemá jednoduché analytické řešení na úrovni úvodního vysokoškolského kurzu matematiky (řešení lze vyjádřit použitím eliptických integrálů), můžeme ji však řešit pomocí numerické integrace, tedy pomocí modelu. Vhodným nástrojem je například program Modellus [75]. Ukázka modelu je na obrázku 2.3.



```

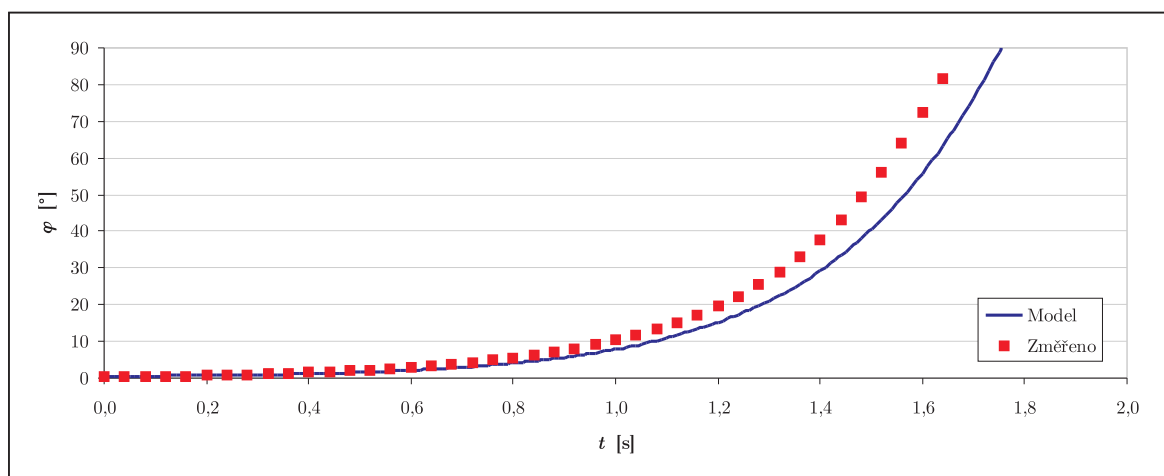
Mathematical Model
epsilon = 3/2 * g * sin(last(phi)) / l
omega = last(omega) + epsilon * dt
phi = last(phi) + omega * dt
x = l * sin(phi)
y = l * cos(phi)

```

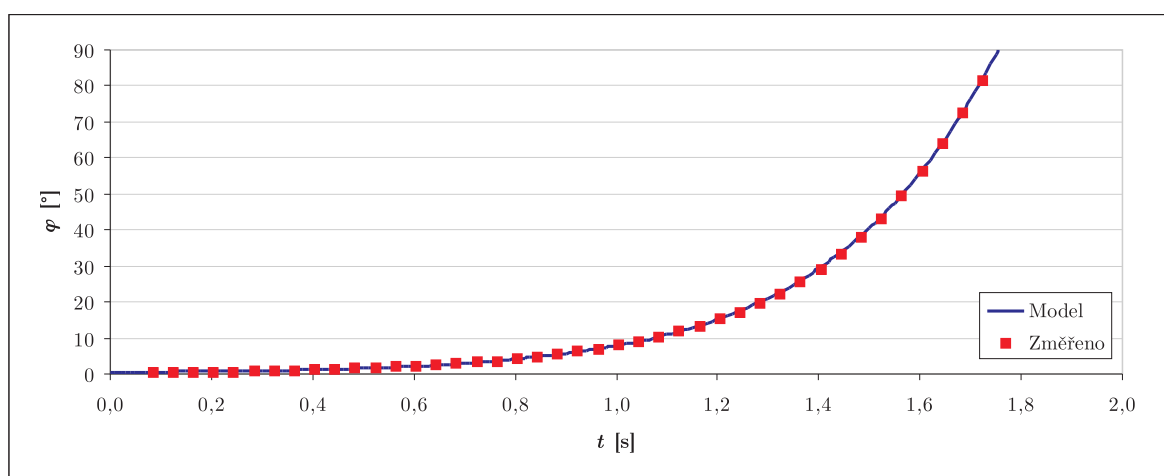
Obrázek 2.3: Model v programu Modellus (Pád tyče)

Kromě vlastního modelu je nutné zadat také počáteční podmínky pro  $\omega$  a  $\varphi$ . Úhlovou rychlost nastavíme na  $\omega = 0$ , protože tyč se na začátku nepohybuje. Pokud bychom ale nastavili i  $\varphi = 0$ , pak by model nic neukázal, protože tyč by se pohybovat vůbec nezačala. Zvolíme proto nějaký velmi malý počáteční úhel, např. 0,01 rad, a pozorujeme časový vývoj.

Pokud data z modelu a z experimentu vyneseme do grafu, zjistíme, že trend měřených dat modelu odpovídá, ale jsou v čase posunuta, tak jako je tomu v grafu 2.4. Předstih měřených bodů vzniká tím, že není jasné, ve kterém okamžiku měření začíná, protože počátek děje je velmi pomalý, ve videozáznamu neměřitelný. Pokud provedeme korekci a k časům všech měřených bodů přičteme stejný „čas počátku“ (pro měření zachycené v grafu je to 84 ms), zjistíme, že měřená data odpovídají modelu velmi přesně, jak je vidět v tabulce 2.2 a grafu 2.5. Významnější relativní odchylky se vyskytují pouze pro malé hodnoty úhlu  $\varphi$  a jsou velmi pravděpodobně způsobeny náhodnou chybou měření.



Obrázek 2.4: Porovnání měření a výsledků modelu



Obrázek 2.5: Porovnání měření a výsledků modelu s korekcí času

$t/s$	$\varphi_{\text{měření}}$	$\varphi_{\text{model}}$	$\delta\varphi$
0,36	1,04°	1,03°	0,8 %
0,44	1,43°	1,30°	10,0 %
0,52	1,71°	1,65°	3,8 %
0,60	2,24°	2,13°	5,0 %
0,68	2,85°	2,75°	3,5 %
0,76	3,61°	3,56°	1,4 %
0,84	4,90°	4,63°	5,9 %
0,92	6,20°	6,02°	3,0 %
1,00	7,94°	7,83°	1,4 %
1,08	10,34°	10,20°	1,4 %
1,16	13,42°	13,28°	1,0 %
1,24	17,23°	17,28°	0,3 %
1,32	22,24°	22,48°	1,1 %
1,40	29,01°	29,22°	0,7 %
1,48	37,84°	37,92°	0,2 %
1,56	49,41°	49,09°	0,7 %
1,64	63,98°	63,28°	1,1 %
1,72	81,50°	81,05°	0,6 %

Tabulka 2.2: Srovnání hodnot z měření a modelu

### Úplný konec pohybu:

Na samém konci pohybu, těsně před dopadnutím nastane poměrně zajímavý děj. Pokud jsme nějakým způsobem nezafixovali osu otáčení tyče, začne se celá tyč pohybovat dopředu. To se může na první pohled zdát v rozporu s teorií – pokud by se neuplatňovalo tření, měla by tyč padat tak, aby se neměnila horizontální souřadnice těžiště, tedy prokluzovat dozadu. Ve videozáznamu ale pozorujeme přesně opačný děj.

Vysvětlení je poměrně prosté: Na začátku tyč neprokluzuje, protože její osa je držena na místě třecí silou. Tím ale tyč jako celek při pádu získá hybnost ve směru vpřed (Mohli bychom říci, že se odtlačila od země dopředu). Na konci pohybu již není třecí síla dostatečně velká na to, aby osu rotace udržela na místě, a celá tyč se tedy začne pohybovat směrem dopředu.

### Časté problémy a jak jim předcházet

- Je třeba natočit více záběrů. Aby tyč padala v nejlepší shodě s teoretickou/numerickou předpovědí, je nutné pouštět ji s minimálním počátečním úhlem. V tom případě ale nemá experimentátor dostatečnou kontrolu nad směrem, kterým se tyč bude pohybovat, přičemž pro videoanalýzu je nutné, aby tyč padala

v rovině rovnoběžně s rovinou čočky videokamery. Zvýšením počtu záběrů zvýšíme i pravděpodobnost, že se nám podaří získat záběr vhodný.

- Zhruba v druhé polovině pádu je již pohyb tyče velmi rychlý. Je proto vhodné natáčet při velkém množství světla a s krátkou závěrkou, protože jednotlivé snímky jsou pak ostřejší. Z stejného důvodu také, pokud to kamera umožňuje, je užitečné natáčet klip v progresivním (neprokládaném) režimu.
- Protože měříme dvoudimenzionální pohyb, ne jen lineární, je nutné zkontrolovat, že nedochází ke špatné interpretaci videa v programu pro videoanalýzu (viz. 2.3.1). Je proto třeba změřit délku tyče na začátku (svisle) i po dopadu (vodorovně) a ověřit, že je obraz izotropní, případně dodatečně jednu ze souřadnic přeškálovat.
- Pokud nechceme ukazovat a rozebírat dopředný pohyb tyče na konci jejího pádu, zafixujeme osu rotace. Stačí spodní konec tyče například přilepit k podlaze izolopou.

## 2.4.2 Odvalování těles z válce

Necháme-li těleso (kuličku, válec, trubičku apod.) koulet se z kulatého (válcového) povrchu, v určitém bodě povrch opustí a pokračuje šikmým vrhem. Obvyklá školská úloha zní „kde leží tento bod?“, s pomocí videozáznamu můžeme teorii ověřit experimentálně. Tato úloha včetně videoměření byla publikována ve sborníku semináře GIREP 2005 [73].

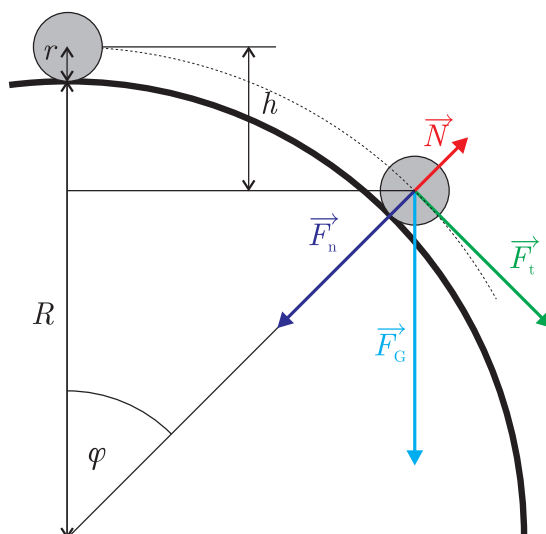
### Odvození úhlu oddělení

Na počátku svého pohybu se těleso pohybuje po kruhové dráze, to znamená, že na něj působí dostředivá síla kolmá ke směru pohybu. Dostředivou sílu tvoří normálová složka tíhové síly  $\vec{F}_n$  sečtená s reakcí podložky  $\vec{N}$ , tečná složka tíhové síly  $\vec{F}_t$  udílí tělesu zrychlení (obrázek 2.6). S narůstajícím úhlem klesá tlak na podložku a v určitém okamžiku zcela vymizí, takže normálová složka tíhové síly je přímo silou dostředivou, v tu chvíli dojde k oddělení tělesa od povrchu.

$$F_n = F_d$$

$$mg \cos \varphi = m \frac{v^2}{R + r} \quad (2.5)$$

Rychlost pohybu tělesa určíme ze zákona zachování mechanické energie. Předpokládáme, že se těleso odvaluje bez prokluzování, takže lze odvodit, že pro úhlovou rychlost



Obrázek 2.6: Odvalování tělesa – náčrt a popis

$\omega$  platí vztah  $\omega = \frac{v}{r}$ . Celkovou kinetickou energii spočteme jako součet posuvné a rotační energie.

$$\begin{aligned}
 E_p &= E_k \\
 mgh &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2 \\
 2gh &= v^2 + \frac{J}{m} \left(\frac{v}{r}\right)^2 \\
 \frac{2gh}{1 + \frac{J}{mr^2}} &= v^2
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Výšku  $h$ , o kterou těleso klesne, vypočteme jako  $h = (R + r) - (R + r) \cos \varphi$  (viz obrázek) a dosadíme spolu s  $v^2$  do vztahu pro sílu 2.5.

$$g \cos \varphi = \frac{\frac{2g(R+r)(1-\cos \varphi)}{1 + \frac{J}{mr^2}}}{R + r}$$

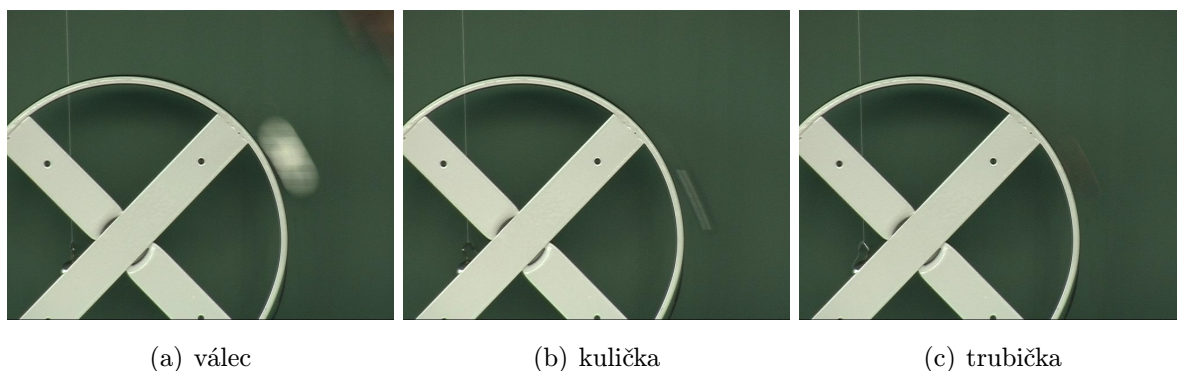
Úpravou získáme výsledný vztah pro  $\cos \varphi$ .

$$\cos \varphi = \frac{2}{3 + \frac{J}{mr^2}} \tag{2.7}$$

Vidíme, že úhel oddělení odvalujícího se rotačního tělesa nezávisí na tíhovém zrychlení ani na poloměru válce, ze kterého se odvaluje, ale pouze na poměru momentu setrvačnosti  $J$  ku členu  $mr^2$ .

## Videoměření

Jako plochu, ze které se budou tělesa odvalovat, je možné použít například plastový odpadkový koš nebo velkou trubku. Necháme odvalovat několik různých těles s různými momenty setrvačnosti, abychom mohli odvozený vzorec ověřit obecněji. Když experiment natočíme, zjistíme, že frekvence 25 FPS není dostatečná, protože nás zajímá jeden specifický okamžik a ten najdeme na jednom až dvou snímcích, pokud vůbec. Můžeme toho ale naopak využít, pokud budeme natáčet s dlouhými časy závěrky, určitě se nám podaří po několika málo záběrech najít v klipu snímek, který obsahuje jak pohyb po válci, tak šikmý vrh (jako je tomu na obr. 2.7). Kamera se zde vlastně stává fotoaparát, který sejme mnoho snímků za sebou, abychom nepropásli zlomový okamžik. Pokud bychom potřebovali záběr celé trajektorie valícího se tělesa, můžeme jej získat tak, že vyexportujeme několik následujících snímků videa a necháme je prolnout ve vhodném programu pro úpravu fotografií, nebo například použitím programu VideoStrobe [38].

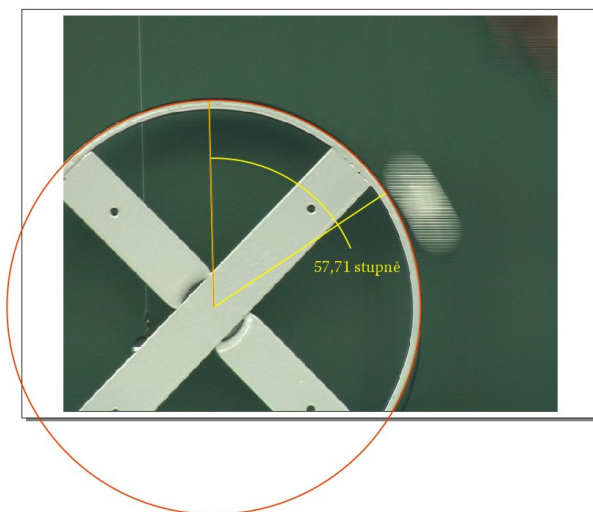


Obrázek 2.7: Snímek oddělení odvalujícího se tělesa

Na obrázku 2.7 vidíme, že zatímco stopa válce a kuličky jsou zřetelné, stopa trubičky není prakticky viditelná. Relativně dobře lze stopu trubičky pozorovat teprve v grafickém editoru při zvětšení. Je tomu tak kvůli velmi tenkým stěnám trubičky, pokud bychom ale vzali trubičku o silnějších stěnách, nemohli bychom pro její moment setrvačnosti použít jednoduchý vztah  $J = mr^2$ , platící pro hmotný bod, obruč nebo právě tenkou trubičku.

Úhel, pod kterým se tělísko oddělí, poté změříme v některém grafickém editoru, na obrázku 2.8 je příklad měření v programu CorelDraw 12. Výsledky měření jsou uvedeny v tabulce 2.3. Vidíme, že každé těleso se skutečně oddělí pod jiným úhlem, což bychom mohli jednoduše vysvětlit i tak, že například kulička má jiný moment setrvačnosti než plný válec či dutá trubička, nabývá rychlost jinak rychle, a rozjíždí se tedy jinak dlouhou dobu.





Obrázek 2.8: Odvalování tělesa – měření v grafickém editoru

těleso	$J$	$\cos \varphi$	$\varphi_{\text{teorie}}$	$\varphi_{\text{měření}}$
<i>kulička</i>	$\frac{2}{5}mr^2$	$\frac{10}{17}$	$54,0^\circ$	$(57,9 \pm 1,1)^\circ$
<i>válec</i>	$\frac{1}{2}mr^2$	$\frac{4}{7}$	$55,2^\circ$	$(58,2 \pm 1,4)^\circ$
<i>trubička</i>	$mr^2$	$\frac{1}{2}$	$60,0^\circ$	$(62,7 \pm 1,7)^\circ$

Tabulka 2.3: Příklad naměřených hodnot

Naměřený úhel (od vrcholu) je obvykle větší, než říká teoretická předpověď. Odchylku měřené hodnoty od teoretické způsobují ztráty energie ve tření, prokluzování tělísek a také to, že ne vždy se zdaří umístit tělísko přesně na vrchol válce, takže potřebuje k opuštění delší dráhu. Důležité také může být to, že vzápětí po bodu oddělení se těleso pohybuje velmi těsně nad povrchem válce a jeho oddělení zaznamenáme až o několik okamžiků později, kdy je odchylka výraznější.

### Poznámky, časté problémy a jak jim předcházet

- Početně je tato úloha jednodušší, pokud místo odvalování uvažujeme pohyb (klouzáni) hmotného bodu bez tření. Bohužel je v reálném experimentu vliv tření velmi výrazný, a tak nemá výsledek se smýkáním tělíska žádnou vypovídací hodnotu. Tělísko se rozjede až po značném vychýlení z rovnovážné polohy nahoře a opouští válec pokaždé pod jiným úhlem, opakovatelnost pokusu je tedy velmi špatná.
- Experiment velmi vyžaduje, abychom umístiti kameru co nejdále od válce a k přiblížení použili zoom. Tak zajistíme minimální zkreslení a co nejpřesnější měření

úhlů. Kameru je třeba namířit tak, aby se těleso nedostávalo do zákrytu za válec nebo naopak, jinak bychom naměřili jiné hodnoty úhlu oddělení. Těleso by překrývala hrana válce a nerozeznali bychom oddělení.

- Pokud nemá stativ kamery vodováhu, je vhodné zavěsit do záběru olovnici, jinak nebude zřejmé, od jakého směru se má úhel odečítat.
- Nakreslením nebo nalepením úhlooměru přímo na válec dosáhneme toho, že měření nebude tak přesné, ale zato bude jednodušší a názornější.
- Je nutné před měřením dobře zkontrolovat, že je na záběru válec skutečně kruhový, nikoli eliptický, ať už kvůli špatné poloze kamery vůči válci, nebo kvůli špatnému poměru zobrazení stran videa.

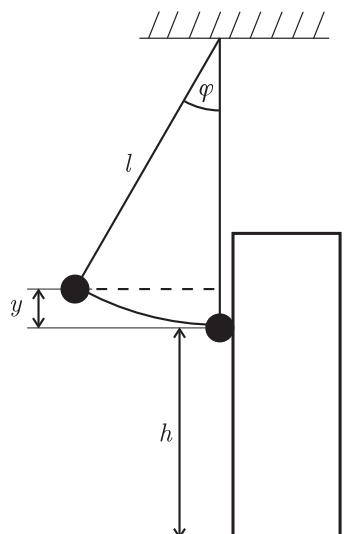
### 2.4.3 Pružné a nepružné beranidlo

Jedná se o jednoduchý experiment, při kterém se snažíme shodit postavený kvádr koulí na závěsu (jako bychom bourali zeď). Kyvadlo je tvořeno závěsem a buď pružnou, nebo nepružnou koulí. S jeho pomocí demonstrujeme, že stejná počáteční výchylka (tedy stejná energie) kyvadla může v případě jednoho kyvadla stačit pro zbourání a v případě druhého ne. Úlohu je možné podrobněji zkoumat a zjistit například koeficient restituace. Výchozí myšlenka experimentu pochází z [76], tento text je adaptací článku publikovaného ve sborníku konference Veletrh nápadů učitelů fyziky 10 [77].

Když ve fyzice mluvíme o zákonu zachování hybnosti, popřípadě o pružných a nepružných srážkách, a dáváme příklady jako odraz tenisového míčku od stěny a podobně, není nezajímavé položit otázku, zda bude na stěnu působit větší silou stejně těžký pružný míček (tenisový), který se odrazí, nebo nepružný (baseballový), který pouze spadne na zem. Pokud jsou studenti „příliš“ chytří, můžeme se je pokusit zmást tvrzením, že při pružné srážce se míček vrací s původní energií, žádnou tedy patrně nepředal, zatímco při nepružné sice předává jen polovinu hybnosti, ale energii ztratí všechnu. Dokážou stále ještě rozhodnout, zda „bourá hybnost nebo energie?“

Pro rozsouzení sporných názorů použijeme jednoduchý experiment. Kyvadlo zavěsíme na bifilární závěs tak, aby se ve svislé poloze dotýkalo kvádrů postaveného na nejužší stěnu 2.9. Závaží kyvadla je tvořeno z jedné strany pružným a z druhé nepružným materiálem (např. ocelová kulička napůl obalená plastelínou), otočením závaží tak můžeme zvolit, zda dojde k pružné nebo nepružné srážce, přičemž hmotnost kyvadla je v obou případech evidentně stejná.

Ze zkušenosti vychází, že závěs kyvadla je vhodné volit minimálně dvakrát delší, než je výška kvádrů, a to tak, aby kyvadlo do kvádrů naráželo v horní třetině. Jinak



Obrázek 2.9: Bourání kvádru – uspořádání experimentu

bychom museli kyvadlo vychylovat do příliš velkých úhlů, kde jsou měření nepřesná. Pokud kyvadlo vychýlíme málo, pouze se od kvádru odrazí, od určitého úhlu vychýlení jej ale povalí. Otočením závaží můžeme snadno demonstrovat, že počáteční vychýlení kyvadla (a tedy energie) dostačující k povalení při pružné srážce je znatelně menší než při srážce nepružné.

### Matematické řešení problému

Půjdeme-li více do hloubky, zjistíme, že problém je zajímavý i z jiného pohledu. Jedná se o komplikovanější, ale středoškolsky řešitelnou úlohu, ve které se potká několik částí mechaniky – zákony zachování, rotace tuhého tělesa a problém stability tělesa. Ověření experimentu pak můžeme celkem snadno provést v rámci laboratorních prací. Celý děj rozdělíme na tři menší části – jsou jimi pohyb kyvadla (přeměna mechanické energie), předání momentu hybnosti a stabilita kvádru.

**Kyvadlo.** V první fázi se potenciální energie kyvadla přemění na kinetickou. Ztráty mechanické energie v této fázi zanedbáme. Ze znalosti počátečního úhlu a délky závěsu můžeme tedy snadno zjistit rychlost, kterou kulička narazí do kvádru. Zákon zachování mechanické energie pro náš případ zní

$$mgl(1 - \cos \varphi) = \frac{1}{2}mv^2. \quad (2.8)$$

V tomto vztahu zanedbáváme také rotační energii kuličky, která je však řádově nižší než uvažované energie.

**Předání momentu hybnosti.** Po nárazu na kvádr se kulička odrazí zpět rychlostí  $v'$ , která je menší než rychlost nárazu  $v$ . Poměr mezi velikostmi rychlostí nazýváme koeficient restituce.

$$\frac{v'}{v} = c$$

Současně s odrazem kyvadla se začne pohybovat také kvádr. Pro jednoduchost zanedbáme možný posuvný pohyb kvádrů a budeme předpokládat pouze otáčení kolem osy (překlopení). Zákon zachování momentu hybnosti tedy bude vypadat

$$mvh = -mv'h + J\omega, \quad (2.9)$$

kde  $h$  je výška místa kontaktu kuličky a kvádrů,  $J$  jeho moment setrvačnosti kvádrů vzhledem k ose otáčení vedoucí hranou a úhlová rychlost kvádrů těsně poté, co do něj kulička narazila. Člen s rychlostí má záporné znaménko, protože tato rychlost má opačný směr než původní rychlost  $v$ . Velikost momentu setrvačnosti  $J = \frac{M}{3}(a^2 + b^2)$  musíme na střední škole studentům sdělit, jinak určíme buď integrací, nebo ze Steinerovy věty. Po dosazení do 2.9 a úpravě dostaneme vztah

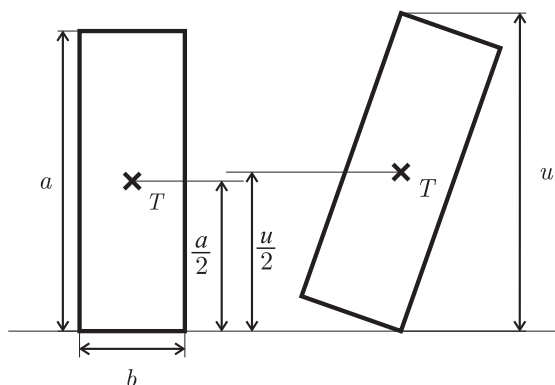
$$mvh(c + 1) = \frac{1}{3}M(a^2 + b^2)\omega. \quad (2.10)$$

**Stabilita kvádrů.** Aby došlo k překlopení kvádrů, musí se jeho těžiště zvednout nad bod otáčení, tzn. z původní výšky  $\frac{a}{2}$  do výšky  $\frac{a}{2} = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$  (podle obrázku 2.10). Příslušné změně potenciální energie musí odpovídat počáteční kinetická energie kvádrů. Podmínku pro překlopení proto vyjádříme jako

$$E_k \geq \frac{Mga}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} - 1 \right).$$

Počáteční kinetická energie rotace kvádrů je vyjádřena vztahem

$$E_k = \frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{3}{2} \frac{[mvh(c + 1)]^2}{M(a^2 + b^2)}. \quad (2.11)$$



Obrázek 2.10: Stabilita kvádru

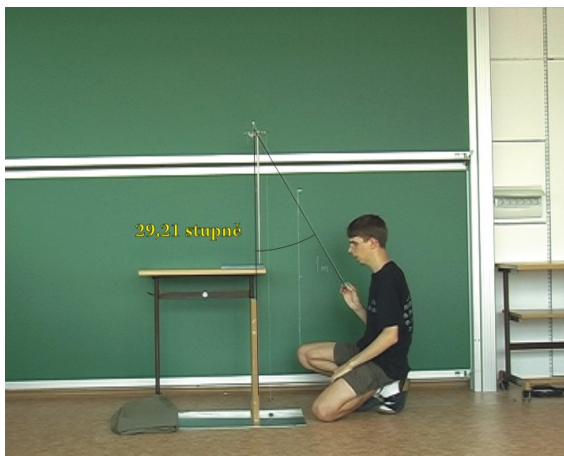
**Výsledný vztah.** V případě experimentu tak, jak jsme jej popsali, známe všechny hmotnosti, rozměry a délky. Opakovanými pokusy určíme (můžeme změřit) mezní úhel, při kterém se kvádr právě překloupí, takže jedinou neznámou zůstává koeficient restituce, který nám říká, „jak je srážka pružná“. Po několika algebraických úpravách dostaneme z předcházejících rovnic pro koeficient restituce dlouhý vztah

$$(c + 1)^2 = \frac{1}{6} \frac{(a^2 + b^2) \left( \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} - 1 \right)}{h^2 (1 - \cos \varphi)} \left( \frac{a}{l} \right) \left( \frac{M}{m} \right)^2$$

## Měření

K ověření teoretického vztahu použijeme např. dřevotřískovou desku a zmiňovanou ocelovo-plastelínovou kuličku. Protože při měření potřebujeme zjistit jak mezní úhel, tak úhel, do kterého kulička vystoupí po odrazu, poslouží nám dobře videokamera, na kterou experiment zaznameneáme. Při testování provedeme větší množství experimentů s různými délkami závěsu. Ze záznamu pak vyexportujeme snímky s počáteční a nejvyšší polohou kyvadla a v grafickém editoru určíme úhly (obrázek 2.11). Tím určíme koeficient restituce dvěma různými způsoby – z odrazu a z limitní délky závěsu.

Při pružném odrazu a malých výchylkách (do  $30^\circ$ ) je shoda dobrá, koeficient restituce pro pružný odraz vychází zhruba 0,75 oběma metodami, přičemž chyba měření je přibližně 0,1. Při větších výchylkách (tzn. od  $40^\circ$  výše, měřeno bylo při úhlech až do  $70^\circ$ ) vychází koeficient vypočtený z mezního úhlu (zhruba 0,7) systematicky větší než změřený z videozáznamu (0,6 – 0,5), což lze vysvětlit tím, že kyvadlo není ideální. I bez nárazu na desku, při pouhém kývání je zřejmé, že se kyvadlo nevrací do původní výšky.



Obrázek 2.11: Snímek z videozáznamu s vloženou grafikou při měření úhlu

### Poznámky, časté problémy a jak jim předcházet

Při skutečném měření, kdy chceme z experimentu dostat více než jen fakt, že pružnou stranou kyvadla bouráme efektivněji než nepružnou, se objeví několik technických problémů. Zejména je třeba dát pozor na tyto věci

- Podložka musí být ve vodorovné rovině.
- Kvádr je dobré mírně zapřít (například tenká tyčka či dva špendlíky přilepené na podložce, aby se při měření neposouval, pouze překlápěl).
- Kvádr musí být skutečně kvádrem. Pokud nejsou jeho hrany kolmé na sebe, má tendenci se kácet i na špatnou stranu. Toto je patrně nejnáročnější podmínka.
- Kyvadlo by mělo do kvádru narážet v nejnižším bodě své dráhy, a to kolmo na stěnu kvádru, v její ose (tedy uprostřed), jinak je efektivita nárazu nižší, mezní úhel roste a kyvadlo se má tendenci zmítat.
- Je třeba mít kameru velmi důsledně nastavenou kolmo k rovině kývání, jinak vzniklé zkreslení experiment znepřesní.
- Kyvadlo dokonalejší, než je kulička s plastelínou, získáme z tzv. „happy“ a „unhappy“ míčku [78], které je možné zakoupit např. v online obchodě Arbor Scientific za cca 3 \$. Jedná se o sadu dvou stejně vypadajících černých míčků, pružného a nepružného, které rozřízneme, vložíme mezi ně vlákno a slepíme. Vzniklá kulička pak vypadá z obou stran zcela stejně, jen její odrazivost je z každé strany jiná.

## 2.4.4 Namazanou stranou dolu

### Úvod

Fakt, že chleba padá na zem vždy namazanou stranou, je dobře znám, tak dobře, že zdomácněl i v jazyce jako úsloví. Je tomu tak ale opravdu jen kvůli zákonu schválnosti, nebo můžeme chování padajícího chleba vysvětlit i za pomoci fyzikálních zákonů? Řešení problému bylo předneseno na konferenci GIREP 2006 a bylo publikováno ve sborníku konference [79]. Plný text anglického článku je uveden v příloze C.

Problém padajícího chleba byl studován již několikrát, první výpočty najdeme v Matthewsově publikaci [80], později je zpřesnil Bacon a kol. [81]. Bacon také použil analýzu videa k určení úhlové rychlosti.

My můžeme tento matematický popis ověřit jako numerický model a také jako videoexperiment způsobem, který je přístupný studentům na úrovni základního kurzu vysokoškolské fyziky, případně i na úrovni fyzikálního semináře. Jako pomůcku s lépe definovanými rozměry, než má krajíc chleba, použijeme dřevěnou destičku délky 20 cm a necháme ji s malým přesahem padat přes hranu stolu. Přesah volíme tak malý, aby destička skutečně jen „tak–tak“ přepadla. Pak můžeme zkoumat, jak výsledek experimentu ovlivňují změny parametrů systému, konkrétně:

- Tření mezi „krajícem“ – destičkou a stolem. Tření zvýšíme použitím smirkového papíru
- Moment setrvačnosti destičky  $J$ , či spíše gyroskopický poměr  $\frac{J}{m}$ . Moment setrvačnosti změním přidáním závaží buď ke středu, nebo na kraje.
- Počáteční rychlost destičky v horizontálním směru.

## Popis pádu „krajíce“

Pohyb destičky před opuštěním stolu můžeme rozdělit na tři fáze

### 1. Rotace kolem hrany

Nejprve se celá destička otáčí kolem hrany a to až do okamžiku, kdy je třecí síla mezi stolem a destičkou příliš slabá na to, aby ji udržela na místě.

### 2. Klouzání

Ve druhé fázi destička klouže podél hrany, přičemž normálová složka tíhové síly přitlačující destičku ke stolu postupně klesá až klesne na nulu. Pak ztratí destička kontakt se stolem a začne volně padat.

### 3. Volný pád

Při volném pádu se těžiště destičky pohybuje dolů rovnoměrně zrychleným pohybem a celá destička se rovnoměrně otáčí s konstantní úhlovou rychlostí a to tak dlouho, než dopadne na zem. Pro rozhodnutí, jak destička na zem dopadne, stačí určit úhel mezi ní a zemí v okamžiku, kdy se těžiště nachází ve výšce poloviny délky destičky nad zemí. Níže se již její poloha nemůže změnit z „namazanou stranou vzhůru“ na dolů nebo naopak.

Pro každou fázi pohybu platí vlastní pohybové rovnice a jednotlivé fáze můžeme také pozorovat ve videozáznamu. Odvození plných pohybových rovnic a jejich numerické řešení jsou popsány v plné verzi článku v příloze C.

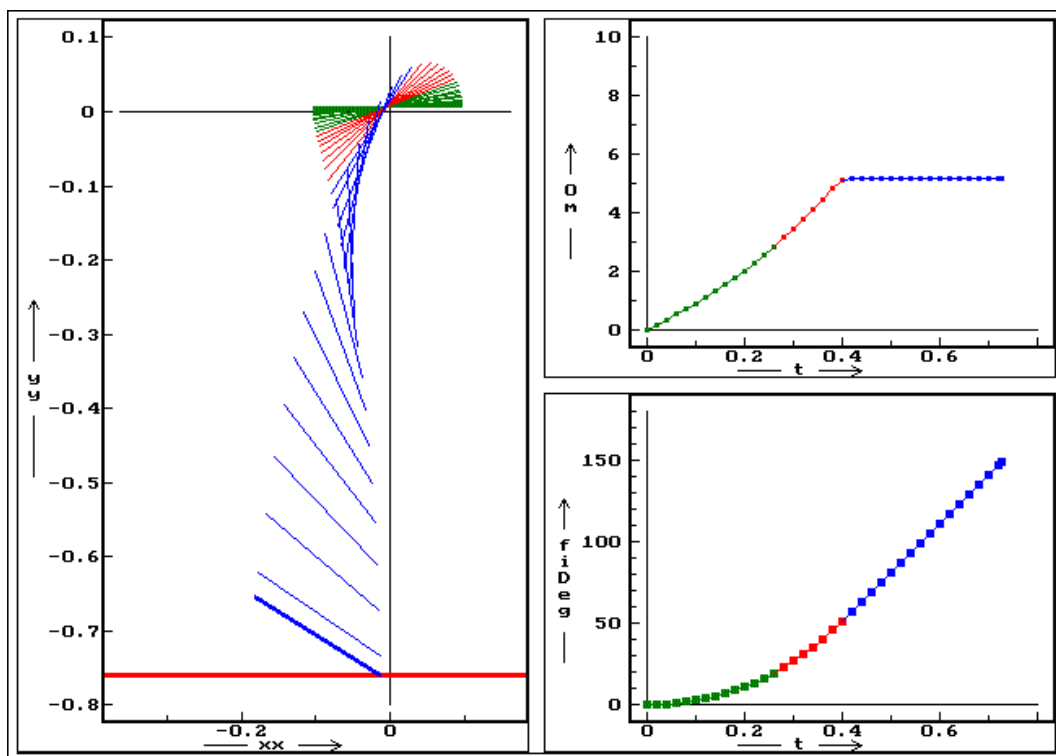
Obrázek 2.12 je výstupem numerického modelu. Zobrazuje časový vývoj polohy (vlevo), úhlové rychlosti (nahore) a úhlu (dole). Pozice a body zobrazené zeleně odpovídají rotaci destičky, červené klouzání a modré volnému pádu.

## Experiment a videoměření

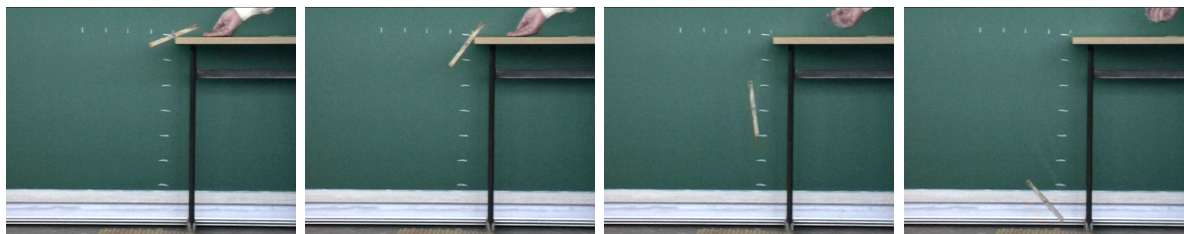
Průběh klouzání a pádu krajíce chleba je příliš rychlý, než abychom jej mohli kvantitativně pozorovat bez záznamového zařízení – dataloggeru nebo ideálně videokamery. Natočíme tedy několikrát pád destičky přes hranu stolu a poté procesem videoanalýzy odečteme její pozici v každém snímku.

Běžná videokamera snímá za sekundu 25 snímků, takže mezi dvěma snímky je časový odstup 40 ms. Pro zvýšení snímací frekvence na dvojnásobek můžeme použít metodu popsanou v sekci 2.2.1.



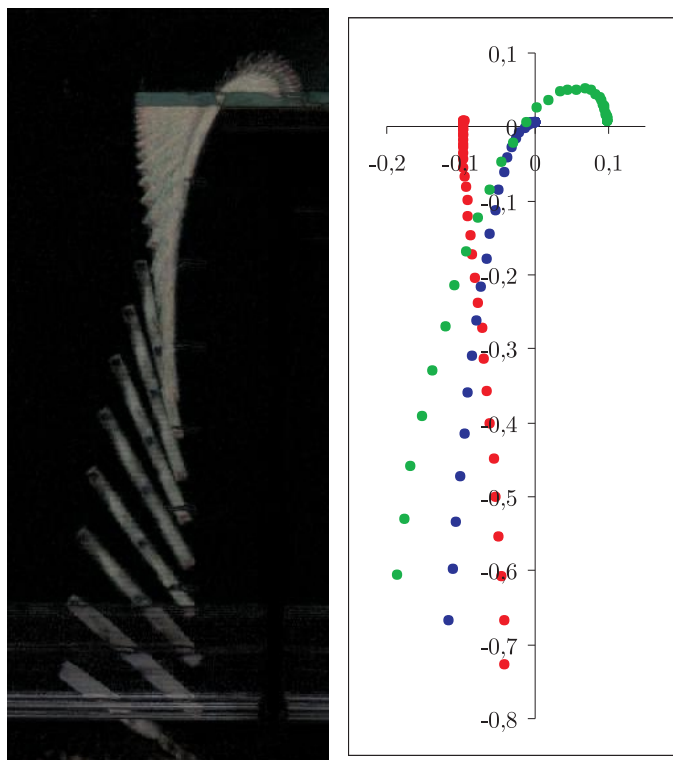


Obrázek 2.12: Výstup z modelu v prostředí FAMULUS



Obrázek 2.13: Rozfázovaný pád „krajíce chleba“

V každém snímku za pomoci programu pro videoanalýzu odečteme souřadnice tří vyznačených bodů (střed a dva krajní body) a načteme změřené souřadnice do tabulového procesoru, kde provedeme analýzu dat. Pro každou pozici spočteme vzdálenost těžiště od osy otáčení (tedy hrany stolu), vzdálenost destičky od osy a úhlovou rychlost. Z vypočtených hodnot můžeme rozlišit tři fáze pohybu tak, jak byly rozděleny ve 2.4.4.

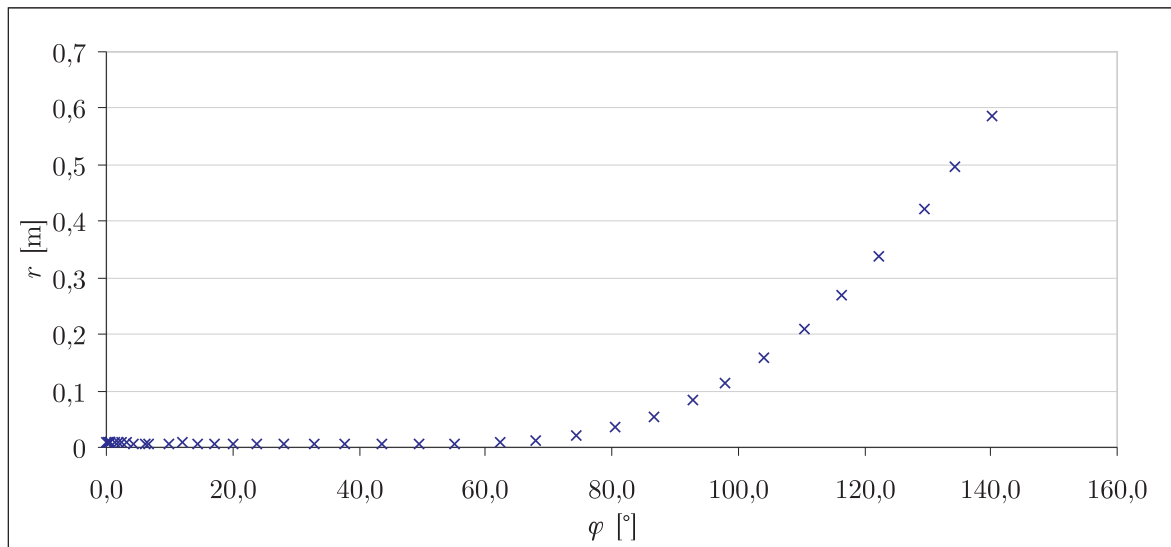


Obrázek 2.14: Sada dat z videoměření. Vlevo stroboskopická fotografie sestavená z videoklipu za pomoci programu VideoStrobe, vpravo graf, ve kterém každá trojice bodů reprezentuje polohu destičky na jednom snímku. Graf je škálován v metrech.

1. Ve fázi rotace se výrazně nemění vzdálenost těžiště a osy otáčení
2. Ve fázi klouzání sice narůstá vzdálenost těžiště od osy otáčení, ale destička je stále s osou v kontaktu. To rozpoznáme tak, že vzdálenost destičky (reprezentované jako přímka) od osy je konstantní.
3. Ve fázi volného pádu klesá těžiště s konstantním zrychlením  $g$  a úhlová rychlost se nemění.

### Ukázka výsledků

Měření ukazují, že jak fáze 2, tak fáze 3 nastanou později, než předpovídá teorie a numerický model. Důvodem je, že zatímco v modelu i v rovnicích je začátek každé



Obrázek 2.15: Graf závislosti vzdálenosti destičky od osy na úhlu. Destička opustila hranu stolu při úhlu zhruba  $60^\circ$ –  $65^\circ$

	$\omega$ [ $\text{s}^{-1}$ ]		$\varphi_{\text{dopad}}$ [°]	
	exp.	sim.	exp.	sim.
samotná destička	5,3	5,2	140	135
vysoké tření	4,1	4,7	140	153
malé $J$	7,2	7,5	189	195
velké $J$	4,2	4,2	110	114

Tabulka 2.4: Typické finální hodnoty  $\omega$  a  $\varphi$  pro různé parametry experimentu

fáze dobře definován, při měření je pohyb pozvolný a změnu fáze nedokážeme na první pohled odlišit dříve, než se měřené hodnoty začnou lišit výrazně. Pokud jsme si tohoto zdroje problémů vědomi a měříme pečlivě, dokážeme jej víceméně eliminovat.

Kromě finálních hodnot můžeme sledovat celou řadu dalších parametrů, například trvání jednotlivých fází, úhly mezi destičkou a stolem v okamžiku změny fáze a podobně. Shoda modelu s měřením je uspokojivá, nicméně ne dokonalá, protože v modelu bylo zanedbáno několik dalších parametrů, jako odpor vzduchu, poloměr hrany stolu a podobně. Významné jsou rozdíly experimentu a modelu pouze v případě velkého tření. Předpokládáme, že souvisí se ztrátami energie při interakcích zrn smirkového papíru s dřevěnou destičkou, nicméně podrobnější popis by vyžadoval hlubší studium problému.

Tabulka 2.4 zobrazuje výsledky měření typické pro různé parametry experimentu. První řádek odpovídá pohybu samotné destičky, v dalších řádcích jsou údaje pro měření s jedním změněným parametrem. Ve druhém řádku bylo tření zvýšeno použitím smirko-

vého papíru, v dalších byl změněn moment setrvačnosti přidáním závaží ke středu nebo ke krajům destičky. Vidíme, že za našich podmínek neovlivňuje tření výsledek experimentu nijak výrazně. Naopak průběh děje na tření závisí velmi výrazně, protože je-li tření velké, je fáze rotace dlouhá (destička opouští stůl pod velkým úhlem) a následné klouzání velmi krátké. Nicméně, díky kombinaci velkého úhlu a malé úhlové rychlosti dopadne destička opět „namazanou stranou dolů“.

Parametr, na kterém dle očekávání záleží, je moment setrvačnosti  $J$ . Destička s malým  $J$  (se dvěma železnými závažími blízko středu) získá během pádu významně vyšší úhlovou rychlost než samotná destička. Úhlová rychlost destičky s vysokým momentem setrvačnosti (závaží na krajích destičky) je naopak nižší. Nicméně kdyby destička byla krajícem chleba, přistála by vždy namazanou stranou dolů nezávisle na tření ani momentu setrvačnosti. Abychom se tomu vyhnuli, musel by krajíc padat z vyššího (pro malé  $J$ ), nebo nižšího (velké  $J$ ) stolu.

## 2.5 Zkušenosti s použitím videoměření ve škole

Níže jsou popsány dvě úlohy založené na videoměření, které byly zařazeny jako laboratorní práce do výuky tří tříd studentů Gymnázia Pardubice, Dašická ve školním roce 2010/2011. Úlohy byly zvoleny tak, aby odpovídaly schopnostem studentů a probírané látce.

### 2.5.1 Laboratorní práce „Kmitání“ v 2. ročníku gymnázia

První laboratorní práce byla zadána ve dvou třídách druhého ročníku gymnázia v době, kdy bylo právě probráno téma „Kinematika kmitavého pohybu“. Studenti dostali k dispozici předtočené videozáznamy kmitání pružiny s pěti různými závažími od 50 g do 250 g a dále záznam kmitání pružiny se závažím 200 g tlumené vzduchem (na závaží je připevněn arch papíru) a vodou (v odměrném válci). Celá práce probíhala výhradně na počítači (v učebně fyziky vybavené počítači, primárně určené pro měření laboratorních prací z elektřiny a magnetizmu za pomoci systému ISES). Videozáznamy použité při měření jsou přiloženy na CD, které je součástí této práce.

V zadání práce studenti obdrželi tyto úkoly:

1. Změř ve videozáznamu periodu vlastních kmitů pružinového oscilátoru pro různé hmotnosti závaží a urči z ní tuhost pružiny.
2. Sestav graf závislosti okamžité výchylky na čase pro první čtyři kmity pružiny se závažím 150 g a zapiš rovnici pro okamžitou výchylku oscilátoru.

3. Zjistí, jak frekvence kmitů oscilátoru závisí na intenzitě tlumení.
4. Sestav graf závislosti okamžité výchylky na čase pro kmity tlumené odporem vzduchu.

### Popis laboratorní práce

V průběhu laboratorní práce (dvě spojené vyučovací hodiny vyučované jedenkrát za dva týdny pro polovinu třídy, tedy cca 15 studentů) studenti pod vedením učitele řešili zadané úkoly a zároveň se seznamovali s programem Tracker.

Při řešení prvního úkolu (viz zadání) se naučili krokovat videozáznam, přepínat zobrazení času mezi číslem snímku, krokem a časovým údajem a rozumět významu těchto údajů. Ve druhém úkolu, opět s dopomocí učitele, provedli kalibraci obrazu a ruční odečet polohy závaží ve zhruba 40 snímcích. Ve třetím kroku pracovali studenti již samostatně, úkol je podobný prvnímu. Při posledním úkolu jim vyučující pomohl nastavit parametry automatického trasování videozáznamu a studenti si vyzkoušeli, jak lze nechat počítač samočinně odvést „manuální“ práci, kterou dělali ručně v rámci druhého úkolu a která by vzhledem k množství bodů byla velmi zdlouhavá.

Data získaná měřeními studenti zpracovávali v tabulkovém procesoru MS Excel, ve kterém určovali délky period, tuhosti a nakonec sestrojili požadované grafy. V rámci hodiny jim učitel případně pomohl i s tímto zpracováním, i když by tuto činnost měli ovládat již z předchozí výuky předmětu obsluha počítačů.

Popsaným způsobem podaná laboratorní práce se od běžné práce, na jakou jsou studenti zvyklí, lišila v několika bodech. Jednak měření probíhalo u počítačů, nepoužívali tedy „reálná“ měřidla, jednak si učitel vyžádal práci ve skupinách nanejvýš dvojčlenných, nebo samostatnou, zatímco studenti obvykle rádi pracují ve trojicích. Konečně, z videoměření studenti získali a museli zpracovat zhruba dvacetkrát větší množství dat, než s jakým se obvykle při „ručním“ měření setkávají.

Z didaktického hlediska by patrně bylo nejvhodnější, kdyby si studenti videoklipy nejprve sami natočili a poté pracovali s videozáznamem vlastním, praxe ale ukázala, že takový přístup není z časového hlediska možný. Při prvním setkání s videoměřením je třeba věnovat mnoho úsilí a času seznámení s myšlenkou videoměření a její praktickou realizací v počítačovém programu a nechat studentům čas, aby si „s programem pohráli“, což spolu s natáčením není prakticky možné stihnout. Ze zkušeností vyplývá, že natočení a stažení klipů tak, aby v nich bylo možné úspěšně měřit, vyžaduje několik opakování a v podstatě zabere celou dvouhodinu laboratorních prací.

Možným řešením by bylo na jedné hodině laboratorních prací videozáznam natočit, stáhnout do počítače a nechat studentům čas na seznámení se s programem a teprve na

následující hodině vykonat skutečné měření, zde ale může učitel narazit na organizační problémy. Například: Kolik času lze videoměření věnovat? Je možné zajistit si třídu s počítači na tolik dvouhodin fyziky po sobě? Jak přistoupit ke studentům, kteří budou přítomni jen na jedné z obou navazujících hodin? Z těchto důvodů byly laboratorní práce s videoměřením provedeny tak, jak je zde popsáno.

### Zpětná vazba studentů

Po skončení laboratorní práce (včetně odevzdání protokolů z měření) byli studenti požádáni o zpětnou vazbu pomocí metody dotazníkového šetření IMI (Intrinsic Motivation Inventory) [82]. Pro tento konkrétní případ bylo zvoleno měření na třech škálách: **Zájem/Zábavnost**, **Úsilí** a **Hodnota/Užitečnost**.

Zjednodušeně řečeno, při této metodě studenti hodnotí aktivitu vyjádřením souhlasu, či nesouhlasu se sérií tvrzení typu „*Domnívám se, že pro učení se fyzice se jedná o významnou činnost.*“ Míra souhlasu je vyjádřena na stupnici od 1 do 7 (1 – naprostý nesouhlas, 4 – neutrální postoj, 7 – naprostý souhlas). Některé otázky jsou také položeny jako inverzní (např. „*Práci považují za zcela zbytečnou.*“), jejich skutečné hodnocení se pak získává odečtením číselné odpovědi respondenta od osmi. Z výzkumů vyplývá, že průměrné hodnocení spočtené ze všech otázek náležících k jedné škále je validním hodnocením vnímání aktivity studenty [83].

Anonymní dotazník odevzdalo celkem 49 studentů z obou tříd. Výsledky měření jejich postojů jsou uvedeny v tabulce 2.5 a v trojici grafů 2.16. Jak vidíme, podle vynaloženého úsilí studenti hodnotí práci jako průměrnou, na kterou nebylo zapotřebí vynaložit zvláštní úsilí. Co se týká zbývajících dvou škál, pozitivní hodnocení jednoznačně převažují nad negativními, většina studentů tedy laboratorní práci provedenou metodou videoměření považují za spíše zábavnou a mají pocit, že je pro ně přínosné s videoměřením pracovat.

### 2.5.2 Laboratorní práce „Kulička na nakloněné rovině“ v kvartě osmiletého gymnázia

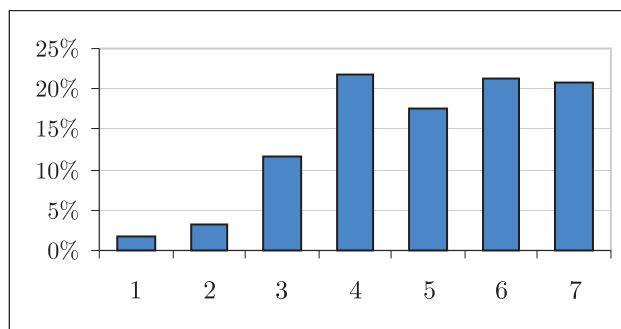
Druhá laboratorní práce založená na videoměření byla zadána v kvartě osmiletého gymnázia. V době měření práce bylo v hodině probráno téma „zrychlení hmotného bodu“. Studenti dostali k dispozici předtočený videozáznam pohybu kuličky po nakloněné rovině a program Tracker.

V zadání práce studenti obdrželi tyto úkoly:

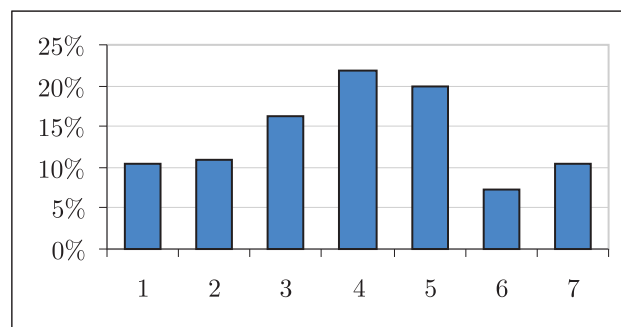
1. Změř ve videozáznamu úhel sklonu nakloněné roviny a vývoj polohy kuličky.

škála	stř. hodnota	std. odch.
Zájem/Zábavnost	5,0	1,5
Úsilí	4,0	1,8
Hodnota/Užitek	4,8	1,6

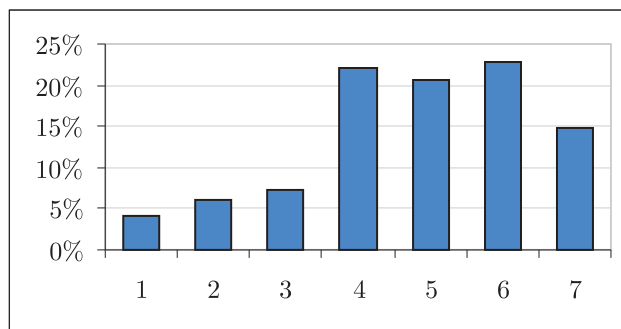
Tabulka 2.5: Výsledky měření postojů studentů 2. ročníků k videoměření



(a) Zájem/Zábavnost



(b) Úsilí



(c) Hodnota/Užitečnost

Obrázek 2.16: Četnosti jednotlivých odpovědí studentů 2. ročníku v dotazníku IMI

2. Sestav graf závislosti dráhy kuličky na čase.
3. Sestav graf závislosti rychlosti kuličky na čase.
4. Urči rychlost kuličky na konci nakloněné roviny a velikost jejího zrychlení.

### Popis vyučovací hodiny

V kvartě, tedy na nižším stupni osmiletého gymnázia, nejsou na škole laboratorní práce do výuky standardně zařazeny tak, jako je tomu u vyššího stupně a u gymnázia čtyřletého. Laboratorní práce se proto měří pouze v jedné vyučovací hodině vždy s polovinou třídy (cca 15 studentů).

Při plnění prvního úkolu se studenti s pomocí učitele seznámili s prostředím programu Tracker, provedli kalibraci obrazu, měření úhlu sklonu a manuální odečet poloh kuličky. V následujících úkolech se věnovali zpracování dat a jejich grafické interpretaci.

Jak již bylo uvedeno, na nižším stupni gymnázia nejsou laboratorní práce běžnou součástí vyučování, měří se pouze zhruba třikrát až čtyřikrát do roka. Studenti nejsou proto příliš zvyklí na činnosti pro laboratorní práce běžné, jako je např. tvorba grafů, tabulek, vypracování protokolu z měření apod. Bylo tak nutné studentům se zpracováním výrazně pomáhat, a přesto měli někteří z nich problém s tím, aby práci stihli ve vyměřeném čase dokončit.

### Zpětná vazba studentů

Tak jako v předchozím případě byli po skončení laboratorní práce studenti požádáni o zpětnou vazbu za pomoci stejného dotazníku IMI. Anonymní dotazník odevzdalo 27 studentů, výsledky poskytnuté zpětné vazby jsou uvedeny v tabulce 2.6 a v sadě grafů 2.17.

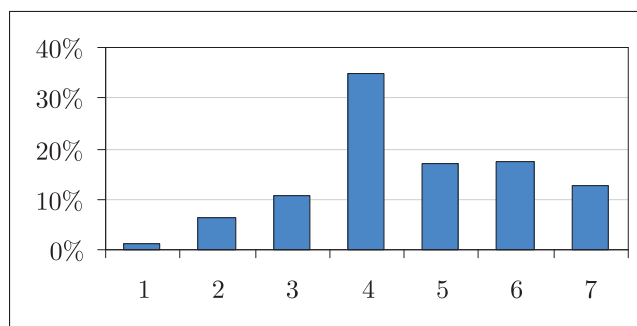
Ve výsledcích z kvarty můžeme pozorovat jisté rozdíly oproti studentům druhého ročníku. Předně, práce je zde častěji hodnocena jako spíše průměrná než jako zábavná. Lze předpokládat, že toto hodnocení souvisí s předchozí zkušeností studentů s laboratorními pracemi. V průběhu nižšího gymnázia jsou totiž zařazovány laboratorní práce tak, aby byly zpočátku spíše jen „hraním si s měřením“. Teprve v kvartě se již začínou podobat měření, jaké si je obvykle představujeme pod pojmem „laboratorní práce na gymnáziu“, včetně formálního zpracování protokolu obsahujícího grafy, tabulky, závěr a podobně. Vzhledem k tomu, že studenti kvarty ještě neprošli větším počtem laboratorních úloh vyššího gymnázia, mají jiné srovnání a hodnotí videoměření jinak.

Naproti tomu na škále úsilí vidíme v kvartě posun k vyšším hodnotám. Tento fakt může souviset s tím, že práce byla pro studenty náročnější (z důvodů výše uvedených),

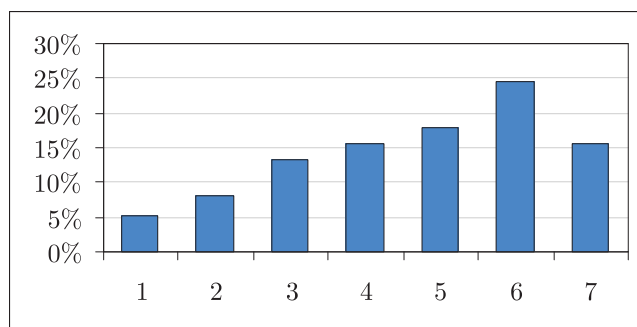


<i>škála</i>	<i>stř. hodnota</i>	<i>std. odch.</i>
Zájem/Zábavnost	4,6	1,4
Úsilí	4,7	1,7
Hodnota/Užitek	4,5	1,5

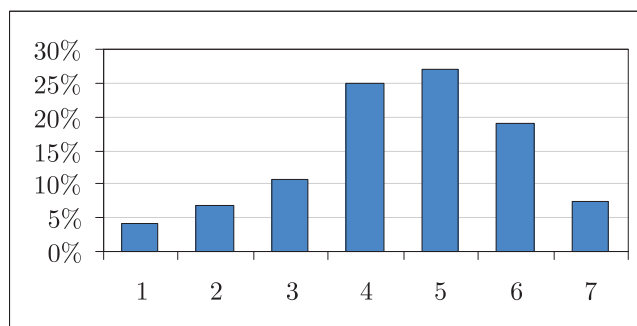
Tabulka 2.6: Výsledky měření postojů studentů kvarty k videoměření



(a) Zájem/Zábavnost



(b) Úsilí



(c) Hodnota/Užitečnost

Obrázek 2.17: Četnosti jednotlivých odpovědí studentů kvarty v dotazníku IMI

takže na její vypracování museli skutečně vynaložit více úsilí. Dalším faktorem, který může hrát roli, je to, že motivace studenta k práci s postupujícím ročníkem studia obecně klesá, ovšem s výjimkou těch předmětů, které konkrétní student považuje za vlastní. (Tento fakt vyplývá ze zkušenosti autora práce i řady jeho kolegů.) Studenti kvarty mohou proto být obecně motivovanější pracovat a věnovat práci úsilí než jejich starší spolužáci.

Ve třetí škále, pozorované užitečnosti, převažují i u studentů kvarty pozitivní hodnocení, i když tato převaha je opět o něco méně přesvědčivá než ve druhém ročníku.

### 2.5.3 Shrnutí studentské zpětné vazby

Laboratorní práce spočívající ve videoměření a zpracování jeho výsledků byla zařazena do výuky tří tříd gymnázia. Ve všech třídách se studentům zdařilo úspěšně videoměření provést a splnit zadané úkoly. Odevzdané protokoly z měření se nijak významně nelišily od protokolů z běžných laboratorních prací.

Ze zpětné vazby studentů provedené dotazníkem IMI vyplývá, že většinu z nich videoměření zaujalo a považují je za metodu, která je pro studium a pochopení fyziky užitečná, a přitom není neúměrně náročná. Věřím, že jako takovou ji lze do výuky zařazovat s úspěchem i s jinými studenty a na jiných školách.

# Kapitola 3

## Rychloběžné video

Jak již bylo zmíněno, technologie videozáznamu využíváme ve vyučování fyziky (a ve vyučování obecně) již dlouhou řadu let, a ačkoliv digitální technologie v posledních letech výrazně zvýšila dostupnost videozařízení, možnost práce s videozáznamem a měření v něm i na běžné škole tu byla i v době analogové technologie (např. měření s průhlednou fólií umístěnou přes televizor tak, jak ho popisuje Zollmann [14]). Naproti tomu možnost zaznamenávat a studovat ve školním prostředí vlastní zpomalené záběry (tedy záběry natočené tzv. rychloběžnou kamerou) se zařízením dosažitelným za běžnou cenu je výraznou novinkou.

O rychloběžném videu můžeme říci vše, co bylo řečeno o běžném videozáznamu v první kapitole. Stejně jako u obyčejného videa může pozorování fyzikálního děje v záznamu rychloběžného videa posloužit k motivaci studentů, právě tak můžeme záznam použít k vysvětlení pozorovaného děje a také můžeme ve videozáznamu provést měření, přesto se ale záznam z rychloběžného videa od videa běžného v některých ohledech liší. Zpomalení pohybu přirozeně znamená, že v záznamu uvidíme děje, které nemůžeme pozorovat prostým okem, nebo naměříme data s vyšší vzorkovací frekvencí, obě tyto výhody ale nevystihují zcela potenciál použití rychloběžného videa ve třídě. Vlastní zkušenost autora této práce ukázala, že již samotné sledování zpomalených záznamů má totiž na diváky překvapivě velký motivační účinek, studenti obvykle s velkým zájmem pozorují to, co bez techniky vidět nemohou – hoření paliva, odtrhávání kapky z vodovodu, a dokonce i tak jednoduché děje, jako jsou pozvolný pohyb kývajícího se kyvadla nebo volný pád míčku.

### 3.1 Rychloběžné video ve škole

Snímková frekvence běžného videozáznamu (25 nebo 30 FPS) je pro pozorování řady dějů (hoření, výbuchy, ale i mechanické procesy, jako je odtržení kapky, a podobně) ne-

dostatečná, proto můžeme již poměrně dlouho sledovat snahu o její zvýšení – ovšem bez neúměrně vysokých nákladů, které by znamenalo pořízení rychloběžné kamery. (Rychloběžná kamera je obvykle zařízení velmi nákladné a často také rozměrné. Pro profesionální účely se takové kamery využívají již řadu let, ve vědě například pro studium letu a nárazu projektilů, vznik šíření deformací, analýzu pohybu zvířat, ve sportu pro studium biomechaniky a podobně.) Nejjednodušším a také často využívaným nenákladným způsobem zvýšení snímkové frekvence je její zdvojnásobení na úkor rozlišení obrazu odstraněním prokládání snímků popsaným v sekci 2.2.1 [67].

Skutečně velká změna možností přišla až s digitálními fotoaparáty schopnými natáčet video při frekvencích snímání kolem 100 – 300 FPS, které se objevily na trhu zhruba v polovině první dekády tohoto století. Příchod takových fotoaparátů byl umožněn ohromným rozvojem digitálních technologií, v tomto případě jednak čipů typu CCD (charge-coupled devices) nebo CMOS (complementary metal-oxide-semiconductor) a také kompresních algoritmů videa [84].

V současné době je možné za cenu běžného zrcadlového fotoaparátu zakoupit kompaktní fotoaparát schopný zachytit videozáznam s frekvencí 1000 FPS, což je rychlost dostatečná na to, aby následné sledování zpomaleného záznamu přinášelo divákovi pocit, že se na svět dívá „jinými očima“, i když se nejedná o profesionální kameru se snímkovými frekvencemi řádu desetitisíců nebo statisíců FPS.

Ačkoliv je dostupnost technologie dobrá a práce s klipy z rychloběžného videa má velký pedagogický potenciál, není patrně ještě příliš rozšířena. Jen tak si lze vysvětlit, že v odborných časopisech, které se fyzikálnímu vzdělávání věnují, najdeme jen několik článků zmiňujících použití rychloběžného videa ve škole: Rychloběžná kamera (fotoaparát) s frekvencí záznamu 100 FPS byla použita pro měření pohybu běžce a k porovnání s běžnou kamerou a s laserovým zařízením pro snímání polohy [85]. S pomocí rychloběžného videa zkoumali studenti padání tělesa se zavěšeným lanem (řetízkem) v rámci středoškolského školního projektu o bungee jumping, včetně videoměření a sestavení numerického modelu [86]. Data z rychloběžné kamery byla také využita při měření odporu vzduchu při pádu badmintonového míčku (měření studentů střední školy) [87].

## 3.2 Možnosti rychloběžné kamery Casio Exilim

Jak již bylo zmíněno, naprostá většina zařízení schopných zaznamenávat video vysokou rychlostí je určena pro profesionální účely a jejich cena v řádu několika tisíc USD je zcela mimo možnosti běžné školy, existují ale výjimky. V roce 2008 uvedla společnost Casio na trh fotoaparát Exilim EX-F1 [88], schopný záznamu videa i ve velmi rychlém režimu až po snímkovou frekvenci 1200 FPS. Cena fotoaparátu v době, kdy byl

v prodeji, se pohybovala kolem 16.000 Kč, což je částka velmi podobná ceně za běžnou kvalitní videokameru. S tímto fotoaparátem byly také pořízeny všechny rychloběžné klipy popisované dále v této kapitole.

Použitý fotoaparát (kamera) má podle technické specifikace výrobce schopnosti zaznamenávat video ve formátech  $1920 \times 1080$  při frekvenci 60 FPS (vysoká kvalita),  $1280 \times 720$  při frekvenci 30 FPS (LP záznam),  $512 \times 384$  při frekvenci 300 FPS,  $432 \times 192$  při frekvenci 600 FPS a  $336 \times 96$  při frekvenci 1200 FPS. Právě v posledním režimu je záznam již dostatečně rychlý na to, abychom mohli studovat mechanické děje „jiným pohledem“. Použitý model již v době psaní této práce na trhu není, prodávají se ale jeho nástupci Exilim EX-FH25 a Exilim EX-FH20 [89] pracující až do frekvence 1000 FPS při rozlišení  $224 \times 64$  bodů. I tyto přístroje pro většinu níže popisovaných měření vyhovují, navíc jejich cena klesla již pod 10.000 Kč, čímž se ještě více přiblížila školním možnostem.

### 3.2.1 Děje, které nezachytíme

Ne všechny děje, které bychom rádi natočili, se s dostupnou technikou skutečně natočit dají. Jak autor práce otestoval, problém představují příliš rychlé děje (limituje nás frekvence snímání), příliš malé objekty, nebo děje, které je problém udržet „na jednom místě“ (omezení daná malým rozlišením videa). Není tak například možné zachytit diabolku vystřelenou ze vzduchovky, protože za dobu mezi dvěma snímky urazí dráhu přibližně 5–10 cm, a přitom je jen 5 mm velká. Stejně tak není možné zachytit například předávání hybnosti na rázostroj. Náraz a impuls se mezi koulemi předávají příliš rychle (např. v oceli je rychlost zvuku  $5000 \text{ m s}^{-1}$ ), takže na jednom snímku se ještě krajní koule blíží k ostatním a na druhém už koule na opačné straně rázostroj opouští.

Podobně zjistíme, že se nepodaří zpomaleně zobrazit šíření výboje mezi vývody Ruhmkorffova induktoru, nicméně v klipu zůstanou alespoň zachycené snímky cesty výboje. Pokud navíc do prostoru výboje vložíme hořící špejli, můžeme pozorovat, že průchod výboje má na plamen zřetelný vliv.

### 3.2.2 Kvalita obrazu

Natáčení rychloběžného videa při použití fotoaparátu Casio Exilim má oproti běžnému videu svá specifika. Jedná se především o vysokou náročnost na osvětlení scény, dále pak i vysoký šum v obrazu i při dobrém osvětlení. Zatímco šum nám při použití ve fyzice příliš nevadí, osvětlení je velmi limitující. Scénu totiž není možné osvětlit libovolným běžným zdrojem, protože jak žárovka, tak zářivka vydává světlo kolísavého jasu s frekvencí 100 Hz. To je frekvence nízká v porovnání se snímací frekvencí 1200 Hz,

takže ve výsledném klipu je pak zřetelné blikání obrazu. (Při promítání rychlostí 30 FPS bliká obraz 2,5× za sekundu.) Vhodným a dostupným osvětlením je proto halogenová žárovka napájená ze školního akumulátoru. Dalším vhodným zdrojem by měla být také tzv. úsporná žárovka, ve které je díky kmitavému obvodu frekvence blikání cca 40 kHz, tato možnost ale nebyla otestována. Ideálním zdrojem osvětlení je pak jednoznačně přímé sluneční světlo.

Vzhledem k tomu, že rychloběžná kamera přímo vyzývá k tomu, aby byly natočeny děje jako hoření či exploze, je často také nutné natáčet potmě či při minimálním osvětlení, kdy funguje automatické zaostření špatně. V takovém případě je vhodné přepnout kameru do manuálního režimu, zaostřit za světla a pak zhasnout a experimenty potmě natočit. Následně je pak možné zjasnit natočené klipy úpravou kontrastu a jasu, čímž lze dosáhnout toho, že ve výsledku je vidět jak hořící plyn, tak okolí. Daní za zjasnění je zvýšení šumu v obraze, které ale pro naše účely obvykle nevadí.

### 3.2.3 Software a jeho použití

Videoklipy stažené z kamery jsou uloženy ve formátu (kontejneru) mov (Apple Quicktime). Tento formát lze přehrát na libovolném počítači Apple, které ale nejsou vzhledem k ceně běžným vybavením v českých školách. Lze je ale přehrát také na počítačích s OS Windows s instalovaným Quicktime Playerem [90]. Z důvodů uvedených níže není vhodné použít jinak mnohem příjemnější Quicktime Alternative.

Protože z kamery získáme klipy, které jsou příliš dlouhé, je třeba z nich zajímavé scény vystříhat. Navíc oproti běžnému videu je časté, že natáčíme v poloze vodorovné i svislé, a proto musíme záznam z kamery otočit. K běžným operacím s videem můžeme použít mnoho programů, nevýhodou většiny z nich ale je, že video dekodují, provedou transformace a znovu zakódují. Vzhledem k malému počtu pixelů v obraze a vysoké kompresi používané kamerou to znamená buď výraznou ztrátu kvality, nebo nárůst velikosti souborů. Optimálním je proto nástroj, který provede ořez a rotaci Quicktime videa bez rekomprese, například MPEG Streamclip [91], který byl použit při úpravě všech klipů v tomto seriálu. Rotace provedená programem MPEG Streamclip může ale na počítači s Windows být ignorována, pokud není nainstalován plný Quicktime Player, ale jen některá z jeho alternativ. MPEG Streamclip nám také umožní, je-li to potřeba, upravit parametry obrazu, jako jeho světlost, barevnost či gamma, takový zásah ovšem již rekompresi videa vyžaduje.

Pokud se rozhodneme ve videoklipech měřit, pak pro rychloběžné video přirozeně platí vše, co bylo řečeno o videoměření v kapitole 2.

## 3.3 Videoklipy pro použití ve výuce fyziky

Možnosti použití rychloběžného videa ve školní praxi byly popisovány v příspěvku na konferenci Veletrh nápadů učitelů fyziky 15 [92], v sérii devíti článků na serveru FyzWeb [93] a v článku v časopise Physics Education [94] (přijat do tisku, plný text uveden v příloze E). Text této kapitoly je zkrácenou a formulačně upravenou verzí seriálu z FyzWebu. Všechny popisované videoklipy se nachází na přiloženém CD, obrázky v textu jsou snímky vyjmuté z videozáznamu.

### 3.3.1 Pohyby v tíhovém poli

#### Volný pád

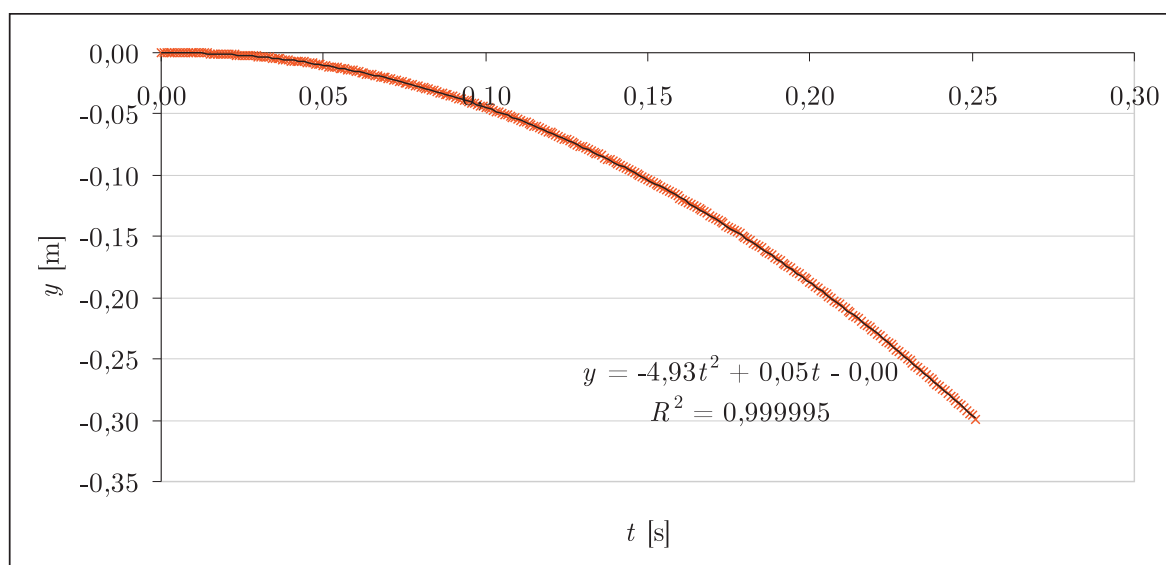
Jednou z prvních věcí, kterou vyzkouší každý učitel fyziky, kterému se dostane do ruky videokamera a nějaký program pro videoanalýzu, je natočení volného pádu a měření tíhového zrychlení. S rychloběžnou kamerou samozřejmě volný pád můžeme natočit také a ověřit, že i při použití jemnější časové škály platí elementární mechanika.

Toto jednoduché video nám může posloužit jako demonstrace problému toho, že kamera nesnímá video rovnoběžným, ale středovým promítáním. Vzhledem k tomu, že míček nepadá vedle měřítka (škálovaného v centimetrech), ale před ním, padá zdánlivě rychleji. Pokud chceme získat skutečné parametry jeho pádu, musíme znát geometrii experimentu a zahrnout ji do zpracování. V tomto konkrétním případě se měřítko nacházelo 50 cm před objektivem kamery a míček padal 3 cm před ním. Naměřené polohy proto bude třeba přeškálovat koeficientem  $0,94 = \frac{47}{50}$ . Výpočet a analýza níže byly provedeny už s touto korekcí.

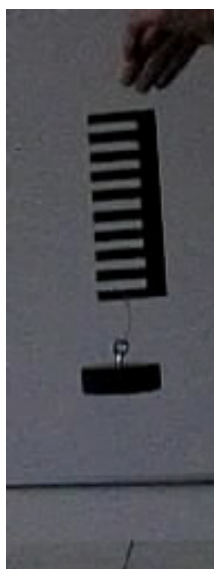
Pro analýzu videa s jednoduchým průběhem, jako je třeba právě volný pád, můžeme s úspěchem použít automatický odečet polohy programem Tracker. Výsledek analýzy je vyneseno do grafu 3.1. Na první pohled vidíme, že všechny body dokonale sedí na parabole, jejíž parametry jsou uvedeny v grafu. První koeficient představuje  $\frac{g}{2}$ , z měření tedy vypočítáme, že  $g = 9,86 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . Odchylka 0,5 % od tabulkové hodnoty je patrně zaviněna ne zcela přesnými údaji o poloze míčku a měřítka.

#### Měření tíhového zrychlení $g$ z volného pádu hřebene

Další experiment vychází z myšlenky laboratorní práce „Měření tíhového zrychlení“ s pomocí optické závory a padajícího hřebene [95]. Hřeben je vyroben z plastu a má zuby o šířce 1 cm vzdálené 1 cm od sebe (obr. 3.2). Optickou závoru poskytne systém ISES, stejně dobře ale může posloužit například fotodiody připojená do mikrofonního



Obrázek 3.1: Volný pád míčku



Obrázek 3.2: Volný pád hřebene



vstupu PC a nahrávací program [96]. Studenti odměří postupně se zkracující intervaly, za které projdou jednotlivé zuby hřebene optickou závorou, proloží grafem regresní křivku a z jejích parametrů určí tíhové zrychlení  $g$ .

Naše první experimenty ale opakovaně ukázaly, že něco není v pořádku. Tíhové zrychlení hřebene zatíženého váčkem s pískem vycházelo systematicky o zhruba 10% vyšší, nepomohlo ani pouštění hřebene z vyšší nebo nižší výšky, ani zvýšení vzorkovací frekvence. Situace se zlepšila teprve až s výměnou závaží – když místo váčku s pískem použijeme puk, hodnoty tíhového zrychlení se změnil na  $(9,8 \pm 0,1) \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  jako zázrakem.

Teprve rychloběžná kamera může ukázat proč – v klipu vidíme, že předpružený váček strhne lehký hřeben k sobě, a ten má proto v prvních okamžicích zrychlení vyšší, než je zrychlení tíhové. Padající hřeben zatížený pukem, na kterém nedochází k téměř žádnému napnutí, padá pouze vlivem tíhové síly.

### Závaží na pružině

Předchozí úloha nás může inspirovat k natočení dalšího videozáznamu: Dvě závaží stejné hmotnosti jsou spojena pružinou (obr. 3.3). Horní závaží držíme v ruce a pak uvolníme. Na videozáznamu pozorujeme, jak horní závaží zrychluje směrem dolů a dolní závaží v prostoru „visí“. Tento jev přijde studentům obvykle fascinující a bystřejší z nich na jeho vysvětlení také záhy přijdou.



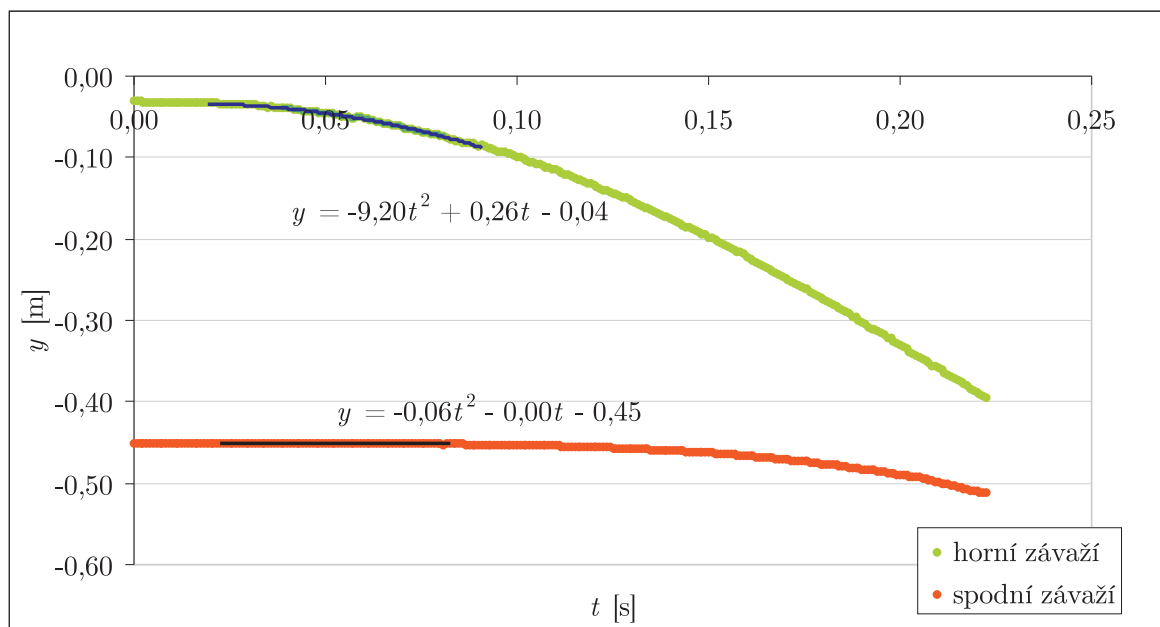
Obrázek 3.3: Padající závaží spojená pružinou

Před uvolněním působí na horní závaží tíhová síla o velikosti  $mg$  směrem dolů, přes pružinu tíha spodního závaží, také  $mg$ , a opačnou silou  $2mg$  musí působit ruka směrem vzhůru. Na dolní závaží v klidu působí směrem dolů také síla  $mg$  a směrem vzhůru na něj působí přes pružinu horní závaží silou  $mg$ . Výslednice sil působících na každé závaží jsou nulové, a obě se proto nachází v klidu.

Po uvolnění působí na horní i dolní závaží tíhová síla  $mg$  směrem dolů a zároveň na sebe stále působí obě závaží akcí a reakcí. Bezprostředně po uvolnění mají akce a reakce velikost opět  $mg$ , se zkracováním pružiny velikosti sil klesají. Dolní závaží tedy zůstává chvíli prakticky na místě a horní závaží zrychluje se zrychlením větším než  $g$ .

Z parametrů regresní křivky (graf na obr. 3.4) vychází pro horní závaží zrychlení v počátečním úseku  $g = 18,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ , u dolního závaží nemá smysl o měřitelném zrychlení mluvit. Poznámka: Ve videozáznamu si můžeme všimnout blikání obrazu. Při natáčení byla kromě halogenového světla napájeného akumulátorem použita také zářivka. Protože jas zářivky stokrát za sekundu narůstá a opět klesá, i obraz videosnímku se zjasňuje a ztemňuje.

Celý děj bychom také mohli popisovat zevnitř padajícího systému, tedy ve stavu beztíže. V něm se závaží přibližují k sobě navzájem a celý systém padá dolů s tíhovým zrychlením.



Obrázek 3.4: Závislost výšky na čase pro dvě závaží spojená pružinou

### Stav beztíže v láhvi

Stav beztíže je velmi zajímavým tématem i pro další natáčení, tentokrát s lahví, v jejíž stěně jsme vyrobili několik otvorů a naplnili ji vodou. Jakmile láhev pustíme, přestane z ní voda vytékat. Tento experiment je poměrně běžnou fyzikální demonstrací, inspirace pro natočení rychloběžnou kamerou pochází z článku A. Corony a kol. v časopise *Physics Education*, který popisuje děj natočený obyčejnou videokamerou kamerou [97].

Vysvětlení je prosté, důvodem k vytékání vody je rozdíl tlaku vody poblíž otvoru (daný hydrostatickým tlakem vody) a vnějšího atmosférického tlaku. Hydrostatický tlak je ale dán tíhovým zrychlením, takže jakmile láhev pustíme a nastane v ní stav beztíže, hydrostatický tlak vymizí a voda vytékat přestane. Ještě překvapivější pak pro studenty bývá, že voda přestane vytékat i v případě, že láhev namísto upuštění vyhodíme vzhůru, přesto, že vysvětlení je totožné.

### 3.3.2 Vodní kapky

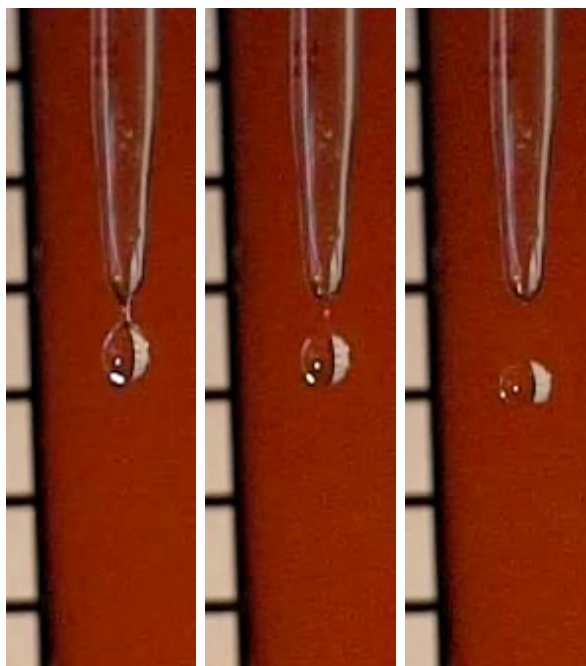
#### Jak se tvoří kapka

Odkapávání vodní kapky z byrety nebo ústí vodovodu je děj, který se nezdá být příliš rychlým (navíc jej můžeme zpomalit například tlačkou), ale pouze do chvíle, než se začneme zajímat o samotný okamžik odtržení kapky, kdy už fotoaparát nebo obyčejná videokamera nestačí. Tvorbu kapky můžeme natáčet buď na tenké trubičce (kapilára, pipeta) nebo na volné ploše (spodní okraj ústí vodovodu), proces se ale zásadně neliší.

Po odkápnutí předchozí kapky se nejprve sbírá voda podél celé spodní plochy vodovodu. Když začne být vody více a tíhová síla začne převažovat, objeví se v jednom (zřejmě nejnižším) místě zakřivení – zárodek kapky držený pohromadě povrchovou silou, který postupně narůstá, až jej povrchová síla neudrží a kapka se odtrhne.

Až sem bychom k popisu tvorby kapky kameru vůbec nepotřebovali, její použití nám ale ukáže jevy, které bychom nejspíš nečekali. Především se jedná o tvar padající kapky, který není „kapkový“, tak jak jej známe z dětských knížek, ale jedná se o pružnou kouli, která osciluje v důsledku napnutí povrchové vrstvy při odtržení podobně, jako by osciloval balónek naplněný vodou, natažený a volně upuštěný.

Druhým zajímavým místem je délka „vodní stopky“, na které je kapka těsně před odtržením zavěšena – jde o několika- (dvoj- či troj-) násobek průměru kapky, viz obrázek 3.6(a). Pokud bychom měřili graf závislosti polohy těžiště kapky na čase a proložili do něj parabolou  $y = s_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$ , zjistíme, že počáteční poloha  $s_0$ , ve které má kapka nulovou rychlost, se nachází pod hranicí vodovodní trubky.



Obrázek 3.5: Odtržení kapky z byrety



(a) „Stopka“ (b) Po odtržení (c) Další kapky (d) Náraz kapek

Obrázek 3.6: Odtržení kapky z vodovodu

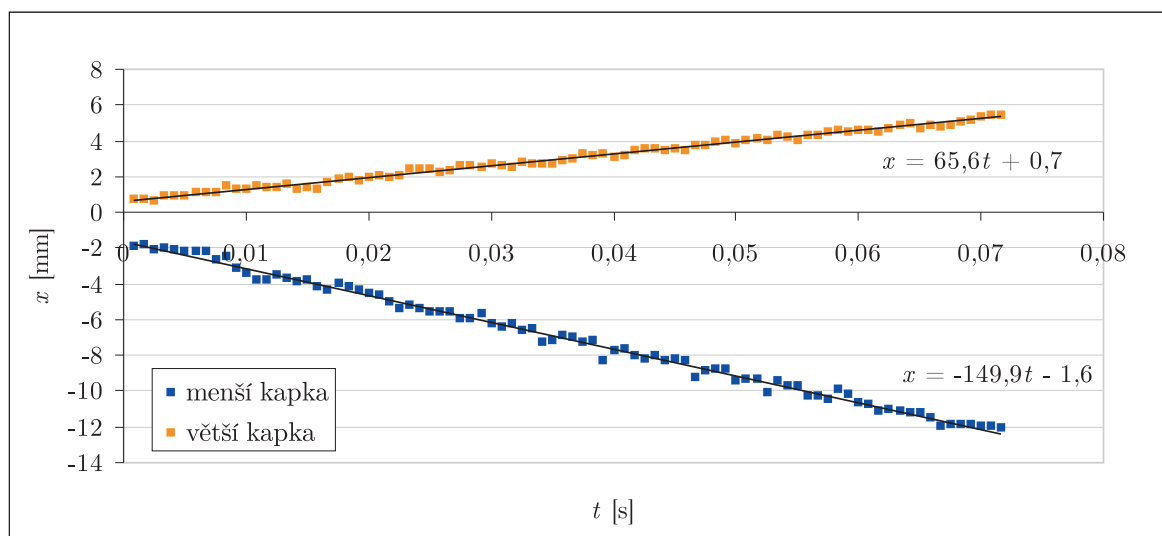
Překvapivá délka stopky, která se přeruší až při odtržení kapky, má za následek to, že povrchové napětí nedokáže veškerou vodu obsaženou ve stopce vrátit zpět k vodovodu ani přitáhnout ke kapce, stopka se potrhá na několika místech najednou a vznikne jedna nebo více kapek velikosti zhruba o řád menší (obrázky 3.6(b) a 3.6(c)), než měla prvotní kapka. V přiloženém videozáznamu můžeme pozorovat vznik dvou až tří kapek pod ústím vodovodu. (Na tomtéž vodovodu byl děj natáčen opakovaně s obdobným výsledkem, nejedná se tedy o náhodný jev.)

Ještě překvapivější je to, co po vytvoření dvou kapek následuje: Tyto kapky totiž na sebe narazí a namísto toho, aby se spojily do jedné větší, odrazí se od sebe (obrázek 3.6(d)). Znamená to, že se povrchová vrstva vody chová jako pružná blána nejen „dovnitř kapky“, kterou stlačuje, ale i navenek. Takové chování povrchové vrstvy nelze ale vysvětlit pouze pomocí tzv. sféry molekulového působení, jak je tomu ve středoškolských učebnicích [98], ale nějakým složitějším způsobem. Z chování kapek je ale jasné, že povrchová vrstva kapky má podobné vlastnosti, jaké mají třeba mastná oka na polévce, která se spojí až poté, co lžící protrhneme jejich okraje, nebo lehká atomová jádra, která se ochotně slučují, ale musíme nejprve dodat značné množství energie, aby se k sobě dostala dostatečně blízko.

Na pádu a odrazu dvojice kapek můžeme ověřit i zákon zachování hybnosti ve směru osy  $x$  (v horizontálním směru). Obě dvě kapičky začínají s nulovou rychlostí ve směru  $x$ , horní má ale v důsledku povrchové síly před odtržením rychlost ve směru dolů a dolní obráceně ve směru nahoru. Kapky proto na sebe narazí, odrazí se, a protože ráz není centrální, odrazí se do stran.

V grafu 3.7 vidíme vynesenu závislost polohy  $x$  obou kapek na čase  $t$ . V tomto směru je rychlost obou kapek konstantní. Z poměru rychlostí obou kapek a ze zákona zachování hybnosti vypočteme poměr jejich hmotností jako převrácenou hodnotu předchozího poměru. Druhý způsob, jakým můžeme určit poměr hmotností kapek, je změření jejich průměrů. Měření velikostí bylo provedeno vyjmutím několika snímků z videa, jejich vložením do grafického editoru a umístěním co nejlépe vyhovujících kružnic přes fotografie kapek. Navzdory tomu, že velikost kapek je pouze několik pixelů, můžeme tímto způsobem získat relativně přesné měření. Poměr hmotností by pak měl být třetí mocninou poměru průměrů.

Např. pro data z grafu 3.7 získáváme poměr horizontálních složek rychlosti 0,438:1, což znamená, že podle zákona zachování hybnosti by měl poměr hmotností být 2,283:1 a poměr poloměrů kapek 1,317:1. Poměr poloměrů kapek odměřený z videoklipu je 1,32:1, oba údaje se tedy velmi dobře shodují.



Obrázek 3.7: Pohyb kapek po nárazu

### 3.3.3 Teplo, hoření, výbuch ...

#### Start modelové rakety na lihový pohon

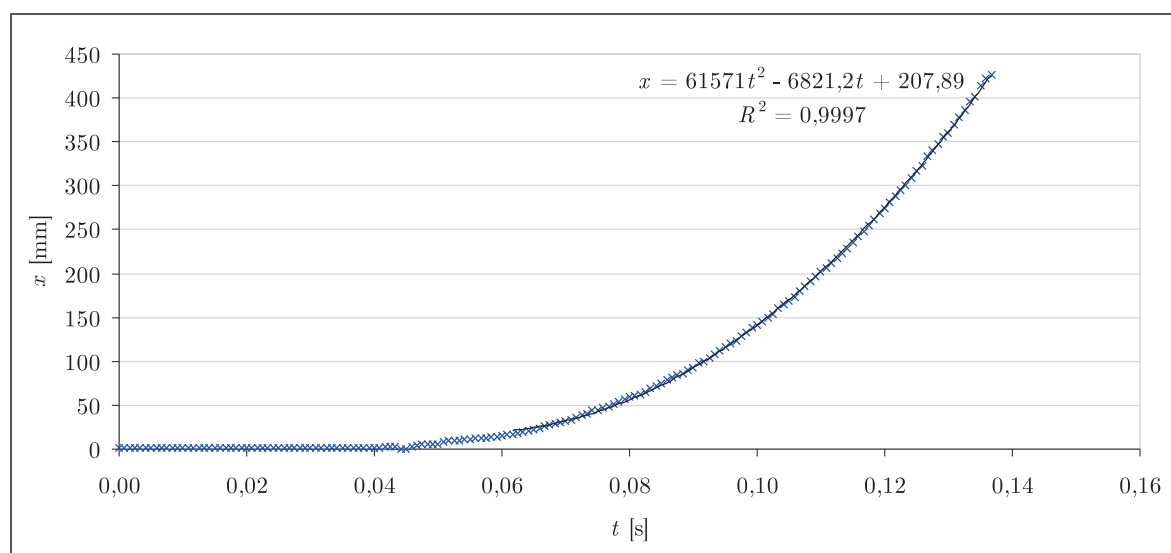
Velmi efektním pokusem vhodným pro předvedení před žáky je raketa na lihový pohon (obrázek 3.8). Její konstrukci popisoval Z. Polák na konferenci Veletrh nápadů učitelů fyziky 7 [99]. Jde o obyčejnou PET láhev, které do víčka vyvrtáme otvor o průměru cca 5 mm. Do láhve nalijeme malé množství lihu, necháme odpařit a poté přebytečný líh slijeme zpět. Když k trysce (tzn. otvoru ve víčku) nyní přiložíme hořící sirku, dojde k zapálení par lihu, prudkému nárůstu objemu horkého plynu uvnitř a jeho unikání ven tryskou. V důsledku zákona zachování hybnosti se pak raketa začne s výrazným syčením prudce pohybovat vpřed a působivě demonstruje princip reaktivního motoru. Protože rychlost rakety není malá a není možné řídit směr, kterým se bude pohybovat, opatřili jsme ji ještě drátěnými oky, kterými ji připevníme na závěs na vodorovnou tyč. Raketa pak místo toho, aby odletěla vpřed, tyč několikrát obtočí.

Videozáznam ukáže celý start podrobně a umožní nám proměřit pohyb rakety v prvních několika okamžicích startu. Start rakety byl natáčen při malém osvětlení proto, aby bylo pozorovatelné hoření paliva uvnitř, následně pak byl na obraz aplikován filtr zvyšující parametr gama v obrazu tak, aby bylo lépe vidět kontury obrazu. Ke kalibraci obrazu ve videoanalýze posloužila samotná láhev – její délka je 30 cm.

Modré křížky v grafu 3.9 vyznačují polohu láhve v jednotlivých časových okamžicích. Do grafu je také proložena parabola, protože ale průběh celého děje není přesně parabolický, je proložena až od určitého pozdějšího časového okamžiku (cca 0,06 s), kdy



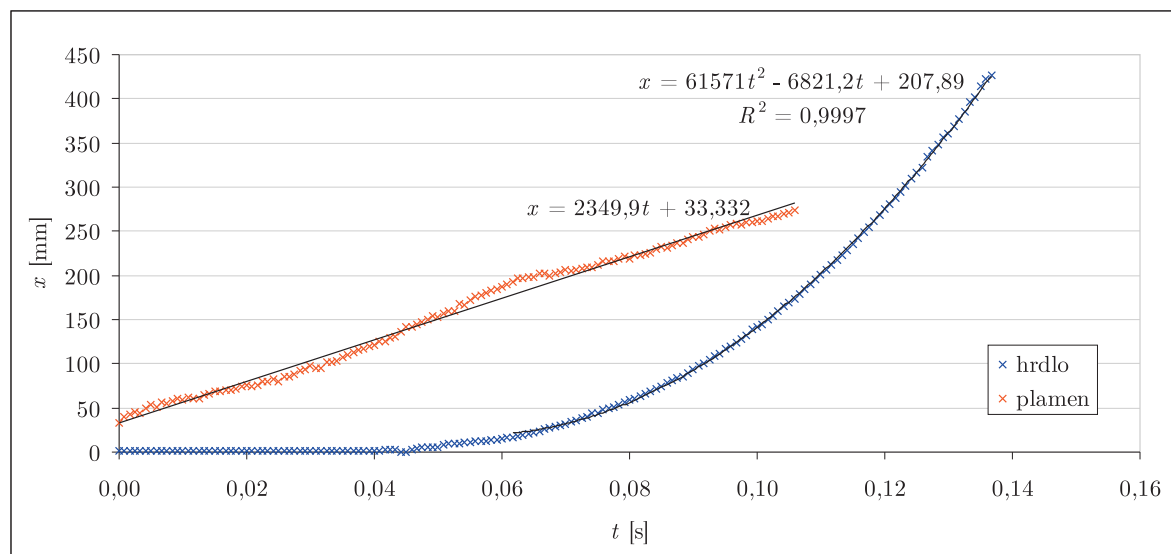
Obrázek 3.8: Lihová raketka



Obrázek 3.9: Graf závislosti polohy láhve na čase

již model rovnoměrně zrychleného pohybu vyhovuje dobře. Z parametrů této křivky můžeme dopočítat, že zrychlení láhve je  $123 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ , tedy přibližně  $12,5 g$ .

Velmi zajímavé je také pozorovat hoření lihových par uvnitř láhve. Pozorování pouhým okem totiž svádí k představě, že v láhvi nastane výbuch, ve kterém veškeré palivo shoří najednou a pak už jen vychází horké spaliny. Videozáznam nám ale umožňuje pozorovat postupné prohořívání. Pokusili jsme se zachytit také polohu „čela plamene“ a vynést ji do grafu 3.10.



Obrázek 3.10: Poloha láhve a prohořívání lihových par

Oranžové křížky v grafu představují polohu čela plamene měřenou vzhledem k hrdlu láhve – jsou tedy měřeny v (neinerciální) soustavě zrychlující láhve. Vidíme, že v této soustavě plamen hoří zhruba konstantní rychlostí o velikosti přibližně  $2,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Dalším námětem zkoumání by mohlo být zjištění, zda okamžik, od kterého již láhev zrychluje rovnoměrně, nějak souvisí například s její geometrií – například zda nejde o chvíli, kdy plamen dosáhne do míst, kde končí hrdlo a láhev má dál už konstantní průměr. Tato hypotéza se ale nepotvrdila, okamžik, ve kterém začíná v grafu nahoře proložená parabola, je vidět na fotografii 3.11 a nezdá se, že šlo o okamžik jakkoli významný.

### Výbušný motor

Na řadě českých škol se nachází jednoduchá pomůcka pro demonstraci činnosti výbušného motoru, kterou popisoval M. Jílek na konferenci Veletrh nápadů učitelů fyziky 7 [100] a je popsána na stránkách fyzikálních kroužků na serveru FyzWeb [101]. Jedná se





Obrázek 3.11: Počátek rovnoměrně zrychleného pohybu rakety

o filmovou krabičku, jejíž víčko je připevněno k podložce a jsou do něj přivedeny vývody z piezoelektrického zapalovače. Při stisknutí zapalovače přeskočí mezi kontakty jiskra, a pokud je na víčku umístěno tělo krabičky s malým množstvím lihu (hoří jen páry lihu), pak nastane hlasitý výbuch a krabička prudce odletí. Tato demonstrace je pro studenty velmi efektní a přesvědčivá, pokud se jedná o množství energie uvolněné výbuchem / spálením lihu.

Pohyb krabičky je pro stanovení rychlosti pomocí běžné kamery příliš rychlý, s rychloběžnou kamerou jsme ale schopni rychlost přímo změřit. Přiložené video bylo upraveno zvýšením hodnoty gama v obrazu tak, aby bylo možné lépe provést videoanalýzu. Pro kalibraci rozměrů obrazu použijeme samotnou filmovou krabičku – její výška je 50 mm.

Výsledky jednoho měření jsou zaznamenány do grafu 3.13, kde  $r$  je vzdálenost geometrického středu snímku krabičky, tedy přibližně těžiště, od jeho počáteční polohy. Vidíme, že krabička je nejprve na jednom místě a pak zdánlivě bez jakékoli fáze zrychlení přímo získává plnou rychlost. Na takto malém úseku se nemá ještě možnost měřitelně projevit působení tíhové zrychlení, takže v grafu vidíme rovnoměrný pohyb. V tomto konkrétním měření se krabička po výbuchu pohybovala rychlostí  $15,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , tedy  $56 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ . Při opakovaných měřeních zjistíme, že se průběh experimentu ani naměřené rychlosti příliš neliší, rozdíly jsou v rozsahu do cca 10 %.

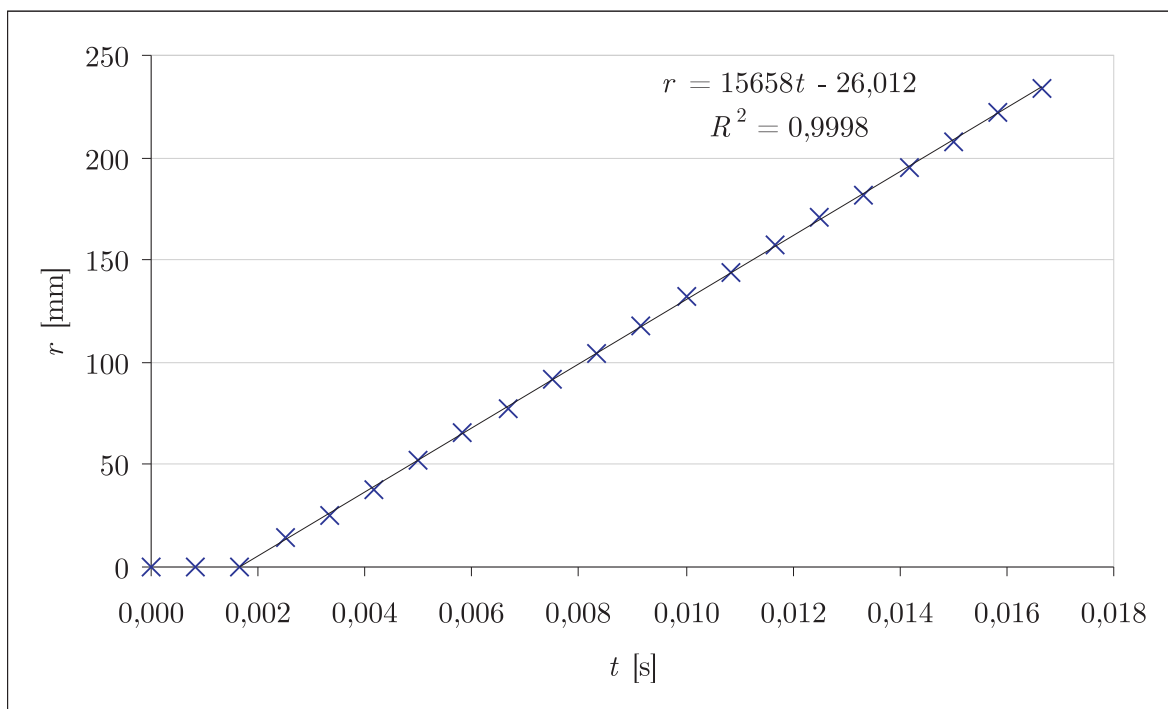
To, že nepozorujeme postupné zrychlování krabičky, znamená, že musela získat rychlost v čase menším, než je trvání jednoho snímku, tedy asi 0,83 milisekundy. Zrychlení krabičky potom musí být přinejmenším zhruba  $19000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ , což odpovídá hodnotě téměř dva tisíce  $g$ . Takový děj si již zaslouží pojmenování výbuch.

### Rychlost jiskry

Natáčení výbuchu s filmovou krabičkou v temné místnosti nás může inspirovat k tomu, zda se nám podaří zachytit i přeskočení jiskry mezi vývody ze zapalovače.

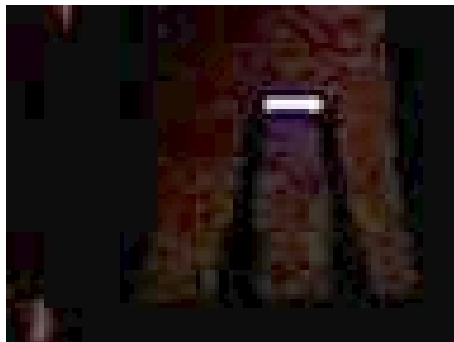


Obrázek 3.12: Výbuch par lihu v krabičce



Obrázek 3.13: Start krabičky po výbuchu par lihu

(Vývody jsou vzdáleny cca 4 mm). Bohužel je ale tento děj příliš rychlý na to, abychom ho pozorovali jako děj. V záznamu nám zbude pouze exponovaná celá stopa mezi kontakty (obrázek 3.14), a tak můžeme říci jen to, že přeskočení proběhne v čase kratším než 0,83 ms.



Obrázek 3.14: Přeskok jiskry

### Leidenfrostův jev

Leidenfrostův jev se odborně nazývá děj, který zná každý, kdo někdy stříkl trochu vody na rozpálenou plotnu. Je-li plotna dostatečně horká, voda místo zasyčení a odpaření utvoří kapičky a v těchto kapičkách se kutálí po plotně (3.15). Důvodem pro nezvyklé chování kapiček je prudké odpařování a expanze vodní páry v místě kontaktu s plotnou. Unikající pára pak nadzvedává celou kapku a posunuje ji po jakémsi vzduchovém (či spíše parním) polštáři [102].

Podařilo se nám natočit záběry několika kapek pohybujících se na rozžhaveném elektrickém vařiči a jejich chování studenty často fascinuje. Ve videoklipech vidíme kapky, jak dopadají na vařič, rozletí se prudkou expanzí do stran, povrchové napětí je zastaví a udrží pohromadě a pak se kutálí po plotně a nemohou se ani propadnout do prostoru mezi závity spirály.



Obrázek 3.15: Leidenfrostův jev

### 3.3.4 Elektrický proud

#### Rozsvícení žárovky

I tak jednoduchá věc, jakou je obyčejná žárovka, nám může ukázat řadu zajímavých věcí, stačí potmě natočit její rozsvícení. Už na první pohled nás zaujme, že jas žárovky není konstantní, ale kolísá (u zářivky bychom takové chování předpokládali). To znamená, že tepelná kapacita vlákna je příliš malá a množství vyzařované energie příliš velké, takže vlákno mezi jednotlivými periodami výkonu (půlperiodami proudu) vychladne a poté se opět zahřeje.



Obrázek 3.16: Rozsvícení žárovky

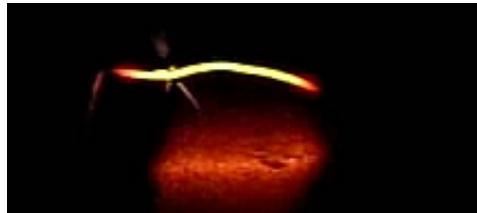
Po načtení videa do některého z programů na videoanalýzu a změření času můžeme zjistit toto

- Jedna perioda „světelného kmitu“ žárovky trvá jednu setinu sekundy (je třeba natočit a použít delší úsek, než jen přiložený výstřížek), odpovídá tedy frekvenci elektrického proudu v rozvodné síti 50 Hz, resp. frekvenci pulzů výkonu 100 Hz.
- Od studeného vlákna do plného jasu žárovky (tohoto konkrétního kusu o příkonu 40 W) je zapotřebí přibližně 36 milisekund, tedy cca. 3,5 periody výkonu. Pro jiné žárovky se samozřejmě může hodnota lišit.
- Vlákno žárovky se nerozsvěcuje rovnoměrně, ale některá místa se zahřejí dřív (u natočeného klipu je to levý kraj vlákna, viz obrázek 3.16). Z pozorování lze usoudit, že vlákno nemá všude stejnou tloušťku, ale v místě, kde se nejvíce zahřívá, je jeho průměr z nějakého důvodu menší, a odpor tedy větší. Pokud se chceme zabývat v rámci fyziky i tematikou bezpečnosti elektrického proudu, může nám tedy video posloužit i jako názorná ukázka toho, proč jsou nebezpečné špatné spoje kabelů, například v elektrické zásuvce, a mohou být příčinou požáru.

#### Přepálení odporového drátu

Podobně jako rozsvícení žárovky můžeme zaznamenat na video také zahřátí a přepálení odporového drátu. K demonstračnímu akumulátoru připojíme do zkratu kousek

(cca 4 cm) odporového drátu a pozorujeme jeho zahřátí. Od určité doby již nevidíme zjasňování rozžhaveného drátu (dynamický rozsah kamery je omezený), ale protože je pod ním umístěna nehořlavá kovová podložka, která obraz drátu odráží s určitým úbytkem jasů, můžeme v odrazu pozorovat, že intenzita světla dále narůstá. Nakonec dojde k přepálení drátu a jeho rozlomení.



Obrázek 3.17: Drát těsně před přepálením

Teorie k tomuto experimentu je zcela stejná jako pro zahřátí žárovky – průchodem velkého elektrického proudu se vodič zahřeje uvolňovaným Jouleovým teplem natolik, že začne svítit. Na rozdíl od žárovky je ale v okolí vodiče přítomen kyslík, a tak dojde k oxidaci (hoření) vodiče a jeho přepálení. Na obrázku 3.17 je zachycen okamžik těsně před přepálením, v záznamu pak vidíme, že se původně ohebný kov na dvou místech zlomil, z čehož můžeme usoudit právě na změnu struktury v důsledku oxidace.

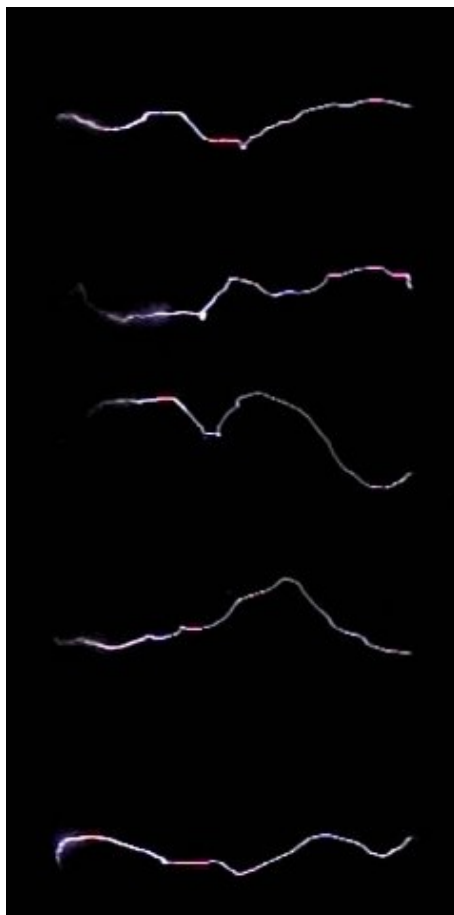
### Zkrat

Na konci klipu, ve kterém byl přepálen odporový drát, jsme mohli vidět několik jisker, které vznikly, když se po rozlomení drátu dotkly krokosvorky kovové podložky a nastal zkrat. Dalším zajímavým jevem vhodným k natočení a studiu by mohly být právě tyto jiskry. Přiložené video ukazuje výstřely jisker při zkratu – jedna strana vodiče je připojena k jednomu pólu demonstračního akumulátoru, druhým koncem se dotýkáme opačného pólu.



Obrázek 3.18: Jiskry vzniklé zkratem

Jakmile nastane zkrat, vytryskne z místa kontaktu ohňostroj jisker (obrázek 3.18). V místě dotyku dojde k prudkému lokálnímu zvýšení teploty doprovázenému zvýšením



Obrázek 3.19: Tvary výbojů mezi kontakty Ruhmkorffova induktoru

objemu. Protože jiskry zanechávají svítící stopy na každém snímku, můžeme studovat jejich pohyb a zjistit, že nejrychlejší z nich letí rychlostmi zhruba kolem  $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . V průběhu svého pohybu se rychlost jisker v důsledku odporu vzduchu snižuje a s chladnutím klesá jejich jas. Ke konci jsou proto viditelné už jen pomalejší a na pohled silnější jiskry, které jsou tvořeny větším množstvím hmoty, a tak v důsledku setrvačnosti získaly nižší rychlost, ale také díky větší tepelné kapacitě pomaleji chladnou.

### Blesky z Ruhmkorffova induktoru

Ruhmkorffův induktor a výboje z něj jsme zmínili hned na začátku jako příklad děje, který je pro naši kameru příliš rychlý. Nemůžeme sice pozorovat šíření výboje, získáme ale aspoň snímky „klikatých blesků“ (obrázek 3.19) a máme možnost rozebat se studenty, jak se blesk šíří. Pokud do cesty plamene vložíme hořící špejli, můžeme také pozorovat, jaký vliv má průchod blesku na plamen.

Další záběry výbojů získáme po připojení kontaktů induktoru k výbojové trubici naplněné plynem. V závislosti na použitém plynu se mění barva výboje i délka svítícího

sloupce, jeho charakter je ale vždy stejný – vidíme katodové světlo, které se střídavě objevuje v jedné a druhé části trubice. Můžeme tak dokumentovat, že vysoké napětí na výstupu induktoru je střídavé, pro induktor použitý v našem experimentu je frekvence střídavého napětí 84 Hz. Rozdílná délka svítícího sloupce pak souvisí s různým průrazným napětím a tlakem plynů v trubicích.

### 3.3.5 „Rozbíjení“

#### Propíchnutí balónku

Jak dopadne pružná membrána – stěna balónku – pokud ji na jednom místě porušíme například špendlíkem, nám obyčejné video neukáže, děj je příliš rychlý. I frekvence snímání 1200 FPS je na hraně toho, co bychom si přáli vidět.

Natočené klipy ukazují jednak propíchnutí prázdného balónku, jednak propíchnutí balónku plného vody (Obrázky 3.20). V obou případech můžeme pozorovat podobný charakter děje: Gumová stěna balónku se od místa porušení okamžitě začne smršťovat a to ve směru, který tato stěna původně měla, takže balónek je gumou „oběhnut“. Můžeme tak ukázat, že síla ve stěně působí v povrchu a ne směrem dovnitř.



(a) Prázdný balónek

(b) Plný balónek

Obrázek 3.20: Propíchnutí balónku

#### Výstřel na vejce

Pascalův zákon (a nebo také důsledky tlakové vlny) můžeme demonstrovat poněkud netradičním experimentem: výstřelem na syrové a případně i vařené vejce ze vzduchové



Obrázek 3.21: Syrové vejce v okamžiku průstřelu



Obrázek 3.22: Vařené vejce v okamžiku průstřelu

pušky [103]. Tento experiment si studenti většinou pamatují, jednak pro nezvyklou situaci, ve které se učitel nachází, jednak pro překvapivý výsledek experimentu. Syrové vejce se totiž, když je zasáheno diabolkou, okamžitě celé roztříští a rozletí do všech směrů.

Průběh experimentu ještě více vynikne, když ho zachytíme rychloběžnou kamerou. Diabolku samotnou v záznamu nevidíme, je příliš rychlá a malá, takže ji kamera nezachytí. Vidíme ale, že vejce vybuchuje skutečně celé najednou a do všech směrů (obrázek 3.21). Vysvětlení nám dá Pascalův zákon: Při nárazu vysokou rychlostí na vaječnou skořápku vytvoří diabolka v kapalině vaječného bílku rázovou vlnu a následně vysoký tlak. Podle Pascalova zákona se tlak vyvolaný vnější silou objeví okamžitě ve všech místech nestlačitelné kapaliny, což znamená, že kapalina bílku udeří současně na všechna místa skořápky a vejce vybuchne. Kdybychom chtěli být ještě přesnější, mohli bychom mluvit o malé stlačitelnosti kapaliny a tlakové vlně šířící se v ní rychlostí zvuku.

Vařené vejce (obrázek 3.22) se naproti tomu roztříští pouze v místě průstřelu, horní a spodní strana ale zůstane neporušena (pokud nezasáhneme příliš vysoko nebo nízko), neboť vařená vaječná hmota je pevná a pružná a tlakovou vlnu v dostatečné intenzitě nepřenesou.

### Vodní kladivo

Pokus zvaný „Vodní kladivo“ [104] používaný pro ukázkou setrvačnosti je dalším z těch, které si studenti zapamatují. Do láhve od vína nalijeme cca 0,5 litru vody, zazátkujeme ji a zátku seřízneme na úroveň hrdla. Pak gumovou paličkou udeříme shora na hrdlo láhve, a pokud se úder zdaří, láhvi upadne dno.





Obrázek 3.23: Kavítace – vznik dutin ve vodním tělese

Tento experiment bývá obvykle vysvětlován tak, že v láhvi se rychlostí zvuku přenesou informace o úderu a láhev se celá dá do pohybu dolů. Voda uvnitř ale není s láhví nijak pevně spojena, proto díky setrvačnosti zůstává ve své poloze a v důsledku toho vznikne mezi vodou a dnem láhve prostor o velmi nízkém tlaku („skorovakuum“). Vzápětí se láhev zastaví, zatímco tlak vzduchu nad hladinou vodu prudce přitlačí ke dnu. Nápor pohybujícího se vodního tělesa pak dno urazí.

Podívejme se nyní, co ukáže rychloběžná kamera. Udělat dobrý snímek tohoto jevu není jednoduché, především kvůli malému rozlišení, tedy zabírané ploše, požadavku na detail ve snímku a pohyb láhve, nicméně po několika pokusech se nám může úspěšný záznam podařit. Vhodná pro natáčení je láhev se silnými stěnami, která vydrží i mocný úder, a tak se děj před uražením dna zvýrazní.

Při krokování snímků se přibližně na pět milisekund objeví u dna bublinky (nikoliv souvislý prostor), které rychle zanikají, a následně se dno utrhne. Domníváme se, že po úderu dojde u dna ke snížení tlaku a následnému jevu kavítace. Jde o vznik bublin vakua, resp. vodních par o extrémně nízkém tlaku, které rychle implozí zanikají. Při implozi vznikají rázové vlny, které urazí dno. Podobné rázové vlny dokážou narušovat i ocelové lopatky turbín či čerpadel.

### 3.3.6 Kmitání a vlny

#### Ladička

Studenty obvykle o tom, že kovová ladička mechanicky kmitá, přesvědčujeme za pomoci hrotu připevněného k jednomu jejímu rameni a skleněné destičky začerněné sazemi, na které hrot ladičky nechá stopu ve tvaru vlnovky. S rychloběžnou kamerou se o kmitání můžeme přesvědčit přímo, stačí její pohyb zaznamenat. Je ale třeba podotknout, že vhodné jsou ladičky s nižšími frekvencemi kmitání (např. C – 130 Hz), nejběžnější ladičky A – 440 Hz jsou pro kameru, která snímá s frekvencí 1200 FPS na hraně možností (dle tzv. Nyquistova teorému), protože na jednu periodu připadají necelé tři snímky.

Ve videozáznamu vidíme, jak obě ramena ladičky kmitají synchronně proti sobě s překvapivě velkou amplitudou. Rozkmit ramen ladičky studenty obvykle značně překvapí.

Zvláštní pozornost pak můžeme věnovat „náběhové fázi“ kmitání ladičky. Těsně po úderu se nejprve dá do pohybu horní rameno, zatímco dolní zůstává v klidu a o úderu se „dozví“ až o několik snímků později. Několik kmitů pak kmitají ramena s fázovým posunutím, než se ustálí kmitání synchronní. Tento děj bychom mohli popisovat jako náběhovou fázi vzniku příčného stojatého vlnění s uzlem uprostřed a kmitnami na koncích.

### Ladička ve vodě

Jiný důkaz toho, že ramena ladičky kmitají, je vložení rozeznělé ladičky do vody. Stěny nádoby se okamžitě pokryjí kapičkami vody a studentům výsledek interpretujeme tak, že pohybuující se ramena vystříkala vodu na stěny. Natočený experiment tuto hypotézu potvrdí, ukáže ale ještě daleko víc.

Ramena ladičky se totiž ponořením stanou dvojicí zdrojů koherentního vlnění na vodní hladině (obrázek 3.24). Tyto vlny jsou lépe pozorovatelné jako stíny na dně nádoby než přímo na hladině; nejlepším zdrojem světla, který stíny vytvoří, je přímé slunce. V záznamu pak můžeme pozorovat řadu dějů, které u vlnění obvykle demonstrujeme jen na simulacích (apletech) nebo pouze popisujeme – interferenci, rovinné vlny (ladička umístěná naplocho).



Obrázek 3.24: Interference vln vybuzených ladičkou

Překvapivě zajímavé pro studenty je také vytažení ladičky z vody: Jakmile ladička opustí vodu, zůstane za ní klidná hladina, po které se šíří poslední kruh vln směrem od zdroje (který již není přítomen) a žádné vlny se nevrací zpět.

### Postupná vlna na pružině

Stejně jako kmitání i vlnění je děj, který bychom při výkladu rádi ukázali, potřebujeme jej ale zastavit nebo krokovat. Můžeme samozřejmě použít některý z mnoha

appletů s lepší či horší zobrazovací schopností, které se nachází na webu, ale sledování reálného děje je přesvědčivější.

Základním experimentem v této kapitole je šíření vlny v pružném prostředí, realizované na pružině. Ačkoliv je pružina typu slinky [105] velmi měkká a v důsledku toho nese vlnu velmi pomalu, není to dostatečně pomalu na pohodlné pozorování okem ani na běžné videokameře. Snímky z rychloběžné kamery už jsou pro naše potřeby vyhovující.

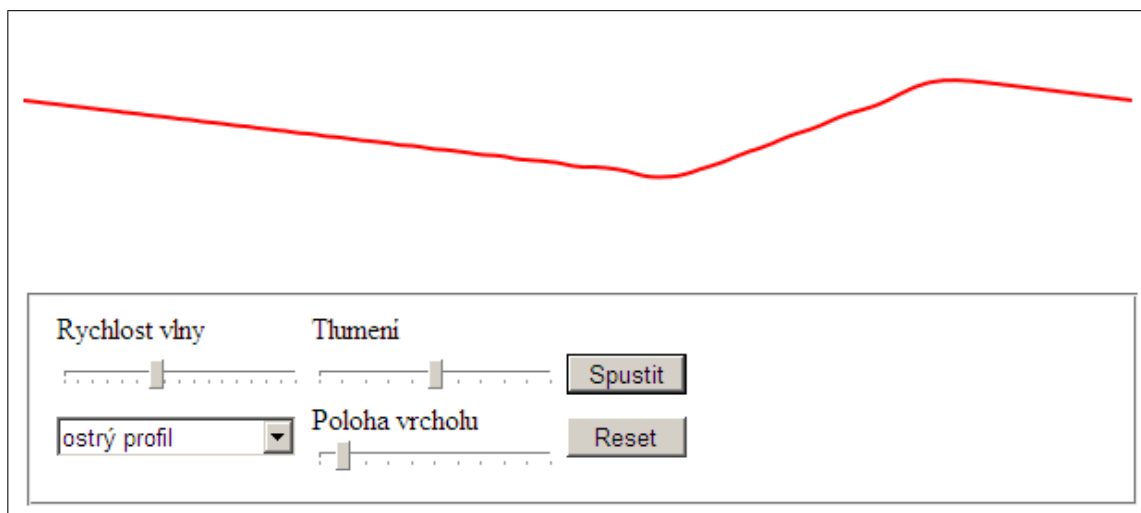
### Struna a její model

Dalším typickým příkladem vlny, kterou na střední škole probíráme, je chvění struny. Můžeme zkusit natočit např. kytarovou strunu, ale ani nejsilnější struna E se základní frekvencí 82 Hz se nepohybuje dostatečně pomalu na to, aby ji kamera dobře zachytila a zobrazila. Navíc jsou amplitudy kmitů struny výrazně menší, než její délka, takže je problém je dobře zaznamenat vzhledem k rozlišení kamery. Lépe uspějeme s modelem struny z natažené kloboukové gumy popisovaným v [106]. Na videozáznamu vidíme pulz, který se odráží od pevných konců a putuje z jedné strany gumy na druhou (obrázek 3.25). Děj, který vidíme, na první pohled neprobíhá tak, jak chvění struny popisují školní učebnice – jako jedna nebo více půlvln sinusovitého tvaru s jasně definovanými kmitnami a uzly. Když se s touto znalostí podíváme na záznam skutečné kytarové struny, můžeme zahlédnout stejný tvar běžící po struně, ovšem velmi rychle.



Obrázek 3.25: Model struny s kloboukovou gumou

Vysvětlení můžeme pojmut buď matematicky – spočítat Fourierovu transformaci počátečního tvaru (profilu) struny a interpretovat to, co pozorujeme, jako složení velkého počtu sinusoid a jejich časový vývoj – nebo modelováním. Když budeme iterovat časový vývoj podle rovnice struny, uvidíme, že se teoretický model chová přesně tak, jak pozorujeme na videozáznamu (obrázek 3.26, model byl vytvořen jako doplněk k tomuto videoklipu a je součástí příloženého CD. Jako jádro je použit JavaScript a model běží přímo v internetovém prohlížeči.) Pro kontrolu můžeme do modelu vložit také jako výchozí „sinusovitou“ půlvlnu a ověřit, že pak dochází ke kmitání tak, jak je vyobrazeno ve středoškolských učebnicích.



Obrázek 3.26: Počítačový model vlny na struně

### 3.3.7 Hračky a maličkosti

#### Přesýpací hodiny

Padání písku v přesýpacích hodinách se v záznamu z rychloběžné kamery ukáže být mnohem zajímavější, než bychom na první pohled čekali. Hned na první pohled nás zaujme, že se písková zrna od skleněného dna odráží, stejně tak jako později od již napaďaného písku. Takové chování je poměrně překvapivé, uvědomíme-li si, že sáček plněný pískem používáme pro jeho nepružnost k tlumení nárazů nebo demonstraci nepružného rázu. Je vidět, že pískové zrno není totéž, co hromádka písku, jeho nárazy jsou pružné a teprve „struktura“ volně napaďaného písku tuto pružnost utlumí.

Druhým zajímavým pozorováním je tvar padajícího proudu písku. Jeho tvar kopíruje pohyb hodin v okamžiku, kdy se příslušných pár zrněk uvolnilo z horní části, a je nezávislý na tom, co se s hodinami děje v průběhu pádu, proto například na obrázku 3.27 je zvlněný. Takové chování můžeme použít jako ukázkou zákona setrvačnosti.

#### Klovající datel

Datel na tyčce, který drží ve své poloze, dokud jej nerozkýveme, a pak se vydá na cestu dolů a do tyče přitom klove, je jedna z mnoha fyzikálních hraček. Chování datla vysvětlujeme pomocí třecí síly, která s datlovou polohou narůstá a opět mizí tak, jak se stojánek s tyčí zaklesne a opět povolí. Videozáznam nám toto chování potvrdí. Na začátku vidíme, jak se datel dostane do polohy, ve které je tření minimální, padá tak dlouho, než jej tření zastaví a rozkmitá. Dál pak při každém kmitu klesne o malý kousek níž přesně ve chvíli, kdy jeho stojánek není do tyče zaklesnut a tření se neuplatňuje.



Obrázek 3.27: Zvlněný tvar proudu písku v přesýpacích hodinách

### Čuníci na niti

Na podobném principu jako klovačící datel jsou založeni také dva čuníci z dalšího videoklipu. Jsou spojeni lankem a jeden z nich má v sobě naviják s pružinou. Když je od sebe roztáhneme a položíme na stůl, začne se jeden kolem druhého točit a blížit se k němu. Co je na experimentu zvláštní, je to, že těžší čuník (má v sobě naviják), se přibližuje k lehčímu, nikoliv naopak, jak bychom čekali, kdybychom brali v úvahu jen zákon zachování hybnosti. V záznamu také snadno odhalíme původce nezvyklého chování: Čuník s navijákem v důsledku jeho otáčení skáče a smykové tření se tak na něj uplatňuje v mnohem menší míře, než je tomu u druhého, stojícího čuníka.



Obrázek 3.28: Dva čuníci na niti – hračka pro demonstraci smykového tření

### Převracecí setrvačnick

Každý setrvačnick se snaží otáčet kolem osy, kolem které je jeho moment setrvačnosti extrémální, alespoň tak zní vysvětlení toho, jak se setrvačnick ve videoklipu chová.

Z původní polohy (ve které je také moment setrvačnosti extrémní, ale osa rotace je nestabilní) se setrvačnick po roztočení vzdaluje čím dál více, až se převrátí úplně a postaví na stopku. Nejzajímavější je na celém ději okamžik „postavení se“ – kde se vezme síla, která přinutí setrvačnick náhle zvednout těžiště?

Videozáznam ukazuje (v klipu na přiloženém CD zhruba kolem času 1:50 – 2:00) že stopka setrvačnicku narazí na talíř. Ve hře se díky tomu najednou projeví další třecí síla, mezi stopkou a talířem. Moment této třecí síly mění směr osy rotace setrvačnicku (tzv. nutační úhel) a jako důsledek II. impulzové věty se objeví síla, která hračku zvedne, stejně jako tomu je například u kola z bicyklu, se kterým zkusíme v ruce zatočit. Okamžik zvednutí je zachycen na obrázku 3.29



Obrázek 3.29: Setrvačnick v okamžiku zvednutí na stopku

### 3.4 Zkušenosti se zařazením klipů do výuky

Krátké klipy rychloběžného videa, včetně klipů popsanych v předchozím textu, byly ve školních rocích 2009–2010 a 2010–2011 zařazovány do vyučování ve třech třídách Gymnázia Pardubice, Dašická. Klipy byly průběžně přes celý školní rok využívány v prvním nebo druhém ročníku gymnázia jako malé prvky hodin. Účelem použití bylo buď motivovat ke zkoumání probíraného děje, nebo tento děj demonstrovat či detailně analyzovat, přičemž promítání zpomaleného videozáznamu často předcházelo reálný experiment. Takto byly při probírání tepelných motorů zařazeny záběry startu rakety z PET lahve a záběry výbuchu par lihu v krabici od filmu včetně měření, resp. odhadu jejich zrychlení, stejně tak byly promítnuty záběry kapek odtrhujících se od vodovodu při výuce povrchového napětí a podobně.

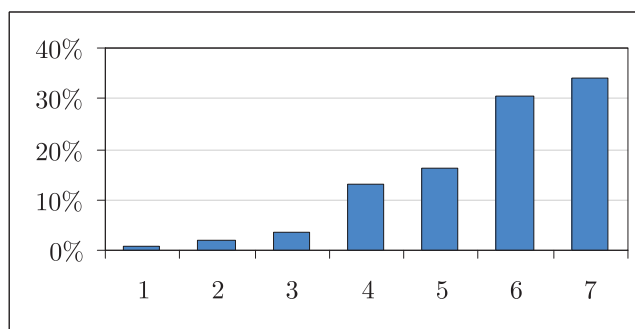
#### Dotazník IMI

Formou zjišťování zpětné vazby byl stejně jako v případě videoměření dotazník IMI. Protože sledování videozáznamu není aktivitou vyžadující vlastní úsilí o úspěch, byly postoje zjišťovány pouze ve dvou škálách: **Zájem/Zábavnost** a **Hodnota/Užitek**.

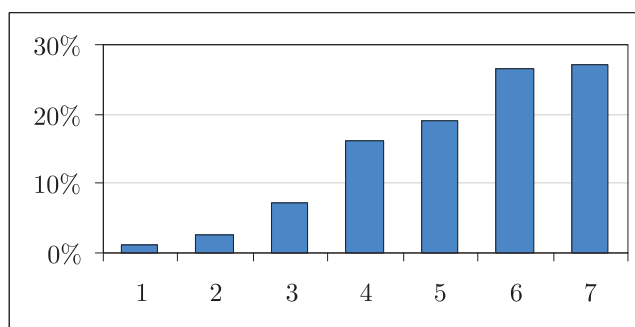
Anonymní dotazník odevzdalo celkem 79 studentů, výsledky dotazníkového šetření jsou zachyceny v tabulce 3.1 a v dvojici grafů 3.30. Protože byly rozdíly mezi jednotlivými třídami i ročníky nevýrazné, jsou uvedeny jen souhrnné výsledky.

škála	stř. hodnota	std. odch.
Zájem/Zábavnost	5,7	1,3
Hodnota/Užitek	5,4	1,4

Tabulka 3.1: Výsledky měření postojů studentů k použití rychloběžného videa ve výuce



(a) Zájem/Zábavnost



(b) Hodnota/Užitečnost

Obrázek 3.30: Četnosti jednotlivých odpovědí studentů v dotazníku IMI

Vidíme, že použití klipů rychloběžného videa do výuky studenti hodnotí jednoznačně pozitivně. 81 % odpovědí vnímá jeho zařazení jako zajímavý a zábavný prvek, jen 6 % vyznívá opačným způsobem, zbylých 13 % vyjadřuje neutrální postoj. Pokud se jedná o význam (užitečnost) pro učení se fyzice, pak kladně techniku hodnotí 73 % odpovědí, záporně 11 % a zbývajících 16 % odpovědí je opět neutrálních.

### Slovní hodnocení

Na konci dotazníku byli studenti vyzváni ještě k bohatšímu slovnímu hodnocení – vyjádření vlastního názoru na zařazení rychloběžného videa do vyučování. Slovní kome-

táře, jsou-li uvedeny, jsou v souladu s výsledky měření IMI. Naprostá většina respondentů uvádí, že je klipy zaujaly a pomohly jim nějakým způsobem ve studiu. Nejčastěji studenti oceňují především názornost: Klipy zachycují rychlé věci zpomaleně a je možné se ve videozáznamu vracet nebo obraz zastavit. (Citace ze studentských dotazníků jsou doslovné, nebyly nijak gramaticky upraveny.)

- *„Opravdu se mi v jednom nebo dvou případech stalo, že díky záznamu této kamery mi došla souvislost mezi jevy, například u zazátkované lahve.“*
- *„Nejenom, že jsem dřív nevěděla jak spousta věcí funguje, nyní jsem to mohla i vidět.“*
- *„Pomohlo mi to v písemce, že jsem si vzpomněla na záznam a hned jsem věděla, jak otázku zodpovědět a vypočítat.“*

Druhým často zmiňovaným bodem je změna pohledu na svět kolem sebe a na fyziku:

- *„Při sledování videa člověku dojde, že fyzika je založena na zkoumání principu věcí kolem, nejsou to jen čísla a počítání.“*
- *„Je to naprosto jiný rozměr a úhel pohledu na věci, kterých si v běžném životě příliš nevšímáme a bereme je jako samozřejmé.“*

Několik (řádově jednotky) hodnocení vyznívá spíše negativně:

- *„Spíše než videoklipy mi často přijde látka pochopitelnější z animací a grafů.“*

Konečně, někteří studenti si uvědomují, že „videopokusy“ nejsou samospásné, že je třeba provádět i reálné experimenty, a pokud se videozáznamy používají, je třeba je komentovat:

- *„Zároveň ale podle mě není dobrý nápad zcela těmito ukázkami nahradit »skutečné« experimenty prováděné přímo ve třídě. To, že jsou u nás oba typy pokusů – »opravdové« a nafilmované v rovnováze, je podle mě dobrá věc.“*
- *„Lépe se to pochopí, jak to funguje, když se to názorně a zpomaleně ukáže + vysvětlí.“*



## **Shrnutí**

Názory a postoje studentů uvedené v dotazníku nás opravňují k tvrzení, že zařazení rychloběžného videa je pro většinu studentů pozitivem. Studenty dokážou videoklipy zaujmout a přimět k přemýšlení o fyzikálních principech v „obyčejných“ věcech. Řadě z nich také mohou pomoci s porozuměním příslušným partiím fyziky. Je ovšem třeba doprovodit videozáznamy odpovídajícím slovním komentářem a kromě videa prezentovat také experimenty reálné.

# Kapitola 4

## Měření se zvukovou kartou

### 4.1 Zvuková karta ve fyzikálním měření

Zvuková karta je součástí počítačů zhruba od počátku 90. let minulého století [107]. Kromě multimediality ve smyslu přidání sluchového kanálu, která byla záhy využita v mnoha multimediálních vzdělávacích programech, tak počítače získaly standardizovaný analogový vstup.

Ve výuce fyziky na střední škole se zvuková karta přirozeně nejčastěji uplatňuje při probírání tématu vlnění a akustika, konkrétně např. pro vizualizaci zvukového signálu, tedy jako osciloskop, jeho spektrální analýzu [108], měření rychlosti zvuku [109], demonstraci a měření Dopplerova jevu [110] a pro generování tónů zadané výšky. K těmto účelům může učitel využít řadu existujících počítačových programů, které jsou pro účely vzdělávání k dispozici zdarma, z nejpoužívanějších jmenujme alespoň Winscope [111] a Soundcard Oscilloscope [112]. Popis těchto programů a náměty k jejich použití najdeme i v českých zdrojích, například jako součást seznamu programů pro fyzikáře z konference Projektová výuka fyziky ve ŠVP [113]. Seznámení s programem Winscope a návod k použití se nachází také na webových stránkách konference Veletrh nápadů učitelů fyziky [114]. Měření s těmito programy je mezi jiným zmiňováno v souhrnu projektů letního tábora pro středoškoláky „Vlastníma rukama a hlavou“ [115] a popis měření i řada námětů na experimenty se zvukovou kartou se nachází ve sborníku workshopů pro učitele zapojené do projektu Heuréka [116].

Zvukovou kartu je ale možné využít obecněji než jen pro měření zvukového signálu mikrofonom – jako již zmíněný analogový vstup, tedy jako datalogger [117]. Tímto způsobem je možné s pomocí zvukové karty měřit například tíhové zrychlení [118], velikost rychlosti projektilu [119] nebo velikost rychlosti pohybu fotbalového míče po vykopnutí

[120]. Počítač se zvukovou kartou dokáže pracovat třeba i jako čítač impulzů z Geiger-Müllerovy trubice [121]. Způsoby použití zvukové karty jinak než jen jako osciloskopu se zabývají také experimenty popsané dále v této kapitole.

## 4.2 Vlastnosti a parametry zvukové karty

Stejně, jako je tomu u videokamery, i u zvukové karty bychom měli znát její vlastnosti, parametry a omezení, abychom dokázali data správně zpracovat, interpretovat a vyhnuli se zbytečným chybám.

Zvuková karta je ve své podstatě ADDA převodníkem, který konvertuje elektrické napětí na digitální signál nebo naopak, v této práci je ale popisováno použití zvukové karty jako vstupního zařízení do počítače, tedy využití AD převodníku. Vstupní napětí smí být jen malé, zhruba do 1,0 V na linkovém vstupu a 0,1 V na vstupu mikrofonním, vyšší napětí vstup přebudí. I když je vstup zvukové karty proti malému přepětí obvykle chráněn, větší přepětí jej může značně poškodit. Měli bychom proto vždy mít jistotu, že pracujeme s napětím dostatečně malým.

Vzorkovací frekvence, se kterou zvukové karty dokážou zvuk zaznamenat, obvykle záleží na jejím typu. Do relativně nedávné doby byla standardem frekvence digitálního záznamu zvuku na CD 44,1 kHz, respektive na DVD 48 kHz. Ze současných karet jsou nejběžnějšími zvukový kodek AC'97, který je integrován do řady základních desek a využívá vzorkovací frekvenci na 96 kHz [122], a jeho nástupce Intel High Definition Audio zvaný také Azalia, který umožňuje snímání a přehrávání s frekvencí 192 kHz [123]. Tyto meze jsou však pouze teoretické, zkušenosti a praktická měření ukazují, že běžná zvuková karta je schopna snímat zvuk do 20 kHz, přičemž citlivost není v celém frekvenčním rozsahu stejná. Vzhledem k tomu, že je na vstupu zvukové karty zapojen kondenzátor, je schopnost měřit napětí omezena i pro nízké frekvence. Lidské ucho je schopno vnímat zvuky zhruba od frekvence 20 Hz, běžné levné zvukové karty ale přenesou frekvence zhruba od 50 Hz, někdy dokonce je možné spolehnout se na signál až od 80 Hz, což prokazují i různé testy zvukových karet na specializovaných serverech věnovaných počítačovému hardware, např. [124] nebo [125].

S rozlišovací schopností zvukových karet nejsou pro účely měření ve školních podmínkách problémy. Naprostá většina karet pracuje s rozlišením 16 bitů nebo více, což je pro potřeby měření zcela dostačující.

Blíže se problematice vlastností zvukových karet, jejich parametrům, jako je odstup signálu a šumu apod., a jejich použití při měření věnuje např. Ternström ve svém „whitepaperu“ [126].

## 4.3 Experimenty se zvukovou kartou

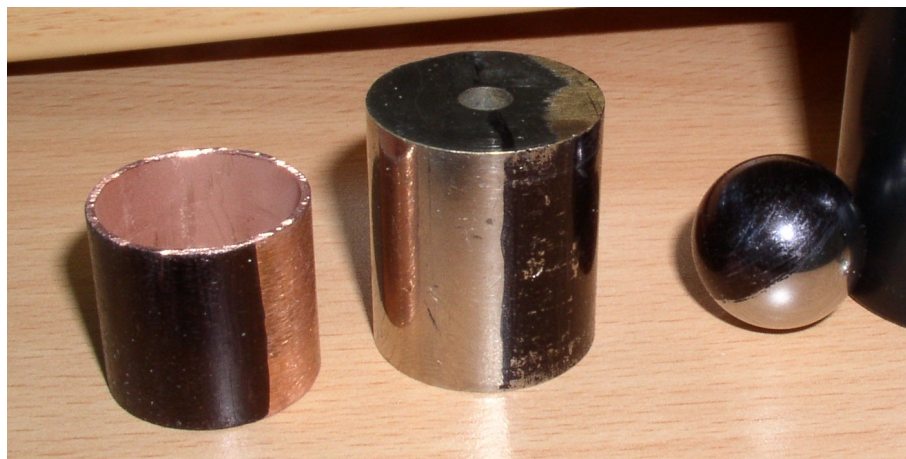
### 4.3.1 Měření s fotodiodou na nakloněné rovině

I se zvukovou kartou je možné studovat pohyb těles, nebudeme ovšem ke zvukové kartě připojovat mikrofon, ale fototranzistor. Popis experimentu byl prezentován na semináři GIREP 2005 a otištěn ve sborníku semináře [73]. Plná verze anglického textu článku je uvedena v příloze B této práce.

K měření nám postačí prakticky jakýkoliv fototranzistor, například typ IRE5 v ceně několika Kč. Fototranzistor se chová jako běžný tranzistor, pouze místo na proud do báze reaguje na osvětlení. Pokud jej tedy připojíme (přímo, bez žádné další elektroniky) k mikrofonnímu vstupu zvukové karty, který je napájený, začne tranzistor pracovat a na vstup dostáváme signál odpovídající osvětlení tranzistoru.

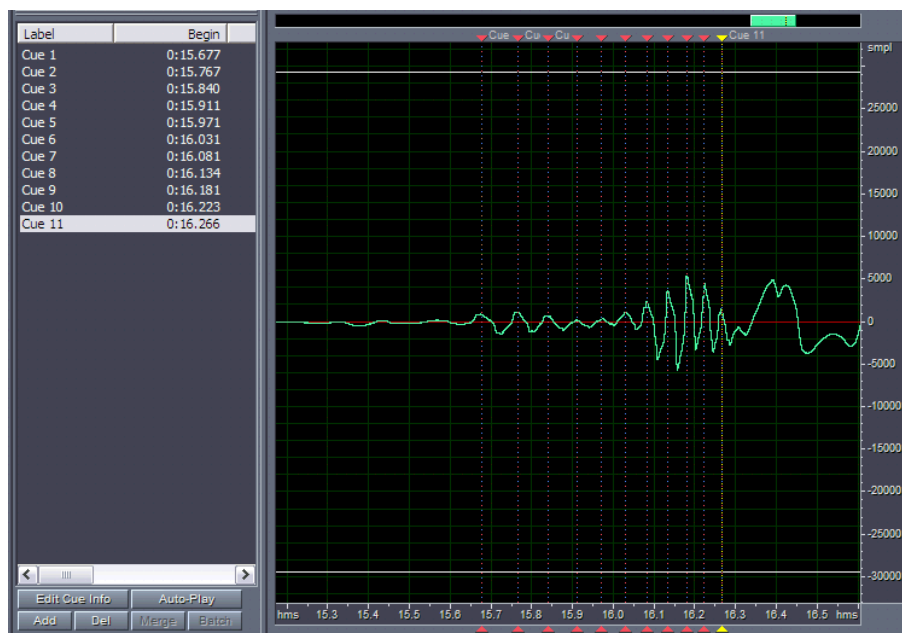
#### Popis experimentu

Princip měření spočívá v tom, že na nakloněnou rovinu umístíme kulatý předmět (kuličku, válec, trubičku a pod.) a budeme jej, přesněji řečeno odraz od něj, sledovat fototranzistorem. Abychom dostali co nejlepší signál, je ideální mít polovinu tělesa obarvenu načerno a druhou polovinu nabílo, prakticky se ale ukazuje, že funguje víceméně každá kombinace tmavá – světlá barva.



Obrázek 4.1: Částečně obarvená tělíska k měření s fotodiodou

Než začneme měřit na nakloněné rovině, přesvědčíme se, že sonda pracuje správně. K tomu budeme potřebovat nějaký program, který umí nahrávat ze zvukové karty a odečítat čas v získaném signálu – například profesionální Cool Edit, resp. Adobe Audition



Obrázek 4.2: Odečet hodnot v nahrávacím programu

[127], ale dobře nám poslouží i nekomerční programy, jako Audacity [128] nebo Soundcard Oscilloscope [112]. V programu spustíme měření (nahrávání), namíříme tranzistor proti světlu a na zkoušku před ním přejedeme rukou s roztaženými prsty, hřebenem či něčím podobným. V signálu by se pak měly objevit „zuby“ odpovídající zakrývání a odkrývání fototranzistoru, přičemž je možné, že signál bude inverzní, tj. jeho úroveň klesne, když je tranzistor osvětlen, a naopak. Máte-li zářivkové osvětlení, je také možné namířit tranzistor na něj a v signálu by se měla objevit periodická funkce s frekvencí 100 Hz. Pokud je vše v pořádku a sonda pracuje, můžeme spustit měření.

Samo měření je velmi jednoduché – umístíme těleso na nakloněnou rovinu, necháme valit dolů a zeshora je sledujeme fototranzistorem. Při troše cviku či štěstí pak dostaneme signál, ve kterém rozpoznáme nárůst a pokles osvětlení. Z něj pak odečteme časy jednotlivých překmitů, které odpovídají uražení dráhy rovné jedné polovině obvodu tělesa (obrázek 4.2). Nyní již stačí jen naměřenými hodnotami proložit předpokládanou funkci, tedy parabolou.

### Typické výsledky

- Výsledky měření obvykle vykazují velmi dobře parabolický průběh. Koeficient korelace proložené křivky 2. stupně vychází zhruba 0,99997 - 0,99999.
- Protože na pohyb tělesa má vliv třecí, resp. odporová síla, závisí velikost zrychlení nejen na úhlu naklonění roviny, ale také na materiálu, po kterém se těleso valí.

povrch	zrychlení
teorie	$1,46 \text{ m s}^{-2}$
plast	$1,38 \text{ m s}^{-2}$
látka	$1,06 \text{ m s}^{-2}$

Tabulka 4.1: Zrychlení kuličky na nakloněné rovině

Tabulka 4.1 ukazuje hodnoty zrychlení ocelové kuličky při úhlu naklonění roviny  $\alpha = 12,1^\circ$ , přičemž v prvním případě se kulička valila po plastické desce, podruhé přes ni byla natažena látka.

### Poznámky, časté problémy a jak jim předcházet

- **Fototranzistor ve zvukové kartě není luxmetr.** Je důležité si uvědomit, že na vstupu zvukové karty je kondenzátor, který odfiltruje stejnosměrnou složku napětí a dovnitř počítače projde jen střídavá. Nelze tedy tuto sondu použít jako luxmetr, ale jen jako měřič *změn osvětlení*. Jako luxmetr bychom mohli fototranzistor použít pouze v případě, že bychom měřili proud při konstantním napětí mezi emitorem a kolektorem a měli ampérmetr zkalibrován, protože charakteristika fototranzistoru není lineární.
- **Lesklé povrchy.** Měření občas nebývá spolehlivé, pokud je povrch tělesa příliš lesklý (zrcadlový). Nezačerněná plocha odráží totiž vše, co je kolem, a ve změřeném signálu se objeví rušení. Matné nebo zbroušené povrchy (hliník apod.) vyhovují pro měření lépe.
- **Časové jednotky v měřicím programu.** Při odečítání časů překmitů je třeba zkontrolovat, v jakých jednotkách jsou hodnoty uvedeny. Často to mohou být například tzv. vzorky (*samples*, těch je obvykle 44 100 nebo 48 000 za vteřinu), někdy ovšem také tzv. *CD frames* (75 za vteřinu). Často platí, že vzorky jsou nejpřesnější jednotkou, protože zatímco v sekundách některé programy (např. CoolEdit/Audition) ukáže odečtené časy s přesností jednoho nebo dvou desetinných míst, počet vzorků ukáže jako celé číslo bez zaokrouhlení.
- **Měření úhlu naklonění.** Pokud chceme změřit úhel naklonění roviny a porovnávat výsledky s teorií, může místo pravítka či úhloměru dobře fungovat i digitální fotoaparát. Je ale třeba dát pozor, abychom snímek, ze kterého budeme pak úhel odečítat, vyfotografovali z dostatečné vzdálenosti. Tak dosáhneme toho, že zklenutí pole a tedy ani chyba nebude příliš výrazná.

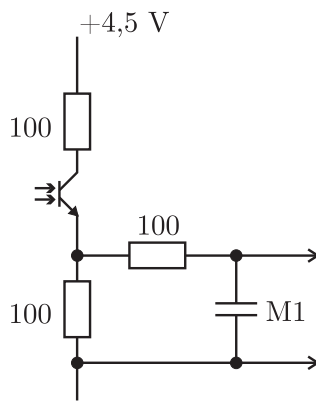
### 4.3.2 Optický generátor tónů

Pro demonstraci fyzikálních vlastností elektrických obvodů stejně jako pro demonstrace typu „co se děje ve zvukové kartě“ nebo „jak se zpracovává zvuk a co s ním můžeme dělat“ se nám hodí externí generátor funkcí. Pokud jej nemáme v kabinetě, není vše ztraceno – o výrobu velmi jednoduchého generátoru se můžeme pokusit svépomočí. Konstrukce generátoru byla představena na konferenci Poškole 2005 a je uvedena v jejím sborníku [129].

Protože ke generování signálů můžeme využít dostupné programy, jako Soundcard Scope, je zde popisovaná konstrukce spíše zajímavostí a můžeme se na ni dívat jako na hříčku svého druhu. Tato hříčka ale může sloužit ve výuce k diskusím o kmitech, střídavém napětí, převodu signálů a podobně.

#### Konstrukce generátoru tónů

Ke konstrukci generátoru využijeme toho, že pomocí fotodiody či fototranzistoru umíme převést osvětlení na elektrický signál, příklad zapojení je na obrázku 4.3. Pokud dokážeme osvětlení rozumným způsobem periodicky modulovat, modulujeme tak vlastně napětí a získáme generátor funkcí. Náš generátor využívá kotoučku s různými intenzitami šedé, který nasadíme na rotující systém, jako je dětská káča nebo sklíčidlo akumulátorové vrtačky. K osvětlenému rotujícímu kotoučku přiblížíme fototranzistor a snímaný signál již můžeme (po případném zesílení) využít. Pro tvorbu kotoučku byl vytvořen program Grey Disc Generator, viz níže.



Obrázek 4.3: Schéma zapojení fototranzistoru pro generátor tónů

Základní otázkou je, jak kvalitní signál tímto způsobem získáme. Můžeme jej změřit například klasickým osciloskopem, nebo přivést do linkového vstupu zvukové karty

počítače a dále analyzovat. Zjistíme, že generátor, který jsme touto jednoduchou metodou vytvořili, má řadu různých chyb, které je ale velmi zajímavé rozebírat a diskutovat o nich se žáky a studenty.

Především se jedná o problémy s přenosem úrovní šedi z počítače na papírový kotouček. V optimálním případě by tento přenos byl lineární, výsledky ale ukazují, že realita je mnohem komplikovanější. Netriviální je též přenos z rotujícího kotoučku na elektrický signál (fototranzistor zdaleka nesnímá osvětlení bodově, a tedy poněkud vyhlazuje průběh signálu) a výsledek ovlivňují i následující procesy na vstupu zvukové karty a při digitalizaci.

Zatímco charakteristika fototranzistoru (převod osvětlení na napětí, respektive proud) je víceméně dobře definována a popsána v katalogu, věrnost tisku šedých kotoučků je velmi nespolehlivá. Máme v zásadě dvě možnosti – buď se musíme smířit s tím, že náš generátor není dokonalý, nebo jej zkalibrujeme s použitím jednoduchého multimetru, kotoučku s pilovým kmitem a úhloměru (a vytvoříme tak vlastně ICC profil našeho zařízení). S pomocí získaných dat bychom pak mohli vytvořit „lepší“ kotouček.

Měříme-li se zvukovou kartou, jsme omezeni jejími charakteristikami, a to jak elektronikou (kondenzátor na vstupu apod.), tak vzorkovací frekvencí. Je třeba brát v úvahu, že citlivost neprofesionální zvukové karty obvykle rychle klesá při frekvencích pod 50 Hz a nad 16 – 18 kHz. Pokud pracujeme s obdélníkovými kmity, narazíme také na problémy s nabíjením kondenzátoru na vstupu zvukové karty a to někdy i při frekvencích kolem 100 Hz.

### Grey Disc Generator

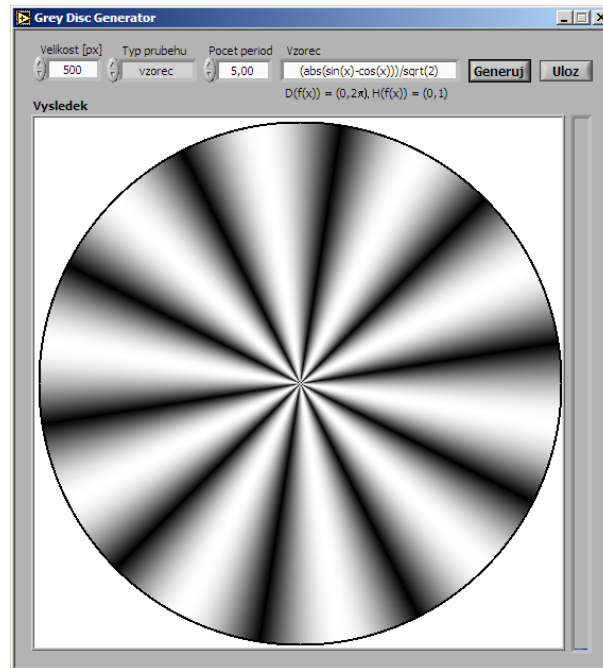
Grey Disc Generator je jednoduchý program určený pro optický generátor funkcí. Program vygeneruje kotouček – bitmapu ve stupních šedé s definovaným rozložením intenzity jako funkce úhlu (obrázek 4.4). Ovládací rozhraní umožňuje nastavit fyzickou velikost obrázku v pixelech, počet period a u obdélníkového průběhu též střídu, tj. poměr šířky „černého pulzu“ k celé šířce periody.

V programu jsou předdefinovány průběhy sinus, obdélník, trojúhelník a pila. Pokud je třeba jiná funkce než předdefinované typy, je možno programu zadat vlastní vzorec – prakticky libovolnou funkci složenou z elementárních funkcí a operátorů.

### Vygenerované signály

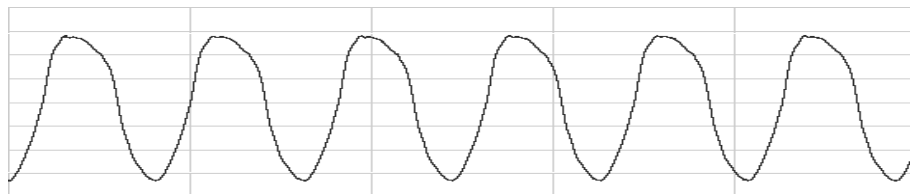
Jaké signály tedy náš „mechanicko-optický generátor“ vytváří? Jeho schopnosti ilustruje několik následujících obrázků. Všechna měření byla provedena na notebooku s low-endovou integrovanou zvukovou kartou, obrazovky byly zachyceny v software Adobe Au-





Obrázek 4.4: Ukázka kotoučku vytvořeného v Grey Disc Generatoru

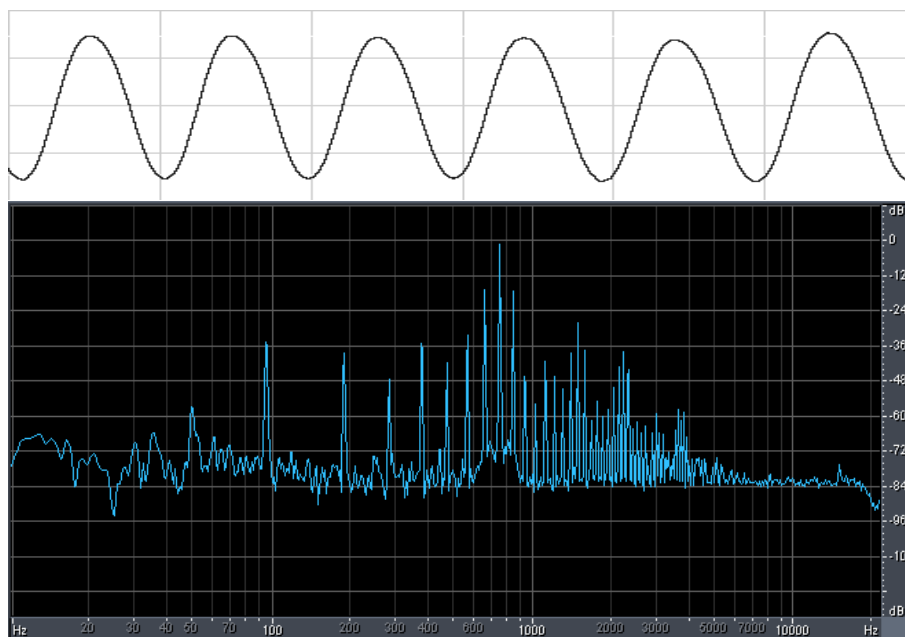
dition. Kotoučky byly nasazeny na ruční akumulátorovou vrtačku a otáčely se přibližně s frekvencí 100 Hz.



Obrázek 4.5: Vygenerovaný „sinusový“ signál

Na obrázku 4.5 je vidět průběh signálu naměřeného s použitím kotoučku se sinusovým průběhem intenzity šedé. Nesymetrie mezi horní a dolní půlvlnou je způsobena kombinací nelinearity přenosu šedé na papír (ve světlých odstínech neumí tiskárna dobře rozlišovat, a tak je dlouhou dobu papír zcela bez tisku) a vlastností vstupního kondenzátoru zvukové karty. Delší doba beze změny signálu způsobí, že se kondenzátor začne vybíjet, a vytvoří tak pokles viditelný v horní půlvlně. Tento jev můžeme částečně eliminovat použitím kotoučku s osmi periodami se shodným sinusovým průběhem, výsledek ilustruje obrázek 4.6.

Průběh vypadá již mnohem lépe harmonicky, platíme za to ale nepřesností frekvence. Na spektru signálu vidíme jasnou základní frekvenci asi 800 Hz, ale kolem ní jsou další frekvence dané tím, že kotouček není usazen zcela přesně na ose vrtačky a její otáčky



Obrázek 4.6: Signál kotoučku s 8 periodami sinu a jeho frekvenční spektrum

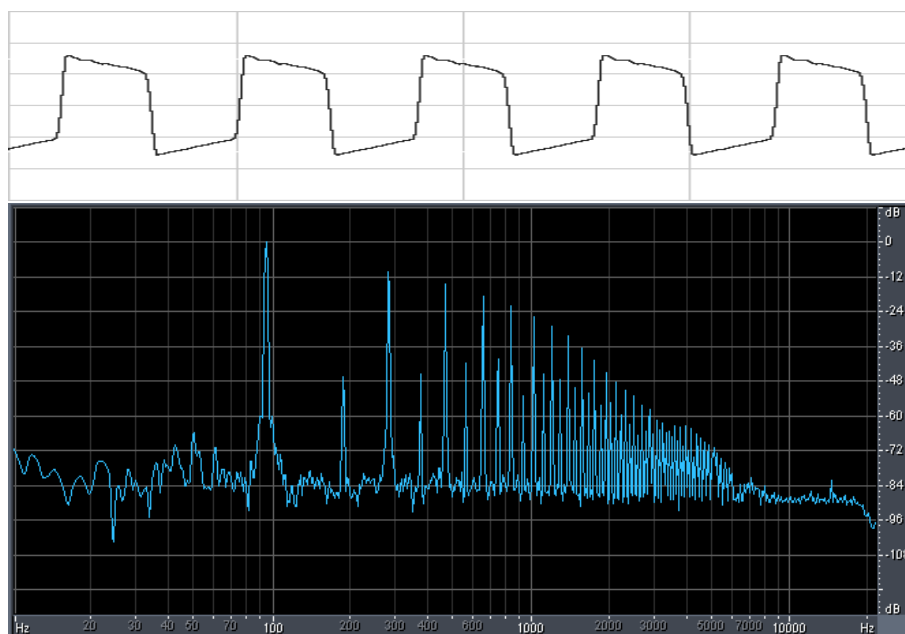
nejsou dokonale stabilní, takže ne všechny periody mají přesně stejnou dobu trvání. Na druhou stranu, pokud nám nevadí zkreslení kolem deseti procent, lze tento signál již použít jako sinusový docela dobře. Je zajímavé všimnout si, jak je ve spektru signálu dobře vidět frekvence otáček vrtačky (necelých 100 Hz). Podobně lze určit frekvenci otáček i bez kotoučku – fototranzistor stačí přiblížit ke sklíčidlu vrtačky.

Obdélníkové průběhy (generované rotujícím kotoučkem se střídajícími se plochami černé a bílé) jsou opět zkresleny kondenzátorem na zvukové kartě (obrázek 4.7). Místo rovných horních a dolních stran obdélníků vidíme klesající napětí.

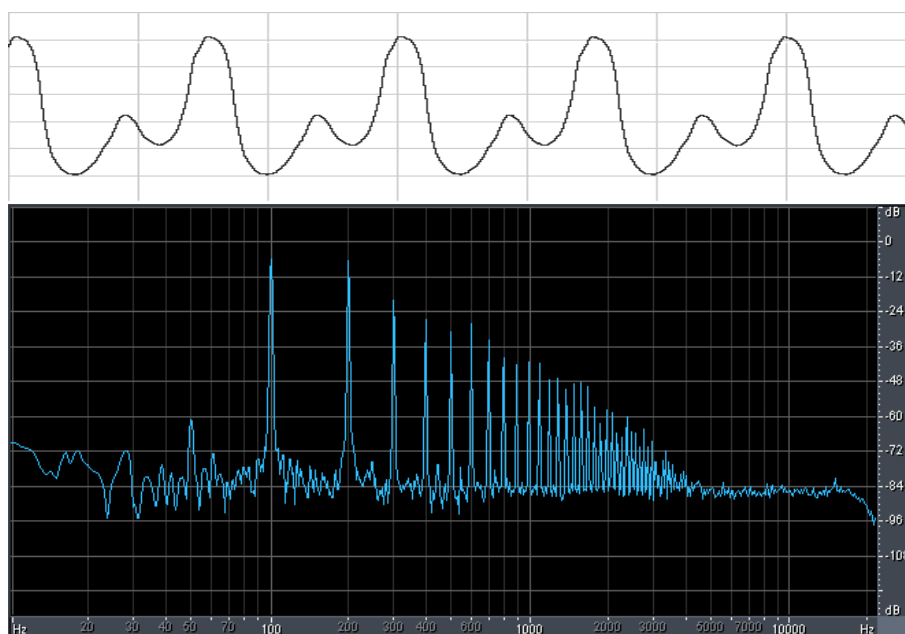
S přemýšlivějšími studenty lze situaci rozebrat a pokles napětí jednoduše pochopit: Kondenzátor je v sérii se signálem (zřejmě na vstupu zvukové karty). Přivedeme-li na vstup konstantní napětí (např. v době, kdy je osvětlení fototranzistoru konstantní), teče kondenzátorem proud, kondenzátor se proto nabíjí, napětí na něm stoupá – a na vstup dalších zesilovacích stupňů ve zvukové kartě tedy „zbývá“ stále méně a méně.

Ve Fourierově transformaci ideálních obdélníkových kmitů by měly být přítomny pouze liché frekvence a by měly klesat s  $\frac{1}{n}$ , ale ve frekvenčním spektru měřeného signálu vidíme i přítomnost sudých násobků základní frekvence. Tyto frekvence jsou ovšem zastoupeny velmi slabě, odstup jejich amplitud od očekávaných amplitud lichých frekvencí je 30 – 40 dB a způsobuje je pravděpodobně malá nelinearita v přenosovém kanálu.

Podobně bychom mohli pokračovat pilovými nebo trojúhelníkovými kmity. Na závěr uvedme funkci  $\sin(x) + \sin(2x)$  (obrázek 4.8) jako ilustraci možnosti programu generovat i libovolné průběhy. Stejně jako v minulých případech je patrné, že průběhy nejsou



Obrázek 4.7: Signál z kotoučku s jednou začerněnou polovinou

Obrázek 4.8: Signál  $\sin(x) + \sin(2x)$ .

dokonalé, nicméně ze spektra můžeme vyčíst, že se v signálu skutečně nachází první dvě harmonické frekvence se stejnou amplitudou. Odstup dalších frekvencí je přitom 15 dB a více.

### 4.3.3 Měření vlastností přenosového kanálu

Popis měření vlastností kanálu a nástrojů vytvořených k tomuto účelu byl přednesen na konferencích DIDFYZ 2004 [130] a Poškole 2005 [129] a publikován v jejich sbornících.

Motivací k popisovanému měření může být „optický telefon“: Akustickým signálem modulujeme svit LED nebo žárovky, optické záření vedeme světlovodem nebo vzduchem, detekujeme fotodiodou nebo fototranzistorem, zesílíme a posloucháme. Podobná zařízení si stavěli radioamatéři již před mnoha desetiletími a jednoduchý optický telefon, který není „černou skříňkou“, ale konstrukcí, do níž je vidět, je velmi zajímavé zařízení i pro středoškoláky (viz [131]).

Jak kvalitní je přenos takovým optickým telefonem? Nestarejme se nyní o zkreslení, ale o to, „jak dobře“ jsou přeneseny různé frekvence, tedy o frekvenční charakteristiku přenosového kanálu. Jak ji jednoduše změřit?

#### Měření celé charakteristiky současně

Vhodným uspořádáním experimentu je přivést například do levého kanálu zvukové karty počítače zdrojový signál (tj. signál na vstupu optického telefonu), do pravého kanálu signál z výstupu telefonu a ukládat záznam stereo signálu. Na vstup telefonu pak můžeme připojit tónový generátor, „pískat“ tóny různých frekvencí, odečítat úroveň signálu na vstupu a na výstupu telefonu a frekvenční charakteristiku tak proměřit postupně, bod po bodu (resp. po jednotlivých frekvencích). Postupné měření může být zdlouhavé a únavné, existuje ale způsob, jak měření provést jednodušeji.

Pomůže nám zobrazení spektra signálu. To dnes běžně nabízejí jak profesionální, tak leckteré freewareové programy. Matematicky jde o využití Fourierovy transformace signálu, v počítači prováděnou digitálně formou rychlé Fourierovy transformace (FFT). Příslušnou matematikou však studenty nemusíme strašit, stačí ukázat, jak se mění spektrum, když pískáme s proměnnou výškou tónu, a základní idea toho, co se zobrazuje, je jasná. Jak ale využít spektra signálu k tomu, abychom frekvenční charakteristiku změřili „naráz“?

Stačí místo jednoduchého tónu pracovat se zvukem, který obsahuje (s pokud možno stejnou intenzitou) všechny frekvence v potřebném rozsahu. Takovému zvuku se říká bílý



Obrázek 4.9: Časový průběh a frekvenční charakteristika vzorku bílého šumu

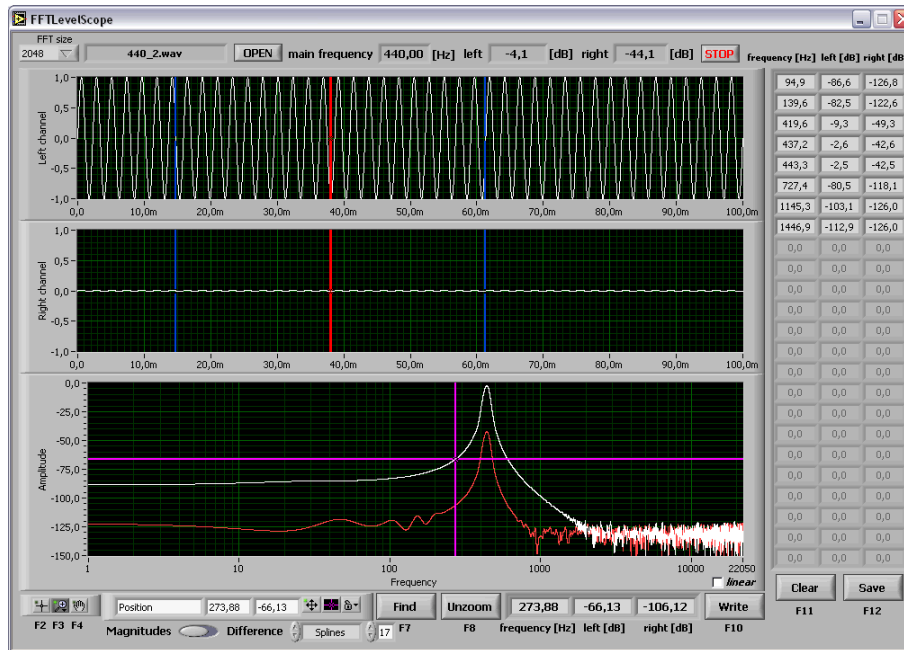
šum. Podobný šum umí vygenerovat vhodný software. Frekvenční charakteristika takového signálu je víceméně „rovná“, jak ji ukazuje obrázek 4.9. Takový signál přivedeme na vstup optického telefonu nebo jakéhokoli jiného komunikačního kanálu.

Na výstupu však již frekvenční charakteristika rovná být nemusí. Jestliže přenos například potlačí vyšší frekvence, budou příslušné amplitudy nižší. Porovnáním amplitud na vstupu a na výstupu pro všechny frekvence získáme frekvenční charakteristiku. K tomu stačí vypočítat podíl obou amplitud, nebo vyjadřujeme-li je v logaritmické míře, odečíst od sebe příslušné hodnoty v decibelech, přičemž příslušný výpočet může snadno provést počítač. Pro tento typ měření byl vytvořen vlastní program FFT LevelScope.

### FFTLLevelScope

Program FFTLevelScope je určen primárně pro FFT analýzu a zobrazení rozdílů intenzit signálů měřených v decibelech mezi levým a pravým kanálem. FFTLevelScope pracuje se soubory wav (Windows PCM bez komprese a metadat); soubory musí být nahrány jako stereofonní a jejich vzorkovací frekvence smí být 11 025 kHz, 22 050 kHz nebo 44 100 kHz.

Program vykreslí průběhy signálů v souboru, spočítá frekvenční spektrum v okolí vybraného místa v záznamu (tj. provede FFT z předem nastaveného počtu bodů) a vyhodnotí nejvýznamnější frekvenci a úroveň levého a pravého kanálu na této frekvenci.



Obrázek 4.10: Obrazovka programu FFTLevelScope

Ve spodním okně ukáže potom buď spočtená frekvenční spektra v obou kanálech, nebo rozdíl těchto spekter<sup>1</sup>. Úrovně signálů jsou přitom zobrazeny v logaritmické škále (v deci-belech). Umožňuje také odečíst úrovně signálu a export odečtených hodnot do textového souboru.

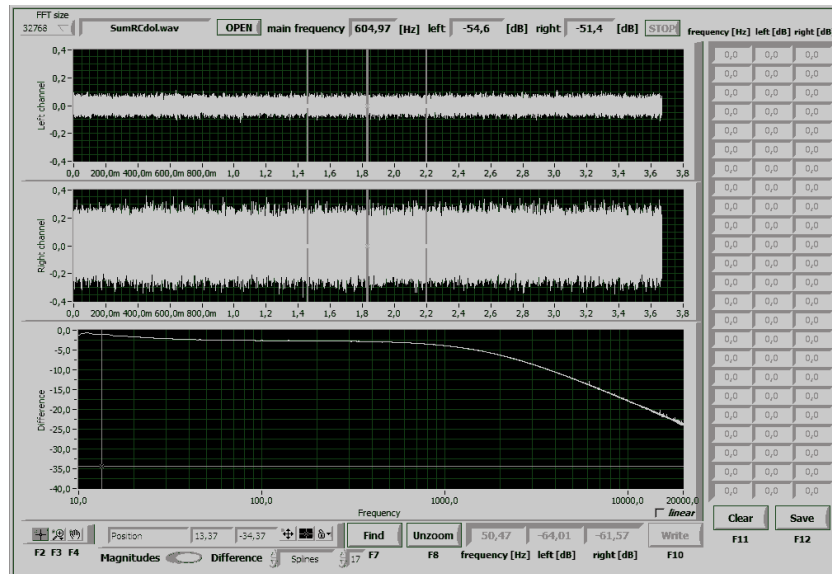
### Naměřené charakteristiky

Jak podobná frekvenční charakteristika vypadá v „téměř ideálním případě“, ukazuje obrázek 4.11.

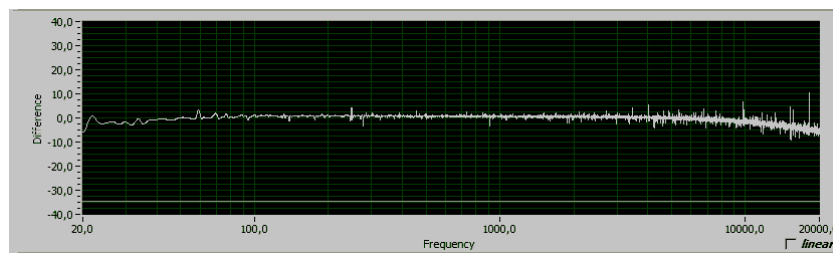
V tomto případě byl přenosovým kanálem jednoduchý RC člen, který potlačil vyšší frekvence (zhruba od 1 kHz). Jedná se o testovací měření, které demonstruje funkčnost daného principu měření. Je ale dobře vidět, jak pro vyšší kmitočty frekvenční charakteristika klesá se směrnici 6 dB na oktávu (tzn. pro dvojnásobnou frekvenci je úroveň signálu poloviční).

Frekvenční charakteristiku skutečného optického přenosového kanálu („telefonu“) ukazuje obrázek 4.12. V tomto případě je zdrojem světla svítivá dioda (LED). Je vidět, že frekvenční charakteristika je plochá až téměř do 20 kHz. (Výše již s běžnou zvukovou

<sup>1</sup> Tuto možnost, tedy zobrazení rozdílu mezi levým a pravým kanálem, nabízí dnes i jiné programy, například Soundcard Scope a jeho funkce „Response fct.“, nicméně v době, kdy byl FFTLevelScope vytvořen a představen, tedy v roce 2004, žádný zdarma dostupný program nic podobného nenabízel a FFTLevelScope byl v tomto smyslu unikátní.



Obrázek 4.11: Naměřená frekvenční charakteristika RC-členu typu dolní propust

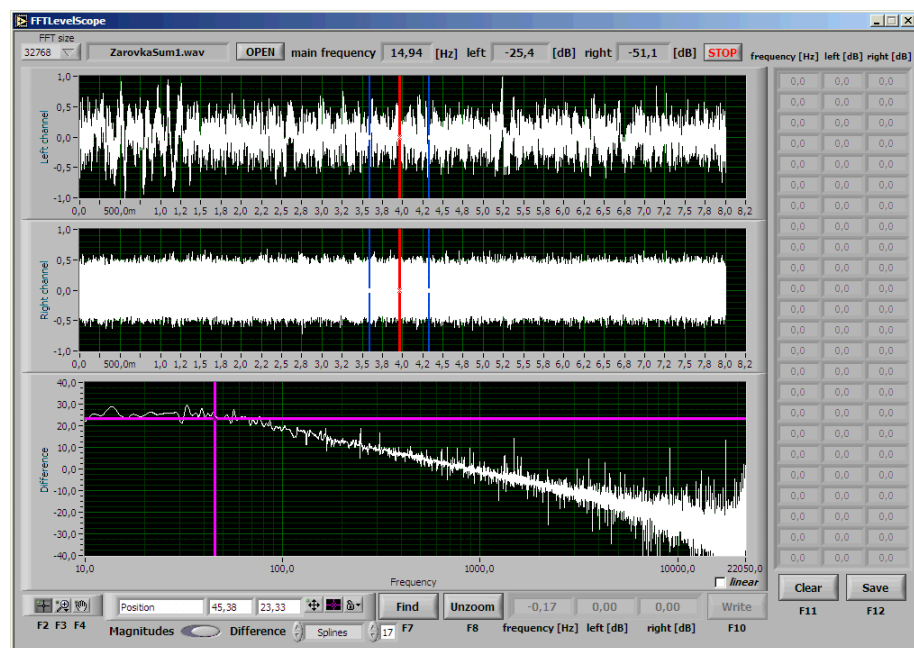


Obrázek 4.12: Frekvenční charakteristika optického telefonu s LED

kartou měřit nemůžeme.) Zároveň vidíme, že naše měření dává poněkud „zašuměnou“, ale přesto dobře využitelnou frekvenční charakteristiku.

Vysílač optického telefonu využíval běžnou LED, jejíž napájecí proud se skládal ze stejnosměrné složky a ze vstupního střídavého signálu. Detektorem byl fototranzistor, jehož signál byl zesílen velmi jednoduchým jednostupňovým tranzistorovým zesilovačem. Principiální schéma a hodnoty některých součástí jsou uvedeny v [130].

Obrázek 4.13 ukazuje frekvenční charakteristiku světelného telefonu se žárovkou. U vyšších frekvencí se výrazně projevuje šum; celkově je však vidět, že frekvenční charakteristika klesá (více méně již od nízkých frekvencí) se sklonem 6 dB na oktávu (tedy 20 dB na dekádu), podobně jako u RC-členu. S ohledem na tepelnou setrvačnost vlákna žárovky může být ale poněkud překvapující, že jsou signály o frekvencích stovek Hz až kilohertzů přeneseny vůbec.



Obrázek 4.13: Frekvenční charakteristika optického telefonu se žárovkou



# Kapitola 5

## Zobrazování vlnových funkcí

Kvantová fyzika patří mezi velmi abstraktní, a tedy i obtížně představitelnou fyzikální oblast, jak dokládá například výzkum studentských představ [132]. Na druhou stranu má ale tato oblast v dnešní době mnoho praktických aplikací a ovlivňuje náš každodenní život, proto je vhodné, aby byli se základními myšlenkami kvantové fyziky vhodným způsobem seznámeni již studenti na střední škole. Komplikovanost tématu ovšem vyžaduje nejenom vhodný přístup (zjednodušení, modely apod.), ale také vhodné didaktické nástroje – i zde se tedy může uplatnit multimediální přístup.

Uvědomíme-li si, že obtížnost kvantové fyziky spočívá především v použití velmi náročné matematiky, je přirozené zkusit využít výpočetní techniku a s její pomocí nahradit složité výpočty grafickým zobrazením výsledků. Můžeme tak nalézt rozsáhlé sady zobrazovacích, a často také interaktivních nástrojů pokrývajících obvykle většinu základních témat kvantové fyziky, které byly vytvořeny pomocí nejrůznějších technologií, nejběžněji s použitím Flashových animací [133] nebo Javy [134, 135].

Zobrazování kvantově-mechanických problémů s sebou přináší problém, na který v jiných oblastech fyziky nenarazíme, a to jak přístupným způsobem zobrazit komplexní vlnovou funkci. Tento problém lze obejít tím, že se zobrazuje pouze reálná část vlnové funkce nebo velikost (amplituda) vlnové funkce, čímž ale zobrazení neobsahuje část informace, kterou vlnová funkce nese. Další možností, jak se vyhnout problémům, které zobrazování komplexních funkcí přináší, je zobrazovat druhou mocninu velikosti vlnové funkce, tj. hustotu pravděpodobnosti, která je reálná a na rozdíl od vlnové funkce má fyzikální interpretaci. Bohužel nám nestačí znát hustoty pravděpodobnosti v problémech, kde dochází ke skládání různých stavů.

Několik způsobů, jak zobrazit celou vlnovou funkci, je velmi pěkně rozebráno v [133]. Za prvé lze vykreslit reálnou a imaginární část zvlášť – obvykle do jednoho grafu. Další možností je vykreslení křivky do třídimenzionálního grafu, ve kterém je na jedné ose souřadnice (proměnná funkce) a na zbylé dvě osy vynést reálnou a imaginární část

hodnoty funkce podobně jako v Gaussově rovině. Mírně nezvyklé a ze začátku obtížně pochopitelné je užití grafu tak, že je zakreslena amplituda vlnové funkce i její opačná (záporná) hodnota a fáze vlnové funkce je naznačena barvou mezi oběma křivkami.

## 5.1 Zobrazování vlnové funkce elektronu v atomu vodíku

Řešení atomu vodíku je jedna za základních úloh, která se v kvantové mechanice řeší, jednak proto, že se jedná o praktickou aplikaci, ale i proto, že tato úloha je řešitelná analyticky. Na druhou stranu je řešení poněkud zdoluhavé a získané výsledky obtížně představitelné. Navíc se s kvantově-mechanickým modelem atomu vodíku seznamují i studenti na střední škole, tedy ještě v době, kdy nemají dostatečné matematické prostředky, aby řešení zvládli, a jsou tak odkázáni výhradně na zobrazení výsledků.

I když se o atomu vodíku studenti učí opakovaně, jejich představy nejsou příliš dobré, a odpovídají spíše klasickému planetárnímu či Bohrovu modelu, než kvantově-mechanickému [132]. O vylepšení představ o atomu se snaží nové přístupy ke způsobu vysvětlení či přiblížení významu hustoty pravděpodobnosti nalezení elektronu v atomu vodíku, např. [136, 137].

Často používanou pomůckou jsou různé nástroje na zobrazení vlnové funkce nebo hustoty pravděpodobnosti výskytu elektronu v jednotlivých stavech. Zmíňme zde několik nástrojů specializovaných na zobrazení řešení problému atomu vodíku:

- Modely pro systém **Famulus 3.5** [138]. I když je zde zobrazení funkcí relativně dobře propracováno, jeho vzhled je zastaralý a díky tomu neatraktivní. Použití těchto programů v dnešní době komplikuje problematické spuštění systému Famulus (určeného pro OS MS DOS) na současných počítačích.<sup>1</sup>
- **Hydrogen Atom Applet** [140]. Aplet zobrazuje trojrozměrný průběh vlnové funkce pomocí intenzity barvy. Kromě parametrů zobrazení jako jas, rozlišení či rychlost simulace je možné zvolit, co má být zobrazeno (kromě orbitalu lze nechat vykreslit i průběh potenciálu, celkový moment hybnosti a jeho průměty), ale také lze přepínat mezi různými „typy“ orbitalů – reálnými (obvykle používanými v chemii), komplexními (běžné ve fyzice) nebo skládat kombinace základních stavů (v několika různých bázích). Ke znázornění znaménka komplexní fáze je použita barva a její změna naznačuje časový vývoj daného stavu.

<sup>1</sup>Na internetu lze nalézt návod ke spuštění systému Famulus ve Windows XP a novějších [139], který sestavil a zveřejnil autor této práce. Nicméně postup instalace není přímočarý a nemusí být vůbec proveditelný, nemá-li učitel oprávnění administrátora.

- **Pictures of the Hydrogen Atom** [141]. Tento CD-ROM obsahuje jednak poměrně rozsáhlou knihovnu různých obrázků a animací jednotlivých orbitalů, jednak interaktivní programy (vytvořené v prostředí Java), které umožňují vytvořit obrázky či animace vlastní. Využity jsou všechny výše popsané způsoby zobrazení, navíc lze rozložení hustoty pravděpodobnosti přiblížit pomocí tzv. tomografického zobrazení – animace, ve které vidíme postupně hustotu pravděpodobnosti znázorněnou barevně na navzájem rovnoběžných rovinných řezech atomem. Kromě tvaru jednotlivých orbitalů a jejich časového vývoje je možné zobrazit také přechod mezi dvěma různými stavy.
- program **Orbital Viewer** [142]. Velmi dobře propracovaný nástroj pro zobrazení atomových a molekulových orbitalů. Orbitaly mohou být zobrazeny třemi základními způsoby – hustotou pravděpodobnosti znázorněnou hustotou náhodně volených teček, plochou, na které je pravděpodobnost konstantní (buď přibližně pomocí mnohostěnu nebo za použití raytracingu), a pomocí asymptot (kuželovými plochami, rovinami, sférami apod., na kterých je hustota pravděpodobnosti nulová a fáze zde tedy mění znaménko). Pro získání názorného obrázku lze nastavit velké množství parametrů (polohu, natočení, osvětlení, intenzitu a kontrast barev apod.). Orbitaly jsou počítány pomocí vzorců pro atom vodíku s přihlédnutím na zadanou hmotnost a náboj jádra.

Tento program sice nezobrazuje časový vývoj stavu jako předchozí dva, ale na druhou stranu umožňuje vykreslení orbitalů i v molekulách, protože je možné skládat orbitaly několika atomů vůči sobě různě posunutých a natočených.

Atomu vodíku se věnují i některé rozsáhlejší soubory grafických zobrazovacích nástrojů pro kvantovou mechaniku, nikoliv však všechny. Výše zmíněná publikace [133] doprovázená souborem interaktivních nástrojů se atomem vodíku vůbec nezabývá a v obdobné publikaci [134] nalezneme pouze zobrazování kulových funkcí, jejichž hodnota je znázorněna pomocí barvy na sféře, kterou lze otáčet, dále lze volit mezi zobrazením reálné kombinace dvou kulových funkcí a zobrazením komplexní hodnoty kulové funkce.

Programy doprovázející publikaci [143] sice nabízejí mnoho velmi užitečných grafů týkajících se řešení atomu vodíku, u kterých lze měnit řadu parametrů, ale vzhledem k době jejich vzniku je ovládání programů velmi těžkopádné, zobrazení nedynamické a celkový vzhled neatraktivní.

Velmi důkladně se atomem vodíku zabývá publikace [135]. Konkrétně v části 13.6 až 13.9 nalezneme aplety zobrazující jednotlivé části vlnové funkce stacionárních stavů atomu vodíku. Nejprve je vykreslena část závislá jen na úhlu  $\varphi$ , kde je barvou znázorněna komplexní fáze, dále část závislá jen na úhlu  $\vartheta$  (přidružený Legendreův polynom s argumentem  $\cos \vartheta$ ) pomocí polárního grafu a nakonec jejich kombinace – kulová funkce

zobrazená buďto pomocí třídimenzionálního polárního grafu, nebo intenzitou barvy na sféře. V další části nalezneme průběh efektivního potenciálu pro různé hodnoty momentu hybnosti a průběh radiální části vlnové funkce  $R(r)$  (části závislé na vzdálenosti od jádra  $r$ ). Velmi zajímavý je aplet, který umožňuje zobrazit pro několik vybraných stavů průběh radiální části vlnové funkce  $R(r)$ , její druhé mocniny  $R^2(r)$  a výrazu  $r^2R^2(r)$  (tj. radiální hustoty pravděpodobnosti). Aplet umožňuje také provést integraci těchto funkcí v zadaném intervalu. Poslední aplet této sady, který se zabývá atomem vodíku, zobrazuje pro konkrétní zadaná kvantová čísla energie daného stavu a celou vlnovou funkci na jednom rovinném řezu. Tento aplet lze přepnout i do zobrazení, kdy najednou vidíme nejenom celou vlnovou funkci, ale i všechny tři její jednotlivé části. Kromě velmi zdařilých interaktivních apletů obsahuje tato publikace i teoretický text s odvozením řešení celého problému a několik úkolů pro čtenáře.

## 5.2 Programy Orbitaly

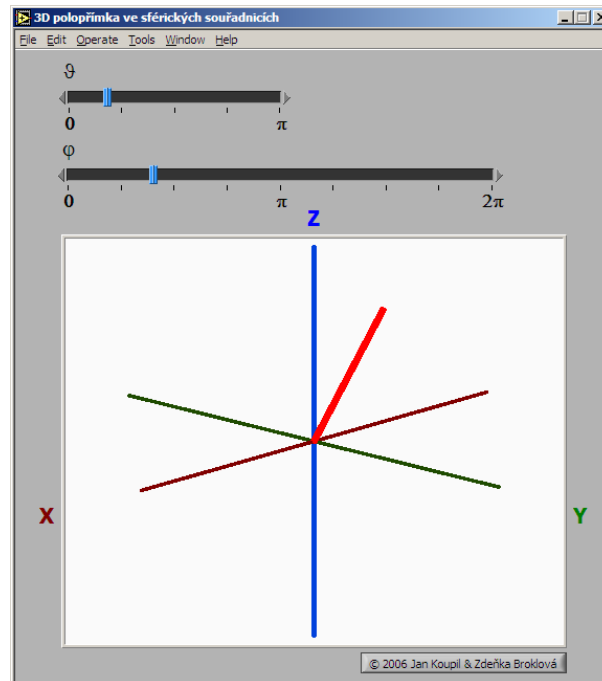
Obtíže studentů správně si představit prostorový průběh stacionárních stavů v coulombickém potenciálu, tj. řešení problému atomu vodíku, a současně nespokojenost s existujícími řešeními pro zobrazování stavů vedly k tomu, že jsme začali uvažovat o vytvoření vlastních výukových nástrojů, které by pomohly tyto potíže překonat.

Vznikla tak sada čtyř programů doplněná o vhodné úkoly pro studenty (pracovní sešit) pod souhrnným názvem **Orbitaly**. Programy vytvořil autor této práce na základě požadavků plynoucích jednak z použití různých zobrazovacích způsobů uvedených funkcí, jednak plynoucích z požadované interaktivity programů nutné pro práci studentů. Tyto požadavky autor práce zformuloval ve spolupráci s RNDr. Zdeňkou Broklovou, která sestavila pracovní sešit s úlohami pro studenty.

### 5.2.1 Popis programů

Úvodní inspirací k naprogramování nástrojů pro zobrazování vlastních funkcí atomů vodíku byly šedé kotoučky popsané v sekci 4.3.2, které sloužily jako generátor funkcí a umožňovaly zobrazovat graficky zajímavou formou hodnoty vícerozměrných funkcí, a to zejména funkcí závislých na směru, pro které se obvykle používají pro studenty velmi obtížně uchopitelné polární grafy.

Programy byly vytvořeny v prostředí LabVIEW 7. Mezi hlavní důvody pro volbu tohoto prostředí patřily předchozí programátorská zkušenost autora s tímto prostředím, ale především to, že LabVIEW jako prostředí pro měření a automatizaci má připraveny moduly pro efektivní a přehledné 2D i 3D zobrazování. Programy jsou přeloženy do



Obrázek 5.1: Uživatelské rozhraní programu **3D\_poloprímka**

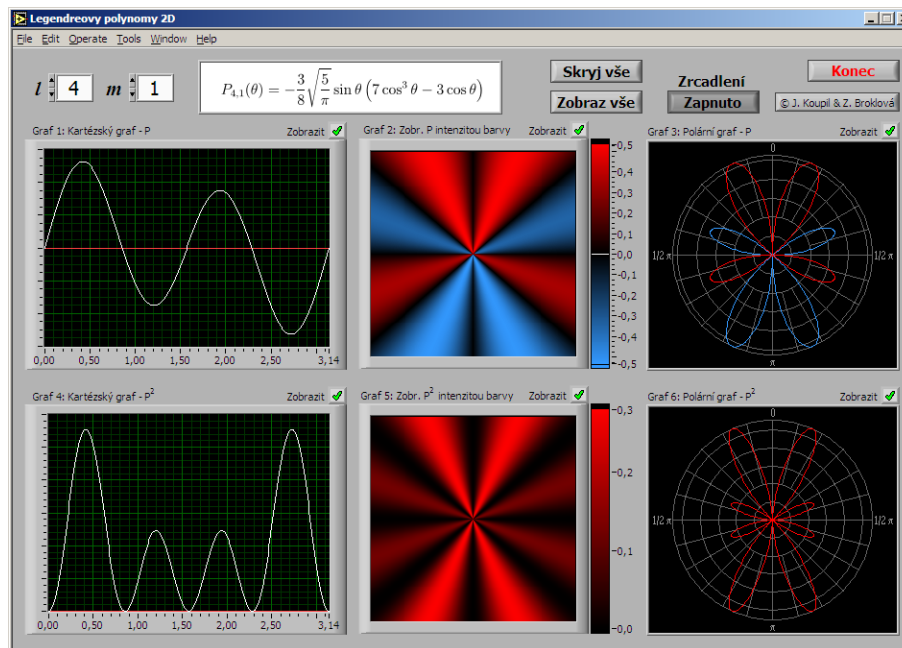
samostatně spustitelného kódu a k jejich chodu je v systému Windows vyžadována pouze přítomnost volně dostupného tzv. LabVIEW Runtime Engine [144].

Speciálním zobrazením, které je ve vytvořených programech použito pro lepší znázornění amplitudy vlnové funkce a hustoty pravděpodobnosti nalezení elektronu v atomu vodíku, je tzv. „stínogram“. Jedná se o zobrazení dvojrozměrné funkce tak, že funkční hodnota je v každém bodě naznačena intenzitou barvy. Pro kladné funkční hodnoty je použita červená barva, pro záporné barva modrá. Tento způsob zobrazení závislosti na směru měl studentům pomoci správně interpretovat polární graf, což se následně potvrdilo. Podrobně jsou výhody a nevýhody použitých způsobů zobrazení a reakce studentů diskutovány v dizertační práci Z. Broklové [145].

Struktura a funkce programů vychází z potřeb vysokoškolského úvodního kurzu kvantové mechaniky. Jejich použití na této úrovni je detailně popsáno v [145], v této práci je pak diskutováno využití uvedených programů ve výuce na střední škole.

### Program **3D\_poloprímka**

Prvním ze série programů je program **3D\_poloprímka** (obrázek 5.1), který nakreslí poloprímku vycházející z počátku souřadné soustavy a mířící ve směru, který určují dva úhly  $\vartheta$  a  $\varphi$  stejně jako ve sférických souřadnicích. Hodnoty obou úhlů uživatel může dynamicky měnit. Pro pochopení později zobrazovaných závislostí je porozumění

Obrázek 5.2: Uživatelské rozhraní programu **Legendre\_2D**

významu sférických souřadnic zásadní, k čemuž tento program přispívá, a proto je do této sady zobrazovacích nástrojů zařazen, i když sám o sobě nezobrazuje žádnou část vlnové funkce.

### Program Legendre\_2D

Pro správné vybudování prostorové představy průběhu hustoty pravděpodobnosti nalezení elektronu v atomu vodíku je využito separability vlnové funkce ve všech třech sférických souřadnicích, tj. toho, že celou vlnovou funkci závislou na třech souřadnicích  $r$ ,  $\vartheta$  a  $\varphi$  lze napsat jako součin tří funkcí jedné proměnné. Program **Legendre\_2D** (obrázek 5.2) zobrazuje několika různými způsoby část vlnové funkce závislou na souřadnici  $\vartheta$  (jedná se o tzv. přidružené Legendreovy polynomy v proměnné  $\cos \vartheta$ ). Uživatel zvolí hodnoty kvantových čísel  $l$  a  $m$  (konkrétní tvar této části vlnové funkce je nezávislý na hlavním kvantovém čísle  $n$ ) a program odpovídající funkci vykreslí.

V horní řadě (viz rozložení okna programu **Legendre\_2D** na obrázku 5.2) je nejprve vynesena standardní kartézský graf funkce  $Y_{lm}$ , poté znázornění hodnot funkce intenzitou barvy tzv. „stínogramem“<sup>2</sup> a nakonec polární graf. Dolní řada stejnými metodami zobrazuje druhou mocninu velikosti této funkce, tedy příslušnou část hustoty pravděpodobnosti nalezení elektronu.

<sup>2</sup>Zobrazovaná funkce je sice funkcí pouze jedné proměnné  $\vartheta$ , ale při zobrazení tzv. „stínogramem“ na ni pohlížíme jako na funkci dvou proměnných  $r$  a  $\vartheta$ , přičemž vůči  $r$  je konstantní. Díky tomu vynikne skutečnost, že tato část vlnové funkce závisí pouze na zvoleném směru, nikoli vzdálenosti od počátku.

Pro nízké hodnoty kvantových čísel je zobrazen také analytický tvar závislosti. K výpočtu zobrazovaných hodnot funkce ale není tento přímý analytický tvar využit, protože je vhodnější pracovat s rekurzivními vztahy. (Tyto vztahy jsou platné pro všechny hodnoty kvantových čísel, takže odpadá nutnost explicitně vložit vzorec pro každou jejich kombinaci.)

Pro výukové potřeby umožňuje program **Legendre\_2D** (obdobně jako další dva popsané níže) jednotlivé grafy podle potřeby skrýt nebo zobrazit. Důvodem pro zobrazení téže funkce několikrát vedle sebe je záměr pomoci studentům s porozuměním jednotlivým typům grafů, ve kterých se funkce zobrazují. Lze také přepínat mezi tím, zda se ve druhém a třetím sloupci zobrazují hodnoty pro úhel  $\vartheta$  pouze v intervalu 0 až  $\pi$  (tj. v intervalu odpovídajícím sférickým souřadnicím), nebo má dojít k jejich zrcadlení i do opačné poloroviny, čímž zobrazení odpovídá prostorovému rozložení této části vlnové funkce.

### Program Legendre\_3D

Další program **Legendre\_3D** (obrázek 5.3) jednak rozšiřuje předchozí pohled o třetí rozměr, jednak přidává nezávislost hustoty pravděpodobnosti na  $\varphi$ . Na základě nastavených hodnot kvantových čísel  $l$  a  $m$  zobrazí úhlovou část hustoty pravděpodobnosti nalezení elektronu (jedná se vlastně o druhou mocninu velikosti kulové funkce). Horní dva grafy jsou identické s grafy z předchozího programu, v dolní řadě se nachází jejich trojrozměrné alternativy. Vlevo dole je graf, který zobrazuje intenzitou barvy úhlovou hustotu pravděpodobnosti nalezení elektronu na kulovém řezu prostorem. Graf vpravo dole je standardním 3D polárním grafem.

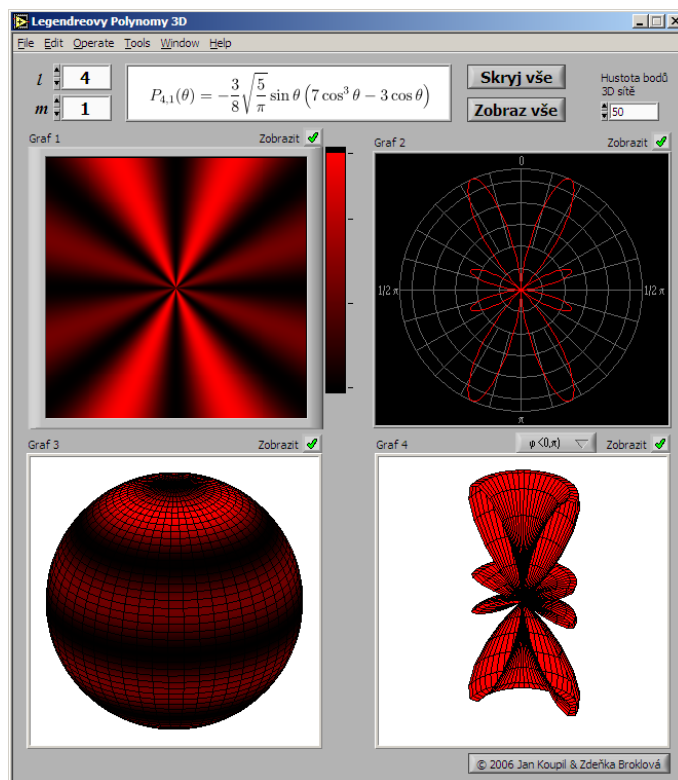
Stejně jako v předchozím programu je možné jednotlivé nebo všechny grafy skrýt, kromě toho lze prostorový polární graf vpravo dole omezit na vykreslení pro hodnoty úhlu  $\varphi$  od 0 do  $\pi$ , díky čemuž ho lze dobře porovnat s polárním grafem uvedeným nad ním.

### Program 3D\_Orbitaly

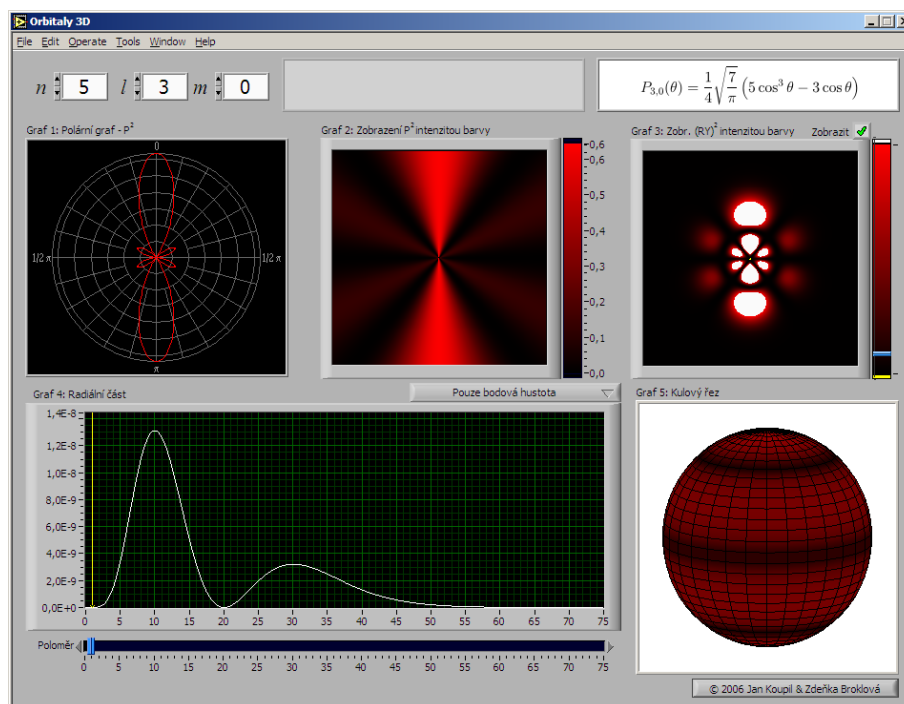
Posledním v sérii je program **3D\_Orbitaly** (obrázek 5.4). Zobrazuje pro zadané hodnoty kvantových čísel  $n$ ,  $l$  a  $m$  odděleně radiální a úhlovou část hustoty pravděpodobnosti i jejich součin, tedy bodovou hustotu pravděpodobnosti.

V horní řadě vlevo a uprostřed je zobrazena úhlová hustota pravděpodobnosti stejným způsobem, který uživatel zná z předchozích programů. Pod nimi je radiální hustota pravděpodobnosti, tedy druhá mocnina velikosti radiální části vlnové funkce. Osa  $x$  je v tomto grafu škálována v Bohrových poloměrech. Zbývající dva grafy zobrazují součin





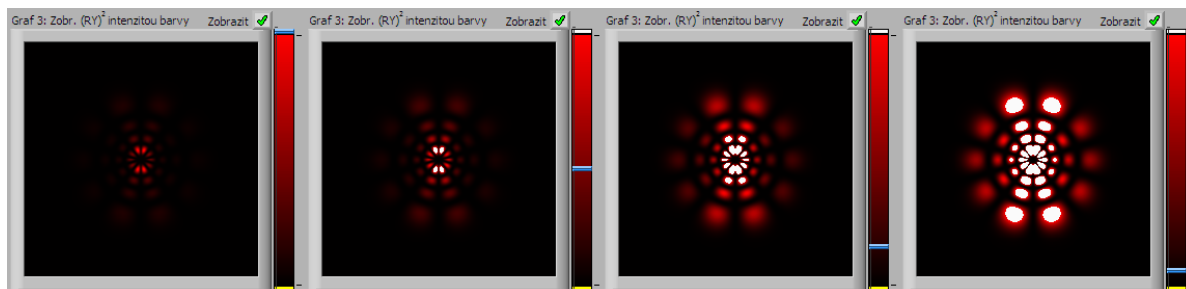
Obrázek 5.3: Uživatelské rozhraní programu Legendre\_3D



Obrázek 5.4: Uživatelské rozhraní programu 3D\_orbitaly



obou částí, tzn. bodovou hustotu pravděpodobnosti nalezení elektronu: vpravo nahoře je intenzitou barvy označena bodová hustota na rovinném řezu rovinou obsahujícím osu  $z$ , dole je stejným způsobem vyznačena intenzita na kulovém řezu zadaného průměru. Průměr kulového řezu odpovídá poloze žlutého kurzoru v grafu radiální hustoty a žluté kružnice v horním grafu bodové hustoty. Intenzitu barvy na rovinném řezu lze zvýšit pomocí posuvníku vpravo od grafu, což umožňuje zjasnit i tmavé oblasti s malou, ale nenulovou hustotou pravděpodobnosti (obrázek 5.5).



Obrázek 5.5: Změna intenzity barvy v grafu hustoty pravděpodobnosti

Program **3D\_Orbitaly** by měl studentům pomoci s vybudováním představy, jak se výsledná hustota pravděpodobnosti skládá z jednotlivých částí a jak tyto ovlivňují její průběh.

Jak již bylo zmíněno, k zobrazování komplexních částí vlnové funkce lze přistoupit několika různými způsoby. V programech Orbitaly jsme se rozhodli z důvodu zjednodušení pracovat převážně s hustotou pravděpodobnosti a díky tomu nezatěžovat studenty nutností chápat zobrazení komplexních čísel. Další možností by bylo zobrazovat orbitály z takové báze stavů, ve které jsou vlnové funkce reálné. Naším cílem ale bylo ukázat, jak se výsledná hustota pravděpodobnosti skládá z několika separovaných částí, nikoliv pouze výsledné tvary orbitalů, což by v takové bázi nebylo možné.

### 5.2.2 Použití programů na střední škole

Programy ze sady **Orbitaly** byly vytvořeny primárně pro výuku základního kurzu kvantové mechaniky na vysoké škole. Za tímto účelem vznikl také pracovní sešit, který studenta vede krok za krokem od jednotlivých částí hustoty pravděpodobnosti k sestavení tvaru orbitalu. Použití programů na vysoké škole a práce s pracovním sešitem jsou popsány v dizertační práci Zdeňky Broklové [145], pokud ale způsob zařazení programů do výuky pozměníme s ohledem na možnosti a potřeby středoškolského kurzu fyziky, můžeme tyto programy s úspěchem použít i na střední škole.

Na střední škole se kvantově mechanický model atomu a atomové orbitály probírají většinou dvakrát. Nejprve v chemii, a to obvykle hned v prvním ročníku, se studenti

víceméně abstraktně naučí doplňovat elektronové konfigurace a případně z nich vyvozovat jednoduché závěry o vlastnostech atomů. Znovu se pak k atomovým orbitalům vrací fyzika, a to obvykle až ve vyšších ročnících. Středoškolská učebnice fyziky [146] zmiňuje různé používané modely atomu, od pudinkového až po kvantově mechanický, přičemž u kvantově mechanického modelu je slovně komentován význam termínu *orbital* a jednotlivých kvantových čísel. Spolu s textem je uvedeno také několik černobílých fotografií modelů tvaru orbitalů pro stavy s nižšími hodnotami kvantových čísel. Nejedná se o přesné tvary orbitalů, ale světelné modely – fotografické zachycení světelného zdroje pohybuujícího se v oblasti podobného tvaru, v jakém by se měl nacházet elektron.

Vzhledem k tomu, že na střední škole dost dobře nemůžeme provést řešení Schrödingerovy rovnice, tj. hledat její vlastní funkce a odpovídající vlastní čísla atd., je kvantově mechanický model studentům vlastně „předložen k věření“. S pomocí programů **Orbitaly** ale můžeme studentům tuto abstraktní látku lépe přiblížit.

Níže popsané použití těchto programů předpokládá, že studenti již slyšeli o vlnové funkci a její interpretaci. Cílem je studentům ulehčit pochopení toho, jak vypadají průběhy jednotlivých částí vlnové funkce a jak se z nich skládá pravděpodobnost nalezení elektronu v různých místech prostoru<sup>3</sup>. Vzhledem k času, který má učitel na střední škole pro toto téma k dispozici, a znalostem a dovednostem středoškoláků je zde vhodnější pracovat frontálně, což je největší rozdíl v porovnání s individuální prací vysokoškolských studentů, jak je navržena v [145].

Nejprve je třeba studentům sdělit, že vlnová funkce popisující elektron v atomovém obalu je separovatelná na radiální, úhlovou a časovou část. Poté se můžeme věnovat tomu, že postupně rozebereme obě prostorové části a za pomoci programů **Orbitaly** studentům přiblížíme jejich průběhy.

Aby studenti mohli správně pochopit úhlovou část, musíme se nejprve věnovat, například s pomocí programu **3D\_poloprímka**, zavedení sférických souřadnic  $r$ ,  $\vartheta$  a  $\varphi$ . Se sférickými souřadnicemi se středoškolská studenti obvykle vůbec nesetkají (s výjimkou zemských souřadnic, které ale intuitivně s matematikou propojeny nemají).

Poté, co význam sférických souřadnic rozebereme, můžeme přistoupit k programu **Legendre\_2D**, který zobrazuje hustotu pravděpodobnosti nalezení elektronu v konkrétních směrech. Pro studenty je někdy poměrně překvapivé, jakým způsobem je třeba funkci závislou na úhlu  $\vartheta$  (vynesenou jako jim dobře známý kartézský graf) interpretovat v prostoru, což naznačují „stínogram“ a polární graf. Kombinace všech zobrazení je výhodná, protože učiteli umožní podat správné vysvětlení polárního grafu, neboť studenti zobrazení polárním grafem často chybně chápou jako křivku obalující oblast

<sup>3</sup> Správně bychom měli hovořit o hustotě pravděpodobnosti nalezení elektronu. Abychom se ale aspoň částečně přiblížili přirozenému jazyku, mluvíme na střední škole obvykle se studenty prostě o pravděpodobnosti nalezení.

vysoké (hustoty) pravděpodobnosti (podrobnosti týkající se kladů a záporů použitých způsobů zobrazení viz [145]). Druhým důležitým bodem, ke kterému je vhodné na tomto místě studenty dovést, je skutečnost, že zobrazená část vlnové funkce (vykreslena v horním řádku programu) nabývá kladných i záporných hodnot, ale příslušná část hustoty pravděpodobnosti nalezení elektronu je vždy kladná.

Zvídavější studenti si všimnou i toho, že funkce s opačným znaménkem magnetického kvantového čísla mají pouze opačná znaménka, takže pokud jde o pravděpodobnosti nalezení elektronu, jsou identické. Toto pozorování může vést (a v pilotní třídě vedlo) k diskuzi o tom, zda to není v rozporu s Pauliho principem a co jsou to degenerované hladiny.

V následujícím kroku využijeme další program, **Legendre\_3D**, k tomu, abychom znázornili průběh celé úhlové části hustoty pravděpodobnosti v prostoru. Ve zvolené bázi řešení Schrödingerovy rovnice je totiž úhlová část hustoty pravděpodobnosti pro všechny stacionární vlnové funkce závislá pouze na úhlu  $\vartheta$  a na úhlu  $\varphi$  nezávisí. To znamená, že průběh úhlové části hustoty pravděpodobnosti získáme tak, že „roztočíme“ rovinné grafy z předcházejícího programu kolem osy  $z$ . I zde je důležité věnovat pozornost správnému vysvětlení trojrozměrného polárního grafu, protože mnoho studentů zobrazené „těleso“ chápe již jako těleso skutečné, tj. tvar orbitalu.<sup>4</sup>

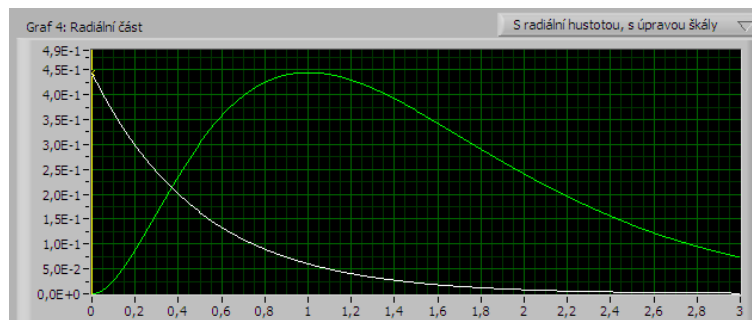
Poté, co probereme úhlovou část vlnové funkce, připomeneme studentům, že zatím jsme se zabývali jen jednou částí průběhu pravděpodobnosti nalezení elektronu, a to tou, která se zabývá zvoleným směrem. V následujícím kroku se budeme věnovat druhé části, zabývající se zvolenou vzdáleností od středu atomu, a pak budeme obě části skládat. K tomu je určen program **3D\_Orbitaly**.

Radiální část hustoty pravděpodobnosti je pro studenty na pochopení jednodušší, jedná se prostě o závislost hustoty nalezení elektronu v bodě vzdáleném  $r$  od počátku (jádra). Studenti bez problémů vypořádají vliv kvantových čísel  $n$  a  $l$  na tvar této funkce, např. že počet maxim stoupá s vyšším  $n$  a klesá s vyšším  $l$ .

I přesto, že je graf poměrně pochopitelný, skrývá se i zde úskalí. V učebnicích se totiž často uvádí radiální hustota pravděpodobnosti, která není totožná s radiální částí hustoty pravděpodobnosti. Radiální hustota pravděpodobnosti udává hustotu pravděpodobnosti nalezení elektronu v zadané vzdálenosti od jádra, jedná se tedy o integrál

<sup>4</sup>Na tomto místě je vhodné poznamenat, že programy **Orbitaly** zobrazují taková řešení Schrödingerovy rovnice pro atom vodíku, která odpovídají stavům s ostrou hodnotou celkové energie, velikosti momentu hybnosti a průmětu momentu hybnosti do osy  $z$ . Tato báze se obvykle používá ve fyzice, protože se v ní dají velmi výhodně řešit např. úlohy týkající se chování atomů v magnetickém poli. Díky degeneraci jednotlivých energetických hladin ale zvolená báze všech řešení tohoto problému není jediná možná. V chemických aplikacích, zejména pro vysvětlení chemické vazby, se obvykle používá báze funkcí s odlišným tvarem úhlových částí. Toho si musí být učitel při výuce vědom a žáky upozornit, že z hodin chemie si mohou pamatovat tvary orbitalů odlišně.

hustoty pravděpodobnosti přes plochu daného poloměru<sup>5</sup>. Dobře je tento rozdíl viditelný hned na nejjednodušší funkci  $R_{10}$  (obrázek 5.6), kde radiální část vlnové funkce (v grafu bílou křivkou) v celém intervalu  $r \in (0; +\infty)$  klesá, zatímco radiální hustota pravděpodobnosti (v grafu zeleně) má maximum ve vzdálenosti jednoho Bohrova poloměru od jádra.



Obrázek 5.6: Radiální část hustoty pravděpodobnosti (bílá křivka) a radiální hustota pravděpodobnosti (zelená křivka) pro  $n = 1$ ,  $l = 0$

Když jsou samostatně rozebrány úhlová i radiální část hustoty pravděpodobnosti nalezení elektronu, můžeme začít mluvit o jejich složení – bodové hustotě pravděpodobnosti nalezení elektronu, k čemuž nám slouží grafy umístěné v pravé části programu **3D\_Orbitaly**. Promítneme studentům tvary orbitalů pro několik různých kombinací kvantových čísel a necháme je, aby si uvědomili, že výsledný tvar je skutečně součinem obou částí.

Na konci hodiny, případně v další vyučovací hodině výsledky zopakujeme a shrneme nejdůležitější závěry. Můžeme také nechat studenty „vymyslet“ tvar orbitalu ze zobrazených částí hustoty pravděpodobnosti (za použití programu **3D\_Orbitaly**).

### 5.2.3 Zkušenosti z výuky s programy

#### Názory studentů na vyučovací hodiny s programy Orbitaly

Programy **Orbitaly** byly použity ve vyučování fyziky ve čtvrtém ročníku gymnázia ve školních rocích 2009–2010 a 2010–2011. Práci s programy byly věnovány dvě vyučovací hodiny, v první byl proveden výklad tak, jak je popsán výše, ve druhé zopakování (připomenutí) výsledků a pozorování. Studenti na použití programů reagovali převážně pozitivně a z průběhu hodin vyplynulo, že s pomocí programů jsme schopni objasnit nebo zdůraznit řadu pro ně překvapivých poznatků. Například:

<sup>5</sup>Program **3D\_Orbitaly** umí vykreslit obě tyto křivky, nicméně pokud jsou vyneseny do jednoho grafu, nebývají výšky jejich maxim srovnatelně velké, a proto mají obě funkce odlišnou škálu na ose  $y$ .

- Ani pro sféricky symetrickou kulovou funkci  $l = 1$ ,  $m = 1$  nemá orbital tvar kulové slupky (s výjimkou základního stavu  $n = 1$ ), ale je to několik slupek vnořených do sebe, což dobře ukážeme s programem **3D\_Orbitaly**. Elektron přitom můžeme nalézt v kterékoliv z těchto slupek a přitom je mezi nimi místo s nulovou pravděpodobností výskytu, což je v rozporu s představou elektronu jako klasické částice, pohybující se mezi dvěma body po trajektorii.
- To, že součástí jednoho orbitalu jsou místa blízko i daleko od jádra, znamená, že elektron s vyšší energií můžeme najít blíže jádru než elektron s energií nižší. Takové chování je zcela v rozporu s běžnou představou oběžných drah, kdy vzdálenější dráha odpovídá vyšší energii. Můžeme ale také ukázat, že orbitaly odpovídající stavům s vyšším kvantovým číslem  $n$ , sahají v prostoru dále.
- Jak již bylo zmíněno, orbitaly lišící se pouze znaménkem kvantového čísla  $m$  mají zcela stejný tvar. Přesto to ale nejsou stejné orbitaly, stejná není vlnová funkce, jen její druhá mocnina. Ukážeme tak existenci degenerovaných hladin.

Po vyučování s použitím programů **Orbitaly** byli studenti dotázáni na zpětnou vazbu formou dotazníku s otevřenými otázkami, který odevzdalo 16 studentů. Uvedme nyní závěry ze studentských dotazníků doplněné autentickými citacemi.

Všichni studenti hodnotili práci s programy jako zajímavou a naprostá většina usuzuje, že jim programy pomohly tuto velmi abstraktní látku přiblížit. Nejčastěji na programech studenti oceňovali jejich schopnost názorně prezentovat hustoty pravděpodobnosti a tvary orbitalů.

- „*Na tabuli se nedá lehce zachytit změna orbitalu, jeho natočení na stranu a podobně, jako to umí aplety.*“
- „*S fyzikou nejsem úplně kamarád, proto jsem ocenila názornou ukázkou, abych si dokázala orbitaly aspoň představit.*“

Jako další pozitivum je studenty zmiňována interaktivita, možnost ukazovat, jak výsledek ovlivní změna kvantových čísel.

- „*Domnívám se, že díky rychlé odezvě (změny parametrů) je student stále v obraze a když někdo nepochopí, je jednoduché se vrátit.*“
- „*. . . navíc je zde možnost vstupní parametry měnit a z toho lépe pochopit zákonitosti.*“

Na některé studenty mělo použití programů motivující účinek.

- „Aplety mi zůstaly v paměti díky tomu, že byly »vymakané« a týkaly se zajímavého tématu.“ (Výrok studenta, který uvedl že sám zkoušel s programy dále pracovat.<sup>6</sup>)

Pokud se v komentářích nachází negativní výroky nebo výhrady, souvisí s tím, že se student dle vlastních slov profiluje jiným směrem a abstraktní látka fyziky jej na konci maturitního ročníku příliš nezajímá, nebo s tím, že z hodiny s programy nebylo snadné vytvořit si poznámky.

- „Pomohlo mi to lépe si vše představit i zapamatovat, jen jsem nevěděla, jak si vše zapsat a poté reprodukovat“

### Zkušenosti učitelů s využitím programů Orbitaly

Programy **Orbitaly** do svých hodin fyziky zařazují RNDr. Miroslav Jílek, Ph.D. na Gymnáziu Polička a RNDr. Vladimír Vícha na Gymnáziu Pardubice. Oba byli požádáni autorem této práce o krátký popis způsobu, jakým programy používají a o jejich hodnocení.

Oba učitelé používají programy frontálně, jako demonstrační, ne pro interaktivní práci studentů. Motivací pro nasazení programů byly problémy s výkladem tématu „Kvantově–mechanický model atomu vodíku“, které jim použití **Orbitalů** pomáhá překonávat. Tyto problémy shrnuje V. Vícha takto:

- Prostorové souřadnice – bez nich nelze výskyt elektronu v okolí jádra popsat, ale student se s nimi vlastně setkává zřejmě poprvé v životě. Předstih by mohli mít snad jen zájemci o astronomii, ale ve školách se astronomické souřadnice příliš nevyučují.
- Pro pochopení atomu je třeba přijmout fakt, že elektron se může nacházet v nekonečně mnoha stavech.
- Jednotlivé stavy se liší kvantovými čísly a student by měl pochopit systém „přidělování“ kvantových čísel  $n$ ,  $l$ ,  $m$ .
- Je třeba chápat funkční hodnoty na prostorových grafech funkcí, zapojit prostorovou představivost.
- Je třeba vyrovnat se s pojmem hustota pravděpodobnosti výskytu.

---

<sup>6</sup>Na konci hodiny studenti také dostali odkaz na webové stránky, ze kterých mohou programy stáhnout, což podle zpětné vazby několik studentů skutečně učinilo.

Na programech oba učitelé shodně oceňují především schopnost přiblížit studentům význam hustoty pravděpodobnosti a za významné považují, že je zde hustota pravděpodobnosti interpretována jak v rovinných řezech, tak i v trojrozměrných obrázcích. Jako zásadní je také zmíněna možnost interaktivní změny hodnot kvantových čísel a okamžité překreslení grafů hustot pravděpodobnosti (v souladu s názory studentů popsanými v předchozí sekci). Studenti tak získají o orbitalech mnohem lepší představu, než jako by získali jen z promítání učebnicových obrázků nebo kreslení grafů na tabuli (M. Jílek). Někteří z nich také teprve zde pochopí systém řazení a dovolených hodnot kvantových čísel (V. Vícha).

V. Vícha i M. Jílek se shodují na tom, že použití programů je pro jejich hodiny fyziky přínosem a i jejich studenti na ně reagují pozitivně. M. Jílek také propaguje programy mezi svými kolegy vyučujícími fyziku a chemii.

# Závěr

Tato dizertační práce se věnuje využití multimediálních technologií pro výuku fyziky, respektive pro fyzikální vzdělávání obecně.

Z pohledu autora práce byly její cíle s uspokojivou mírou naplněny. V první kapitole je stručně shrnut obecný rozbor možností, které nám multimediální technologie ve fyzikálním vzdělávání nabízí, všechny následující kapitoly se pak věnují vybraným technologiím – každá přináší přehled historie a současnosti používání konkrétní technologie při učení fyziky, popisuje několik multimediálních objektů vhodných pro fyzikální vzdělávání vytvořených v rámci této práce a shrnuje zkušenosti s jejich používáním. Uvedeny jsou také reakce studentů na použití vybraných objektů zjišťované formou dotazníku. V příloze práce je uveden návod k videoměření v aktuální podobě z roku 2011 a dále pak anglické publikace, které byly výstupem z dizertační práce.

Všechny vzdělávací objekty byly prezentovány na odborných konferencích učitelů fyziky v České republice nebo v zahraničí a popsány v jejich sbornících. Experimenty se zvukovou kartou, náměty na videoexperimenty a návod k videoměření pro učitele jsou zveřejněny na webových stránkách autora. Videoklipy z rychloběžné kamery a jejich popisy vyšly jako série článků „1200 fyzikálních snímků za sekundu“ na serveru FyzWeb. Programy pro zobrazování vlnové funkce elektronu v atomu vodíku jsou zájemcům k dispozici ke stažení z webových stránek projektu Orbitaly.

Svět digitálních multimediálních technologií se neustále proměňuje. Tato práce určitým způsobem shrnuje možnosti, které nám tyto technologie nabízí dnes, respektive nabízely v době, kdy byly konkrétní části práce jako inovativní příspěvky předneseny na konferencích a publikovány. Je jisté, že zítřejší technologie překonají technologie dnešní a že to, co bylo nové a čerstvé v době tvorby této práce, se stane běžným a brzy zastaralým. Věřím ale, že návody a experimenty, které byly spolu s touto prací učitelům fyziky nabídnuty, pomáhají jim i jejich studentům k úspěšnější a příjemnější práci při vyučování a studiu fyziky a snad že i inspirují k pokračování při tvorbě experimentů, videoklipů a vymýšlení nových postupů jak multimediální technologie ve fyzikálním vzdělávání využívat.



# Literatura a odkazy

- [1] PRATCHETT, T. *Otec Prasátek*. 1. vyd., Praha: TALPRESS, 1998. 445 s. ISBN: 80-7197-077-8.
- [2] MAYER, R. E. *Multimedia Learning*. 1st. ed., Cambridge University Press, 2011. 210 s. ISBN: 0-521-78749-1.
- [3] MAYER, R. E.; ANDERSON, R. B. Animations need narrations: An experimental test of a dual-coding hypothesis. *Journal of Educational Psychology*, December 1991, vol. 83, issue 4, pp. 484–490. ISSN: 0022-0663. doi:10.1037/0022-0663.83.4.484
- [4] MAYER, R. E.; SIMS, V. K. For whom is a picture worth a thousand words? Extensions of a dual-coding theory of multimedia learning. *Journal of Educational Psychology*, September 1994, vol. 86, pp. 389–401. ISSN: 0022-0663. doi:10.1037/0022-0663.86.3.389
- [5] MORENO, R.; MAYER, R. E. A Learner-Centered Approach to Multimedia Explanations: Deriving Instructional Design Principles from Cognitive Theory. *Interactive Multimedia Electronic Journal of Computer-Enhanced Learning*, 2000, vol. 2, issue 2, p. 2004–2007. ISSN: 1525-9102. [cit. 10. 6. 2011]. Dostupné z <<http://www.imej.wfu.edu/articles/2000/2/05/>>
- [6] KALYUGA S.; CHANDLER P.; SWELLER J. Managing split-attention and redundancy in multimedia instruction. *Applied cognitive psychology*, 1999, vol. 13, vol. 4, pp. 351–371. ISSN: 0888-4080. doi:10.1002/(SICI)1099-0720(199908)13:4<351::AID-ACP589>3.0.CO;2-6
- [7] SORDEN, S. D. A Cognitive Approach to Instructional Design for Multimedia Learning. *Informing Science Journal*, 2005, vol. 8, pp. 263–279. ISSN: 1547-9684. [cit. 10. 6. 2011]. Dostupné z <<http://www.inform.nu/Articles/Vol8/v8p263-279Sorden34.pdf>>
- [8] PECINA, P. A KOL. *Metodika pro tvorbu a aplikaci didaktických prostředků propagujících vědu a techniku a profesní kariéru v rámci stávajících předmětů fyzika, chemie a technická výchova na základních školách*. 1. vydání. Brno: PdF MU, 2009. 72 s. ISBN: 978-80-210-5088-4. [cit. 12. 6. 2011]. Dostupné z <<http://www.didactex.cz/vystupy/obecnametodika.pdf>>
- [9] Kolektiv autorů. *Naší přírodou krok za krokem* [CD]. Počítačový program. Praha, Albatros, 2002. 13-726-9614/56
- [10] DROZD, Z.; DVOŘÁK, L. ; NĚMEC, L.; SVOBODA, E. *Světlo a zvuk* [DVD]. Učební pomůcka v rámci projektu AV ČR „Otevřená věda regionům“, 2 hod. Akademie věd ČR, All in agency, s.r.o., 2008

- [11] SVOBODA, E.; SVOBODA, M.; HUBEŇÁK, J. *Elektřina a magnetismus* [DVD]. Učební pomůcka v rámci projektu AV ČR „Otevřená věda regionům“, 4 hod. Akademie věd ČR, 2007
- [12] WALLERSTEIN, I. A Photographic Method for the Study of Accelerated Motion. *Am. Phys. Teach.*, 1939, vol. 7, issue 3, pp. 190–192. doi:10.1119/1.1991437
- [13] FULLER R. From the Dragon’s Lair to the Tacoma Bridge. In *ADAPT Program – Accent on Developing Abstract Processes of Thought*. January–February 1985, pp. 37–51. Meckler Publishing. [cit. 16. 6. 2011]. Dostupné z <<http://digitalcommons.unl.edu/adaptessays/3>>
- [14] ZOLLMAN, D.; FULLER, R. Teaching And Learning Physics With Interactive Video. In *Physics Today*. April 1994, vol. 47, issue 4, pp. 41–47. doi:10.1063/1.881428
- [15] BRYAN, J. Video Analysis Software and the Investigation of the Conservation of Mechanical Energy. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 2004, vol. 4, issue 3, pp. 284–298. ISSN: 1528–5804. [cit. 10. 6. 2011]. Dostupné z <<http://www.citejournal.org/vol4/iss3/science/article1.cfm>>
- [16] *Učme žiakov o pohyboch pomocou videoanalýzy* [online]. 2011, [cit. 15. 5. 2011]. Dostupné z <<http://ufyz.sgo.cz/Co-jiz-probehlo/Ucme-ziakov-o-pohyboch-pomocou-videoanalzy-1/>>
- [17] *Program dílen pro učitele SŠ konaných na katedře fyziky v rámci projektu ESF: Rozvoj kompetencí a dovedností žáků ve fyzice* [online]. 2007, [cit. 16. 5. 2011]. Dostupné z <<http://physics.ujep.cz/CZ/view.php?cislocianku=2007090008>>
- [18] *ICT ve výuce fyziky – kurz typu P – Pardubice* [online]. 2006, [cit. 16. 5. 2011]. Dostupné z <<http://telmae.cz/OnlineInfo/courses.nsf/0d2fa830b669c668c1256c7e00525552/09b857466a206e85c125703000429f06?OpenDocument>>
- [19] KOUPIL, J. *Jak na videoměření* [online]. 27. 3. 2011, [cit. 18. 5. 2011]. Dostupné z <[http://kdf.mff.cuni.cz/~koupil/pocitace/videomereni\\_navod.php](http://kdf.mff.cuni.cz/~koupil/pocitace/videomereni_navod.php)>
- [20] LUSTIGOVÁ, Z. *Studium vrhu koulí, zpracování grafů a regresních funkcí* [online]. [cit. 15. 5. 2011]. Dostupné z <<http://telmae.cz/Experiments/compexper.nsf/>>
- [21] FILIPENSKÁ, L. *Video analysis*. 2010. [cit. 15. 5. 2011]. Dostupné z <<http://server3.streaming.cesnet.cz/others/uk/mff/kdf/videoanalysis.wmv>>
- [22] MICHAL ČERNÝ *Experimentální ověření vybraných fyzikálních modelů a aproximací*. Brno, 2010. 68 s. Bakalářská práce na ústavu fyzikální elektroniky Přírodovědecké fakulty Masarykovy univerzity v Brně. Vedoucí práce Pavel Konečný. Dostupné z <<http://is.muni.cz/th/268947/prif.b/cerny.pdf>>
- [23] VOŽENÍLEK, J. *Fyzikální měření pro gymnasia, III. část, Mechanické kmitání a vlnění*. 4. vyd., Liberec: Honzsoft, 2008. 12 s. kap. Měření na ocelové pružině, s. 9–12. [cit. 18. 5. 2011]. Dostupné z <<http://jan.gfxs.cz/labor/files/FMG3.pdf>>
- [24] *Projektový den 2010 – FYZIKA* [online]. 2010, [cit. 16. 5. 2011]. Dostupné z <<http://www.gymzr.cz/ProjDen10/Fyzika/index.htm>>
- [25] *Metodický portál RVP* [online]. [cit. 21. 5. 2011]. Dostupné z <<http://rvp.cz>>

- [26] RODRIGUEZ, F. G.; SILVA J. L. P.; ROSANO F. L.; CONTRERAS F. C.; VITELA A. I. M. A student centered methodology for the development of a physics video based laboratory. *Interacting with Computers*, May 2001, vol. 13, issue 5, pp. 527–548. ISSN: 0953–5438. doi:10.1016/S0953-5438(01)00031-5
- [27] *Rámcový vzdělávací program pro gymnázia* [online]. Výzkumný ústav pedagogický v Praze, [cit. 21. 5. 2011]. Dostupné z <[http://www.msmt.cz/uploads/Vzdelavani/Skolska-reforma/RVP/RVP\\_gymnazia.pdf](http://www.msmt.cz/uploads/Vzdelavani/Skolska-reforma/RVP/RVP_gymnazia.pdf)>
- [28] RUBIN, A. Video Laboratories: Tools for Scientific Investigation. *Communications of the ACM*, 1993, vol. 36, no. 5, pp. 64–65. doi:10.1145/155049.155064
- [29] BARTON, R. Why do we ask pupils to plot graphs?. *Physics Education*, 1998, vol. 33 issue 6, pp. 366–367. ISSN: 0031–9120. doi:10.1088/0031-9120/33/6/016
- [30] WILLIAMSON, J. C.; TORRES-ISEA, R. O.; KLETZING, C. A. Analyzing linear and angular momentum conservation in digital videos of puck collisions. *American Journal of Physics*, September 2000, vol. 68, issue 9, pp. 841–847. ISSN: 0002–9505. doi:10.1119/1.1302325
- [31] BEICHNER, R. J. The impact of video motion analysis on kinematics graph interpretation skills. *American Journal of Physics*, October 1996, vol. 64, issue 10, pp. 1272. ISSN: 0002–9505. doi:10.1119/1.18390
- [32] ČIKÁN, R. Fyzikální analýza videozáznamů reálných situací. *Školská fyzika*, 2001, ročník 7, číslo 2. ISSN: 1211–151. [cit. 10. 6. 2011]. Dostupné z <<http://sf.zcu.cz/rocnik07/cislo02/fyzanal2.html>>
- [33] PAPPAS J.; KOLEZA E.; RIZOS J.; SKORDOULIS C. Using interactive digital video and motion analysis to bridge abstract mathematical notions with concrete everyday experiences. In *2nd International Conference on the Teaching of Mathematics*. Hersonissos, Greece, July 2002. [cit. 17. 5. 2011]. Dostupné z <<http://www.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/pap299.pdf>>
- [34] WEHRBEIN, W. M. Using video analysis to investigate intermediate concepts in classical mechanics. *American Journal of Physics*, July 2001, vol. 69, issue 7, pp. 818. ISSN: 0002–9505. doi:10.1119/1.1336835
- [35] ESCALADA, L.; ZOLLMAN, D. An investigation on the effects of using interactive digital video in a physics classroom on student learning and attitudes. *Journal of Research in Science Teaching*, 1997, vol. 34, issue 5, pp. 467–489. ISSN: 1098–2736. doi:10.1002/(SICI)1098-2736(199705)34:5<467::AID-TEA4>3.0.CO;2-O
- [36] RUIZ, M. J. Kinematic Measurements from YouTube Videos. *Physics Teacher*, April 2009, vol. 47, issue 4, pp. 200–203. ISSN: 0031–921X. doi:10.1119/1.3098201
- [37] BRYAN, J. A. Investigating the conservation of mechanical energy using video analysis: four cases. *Physics Education*, January 2010, vol. 45, issue 1, pp. 50–57. ISSN: 0031–9120. doi:10.1088/0031-9120/45/1/005
- [38] *VideStrobe* [online]. Version 2.0.3. Počítačový program. [cit. 16. 5. 2011]. Dostupné z <<http://teach.hilderbuild.com/tiki-index.php?page=VideoStrobe>>

- [39] *Logger Pro* [online]. Version 3.8.4. Počítačový program. [cit. 16. 5. 2011]. Dostupné z <<http://www.vernier.com/soft/lp.html>>
- [40] *VideoPoint* [online]. Version 2.1. Počítačový program. [cit. 16. 5. 2011]. Dostupné z <<http://www.lsw.com/videopoint/>>
- [41] *VideoGraph* [online]. Version 4.2.1.1. Počítačový program. [cit. 16. 5. 2011]. Dostupné z <<http://www.ipn.uni-kiel.de/aktuell/videograph/enhtmlStart.htm>>
- [42] *Coach6* [online]. Počítačový program. [cit. 16. 5. 2011]. Dostupné z <<http://cma-science.nl/english/software/index.html>>
- [43] *Avistep 3* [online]. Version 3.5.0. Počítačový program. [cit. 16. 5. 2011]. Dostupné z <<http://mcpd.pagesperso-orange.fr/Avistep3/index.en.html>>
- [44] *VIANA (automatische VIdeoANalyse)* [online]. Version 3.64. Počítačový program. [cit. 16. 5. 2011]. Dostupné z <<http://didaktik.physik.uni-essen.de/viana/>>
- [45] *PhysMo* [online]. Version 0.9.2. Počítačový program. [cit. 16. 5. 2011]. Dostupné z <<http://sourceforge.net/projects/physmo/>>
- [46] *Tracker* [online]. Version 4.01. Počítačový program. [cit. 16. 5. 2011]. Dostupné z <<http://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/>>
- [47] CHIMINO, D. F.; HOYER, R. R.; An audio–tutorial mechanics laboratory for introductory physics. *American Journal of Physics*, 1983, vol. 51, issue 1, pp. 44. ISSN: 0002–9505. doi:10.1119/1.13415
- [48] BLUME–KOHOUT, R.; COWART, D.; GREENSLADE, T.; IDOINE, J.; ROBERTS, C.; SCHUMACHER, B.; SULLIVAN, S.; TURNER, P. Adding eyes to your computer. *Physics Teacher*, January 1997, vol. 35, issue 1, pp. 22–26. ISSN: 0031–921X. doi:10.1119/1.2344582
- [49] MARCUSO, M.; WEBBER R. M. Kinematical measurements using digital image capture. *American Journal of Physics*, August 1996, vol. 64, issue 8, pp. 1080–1083. ISSN: 0002–9505. doi:10.1119/1.18357
- [50] WYREMBECK, E. P. Video Analysis with a Web Camera. *Physics Teacher*, January 2009, vol. 47, issue 1, pp. 28–29. ISSN: Video Analysis with a Web Camera. doi:10.1119/1.3049874
- [51] WAGNER, A.; ALTHERR, S.; ECKERT, B.; JODL, H. J. Multimedia in physics education: a video for the quantitative analysis of the centrifugal force and the Coriolis force. *European Journal of Physics*, September 2006, vol. 27, issue 5, pp. L27–L30. ISSN: 0143–0807. doi:10.1088/0143-0807/27/5/L01
- [52] KESHISHOGLU, E.; SELIGMANN, P. Experiments in two dimensions using a video camera and microcomputer. *American Journal of Physics*, February 1989, vol. 57, issue 2, pp. 179–180. ISSN: 0002–9505. doi:10.1119/1.16089
- [53] BENENSON, W.; BAUER, W. Frame grabbing techniques in undergraduate physics education. *American Journal of Physics*, September 1993, vol. 61, issue 9, pp. 848–851. ISSN: 0002–9505. doi:10.1119/1.17418

- [54] HORVÁTH, P.; ŠEDIVÝ, M. Videomeranie tiažového zrýchlenia. In *Šoltésove dni 2006*. Katedra teoretickej fyziky a didaktiky fyziky, FMFI UK v Bratislave, 6. – 7. december 2006. [cit. 17. 5. 2011].  
Dostupné z <<http://www.skola.sk/podporovane-projekty/fyzika-okolo-nas/zbornik/05horsed.pdf>>
- [55] BACH, R. A.; TRANTHAM, K. W. Automated two-dimensional position measurements with computer vision. *American Journal of Physics*, January 2007, vol. 75, issue 1, pp. 48–52. ISSN: 0002–9505. doi:10.1119/1.2348892
- [56] LEPIL, O. Videoanalýza kmitání mechanických oscilátorů. *Matemtika-fyzika-informatika*, 2004–2005, roč. 14, č. 4, s. 214–221. ISSN: 1210–1761.
- [57] *Kmitanie na pružných závesoch* [online]. [cit. 18. 5. 2011].  
Dostupné z <[http://physedu.science.upjs.sk/ipcoach\\_webstranka/files/13.pdf](http://physedu.science.upjs.sk/ipcoach_webstranka/files/13.pdf)>
- [58] CROSS, R. Measurements of the horizontal coefficient of restitution for a superball and a tennis ball. *American Journal of Physics*, May 2002, vol. 70, issue 5, pp. 482–489. ISSN: 0002–9505. doi:10.1119/1.1450571
- [59] DECKER, W. R.; JEFFERY, R. N. Video taping conservation of momentum experiments. *Physics Teacher*, April 1985, vol. 23, issue 4, pp. 220–221. ISSN: 0031–921X. doi:10.1119/1.2341784
- [60] BROWN, D.; COX, A. J. Innovative Uses of Video Analysis. *Physics Teacher*, March 2009, vol. 47, issue 3, pp. 145–150. ISSN: 0031–921X. doi:10.1119/1.3081296
- [61] WAGNER, A.; ALTHERR, S.; ECKERT, B.; JODL, H. J. Multimedia in physics education: a video for the quantitative analysis of the Reynolds number. *European Journal of Physics*, May 2003, vol. 24, issue 3, pp. 297–300. ISSN: 0143–0807. doi:10.1088/0143-0807/24/3/310
- [62] HOFFMASTER, S. Using video equipment as a physics laboratory tool. *American Journal of Physics*, April 1991, vol. 59, issue 4, pp. 375–376. ISSN: 0002–9505. doi:10.1119/1.16558
- [63] WAGNER, A.; ALTHERR, S.; ECKERT, B.; JODL, H. J. Multimedia in physics education: two teaching videos on the absorption and emission spectrum of sodium. *European Journal of Physics*, November 2006, vol. 27, issue 6, pp. L31–L35. ISSN: 0143–0807. doi:10.1088/0143-0807/27/6/L01
- [64] CHIARIGLIONE – CONVENOR, L. *MPEG-2, Generic coding of moving pictures and associated audio information* [online]. October 2000, [cit. 18. 5. 2011].  
Dostupné z <<http://mpeg.chiariglione.org/standards/mpeg-2/mpeg-2.htm>>
- [65] *DV Data in the AVI File Format* [online]. [cit. 18. 5. 2011].  
Dostupné z <[http://msdn.microsoft.com/en-us/library/ms783421\(v=vs.85\).aspx](http://msdn.microsoft.com/en-us/library/ms783421(v=vs.85).aspx)>
- [66] *File:Interlaced video frame (car wheel).jpg* [online]. [cit. 18. 5. 2011].  
Dostupné z <[http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Interlaced\\_video\\_frame\\_\(car\\_wheel\).jpg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Interlaced_video_frame_(car_wheel).jpg)>



- [67] CADMUS, R. R. A video technique to facilitate the visualization of physical phenomena. *American Journal of Physics*, April 1990, vol. 58, issue 4, pp. 397–399. ISSN: 0002–9505. doi:10.1119/1.16483
- [68] *AviSynth* [online]. ver. 2.5.8. Počítačový program. [cit. 16. 5. 2011]. Dostupné z <<http://avisynth.org/>>
- [69] *VirtualDub* [online]. Počítačový program. [cit. 16. 5. 2011]. Dostupné z <<http://www.virtualdub.org/>>
- [70] KOUPIL, J. Videoměření. In *Dílny Heuréky 2006–2007*. Sborník konferencí projektu Heuréka. Ed. L. Dvořák, 1. vyd., Praha: Prometheus, 2009. s. 60–65. ISBN: 978–80–7196–396–7.
- [71] KOUPIL, J.; REICHL, J. Videoanalýza reálných dějů. In *Média Tvořivě*. Ed. Nina Rutová, Kladno. 2008. vyd. Aisis, a.s., s. 290–292. ISBN: 978–80–904071–1–4.
- [72] LUSTIGOVÁ, Z.; KOUPIL, J. *AVISTEP aneb fyzika s videem* [online]. 2006, [cit. 18. 5. 2011]. Dostupné z <[http://telmae.cz/Experiments/lectures.nsf/348cfe980c7821c78025739f0051d4e7/\\$FILE/Lust\\_Koupil\\_mereni\\_s\\_kamerou\\_navod.doc](http://telmae.cz/Experiments/lectures.nsf/348cfe980c7821c78025739f0051d4e7/$FILE/Lust_Koupil_mereni_s_kamerou_navod.doc)>
- [73] KOUPIL, J.; DVOŘÁK, L. Digital Recording and Analysis of Physical Experiments. In *Third International GIREP Seminar 2005: Informal Learning and Public Understanding of Physics*. Edited by G. Planinšič and A. Mohorič, Ljubljana: Faculty of Mathematics and Physics. ISBN: 961–6619–00–4. p. 201–206. [cit. 16. 6. 2011]. Dostupné z <[http://www.girep.org/proceedings/seminar2005/Jan\\_Koupil\\_-\\_Digital\\_Recording\\_and\\_Analysis\\_of\\_Physical\\_Experiments.pdf](http://www.girep.org/proceedings/seminar2005/Jan_Koupil_-_Digital_Recording_and_Analysis_of_Physical_Experiments.pdf)>
- [74] LEPIL, O.; BEDNAŘÍK, M.; ŠIROKÁ, M. *Fyzika, sbírka úloh pro střední školy*. 3. vyd., Praha: Prometheus, 2007. 270 s. ISBN: 978–80–7196–266–3. Úloha 302, s. 60.
- [75] *Modellus* [online]. ver. 4.0.1. Počítačový program. [cit. 16. 5. 2011]. Dostupné z <<http://modellus.fct.unl.pt/>>
- [76] MICKLAVZINA, S. J. Impulse demonstration using a “half-bouncy” ball. *Physics Teacher*, April 1996, vol. 34, issue 4, pp. 253. ISSN: 0031–921X. doi:10.1119/1.2344425
- [77] KOUPIL, J. Pružné či nepružné beranidlo?. In *Veletrh nápadů učitelů fyziky 10*. Sborník z konference. Ed. L. Dvořák. 1. vyd., Praha: Prometheus, 2006. s. 223–227. ISBN: 80–7196–331–3. [cit. 17. 5. 2011]. Dostupné z <[http://kdf.mff.cuni.cz/veletrh/sbornik/Veletrh\\_10/10\\_31\\_-Koupil.html](http://kdf.mff.cuni.cz/veletrh/sbornik/Veletrh_10/10_31_-Koupil.html)>
- [78] *Happy Unhappy Balls – Happy Sad Balls* [online]. [cit. 18. 5. 2011]. Dostupné z <<http://www.arborsci.com/detail.aspx?ID=362>>
- [79] KOUPIL, J.; DVOŘÁK, L. Which side up? Falling bread revisited. In *GIREP Conference 2006: Modeling in Physics and Physics Education*. Ed. by Ed van den Berg et. al., Amsterdam. p. 793–799. [cit. 17. 5. 2011]. Dostupné z <[http://home.medewerker.uva.nl/o.slooten/bestanden/Girep\\_Proceedings\\_CD.pdf](http://home.medewerker.uva.nl/o.slooten/bestanden/Girep_Proceedings_CD.pdf)>

- [80] MATTHEWS, R. A. J. Tumbling toast, Murphy's Law and the fundamental constants. *European Journal of Physics*, July 1995. vol. 16, issue 4, pp. 172–176. ISSN: 0143–0807. doi:10.1088/0143-0807/16/4/005
- [81] BACON, M. E.; HEALD, G.; JAMES, M. A closer look at tumbling toast. *American Journal of Physics*, January 2001, vol. 69, issue 1, pp. 38–43. ISSN: 0002–9505. doi:10.1119/1.1289213
- [82] *Intrinsic Motivation Inventory (IMI)* [online]. [cit. 30. 5. 2011]. Dostupné z <<http://www.psych.rochester.edu/SDT/measures/IMI-description.php>>
- [83] DECI, E. L.; EHRARI, H.; PATRICK, B. C.; LEONE, D. Facilitating internalization: The self-determination theory perspective. *Journal of Personality*, March 1994, vol. 62, issue 1, pp. 119–142. doi:10.1111/j.1467-6494.1994.tb00797.x
- [84] VOLLMER, M; MÖLLMANN, K.–P. High speed and slow motion: the technology of modern high speed cameras. *Physics Education*, March 2011, vol. 46, issue 2, pp. 191–202. ISSN: 0031–9120. doi:10.1088/0031-9120/46/2/007
- [85] HARRISON, A. J.; JENSEN R. L.; DONOGHUE, O. A Comparison of Laser and Video Techniques for Determining Displacement and Velocity During Running. *Measurement in Physical Education and Exercise Science*, 2005, vol. 9, issue 4, pp. 219 – 231. ISSN: 1091–367X. doi:10.1207/s15327841mpee09042
- [86] HECK, A.; UYLINGS, P.; KĘDZIERSKA, E; Understanding the physics of bungee jumping. *Physics Education*, January 2010, vol. 45, issue 1, pp. 63–72. ISSN: 0031–9120. doi:10.1088/0031-9120/45/1/007
- [87] HECK, A.; UYLINGS, P. In a Hurry To Work with High-Speed Video at School?. *Physics Teacher*, March 2010, vol. 48, issue 3, pp. 176–181. ISSN: 0031–921X. doi:10.1119/1.3317451
- [88] *Casio Exilim EX-F1* [online]. [cit. 18. 5. 2011]. Dostupné z <[http://www.exilim.com/intl/ex\\_f1/](http://www.exilim.com/intl/ex_f1/)>
- [89] *Casio Exilim EX-FH20* [online]. [cit. 18. 5. 2011]. Dostupné z <[http://www.exilim.com/intl/ex\\_fh20/](http://www.exilim.com/intl/ex_fh20/)>
- [90] *Quicktime Player* [online]. Počítačový program. [cit. 16. 5. 2011]. Dostupné z <<http://www.apple.com/quicktime/download/>>
- [91] *MPEG Streamclip* [online]. ver. 1.2.1b3 beta. Počítačový program. [cit. 16. 5. 2011]. Dostupné z <<http://www.squared5.com/svideo/mpeg-streamclip-win.html>>
- [92] KOUPIL, J.; VÍCHA, V. 1200 FPS. In *Veletrh nápadů učitelů fyziky 15*. Sborník z konference. Ed. Z. Drozd. 1. vyd., Praha: Prometheus, 2011. s. 116–121. ISBN: 978–80–7196–417–9.
- [93] KOUPIL, J.; VÍCHA, V. *1200 Fyzikálních snímků za vteřinu* [online]. Seriál článků, [cit. 18. 5. 2011]. Dostupné z <<http://fyzweb.cz/clanky/index.php?id=163>>
- [94] KOUPIL, J.; VÍCHA, V. Simple phenomena, slow motion, surprising physics. *Physics Education*, Přijato do tisku. ISSN: 0031–9120.

- [95] VÍCHA, V. Ukázka laboratorních prací měřených soupravou ISES. In *Veletřh nápadů učitelů fyziky 7*. Sborník z konference. Ed. E. Svoboda a L. Dvořák. 1. vyd., Praha: Prometheus, 2002. s. 75–83. ISBN: 80–7196–254–6. [cit. 17. 5. 2011]. Dostupné z <[http://kdf.mff.cuni.cz/veletrh/sbornik/Veletrh\\_07/07\\_25\\_Vicha.html](http://kdf.mff.cuni.cz/veletrh/sbornik/Veletrh_07/07_25_Vicha.html)>
- [96] KOUPIL, J. *Měříme se zvukovou kartou – Nakloněná rovina* [online]. [cit. 18. 5. 2011]. Dostupné z <<http://kdf.mff.cuni.cz/koupil/pocitace/mikrofon.php>>
- [97] CORONA, A; SLIŠKO, J.; PLANINŠIČ, G. Freely rising bottle of water also demonstrates weightlessness. *Physics Education*, May 2006, vol. 41, issue 3, pp. 208–209. ISSN: 0031–9120. doi:10.1088/0031-9120/41/3/F05
- [98] BARTUŠKA, K.; SVOBODA, E. *Fyzika pro gymnázia – Molekulová fyzika a termika*. 5. vyd., Praha: Prometheus, 2009. ISBN: 978–80–7196–383–7.
- [99] POLÁK, Z. Jednoduché pokusy. In *Veletřh nápadů učitelů fyziky 7*. Sborník z konference. Ed. E. Svoboda a L. Dvořák. 1. vyd., Praha: Prometheus, 2002. s. 57–60. ISBN: 80–7196–254–6. [cit. 17. 5. 2011]. Dostupné z <[http://kdf.mff.cuni.cz/veletrh/sbornik/Veletrh\\_07/07\\_17\\_Polak.html](http://kdf.mff.cuni.cz/veletrh/sbornik/Veletrh_07/07_17_Polak.html)>
- [100] JÍLEK, M. Kroužky fyziky. In *Veletřh nápadů učitelů fyziky 7*. Sborník z konference. Ed. E. Svoboda a L. Dvořák. 1. vyd., Praha: Prometheus, 2002. s. 164–167. ISBN: 80–7196–254–6. [cit. 17. 5. 2011]. Dostupné z <[http://kdf.mff.cuni.cz/veletrh/sbornik/Veletrh\\_07/07\\_08\\_Jilek.html](http://kdf.mff.cuni.cz/veletrh/sbornik/Veletrh_07/07_08_Jilek.html)>
- [101] JÍLEK, M. *Model výbušného motoru* [online]. [cit. 18. 5. 2011]. Dostupné z <<http://fyzweb.cuni.cz/dilna/krouzky/vybuch/vybuch.htm>>
- [102] HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. *Fyzika – Část 2, Mechanika – Termodynamika*. 1. vyd., Brno: VUTIUM, 2009. ISBN: ISBN 80–214–1868–0.
- [103] BROCKMEYEROVÁ–FENCLOVÁ J.; DROZD, Z. Pokusy s vejci. In *Veletřh nápadů učitelů fyziky*. Sborník z konference. Praha, 1996. s. 144–149. [cit. 17. 5. 2011]. Dostupné z <[http://kdf.mff.cuni.cz/veletrh/sbornik/Veletrh\\_01/01\\_05\\_Brockmeyerova\\_Drozd.html](http://kdf.mff.cuni.cz/veletrh/sbornik/Veletrh_01/01_05_Brockmeyerova_Drozd.html)>
- [104] CALETKA, A. Dva pokusy. In *Veletřh nápadů učitelů fyziky*. Sborník z konference. Praha, 1996. s. 119–120. [cit. 17. 5. 2011]. Dostupné z <[http://kdf.mff.cuni.cz/veletrh/sbornik/Veletrh\\_01/01\\_06\\_Caletka.html](http://kdf.mff.cuni.cz/veletrh/sbornik/Veletrh_01/01_06_Caletka.html)>
- [105] *Slinky* [online]. In Wikipedia, [cit. 18. 5. 2011]. Dostupné z <<http://en.wikipedia.org/wiki/Slinky>>
- [106] DVOŘÁK, L. Vlnění a akustika s gumičkou a počítačem. In *Dílňny Heuréky 2003–2004*. Sborník konferencí projektu Heuréka. Ed. L. Dvořák, 1. vyd., Praha: Prometheus, 2005., 156 s. ISBN 80–7196–316–X. s. 60–65.
- [107] *Sound card* [online]. In Wikipedia, [cit. 18. 5. 2011]. Dostupné z <[http://en.wikipedia.org/wiki/Sound\\_Card](http://en.wikipedia.org/wiki/Sound_Card)>



- [108] COURTNEY, M.; ALTHAUSEN, N. Teaching Fourier Analysis and Wave Physics with the Bass Guitar. *ArXiv Physics e-prints*, May 2006, arXiv:physics/0605154v1. [cit. 10. 6. 2011].  
Dostupné z <<http://arxiv.org/abs/physics/0605154v1>>
- [109] CARVALHO, C. C.; DOS SANTOS, J. M. B. L.; MARQUES, M. B. A Time-of-Flight Method to Measure the Speed of Sound Using a Stereo Sound Card. *Physics Teacher*, October 2008, vol. 46, issue 7, pp. 428–431. ISSN: 0031–921X. doi:10.1119/1.2981293
- [110] AZOOZ, A. A. Experimental demonstration of Doppler spectral broadening using the PC sound card. *American Journal of Physics*, February 2007, vol. 75, issue 2, pp. 184–188. ISSN: 0002–9505. doi:10.1119/1.2372466
- [111] *Winscope* [online]. Počítačový program. [cit. 16. 5. 2011].  
Dostupné z <<http://www.zen22142.zen.co.uk/Prac/winscope.htm>>
- [112] *Soundcard Oscilloscope* [online]. ver. 1.32. Počítačový program. [cit. 16. 5. 2011].  
Dostupné z <[http://www.zeitnitz.de/Christian/scope\\_en](http://www.zeitnitz.de/Christian/scope_en)>
- [113] MIROSLAV BURDA *Freeware pro výuku fyziky* [online]. [cit. 18. 5. 2011].  
Dostupné z <<http://fyzika.unas.cz/vlachovice/freewareweb.pdf>>
- [114] DVOŘÁK, L. *Základy práce s programem Winscope* [online]. [cit. 18. 5. 2011].  
Dostupné z <<http://kdf.mff.cuni.cz/veletrh/sbornik/software/WinScope/Winscope.-navod.pdf>>
- [115] DVOŘÁK, L. *Vlastníma rukama a hlavou: fyzikální tábory, soustředění a projekty na nich* [online]. [cit. 18. 5. 2011].  
Dostupné z <<http://kdf.mff.cuni.cz/tabor/DvorakOdbornyProgram.pdf>>
- [116] DVOŘÁK, L. Program Soundcard Scope v pokusech nejen z akustiky. In *Dílňky Heuréky 2008*. Sborník konferencí projektu Heuréka. Ed. L. Dvořák, 1. vyd., Praha: Prometheus, 2009., 152 s. ISBN 978–80–7196–397–4..
- [117] HUNT, M. B.; DINGLEY, K. Use of the sound card for datalogging. *Physics Education*, May 2002, vol. 37, issue 3, pp. 251–253. ISSN: 0031–9120. doi:10.1088/0031-9120/37/3/401
- [118] GANCI, S. Measurement of  $g$  by means of the ‘improper’ use of sound card software: a multipurpose experiment. *Physics Education*, May 2008, vol. 43, issue 3, pp. 297–300. ISSN: 0031–9120. doi:10.1088/0031-9120/43/3/007
- [119] COURTNEY, M.; EDWARDS, B. Measuring Bullet Velocity with a PC Soundcard. *ArXiv Physics e-prints*, January 2006, arXiv:physics/0601102. [cit. 10. 6. 2011]. Dostupné z <<http://arxiv.org/abs/physics/0601102v1>>
- [120] AGUIAR, C. E.; PEREIRA, M. M. Using the Sound Card as a Timer. *Physics Teacher*, January 2011, vol. 49, issue 1, pp. 33–35. ISSN: 0031–921X. doi:10.1119/1.3527753
- [121] AZOOZ, A. A. Operating a Geiger-Müller Tube Using a PC Sound Card. *European Journal of Physics*, January 2009, vol. 30, issue 1, pp. 57–67. ISSN: 0143–0807. doi:10.1088/0143-0807/30/1/006

- [122] *Audio Codec '97* [online]. Revision 2.3 Revision 1.0. April 2002, [cit. 18. 5. 2011]. Dostupné z <<http://download.intel.com/support/motherboards/desktop/sb/ac97-r23.pdf>>
- [123] *Intel High Definition Audio Specification* [online]. Revision 1.0a, June 17. 2010, [cit. 18. 5. 2011]. Dostupné z <[http://www.intel.com/standards/hdaudio/pdf/High\\_Definition\\_Audio\\_1.0a.pdf](http://www.intel.com/standards/hdaudio/pdf/High_Definition_Audio_1.0a.pdf)>
- [124] VYCHODIL, P. *Velký test Zvukových karet – (Od Audigy2 k AWE32)* [online]. recenze, 15. 4. 2005, [cit. 18. 5. 2011]. Dostupné z <[http://www.czechcomputer.cz/art\\_doc-05F19E1751651021C1256FE400453E10.html](http://www.czechcomputer.cz/art_doc-05F19E1751651021C1256FE400453E10.html)>
- [125] *Jakou zvukovou kartu pro nahrávání?* [online]. 21. 9. 2010, [cit. 18. 5. 2011]. Dostupné z <[http://www.tvfreak.cz/art\\_doc-784E568D06F5C769C1257793004F43AF.html](http://www.tvfreak.cz/art_doc-784E568D06F5C769C1257793004F43AF.html)>
- [126] TERNSTRÖM, S. *Using personal computers for acoustic analysis in the voice laboratory* [online]. PC's in voice acoustics research, November 2008, [cit. 25. 5. 2011]. Dostupné z <<http://www.speech.kth.se/voice/white/WhitePaperUsingPCs.pdf>>
- [127] *Adobe Audition* [online]. Počítačový program. [cit. 16. 5. 2011]. Dostupné z <<http://www.adobe.com/products/audition/>>
- [128] *Audacity* [online]. ver. 1.3.13 (Beta). Počítačový program. [cit. 16. 5. 2011]. Dostupné z <<http://audacity.sourceforge.net/>>
- [129] KOUPIL, J.; DVOŘÁK, L. Fyzika komunikačních kanálů — a jak ji jednoduše zkoumat. In *Poškole 2005*. Ed. M. Černochová a kol., 1. vyd., Liberec: MOV POŠKOLE, 2005., 321 s. ISBN 80-239-4633-1.
- [130] DVOŘÁK, L.; KOUPIL, J. Netradiční komunikační technologie a jednoduché měření jejich parametrů. In *Informačno-komunikačné technológie vo vyučovaní fyziky*. Nitra, 2005. vyd. Fakulta prírodných vied Univerzity Konštantína Filozofa a Pobočka JSMF v Nitre. s. 297–300. ISBN: 80-8050-810-0.
- [131] DVOŘÁK, L. Pár věcí z tábora II, tentokrát o světle. In *Veletrh nápadů učitelů fyziky 4*. Příbram, 1999. Ed. K. Rauner. vyd. ZČU Plzeň. s. 35–38. ISBN: 80-7082-576-6. [cit. 17. 5. 2011]. Dostupné z <[http://kdf.mff.cuni.cz/veletrh/sbornik/Veletrh\\_04/04\\_04-Dvorak.html](http://kdf.mff.cuni.cz/veletrh/sbornik/Veletrh_04/04_04-Dvorak.html)>
- [132] MÜLLER, R.; WIESNER, H. Teaching quantum mechanics on an introductory level. *American Journal of Physics*, Mar. 2002, vol. 70, issue 3, pp. 200–209. ISSN: 0002-9505. doi:10.1119/1.1435346
- [133] THALLER, B. *Visual Quantum Mechanics*. New York: Springer-Verlag, 2000. 283 s. ISBN: 0-387-98929-3.
- [134] BASDEVANT J.-L.; DALIBARD J. *Quantum Mechanics*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2002. 511 s. ISBN: 3-540-42739-2.

- [135] BELLONI, M.; CHRISTIAN, W.; COX, A. J. *Physlet Quantum Physics. An Interactive Introduction*. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2006. 201 s. ISBN: 0-13-101970-8.
- [136] BUDDLE, M.; NIEDDERER, H.; SCOTT, P.; LEACH, J. 'Electronium': a quantum atomic teaching model. *Physics Education*, May 2002, vol. 37, issue 3, pp. 197–203. ISSN: 0031–9120. doi:10.1088/0031-9120/37/3/303
- [137] BUDDLE, M.; NIEDDERER, H.; SCOTT, P.; LEACH, J. The quantum atomic model 'Electronium': a successful teaching tool. *Physics Education*, May 2002, vol. 37, issue 3, pp. 204–210. ISSN: 0031–9120. doi:10.1088/0031-9120/37/3/304
- [138] MELČÁKOVÁ, L. *Znázornění stacionárních stavů některých atomů v systému Famulus*. Praha, 1996. 80 s. Diplomová práce, Matematicko-fyzikální fakulta UK. Vedoucí práce M. Trchová.
- [139] KOUPIL, J. *Famulus i ve Windows XP (či jiném OS)* [online]. 8. 12. 2006, [cit. 20. 6. 2011].  
Dostupné z <<http://kdf.mff.cuni.cz/~koupil/pocitace/famulus.php>>
- [140] FALSTAD, P. *Hydrogen Atom Applet* [online]. 3. 14. 2005, ver. 1.5, [cit. 20. 6. 2011]. Dostupné z <<http://www.falstad.com/qmatom/>>
- [141] HERMANN, F et. al. *Pictures of the Hydrogen Atom* [CD]. Počítačový program. Aulis Verlag Deubner, 2005. ISBN: 376142630-5. [cit. 20. 6. 2011].  
Dostupné z <<http://www.hydrogenlab.de/elektronium>>
- [142] MANTHEY, D. *Orbital Viewer. A program for drawing orbitals* [online]. ver. 1.04, 14. 9. 2004. Počítačový program. [cit. 20. 6. 2011].  
Dostupné z <<http://www.orbitals.com/orb/index.html>>
- [143] BRANT, S.; DAHMEN, H. D.; STROH, T. *Interactive Quantum Mechanics*. New York: Springer-Verlag, 2003. 306 s. ISBN: 0-387-00231-6.
- [144] *LabVIEW Run-Time Engine* [online]. ver. 7.0. Počítačový program. [cit. 16. 5. 2011].  
Dostupné z <<http://joule.ni.com/nidu/cds/view/p/id/750/lang/en>>
- [145] BROKLOVÁ, Z. *Netradiční metody a formy fyzikálního vzdělávání*. Praha, 2008. 246 s. Disertační práce, Matematicko-fyzikální fakulta UK. Vedoucí práce L. Dvořák.  
Dostupné z <[http://kdf.mff.cuni.cz/~koupilova/\\_materialy/phd/dizertace.pdf](http://kdf.mff.cuni.cz/~koupilova/_materialy/phd/dizertace.pdf)>
- [146] ŠTOLL, I. *Fyzika mikrosvěta*. 3. vyd., Praha: Prometheus, 2005. 190 s. ISBN: 80-7196-241-4.
- [147] BROKLOVÁ, Z.; KOUPIL, J. *Hrajeme si s orbitaly* [online]. 27. 8. 2006, [cit. 20. 6. 2011]. Dostupné z <<http://kdf.mff.cuni.cz/~koupilova/orbitals/>>

# Příloha A

## Návod k videoměření

Následující text je přetištěnou aktuální verzí návodu z mých webových stránek [http://kdf.mff.cuni.cz/~koupil/pocitace/videomereni\\_navod.php](http://kdf.mff.cuni.cz/~koupil/pocitace/videomereni_navod.php).

První verze návodu zde byla publikována v roce 2005 a byla v té době jediným veřejně dostupným českým zdrojem o videoanalýze na internetu.

## Jak na videoměření

*Stránka obsahuje návod na to, jak udělat videoměření (nebo též videoanalýzu), tedy fyzikální experiment s videokamerou. Zaměřuje se na technickou část realizace a předkládá funkční postup, jak proceduru videoměření zvládnout s co nejmenšími problémy, s počítačem. Cílem je minimalizovat problémy, které nepatří do fyziky a fyzikáře zbytečně zdržují.*

Videoměření (nebo také videoanalýza) není nic jiného, než experiment, při kterém nezaznamenáváme sledované veličiny přímo, ale místo toho děj natočíme na videokameru a teprve z nahrávky získáme data. Výhodný je tam, kde potřebujeme zachytit relativně rychlý děj, nebo několik měnících se věcí najednou.

Protože občas není jednoduché najít vhodný software a přemluvit počítače ke spolupráci, vznikl tento návod, obsahující jednu prošlápnutou cestu, Pravidla, náměty a poznámky zde uvedené vychází z reálné zkušenosti s natáčením videoklipů pro videoměření se studenty i učiteli. Návod sestává z jednotlivých kroků, z nichž každý je samozřejmě možné udělat různými způsoby. Někde je alternativní cesta zmíněna, jinde ne, ale primárním cílem nebylo popsat šíři a bohatost krajiny práce s videem na počítači, ale ukázat jednu schůdnou cestu, jak dojít k cíli a udělat videoměření. Pojdme se podívat, jak na to:

### Krok nula: hardware

#### Co k videoměření potřebujeme:

- **Videokameru.** V tomto návodu budeme předpokládat, že se jedná o digitální videokameru, která komunikuje s počítačem pomocí digitálního rozhraní Firewire (tzv. IEEE1394)
- **Počítač,** který má vstup Firewire a dostatek místa na pevném disku. Na jednu minutu surového videa ve formátu DV je třeba zhruba 170 MB diskového prostoru.

### Krok první: Natáčení

Základem všeho je samozřejmě experiment, který chceme analyzovat. Protože nikdo učený z nebe nespadá, je dobré se připravit na to, že hned první natáčení se nemusí vydařit. Uvedme si pár bodů, na které je vhodné při práci myslet:

1. **Zřetelné objekty.** Objekty (děje) by měly být jasně zřetelné — video, které natočíme, bude mít velmi pravděpodobně rozlišení 720×576 pixelů, tedy stejně jako televizní obraz (v případě videokamery), nebo i méně (s fotoaparátem nebo mobilním telefonem). To je rozlišení vhodné ke sledování filmu nebo sportovního přenosu, ale například tištěný text je v televizním záběru obvykle velmi špatně čitelný.

Protože budeme chtít z obrazu odečítat polohu či jiné údaje, musí být objekty dobře rozlišitelné. Správnou míru nalezneme samozřejmě nejlépe experimentováním, obecně je ale vhodné, aby objekty byly dostatečně velké a aby se odlišovaly kontrastními barvami. Budeme-li například natáčet pohyb válečku na nakloněné rovině, měly by mít váleček, rovina a pozadí různé barvy.

2. **Zkreslení obrazu.** Pokud jste s kamerou blízko experimentu, je v obraze patrné zklenutí pole — rovné linie se viditelně zakřivují a tak by nám mohly znemožnit měření. Je proto dobré jít s kamerou dál od experimentu a nastavit vyšší zoom. Pozor ale na zoom digitální, s ním je třeba pracovat velmi opatrně, protože se jedná už jen o extrapolaci, která zvýší chybu měření. Navíc podobnou funkci nám nabídne i program pro videoměření, takže digitální zoom doporučuji na kameře vypnout.
3. **Kalibrace obrazu.** Každé měření s videokamerou vyžaduje kalibraci, mají-li z něj vystupovat hodnoty veličin ve skutečných jednotkách, ne jen v pixelech, nebo veličiny poměrné. Všechny programy pro videoanalýzu jsou k tomuto účelu samozřejmě vybaveny nástrojem pro označení známé délky v obraze a následně všechny velikosti přepočítávají podle udané délky. V obraze je proto zapotřebí mít umístěno měřítko, nebo raději dvě, jedno ve svislém a druhé ve vodorovném směru.

Měřítkem nutně nemusí být pravítko s viditelnými centimetrovými dílky. Vhodným měřítkem je například i tyčka známé délky, vzdálenost prken na ohradě, která tvoří pozadí, přímka na tabuli, prostě jakákoli „definovaná“ vzdálenost. Velmi často jako měřítko poslouží přímo měřený objekt, např. délka nakloněné roviny, poloměr válce, který tvoří pozadí záběru apod., přičemž samozřejmě platí, že relativní chyba měření je tím menší, čím delší je kalibrační měřítko/objekt.

Pokud používáme měřítko, je důležité, aby se nacházelo ve stejné rovině, jako je snímáný děj, a tato rovina byla rovnoběžná s rovinou čočky videokamery, jinak dojde ke zkreslení rozměrů. Například dvacetimetrová tyč, kterou umístíme v záběru padajícího míčku těsně za tento míček, řekněme 5 cm za jeho střed, způsobí při snímání ze vzdálenosti 0,5 m chybu 10 %. Abychom dosáhli dobrých výsledků, je třeba tyč umístit vedle středu míčku.

Je také obvykle vhodné, pokud má stativ kamery vodorovnou, vyrovnat její polohu do vodorovné roviny, nebo jiným způsobem zajistit, aby spodní a horní hrana obrazu byly vodorovné.

4. **Opakování.** Experiment provedte a natočte několikrát, je velmi pravděpodobné, že některá nahrávka nebude použitelná, ale zjistíte to až ve fázi jejího vyhodnocení, kdy je obvykle experiment sklizen a kamera zabalena.
5. **Přesah.** Na kameře by měla být nahrána vždy chvilka před začátkem i po skončení. Vyvarujeme se tak problémů s chybějícím začátkem experimentu (kamery mívají dlouhou prodlevu mezi stisknutím tlačítka a skutečným startem nahrávání) a navíc budou výsledné klipy lépe vypadat při jejich případné prezentaci.

## Krok druhý: Zachycení videa do počítače

*Pokud pracujeme s fotoaparátem nebo harddiskovou videokamerou, můžeme tento krok přeskóčit, namísto zachytávání videa po rozhraní FireWire pouze po datovém kabelu stáhneme do počítače soubor s videoklipem a pokračujeme k dalšímu kroku.*

Pohyblivé obrázky z kamery musíme nyní dostat do počítače, abychom je pak mohli analyzovat. Na internetu či v odborném slangu se tomuto procesu říká zachytávání videa (anglicky *capturing*) nebo také nesprávně „digitalizace videa“. Ve skutečnosti se o digitalizaci nejedná, neboť videozáznam je již od okamžiku snímání v kameře uložen v digitální formě a v ní je také do počítače po rozhraní FireWire odeslán. Jediným úkolem počítače je přenášející obraz zachytit a uložit do souboru na disku. Pokud bychom pracovali s analogovou VHS videokamerou, pak bychom v tomto kroku museli skutečně video digitalizovat za pomoci speciální karty v počítači.



Nejjednodušším a nejběžnějším způsobem, jak zachytit videozáznam z kamery na počítačích z rodiny Microsoft Windows, je použití programu Windows (Live) Movie Maker, který je součástí operačních systémů od verze Windows XP. Další možností je použití programu, který byl přibalen u videokamery, protože dnes se prakticky každá kamera dodává s jednoduchým zachytávacím respektive stříhacím softwarem.

Windows Movie Maker sice umí i stříhat video, my ale po něm budeme chtít právě a pouze zachytávání. Připojíme kameru, spustíme program a v levém panelu zvolíme položku 1. Digitalizovat z videozařízení (i když se o žádnou digitalizaci nejedná, obraz už máme digitálně zaznamenan a nyní jej potřebujeme pouze stáhnout do počítače). Zachytávání nás provází průvodce ve stylu Microsoftu. Nastavíme tedy, kam chceme zachycené video uložit a hlavně jako formát souboru zvolíme Formát digitálního zařízení (DV-AVI) — tak zajistíme, že se žádné video nebude přepočítávat, pouze se stáhne z kamery.

Po skončení průvodce se nám otevře okno, ve kterém celkem intuitivně nastavíme pásku v kameře na počátek nahrávky a zvolíme spustit digitalizaci. Po dokončení digitalizaci zastavíme a program ukončíme. Výsledkem postupu by měl být jeden nebo více videosouborů na harddisku počítače připravených k dalšímu zpracování.

## Krok třetí, nepovinný: Střih

Všechny programy pro videoanalýzu nám umožňují označit na časové ose začátek a konec oblasti, ve které chceme měřit, teoreticky tedy nic stříhat nemusíme. Pokud bychom ale chtěli klipy archivovat, například pro pozdější prezentaci, vracet se k nim, měřit se studenty atd., je vhodné již nyní nahrané soubory nastříhat na kratší klipy obsahující pouze jeden experiment. Obvykle se snažíme nechat krátký čas (sekundu nebo několik sekund) před začátkem studovaného děje a naopak po něm, aby se divák stihl v klipu zorientovat, než začne vlastní pozorování. K tomu použijeme program VirtualDub.

Po spuštění VirtualDubu otevřeme náš soubor zachyceného videa (File > Open File). Pokud se soubor otevře, je vše v pořádku, pokud ne, musíme do systému doinstalovat tzv. DV kodek (viz níže).

Posuvníkem na spodní liště vybereme první snímek a nastavíme začátek stříhu (Edit > Set selection start nebo klávesa Home) a stejně tak konec stříhu (Edit > Set selection end nebo klávesa End).

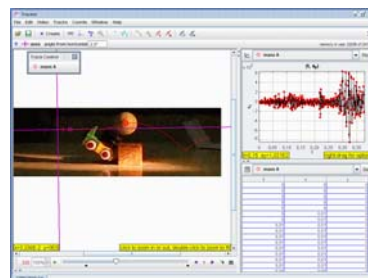
Nyní nastavíme parametry exportu. Protože nechceme v obraze nic přepočítávat (komprese videa by nám zbytečně „poškodila“ obraz a navíc by trvala dlouho), zaškrtneme přímé kopírování dat videa (Video > Direct stream

copy). Pokud nemá zvuk pro experiment význam, zbavíme se ho (Audio > No sound), jinak jej opět přímo zkopírujeme (Audio > Direct stream copy).

### Krok čtvrtý: Odečtení dat

V počítači máme stažené a sestřižené soubory s videem, nic nám tedy nebrání přistoupit k hlavnímu kroku videoanalýzy — odečtení dat. Myšlenka postupu je velmi jednoduchá, je třeba zkalibrovat obraz a poté v každém snímku odečíst polohu měřeného bodu nebo bodů.

Použijeme k tomu některý z programů pro videoanalýzu přímo určených, na internetu jich najdeme celou řadu. Protože naším cílem je použít programy, které jsou ke stažení legálně zdarma, budou nám vyhovovat starší programy **AviStep**, **VIANA** nebo (patrně nejlépe) **Tracker**.



AviStep je vytvořen ve francouzštině, VIANA v němčině, Tracker má anglické rozhraní. Hlavním (mnou pozorovaným) rozdílem mezi programy je, že VIANA umí přímo exportovat data do MS Excelu a dovoluje také provést automatickou analýzu, zatímco AviStep dokáže najednou monitorovat i dva nebo tři body a soubory videa je v něm možné zvětšovat a zmenšovat proti původní velikosti. Tracker má možnosti mnohem bohatší, dokáže přeškálovat obraz nezávisle v obou směrech, umístit souřadné osy šikmo vzhledem ke stranám obrazu, měřit i řadu bodů současně, exportovat data do systémové schránky a řadu dalších věcí včetně jednoduchého modelování.

Samotné měření je velice intuitivní, myší uživatel označí polohu sledovaného bodu v každém snímku a program (obvykle) přejde na další snímek automaticky. Po skončení měření se přesune do kategorie vyhodnocení, kde se zobrazí tabulky a grafy, které jsou k dispozici a také (a to především) možnost exportovat data do MS Excelu (v případě Viany) a nebo do schránky (AviStep, Tracker). A na řadě je nyní ...

### Krok pátý a nejdůležitější: Analýza

Teprve v tomto kroku opouštíme „mechanické“ postupy získávání dat a na scénu přichází vlastní fyzika. Programy pro videoanalýzu nám dodaly data, a záleží na konkrétním problému a zvoleném postupu, co s nimi uděláme, jestli je budeme interpretovat jako grafy, demonstrovat na nich koncepty jako je numerická derivace a integrace, nebo například určovat moment setrvačnosti valčího se válce. Ideálním nástrojem pro analýzu je tabulkový procesor typu MS Excel nebo OOo Calc, který dokáže rychle vypočítávat z dat výsledky podle vložených vzorců a tyto výsledky zobrazovat v podobě grafů. Studentům je navíc jeho použití obvykle dobře známé a nemusí ztrácet čas s učením se novému prostředí.

### Nápady, triky, řešení problémů

#### Instalace DV kodeku

Může se stát, že program pro videoanalýzu ohlásí chybu při načítání souboru avi. Text chybového hlášení se může lišit podle operačního systému a programu, nicméně zhruba říká, že soubor nelze interpretovat, protože v počítači chybí příslušný dekompresor. V tom případě je třeba na počítač nainstalovat tzv. DV kodek (kodek je zkratka ze slovního spojení kodérdekodér).

Na internetu je volně k dispozici **DV codec od Panasonicu**. Stáhněte si jej z adresy uvedené v odkazech a soubor zip rozbalte do libovolného dočasného adresáře. Poté klepněte pravým tlačítkem myši na soubor `panadv.inf` a z kontextového menu zvolte `nainstalovat`. Objeví se průvodce jako při instalaci hardware, nedbejte na jeho varování, že ovladače nebyly certifikovány Microsoftem, a potvrďte instalaci. Poté, co instalace dobehne, by již mělo být možné video otevřít.

*Poznámka: Vzhledem ke způsobu, jakým se ve Windows interpretuje video, je možné, že k této chybě dojde i v případě, že počítač v běžném přehrávači video přehraje. Instalace kodeku problém s načtením vyřeší.*

#### Neočekávaně vysoké nebo nízké hodnoty

Velmi často zjistíme, že nám vychází příliš velká uražená dráha, rychlost nebo třeba tíhové zrychlení. Velmi pravděpodobnou příčinou takového problému je fakt, že měřítka nebyla přesně v rovině, ve které se odehrával sledovaný děj, typickým příkladem je volný pád míčku před tabulí, na které je namalováno měřítko. Pokud je totiž kamera od tabule vzdálena 2 m a míček padá 20 cm před tabulí, pak změříme, že míček urazil vzdálenost 1 m už ve chvíli, kdy reálná délka jeho trajektorie byla  $s = 1 - 2,0/2,2 \text{ m} = 0,91 \text{ m}$ , takže tíhové zrychlení nám bude vycházet  $g = 9,8 \cdot 2,2/2,0 \text{ ms}^{-2} = 10,8 \text{ ms}^{-2}$ . Řešením je buď mít vždy měřítko přesně v rovině obrazu, nebo, což je často schůdnější, zapsat si údaje o podmínkách měření (vzdálenost kamery a tabule, míčku a tabule apod.) a výsledná data přeškálovat ve správném poměru.



### Měřítka není izotropní

Z nejrůznějších důvodů se může stát, že program pro videoanalýzu interpretuje obraz jinak, než jak byl natočen, takže dojde ke zkreslení měřítka ve vertikálním a horizontálním směru. Při normálním pohledu na film si toho nevšimneme, jakmile ale začneme měřit, zjistíme například, že kružnice nejsou kružnicemi, ale elipsami.

Nejčastějším ale ne jediným původem chyby je, že dle normy DV by ve videu obrazové body měly mít poměr stran 1:1,067, ale program pro videoanalýzu je zobrazuje jako čtvercové. Toto zkreslení se obvykle neprojeví při měření v jednom rozměru (volný pád, kmitání pružiny, rozjezd vozíku), pokud ale začneme měřit ve dvou rozměrech současně, zjistíme, že získaná data neodpovídají fyzikálním zákonům, především zákonům zachování.

Například při šikmém vrhu míčku se bude celková mechanická energie nejprve zdánlivě ztrácet s tím, jak se míček dostává do větší výšky, a pak zase narůstá při jeho klesání. Ztrátu energie vysvětlí nesprávný poměr mezi výškou a šířkou obrazu, který vede k tomu, že měříme u míčku nižší výšku, než ve které se ve skutečnosti nachází. Řešením je buďto přepočítání videa tak, aby obrazové body byly čtvercové (což ale vede ke ztrátě ostrosti videa), použití programu pro videoanalýzu, který umožňuje do obrazu umístit dvě měřítka v navzájem nezávislých směrech, nebo dodatečná kalibrace změřených dat, tedy vynásobení nebo vydělení jedné souřadnice faktorem odpovídajícím poměru stran obrazového bodu videa (obvykle 1,067 pro PAL 4:3).

Ještě horší situace obvykle nastane, pokud natáčíme svislý děj a otočíme videokameru o 90° podobně jako běžně otáčíme fotoaparát. V takovém případě je třeba video v nějakém nástroji také otočit, přičemž buď musí dojít ke přepočtu bodů, tedy převzorkování a recompresi, nebo se změní poměr stran obrazových bodů ve videozáznamu na převrácený, s čímž si programy pro videoanalýzu poradí ještě hůře, než v předchozím případě. S běžnou videokamerou proto není vůbec vhodné v otočené poloze natáčet, pokud si nejste jistí, že s vaším vybavením dokážete měřit bez zkreslení.

### Co když mi 25 snímků za vteřinu nestačí?

Pokud natáčíte na videokameru v takzvaném prokládaném (interlaced) režimu, znamená to, že se sejme obraz nikoliv jedenkrát za 1/25s, ale dvakrát za 1/50s, přičemž v prvním průchodu zapíše do videosouboru liché řádky a poté sudé řádky. Tento způsob natáčení odpovídá běžnému televiznímu vysílání. Pro nás to ale znamená, že je možné úpravou videosouboru získat měření, ve kterém budeme mít polohu tělesa zachycenu po padesátině vteřiny. Stačí rozdělit snímky na sudé a liché řádky, zdvojnásobit jejich výšku a poté je správně narovnat za sebe. Bohužel je tento postup technicky komplikovaný a vyžadoval by více prostoru a proto se mu budu věnovat ve [speciálním návodu](#).

### Chci videa ukazovat, nejsou zbytečně velká?

Videa uložená v DV formátu jsou skutečně velká, je to ideální formát pro práci a editaci, ale pro účely ukazování a sdílení s kolegy je dobré je zkomprimovat, nejlépe do nějakého formátu typu MPEG-4 (DivX, Xvid apod.). V tomto návodu se s kompresí obrazu nepočítá, nicméně, pokud zvolíte parametry komprese tak, aby v obrazu nebyly viditelné ztráty, ničemu neublížíte. Volba kodeku a nastavení parametrů jsou ale otázkou, která by si vyžádala mnohem větší prostor, než tento návod.

Pokud se rozhodnete svá videa komprimovat, dělejte to jako poslední krok, tzn. zachyťte video ve formátu DV AVI a až při stříhu ve VirtualDubu zvolte Edit > Full processing mode a vyberte v Compression vhodný kodek.

### A to je vše

Měření s videokamerou má svoje pro i proti. Hlavní nevýhodou je technická komplikovanost získávání dat (měření), výhodou to, že se snadno změří rychlé věci, ale i to, že studenti pracují s PC rádi. Svoje místo ve školním fyzikálním měření ale určitě má, nebo si je dokáže najít.

### Odkazy na internetu:

- [VirtualDub](#)
- [Panasonic DV kodek](#)
- [Tracker](#)
- [VIANA](#)
- [AviStep](#)
  
- [První verze tohoto návodu z roku 2005](#)



## Příloha B

# Digital recording and analysis of physical experiments

Příspěvek s názvem *Digital recording and analysis of physical experiments* se zabýval experimenty pro měření s videokamerou a zvukovou kartou a byl přednesen na semináři GIREP 2005: Informal Learning and Public Understanding of Physics. Tato příloha obsahuje text článku otištěného ve sborníku semináře.

## DIGITAL RECORDING AND ANALYSIS OF PHYSICAL EXPERIMENTS

**Jan Koupil, Leos Dvorak**

*Faculty of Mathematics and Physics, Charles University, Prague, Czech Republic*

*Jan.Koupil@mff.cuni.cz*

### Introduction

The main goal of this contribution is to present video recordings and videoanalyses as well as a sound card measurement that might help students to understand physics better. All of the ideas are intended for teachers at schools who can make and analyse their own recordings, not just copy the recorded source material from somewhere.

The digital camcorder or even a digital camera capable of taking a video sequence is a great tool helping us to record and analyze movement, to slow it down, to find significant points (such as the turning point) etc. According to the number of computers among students it is even possible to do an experiment in the class and let the students to analyze it as homework. The experiments are chosen to fit high school level physics or the basic physics course at university level.

### Capabilities of the technology

The most straightforward way of doing an analysis of some motion (using a computer) is to record it by a camcorder, capture the video and analyze it in some videoanalysis software. Using this method we are able to get (usually) 25 frames (images) per second (called FPS), having the PAL resolution of 720x576 pixels which is enough for watching even a fast motion, but is not enough for its analysis. Only slower motions can be analyzed with sufficient accuracy. On the other hand, most school experiments may be effectively done using this simple technology.

If we, for any reason, need a higher “sampling frequency” (more images per second), we can deinterlace video footage in a specific way. Each frame captured by a standard camcorder consists of two sets of lines where the even lines were taken one fiftieth of a second earlier than the odd lines. If we divide these sets of lines into two following frames, we get a movie with 50 FPS and half vertical resolution (720 x 288 pixels). For an even higher FPS rate we have to use a special fast camera.

Another approach to the measurement is to use the computer’s soundcard which is in fact an AD converter capable of measuring alternating electrical signal at the rate of (usually) 48 kHz. The layout of such an experiment is different from the layout of a video measurement. An example which will show how it is possible to measure and analyze a mechanical experiment using a soundcard will be described later in the text.

### The choice of experiments

We had three criteria how to choose the experiment:

- The video has to bring something new in approach, physics comprehension etc. We didn’t want to make things that were done many times ago in just a slightly different way.
- The studied phenomenon must be simple (or simplified) enough to enable making a mathematical model. Otherwise students would just measure some values without any possibility to find out whether the data do correspond with reality.
- The aim has to be reachable with used technology (concerning mostly problems with limited time or image resolution)

## The software we used

All of the processes described in this text might be done using only freeware tools. However, the use of more sophisticated commercial programs can make the work more comfortable.

- The videos were captured, cut and exported in the VirtualDub software [1]. The videoanalysis was performed in Viana [2]. There are more videoanalysis tools to be found on the internet, for example DAVID or DiVA and they all should more or less do the work.
- To measure the angles we used CorelDraw Software, but any editor capable of showing cursor coordinates would work. One example for all is the open source bitmap editor GIMP [3].
- Recording and analysis of soundcard signal was done in the Adobe Audition. Once again, all the work can be done using freeware sound recorder/editor like Audacity [4].

## Experiment 1 – Falling rod

This is a simple experiment concerning the basics of rigid body mechanics where also the mathematical model can be easily made. Just take a homogeneous rod or tube stand it on one end and let it fall down in a direction perpendicular to the direction of camera view (see Fig. 1).

There are (or at least I found) three main points where to aim interest:

- **Angular velocity of the rod** – the videoanalysis software is capable to give us positions of a selected point of the rod (usually its end) at certain times. Some kinds of the software also exports the velocity, otherwise we have to count it ourselves. On the other hand, this is an exercise that can explain to students how numerical derivatives work. The measured velocities can be compared to values predicted by the mathematical model and the correspondence is usually very satisfying.
- **Acceleration of the end of the rod** – the acceleration of the rod's end is higher than gravity acceleration in some part of the motion. This fact might be surprising and it is a good point to let the students think about and explain.
- **The end of the movement** – at the very end of the falling, something strange happens. If we didn't somehow fix the axis of rotation, the rod will start moving forward. On first sight this is in conflict with theory because we all know that if the rod didn't have fixed the axis and there were no friction, it should just fall down and the centre of mass shouldn't move in horizontal direction. In other words, the bottom end rod would slide backwards. The explanation is quite simple – the rod didn't slide at the beginning because the axis was fixed by frictional force, therefore the mass centre gained momentum. At the end the friction isn't strong enough to fix the axis any more and the rod starts to move in forward direction.



**Figure 1:** Falling rod

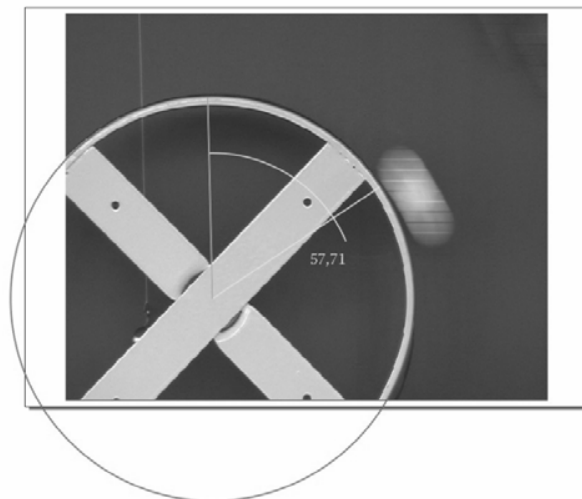
Points to take care of:

- It is necessary to take into the shot some kind of a “ruler” (e.g. set of marks) to know the scale of the image that is required when making analysis. Because of different standards used in video compression by different algorithms and software, it is better to put two rulers in both vertical and horizontal direction to make sure that the scale is same in both directions. (It is not unusual that pixels in captured clip aren’t square but the aspect ratio is 1:1.067 while the analysis software interprets them as squares.)
- Take more shots, not just one, and choose the one where the rod did fall in the direction most perpendicular to the camera view.
- Have plenty of light and use short shutter times, the images will be sharper. For this reason also use the non-interlaced mode, if possible.
- If you do not wish to show the forward movement at the end of the fall, fix the rotation axis with some kind of a hinge.

## Experiment 2 – Rolling bodies on a cylinder

Put some kind of round object on top of a cylindrical surface and let it roll down. At some point the object leaves the surface and starts a free fall. The question is where – at which angle or height – the point of leaving lies. Almost every physicist has once solved this problem during his studies, but none has ever seen. We have, and if you take your camera, you and your students can see it too.

This experiment differs from the previous one because it is a good idea to use long shutter times here. If the diameter of the cylinder is small, it is hard to distinguish the point, while if it is big, the movement is too fast for the camcorder. However, we can make use of it: because of long shutter times, we can find one single frame in the clip that contains both movement in contact with the surface and the free fall (Fig. 2). On this single image we can measure whatever interests us.



**Figure 2:** Smaller cylinder at the point of leaving the larger one, angle measurement in CorelDraw

While doing this experiment, we used three rolling objects: a ball, a tube and a full cylinder. When compared to theory, we can see that the measured angle of the leaving point is slightly bigger than its theoretical value in all three cases, and the difference is quite the same for all three objects (see Table 1). This difference may be explained by energy loss due to friction. On the other hand, it is clear that the angle depends on the body’s momentum of inertia (a ball of same mass and diameter has lower momentum of inertia than a cylinder or a tube) and the dependence agrees with theory.

	<i>theory</i>	<i>measured</i>
<i>ball</i>	54.0°	(57.9 ± 1.1)°
<i>cylinder</i>	55.2°	(58.2 ± 1.4)°
<i>tube</i>	60.0°	(62.7 ± 1.7)°

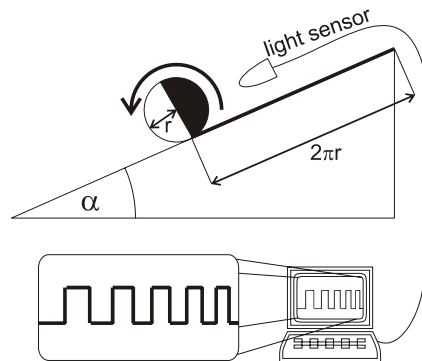
**Table 1:** Points of leaving for different bodies

Points to take care of:

- You don't need rulers here because the result is not dependent on scale. You only need to assure that in your image editor the cylinder hasn't an elliptical shape instead of round (once again the problem with non-square pixels as mentioned above might emerge).
- Place your camera as far as possible and use zoom. This ensures that the angle can be easily seen from the crucial image, otherwise the body could be hidden behind the edge of the cylinder and the measured value would be even higher.
- If you like to, draw marks at certain angles directly onto the cylinder. The measurement will be easier, however a bit less accurate.

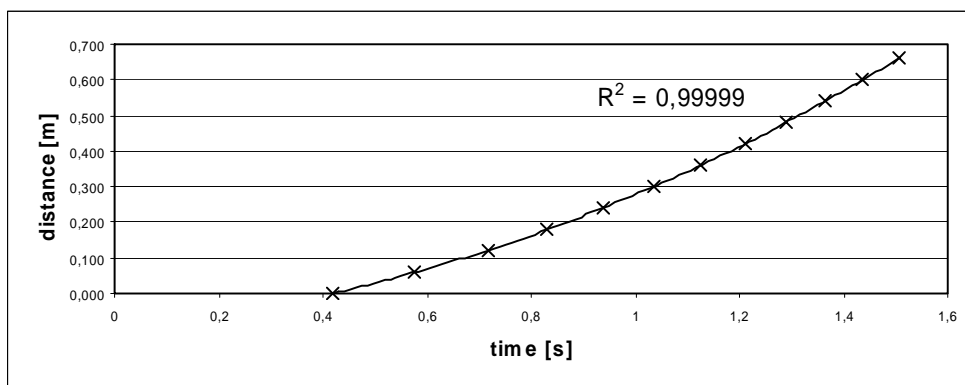
### Experiment 3 – Acceleration on an inclined plane

This experiment uses soundcard instead of camera to study motion. Take a round object (like the ones in previous experiment) with white or at least bright surface and colour half of it with a permanent marker to black. Instead of a microphone plug a phototransistor into the microphone input of the soundcard (this works without any more electrical parts). Now put the body on an inclined plane and let it roll down. Using your hand follow the rolling body with the phototransistor and record the generated signal.



**Figure 3:** Schematic experiment layout

The phototransistor is open when the bright half of the body is visible to it and closed during the black half. Therefore we get an alternating signal with frequency rising with velocity. Because every switching of colour means that the body has travelled a distance equal to one half of its circumference, we may construct a time-distance dependence graph and fit a parabola into the points. The correlation is very convincing and assures us that the movement has constant acceleration (Fig. 4).



**Figure 4:** Dependence of travelled distance on time on an inclined plane

As in previous two cases, it is easy to measure the angle of inclination of the board, count a theoretical value of the acceleration and compare it to measured data. Again, the acceleration is slightly lower than the theoretical value due to friction. To prove this, we made a measurement with a ball on a hard plastic board and on cloth (Table 2). The angle was  $\alpha = 12.1^\circ$ .

theory	$a=1.46 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
plastic board	$a=1.38 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
cloth	$a=1.06 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

**Table 2:** Measurement of acceleration on different surfaces

Points to take care of:

- The microphone input has to be powered, which is true for most sound cards but not for all of them. We have met a few (laptop) soundcards where there was only one input, same for both link and microphone signal and the connection of phototransistor was more complicated.
- When reading the time from audio software, make sure what the units on the time scale are. These might be as well seconds or CD frames as samples, whereas some of them are “real” time units and some correspond to the sampling frequency.

## Conclusion

The aim of this text was to inspire other teachers and show them a possible and available tool (or method) that can be used in physics teaching. Because most of the software tools or their equivalents are downloadable free of charge and also other hardware used (besides camera and computer of course) is very cheap, this might be an interesting complement to the traditional approach to school measurements.

## References

- [1] VirtualDub: video editing software, <http://www.virtualdub.org>
- [2] Viana: videoanalysis software, <http://didaktik.physik.uni-essen.de/viana>
- [3] GIMP: image manipulation software, <http://www.gimp.org>
- [4] Audacity: sound editing software, <http://audacity.sourceforge.net>

# Příloha C

## Falling bread revisited

Příspěvek s názvem *Falling bread revisited* popisující studium mechaniky padajícího krajíce chleba teoretickou mechanikou, numerickým modelem a za pomoci videoměření byl přednesen na konferenci GIREP 2006: Modeling in Physics and Physics Education. Tato příloha obsahuje text článku publikovaného v online sborníku konference.

## Which side up? Falling bread revisited.

*Jan Koupil (jan.koupil@mff.cuni.cz)*  
*Leoš Dvořák (leos.dvorak@mff.cuni.cz)*

*Faculty of Mathematics and Physics, Charles University, Prague, Czech Republic*

### Abstract

The problem of falling buttered bread, though solved by several authors already, still remains inspiring and interesting. Not only because the results found in literature sometimes differ a bit, but the problem may well attract students at both high school and introductory university level. Using today's common tools like camcorder and computer freeware the problem may be studied even experimentally.

The paper presents both a theoretical analysis of the problem (by means of numerical simulation) and its experimental study using video recording and videoanalysis. Comparison of our results and results of previous studies is mentioned; moreover, we explored also the influence of some further factors (especially moment of inertia of the toast).

### 1. Introduction

In this article we investigate the problem of a slice of bread put at the edge of a table so that it falls down (to, presumably, precious carpet). Is it really going to fall buttered side down? And is this due to physics or due to some mysterious Murphy's Law?

Fig. 1: Falling Landau-Lifshits textbook on classical mechanics  
(Note: The book is not buttered...)



Our intention to calculate the motion of falling bread is rather new. It was motivated by a presentation of this problem at a TV show. But, of course, the problem was investigated in several articles already.

Matthews [1] was probably the first who tried to tackle it. He considered the initial phase of the motion (before the free fall) just as the rotation of a thin board (lamina) around the edge of the table. He argued that the board (i.e. the bread) loses contact with the table nearly immediately after it starts to slide.

Bacon et al. [2], after mentioning approaches and results of [1] on few other articles, made a more detailed calculation of the motion of (both thin and thick) bread. He has shown that to describe the problem correctly, the phase of sliding must be taken into account, and arrived to



results that agree with experiments. He also used analysis of videos of falling bread to determine the angular velocity of the bread.

What did we do:

In this article we show how the problem of falling bread may be approached in a way suitable to be used as project for students. We took a slightly larger wooden board than authors mentioned above (of length  $l = 20$  cm – in fact, a normal slice of Czech bread really has such dimensions) and put it at the edge of a table with a quite small overhang. (The bread just-just turned over the edge.) Then we investigated how the motion and landing result is influenced by various changes of parameters of the system, namely:

- Friction between “bread” – our wooden board – and the table. (To increase the friction coefficient we used sandpaper.)
- Moment of inertia  $J$  of the board – actually, its gyration radius  $J/m$ . (We used iron weights either near the centre or at the edges of the board to change  $J$ .)
- The initial horizontal velocity of the board.

In treating the problem we will present numerical simulation of the motion of both thin and thick board, analysis of videos of real falls and a short comparison of theoretical and experimental results. Both the simulation and analysis of video enable to distinguish all three phases of motion – rotation, sliding and free fall. For brevity we will omit here simple and rough estimate at high school level, approximate analytical solution for the motion of a board pushed with a non-zero initial velocity and some simple considerations concerning scaling of the problem. These topics may be found in the full version of this article as we presented it at GIREP conference at web page [3] and will be also published elsewhere.

## 2. Equations of motion of thin bread

The “full” equations of motion of a bread slice may be derived from the change of momentum and angular momentum of the bread:

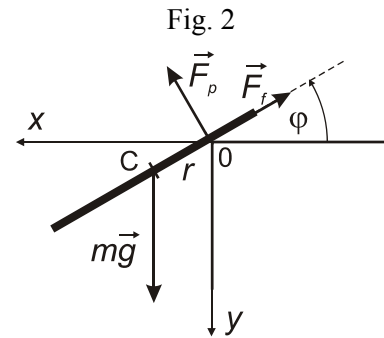
$$m\ddot{\vec{r}}_C = m\vec{g} + \vec{F}_p + \vec{F}_f, \quad \dot{\vec{L}} = \vec{M}. \quad (1)$$

$\vec{F}_p$  and  $\vec{F}_f$  are forces by which the table edge acts to the board.  $\vec{F}_p$  is perpendicular to the board, force  $\vec{F}_f$ , caused by friction, is parallel to it – see Fig. 3. For angular momentum only the component  $L_z$  perpendicular to  $x$ - $y$  plane is relevant.

Here we will consider just the case of a board with negligible thickness. And, of course, we will now describe only the part of motion when the board is in contact with the table (the following free fall is same as in previous section).

Putting  $x_C = r \cos \varphi$ ,  $y_C = r \sin \varphi$ ,  $L_z = J_C \dot{\varphi}$ ,

$M_z = r F_p$  (see Fig. 2) into equations (2) we arrive, after some rearrangements, to final equations



$$F_p = \frac{J_C}{J_C + mr^2} m(g \cos \varphi - 2\dot{r}\dot{\varphi}) \quad (2a)$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{r}{J_C} F_p \quad (2b)$$

$$\ddot{r} = -\frac{F_f}{m} + r\dot{\varphi}^2 + g \sin \varphi \quad (2c)$$

Note: Alternatively we could derive eqs. (2) from Lagrange equations. We could also take angular momentum and momenta of forces not to the centre of mass  $C$  but to the edge  $O$ . (Students should realize that all these ways lead to the same equations!)

There are two phases of the motion before the board leaves the table:

a) rotation around the edge

In this case  $r = \text{const}$ . Equation (2c) then enables, after putting  $\ddot{r} = 0$  into it, to determine the friction force  $F_f$ . This phase lasts while  $F_f < f_s F_p$  where  $f_s$  is a coefficient of static friction. Then the board starts to slide.

b) sliding

During this phase the friction force is  $F_f = f F_p$  (we consider the friction to be Coulomb). The force  $F_p$  given by (2a) decreases with time. When  $F_p = 0$ , the board ceases the touch with the edge and starts to fall and rotate freely.

The equations of motion of a thick board can be derived in a similar way. They are slightly more complicated – for the brevity we will not present them here but we use them in simulations described below.

### 3. Numerical simulation

It is natural to solve eqs. (2) and similar equations for a thick board numerically. We tried to make the numerical simulation as simple and clear as possible and not to use any special system for solving differential equations. That's why we used the simple Euler method for solving (2). A part of the algorithm (for the sliding phase) illustrating the simulation is shown in the box. Here,  $Om$  and  $afi$  stands for  $\dot{\varphi}$  and  $\ddot{\varphi}$ ,  $vr$  and  $ar$  for  $\dot{r}$

```

REPEAT
  Fp = m*JC/(JC+m*r*r)*(g*cos(fi)-2*vr*Om)
  Ff = f*Fp
  afi = (r/JC)*Fp
  ar = -Ff/m + r*Om*Om + g*sin(fi)
  Om = Om + afi*dt
  fi = fi + Om*dt
  vr = vr + ar*dt
  r = r + vr*dt
  t = t + dt
  xC = r*cos(fi); yC = r*sin(fi); DISP
UNTIL Fp<=0

```

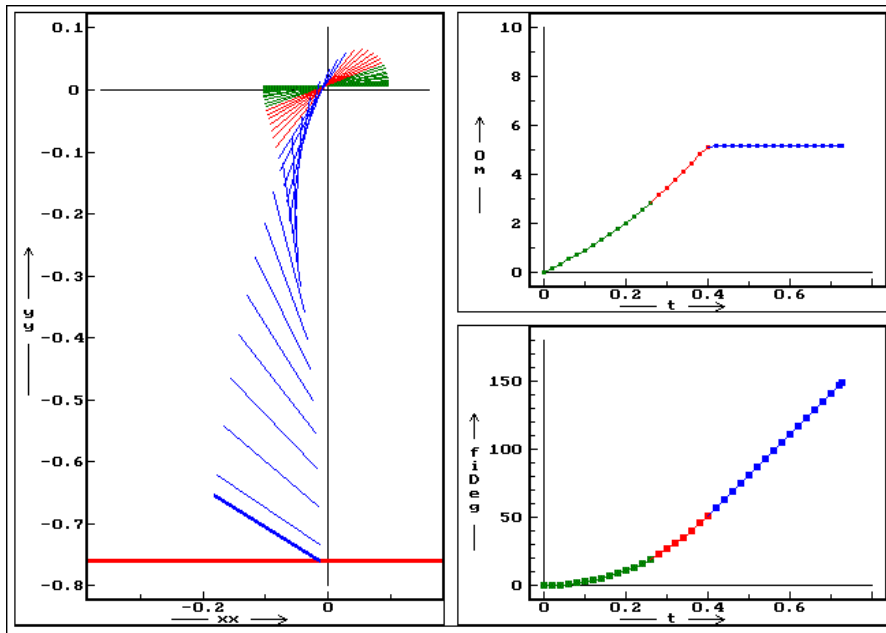
and  $\ddot{r}$ . Some auxiliary commands are omitted for brevity. The simulation algorithm was in fact written and run in an old DOS-based computational system *Famulus* but it may be easily rewritten into any programming language like Pascal, Basic etc. or into a modelling system.

The used time step  $dt$  was typically 0.2 ms but 1 ms proved to be quite sufficient. The precision of the numerical simulation was checked by monitoring total energy of the board. It is constant during the rotation phase and decreases in the sliding phase – but its decrease can be compared with the work done by the force  $F_f$ . The computed position of the board was displayed every 20 ms to enable easy comparison with experimental data.

The initial conditions used in the majority of simulations were simple:  $\varphi(0)=0$ ,  $\omega(0)=0$ ,  $r(0)=r_0$  (small initial overhang, typically several mm),  $\dot{r} = 0$ . The final angle  $\varphi_{\text{landing}}$  and the angular velocity  $\omega$  during the free fall were always taken as the main output. The  $\omega$  values were also used to compare our simulations with the results of Bacon et. al. [2]. For the dimen-

sions of the board used by these authors our simulation for both thin and thick board produced the results are in a complete agreement with those presented graphically at Fig. 7 in [2].

Fig. 3: An example of graphical outputs from our simulations



On Fig. 3, both positions of the board and graphs  $\omega(t)$  (top one) and  $\varphi(t)$  (bottom one) are plotted. The positions and values plotted in green correspond to the rotational phase of the motion, those plotted in red to the sliding phase and those in blue to the free fall.

#### 4. Experiments and measurements

The processes of sliding and falling of the bread slice are too fast to be observed quantitatively without some form of data logging. In our case the datalogger was a standard digital camcorder. We followed a process that is sometimes called “the videoanalysis” – we took numerous recordings of the fall and then step by step measured positions of the board on each frame of the clip.

Fig.4: Different positions of the board (images extracted from one clip used for measurement)



Via a special method of image deinterlacing, the so-called bobbing, we could measure the positions of the board at a speed of 50 frames per second. We captured positions of three significant points on the board during its entire movement – the centre of mass (centre of the board) and the two ends of the board. The data were taken using the *Viana* [4] software, however any other free software tool for videoanalysis could have been used.

## 5. Processing the data

The measured data from *Viana* were exported into MS Excel and processed. For each position we calculated the distance between the centre of mass and the axis of rotation (i.e. the edge of the table), the distance between the board and the axis and angular velocity. From these values we could separate the three phases of the movement described in paragraph 2.

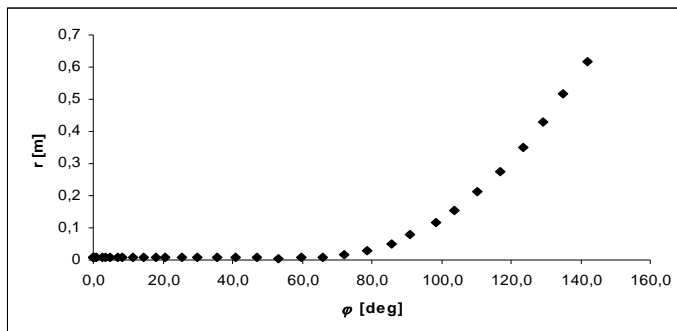
a) At the phase of rotation the distance of the centre of mass and the axis doesn't change significantly.

b) At the phase of sliding, the distance between the centre of mass and the axis increases but the board is still in contact with the axis. This can be recognized from the fact that the distance between the board (presented by a line containing the three measured points) and the axis is constant.

c) At the third phase, the free fall, the centre of mass moves with uniform acceleration  $g$  and the angular velocity of the board doesn't change.

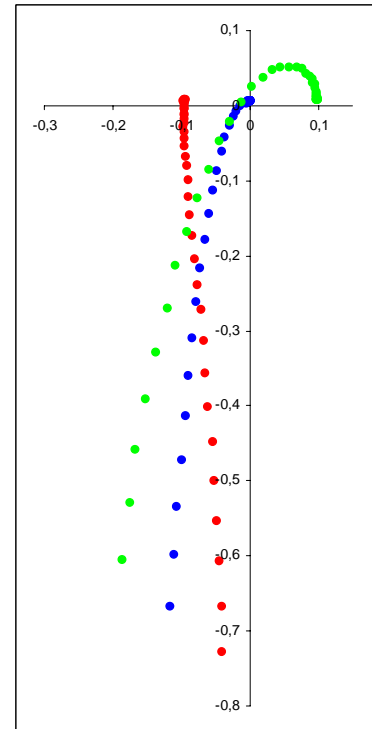
Note: To identify all phases is easy in theory. In reality it appeared that it is difficult to determine the exact times of starts of phases b) and c) from experimental data. (Usually these times are overestimated.) One must be aware of this possible source of problem when comparing theory and experimental results.

Fig. 6: Distance from axis vs. angle.



The board left the table at an angle of about  $60^\circ$ - $65^\circ$ .

Fig. 5: The set of data from one measurement



Each threesome of coloured points represents the position of the board at one instant. The axes are scaled in meters.

## 6. Some results

Comparison of main theoretical and experimental results is presented at figure 7. It shows both final angles at which the board hit the floor and its final angular velocities.

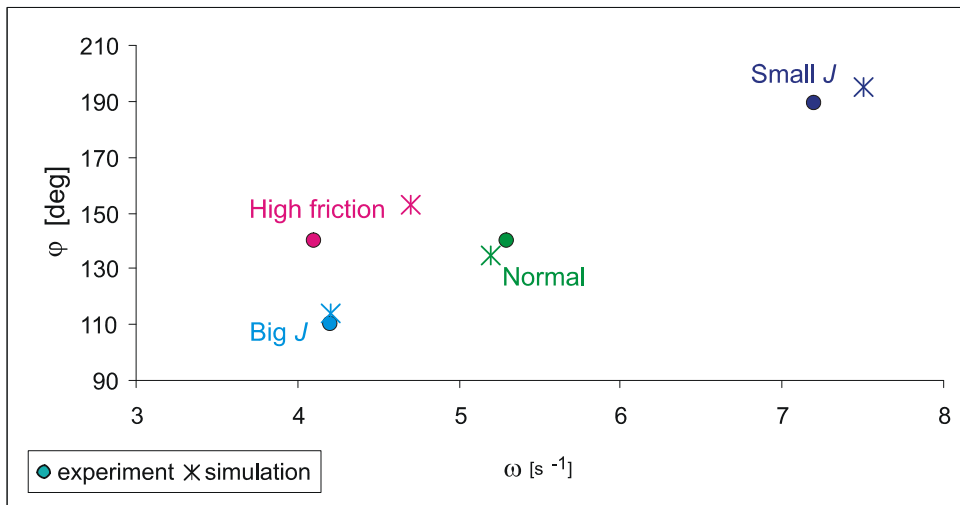


Fig. 7: Comparison of main theoretical and experimental results

We also compared some details of the simulation results and experimental data: the durations of phases and the angles between the table and the board at the moment of phase changes. In general, the correspondence of the model and the experiment is quite satisfying. We did not expect precise correspondence because there are further facts that influence the motion, like the air resistance or radius of the table edge, that are not included in the model. Though, the character of the motion is described satisfyingly.

For the case of high friction, the difference between the model and experiment is quite big. We expect this to be an effect of energy losses while the grains of the sandpaper interact with the wooden board, however, precise understanding would require further study of the problem.

It can be seen that in our conditions the friction between the table and the board doesn't influence the angle of landing significantly. (It influences the details of the motions but their changes seem to compensate themselves in the final result.)

What does really matter is (expectedly) the moment of inertia  $J$ . A board with a small  $J$  (with two iron weights near the centre) gains during the fall a reasonably higher angular velocity than a plain board, the angular velocity of a board with big  $J$  (weights near the ends of the board) is lower.

Unluckily, if the board was a slice of bread, it would still land butter-side down regardless of the friction or the moment of inertia. To avoid this in some cases, we would have to use a higher (in case of small  $J$ ) or smaller table (in case of big  $J$ ).

## 7. Conclusions

Though the correspondence between predictions of the model and experimentally analyzed motion of falling board is not perfect due to further phenomena that are not taken into account generally the results are in good agreement and the influence of various factors is clearly seen.

When compared to previous studies, our approach is new in studying the effects of changing parameters of the motion (moment of inertia of the board, and friction). Innovative is also the idea of recognizing and separating the three phases of the motion that was performed in both model and experiment and used for their comparison. Our experimental method is more precise and both experiment and model were made using common or free software tools.

There are further interesting problems to study, for example to examine the details of initial phases of the motion or to take into account the shape of the table edge in the model. These we would like to deal with in the future.

We think that the problem of falling bread slice might be extended into a quite interesting project or a lab for students, hopefully in two variants – at high school and university level.

### **List of references**

- [1] Matthews R. A. J.: Tumbling toast, Murphy's Law and the fundamental constants. *Eur. J. Phys.* 16 (1995), 172-176.
- [2] Bacon M. E., Heald G., James M.: A closer look at tumbling toast. *Am. J. Phys.* 69 (Jan. 2001), 38-43.
- [3] Koupil J., Dvořák L.: Which side up? Falling bread revisited. – full version, online: [http://kdf.mff.cuni.cz/~dvorak/articles/FallingBread\\_GIREP2006.pdf](http://kdf.mff.cuni.cz/~dvorak/articles/FallingBread_GIREP2006.pdf), ref. 12.10.2006
- [4] VIANA (automatische VideoANalyse): <http://didaktik.physik.uni-essen.de/viana/>

## Příloha D

# Visualization of Hydrogen Atom States

Příspěvek s názvem *Visualization of Hydrogen Atom States* popisující projekt Orbitaly a jeho použití ve vysokoškolském kurzu fyziky byl přednesen na konferenci GIREP 2006: Modeling in Physics and Physics Education. Tato příloha obsahuje text článku publikovaného v tištěném sborníku vybraných příspěvků z konference. Příspěvek byl zařazen mezi nejvýznamnější příspěvky (*highlights*) konference.

# Visualization of Hydrogen Atom States

Zdeňka Broklová, Jan Koupil

([zdenka.broklova@mff.cuni.cz](mailto:zdenka.broklova@mff.cuni.cz)), ([jan.koupil@mff.cuni.cz](mailto:jan.koupil@mff.cuni.cz))

Faculty of Mathematics and Physics, Charles University, Prague, Czech Republic

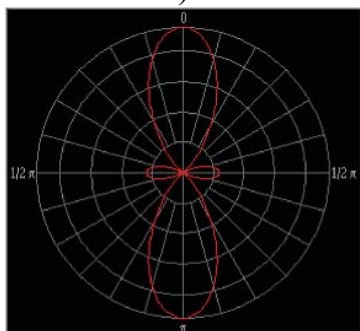
## Abstract

In an introductory university course on quantum physics we found that students often misinterpret polar graphs and hydrogen eigenstate probability density plots. This paper describes our project designed to improve this and the project outcomes. The students solve different tasks from their workbook using small special designed programs which enable them interactive work with graphs and to build their understanding of the plots. The tasks were designed according to experiential learning approach. Described activity was part of the standard introductory course on quantum mechanics for future physics teachers. Students found the project useful and interesting.

## Motivation: Why have we done this?

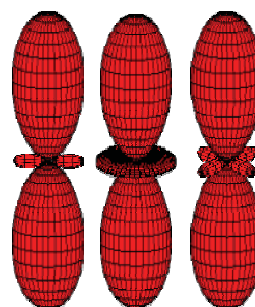
According to research (Buddle et al., 2002a) and our experience, learning a quantum atomic model raises many difficulties. Many students imagine the atom like the Bohr's model – electrons like planets moving around the nucleus. Although some of them realize that this is not correct, Bohr's concept seems to be very persistent. (Müller & Wiesner, 2002) Detailed survey of various students' preconceptions and teaching difficulties can be found in Buddle et al., 2002a. There are new approaches how to deal with students' problems and lead them to better understanding (Buddle et al. 2002b, Niedderer & Deylitz 1999, Müller & Wiesner, 2002). They all call for using appropriate images and pictures.

Besides these conceptual problems our experience shows that for students it is very difficult to imagine the spatial probability density of hydrogen atom eigenstates. Especially the polar and spherical plots (most common in textbooks) are difficult for students to understand.



*And your views?*

*Let's make a test*





1. Is this statement true?: “On the left picture we can see shape of some orbital. An electron can be observed only inside the red bubbles and cannot be observed outside.”<sup>15</sup>
2. No matter how you answered the previous question, try to choose the correct spatial shape for the previous planar cut from the three images on the right-hand side.<sup>16</sup>

We were looking for a tool which would help students to understand *step-by-step* how the angular and radial part of hydrogen eigenstate functions determine the orbital shape. We can easily find many images of atom orbitals in textbooks, various pictures and applets can be also found in the internet (e.g. Falstad 2005, Manthey 2004) or in other publications (e.g. Brant et al. 2003). However, all of them show only spherical harmonics (in polar graphs) and some of them also plot the probability density. Because we were unsuccessful in our search for a suitable interactive tool, we made it ourselves.

### Realization: What did we do?

We designed a set of **interactive tools** that visualize the radial and angular part of wave functions and probability density plots of hydrogen atom eigenstates in variety types of graphs. Computer tools allow very good visualization of functions, better than common printed images. Computer generated graphs are accurate, not only hand-drawn shapes as in some textbooks. Moreover, good images and interactivity (e.g.: zoom and rotation of 3D graphs) can increase students' interest.

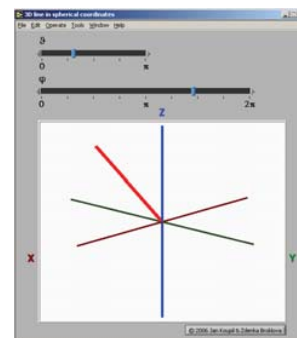


Fig. 1: Program 3D\_line

The programs were accompanied by a **workbook** containing tasks, results and explanations (and some small hints how to use the programs as well). The workbook was designed to lead students to active working and thinking. They should construct the entire wave function step-by-step from its parts. After each step they can check if they interpret pictures correctly. For designing the tasks it was crucial that students could correct their answers themselves, using only the computer tools, and learn from their own mistakes.

The project was designed for and tested out on the 2<sup>nd</sup>-year university students. But before we present outcomes of the project, we describe computer tools and workbook in more details.

<sup>15</sup> No. On the picture is shown only the angular part of the probability density of the chosen eigenstate. The length of the “bubble” means only that it is more probable to find an electron in this direction. To obtain the probability of electron observation, we have to combine this angular part with radial part. As well as electron observation “prefers” some directions, it prefers some distances from the nucleus.

<sup>16</sup> The 2<sup>nd</sup> image is correct.

## 1. Computer Tools

*This part could be difficult to follow without the computer tools.*

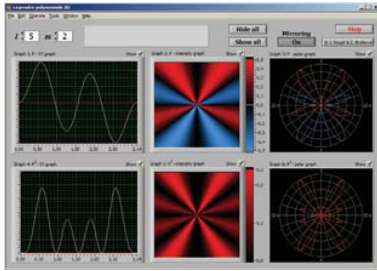


Fig 2: Program Legendre\_2D

The computer tools were made to let students see and compare different methods (in different types of graphs) of spherical functions visualization. However, the aim is not only to visualize functions. We enriched the tools by special properties that enabled us to prepare tasks for the workbook. All programs used in our activities were made in the LabVIEW environment. The programs were compiled to run without having LabVIEW completely installed. At least the

LabVIEW Runtime Engine is required. The Runtime Engine and all tools can be downloaded for free from our website.

The first tool (program), *3d\_line* (Fig. 1), is very simple. It draws a line for given angles  $\theta$ , and  $\phi$ , in spherical coordinates. While using this program, students should remember spherical coordinates and familiarize with them. If you want to use polar graphs, it is necessary to understand spherical coordinates very well.

The second program, *Legendre\_2D* (Fig. 2) offers three different views of Legendre polynomial of the argument  $\cos \vartheta$ . The function is selected by entering the quantum numbers  $l$  and  $m$ . The first row of graphs contains the function itself; in the second row is the square of it (angular part of density of probability as we will see later). Figures on the left are “classical” XY graphs, the middle ones show the density of probability by intensity of color, and the figures on the right are polar graphs (most used). All of the figures may be switched on or off independently. This feature is used during the students’ tasks.

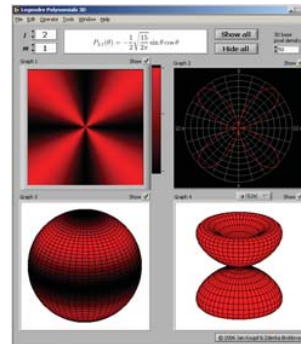


Fig 3: Program Legendre\_3D

In the next step we add the third dimension and deal with the angular part of probability density. In the program *Legendre\_3D* (Fig. 3) students enter the  $l$  and  $m$  quantum numbers and the program shows the angular part of the probability density (square of the appropriate spherical harmonic). Two figures in top line are identical to the graphs in the previous program: the color intensity graph and the polar graph. The bottom line contains a spherical cut through space (left one) – the intensity of color agrees with function value – and a standard 3D polar graph (right one).

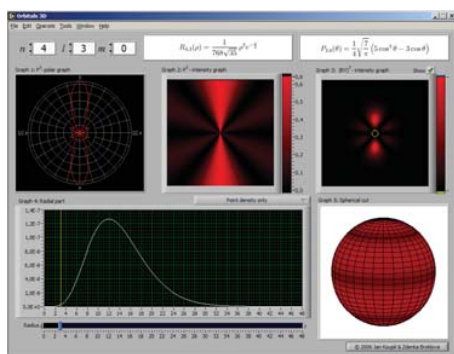


Fig 4: Program 3D\_orbitals

The last program, 3D\_orbitals (Fig. 4), contains both angular and radial parts of probability density of hydrogen atom eigenstates. Besides the graphs of the radial part of the function (bottom left) and angular part (top left and top middle), the program also shows their product in the form of planar cut (top right, the cutting plane contains  $z$  axis) and spherical cut (bottom right). The radius of the spherical cut may be

changed. The actual value of the radius is shown in the graph of the radial part and in the planar cut in the form of a yellow line / circle.

Because the maxima of the radial part of the wave function are not of similar height, the graph of the probability density for finding an electron has a “brightness zoom” (see fig. 5). The entire graph can be brightened by moving the blue pointer on the color scale. Places with a value higher than the slider position are marked by white color. These figures show the proper shapes of orbitals, i.e. areas where the probability of finding electron is significant.

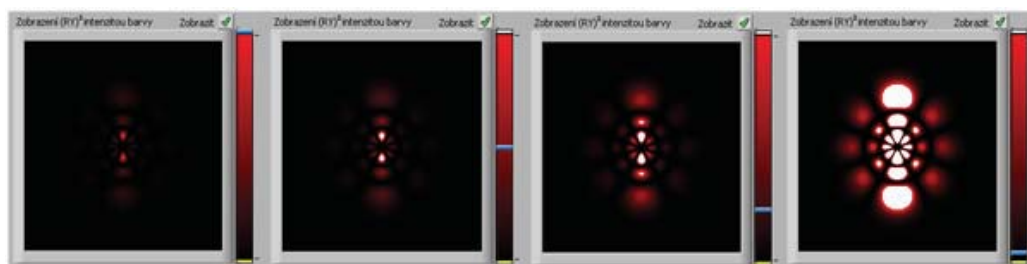


Fig 5: Brightness zoom

## 2. Workbook

The computer tools are accompanied by a workbook. It has 14 pages with approximately 25 various tasks. We assumed that it would take students about 2 hours to fill it in.

The topic (solving the Schrödinger equation for the Coulomb potential in an  $x$ -representation) was lectured previously. The workbook supposes such previous knowledge, but crucial parts are remembered and summarized there. According to our experience, students' understanding of this topic after only following the lecture is not very deep and they are not able to imagine the function correctly. We assumed that after solving the tasks, students would build up their own spatial image of the orbitals. The tasks were based on students' active work. Besides the more common questions we used so-called “redrawing” tasks for which the computer tools were equipped by the independent graph switching.

Follow fig. 6: At first the students switch off all graphs, adjust quantum numbers and switch on only one of the graphs (left part). Then they try to redraw it into the other types of graphs in their workbook. In the middle you can see one of students' solutions. Finally they switch on all graphs again and correct their work themselves. Then students repeat "redrawing" with modified initial settings – different quantum numbers and different type of graph switched on at the beginning. We found this type of activity to be very suitable for the chosen approach – experiential learning.

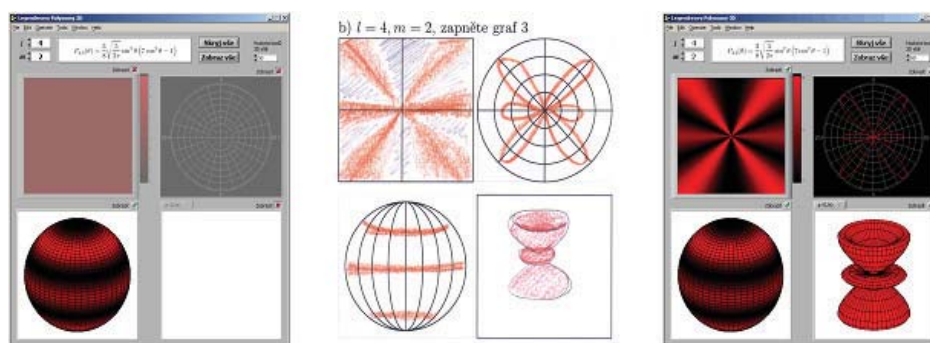


Fig 6: Redrawing task

The workbook consists of nine sections:

1. *Before we start* – installation guide, instructions on how to work with programs, to suppress fear of making mistakes we stressed the aim of the project – to improve understanding, not to evaluate students' knowledge
2. *Spherical coordinates* – we suppose basic knowledge of spherical coordinates but ask students to solve some simple tasks to familiarize with them further (supported by `3d_line` tool)
3. *Wave functions of hydrogen atom eigenstates* – theoretical section – remembering of coordinates' separation in the wave function and the role of quantum numbers
4. *Legendre polynomials* – through using program `Legendre_2D`, students should understand and get used to different types of graphs in which the functions of coordinate  $\vartheta$  can be drawn
5. *Spherical harmonics* – in this section students build up their spatial image of the Legendre polynomials' square (using program `Legendre_3D`)
6. *Radial part* – students combine angular and radial parts together and draw probability density graphs (using `3D_orbitals` tool), at the end of this section is an explanation of difference between radial probability density and radial part of the probability density
7. *Orbitals* – firstly students describe their view of orbital, then the explanation and warning about common textbook mistakes follows
8. *Solutions*
9. *Questionnaire* – we asked students about their opinion on the whole project

Another example of student's solution is on the fig. 7. The student drew each bottom plot (combination of angular and radial part of probability density) according to the above ones (angular and radial part displayed separately) that were displayed by computer.

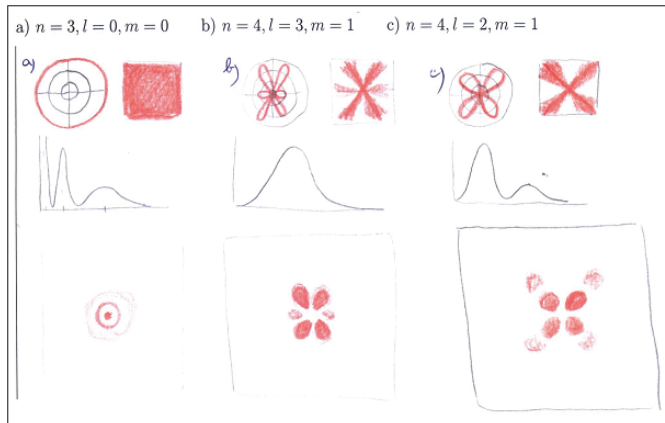


Fig 7: Combination of angular and radial part (part of student's workbook)

The tasks were designed according to the principles of experiential learning (to be specific, according to the *Kolb's learning cycle*) (Luckner & Nadler 1997). Each section of the workbook follows the same pattern described below. Kolb's stages are indicated in the brackets.

- Firstly, students are asked to play with each program and build up their own hypotheses (on the basis of previous knowledge) of what the programs draw. (*Concrete experience*) This part also deals with their tendency to play and enjoy the nice pictures before they start serious work.
- As the second step the students confront their hypotheses with explanation offered in their worksheet. (*Reflective observation*)
- Then they are asked to "prepare a plan" how to redraw one type of graph to other types or how to build 3D plot from planar cut. (*Abstract conceptualization*)
- In the final step they use their "plan" and solve "redrawing" tasks, or other tasks. (*Active experimentation* with new *concrete experience*) They check their answers immediately. This enables them to correct the tasks as well as their solving methods. (*Reflective observation*)
- In the end of each section they should write down the pros and cons of the different ways in which the functions can be illustrated. (*Reflective observation*)

### 3. Project design

The whole project was designed for *university students* (the 2<sup>nd</sup> year, future physics teachers) as a part of their compulsory introductory quantum mechanic course. Each student received a copy of the workbook that contains everything necessary (as installation instructions, tasks,



results, explanations ...). Software was available on the internet or on a CD. They solved the tasks as homework (or they could work it up in school computer laboratory). After that we collected the filled-in workbooks, made notes to their answers, gave them back to students and discussed their answers (in small groups outside the regular class) as well as their opinions about project.

We decided to do this as homework, not during a lesson (in fact the homework substituted a lesson which was cancelled) because of the following reasons:

- Students can work at their own pace (it is crucial in the experimentation phase) and return to previous parts if they needed.
- Working without a teacher needs a very precise and detailed workbook, but minimizes fear of making mistakes. Students could of course ask a tutor (personally or via email) for help in case of any problem during the project.
- It would have been difficult to find enough computers for all students working at one time and not disturbing others.

### **Outcomes: Students' opinions**

After collecting the workbooks we summarized outcomes from the piloting of this project (summer term 2006). We received 10 completely filled-in workbooks in total.

#### ***1. Comparison of different visualization methods***

We asked the students to compare different types of graphs which were used in the tools. Here we summarize their answers in the following two tables.

Because different students mentioned various pros and cons of all used types of graphs, we concluded that it was useful to show the same function in different types of graphs. Different aspects are better visible in different graphs and students can build their view according to all of the graphs.

#### ***2. Students' feeling about the project***

In the last section of the workbook and in the discussion after solving it, we asked students to express their feelings about their work and opinions on the whole project. All of the students found it interesting and attractive, more like a game than study, one student wrote in the final questionnaire: “... *it was like an amusing detective story whether my ideas or pictures were correct.*”

They liked the very vivid presentation of such an abstract topic. Some of them wrote that the “redrawing” task improved their understanding (“...*when I had to draw pictures, I realized that I did not understand the explanation well and needed to read it again*”, “*before working with these tools I was not able to imagine what does it mean: ‘orbital like sphere inside another sphere’*”). Generally they appreciated recapitulation of the

spherical coordinates at the beginning and found the sequence of sections good.

The only negative factor they mentioned was the long time they spent with solving the tasks (approx. 4-5 hours, twice more than we expected). Despite it they felt that it was not waste time and appreciated the possibility to arrange time individually.

According to students' feedback it may be said that the work did amuse them. The results of their work show that their understanding of the topic has improved while working on the tasks. On the other hand, we realized some processing difficulties (timing, better after- discussion arrangement ...) which should be solved.

### **Future plans: What next?**

The project outcomes gave us feeling that this way is suitable. So, we have continued in improving the current computer tools and tasks and developing new ones. There are some of our goals which are in progress now.

### ***Web support***

We are creating an appropriate web presentation to make the materials available to teachers willing to use these tools and methods. To make them more easy-to-use, we are dividing the project into smaller parts which can be used independently.

### ***Widening the target group***

The activities and programs were aimed at university students. However, some basic parts of quantum mechanics are part of high school curricula. Middle school students (and even teachers) often lack the imagination of orbitals. We are therefore transforming some tasks to this level and preparing a suitable way how to use these tools in the middle school.

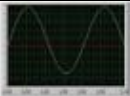




### ***Extending the topic***

We would like to continue the development of programs and activities and cover the topic further. Some of the ideas are:



- to add radial density of probability to the graphs and create an activity that would help students to understand the difference between density of probability at a given radius and the radial density
- to make a program enabling students to create and observe combinations of stationary states (real combinations, hybridization) and make a few steps towards quantum theory of chemical bond
- to show the time development of combined states and orbitals

However, these goals demand further study and maybe even the change of platform (use of Mathematica or Java instead of LabVIEW).

### Graphs of angular density of probability

	<p>XY Graph</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>+ a kind of graph well known to students</li> <li>– not connected to spatial distribution of probability density</li> </ul>
	<p>Intensity Graph</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>+ a good visualization of spatial dependence</li> <li>+ the illusive limitation by radius doesn't occur as in the polar graphs</li> <li>+ it is clear that the radius can be extended and the value would be the same, breaks the common misinterpretation of polar graphs of angular functions</li> <li>– difficult to read function values</li> </ul>
	<p>Polar Graph</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>+ easy to remember</li> <li>+ it is possible to read values</li> <li>– more difficult to understand correctly than other graphs</li> <li>– leads to misinterpretation in terms of illusive limitation of probability density by radius (note: Sometimes these images are wrongly interpreted as probability density plots!)</li> </ul>
	<p>3D Polar Graph</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>+ nicer than 2D, more attractive</li> <li>– it is difficult to read function values</li> </ul>
	<p>Sphere</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>+ gives better view than flat graphs</li> <li>– impossible to read function values</li> </ul>

### Graphs of probability density

	<p>Planar Cut</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>+ offers good view on distribution of probability density in space</li> <li>+/- really illustrative but one has to be aware how to create the spatial image and that this is only a cut</li> </ul>
	<p>Spherical Cut</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>+ good to study dependence of probability density on distance</li> <li>– the influence of radial part is not vivid</li> <li>+/- isn't of much use when alone but good in connection with other graphs (mainly the XY graph of radial part of wave function)</li> </ul>

### Conclusion

It is quite easy to find various tools for visualizing different parts of the atomic wave functions, probability densities etc. on the internet.



However, most of these sites contain tools that can only be used for visualization. Even after a long search we did not find anything more complex that would lead students to deeper understanding, accompanied by methodics or hints for teachers.

In this aspect and mostly in the emphasis on students' active work is our project innovative and, according to the response from our students, even successful. Even though students subjectively appreciated the project, the real influence on their understanding and knowledge of the hydrogen atom orbitals has not been tested yet and will be a part of further research. If you are interested, you can find all materials on the following address:

<http://kdf.mff.cuni.cz/~broklova/orbitals/>

## References

- Brant S., Dahmen H. D., Stroh T. (2003). Interactive Quantum Mechanics. Springer-Verlag, New York
- Buddle M., et al. (2002a). 'Electronium': a quantum atomic teaching model. Physics Education. 37(3) 197- 2003
- Buddle M., et al. (2002b). The quantum atomic model 'Electronium': a successful teaching tool. Physics Education. 37(3) 2004-2010
- Falstad P. (2005). Hydrogen Atom Applet. online [cit. 18. 8. 2006], <http://www.falstad.com/qmatom/>
- Luckner J. L., Nadler R. S. (1997). Processing the Experience: Enhancing and Generalizing Learning. Kendall/Hunt Publishing Company
- Manthey D. (2004), Orbital Viewer, A program for drawing orbitals. online [cit. 18. 8. 2006], <http://www.orbitals.com/orb/index.html>
- Müller R. , Wiesner H. (2002). Teaching quantum mechanics on an introductory level. American Journal of Physics, 70(3) 200-209
- Niedderer H and Deylitz S (1999). Evaluation of a new approach in quantum atomic physics Research on Teaching and Learning Quantum Mechanics. Papers presented at the annual meeting of the National Association for Research in Science Teaching, March 1999 ed D. Zollman pp 23-27

## Příloha E

# Simple phenomena, slow motion, surprising physics

Článek s názvem *Simple phenomena, slow motion, surprising physics* popisuje řadu klipů rychloběžného videozáznamu fyzikálních experimentů a jejich videoanalýzu. Příloha obsahuje text článku, který byl v březnu 2011 přijat k tisku v časopise *Physics Education*.

# Simple phenomena, slow motion, surprising physics

Jan Koupil<sup>1,2</sup> and Vladimír Vícha<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Faculty of Mathematics and Physics, Charles University in Prague, Czech Republic

<sup>2</sup> Gymnázium Pardubice Dašická, Pardubice, Czech Republic

E-mail: [koupil.jan@gypce.cz](mailto:koupil.jan@gypce.cz) and [vicha.vladimir@gypce.cz](mailto:vicha.vladimir@gypce.cz)

## Abstract

This paper describes a few simple experiments that are worthwhile for slow motion recording and analysis either because of interesting phenomena that can be seen only when slowed down significantly or because of the ability to do precise time measurements. The experiments described in this paper are quite commonly done in Czech schools.

All high speed videos were taken using a Casio Exilim EX-F1 camera that can produce slow motion videos recorded at a rate of 1200 FPS (frames per second). When played back at the standard rate of 30 FPS, the motion is slowed down 40 times.

The videos described in this article are accessible via <http://bit.ly/slow-motion-physics>.

---

## Weightlessness

Take a pair of weights connected by a spring, hold one of them and let the other hang down as shown in figure 1. Then start your camera and release the weights. The recorded clip shows us the top weight accelerating down while the bottom one hangs freely in space. This phenomenon usually fascinates students and might be a good start for discussing weightlessness. The smarter of your students will probably soon discover the explanation.

Before release, the top weight is affected by three forces: the force of gravity  $mg$  and the force of the spring, both pointing downwards, and the force of the holding hand pointing upwards. The bottom weight is affected only by gravity and by the force of the spring pointing upwards. The resultant forces are zero for both weights and therefore the weights do not move. After release, the weights are affected only by gravity

and the spring. Just after release the spring force is given by  $mg$  (it held the bottom weight still) and decreases as the weights fall down. Thus, at the beginning of the fall the top weight falls with an acceleration of approximately  $2g$  and the bottom one does not accelerate at all.

Figure 2 shows the time evolution of the  $y$  coordinate (height) of the two weights. From the regression curve parameters we can calculate the acceleration of the top weight as  $a = 18.4 \text{ m s}^{-2}$ . The bottom weight does not accelerate measurably.

*Technical remark.* The flickering of light in the background of the video clip is caused by the 100 Hz flickering of a light bulb that is connected to a standard electrical outlet.

## The forming of a drop

The process of formation and detachment of a water drop is usually viewed and described on a



Figure 1.

thin tube such as a syringe or burette. However, a droplet on a larger surface like a water faucet gives us a surprising view. First of all, the process of drop creation is finished by the formation of an unexpectedly long thin ‘stalk’ with the drop at its end (figure 3(a)). The length of the stalk is usually two or three times longer than the diameter of the drop.

Furthermore, in slow motion video clips we can observe the shape of the drop which turns out to be almost spherical, not having the ‘drop shape’ that usually occurs in drawings or cartoons (figure 4). The drop is elastic due to surface tension, and after its detachment from the stalk, it oscillates.



Figure 3. (a)–(d) A drop on a ‘stalk’, a drop and droplets’ separation.

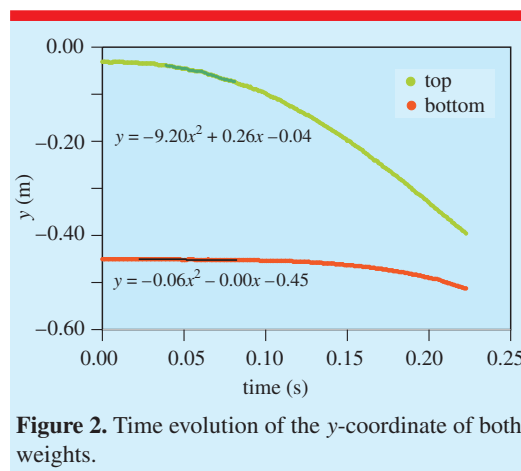


Figure 2. Time evolution of the y-coordinate of both weights.

Finally, after the drop starts falling down, the stalk is pulled together by surface tension and forms one or more smaller droplets (figures 3(b)–(d)).

We have repeatedly filmed the forming of two or three small droplets and their subsequent collision. Video analysis of the motion of the droplets proves that in the vertical direction they fall freely. In the horizontal direction we can see an elastic collision of two bodies. This collision can even be used for verification of the law of momentum conservation by measuring the diameters of the droplets and their velocities in the horizontal dimension. Then we can calculate the ratio of their masses using the conservation law, calculate the droplet diameters from the masses and compare these results. The agreement of data gathered from both methods is surprising: e.g. for one of the clips the ratio of velocities is 0.438:1 which gives a ratio of masses 2.285:1 and consequently a ratio of diameters of 1.317:1. The

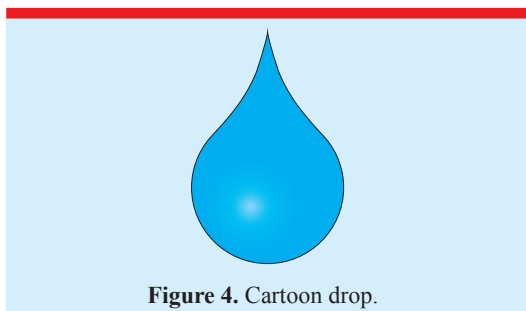


Figure 4. Cartoon drop.

ratio of diameters measured on images exported from the clip is 1.32:1, perfectly in agreement with the calculated ratio.

### The light bulb

Even such a simple thing as a light bulb can supply us with some interesting observations. At first glance we can see that the intensity of light is not constant but oscillates in time. Such behaviour would be expected for a fluorescent light, but not for the hot wire (filament) inside an incandescent light bulb. We can conclude that the heat capacity of the filament is too small when compared to the amount of emitted energy and therefore the filament cools down measurably between the half-periods of the alternating electric power.

Video analysis of the oscillating light of a light bulb shows that the frequency of oscillations is 100 Hz, a value in agreement with the alternating current frequency of 50 Hz. It takes 36 ms from cool filament to full shine, e.g. about 3.5 periods of electric power. (This value is valid just for the 40 W light bulb used for our experiments. The value would differ for other bulbs.)

The filament does not warm up uniformly; there are spots which start to shine first. This means that there are thicker and thinner parts of the filament and that the thin parts of the filament become hot earlier due to their greater electrical resistance (leftmost part of the filament in figure 5). Therefore, the clip can be a demonstration of the fire risk coming from improper wire connections, for example in electrical sockets.

### Burning of a resistance wire

This experiment is very similar to the light bulb experiment. We connect a small piece of resistance



Figure 5. Light bulb filament.



Figure 6. Broken wire.

wire (about 4 cm) to a battery, thus short circuiting it. The wire warms up for some time and then it burns and splits into a few smaller parts. The process is very similar to what happens inside a light bulb: the current flowing through the wire warms it up to a higher temperature. The difference is the presence of oxygen near the wire which results in its burning and splitting into parts, as seen in figure 6.

### The so-called ‘water hammer’

The experiment sometimes called the ‘water hammer’ [1] is usually well remembered by students. Pour about 0.3 l of water into a wine bottle, plug it with a cork plug and cut the plug at the level of the bottleneck. Then hit the bottleneck with a rubber mallet from the top in a sharp blow. If the hit is successful, the bottom of the bottle falls off.

This experiment is usually explained by inertia and low atmospheric pressure. When hit, the bottle almost immediately starts moving down. However, since it is not fixed to the bottle, the water inside stays for a while in its former position due to its inertia. This results in the creation of a space of very low pressure between the bottle bottom and the water. After a short time, the atmospheric pressure above ‘hits’ the water and presses it to the bottom of the now motionless



Figure 7. Cavitation.



Figure 8. Toy car crash: inertia of a ball.

bottle. The impact of the water mass then knocks off the bottle bottom.

Filming the experiment confirms this explanation in general. However, it also reveals more detail. (Use a thick glass bottle and hit it with a really powerful blow to make the phenomenon more visible.) When stepping through the filmed video, we might see the appearance of tiny bubbles (separated bubbles, not a contiguous space, see figure 7) near the bottle bottom for about 5 ms. These bubbles disappear immediately and the bottom is knocked off. We believe that we are observing the phenomena called cavitation. The very low pressure creates areas of vacuum (or water vapour at extremely low pressure) that disappear in an implosion followed by impulse waves. These impulse waves knock off the bottle bottom just as well as they are able to disrupt the steel vanes of a turbine or a pump.

#### Why fasten the seatbelts?

A very illustrative model of what happens to a human (or any other) body when a car crashes can be demonstrated using a toy car and a ball on its roof. Simply send the moving car towards an obstacle and take a video clip.

When the car hits the obstacle it stops immediately. The ball continues in the former direction as given by the law of inertia. Figures 9 and 10 show the time dependence of the  $x$  and  $y$

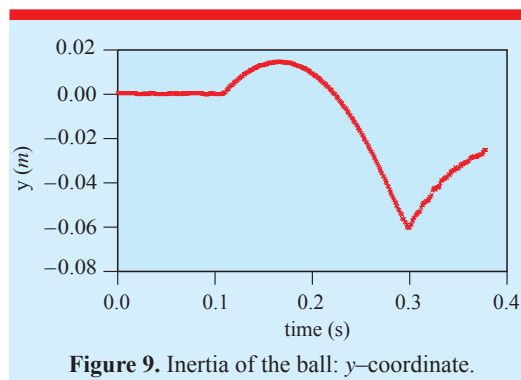


Figure 9. Inertia of the ball:  $y$ -coordinate.

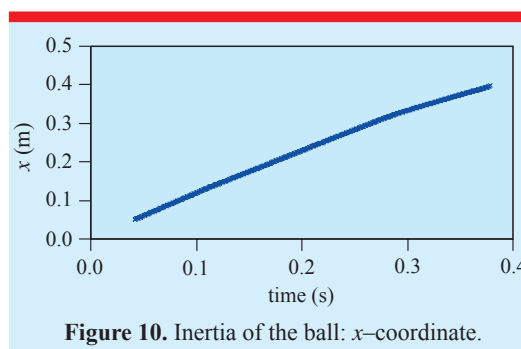


Figure 10. Inertia of the ball:  $x$ -coordinate.

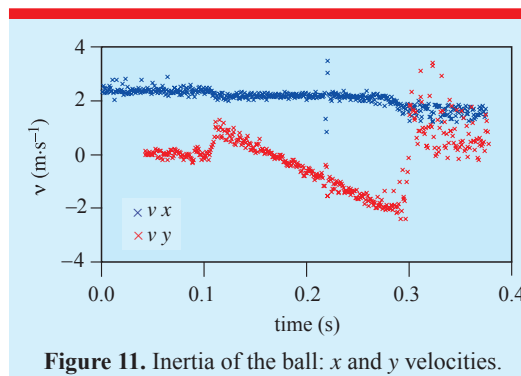


Figure 11. Inertia of the ball:  $x$  and  $y$  velocities.

coordinates of the ball and figure 11 depicts the time dependence of the  $x$  and  $y$  components of its velocity. The vertical component of velocity (red dots) changes significantly at the moment of impact and decreases as the ball starts falling in the gravitational field. The horizontal component (blue dots) is almost constant, which means that the ball continues moving forward as if there had been no crash. If the ball had been a human body, it would have hit the windscreen of the car and suffered serious injury.



Figure 12. Ethanol rocket.

### Tuning fork

The high speed camera provides us with a direct method of convincing students that a tuning fork really vibrates mechanically. It has to be said, though, that only low frequency tuning forks are suitable (e.g. 130 Hz), as the most common forks with frequency 440 Hz are at the upper limit of the capabilities of a camera taking shots at the rate of 1200 FPS.

A recorded clip shows us the two arms of the tuning fork oscillating with surprisingly large amplitudes. Students are usually amazed by such a large vibration. Special attention can be paid to the start of the fork oscillation. Immediately after the mallet hits the upper arm, it starts moving down while the lower arm remains still. It receives the information about the hit a few milliseconds later, which means that the arms oscillate with a phase shift. After a few moments the phase shift disappears and the arms are synchronized. This process could be described as the start phase of a standing wave on an elastic rod that has a node in the middle and antinodes at its ends.

### Model rocket

The model rocket is a simple but impressive demonstration toy that students really enjoy. The construction comes from [2]. Take a common plastic bottle and drill a hole into its lid, about 5 mm in diameter. Pour a small amount of ethanol into the bottle, let it vaporize for a while and then pour the remaining liquid ethanol off. If you place a burning match near the hole in the lid (jet), the ethanol vapour is set on fire, quickly increases its volume and starts to move out of the bottle through the jet. As a result of the law of momentum conservation, the bottle starts moving forward with a powerful hiss and impressively demonstrates the principle of a jet engine. Because the speed of the rocket is not low and it cannot be steered, we added two wire loops which help us to hang the bottle from a horizontal rod (figure 12). Now the rocket makes a few loops around the rod instead of flying away.

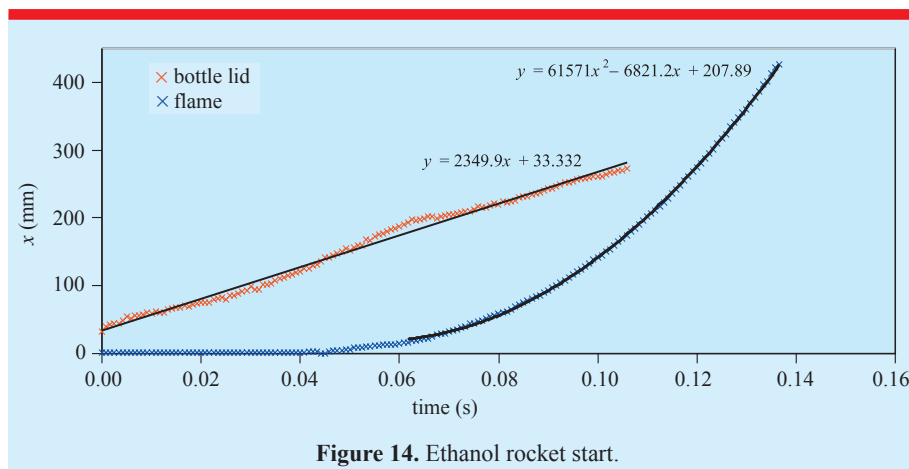
The video shows us a detailed view of the rocket starting and enables us to measure the parameters of its motion. The clip has been taken in dim light so that we can observe the burning fuel inside the rocket (figure 13). To improve the quality of the dark image, a gamma filter has been applied on the clip. We used the length of the bottle itself, 30 cm, for calibration of the image. The result of the video analysis is shown in figure 14.

Blue dots show time evolution of the  $x$ -coordinate of the bottle lid. The graph also contains a parabolic regression curve; however, because the graph is not an exact parabola, the regression starts a few moments later (about 0.06 s). From the parameters of the regression curve we can calculate that the acceleration of the rocket is  $123 \text{ m s}^{-2}$ , roughly  $12.5g$ .



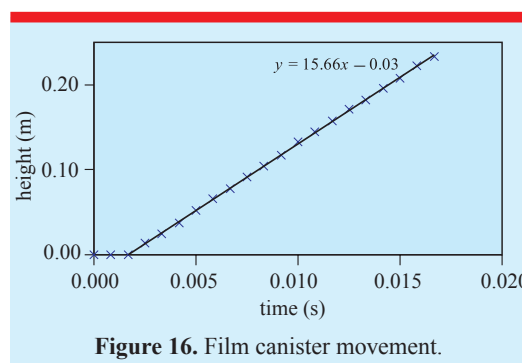
Figure 13. Burning fuel inside the rocket.





**Figure 15.** Explosion.

The slow motion clip shows a stunning view of the ethanol vapour ‘slowly’ burning inside the bottle. Simple observation without a high speed camera would lead to the conclusion that all the fuel burns out in a single explosion and then the hot exhaust fumes leave the bottle. We tried to get the position of the flame into the graph. Red markers in figure 14 belong to the flame position measured according to the bottle lid, i.e. in a non-inertial reference frame. In this frame the flame propagates roughly uniformly at a pace of  $2.3 \text{ m s}^{-1}$ .



### Combustion engine

The underlying principle of the combustion engine and the power of burned fuel pushing away a piston are sometimes shown using a simple tool made out of a film canister. The construction of the tool is described in [3]. To make it, you need a 35 mm film canister, a piece of wood, a wire and a piezoelectric lighter. Fix the lid of the box to the wood base and put two pins into it. (These pins will create a spark gap inside the box.) Connect the pins to the lighter poles. Now pour a very small amount of ethanol into the canister, close it and let it vaporize. After a few moments, pour off the remaining ethanol and fix the container on top of the lid with pins. When you press the piezoelectric lighter button, you produce a spark inside the film canister, the ethanol explodes (see figure 15) and the canister is fired with a loud noise.

The movement of the canister is too fast for a standard camcorder, but it can be measured with a slow motion camera. Figure 16 contains the results of one measurement. We can see that the





Figure 17. Raw egg.



Figure 18. A hard-boiled egg.

canister stands still at one place and then starts to move without any phase of acceleration. Over such a small distance the effects of gravity and air resistance are not observable and we see a uniform motion. The velocity of the canister was  $15.7 \text{ m s}^{-1}$ , i.e.  $56 \text{ km h}^{-1}$ .

The fact that we do not observe any acceleration means that the canister had to gain its velocity in less than one frame duration, i.e.  $0.83 \text{ ms}$ . The acceleration of the box had to be at least  $18\,700 \text{ m s}^{-2}$  which means  $1915g$ .

### The egg shot

An unusual way to teach Pascal's law for pressure in liquids is to shoot (from an airgun) at eggs. For students it is a well-remembered event [4].

When the airgun pellet hits the eggshell of a raw egg, the egg explodes and chunks of it start to move in all directions (figure 17). The explanation is given by Pascal's law: the impact of the pellet on the shell creates high pressure in the liquid egg white. According to Pascal's law the pressure is immediately transmitted to the entire volume of the liquid which means that the liquid hits from inside all parts of the shell at once and the egg explodes. If we would like to be more exact, we could talk about the low compressibility of the liquid and a shock wave propagating at the speed of sound.

A hard-boiled egg is only destroyed at the spot of the penetration, the top part of it is unspoiled (figure 18) because the matter is solid and elastic and does not transmit the shock wave with sufficient intensity.

Received 31 January 2011, in final form 7 March 2011

doi:10.1088/0031-9120/46/0/000

### References

- [1] Caletka A *Dva Pokusy* [http://kdf.mff.cuni.cz/veletrh/sbornik/Veletrh\\_01/01\\_06\\_Caletka.html](http://kdf.mff.cuni.cz/veletrh/sbornik/Veletrh_01/01_06_Caletka.html) (20 January 2011)
- [2] Polák Z *Jednoduché pokusy* [http://kdf.mff.cuni.cz/veletrh/sbornik/Veletrh\\_07/07\\_17\\_Polak.html](http://kdf.mff.cuni.cz/veletrh/sbornik/Veletrh_07/07_17_Polak.html) (20 January 2011)
- [3] Jílek M *Model výbušného motoru* <http://fyzweb.cuni.cz/dilna/krouzky/vybuch/vybuch.htm> (20 January 2011)
- [4] Brockmeyerová-Fenclová J and Drozd Z *Pokusy s vejci* [http://kdf.mff.cuni.cz/veletrh/sbornik/Veletrh\\_01/01\\_05\\_Brockmeyerova\\_Drozd.html](http://kdf.mff.cuni.cz/veletrh/sbornik/Veletrh_01/01_05_Brockmeyerova_Drozd.html) (20 January 2011)